

Lehrstuhl für Thermodynamik
Technische Universität München

Identifikation von akustischen Transfermatrizen
und Flammenfrequenzgängen mittels
Strömungssimulation

Alexander Matthias Gerhard Gentemann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technischen Universität München
zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTOR – INGENIEURS
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Wolfgang H. Polifke, Ph.D. (CCNY)
2. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Michael Pfitzner,
Universität der Bundeswehr München

Die Dissertation wurde am 24.10.2006 bei der
Technischen Universität München eingereicht und durch die
Fakultät für Maschinenwesen am 11.12.2006 angenommen.

Alexander Matthias Gerhard Gentemann

Identifikation von akustischen
Transfermatrizen und
Flammenfrequenzgängen mittels
Strömungssimulation

Für Karola

Zusammenfassung

Ein wesentlicher Aspekt bei der Vorhersage von Verbrennungsinstabilitäten ist die Charakterisierung des akustischen Übertragungsverhaltens von Brenner und Flamme. Das Übertragungsverhalten - also Transfermatrix bzw. Frequenzgang - einer abrupten Rohrquerschnittsänderung, eines Drallbrenners und einer Vormischdrallflamme wurde durch Strömungssimulation und anschließende Systemidentifikation berechnet und mit Experimenten verglichen. Anhand dieser Beispiele wurde ein numerisches Verfahren zur Berechnung des Übertragungsverhaltens akustischer Elemente entwickelt, implementiert und validiert. Weiterhin wurde die Energieübertragung der Flamme an eine akustische Welle untersucht.

Abstract

The acoustic transfer characteristics of combustion systems are of particular importance for a stability analysis of combustion instabilities. Especially a description of the burner and flame are required. In this work, transfer characteristics of an acoustic area change, an atmospheric swirl burner and -flame were computed by means of flow simulation and system identification. The results were compared with experimental data. A comprehensive process for the computation of such transfer characteristics was developed. Also, the energy transfer from a swirl flame to the acoustic wave was investigated.

Vorwort

Zahlreiche Freunde, Verwandten und Kollegen haben mir im Verlauf meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München und der anschließenden Arbeit an dieser Dissertation Unterstützung und Zuspruch zuteil werden lassen. Unter all diesen Menschen möchte ich vor allem Nicola Henke und Heather Spencer hervorheben, ohne die ich die Arbeit nicht beendet hätte.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Wolfgang Polifke, Ph.D. (CCNY) für die Betreuung meiner Arbeit und die Übernahme des Hauptreferats. Bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. Michael Pfitzner möchte ich mich herzlich für die Übernahme des Koreferats bedanken. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann möchte ich für die Übernahme des Vorsitzes der mündlichen Prüfung herzlich danken sowie für die reibungslose Organisation derselben.

Mein besonderer Dank gilt den Angestellten des Lehrstuhls, Frau Bassett und Frau Schulz-Reichwald im Besonderen. Besonders möchte ich mich auch bei Martin Brandt, Andreas Fischer, Ewald Freitag, Andreas Huber, Klaas Kunze, Stephan Pettinger, Jutta Pieringer und Karin Stehlik bedanken, die durch Messergebnisse, fachlichen und persönlichen Rat, organisatorische Hilfe oder einfach nur ein offenes Ohr für viele schöne Erinnerungen gesorgt haben.

Die vorliegende Arbeit wurde vom Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie, Alstom Power und der Siemens AG gefördert (Förderkennzeichen: 0327091P). Zusätzlich wurde mir Unterstützung von Fluent Inc. zuteil. Für diese Förderung, die die Arbeit erst möglich machte, möchte ich mich herzlich bedanken.

München, im Dezember 2006

Alexander Gentemann

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	XI
Abbildungsverzeichnis	XII
Nomenklatur	XVIII
1 Einführung	1
1.1 Das Rayleigh Kriterium	2
1.2 Vermeidung thermo-akustischer Schwingungen	3
1.3 Vorhersage von Verbrennungsinstabilitäten	4
1.4 Bestimmung des Transferverhaltens akustischer Elemente	7
1.4.1 Die akustische Transfermatrix	7
1.4.2 Die Flammentransferfunktion	10
1.4.3 Akustisches Transferverhalten mit Computational Fluid Dynamics (CFD)	11
1.5 Ziele und Aufbau der vorliegenden Arbeit	13
2 Klassifikation dynamischer Systeme	16
2.1 Allgemeine Einordnung	16
2.2 Lineare zeitinvariante Systeme	19
2.3 Verbindung von Zeit- und Frequenzbereich	19
2.3.1 Die z -Transformation	20

3	Bestimmung des Transferverhaltens von akustischen Elementen auf Basis von Zeitreihen	21
3.1	Einführung in die Systemidentifikation	23
3.2	Gray Box: Modelle mit physikalischer Relevanz	23
3.3	Black Box: Modelle ohne physikalische Relevanz	25
4	Die Wiener-Hopf Gleichung	27
4.1	Die Autokorrelationsmatrix	28
4.2	Der Kreuzkorrelationsvektor	29
4.3	Ordnungsreduktion	31
4.4	Filterordnung	31
4.4.1	Die Existenz der optimalen Filterparameter	32
4.4.2	Einschränkende Bedingungen	34
4.4.3	Schätzung der Größenordnung der Parameter der Wiener-Hopf Gleichung	35
4.4.4	Allgemeine Schätzung der Parameter der Wiener-Hopf Gleichung	36
4.5	Robustheit des Identifikationsprozesses	39
5	Bereitstellung von Zeitreihen mit CFD	42
5.1	Einführung in Computational Fluid Dynamics (CFD)	43
5.1.1	Turbulenz und ihre Modellierung	43
5.1.2	Modellierung von Wärmefreisetzung in CFD	45
5.2	Aufbau von Identifikationsexperimenten	46
5.3	Wahl des Anregungssignals	47
5.3.1	Anregung mit harmonischen Funktionen	48
5.3.2	Weißes Rauschen als optimale Anregung	49
5.3.3	Linearität	50
5.4	Export von Zeitreihen	51

5.4.1	Positionierung der Exportebenen	52
5.4.2	Export von Zeitreihen an gewählten Ebenen	53
5.4.3	Zentrierung und Normierung	57
5.5	Darstellung der Transfermatrix von Zweitoren	58
5.5.1	Wahl der Darstellung für die Identifikation	58
5.6	Energiebilanz des akustischen Elementes	60
6	Die plötzliche Flächenänderung	63
6.1	Analytische Beschreibung	64
6.2	Identifikationsexperiment	65
6.3	Transfermatrix der plötzlichen Flächenänderung	65
6.4	Streumatrix der plötzlichen Flächenänderung	69
6.5	Wahl Anzahl Zeitschritte N und der Identifikationsparameter L und m	72
6.6	Energiebilanz des akustischen Flächensprunges	74
7	Drallvormischbrenner TD4016 ohne Wärmefreisetzung	77
7.1	Identifikationsexperiment	77
7.2	Vergleichbarkeit durch Referenzebenen	80
7.3	Transfermatrix des kalten Brenners	81
7.4	Streumatrix des kalten Brenners	81
7.5	Energiebilanz des kalten Brenners	83
7.6	Wahl Anzahl Zeitschritte N und der Identifikationsparameter L und m	85
8	Die Transferfunktion der Flamme des TD-Brenners	87
8.1	Abweichungen zwischen Messung und Rechnung	89
8.2	Einfluss des Gasmodells	91
8.3	Einfluss der thermischen Randbedingung	92
8.4	Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme . . .	93

8.5	Vergleich von Einzel- und Ringbrennkammeranordnung	99
8.6	Transformation der Flammentransferfunktion zur Flammentransfermatrix	103
9	Drallvormischbrenner <i>TD4016</i> mit Wärmefreisetzung	105
9.1	Transfermatrix der Flamme	105
9.2	Transfermatrix von Brenner und Flamme	107
9.3	Energieübertragung an die akustische Welle	114
9.3.1	Einfluss der Flamme auf die Streumatrix der Flamme . . .	115
9.3.2	Einfluss des Brenners auf die Streumatrix von Brenner und Flamme	119
10	Zusammenfassung und Ausblick	124
10.1	Zusammenfassung der Resultate	124
10.1.1	Ergebnisüberblick	125
10.2	Ausblick	127
A	Eigenschaften linearer zeitinvarianter Systeme	129
B	Simulation akustischer Fragestellungen mit CFD	131
C	Eigenschaften der Autokorrelation	134
D	Eigenschaften der Kreuzkorrelation	136
E	Kontinuitäts- und Bernoulligleichung	138
E.1	Massenerhaltung	138
E.2	Impulserhaltung	139
	Literaturverzeichnis	150

Tabellenverzeichnis

4.1	Verwendete Referenzergebnisse zur Berechnung von L_{opt} und m_{opt} .	40
4.2	Anwendung der Methode der Formfunktion.	40
5.1	Vierpoldarstellungen akustischer Zweitore [20].	59
5.2	Umrechnung von Transfermatrizen in verschiedene Darstellungen.	60
6.1	Einstellungen von Fluent6 [22] für den Flächensprung zwischen zwei Rohren.	66
7.1	Einstellungen von Fluent6 [22] zur Berechnung des TD_1 Brenner.	80

Abbildungsverzeichnis

1.1	Akustisches Netzwerk zur linearen Stabilitätsanalyse eines Gasturbinenbrenners.	5
1.2	Schematische Darstellung der Viermikrofonmethode [47].	9
3.1	Kombination von CFD und Postprozessor (CFD/SI) zur Bestimmung der Transferfunktion/-matrix $\mathbf{T}(f)$	22
3.2	Signal und hervorgerufene Antwort eines Systems.	22
3.3	Angenommene Einheitsimpulsantwort (links) und Phase der resultierenden Transferfunktion (rechts).	24
4.1	Kreuzkorrelation(links) und Einheitsimpulsantwort(rechts) von Signal \mathbf{s} und \mathbf{r} mit $r(t) = s(t - \tau)$ und $\tau = x\Delta t$ bei $N = 10000$ und $x \in N$	30
4.2	Kreuzkorrelation(links) und Einheitsimpulsantwort(rechts) von Signal \mathbf{s} und \mathbf{r} mit $r(t) = s(t - \tau)$ und $\tau \neq x\Delta t$ bei $N = 10000$ und $x \in N$	31
4.3	Erster Koeffizient der Transfermatrix der ebenen Welle. Vergleich zwischen analytischer Lösung (\bullet), CFD/SI für $L = 55$ (—) und $L = 30$ (- -). Betrag(links) und Phase(rechts).	32
4.4	Zusammenhang zwischen L , m und τ_{max} des verwendeten Filters.	33
4.5	Formfunktion zur Suche von L_{opt} am Beispiel der Transferfunktion der Flamme (kompressibel, $T_{Wand} = 300$ K).	37

4.6	Relative quadratische Änderung der Transfermatrix der Flamme unter Variation von L und m	38
4.7	Betrag der Transfermatrix von Brenner und Flamme. $L = 28$, $m = 5$ (—), $L = 33$, $m = 5$ (- -).	41
5.1	Einordnung eines Elementes in das Gesamtsystem. Exportebenen Ex_i und Anregung A	47
5.2	Leistungsdichtespektrum eines Signals. Anregung mit überlager-tem Sinus(—) und Anregung mit weißem Rauschen (-).	50
5.3	Transfermatrix der ebenen Welle (1. Koeffizient). Anregung mit 5%(o) und 10%(—) Amplitude.	51
5.4	Exportebenen und Definition der Grenzen der Black Box.	53
5.5	Ebene und nicht ebene Welle in einem Kanal.	54
5.6	Links: Geschwindigkeitsprofil in einem Kanal 0,35 m stromab des Einlasses im Maximum der Schwankungsamplitude. Rechts: Radiale Profile der Geschwindigkeits- (-) und Druckfluktuation (- -) an der selben Position.	56
5.7	Vergleich von $ T_{22} $ des Flächensprunges mit $\alpha = 3,7$. (- -) Mit- telung nach Gl. (5.17), (o) Mittelung nach Gl. (5.19).	56
5.8	Energiebilanz der auf das Element treffenden akustischen Wellen.	61
5.9	Energiebilanz der auf das Element treffenden akustischen Wellen.	62
6.1	Darstellung eines Flächensprunges zwischen zwei Kanälen.	63
6.2	Transfermatrix eines Flächensprunges zwischen zwei Rohren im Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung mit $l_{\text{eff}} = 0,075$ m, $l_{\text{red}} = 0,008$ m und $\zeta = 0,55$ (o), Messung(x) und FEM(+) in pu-Darstellung [25, 20].	68
6.3	Effektive Länge als Funktion des Flächenverhältnisses aus analy- tischer Lösung (—), CFD/SI (■) und FEM(Δ) [25].	69

6.4	Erster Koeffizient der Streumatrix des Flächensprungs mit CFD/SI. Ohne Division des Abstandes der Exportebenen(—), mit Division des Abstandes $\Delta x = 0,1 \text{ m(x)}$	70
6.5	Streumatrix eines Flächensprungs zwischen zwei Rohren im Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung mit $l_{\text{eff}} = 0,075 \text{ m}$, $l_{\text{red}} = 0,008 \text{ m}$ und $\zeta = 0,55(\circ)$, Messung(x) und FEM(+). . .	71
6.6	Erster Koeffizient der Streumatrix des Flächensprungs mit CFD/SI. $\Delta x = 0,1 \text{ m(—)}$, $\Delta x = 0,2 \text{ m(x)}$, $\Delta x = 0,4 \text{ m(o)}$	73
6.7	Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Flächensprungs unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 1000(- -)$, $N = 3000(\circ)$ und $N = 10000(—)$	73
6.8	Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Flächensprungs als Funktion von L und m für $N = 10000$	74
6.9	Energiebilanz des akustischen Flächensprunges. Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung(\circ), Messung(x) und FEM(+) als Streumatrix.	75
6.10	Energie der reflektierten und transmittierten Anteile der einfallenden Wellen f_u und g_d . Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) [20] und FEM(x) [56].	76
7.1	Aufbau des TD_1 Brenners [20].	78
7.2	2D Modell des TD_1 Brenners mit Drallquelle nach Kiesewetter [34].	79
7.3	Transfermatrix von Brenner ohne Flamme in pu-Darstellung. Vergleich zwischen CFD/SI (—), Messung (\circ) [20] und FEM (x) [56].	82
7.4	Streumatrix von Brenner ohne Flamme. Vergleich zwischen CFD/SI (—), Messung (\circ) [20] und FEM (x) [56].	83

7.5	Normierte Energiebilanz der einfallenden Wellen f_u und g_d . Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) und FEM(x) [20] und FEM(x) [56].	84
7.6	Energiefluss der reflektierten und transmittierten Anteile der einfallenden Wellen f_u und g_d ($\alpha = \frac{A_u}{A_d}$). Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) [20] und FEM(x) [56].	85
7.7	Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners ohne Flamme unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 7000$ (- -) und $N = 10000$ (—).	86
7.8	Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners ohne Flamme als Funktion von L und m für $N = 10000$	86
8.1	Schematische Darstellung des TD4016 Brenners mit Flamme.	88
8.2	Axiale Wärmefreisetzung. Vergleich zwischen Messung 'o' [38] und CFD/SI: $g_{crit} = 7 \cdot 10^3 s^{-1}$ '...' and $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$ '—'.	90
8.3	Transferfunktion der Flamme TD4016. Vergleich versch. Gasmoleküle. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(kompressibel, $T_{Wand} = 300$ K), '- -' CFD/SI(inkompressibel, $T_{Wand} = 300$ K), 'o' Messung [38].	91
8.4	Transferfunktion der Flamme TD4016. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(nichtadiabat, $T_{Wand} = 300$ K, $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$), '...' CFD/SI(nichtadiabat, $T_{Wand} = 300$ K, $g_{crit} = 7 \cdot 10^3 s^{-1}$), '- -' CFD/SI(adiabat, $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$), 'o' Messung [38].	92
8.5	Betrag der Flammentransferfunktion im Vergleich zu Einzelfrequenzanregung. CFD/SI($T_{Wand} = 300$ K, —) , Einzelfrequenzanregung (■).	94
8.6	Normierte Zeitreihen: Normierte Drallzahl(- -) und normierte Wärmefreisetzung(—) an der Position u über eine Periode der Anregungsfrequenz. Oben: $f = 44$ Hz / Unten: $f = 196$ Hz.	96

8.7	Stromlinien in der Brennkammer des TD4016 Brenners bei 44Hz Anregung über eine Periode. Farbskala: Aufenthaltszeit.	97
8.8	Stromlinien in der Brennkammer des TD4016 Brenners bei 196Hz Anregung über eine Periode. Farbskala: Aufenthaltszeit.	98
8.9	Transferfunktion der Flamme für TD4016. Vergleich zwischen 3D-Rechnung Einzelbrenner und Messung. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(3D, kompressibel), 'o' Messung [38].	100
8.10	Transferfunktion der Flamme TD4016. Vergleich zwischen 3D- Rechnung Ringbrennkammer und Messung. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(3D, kompressibel), 'o' Messung [38].	101
8.11	Axiale Verteilung der mittleren Wärmefreisetzung. Vergleich zwi- schen Messung [38] und CFD(3D). Einzelbrenner: CFD '—', Mes- sung 'o'. Ringbrennkammer: CFD '- -', Messung '+'.	102
9.1	Transfermatrix der Flamme in pu-Darstellung. Rankine-Hugoniot Relation aus der Transferfunktion der Flamme. CFD/SI(—), Mes- sung von Kunze [38](o) im Vergleich.	106
9.2	Streumatrix der Flamme. Rankine-Hugoniot Relation aus der Transferfunktion der Flamme. CFD/SI(—), Messung von Kunze [38](o) im Vergleich.	108
9.3	Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim Passieren der Flamme. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Kunze(o) im Vergleich.	109
9.4	Transfermatrix von Brenner und Flamme in pu-Darstellung. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Mes- sung von Fischer(o) und FEM-Hybridlösung(x) im Vergleich. . . .	110
9.5	Streumatrix von Brenner und Flamme. CFD/SI (—), Rankine- Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Fischer(o) und FEM-Hybridlösung(x) im Vergleich.	112

9.6	Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim passieren von Brenner und Flamme. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Fischer(○) und FEM-Hybridlösung(x) im Vergleich.	113
9.7	Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners mit Flamme unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 8000$ (- -) und $N = 10000$ (—).	114
9.8	Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners mit Flamme als Funktion von L und m für $N = 10000$	114
9.9	Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim passieren von Brenner und Flamme.	115
9.10	Normierte Energiebilanz von Flammentransferfunktionen in Form des $n - \tau$ Modells. $\mathbf{F}(f) = 1, 2 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,0035}$ (—), $\mathbf{F}(f) = 1, 0 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,0035}$ (○) und $\mathbf{F}(f) = 1, 2 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,002}$ (x) im Vergleich.	116
9.11	Größe der maximalen Energieübertragung $ E_{max} $ der Flamme als Funktion von n bei $\mathbf{F}(f) = n \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,003}$ ($\bar{u}_u = 23$ m/s, $T_u = 300$ K, $T_d = 1523$ K). $ E_{fu}^{max} $ (—), $ E_{gd}^{max} $ (- -) im Vergleich.	117
9.12	Zeigerdiagramm von Gl. (9.9), ' +' $T_d = 1523$ K, ' o ' $T_d = 1300$ K. Kreis: linke Seite der Gleichung(LHS). Punkte: rechte Seite der Gleichung(RHS).	118
9.13	Zeigerdiagramm von Gl. (9.13) ' — ' $\alpha = 3,4$, ' - - ' $\alpha = 2,4$. Kreis: linke Seite der Gleichung(LHS). Geraden: rechte Seite der Gleichung(RHS).	120
9.14	Einfluss von l_{eff} und α auf die Verstärkung der auf das Element treffenden Wellen. $ E_{fu}^{max} $ (—), $ E_{gd}^{max} $ (- -) im Vergleich.	121
9.15	Differenz zwischen den Seiten von Gl. (9.13).	122
9.16	Frequenz der maximalen Energieübertragung der Flamme als Funktion von l_{eff} und α von Brenner und Flamme.	122

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

A	Fläche
c	Kreuzkorrelationsvektor, Schallgeschwindigkeit
d	Kanaldurchmesser
D	Drallzahl
E	Erwartungswert
$ E_{fu} , E_{gd} $	Energieübertragung an die akustischen Wellen
$ E_{max} $	Maximale Energieübertragung an die akustische Welle
f	Stromab laufende Welle
F	Transferfunktion
g	Stromauf laufende Welle
g_{crit}	Kritische Streckungsrate
G	Verstärkungsfunktion („Gain“) und Streckungsrate
h	Einheitsimpulsantwort
I_r	Rauschintensität
k	Wellenzahl ($k = \omega/c$)
K	Kohärenzfunktion
l_{eff}	Effektive Länge
l_{red}	Reduzierte Länge
L	Filterordnung in Wiener-Hopf Gleichung
m	Ordnungsreduktionsfaktor der Wiener-Hopf Gleichung ($dt = m\Delta t$)
M	Machzahl, linearer Raum
N	Anzahl verwendeter Zeitschritte
p	Druck

\dot{Q}	Wärmefreisetzung
\dot{Q}_V	Volumetrische Wärmefreisetzung
\mathbf{r}	Antwort eines Systems
R	Reflektionskoeffizient
\mathbf{R}_{ss}	Autokorrelation
\mathbf{R}_{sr}	Kreuzkorrelation
\mathbf{s}	Signal eines Systems
S	Leistungsdichtespektrum
S_L	Laminare Flammgeschwindigkeit
S_T	Turbulente Flammgeschwindigkeit
t	Zeit
T	Temperatur
\mathbf{T}	Transfermatrix
\mathbf{T}_{EW}	Transfermatrix der ebenen Welle
u_i	Geschwindigkeiten in axialer, radialer und tangentialer Richtung ($i = 1, 2, 3$)
V	Volumen
x_i	Kartesische Koordinaten ($i = 1, 2, 3$)
\mathbf{X}	Weißes Rauschen
z	Argument der z -Transformation und Kanaltiefe
$Z = \frac{p'}{u'}$	Akustische Impedanz

Griechische Buchstaben

$\alpha = \frac{A_u}{A_d}$	Flächenverhältnis
$\bar{\Delta}$	Normierte mittlere quadratische Abweichung zweier Variablen
Δx	Abstand zwischen den Exportebenen
Δt	Zeitschritt der CFD Rechnung

ϵ	Normierter mittlerer quadratischer Fehler zweier Variablen
ϕ	Äquivalenzverhältnis $\frac{1}{\lambda}$, Phasenwinkel
$\phi(\mathbf{F})$	Phase von F
γ	Kovarianz
$\mathbf{\Gamma}$	Autokorrelationsmatrix
λ	Luftzahl
μ	Mittelwert
$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$	Adiabatexponent
ρ	Dichte
σ	Varianz
τ	Zeitkonstante einer Black Box und Zeitverzug allgemein
τ_{MEM}	Maximaler Zeitverzug („Gedächtnis“) des gewählten Filters
$\theta = \sqrt{\frac{T_u}{T_d}}$	Verhältnis der spez. Impedanzen, = $\frac{\rho_d c_d}{\rho_u c_u}$
ω	Kreisfrequenz, = $2\pi f$
ζ	Verlustbeiwert

Indices

'	Akustische Schwankungsgröße einer Variablen
"	Turbulente Schwankungsgröße einer Variablen
—	Mittelwert einer Variablen
\wedge	Fourier Transformierte
\mathbf{X}	Vektor oder Matrix von X
u	Position stromauf eines Elementes
d	Position stromab eines Elementes

Kapitel 1

Einführung

Die Vermeidung der Emission von Abgasen und die damit verbundene Verringerung der Luftverschmutzung ist in den letzten Jahren verstärkt in den Blickwinkel des Gesetzgebers gerückt. Neben unverbrannten Kohlenwasserstoffen und Kohlenmonoxid (CO) sind vor allem Stickoxide (NO_x), reguliert worden [18]. Stickoxide entstehen in nahezu allen Verbrennungsprozessen. Wenn Brennstoff mit Luft oxidiert wird, ist Stickstoff (N_2) dabei präsent und wird bei hohen Temperaturen oxidiert [80]. Die Senkung der Verbrennungstemperaturen bildet deshalb einen populären Ansatz zur Reduktion von NO_x Emissionen [80].

Für stationäre Gasturbinen zur Stromerzeugung mit Erdgas als Brennstoff wird deshalb heute der Einsatz vorgemischter, magerer Drallverbrennung bevorzugt [40]. Brennstoff und Luft werden vor der Brennkammer gut durchmischt, wobei nahezu die gesamte Luft aus dem Kompressor mit Brennstoff vorgemischt wird. Die Brennkammer wird konvektiv gekühlt. NO_x Emissionen werden zwar durch diesen Ansatz stark vermindert, gleichzeitig lässt aber auch die akustische Dissipation (durch Entfall der direkt eingebrachten Kühlluft) in der Brennkammer nach. Es treten verstärkt thermo-akustische Schwingungen auf, die durch hohe Druckamplituden u.a. zur Zerstörung der Gasturbine führen können. Der Mechanismus zur Entstehung thermo-akustischer Schwingungen wurde erstmals

von Lord Rayleigh formuliert. Das auf diesen Autor zurückgehende Kriterium einer notwendigen Bedingung zu deren Entstehung wird deshalb als *Rayleigh-Kriterium* bezeichnet [69].

1.1 Das Rayleigh Kriterium

Eine hinreichende Bedingung für die Entstehung von thermo-akustischen Instabilitäten ist die periodische Zufuhr von Energie von der Wärmefreisetzungsschwankung \dot{Q}' an den akustischen Druck p' . Das Produkt aus Wärmefreisetzung \dot{Q}' und Druckschwankung p' über eine Schwingungsperiode P integriert muss dafür positiv sein [68]

$$\int_P \dot{Q}'(t)p'(t) dt > 0. \quad (1.1)$$

Damit aber tatsächlich eine thermo-akustische Schwingung auftritt ist es weiterhin notwendig, dass die durch Wärme zugeführte Schwingungsenergie die Verluste durch Dissipation bzw. die Verluste über die Systemgrenzen überschreitet.

Für die o.g. Form des Rayleigh-Kriteriums wird eine punktförmige Wärmefreisetzung angenommen, p' an der Stelle der Energiezufuhr an die akustische Welle ist einzusetzen. Um diese Einschränkung aufzuheben wird eine räumlich ausgedehnte periodische Energiezufuhr $\dot{Q}'(t, x, y, z)$ eingeführt, die zusätzlich über die Reaktionszone V_R zu integrieren ist [39, 26]

$$\int_{V_R} \int_P \dot{Q}'(t, x, y, z) p'(t, x, y, z) dt dV > 0, \quad (1.2)$$

wobei gilt

$$RI(x, y, z) = \int_P \dot{Q}'(t, x, y, z) p'(t, x, y, z) dt > 0. \quad (1.3)$$

Gl. (1.2) beinhaltet den Rayleigh-Index (RI), welcher ein Maß für die räumlichen Eigenschaften einer Flamme darstellt. Lokale Dämpfung ($RI < 0$) und Anfachung ($RI > 0$) von akustischen Schwingungen können so unterschieden werden [26].

Weitere Ergänzungen des Rayleigh-Kriteriums beziehen z.B. die Verluste akustischer Energie über die Systemgrenzen mit ein [15]

$$\int_{V_R} \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho} \bar{c}^2} \int_P \dot{Q}' p' dt dV > \int_{A_G} \int_P p' u' dt dA, \quad (1.4)$$

wobei über die Oberfläche der Systemgrenze A_G integriert wird.

1.2 Vermeidung thermo-akustischer Schwingungen

Durch Einführung von vorgemischter, magerer Drallverbrennung treten thermo-akustische Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern auf. Es folgen technische Probleme, die Brennkammer kann nicht mehr im Auslegungspunkt betrieben werden, weil z.B. zugesagte Werte für Leistung oder Emissionen (auch Lärm) nicht eingehalten werden können. Hauptsächlich ist aber die strukturelle Integrität der Brennkammer gefährdet, die entstehenden hohen Druckamplituden können zu Beschädigungen oder sogar Zerstörung der Anlage führen.

Aktive Kontrolle von Brennkammerschwingungen

Bei der aktiven Kontrolle thermo-akustischer Schwingungen wird eine Strömungsgröße gezielt moduliert, um die Pulsation in Verbrennungssystemen zu verringern. Heckl zeigt das Prinzip am Beispiel einer in einem Rohr brennenden Flamme [29]. Mittels eines Lautsprechers wird eine phasenverschobene akustische Welle erneut in das System eingebracht, was die akustische Schwingung dämpft. Die Schwingungsamplitude konnte um bis zu 40 dB verringert werden [29]. Paschereit et al. nutzten eine Modulation der Brennstoffzufuhr anstelle eines Lautsprechers zur aktiven Kontrolle von Brennkammerschwingungen in einer Gasturbinenbrennkammer [52]. Dabei wurde die Flamme Schwankungen der Luftzahl ausgesetzt, was zur Verringerung der Schwingungsamplituden um bis zu 12 dB führte. Evesque

zeigte eine Verbesserung der Wirkung von aktiver Kontrolle durch den Einsatz von adaptiven Reglern [16]. Ein Überblick über Ansätze zur aktiven Kontrolle von Brennkammerschwingungen kann z.B. bei Flowcs Williams, McManus et al. und Banaszuk et al. gefunden werden [85, 43, 3].

Der Nachteil dieses Ansatzes ist allerdings die Verwendung zusätzlicher Bauteile für die Kontrollelemente. Dies verursacht zusätzliche Kosten und erhöht die Störungsanfälligkeit des Gesamtsystems.

Passive Kontrolle von Brennkammerschwingungen

Bei der passiven Kontrolle von Brennkammerschwingungen wird durch bauliche Veränderungen eine Entstehung thermo-akustischer Schwingungen verhindert. Die Pilotierung von Flammen ist hierfür ein Beispiel. Dabei wird ein Teil des Brennstoffes separat zugegeben. Die Flamme ist dadurch stabiler als im reinen Vormischbetrieb [38]. Ein Nachteil dieser Methode ist allerdings die lokale Verringerung der Luftzahl, was zu höheren lokalen Verbrennungstemperaturen führt, die wiederum die Produktion von NO_x steigern.

1.3 Vorhersage von Verbrennungsinstabilitäten

Heute ist die Verwendung akustischer Netzwerke zur Stabilitätsanalyse populär, was dem Design rein akustischer Systeme ([46]) entlehnt ist und z.B. von Deuker auf thermo-akustische Probleme übertragen wurde [13]. Cremer wandte die Stabilitätsanalyse schon während der 1970er Jahre auf die Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Gebläsen an [10]. To und Doige entwickelten z.B. ein Modell zur Charakterisierung von Abgassystemen auf Basis von akustischen Netzwerken [78]. Die Transfermatrizen der Elemente wurden mittels geschlossener Lösungen approximiert. Dowling untersuchte die Einflüsse einzelner Elemente auf das akustische System [14]. Akustische Netzwerke unter Verwendung von Transfermatrizen für die einzelnen akustischen Elemente kamen dabei zum Einsatz. Evesque

et al. validierten die Berechnung akustischer Eigenfrequenzen mittels eines akustischen Netzwerkes erfolgreich mit Hilfe von Finite Elemente Simulationen [17]. Schuermans zeigt die akustisch stabile Auslegung einer Ringbrennkammer unter Verwendung eines akustischen Netzwerkmodells [73].

Ein akustisches System wird bei diesem Ansatz in einzelne Elemente aufgespalten. Ein Gasturbinenbrenner ist so z.B. durch eine Aneinanderreihung von Rohren, Flächensprüngen, der Flamme und anderen Elementen modelliert (Abbildung 1.1). Die einzelnen Elemente werden durch die bestimmenden akustischen

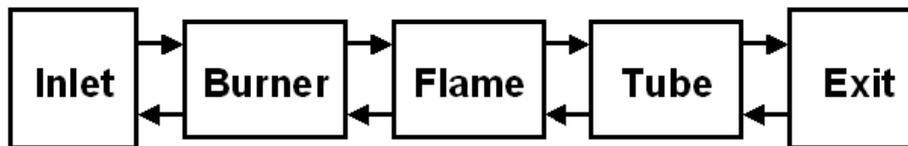


Abbildung 1.1: Akustisches Netzwerk zur linearen Stabilitätsanalyse eines Gasturbinenbrenners.

Größen p' und u' verbunden, wobei die akustischen Wellen am Elementübergang eben sein müssen. Das lineare, dynamische Verhalten der Elemente selbst wird mathematisch durch die Transfermatrix beschrieben, welche die Modulation des akustischen Drucks und der Schnelle über das Element beinhaltet

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_d = \mathbf{T}(f) \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_u, \quad (1.5)$$

u und d stehen für Ebenen stromauf und -ab eines akustischen Elementes. Ist das akustische Netzwerk definiert, kann es zur Stabilitätsanalyse verwendet werden. Dazu wurden verschiedene Ansätze entwickelt, für eine Einführung siehe Sattelmayer und Polifke [71].

Das lineare Stabilitätsverhalten des Modellsystems kann z.B. durch die Berechnung der komplexen Eigenfrequenzen bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird die charakteristische Systemmatrix $\mathbf{S}(f)$ aufgestellt. Die Bereitstellung des

Wählt man z.B. u' als offenen Port kann durch die Beziehung zwischen angeregten u'_d und der Reaktion des Systems u'_u der „Open Loop Gain“ berechnet werden

$$OLG = -\frac{u'_u}{u'_d}. \quad (1.8)$$

Um die Stabilitätseigenschaften zu berechnen wird das aus der Regelungstechnik bekannte Nyquist-Diagramm ausgewertet [71].

Die Genauigkeit der linearen Stabilitätsanalyse und damit deren Aussagekraft hängt von den verwendeten Transfermatrizen ab. Der Bestimmung des Transferverhaltens der einzelnen Elemente kommt deshalb besondere Bedeutung zu.

1.4 Bestimmung des Transferverhaltens akustischer Elemente

Die Bereitstellung akustischer Transfermatrizen zur Stabilitätsanalyse in akustischen Netzwerkmodellen kann grundsätzlich auf vielfältige Weise geschehen. In akustischen Netzwerken können wiederum Transfermatrizen, die mit verschiedensten Ansätze gewonnen wurden, vereint werden. Diese Ansätze werden im Folgenden im Überblick dargestellt.

1.4.1 Die akustische Transfermatrix

Analytische Ansätze

Analytische Ansätze bieten den Vorteil, dass das Verständnis der Physik bei ihnen im Vordergrund steht. Vor allem für akustische Elemente ohne Wärmefreisetzung gelingt dies zumindest näherungsweise für eine große Anzahl von Elementen. Morse und Ingard nutzen eine auf der Schwartz-Christoffel Transformation und der akustisch-elektrischen Analogie basierenden Ansatz zur Berechnung der akustischen Induktanz, Resistanz und Kapazität [45]. Die Autoren geben Lösungen

für eine Rohrbiegung von 90 Grad, eine Blende und einen plötzlichen Flächensprung an. Grundsätzlich sind aber alle mit der Schwartz-Christoffel Transformation beschreibbaren Geometrien darstellbar. Die approximierten Parameter aus der akustisch-elektrischen Analogie können weiterhin unter Verwendung von Massen- und Impulserhaltung in die Transfermatrix überführt werden [25]. Auch Boij sowie Boij und Nilsson untersuchten den akustischen Flächensprung analytisch inklusive der Berücksichtigung höherer Moden [5, 6]. Die Wiener-Hopf Technik zur Lösung der Grundgleichungen kam dabei zum Einsatz. Die Transfermatrix des Elementes wurde allerdings nicht explizit angegeben [5, 6].

Die Kombination eines analytischen Ansatzes mit Experimenten wurde in zahlreichen Arbeiten für die Transfermatrix von Gasturbinenbrennern ohne Wärmefreisetzung genutzt [20, 21, 53, 73]. Dabei wird eine Transfermatrix unter Verwendung der Grundgleichungen und Annahmen definiert, es verbleiben Parameter, die mit Hilfe von Messungen bestimmt werden.

Experimentelle Bestimmung akustischer Transfermatrizen

Akustische Elemente ohne Wärmefreisetzung wurden in zahlreichen Arbeiten experimentell untersucht. Die Messung akustischer Transfermatrizen erfolgt dabei häufig durch Verwendung der Vier- bzw. der erweiterten Multimikrofonmethode. Die Viermikrofonmethode basiert auf den Arbeiten von Åbom und Boden [1]. Es werden jeweils zwei Mikrofone stromauf und stromab des zu bestimmenden Elementes eingesetzt. Ist die Transfermatrix der Teststrecke ohne Testelement bekannt, kann die akustische Geschwindigkeit aus den Druckmessungen berechnet werden. Da für die Bestimmung einer akustischen Transfermatrix zwei unabhängige Zustände notwendig sind, werden zwei Messungen durchgeführt, wobei einmal vom stromauf und einmal vom stromab gelegenen Rand angeregt wird (Abbildung 1.2). *Quelle* bezeichnet die akustische Anregung, p'_i die vier Mikrofonpositionen, a und b zwei unabhängige Zustände. Die Anregungsenergie wird

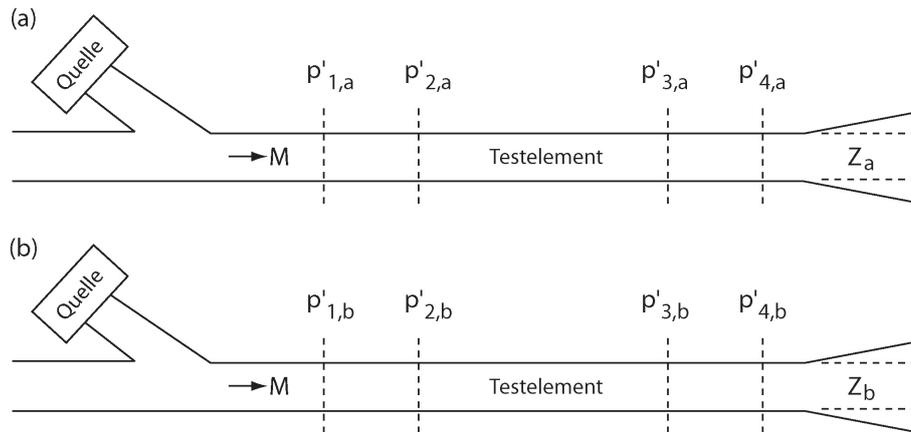


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung der Viermikrofonmethode [47].

entweder mit Hilfe einer Sirene [20] oder mit Lautsprechern eingebracht [73]. Für jede Frequenz müssen zwei separate Messungen durchgeführt werden.

Die Verwendung von vier Mikrofonen zur Messung der akustischen Transfermatrix stellt das theoretische Minimum dar. Dies kann zu großen Messfehlern führen, vor allem wenn der Abstand der Messebenen mit der halben Wellenlänge zusammenfällt [20]. Die Multimikrofonmethode ist deshalb die logische Erweiterung der Viermikrofonmethode [53]. Anstelle von nur vier werden z.B. acht Mikrofone verwendet, was zu einer Verbesserung der Messgenauigkeit führt [20]. Die in dieser Arbeit angegebenen gemessenen Transfermatrizen wurden von Fischer mit der Multimikrofonmethode bestimmt. Für eine detaillierte Beschreibung der Methode siehe Fischer [20], Schuermans [73] und Paschereit et al. [54].

Grundsätzlich ist die Bestimmung akustischer Transfermatrizen mit Hilfe von Messungen mit hohen Kosten verbunden. Abhilfe schafft die Anwendung numerischer Verfahren.

Finite Elemente Verfahren

Die Nutzung von Finite Elemente (FEM) Rechnungen stellt eine Möglichkeit zur Berechnung von Transfermatrizen dar. Zur Simulation des akustischen Fel-

des wird dabei entweder die Wellengleichung (Zeitbereich) [50] oder die Helmholtzgleichung (Frequenzbereich) [51] gelöst. Analog zur Multimikrofonmethode werden an axialen Positionen vor und nach dem zu bestimmenden Element Datenreihen des akustischen Drucks berechnet. Die Auswertung findet dann mit Hilfe der aus den Experimenten bekannten Algorithmen der Multimikrofonmethode statt.

Auch die Transfermatrix von Brenner und Flamme kann mittels einer FEM Rechnung zumindest angenähert werden. Pankiewitz et al. bringen zu diesem Zweck in einer definierten Zone, die von der Flamme freigesetzte Wärme, mit einem Quellterm ein [51]. Das dynamische Verhalten der Flamme wird dabei mit Experimenten bestimmt.

Nicht immer ist allerdings in der Literatur die Transfermatrix angegeben. Häufig wird auf mathematisch vereinfachte Formen zurückgegriffen.

1.4.2 Die Flammentransferfunktion

Für Vormischflammen wird oft die Annahme getroffen, dass die Schwankung \dot{Q}' der Wärmefreisetzung der Flamme nur von der akustischen Geschwindigkeit u' abhängig ist, $\dot{Q}' = f(u')$. Flammentransferfunktionen werden in diesem Fall für die Beschreibung der Flammendynamik verwendet. Eine Umrechnung in die Flammentransfermatrix ist unter Annahmen möglich (Kapitel 8.6).

Flammentransferfunktionen bieten den Vorteil, dass sie mit geringerem Aufwand als Transfermatrizen gemessen werden können. Für die Messung der Geschwindigkeitsschwankung u' stromauf der Flamme wird z.B. eine Hitzdrahtsonde im CTA Modus¹ verwendet. Die Messung der Wärmefreisetzung basiert auf der Messung der Gesamtintensität der OH-Chemilumineszenz Strahlung, wobei dieser Zusammenhang nur für ideal vorgemischte Flammen bei konstanter Luftzahl gilt. Eine im Bereich der UV-Strahlung empfindliche Diode in Kombination mit

¹CTA = Constant Temperature Anemometry

einem UV-Filter bietet die gewünschte zeitliche Auflösung. Die Strömung wird im interessanten Frequenzbereich angeregt. Für eine Einführung siehe z.B. Fischer oder Kunze [20, 38], das Flammentransferverhalten von Flammen untersuchten weiterhin zahlreiche Autoren [88, 77, 33, 20, 38].

1.4.3 Akustisches Transferverhalten mit Computational Fluid Dynamics (CFD)

Ein allgemeines Verfahren zur Bestimmung des dynamischen Verhaltens akustischer Elemente ist die CFD-basierte Schätzung² des Transferverhaltens. Mit diesem Ansatz können alle bisher erwähnten Formen zur Darstellung des Transferverhaltens geschätzt werden, Wärmefreisetzung und eventuelle Effekte durch Turbulenz werden vollständig, bzw. insoweit sie in der CFD-Simulation beschrieben werden, berücksichtigt.

Die Idee, eine dynamische Charakteristik von akustischen Elementen aus zeitabhängigen Simulationen abzuleiten wurde erstmals von Sklyarov und Furletov für eine eindimensionale laminare Flamme angewendet [76]. Bohn und Deuker [4] sowie Deuker [13] nutzten den Ansatz, um eine laminare V-Flamme zu charakterisieren. Krüger et al. bestimmten das dynamische Verhalten einer turbulenten Flamme und eines Gasturbinenbrenners [36]. Die Kombination von CFD mit einem angeschlossenen Postprozessor (CFD/SI) zur Schätzung von Transferfunktionen und -matrizen wurde erstmals von Polifke et al. angewendet [65, 64]. Die Wärmefreisetzung und der Impulsverlust am Gitter wurden mit Hilfe von Quelltermen in eine CFD Rechnung integriert. Hieraus konnte dann wiederum die Transfermatrix analytisch abgeleitet werden. Eine Systemidentifikationsmethode wurde verwendet, um die Transfermatrix auf Basis der CFD-Ergebnisse erneut zu schätzen. Die Transfermatrizen konnten erfolgreich verglichen werden

²Der Begriff „Schätzung“ weist hierbei darauf hin, dass mathematisch-statistische Verfahren zur Bestimmung des Transferverhaltens zum Einsatz kommen.

[65, 64]. Zhu et al. übernahmen das Verfahren unter Verwendung einer verwandten Systemidentifikationsmethode [88, 89]. Die Transferfunktion einer turbulenten Flamme wurde für zwei unterschiedliche Anregungsmethoden geschätzt und erfolgreich verglichen. Ein Vergleich zwischen zweidimensionaler und dreidimensionaler Rechnung wurde durchgeführt, wobei eine starke Abweichung in der Phase der Flammentransferfunktion festgestellt werden konnte [90].

Für die Schätzung des Transferverhaltens wird die Strömung durch das zu schätzende Element mit Hilfe einer zeitabhängigen CFD Rechnung simuliert, wobei die Strömung über die Randbedingungen breitbandig angeregt wird. Vor und nach dem zu bestimmenden Element werden Zeitreihen für Druck und Geschwindigkeit oder Wärmefreisetzung exportiert. Auf Basis dieser Zeitreihen findet dann die Schätzung der Transfermatrix oder des Flammenfrequenzganges mit statistischen Verfahren in einem Postprozessor statt. Der gesamte interessante Frequenzbereich kann dabei mit einer CFD Rechnung abgedeckt werden. Die Kombination von instationärer CFD Rechnung und akustischem Postprozessor wird in dieser Arbeit im Folgenden mit CFD/SI bezeichnet. Die Methode hat gegenüber den oben genannten numerischen Ansätzen folgende Vorteile:

- kostenaufwändige Messungen sind nicht notwendig,
- sämtliche relevanten Effekte, wie Akustik, Turbulenz, Verbrennungsprozesse sowie deren Interaktion werden im Idealfall gleichzeitig berücksichtigt,
- eine einzelne instationäre Rechnung ist für den gesamten Frequenzbereich ausreichend,
- der Fehler der resultierenden Transfermatrix ist durch die Genauigkeit des verwendeten CFD Modells gegeben und kann somit (in gewissen Grenzen) frei gewählt werden. Daraus ergibt sich eine Relation zwischen Genauigkeit und Aufwand, die bestimmbar ist.

1.5 Ziele und Aufbau der vorliegenden Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird ein Prozess zur Schätzung von Transferfunktionen und Transfermatrizen akustischer und thermo-akustischer Elemente vorgeschlagen und am Beispiel validiert. Die Kombination einer zeitabhängigen CFD Rechnung mit einem Postprozessor (CFD/SI) zur Systemidentifikation bildet diesen Prozess. Um die Zeitreihen für den Postprozessor bereitzustellen, werden folgende Aspekte einer CFD Rechnung auf ihre Eignung für die Identifikation thermo-akustischer Elemente hin untersucht: das Anregungssignal sowie die Wahl der anzuregenden Strömungsvariablen, die Lösereinstellungen des CFD Programms, die Größe des Zeitschrittes, die Konvergenz der CFD Rechnung und die Länge der zu exportierenden Zeitreihen. Weiterhin wird ein Programmpaket für die Systemidentifikation auf Basis von Zeitreihen entwickelt. Folgende Aspekte dieses Postprozessors werden untersucht: Vorbehandlung der Zeitreihen (z.B. Vorfiltrierung und Normierung), die Definition der zu identifizierenden Black Box, die Festlegung der Parameter für die Wiener-Hopf Gleichung, das Sampling Intervall und die Form der Darstellung der Ergebnisse. Die Methode und die Bestimmung der Parameter der Systemidentifikation werden am Beispiel validiert.

In Kapitel 2 wird zunächst allgemein auf die Eigenschaften dynamischer Systeme eingegangen. Die für die vorliegende Arbeit relevanten linearen, zeitinvarianten Systeme werden eingeführt und die gemachten Vereinfachungen werden diskutiert.

In Kapitel 3 wird dann in das Gebiet der Systemidentifikation eingeführt. Die Unterscheidung zwischen Gray und Black Box Ansätzen wird gemacht, wobei die relevanten Elemente aus der Sicht einer möglichen Identifizierbarkeit diskutiert werden. Die an die Systemidentifikation anschließende Transformation zwischen Zeitbereich und Frequenzbereich wird ausserdem erläutert.

In Kapitel 4 wird zunächst die Wiener-Hopf Methode, die optimale Methode zur Identifikation linearer, zeitinvarianter Systeme, eingeführt. Danach wer-

den deren einzelne mathematischen Teile, die Auto- und Kreuzkorrelation, näher betrachtet und ihre Interpretationsmöglichkeiten diskutiert. Für die Systemidentifikation mit der Wiener-Hopf Gleichung sind weiterhin Parameter notwendig. Diese Parameter müssen geeignet gewählt werden, um ein gutes Identifikationsergebnis zu erzielen. Es wird deshalb eine Schätzmethode zur Bestimmung der Parameter angegeben.

In Kapitel 5 steht die Modifikation einer stationären CFD Rechnung zur Bereitstellung von Zeitreihen für die Systemidentifikation im Vordergrund. Nach Einführung der für CFD relevanten Gleichungen und den Ansätzen zur Berechnung von Turbulenz und Verbrennung werden die Löseereinstellungen für kommerzielle CFD-Löser eingeführt. Die beiden wichtigsten Aspekte für die notwendige zeitabhängige CFD Rechnung, die Wahl der Strömungsanregung und der Export von Zeitreihen, werden danach behandelt. Eine Energiebilanz des akustischen Elementes wird weiterhin entwickelt und die Schätzmethode der Parameter der Wiener-Hopf Gleichung aus Kapitel 4 wird am Beispiel der in der vorliegenden Arbeit behandelten Elemente überprüft.

Kapitel 6, 7, 8 und 9 beinhalten die Validierung von CFD/SI für folgende akustische Elemente: die abrupte Querschnittsänderung in einer Rohrleitung, sowie einen perfekt vorgemischten Drallbrenner. Für letzteres Element wird sowohl der Fall mit als auch der Fall ohne Verbrennung betrachtet. Die Möglichkeiten zur Interpretation von Auto- und Kreuzkorrelation sowie der Einheitsimpulsantwort werden am Beispiel diskutiert. Für alle Elemente wird die Energiebilanz über dem Element gesondert betrachtet.

In Kapitel 7 wird der TD_1 Drallbrenner kurz beschrieben, der schon von Fischer und Kunze untersucht wurde [20, 38]. Das Transferverhalten des Brenners ohne Wärmefreisetzung wird betrachtet.

In Kapitel 8 wird der Anregungsmechanismus der perfekt vorgemischten Drallflamme am Beispiel des TD_1 Brenners untersucht. Der Einfluss der Wärmefreisetzungsverteilung auf die Flammentransferfunktion wird für Einzel- und Ring-

brennkammeranordnung diskutiert. Zusätzlich wird die Transformation von der Flammentransferfunktion zur Flammentransfermatrix eingeführt.

Kapitel 9 behandelt das Transferverhalten der Flamme und des Brenners mit Wärmefreisetzung. Der Mechanismus der Energieübertragung an die akustische Welle und der Einfluss von Brenner und Flamme darauf werden untersucht.

In Kapitel 10 werden die Ergebnisse zusammengefasst und ein Ausblick auf weiter gehende Arbeiten wird angegeben.

Kapitel 2

Klassifikation dynamischer Systeme

Gegenstand dieser Arbeit ist die Identifikation von akustischen und thermoakustischen *Elementen* auf Basis von Zeitreihen. Dies steht begrifflich zunächst im Widerspruch zur Literatur der Signalverarbeitung und Systemidentifikation, in der ganz allgemein von *Systemen* gesprochen wird. Der Begriff des Systems bezeichnet dort sowohl das komplexe Gesamtsystem (z.B. das Verbrennungssystem einer Gasturbine) als auch das einzelne Element (z.B. die Flamme).

In diesem Kapitel werden die Eigenschaften dynamischer Systeme allgemein eingeführt und die für die weitere Analyse relevanten Bereiche abgegrenzt. Eine Unterscheidung zwischen dem Begriff des Elements und des Systems wird hier noch nicht vorgenommen, da die im weiteren einzuführenden Eigenschaften auf beide Begriffe analog zutreffen.

2.1 Allgemeine Einordnung

Zeitabhängige Systeme lassen sich allgemein in zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Systeme einteilen. Für ein zeitkontinuierliches System liegen alle Variablen,

die das Verhalten oder die Eigenschaften des Systems definieren, zeitkontinuierlich vor. Zu jedem beliebigen Zeitpunkt ist der Zustand eines solchen Systems bekannt. Dies ist vor allem in der Analogtechnik der Fall.

Werden die Variablen in bestimmten zeitlichen Abständen Δt abgetastet oder durch einen zeitdiskreten Prozess erzeugt, entstehen zeitdiskrete Variablen. Diese zu den Zeitpunkten t vorliegenden Variablen definieren ein zeitdiskretes System. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich zeitdiskrete Systeme behandelt. Ein zeitdiskretes System ist mathematisch als eine Transformation \tilde{T} definiert, die eine Eingangsfolge (Signal) mit den Werten $s(t)$ auf eine Ausgangsfolge (Antwort) $r(t)$ abbildet [48]

$$r(t) = \tilde{T} \{s(t)\} . \quad (2.1)$$

Ein System wird als linear bezeichnet, wenn das Prinzip der Superposition anwendbar ist, es gilt

$$\tilde{T} \{s_1(t) + s_2(t)\} = \tilde{T} \{s_1(t)\} + \tilde{T} \{s_2(t)\} = r_1(t) + r_2(t) , \quad (2.2)$$

sowie

$$\tilde{T} \{as(t)\} = a\tilde{T} \{s(t)\} = ar(t) , \quad (2.3)$$

wobei a eine Konstante ist. Daraus folgt das Prinzip der Superposition

$$\tilde{T} \{as_1(t) + bs_2(t)\} = a\tilde{T} \{s_1(t)\} + b\tilde{T} \{s_2(t)\} , \quad (2.4)$$

für Konstanten a und b [48]. Diese Eigenschaft wird für alle in dieser Arbeit diskutierten Elemente vorausgesetzt. Für die vorliegende Arbeit wird für alle Fälle angenommen, dass die CFD Rechnung bei hinreichend kleiner Anregungsamplitude lineares Verhalten zeigt. Durch Vergleich der identifizierten Transfermatrizen bei unterschiedlicher Anregung wird dieser Aspekt in Kapitel 5.3.3 näher untersucht und bestätigt.

Eine weitere Eigenschaft von Systemen ist die Zeitinvarianz. Diese auch als Verschiebungsinvarianz bezeichnete Eigenschaft impliziert, dass bei einer Zeitverschiebung des Signals eine entsprechende Verschiebung der Antwort des Systems

folgt [48]

$$r(t - t_0) = f \{s(t - t_0)\} . \quad (2.5)$$

Die Antwort eines Systems auf ein Signal ist dann nicht abhängig von der absoluten Zeitskala [42]. Zeitinvarianz wurde in dieser Arbeit für zwei Beispielergebnisse nachgewiesen: eine ebene Welle in einem Kanal und eine plötzliche Flächenänderung zwischen zwei Kanälen (siehe Kapitel 6) wurden für eine große Anzahl von Zeitschritten (100000) simuliert. Für Abschnitte von jeweils 10000 Zeitschritten wurde die Transfermatrix des Elementes bestimmt, wobei das gleiche Ergebnis für alle Abschnitte resultierte.

Systeme können allgemein mit oder ohne Gedächtnis ausgestattet sein. Ein System wird als gedächtnislos bezeichnet, wenn die Antwort $r(t)$ nur vom Signal $s(t)$ bei gleichem t abhängt [48]

$$r(t) = f \{s(t)\} . \quad (2.6)$$

Ein Beispiel für ein solches System ist die in Kapitel 6 diskutierte plötzliche Flächenänderung zwischen zwei Kanälen.

Die meisten Elemente verfügen allerdings über ein Gedächtnis. Der Begriff der Kausalität ist dann eine wichtige Eigenschaft. Ein System ist kausal, wenn bei beliebiger Wahl von t_0 der Ausgangswert bei $t = t_0$ nur von den Signalwerten bei $t \leq t_0$ abhängt [48]

$$r(t_0) = f \{s(t_0, t_{0-1}, t_{0-2}, \dots)\} . \quad (2.7)$$

Des Weiteren ist der Begriff der Stabilität von Systemen von Bedeutung. Ein System heißt BIBO ¹ stabil, wenn jedes beschränkte Signal $s(t)$ eine beschränkte Antwort $r(t)$ nach sich zieht. Eine Folge $x(t)$ heißt beschränkt, wenn es einen festen, positiven und endlichen Wert B gibt, für den gilt [48]

$$|x(t)| \leq B < \infty . \quad (2.8)$$

¹BIBO: „bounded input - bounded output“

In dieser Arbeit werden für alle Untersuchungen breitbandig angeregte Systeme verwendet. Wie in Kapitel 5.3 näher diskutiert, ist dann die Stabilität des zu untersuchenden Systems eine notwendige Bedingung für die erfolgreiche Bereitstellung von Zeitreihen für die Systemidentifikation.

2.2 Lineare zeitinvariante Systeme

Eine wichtige Klasse von Systemen verbindet die Eigenschaft der Linearität und der Zeitinvarianz (LTI System). LTI Systeme bilden die Basis für alle weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit. Allgemein kann jede diskrete Folge $x(t)$, mit $t = \dots, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$, durch eine Einheitsimpulsfolge $\delta(t)$ beschrieben werden

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k)x(k), \quad (2.9)$$

wobei $k = \dots, 1, 2, 3, \dots$. Verbindet man dies mit dem Prinzip der Superposition nach Gl. (2.4) so erhält man

$$r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{T} \{ \delta(t - k) \} s(k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k(t)s(k), \quad (2.10)$$

wobei $h_k(t)$ sowohl von t als auch von k abhängt. Die Eigenschaft der Zeitinvarianz bedeutet, dass wenn $h(t)$ die Systemantwort auf $\delta(t)$ ist, dann ist auch $h(t - k)$ die Systemantwort auf $\delta(t - k)$. \mathbf{h} wird demnach auch als Einheitsimpulsantwort bezeichnet. Gl. (2.10) vereinfacht zu

$$r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - k)s(k). \quad (2.11)$$

Daraus folgt, dass ein lineares, zeitinvariantes System vollständig durch seine Einheitsimpulsantwort charakterisiert wird.

2.3 Verbindung von Zeit- und Frequenzbereich

Für die Analyse dynamischer Systeme ist neben der Darstellung im Zeitbereich besonders die Betrachtung im Frequenzbereich von Bedeutung. Die z -

Transformation von zeitdiskreten Signalen ist das Gegenstück zur Laplace-Transformation für zeitkontinuierliche Signale. Sie ist eine Verallgemeinerung der Fourier-Transformation, siehe auch [28, 31, 42, 48, 86].

2.3.1 Die z -Transformation

Die Fourier-Transformierte $\hat{H}(e^{i2\pi f})$ einer Folge $h(k)$ ist definiert als

$$\hat{H}(e^{i2\pi f}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-i2\pi f k}, \quad (2.12)$$

die z -Transformierte $H(z)$ einer Folge $h(k)$ dagegen durch

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)z^{-k}, \quad (2.13)$$

wobei z eine komplexe Variable ist [48]. Die z -Transformation läßt sich somit für $z = e^{i2\pi f}$ in die Fourier-Transformation überführen, was in dieser Arbeit für alle betrachteten Elemente geschieht.

Die in Gl. (2.13) eingeführte Form der z -Transformation wird auch als zwei-seitige oder bilaterale z -Transformation bezeichnet, die einseitige oder unilaterale Form ist definiert als

$$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)z^{-k}. \quad (2.14)$$

Liegt nun eine Folge endlicher Länge vor, für die $h(k)$ für die Parameter $0 < k \leq L$ ungleich Null ist, so gilt

$$H(z) = \sum_{k=0}^L h(k)z^{-k}. \quad (2.15)$$

Bei dieser Form der z -Transformation treten keine Konvergenzprobleme auf so lange jeder Term $|h(k)z^{-k}|$ endlich ist. Für eine Summe von endlichen Impulsen für $h(k)$ konvergiert die z -Transformation somit für $|z| > 0$. Deshalb müssen die der Systemidentifikation zugrunde liegenden Systeme BIBO-stabil sein.

Kapitel 3

Bestimmung des Transferverhaltens von akustischen Elementen auf Basis von Zeitreihen

Die Schätzung akustischer und thermo-akustischer Transferfunktionen und Transfermatrizen basiert auf der Kombination von zwei zunächst unabhängigen Prozessen, die einander nachgeschaltet sind. Im ersten Prozess werden Zeitreihen produziert, aus denen im zweiten Prozess das Transferverhalten extrahiert wird (Abbildung 3.1). In dieser Arbeit werden die Zeitreihen mit Hilfe von Computational Fluid Dynamics (CFD) erzeugt und in einem Postprozessor ausgewertet.

Im ersten Prozess wird ein System definiert, welches das zu charakterisierende Element enthält. Das System kann hierbei z.B. die Brennkammer einer Gasturbine sein und die Flamme das Element. Das System, und damit das zu identifizierende Element, wird dem Eingangssignal \mathbf{s} ausgesetzt, welches es zu einer Antwort \mathbf{r} (für Response) umformt (Abbildung 3.2). Das Signal \mathbf{s} muss so gewählt sein, dass die interessanten Eigenschaften des Elementes im relativen

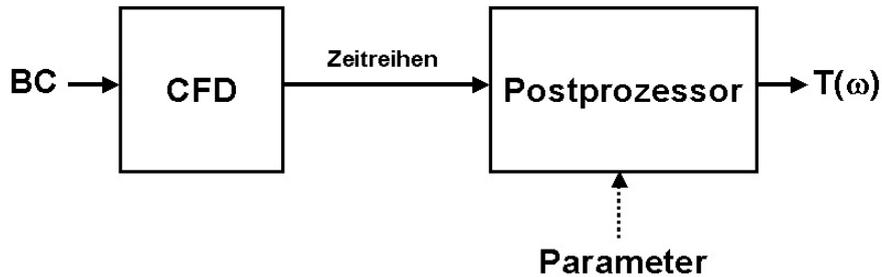


Abbildung 3.1: Kombination von CFD und Postprozessor (CFD/SI) zur Bestimmung der Transferfunktion/-matrix $\mathbf{T}(f)$.

Zusammenhang zwischen \mathbf{s} und \mathbf{r} erhalten bleiben. Die Herstellung des Zusammenhangs zwischen \mathbf{s} und \mathbf{r} , der erste Prozess, wird als Identifikationsexperiment [42] bezeichnet, siehe dazu Kapitel 5.

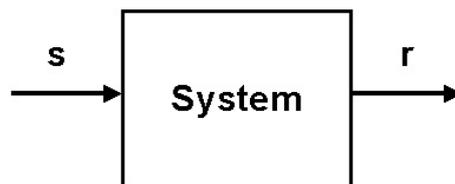


Abbildung 3.2: Signal und hervorgerufene Antwort eines Systems.

Im zweiten Prozess (Abbildung 3.1) werden die so bestimmten Zeitreihen für Signal \mathbf{s} und Antwort \mathbf{r} weiterverarbeitet, um das dynamische Verhalten des Elements, das Transferverhalten, zu erhalten. Dabei wird das dynamische Verhalten des Elementes vom Verhalten des Systems getrennt, was als Systemidentifikation bezeichnet wird [42].

Die Kombination von zeitabhängiger CFD Rechnung und anschließender Systemidentifikation wird im Folgenden als CFD/SI bezeichnet. Es wird zunächst der zweite Prozess, die Systemidentifikation, eingeführt, um dann die notwendigen Bedingungen für den ersten Prozess zu bestimmen.

3.1 Einführung in die Systemidentifikation

Das Gebiet der Systemidentifikation beschäftigt sich mit der Findung *mathematischer Modelle dynamischer Systeme* auf der Basis von *beobachteten Daten* aus dem System. Als dynamisches System bezeichnet man ein Objekt, in dem Variablen verschiedener Art interagieren und beobachtbare Reaktionen hervorrufen. Diese Reaktionen nennt man Antworten eines Systems [30, 31, 42]. Mit dem Begriff des Systems kann hierbei sowohl das Gesamtsystem als auch das einzelne Element gemeint sein.

Ein Modell ist als grundsätzliches Konzept der Interaktion von Variablen innerhalb eines Systems zu verstehen, es enthält Annahmen über das zu identifizierende System/Element. Die allgemeinste Unterscheidung von Modellen zur Systemidentifikation ist die Unterteilung in Gray und Black Boxes, wobei die physikalische Interpretation der Parameter des verwendeten Modells im Vordergrund steht.

3.2 Gray Box: Modelle mit physikalischer Relevanz

Gray Box Modelle sind Modelle mit anpassbaren Parametern, die eine physikalische Bedeutung haben [42]. Der Systemidentifikationsprozess dient dazu diese Parameter geeignet zu bestimmen.

Eines der häufigst verwendeten Modelle ist das Verzugszeitmodell. Wird ein Element durch eine einzelne Verzugszeit τ

$$r(t) = s(t - \tau), \quad (3.1)$$

mit der Transferfunktion

$$\mathbf{T}(f) = e^{-i2\pi f\tau} \quad (3.2)$$

approximiert, besteht der Systemidentifikationsprozess aus der Schätzung der Verzugszeit. Eine Erweiterung stellt das $n - \tau$ Flammenmodell dar [11]

$$\mathbf{T}(f) = 1 + ne^{-i2\pi f\tau} . \quad (3.3)$$

Es basiert auf der Annahme, dass das Transferverhalten einer Flamme durch einen Interaktionsindex n der Flamme und dem Zeitverzug τ hinreichend bestimmt wird [11].

Beide Modelle werden sowohl für die Identifikation [79] als auch zur Interpretation [38] des Transferverhaltens verwendet. Hierbei darf allerdings die physikalische Relevanz der Parameter nicht a priori vorausgesetzt werden (Abbildung 3.3). Das angenommene Element ist durch zwei Zeitverzüge definiert, nach z -

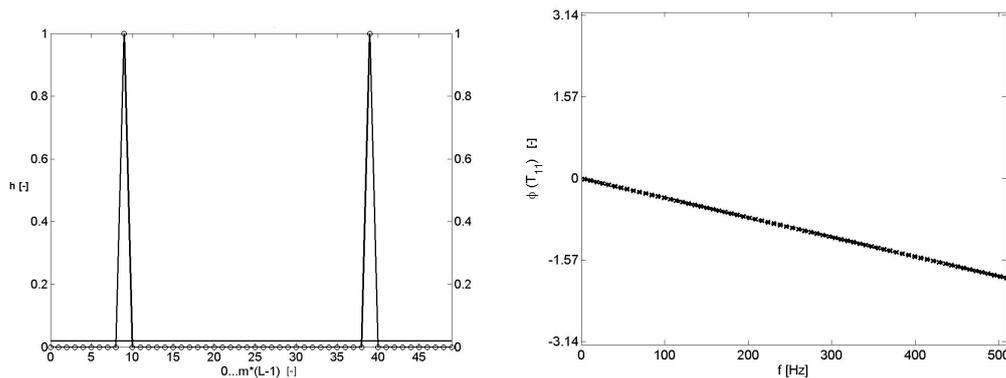


Abbildung 3.3: Angenommene Einheitsimpulsantwort (links) und Phase der resultierenden Transferfunktion (rechts).

Transformation folgt die Phase der Transferfunktion. Erfolgt eine auf Gl. (3.2) basierende Systemidentifikation des Elementes, wird ein einzelner Zeitverzug τ interpretiert, der gerade dem Mittelwert der beiden Zeitverzüge entspricht. Dieser Zeitverzug hat keine physikalische Relevanz, was in Kapitel 8 für die Interpretation des Flammentransferverhaltens wichtig ist.

Gray Box Modelle haben den Vorteil, dass zusätzlich zur identifizierten Transferfunktion/-matrix auch die Physik des Elements quantifiziert wird. Bei

ungenauen Informationen können Gray Box Modelle aber zu ungenügender Qualität der Identifikationsergebnisse bzw. zu falschen Schlüssen über die physikalischen Zusammenhänge führen. Für unbekannte Elemente sollte somit von der Verwendung von Gray Box Modellen für die Systemidentifikation abgesehen werden.

3.3 Black Box: Modelle ohne physikalische Relevanz

Soll ein gewähltes Modell möglichst allgemeingültig für viele Elemente nutzbar sein, z.B. um die physikalischen Zusammenhänge erst noch zu untersuchen, ist die Verwendung von Black Box Modellen vorzuziehen. Einer Black Box liegt nicht die Annahme eines physikalischen Modells zugrunde, vielmehr wird allgemeiner der Zusammenhang zwischen Signal und Antwort eines Elementes auf Prozessebene modelliert.

Für lineare, zeitinvariante Elemente ist das ARX Modell eines der häufigst verwendeten Black Box Modelle [42]

$$r(t) + \sum_{i=1}^{n_a} a_i r(t-i) = \sum_{j=1}^{n_b} b_j s(t-j) + \sum_{j=1}^{n_c} e(t-j). \quad (3.4)$$

Die Bezeichnung AR zielt auf den autoregressiven Anteil $\sum_{i=1}^{n_a} a_i r(t-i)$ ab, X kennzeichnet den externen Eingang $\sum_{j=1}^{n_b} b_j s(t-j)$ und $\sum_{j=1}^{n_c} e(t-j)$ modelliert den Gleichungsfehler [42]. Zu dieser linearen Differenzgleichung existieren zahlreiche Modifikationen bzw. Erweiterungen für spezielle Anwendungen. Ist das Modell ausgewählt besteht die eigentliche Systemidentifikation darin, die Parameter geeignet zu schätzen. Auch hierfür sind wiederum zahlreiche Methoden verfügbar, siehe [42].

In der vorliegenden Arbeit wird auf den Spezialfall mit $n_a = n_c = 0$ zurückgegriffen. Die resultierende Black Box, auch „Finite Impulse Response“ (FIR)

genannt [42]

$$r(t) = \sum_{\tau=1}^L h(\tau)s(t - \tau), \quad (3.5)$$

zeichnet sich durch mathematische Robustheit und die Möglichkeit der effizienten Schätzung der Parameter aus. Der Nachteil des Modells besteht in der z.T. hohen Anzahl der benötigten Parameter [42]. Gl.(3.5) gibt die kausale Form der Gleichung an, die nichtkausale Form lautet dagegen

$$r(t) = \sum_{\tau=-L}^L h(\tau)s(t - \tau). \quad (3.6)$$

Kapitel 4

Die Wiener-Hopf Gleichung

Für die Identifikation linearer zeitinvarianter Systeme ist eine große Zahl von Methoden verfügbar [30, 42]. Die auf der Wiener-Hopf Gleichung basierende Methode nimmt dabei eine Sonderstellung ein. Es kann gezeigt werden, dass bei der Verwendung dieser Gleichung der Schätzfehler minimiert wird. Oft wird sie deshalb auch als „optimal least square estimator“ bezeichnet [31]. Wiener und Hopf lieferten die erste geschlossene Lösung der Gleichung, basierend auf einer nach ihnen benannten Faktorisierungstechnik [31, 84].

$$R_{sr}(t-l) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t-k) R_{ss}(k-l). \quad (4.1)$$

Als kompakte Darstellung findet sich häufig die Form

$$\mathbf{c} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{h}, \quad (4.2)$$

wobei $\mathbf{\Gamma}$ die Autokorrelationsmatrix, \mathbf{c} den Kreuzkorrelationsvektor und \mathbf{h} den Vektor der Einheitimpulsantwort bezeichnet.

4.1 Die Autokorrelationsmatrix

Für diskrete, stationäre Zufallsprozesse findet in der Wiener-Hopf Gleichung die erwartungstreue Form der Autokorrelationsmatrix Verwendung [30]

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{N - L + 1} \sum_{k=L}^N s(k - i + 1)s(k - j + 1), \quad (4.3)$$

L ist die Filterordnung und $i, j = 1, 2, 3, \dots, L$. Für die grundlegenden Eigenschaften der Autokorrelation, siehe Anhang C.

Um die Autokorrelationsmatrix Γ_{ij} interpretieren zu können, ist die statistische Signifikanz sicherzustellen. Der Wert von Γ muss dafür die Schwelle zu weißem Rauschen überschreiten. Für $N < \infty$ und einer Wahrscheinlichkeit von 95% ergibt sich ein Vertrauensintervall VI , außerhalb dessen Γ Signifikanz besitzt [7]

$$VI = \pm \frac{1,96}{\sqrt{N}}. \quad (4.4)$$

Die Koeffizienten der Autokorrelationsmatrix

Die Autokorrelation wird in dieser Arbeit für SISO¹-Elemente gemäß Gl. (4.3) geschätzt. Für die Erweiterung auf mehrere Signale \mathbf{s} und Antworten \mathbf{r} , gemäß des allgemeineren MIMO²-Elementes, folgt für die Autokorrelationsmatrix und die Signale x und y

$$\Gamma_{ij}^{xy} = \frac{1}{N - L + 1} \sum_{k=L-1}^{N-1} s_x(k - i)s_y(k - j), \quad (4.5)$$

mit $i, j = 0, 1, 2, \dots, L - 1$. Dies führt, in Abhängigkeit von der Anzahl der Signale und Antworten, zu einer Matrix der Form

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1) & \mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) & \cdots \\ \mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) & \mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_2) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

¹SISO: Single Input- Single Output

²MIMO: Multi Input - Multi Output

In dieser Matrix sind nur die Elemente der Hauptdiagonalen ($\mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_i)$, $i = 1, 2, \dots$) als Autokorrelation zu interpretieren. Sie weisen zum Teil Maxima in sehr unterschiedlichen Größenordnungen auf. Dies lässt sich aus der verwendeten Form der Autokorrelation erklären. In Gl. (4.5) wird nur mit der Anzahl der Datenpunkte normiert. Der Wert des Maximums hängt deshalb von der Beschaffenheit des Signals selbst ab und kann zwischen den einzelnen Koeffizienten z.T. stark abweichen. Im Falle eines periodischen Signals wird das Maximum z.B. durch die Amplitude des Signals vorgegeben.

Typischerweise unterscheiden sich die Elemente der Nebendiagonalen ($\mathbf{\Gamma}(\mathbf{s}_x, \mathbf{s}_y)$ mit $x \neq y$) signifikant von denen der Hauptdiagonalen [87]. Diese Elemente werden als Autokorrelation bezeichnet, weil die Korrelation zwischen Signalen gebildet wird. Eine Autokorrelation bezeichnet aber eigentlich die Korrelation eines Signals mit sich selbst, was für die Nebendiagonalen nicht geschieht, es handelt sich um Kreuzkorrelationen.

4.2 Der Kreuzkorrelationsvektor

Für die numerische Umsetzung in der Wiener-Hopf Gleichung für diskrete Zufallsprozesse findet folgende Form der Kreuzkorrelation Verwendung

$$\mathbf{c}_{sr,i} = \frac{1}{N - L + 1} \sum_{k=L}^N r(k)s(k - i + 1) \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (4.7)$$

Die Zeitverschiebung k ist direkt dem Zeitverzug τ zwischen den Zeitreihen gleichzusetzen. \mathbf{c}_{sr} wird in dieser Arbeit im Weiteren mit \mathbf{c} abgekürzt. Für die grundlegenden Eigenschaften der Kreuzkorrelation, siehe Anhang D. Eine Interpretation der Kreuzkorrelation setzt für $N < \infty$ ein Vertrauensintervall VI voraus, Gl. (4.4) ist deshalb auch für die Interpretation der Kreuzkorrelation zu beachten.

Abbildung 4.1(links) zeigt ein Beispiel für die Kreuzkorrelation zweier periodischer Signale mit $\tau = x\Delta t$. Der periodische Anteil der Signale dominiert die Darstellung, der Zeitverzug zwischen \mathbf{s} und \mathbf{r} ist nicht zu erkennen. Zusätzlich

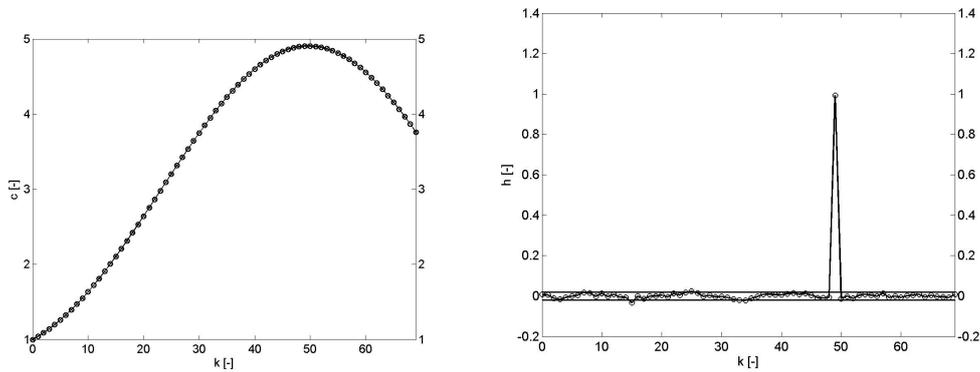


Abbildung 4.1: Kreuzkorrelation(links) und Einheitsimpulsantwort(rechts) von Signal \mathbf{s} und \mathbf{r} mit $r(t) = s(t - \tau)$ und $\tau = x\Delta t$ bei $N = 10000$ und $x \in N$.

bestimmt die Amplitude der Signale die Größe der Kreuzkorrelation, was eine Interpretation zusätzlich erschwert. Um eine solche Kreuzkorrelation interpretieren zu können, muss sie zunächst geweißt³ werden [83], was z.B. durch die Verwendung der Wiener-Hopf Gleichung geschieht. Die Einheitsimpulsantwort (Abbildung 4.1(rechts)) entspricht der geweißten Kreuzkorrelation. In Abbildung 4.1 ist der Spezialfall $\tau = x\Delta t$ gezeigt. Die Einheitsimpulsantwort hat dann einen einzelnen Eintrag, der dem Zeitverzug zwischen den Signalen entspricht.

Abbildung 4.2 zeigt (analog Abbildung 4.1) \mathbf{c} und \mathbf{h} aber mit $\tau \neq x\Delta t$. Ist τ kein ganzzahliges Vielfaches von Δt , so bildet der Zeitverzug eine diskrete Verteilung (Abbildung 4.2 rechts). Wie schon in Kapitel 3 diskutiert ist die minimale Ordnung des Filters in diesem Fall durch die Weite der Verzugszeitverteilung bestimmt [60].

Weiterhin ist zu erkennen, dass für $\tau \neq x\Delta t$ das Vertrauensintervall z.T. für Bereiche überschritten wird an denen kein Zeitverzug zwischen $s(t)$ und $r(t)$ vorliegt. Auch kommt es am Rande der Verzugszeitverteilung zu Überschwingern.

³nach engl. „whitening“, was die Entfernung evtl. periodischer Anteile aus einer Korrelation bezeichnet

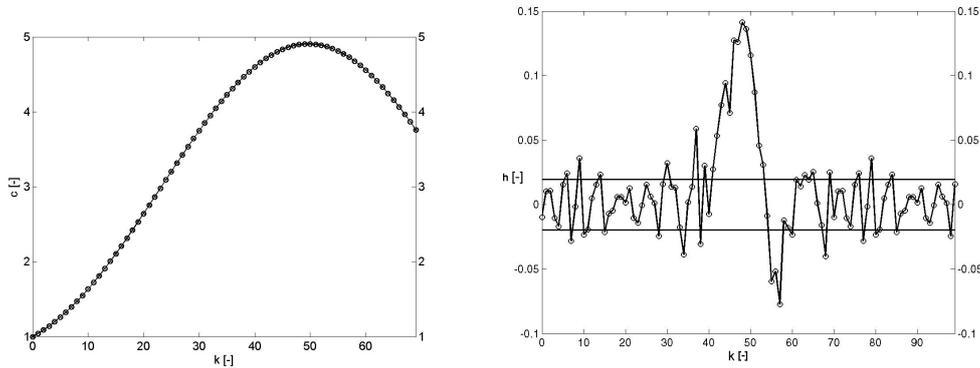


Abbildung 4.2: Kreuzkorrelation(links) und Einheitsimpulsantwort(rechts) von Signal \mathbf{s} und \mathbf{r} mit $r(t) = s(t - \tau)$ und $\tau \neq x\Delta t$ bei $N = 10000$ und $x \in N$.

4.3 Ordnungsreduktion

Für die in dieser Arbeit untersuchten Elemente sind für die erfolgreiche Identifikation zum Teil große Filterlängen L nötig. Dies führt zu einer schlecht konditionierten Autokorrelationsmatrix. Es wird deshalb der Ordnungsreduktionsfaktor m eingeführt, was zu $\mathbf{\Gamma}$ und \mathbf{c} der folgenden Form führt

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{N - Lm + 1} \sum_{k=Lm}^N s(k - mi + 1)s(k - mj + 1), \quad (4.8)$$

$$c(i) = \frac{1}{N - Lm + 1} \sum_{k=Lm}^N r(k)s(k - mi + 1) \quad i, j = 1, 2, \dots, L. \quad (4.9)$$

4.4 Filterordnung

Für die Systemidentifikation mit der Wiener-Hopf Gleichung ist die Vorgabe der Filterordnung L und des Ordnungsreduktionsfaktors m notwendig. Abbildung 4.3 zeigt Betrag und Phase des ersten Koeffizienten der Transfermatrix einer ebenen Welle für zwei Werte von L . Ein Kanal von 1 m Länge und unendlicher Ausdehnung quer zur Strömungsrichtung wird dazu in Fluent simuliert und mit weißem Rauschen angeregt ($\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-5}$ sec). Die Schallgeschwindigkeit

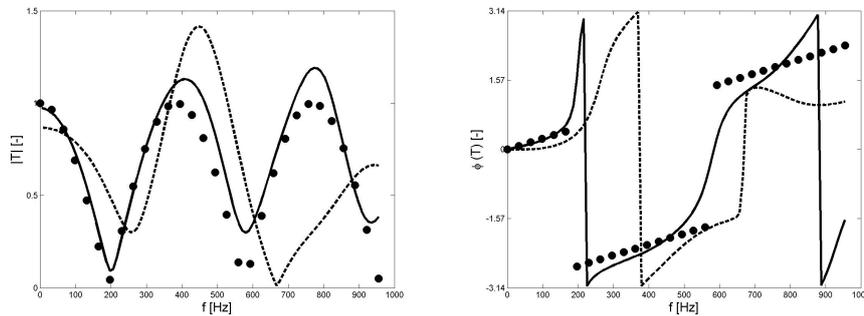


Abbildung 4.3: Erster Koeffizient der Transfermatrix der ebenen Welle. Vergleich zwischen analytischer Lösung (\bullet), CFD/SI für $L = 55$ (—) und $L = 30$ (- -). Betrag(links) und Phase(rechts).

beträgt $c = 340$ m/s, der Abstand der Exportebenen ist $\Delta x = 0,4$ m. Das Element Ebene Welle ist durch einen einzelnen Zeitverzug beschreibbar, was mit Δx , Δt und c zu einer Laufzeit der Welle zwischen den Exportebenen von $\tau = 1,2$ ms führt. Es ist zu erkennen, dass die Wahl des Parameters L einen großen Einfluss auf das Ergebnis des Identifikationsprozesses bei sonst gleichen Bedingungen hat. Obwohl nicht gezeigt, ergibt eine Variation des Parameters m eine ähnliche Abhängigkeit. Mit $L = 30$ und $m = 1$ können nur Verzugszeiten bis $30\Delta t \approx 0,75$ ms identifiziert werden, mit $L = 55$ und $m = 1$ dagegen bis $1,37$ ms. Die gewählte Filterlänge schließt für $L = 30$ also die Laufzeit der ebenen Welle nicht ein, was zu einem fehlerhaften Ergebnis führt. L und m sind deshalb geeignet zu bestimmen um ein gutes Identifikationsergebnis zu erzielen.

4.4.1 Die Existenz der optimalen Filterparameter

Die Filterordnung L ist äquivalent der Anzahl der Parameter innerhalb des Vektors der Einheitsimpulsantwort \mathbf{h} (Gl. (4.2)). Der Ordnungsreduktionsfaktor m hingegen bestimmt das Zeitinkrement des Identifikationsprozesses

$$dt \equiv m\Delta t. \quad (4.10)$$

L und dt definieren wiederum das Gedächtnis τ_{MEM} des gewählten Filters (Abbildung 4.4)

$$\tau_{MEM} = (L - 1)dt . \quad (4.11)$$

Auf der unteren Skala ist die Diskretisierung einer beliebigen Zeitreihe, beginnend

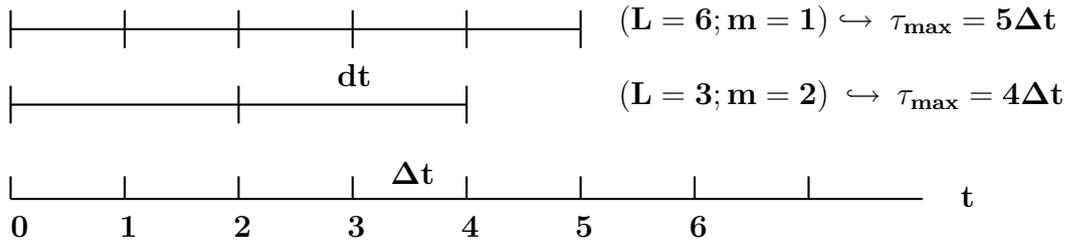


Abbildung 4.4: Zusammenhang zwischen L , m und τ_{max} des verwendeten Filters.

mit einem Zeitpunkt Null, dargestellt. Die Anzahl der Zeitschritte mit Abstand Δt ist nummeriert. Relativ dazu sind zwei Filter mit $L = 6 / m = 1$ (oben) und $L = 3 / m = 2$ (Mitte) gezeigt.

Bei der Systemidentifikation mit der Wiener-Hopf Gleichung müssen drei grundlegende Bedingungen erfüllt sein:

1. der Zeitschritt Δt muss kleiner gewählt werden als der minimale Zeitverzug τ_{min} des Elements. In CFD Rechnungen ist der Zeitschritt aber meist wesentlich kleiner als τ_{min} . Der Grund dafür kann z.B. die Genauigkeit einer CFD Rechnung sein. Für die vorliegende Arbeit ist diese Bedingung daher immer erfüllt.
2. Das Gedächtnis des Filters (Gl. (4.11)) muss größer als der größte bestimmende Zeitverzug τ_{max} des Elements gewählt werden. Bei $\tau_{MEM} < \tau_{max}$ wird der bestimmende Zeitverzug des Elementes mit dem verwendeten Filter nicht berücksichtigt. Der Fehler bei der Identifikation der Koeffizienten von \mathbf{h} steigt mit sinkendem τ_{MEM} stark an.

3. Das Gedächtnis des Filters τ_{MEM} darf nicht viel größer als τ_{max} des Elements gewählt werden. Ein Filter mit $\tau_{MEM} \gg \tau_{max}$ verringert seine rauschunterdrückenden Eigenschaften [42]. Der Fehler bei der Identifikation der Koeffizienten von \mathbf{h} ist dann dem unkorrelierten systemimmanenten Rauschen direkt proportional.

Allerdings kommt es bei der Systemidentifikation thermo-akustischer Systeme häufig vor, dass der Zeitschritt der Datenreihe Δt viel kleiner ist als τ_{min} (Punkt 1). Oft wird dann nur jeder $p - te$ Zeitschritt verwendet, die Datenmenge wird reduziert, was auch als „resampling“ bezeichnet wird. Die Folge ist ein Informationsverlust, denn ein Teil der Daten wird nicht berücksichtigt. Ein weiterer Nachteil des „resampling“ ist das mögliche Auftreten des sogenannten „Aliasing“ [27]. Dieses Phänomen hat allerdings für die vorliegende Arbeit keine Bedeutung, weil die relevanten Frequenzen weit unterhalb der Nyquist-Frequenz verbleiben (siehe Abschnitt 4.4.2). Mit der Einführung des Ordnungsreduktionsfaktors m wird dieses Problem umgangen, weil bei Verwendung aller Daten nur der Abstand der Koeffizienten des Einheitsimpulsvektors um m vergrößert wird. Für die Einführung von m muss allerdings die mit Punkt 1 angeführte Bedingung modifiziert werden, es gilt nun

$$m\Delta t = dt < \tau_{min} . \quad (4.12)$$

Nimmt man also ein fixes Δt an, existiert nach Gl. (4.10), Gl. (4.11) und Gl. (4.12), sowie unter Erfüllung der Bedingungen unter Punkt 2 und 3, ein Optimum für die Wahl von L und m . Als Folge daraus sollte eine Kombination von L und m gefunden werden, für welche $\tau_{MEM} > \tau_{max}$ gilt, aber $\tau_{MEM} \gg \tau_{max}$ vermieden wird.

4.4.2 Einschränkende Bedingungen

Die Transferfunktion eines Elementes wird mit der z -Transformation (Gl. (2.13)) aus der Einheitimpulsantwort \mathbf{h} berechnet. Die Einheitsimpulsantwort kann des-

halb als Koeffizientenvektor der Fourier Reihe interpretiert werden. Zwar weist die verwendete Zeitreihe den Zeitschritt Δt auf, die maximal identifizierbare Frequenz wird aber durch $dt = m\Delta t$ definiert. So gilt auch für die Einheitsimpulsantwort das Nyquist-Kriterium

$$f_{max} = \frac{1}{2dt}, \quad (4.13)$$

welches die maximal repräsentierbare Frequenz f_{max} einer Zeitreihe angibt. Es folgt die Bedingung für die Identifikation eines Elementes im Frequenzbereich

$$m_{max} = \frac{1}{2f_{max,gew}\Delta t}, \quad (4.14)$$

wobei $f_{max,gew}$ die gewählte maximale Frequenz ist, bis zu der das Transferverhalten des Elementes bestimmt werden soll.

Weiterhin ist davon auszugehen, dass die bestimmende Zeitkonstante τ eines Elementes kein ganzzahliges Vielfaches von Δt ist. Somit kann auch die geeignete Abtastfrequenz nur geschätzt werden. In einem solchen Fall erhöht sich der geforderte Wert für τ_{MEM} des Filters und damit auch der geforderte Wert für $(L \cdot m)$ [60]. Das Ausmaß dieser Erhöhung ist zumeist unbekannt. Die optimalen Werte für Filterordnung L und Ordnungsreduktionsfaktor m können somit nicht für alle Fälle a priori bestimmt werden.

4.4.3 Schätzung der Größenordnung der Parameter der Wiener-Hopf Gleichung

Wie in Kapitel 4.4.1 erwähnt, darf τ_{MEM} nicht kleiner und nicht wesentlich größer als der größte bestimmende Zeitverzug τ_{max} des Elements sein. Darauf aufbauend lässt sich τ_{max} und damit das optimale $\tau_{MEM,opt}$ des Filters a priori mit Hilfe der Laufzeit der Welle durch das Element schätzen

$$\tau_{MEM,opt} \approx \frac{\Delta x}{U}, \quad (4.15)$$

wobei Δx den axialen Abstand der gewählten Signal- und Antwortebene angibt. U ist die bestimmende Geschwindigkeit zwischen Signal und Antwort. Für Ele-

mente, welche durch akustische Größen bestimmt sind (z.B. der Flächensprung), ist dies die Schallgeschwindigkeit c , für konvektiv bestimmte Elemente (z.B. die Flamme) findet die Konvektionsgeschwindigkeit Verwendung.

Für die Wahl von L und m ergibt sich unter Verwendung von Gl. (4.11)

$$L \cdot m \approx \frac{\Delta x}{U \Delta t}. \quad (4.16)$$

m kann zwischen 1 und m_{max} (Gl. (4.14)) variieren und ist zunächst nicht eindeutig definiert. Die Erfahrung hat gezeigt, dass $m = 1$ ein akzeptabler Wert ist. Dies bedeutet allerdings zum Teil einen erheblichen numerischen Aufwand.

Eine Parameterschätzung dieser Art liefert für Elemente wie die ebene Welle oder den Flächensprung hinreichend genaue Ergebnisse. Ist aber die Zeitkonstante des zu bestimmenden Elementes nicht eindeutig bestimmbar, was bei Schwankung der Elementausdehnung der Fall ist (z.B. Element Flamme), ist eine genauere Methode zur Schätzung von L und m erforderlich.

4.4.4 Allgemeine Schätzung der Parameter der Wiener-Hopf Gleichung

Für die allgemeine Schätzung der optimalen Werte der Parameter L und m wird auf den in Abschnitt 4.4.1 eingeführten Bedingungen aufgebaut. Ist $\tau_{MEM} < \tau_{max}$ steigt der Identifikationsfehler mit sinkendem τ_{MEM} stark an, bei $\tau_{MEM} \gg \tau_{max}$ steigt der Fehler weniger stark mit τ_{MEM} . Daraus lässt sich eine Vorgehensweise zur Schätzung der optimalen Filterparameter angeben.

Hierfür wird zunächst L ($m = 1$) unter Verwendung z.B. von Gl. (4.15) geschätzt. Um den resultierenden Wert L_{Sch} ist dann eine Parametervariation durchzuführen und jeweils die Transferfunktion / -matrix zu schätzen

$$L_{sch,i} \approx 0,5 L_{sch} \cdots 2 L_{sch} \quad (i = 1, \dots, n). \quad (4.17)$$

Die Variation des Parameters L führt wie in Gl. (4.17) angegeben zu einer Schar von n Transferfunktionen. Auf Basis dieser Schar von Funktionen wird die

mittlere quadratische Abweichung zwischen einem angenommenen Optimum und den restlichen Transferfunktionen bestimmt

$$\bar{\Delta}(L_{sch,i}) = \sum_f \frac{(\mathbf{T}(f, L_{sch,i}) - \mathbf{T}(f)_{opt,sch})^2}{(\mathbf{T}(f)_{opt,sch})^2} \quad (4.18)$$

und grafisch dargestellt. Es ergibt sich ein Maß für die Abweichung der Transferfunktionen von diesem zunächst beliebig gewählten Optimum $\mathbf{T}(f)_{opt,sch}$. Dann

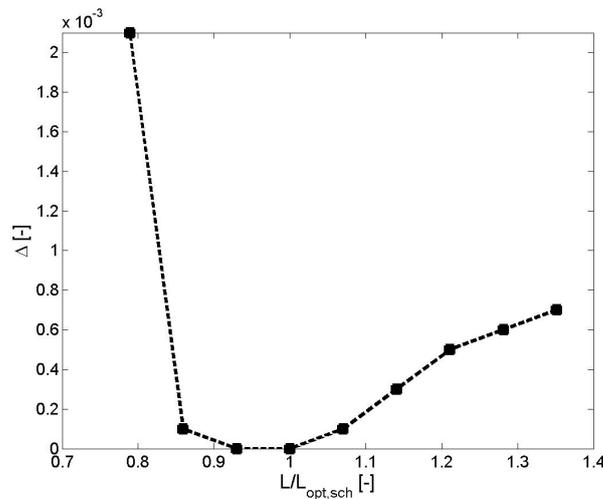


Abbildung 4.5: Formfunktion zur Suche von L_{opt} am Beispiel der Transferfunktion der Flamme (kompressibel, $T_{Wand} = 300$ K).

variiert man das gewählte Optimum bis man die in Abbildung 4.5 dargestellte Formfunktion erhält. $L < L_{opt}$ lässt $\bar{\Delta}$ stark ansteigen, wohingegen $L > L_{opt}$ nur einen moderaten Anstieg hervorruft. Aus den n Transferfunktionen (Gl. 4.17) wird so mit Hilfe der Formfunktion die mit dem optimalen L erzeugte ausgewählt. Mit Hilfe dieser Vorschrift kann L_{opt} ohne Kenntnis von τ_{max} bestimmt werden: $L_{opt,sch}$ wird variiert bis die resultierende Funktion Abbildung 4.5 entspricht (es folgt dann $L_{opt,sch} = L_{opt}$). Zu beachten ist allerdings das bisher die Annahme $m = 1$ verwendet wird.

Die relative quadratische Abweichung der resultierenden Transfermatrix bzw. Transferfunktion \mathbf{T} sollte von gleicher Größenordnung auch für $m = 1$ und m_{opt}

sein. Damit sind Werte für m , die eine starke relative quadratische Abweichung des resultierenden \mathbf{T} nach sich ziehen, nicht zulässig.

Zunächst wird eine Parametervariation analog zu Gl. (4.17) durchgeführt

$$m_{sch,i} = 1 \cdots \frac{1}{2f_{max,gew}\Delta t} \quad (i = 1, \dots, m_{max}), \quad (4.19)$$

$f_{max,gew}$ ist die gewählte maximale Frequenz. Weil $L_{opt}(m = 1)$ nun bereits bekannt ist, wird die relative Abweichung für $m > 1$ analog Gl. (4.18) berechnet

$$\bar{\Delta}(m_{sch,i}) = \sum_f \frac{(\mathbf{T}(f, L_{opt}, m_{sch,i}) - \mathbf{T}(f, L_{opt}, m = 1))^2}{(\mathbf{T}(f, L_{opt}, m = 1))^2}. \quad (4.20)$$

Um τ_{MEM} des Filters nicht zu ändern, muss dabei L dem neuen Wert von m angepasst werden

$$L_{opt,m>1} \approx \frac{L_{opt,m=1}}{m}. \quad (4.21)$$

Es entsteht eine Schar von m Formfunktionen, was in Abbildung 4.6 dargestellt ist. Es ist zu erkennen, dass alle Formfunktionen bis $m = 6$ einen ähnlichen

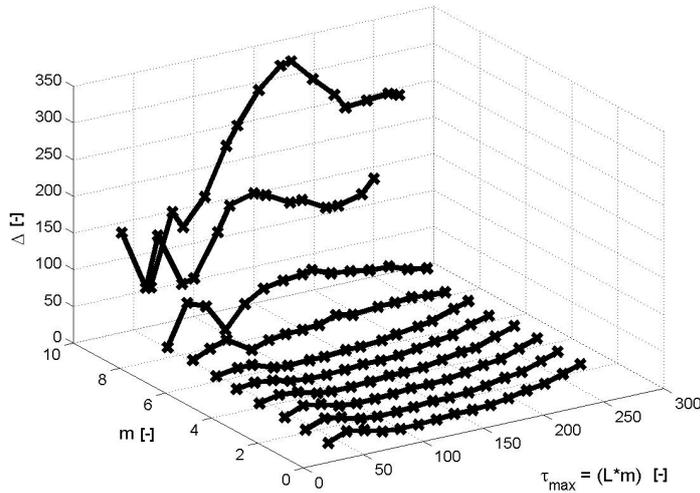


Abbildung 4.6: Relative quadratische Änderung der Transfermatrix der Flamme unter Variation von L und m .

Verlauf aufweisen. Ab $m = 7$ steigt die Abweichung deutlich an, und der Verlauf

der Funktion über L ändert sich stark. Auch entspricht die Funktion nicht mehr Abbildung 4.5. m_{opt} wird in diesem Fall somit gleich sechs gewählt.

4.5 Robustheit des Identifikationsprozesses

Die Methode der Formfunktion wird nun anhand der in dieser Arbeit untersuchten Fälle validiert. Dafür werden L und m zunächst für CFD/SI mit der Methode der Formfunktion geschätzt, was zu (L^*, m^*) führt. Der Unterschied zwischen \mathbf{T}^* und \mathbf{T}_{ref} beinhaltet aber nicht nur den Einfluss der Schätzung von L^* und m^* . Bei einem Vergleich von \mathbf{T}^* und \mathbf{T}_{ref} würde u.a. die Genauigkeit der CFD Rechnung mitbewertet. Um allein die Schätzung der Parameter zu bewerten, werden L und m so angepasst, dass $\mathbf{T}_{CFD/SI}$ und \mathbf{T}_{ref} möglichst gut übereinstimmen (Gl. (4.23) wird minimiert). Diese L und m bezeichnen wir im Folgenden als L_{opt} und m_{opt} . Die normierte mittlere quadratische Abweichung Δ_n unter Verwendung von L^* und m^* an Stelle von L_{opt} und m_{opt} wird dann berechnet

$$\Delta_n \equiv \left(1 - \frac{\bar{\Delta}(L^*, m^*)}{\bar{\Delta}(L_{opt}, m_{opt})} \right) * 100, \quad (4.22)$$

wobei gilt

$$\bar{\Delta}(L, m) = \sum_{ij} \sum_f \frac{(\mathbf{T}_{ij}(f, L, m) - \mathbf{T}_{ij}(f)_{ref})^2}{(\mathbf{T}_{ij}(f))_{ref}^2}. \quad (4.23)$$

Δ_n gibt so einen relativen Bezug zwischen (L^*, m^*) und (L_{opt}, m_{opt}) an, für $L^* = L_{opt}$ und $m^* = m_{opt}$ folgt $\Delta_n = 0\%$.

Bei dieser Vorgehensweise wird zum Einen vorausgesetzt, dass \mathbf{T}_{ref} wirklich das „wahre“ Ergebnis darstellt. Dies ist nicht unbedingt der Fall (z.B. durch Messungenauigkeiten). Zum Anderen ist es bei einer Anpassung von $\mathbf{T}_{CFD/SI}$ an \mathbf{T}_{ref} möglich, dass sich verschiedene Ursachen einer Abweichung aufheben. (L_{ref}, m_{ref}) geben die größtmögliche Übereinstimmung zwischen Vergleichsergebnis und CFD/SI (auf Basis der verwendeten Zeitreihen) an. Δ_n ist deshalb ein Richtwert für eine Abweichung von $\mathbf{T}_{CFD/SI}$ zu \mathbf{T}_{ref} , nicht aber ein „Schätzfehler“ o.Ä.

In Tabelle 4.1 sind die Referenzergebnisse T_{ref} für die betrachteten Fälle dargestellt.

Fall	\mathbf{T}_{ref}
Flächensprung	Messung Fischer [20] → Abbildung 6.2
Transferfunktion Flamme	Messung Kunze [38] → Abbildung 8.4
Transfermatrix Brenner & Flamme	FEM - Hybridmodell → Abbildung 9.4

Tabelle 4.1: Verwendete Referenzergebnisse zur Berechnung von L_{opt} und m_{opt} .

Tabelle 4.2 zeigt, dass die Parameter L^* und m^* in der Größenordnung von L_{opt} und m_{opt} vorhersagt werden. Nur für die Transfermatrix von Brenner &

Fall	$L^*[-]$	$L_{opt}[-]$	$m^*[-]$	$m_{opt}[-]$	$\Delta_n[\%]$
Flächensprung pu - Darstellung(nicht kausal)	12	17	1	1	0,4
Transferfunktion Flamme	36	36	18	18	0
Transfermatrix Brenner+Flamme pu - Darstellung(nicht kausal)	28	33	5	5	23

Tabelle 4.2: Anwendung der Methode der Formfunktion.

Flamme ist Δ_n vergleichsweise groß. Abbildung 4.7 zeigt beispielhaft den Betrag der Transfermatrix von Brenner und Flamme für $L = 28$ und $m = 5$ sowie für $L = 33$, $m = 5$. Es ist zu erkennen, dass die Abweichung trotz des großen Δ_n als eher gering einzuschätzen ist (Vergleich Abbildung 9.4).

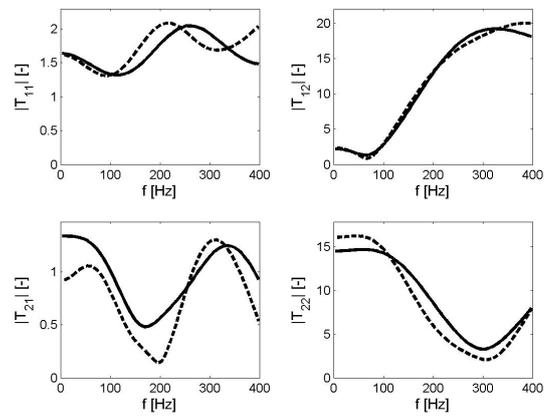


Abbildung 4.7: Betrag der Transfermatrix von Brenner und Flamme. $L = 28$,
 $m = 5$ (—), $L = 33$, $m = 5$ (- -).

Kapitel 5

Bereitstellung von Zeitreihen mit CFD

Die Identifikation dynamischer Systeme setzt die Durchführung eines Identifikationsexperiments voraus [42]. Das Resultat dieses „Experiments“ sind Zeitreihen, auf deren Basis die Schätzung der Transfermatrix/-funktion durchgeführt wird.

Das Identifikationsexperiment kann grundsätzlich sehr vielfältig definiert sein. Laboruntersuchungen eines Systems zur Messung der bestimmenden Größen konnten zu diesem Zweck erfolgreich eingesetzt werden [20, 38, 73]. Auch Finite Elemente Methoden (FEM) wurden verwendet [50, 51].

Der in dieser Arbeit untersuchte Ansatz ist die Nutzung von „Computational Fluid Dynamics (CFD)“. CFD basiert auf der Lösung der Navier-Stokes Gleichungen bzw. deren Ableitungen (z.B. der Euler Gleichungen) für das Modell eines fluidmechanischen Systems [55, 67]. Dabei werden akustische Wellen direkt durch die Gleichungen repräsentiert, Effekte wie Verbrennung werden durch zusätzliche Modelle approximiert.

Für eine Vertiefung der Grundlagen von CFD und der verwendeten Methoden siehe z.B. Patankar [55] oder Ferziger und Peric [19].

5.1 Einführung in Computational Fluid Dynamics (CFD)

Turbulente Strömungen werden allgemein mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (5.1)$$

und den Navier-Stokes Gleichungen

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (5.2)$$

beschrieben (mit $i, j = 1, 2, 3$) [67]. Eine geschlossene Lösung der Navier-Stokes Gleichungen ist bisher nur für Spezialfälle gelungen, und es ist grundsätzlich fraglich ob eine allgemeine geschlossene Lösung für turbulente Strömungen existiert [19, 67]. Als Folge sind numerische Verfahren zur iterativen Lösung populär, wobei approximierete Lösungen für diskretisierte Geometrien angestrebt werden. Die partiellen Differenzialgleichungen (5.1) und (5.2) werden dabei in ein System von algebraischen Gleichungen umgewandelt, welche numerisch lösbar sind [19, 67].

5.1.1 Turbulenz und ihre Modellierung

Maßgebend für die unterschiedlichen Ansätze zur numerischen Approximation der Grundgleichungen ist die sogenannte Energiekaskade turbulenter Strömungen [67]. In dieser Hypothese wird angenommen, dass turbulente kinetische Energie in großskaligen Wirbeln erzeugt wird. Diese Energie wird dann zu immer kleineren Skalen transportiert, auf der kleinsten Skala finden viskose Prozesse statt, die zur Dissipation führen. Diese kleinsten turbulenten Wirbel werden nach ihrem Entdecker *Kolmogorov*-Skalen genannt [67]. Durch den Abstand der Volumina in einem Rechengitter wird der Grad der Auflösung der turbulenten Skalen räumlich festgelegt.

Verfahren, welche durch entsprechend geringe Gitterabstände die Kolmogorov Skalen vollständig auflösen werden unter dem Begriff „direkte numerische

Simulation“ zusammengefasst [67]. Bei diesem Ansatz müssen alle Längen und Zeitskalen einer turbulenten Strömung erfasst werden, was zu einem hohen numerischen Aufwand führt. Für technisch relevante Strömungen wird somit häufig eine Modellierung der kleinsten Längenskalen eingesetzt. „Large Eddy Simulation“ (LES) bezeichnet eine Schar von Methoden bei denen nur die größeren turbulenten Skalen aufgelöst werden. Die kleinsten Skalen werden hingegen mit Hilfe von Modellen approximiert, um die Energiekaskade zu schließen. Ein Filteralgorithmus sorgt bei LES für die Unterscheidung zwischen groß- und kleinskaligen Wirbeln. LES bedeutet aber immer noch einen hohen numerischen Aufwand, die Anwendung auf technisch relevante Strömungen ist allerdings heute bereits möglich.

Eine weitere Reduzierung des numerischen Aufwandes wird durch die Anwendung und Modellierung der reynoldsgemittelten Navier-Stokes (RANS) Gleichungen erreicht. Nach Einführung der Reynoldsmittelung für die Geschwindigkeit

$$\mathbf{u}''(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \quad (5.3)$$

ergeben sich die reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen [19]

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_i'' u_j''}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}. \quad (5.4)$$

Die so genannten Reynoldsspannungen, der dritte Term in Gl. (5.4), werden nun modelliert, um ein geschlossenes Gleichungssystem zu erhalten. Verschiedene so genannte Turbulenzmodelle wurden zu diesem Zweck entwickelt [19, 67].

Ein häufig verwendetes Turbulenzmodell ist das $k - \epsilon$ Modell. Bei diesem Modell werden zusätzliche Gleichungen für die turbulente kinetische Energie $k = \frac{1}{2} \overline{u_i'' u_i''}$ und für die turbulente Dissipationsrate $\epsilon = \rho C_\mu \frac{k^2}{\mu t}$ gelöst

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G - \rho \epsilon, \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \epsilon u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (5.6)$$

wobei G die Erzeugung turbulenter kinetischer Energie bezeichnet, C_i sind Konstanten [22] und μ_t ist die turbulente Viskosität.

Ein erweitertes Turbulenzmodell ist das Reynoldsspannungsmodell (RSM), bei dem sieben zusätzliche Transportgleichungen für die Reynoldsspannungen und die turbulente Dissipationsrate ϵ gelöst werden [67]

$$\left(\frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_k u_i'' u_j''}}{\partial x_k} \right) = D_T + D_L - P + \phi - \epsilon. \quad (5.7)$$

D_T bezeichnet dabei die turbulente Diffusion, D_L ist die molekulare Diffusion, P ist die Produktion von Reynoldsspannungen und ϕ stellt die Druckstreckung dar [22].

In dieser Arbeit wird das $k - \epsilon$ Modell für drallfreie Strömungen und das RSM Modell für drallbehaftete Strömungen verwendet.

5.1.2 Modellierung von Wärmefreisetzung in CFD

Um turbulente Vormischverbrennung in das CFD Modell einzuführen, wird in dieser Arbeit das TFC Verbrennungsmodell verwendet [91]. Die turbulente Flammengeschwindigkeit S_T ist die Geschwindigkeit, mit der sich die turbulente Flamme in normaler Richtung zur Flammenoberfläche fortpflanzt. Zimont und Lipatnikov schlagen den folgenden Ausdruck für die turbulente Flammengeschwindigkeit vor [59, 91]

$$S_T = A G u''^{3/4} S_L^{1/2} \chi_u^{-1/4} l_T^{1/4}, \quad (5.8)$$

wobei S_L die laminare Flammengeschwindigkeit darstellt, $\chi = \lambda / \rho c_p$ die thermische Diffusivität und l_T das turbulente Längenmaß. Dieser Ausdruck ist im Regime der aufgedickten turbulenten Flamme gültig ($Re_t^{3/4} \gg Da^{3/2} \gg 1$). Für die Modellkonstante A wird dabei ein Wert von $A = 0.52$ für Kohlenwasserstoffbrennstoffe vorgeschlagen [91]. Die sogenannte Streckungsrate G wird in das Modell eingeführt, um die Reduktion der turbulenten Flammengeschwindigkeit bei hohen turbulenten Intensitäten u'' / \bar{u} zu modellieren. Es wird angenommen,

dass dies aus der Verlöschung der Flamme aufgrund kleinskaliger fluiddynamischer Streckung herrührt. G wird als Funktion der kritischen Streckungsrate g_{crit} eingeführt

$$G = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ -\sqrt{\frac{1}{2\sigma}} \left(\ln \frac{15\nu g_{crit}^2}{\epsilon''} \right) \right\}, \quad (5.9)$$

wobei ϵ'' die turbulente Dissipation und σ die Standardabweichung von ϵ'' darstellt. Für eine detailliertere Einführung, siehe Fritz [23] und Polifke et al. [59].

In dieser Arbeit wird die kritische Streckungsrate g_{crit} als freier Parameter des Modells behandelt. Um den Parameter zu bestimmen findet eine Anpassung an Messdaten statt. Die axiale Wärmefreisetzungverteilung der Flamme wird zwischen CFD und Messung verglichen, wobei die kritische Streckungsrate in verschiedenen CFD Rechnungen variiert wird. $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$ resultiert als beste Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung für den Verlauf der axialen Wärmefreisetzung. Eine befriedigende Übereinstimmung der Wärmefreisetzung für den gesamten axialen Verlauf kann allerdings nicht erreicht werden (siehe Kapitel 8).

5.2 Aufbau von Identifikationsexperimenten

Identifikationsexperimente zur Bestimmung akustischer Transferfunktionen und -matrizen bestehen aus einem fluidmechanischen System, welches das zu bestimmende Element enthält. Ein solches System muss zunächst einen stationären Zustand erreichen. Für CFD bedeutet dies die Bereitstellung einer konvergierten, stationären Lösung des Strömungsfeldes.

Diese konvergierte Lösung muss angeregt werden [42], um die dynamischen Eigenschaften eines Elementes offen zu legen. Stromauf und stromab des Elementes werden zu jedem Zeitschritt die Strömungsvariablen aufgezeichnet. Abbildung 5.1 zeigt den Zusammenhang zwischen System, Element, Anregung A und Exportebenen Ex_i ($i = 1, 2$).

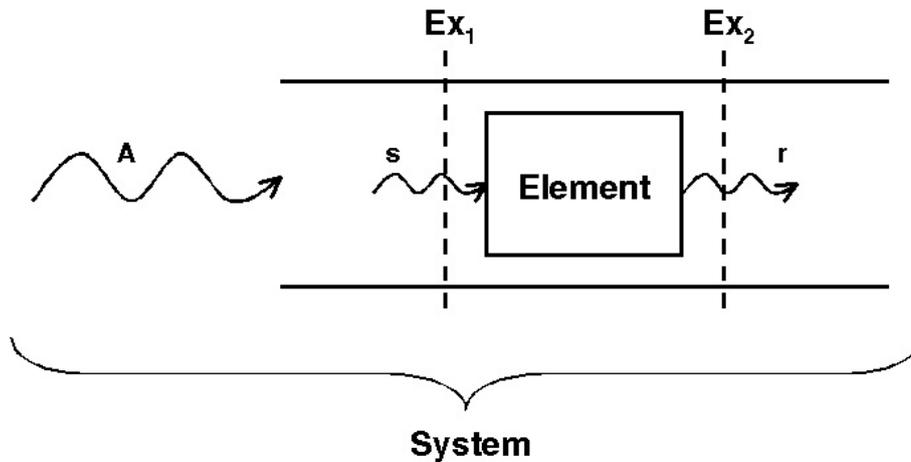


Abbildung 5.1: Einordnung eines Elementes in das Gesamtsystem.
Exportebenen Ex_i und Anregung A .

Die Modifikation einer stationären CFD Rechnung zur Durchführung eines Identifikationsexperiments reduziert sich somit auf die Auswahl der bestimmenden Variablen, der Festlegung der Anregung und der Positionierung der Exportebenen.

5.3 Wahl des Anregungssignals

Das Anregungssignal so zu wählen, dass die dynamischen Eigenschaften des Elements bestimmt werden können und Systemresonanzen vermieden werden.

Grundsätzlich wird die Anregung in dieser Arbeit umgesetzt, indem an der Einlassrandbedingung (velocity inlet boundary condition) des Rechengebietes die Geschwindigkeit der mittleren Strömung mit einer Fluktuation überlagert wird

$$u_{inlet}(t) = \bar{u} + u'_{in}(t) . \quad (5.10)$$

Für die Schätzung eines Eintores¹, z.B. der Flammentransferfunktion, reicht dies

¹ein Signal und eine Antwort des Elements

aus. Im Fall der Schätzung von Zweitoren², z.B. von akustischen Transfermatrizen, sind zwei linear unabhängige Zustände notwendig. Die Ausströmrandbedingung (static pressure boundary condition) wird dann in analoger Weise angeregt

$$p_{outlet}(t) = \bar{p} + p'_{out}(t) . \quad (5.11)$$

$u'_{in}(t)$ und $p'_{out}(t)$ sind die zu definierenden Anregungen.

Yuen hat den Einfluss verschiedener Anregungssignale auf die Identifikationsqualität von akustischen Elementen theoretisch untersucht [87]. Einzelne und überlagerte Sinusfunktionen sowie weißes Rauschen kamen zum Einsatz. Im Folgenden wird auf diese und weiterführende Ergebnisse eingegangen.

5.3.1 Anregung mit harmonischen Funktionen

Für die Anregung mit harmonischen Signalen einzelner Frequenzen hat sich gezeigt, dass das zu identifizierende Element nur für die angeregte harmonische Frequenz identifizierbar ist. Überlagerte Sinusfunktionen konnten diesen Nachteil zunächst umgehen [87]

$$\begin{aligned} u'_{in}(t) &= K\bar{u} \sum_f \sin(2\pi f_i t + \phi_1) , \\ p'_{out}(t) &= K\rho\bar{u}^2 \sum_f \sin(2\pi f_i t + \phi_2) , \end{aligned} \quad (5.12)$$

wobei

$$f_i = f_{min} + (k_i - 1) \frac{f_{max} - f_{min}}{k_{max,i}} , \quad (5.13)$$

$k_i = 1, 2, \dots, k_{max,i}$ mit $i = 1, 2$ und $\phi_{1,2}$ zwei unterschiedliche Phasen. $k_{max,i}$ ist die Zahl der verwendeten Sinusfunktionen, welche äquidistant zwischen f_{min} und f_{max} verteilt sind.

Die Anregung mit $k_{max,1} = 17$ diskreten Frequenzen am Einlass des Rechengebietes und $k_{max,2} = 19$ Frequenzen am Auslass und $K = 0,1$ ergab für die Ebene

²zwei Signale und zwei Antworten des Elements

Welle in einem unendlichen Kanal und für den akustische Flächensprung eine gute Übereinstimmung der Transfermatrix mit Ergebnissen aus breitbandig angeregten Rechnungen. Auch zwischen den explizit angeregten Frequenzen ist eine Identifikation des Elements möglich. Bei der Anwendung in CFD Rechnungen hat sich allerdings auch gezeigt, dass starke Resonanzüberhöhungen folgen wenn akustisch reflektierende Randbedingungen eingesetzt werden. Die Linearitätsbedingung für die danach folgende Systemidentifikation wird verletzt. Dies wiederum führt zu großen numerischen Fehlern bei der Systemidentifikation [87, 24, 60].

Reflektionsfreie Randbedingungen verhindern das Auftreten von Resonanzen. Für die Simulation turbulenter Strömungen unter Anwendung von LES und zur Simulation des akustischen Fernfeldes sind nicht- oder schwach-reflektierende Randbedingungen entwickelt worden [58, 32, 44, 66]. Allerdings sind in den verwendeten kommerziellen CFD Programmen akustisch schwach reflektierende Randbedingungen nicht oder nur eingeschränkt nutzbar. Eine Umgehung des Problems wird dadurch notwendig, was zum Einsatz von weißem Rauschen als Anregungssignal geführt hat.

5.3.2 Weißes Rauschen als optimale Anregung

Weißes Rauschen wird in einer CFD Rechnung gemäß Gleichungen (5.10) und (5.11) an den Randbedingungen aufgeprägt, wobei

$$u'_{in}(t) = K\bar{u}X_{inlet}(t) , \quad (5.14)$$

$$p'_{out}(t) = K\bar{\rho}\bar{u}^2X_{outlet}(t) . \quad (5.15)$$

\mathbf{X} ist weißes Rauschen zwischen -0.5 und 0.5 , K bestimmt die Amplitude der Anregung. \mathbf{X}_{inlet} und \mathbf{X}_{outlet} sind linear unabhängig zu wählen, in dieser Arbeit werden gleichverteilte Zufallszahlen verwendet.

Weißes Rauschen regt ein System nicht nur gleichmäßig über den gesamten Frequenzbereich an, es hat auch die Eigenschaft, die Amplitude der Systemresonanz zu reduzieren (Abbildung 5.2). Das Leistungsdichtespektrum eines Druck-

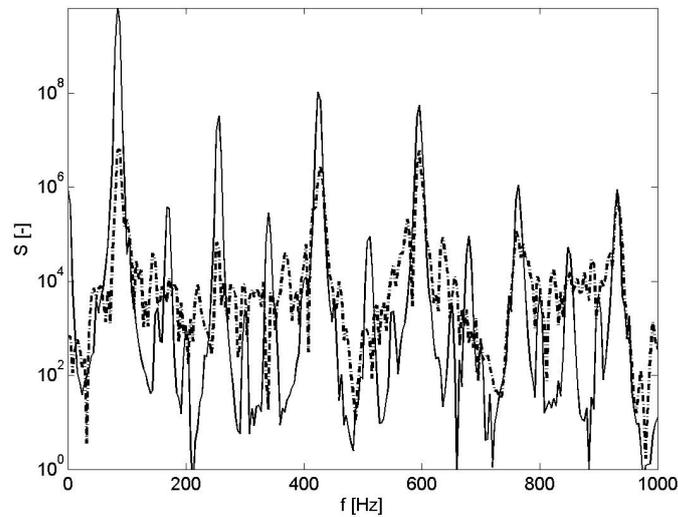


Abbildung 5.2: Leistungsdichtespektrum eines Signals. Anregung mit überlagertem Sinus(—) und Anregung mit weißem Rauschen (-.).

signals ist für eine angeregte Strömung in einem 1D Kanal dargestellt. Es ist zu erkennen, dass für gleiche Anregungsamplituden, die Resonanzpeaks der sich einstellenden Schwingung bei der Verwendung von weißem Rauschen wesentlich reduziert ist. In dieser Arbeit wird deshalb für alle CFD Rechnungen weißes Rauschen als Signal verwendet.

5.3.3 Linearität

Für die verwendete lineare Identifikationsmethode (Kapitel 4) muss sichergestellt werden, dass bei der Berechnung der Zeitreihen mit CFD nichtlineare Effekte vernachlässigt werden können (z.b. das Erreichen einer Grenzamplitude). Die Wahl der Amplitude K ist dafür so zu definieren, dass das Anregungssignal eine kritische Amplitude K_{krit} nicht überschreitet. K muss aber gleichzeitig groß genug sein, um das zu schätzende Element geeignet anzuregen. Um einen möglichst allgemein gültigen Wert für K zu bestimmen, werden CFD Rechnungen mit ver-

schiedenen Anregungsamplituden durchgeführt und die resultierenden Transfermatrizen verglichen. Im linearen Regime müssen die geschätzten Transfermatrizen für alle Anregungsamplituden identisch sein. Diese Vorgehensweise wird von Schuermans für ähnliche Fälle beschrieben [73]. Abbildung 5.3 zeigt beispielhaft

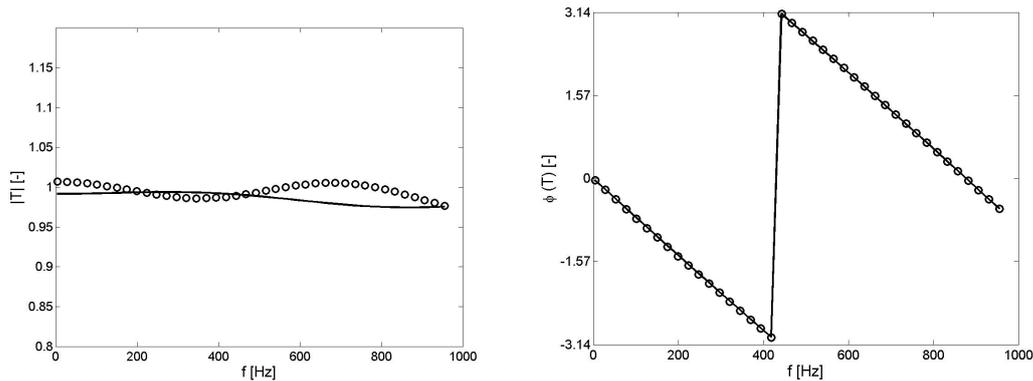


Abbildung 5.3: Transfermatrix der ebenen Welle (1. Koeffizient). Anregung mit 5%(\circ) und 10%(—) Amplitude.

den ersten Koeffizienten der Transfermatrix einer ebenen Welle für Anregungsamplituden K von 5% und 10%. Es ist zu erkennen, dass die Abweichung zwischen den Rechnungen gering ist. Für alle in dieser Arbeit betrachteten Fälle konnte die Linearitätsbedingung für Anregungsamplituden von 10% auf diesem Weg nachgewiesen werden.

5.4 Export von Zeitreihen

Die Übertragung von Zeitreihen von der CFD Rechnung zur Systemidentifikation geschieht mit Dateien, die an geeignetem Ort aus der CFD Rechnung exportiert werden. Für die Flammentransferfunktion, das in dieser Arbeit diskutierte Eintor, geschieht dies indem die Axialgeschwindigkeit am Brennermund und das Volumenintegral der Wärmefreisetzung zu jedem Zeitschritt exportiert werden. Die

Mehrzahl der in dieser Arbeit betrachteten Elemente sind allerdings akustische Zweitore. Das zu identifizierende Element wird bei ihnen durch zwei Exportebenen eingeschlossen (Abbildung 5.1), deren Position definiert werden muss. An den Exportebenen wird weiterhin ein gemittelttes Signal ausgegeben, was in Abschnitt 5.4.2) diskutiert wird.

5.4.1 Positionierung der Exportebenen

Die Wahl der Exportebenen bildet die grundlegende Definition des zu identifizierenden akustischen Elements. Sämtliche für Transferfunktion bzw. Transfermatrix relevanten Vorgänge zwischen den beiden Exportebenen sind implizit in der Transfermatrix enthalten. Wählt man beide Exportebenen an einer identischen Position, ist die resultierende Transfermatrix gleich der Einheitsmatrix.

Für die Positionierung von Exportebenen für CFD/SI ergibt sich die Minimalforderung, dass das zu identifizierende Element eingeschlossen sein muss. Bei Flammen wird beobachtet, dass die Position der stromab liegenden Exportebene nur geschätzt werden kann. Eine axiale Position von ungefähr einem Brennkammerdurchmesser stromab der mittleren Wärmefreisetzungszone hat sich für Flammen typischer Gasturbinenbrenner als ausreichender Schätzwert erwiesen. In jedem Fall ist es aber praktikabel an verschiedenen Ebenen die bestimmenden Größen zu exportieren. Der Aufwand für Export und Speicherung der zusätzlichen Zeitreihen ist im Vergleich zum Rechenaufwand einer neuen Rechnung zu vernachlässigen.

In der Praxis besteht oft die Notwendigkeit Transfermatrizen eines Elementes aus unterschiedlichen Quellen (hier z.B. Messung und CFD/SI) zu vergleichen. Liegen verschiedene Definitionen für die axialen Grenzen der Transfermatrix vor müssen sie in eine vergleichbare Form überführt werden. Dies geschieht durch Multiplikation bzw. Division ebener Wellen. Nehmen wir an, dass die Transfermatrix aus CFD/SI ($\mathbf{T}_{CFD/SI}$) mit einer Transfermatrix (\mathbf{T}) aus einer anderen

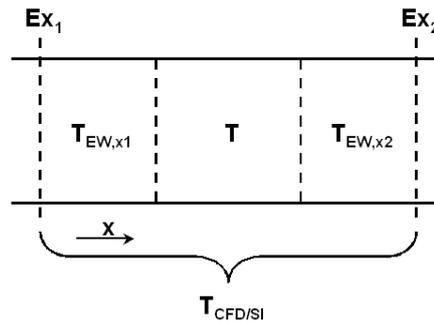


Abbildung 5.4: Exportebenen und Definition der Grenzen der Black Box.

Quelle verglichen werden soll (Abbildung 5.4). $\mathbf{T}_{CFD/SI}$ wird dann in die Definition von \mathbf{T} umgerechnet, was zur modifizierten Transfermatrix $\mathbf{T}_{CFD/SI,mod}$ aus CFD/SI führt

$$\mathbf{T}_{CFD/SI,mod} = (\mathbf{T}_{EbeneWelle,x_2})^{-1} \cdot \mathbf{T}_{CFD/SI} \cdot (\mathbf{T}_{EbeneWelle,x_1})^{-1} . \quad (5.16)$$

Die Wahl der Exportebenen zur Darstellung der Transfermatrix nach dem Identifikationsprozess ist beliebig definierbar (Gl. (5.16)).

5.4.2 Export von Zeitreihen an gewählten Ebenen

Ist die axiale Position der Exportebenen für die Systemidentifikation gewählt, wird die Form des Exportes der Signale definiert. Dabei ist von Bedeutung ob die akustischen Wellen ebene Wellen sind. An einer beliebigen axialen Position sind, für eine ebene akustische Welle, die Signale an jedem Punkt quer zur Ausbreitungsrichtung identisch. Der Export von Signal und Antwort kann somit an jedem Punkt quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle erfolgen (Abbildung 5.5). Für eine nicht ebene Welle ist das Ergebnis der Identifikation dann abhängig von der Positionierung des Punktes quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle.

Aus diesem Grund scheidet die Verwendung einzelner Punkte für den Signalexport weitgehend aus. Stattdessen sollte das Mittelungsverfahren nach Gl. (5.17)



Abbildung 5.5: Ebene und nicht ebene Welle in einem Kanal.

zur Mittelung der Axialgeschwindigkeit verwendet werden

$$\text{mwa}(\Phi) = \frac{\int \Phi \rho dA}{\int \rho dA}, \quad (5.17)$$

und Gl. (5.18) für die Mittelung des Drucks

$$\text{mwa}(\Phi) = \frac{\int \Phi dA}{\int dA}. \quad (5.18)$$

Ob die akustische Welle eben oder uneben ist ist dann von untergeordneter Wichtigkeit für das Identifikationsergebnis. In der vorliegenden Arbeit wird aber irrtümlicherweise das folgende in Fluent6 verfügbare Mittelungsverfahren genutzt (im Fluent Manual als „mass weighted average“ bezeichnet)

$$\text{mwa}_Q(\Phi) = \frac{\int \Phi \rho u dA}{\int \rho u dA}. \quad (5.19)$$

Damit ergibt sich für die Mittelung der Geschwindigkeit ($\Phi = u$) ein Flächenmittel über das Quadrat der Geschwindigkeit, woraus im Allgemeinen ein Mittelungsfehler resultiert.

Man kann allerdings zeigen, dass dieser Fehler klein bleibt, wenn der zeitlich fluktuierende Anteil der Geschwindigkeit über die betrachtete Kontrollfläche nahezu räumlich homogen ist ($u(y, t) = \bar{u}(y) + u'(t)$, mit dem zeitlichen Mittel \bar{u}) und zusätzlich ein bauchiges Strömungsprofil vorliegt. Bei der Berechnung der Transfermatrix wird in dieser Arbeit zunächst das Mittelungsverfahren nach Gl. (5.19) angewendet, danach wird das zeitliche Mittel (\bar{u}) der Zeitreihe subtrahiert. Folgt man dieser Vorgehensweise für u ergibt sich näherungsweise u'

$$\frac{\langle u^2 \rangle}{\langle u \rangle} - \frac{\langle \bar{u}^2 \rangle}{\langle \bar{u} \rangle} = \frac{\langle \bar{u}^2 + 2\bar{u}u' \rangle}{\langle \bar{u} + u' \rangle} - \frac{\langle \bar{u}^2 + 2\bar{u}u' \rangle}{\langle \bar{u} + u' \rangle} =$$

$$\frac{2\langle \bar{u} \rangle u'}{\langle \bar{u} \rangle} - \frac{\langle \bar{u}^2 \rangle u'}{\langle \bar{u} \rangle^2} = u' \left(2 - \frac{\langle \bar{u}^2 \rangle}{\langle \bar{u} \rangle^2} \right) \approx u', \quad (5.20)$$

wobei $\langle u \rangle = \int u dA$ und $\overline{\langle u \rangle}$ das zeitliche Mittel darstellt. Ausserdem wird angenommen, dass die Wellen in x-Richtung propagieren ($f = F(x, t)$ und $g = F(x, t)$ für ebene Wellen) und eine Kontrollfläche A senkrecht zur x-Richtung steht ($\int dA = \int dy dz$). Wird stattdessen Gl. (5.18) als Mittelungsverfahren verwendet erhält man exakt u'

$$\frac{\int u dA}{\int dA} - \overline{\frac{\int u dA}{\int dA}} = u'. \quad (5.21)$$

Die wichtigsten Annahmen für Gl. (5.20) sind die Annahme eines bauchigen Strömungsprofils und $p', u' = f(t)$. Diese Annahmen gilt es nun zu überprüfen. Dazu wird für einen beispielhaften Flächensprung ($\alpha = 3, 7$) eine CFD Rechnung des Elements, analog der Vorgehensweise für CFD/SI, durchgeführt. Vor und nach dem Element werden an sechs radial verteilten Punkten u und p für jeden Zeitschritt exportiert. Dadurch wird das Strömungsprofil zu jedem Zeitschritt darstellbar (Abbildung 5.6, links), wobei die Randbedingung ($u(y = 0.052 \text{ m}) = 0$) zusätzlich eingefügt wurde. Die Annahme des bauchigen Strömungsprofils ist somit erfüllt. Um auch die Annahme von $p', u' = f(t)$ zu überprüfen wird nun für jeden Datenpunkt der arithmetische Mittelwert der Zeitreihe, an der in Abbildung (Abbildung 5.6, links) gezeigten Position, subtrahiert. Die für die Systemidentifikation entscheidende Schwankungsgröße wird erkennbar (Abbildung 5.6, rechts). Die getroffene Annahme, $u', p' = f(t)$, wird bestätigt.

Weiterhin ist der Mittelungsfehler auf die Transfermatrix selbst zu untersuchen. Hierzu wird die Transfermatrix des Flächensprungs auf Basis der sechs exportierten Datenpunkten berechnet. Dabei kommen die Mittelungsverfahren nach Gl. (5.17) und auf Basis von Gl. (5.19) zum Einsatz. In Abbildung 5.7 ist zu erkennen, dass nur eine geringe Abweichung durch die Wahl des Mittelungsverfahrens hervorgerufen wird.

Zusätzlich zu p' und u' für die Transfermatrizen werden in dieser Arbeit für die Flammentransferfunktion die Axialgeschwindigkeit mit Hilfe des „mass-weighted

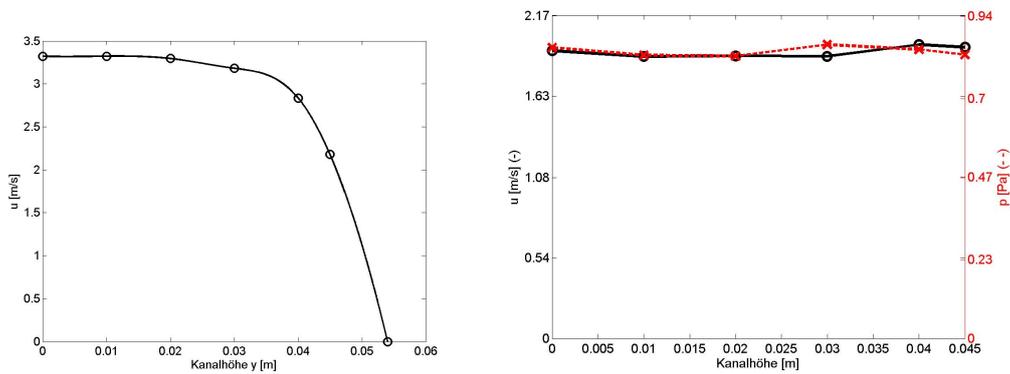


Abbildung 5.6: Links: Geschwindigkeitsprofil in einem Kanal 0,35 m stromab des Einlasses im Maximum der Schwankungsamplitude. Rechts: Radiale Profile der Geschwindigkeits- (-) und Druckfluktuation (- -) an der selben Position.

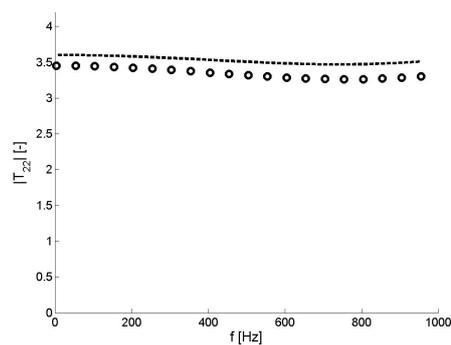


Abbildung 5.7: Vergleich von $|T_{22}|$ des Flächensprunges mit $\alpha = 3, 7$. (- -) Mittelung nach Gl. (5.17), (o) Mittelung nach Gl. (5.19).

average“ von Fluent und die Wärmefreisetzung \dot{Q} mittels eines Volumenintegrals $\int \dot{Q} dV$ exportiert.

5.4.3 Zentrierung und Normierung

Die Rohdaten aus der transienten CFD Rechnung müssen zentriert, d.h. von ihrem jeweiligen Mittelwert befreit werden.

$$\begin{aligned} s'(t) &\equiv s(t) - \bar{s} , \\ r'(t) &\equiv r(t) - \bar{r} . \end{aligned} \tag{5.22}$$

Die Transformation nach Gl.(5.22) ist reversibel, es tritt kein Verlust von Information auf [31].

Akustische Zweitore werden üblicherweise durch den akustischen Druck p' und die akustische Schnelle u' charakterisiert [41, 45, 46, 51, 64, 73]. Zeitreihen dürfen allgemein mit einer beliebigen Konstante k normiert werden, ohne dass Informationsverlust auftritt [31, 48]

$$kE(\mathbf{X}) = E(k\mathbf{X}) . \tag{5.23}$$

Die charakteristische Impedanz ρc wird als Normierungskonstante für den akustischen Druck verwendet, um $p'/\rho c$ und u' von gleicher Einheit zu erhalten. Im Folgenden werden $p'/\rho c$ und u' als „*primitive akustische Variablen*“ bezeichnet.

In dieser Arbeit werden Transferfunktionen bzw. -matrizen in einem eingeschränkten Frequenzbereich untersucht. Es liegt deshalb die Vermutung nahe, dass eine Bandpass-Filterung der Daten das Identifikationsergebnis verbessern sollte. Um dies zu untersuchen wurden die Zeitreihen vor der Systemidentifikation gefiltert, unterschiedliche Filter (Tiefpassfilter, Bandpassfilter, u.a.) mit verschiedenen Kenngrößen (Cutoff-, Passbandfrequenz, u.a.) kamen zur Anwendung. Für keines der untersuchten Elemente konnte dabei eine digitale Filterkonfiguration gefunden werden für die das Identifikationsergebnis eine größere Übereinstimmung mit den Vergleichsergebnissen erreicht hätte.

5.5 Darstellung der Transfermatrix von Zweitoren

Der Ausgangspunkt für die Identifikation von Transfermatrizen sind die Zeitreihen, die in primitiven akustischen Variablen vorliegen. Diese Variablen können grundsätzlich auch in andere Repräsentationsformen überführt werden. Die Umrechnung der primitiven akustischen Variablen in stromab und stromauf laufende Wellen f und g („Riemann Invarianten“) findet häufig Verwendung [20, 38, 50]. Es gilt [45, 60]

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c} + u' \right), \quad (5.24)$$

$$g = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c} - u' \right). \quad (5.25)$$

Für akustische Zweitore bezeichnet man die daraus folgende unterschiedliche Auftragsweise der Transfermatrix auch als Darstellung, z.B. pu-Darstellung für primitive akustische Variablen. Führt man Gl. (5.24) und (5.25) in die Darstellung der Transfermatrix in pu-Darstellung ein und löst nach f_d und g_d auf, erhält man die fg-Darstellung. Diese Form der Darstellung der Transfermatrix verbindet die Riemann Invarianten stromauf und stromab des Elementes. Eine Variante ist die Streumatrix oder sr-Darstellung. Dabei werden die Eingangsgrößen der Transfermatrix so definiert, dass es sich um die auf das Element zulaufenden Wellen handelt. Die Ausgangsgrößen sind dann entsprechend die sich vom Element wegbewegenden Wellen. Tabelle 5.1 stellt die Definitionen der drei Darstellungen zusammen. Die Umrechnungsbedingungen zwischen den verschiedenen Darstellungen sind in Tabelle 5.2 angegeben.

5.5.1 Wahl der Darstellung für die Identifikation

Die mathematische Äquivalenz der Darstellungen von Transfermatrizen könnte zu der Annahme führen, dass auch für den Identifikationsprozess alle Darstellungen

Bezeichnung	Zustandsvariable	Definitionsgleichung
Transfermatrix in pu Darstellung	p', u'	$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_d \equiv \mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_u$
Transfermatrix in fg Darstellung	f, g	$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_d \equiv \mathbf{T}_{fg} \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_u$
Streumatrix (sr-Darstellung)	f, g	$\begin{pmatrix} f_d \\ g_u \end{pmatrix} \equiv \mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} f_u \\ g_d \end{pmatrix}$

Tabelle 5.1: Vierpoldarstellungen akustischer Zweitore [20].

ohne Einschränkungen genutzt werden können. Dies ist aber nicht der Fall, die Kausalität des gewählten Filters ist zu beachten [60].

Wird ein kausaler Filter (Gl. (3.5)) gewählt, so gilt $r(t) = f[s(t-\tau)]$. Die Antwort \mathbf{r} des Filters ist eine Funktion des Signals \mathbf{s} zu früheren Zeitpunkten. Für den Identifikationsprozess müssen dann auch Signale und Antworten einen kausalen Zusammenhang aufweisen. Nur die Streumatrix erfüllt diese Kausalitätsbedingung. pu- bzw. fg-Darstellung führen dagegen zu fehlerhaften Identifikationsergebnissen [60].

Wird ein nichtkausaler Filter verwendet, so ist die Antwort eine Funktion des Signals \mathbf{s} zu früheren *und* späteren Zeitpunkten ($r(t) = f[s(t \pm \tau)]$). Die

Umrechnung von \rightarrow in	<i>Bedingung</i>
$\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{T}_{\text{fg}}$	$\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{A}^{-1}$
$\mathbf{T}_{\text{fg}} \rightarrow \mathbf{T}$	$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{T}_{\text{fg}}\mathbf{A}$
$\mathbf{S} \leftrightarrow \mathbf{T}_{\text{fg}}$	$\begin{pmatrix} A - B\frac{C}{D} & \frac{B}{D} \\ -\frac{C}{D} & \frac{1}{D} \end{pmatrix}$
$\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{S}$	$\begin{pmatrix} \frac{2BC-2AD}{-A+B+C-D} & \frac{A-B+C-D}{A-B-C+D} \\ \frac{A+B-C-D}{-A+B+C-D} & \frac{2}{A-B-C+D} \end{pmatrix}$
$\mathbf{A} \equiv 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\mathbf{T} \equiv \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

Tabelle 5.2: Umrechnung von Transfermatrizen in verschiedene Darstellungen.

Kausalitätsbedingung ist per Definition aufgehoben. Dies führt dazu, dass mit einem nichtkausalen Filter alle drei Darstellungen verwendet werden dürfen.

5.6 Energiebilanz des akustischen Elementes

Für die Streumatrix \mathbf{S} können S_{11} und S_{22} als Transmissionskoeffizienten der

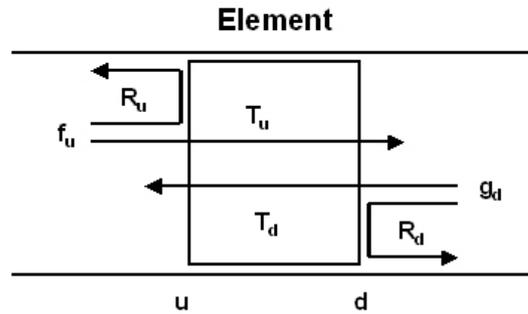


Abbildung 5.8: Energiebilanz der auf das Element treffenden akustischen Wellen.

stromab bzw. der stromauf laufenden Welle interpretiert werden, S_{12} und S_{21} sind deren Reflektionskoeffizienten (Abbildung 5.8)

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} T_u & R_d \\ R_u & T_d \end{pmatrix}. \quad (5.26)$$

Indizes u und d geben die Grenzen des Elementes stromauf bzw. stromab an. Zusammen geben Transmission und Reflektion den gesamten Transport der Welle über das Element an. Etwaige Übertragung von Energie zwischen Hauptströmung und akustischer Welle wird dabei berücksichtigt.

Die akustische Leistung ist allgemein definiert als [45, 46]

$$e = Ap'u', \quad (5.27)$$

woraus eine normierte Energiebilanz des akustischen Elementes gebildet werden kann

$$E = \frac{e_{out}}{e_{in}}. \quad (5.28)$$

e_{out} bezeichnet die vom Element emittierte und e_{in} die auf das Element treffende akustische Leistung. Zwei akustische Wellen, f_u und g_d , treffen auf das Element, für jede dieser Wellen wird im Folgenden die Energiebilanz aufgestellt. Für eine von stromauf einlaufende Welle f_u und $g_d = 0$, gilt

$$e_{in} = \{Ap'u'\}_{f_u} = A_u \rho_u c_u f_u^2, \quad (5.29)$$

$$e_{out} = \{Ap'u'\}_{f_d} + \{Ap'u'\}_{g_u} = A_d \rho_d c_d f_d^2 + A_u \rho_u c_u g_u^2. \quad (5.30)$$

Nach Einführen der Transmissions- und Reflektionskoeffizienten folgt

$$e_{out} = A_d \rho_d c_d T_u^2 f_u^2 + A_u \rho_u c_u R_u^2 f_u^2. \quad (5.31)$$

Die Energiebilanz E_{f_u} , der von stromauf auf das Element treffenden Welle f_u

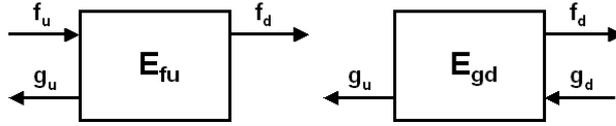


Abbildung 5.9: Energiebilanz der auf das Element treffenden akustischen Wellen.

(Abbildung 5.9, links), ist dann mit $\alpha = \frac{A_u}{A_d}$ und $\theta = \sqrt{\frac{T_u}{T_d}}$

$$E_{f_u} = \left(\frac{e_{out}}{e_{in}} \right)_{f_u} = \alpha^{-1} \frac{\rho_d c_d}{\rho_u c_u} T_u^2 + R_u^2 = \alpha^{-1} \theta S_{11}^2 + S_{21}^2. \quad (5.32)$$

Für eine von stromab auf das Element treffende Welle g_d und $f_u = 0$ ergibt sich analog (Abbildung 5.9, rechts)

$$E_{g_d} = \left(\frac{e_{out}}{e_{in}} \right)_{g_d} = \alpha \frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d} T_d^2 + R_d^2 = \alpha \theta^{-1} S_{22}^2 + S_{12}^2. \quad (5.33)$$

Mit Hilfe von E_{f_u} und E_{g_d} kann somit abgelesen werden ob ein Element Energie an die akustische Welle abgibt oder im Gegenteil diese dämpft. Es folgt

$$|\mathbf{E}| \rightarrow \left(\begin{array}{l} \leq 1 : \text{akustisch dämpfendes Element} \\ > 1 : \text{akustisch verstärkendes Element} \end{array} \right), \quad (5.34)$$

mit $|\mathbf{E}| = (|e_{out,u}| + |e_{out,d}|)/|e_{in}|$.

Die Ergebnisse der übertragenen akustischen Energie sind für relevante Elemente in den Kapiteln 6, 7 und 9.1 dargestellt.

Kapitel 6

Die plötzliche Flächenänderung

Die plötzliche Flächenänderung ist ein in akustischen Netzwerken häufig vorkommendes Element. Es besteht aus zwei Kanälen unterschiedlichen Durchmessers, die ohne Übergang miteinander verbunden sind (Abbildung 6.1). Eine ebene aku-

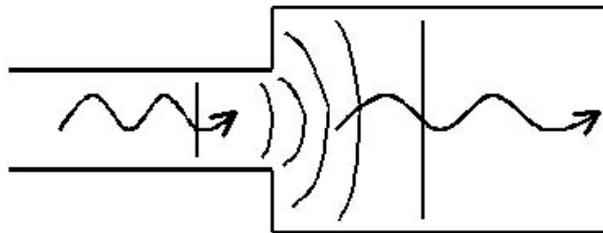


Abbildung 6.1: Darstellung eines Flächensprungs zwischen zwei Kanälen.

stische Welle bewegt sich in einem Kanal auf eine plötzliche Aufweitung zu, wo eine nicht ebene Welle entsteht. Bei diesem Vorgang sind vor allem Trägheitskräfte und die Massenerhaltung von Bedeutung. Im zweiten Kanal pflanzt sich die Welle wieder als ebene Welle fort.

Ronneberger untersuchte die Reflektionsfaktoren plötzlicher Rohraufweitungen bei luftdurchströmten Rohren experimentell [70]. Dabei wurden die Einflüsse des Flächenverhältnisses und der Machzahl näher beleuchtet und analytische Ausdrücke für den Reflektionsfaktor angegeben. Ein diesem verwandtes Modell wurde

von Davies vorgestellt [12]. Bei beiden Modellen wird die sofortige Aufweitung des mittleren Strömungsfeldes nach einer Expansion angenommen. Einflüsse von Moden höherer Ordnung werden vernachlässigt.

In diesem Kapitel wird die Transfermatrix des Flächensprungs in p-Darstellung sowie als Streumatrix interpretiert und der Einfluss der effektiven Länge wird untersucht. Die in Kapitel 5 eingeführte Energiebilanz auf Basis der Streumatrix eines akustischen Elementes wird weiterhin diskutiert.

6.1 Analytische Beschreibung

Als Grundlage für die analytische Beschreibung kompakter akustischer Elemente dient in dieser Arbeit die Kontinuitäts- und die Bernoulligleichung für akustische Schwankungen [25]

$$\left[A \left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) \right]_u^d + i \frac{2\pi f}{c} l_{\text{red}} A_d \frac{p'_u}{\rho c} = 0, \quad (6.1)$$

$$\left[\frac{p'}{\rho c} + M u' \right]_u^d + l_{\text{eff}} i \frac{2\pi f}{c} u'_u + \zeta M_u u'_u = 0. \quad (6.2)$$

Für die Herleitung dieser Gleichungen sei auf Anhang E verwiesen. Gl. (6.1) und (6.2) werden in die Transfermatrixdarstellung für kompakte, verlustbehaftete Elemente überführt [25]

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & [1 - \zeta] M_u - i \frac{2\pi f}{c} l_{\text{eff}} \\ -i \frac{2\pi f}{c} l_{\text{red}} & \alpha \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Die Faktoren l_{eff} , l_{red} und ζ bezeichnen die effektive und reduzierte Länge sowie den akustischen Verlustbeiwert. l_{eff} und l_{red} berücksichtigen die induktiven und kapazitiven Einflüsse des mehrdimensionalen Elements in der Transfermatrix. Die drei Faktoren werden in dieser Arbeit durch die Anpassung der Parameter an die CFD/SI Ergebnisse bestimmt.

6.2 Identifikationsexperiment

Zur Validierung von CFD/SI wird nun der in Abbildung 6.1 dargestellte Fall mit dem kommerziellen CFD Programm Fluent6 simuliert [22].

Ein zweidimensionales, rotationssymmetrisches Gitter findet für den beispielhaft untersuchten Flächensprung, eine Rohrverengung von einem Rohrdurchmesser von 0,2 m auf 0,104 m, Verwendung. Das dabei verwendete CFD Gitter hat eine Größe von 3000 Zellen. Das Rechengebiet umfasst zwei Rohre der Länge 0,4 m vor und nach dem Element. An zwei Ebenen, jeweils 0,05 m vom Element entfernt, werden zu jedem Zeitschritt massenstromgemittelte Zeitreihen des statischen Drucks und der Axialgeschwindigkeit exportiert. Die mittlere axiale Geschwindigkeit am Einlass des Rechengebietes beträgt 0,7 m/s. Aus der mittleren Temperatur und der mittleren Geschwindigkeit ergibt das eine Machzahl $M = 0,002$ vor dem Element und $M = 0,0076$ danach. Die Einstellungen des CFD Löser sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Ein nichtkausaler Filter in pu-Darstellung wird für die auf die CFD Rechnung folgende Systemidentifikation benutzt. Mit Hilfe der Methode der Formfunktion wird $L = 12$ und $m = 1$ bestimmt.

6.3 Transfermatrix der plötzlichen Flächenänderung

Im Folgenden wird CFD/SI mit Messergebnissen, der analytisch bestimmten Transfermatrix des Flächensprungs und mittels einer Finite Element Methode (FEM) validiert. Zur Bestimmung der Transfermatrix des Elementes wird FEM in Kombination mit der Multimikrofonmethode verwendet. In der FEM-Rechnung werden die Helmholtz-Gleichungen gelöst, die Anregung geschieht monofrequent. An definierten axialen Positionen wird der akustische Druck p' für die Anregungsfrequenz herausgeschrieben. Auf Basis einer FEM Rechnung kann dann analog

Fluid Modell	Ideales Gas
Turbulenz	$k - \epsilon$ Modell
Advection Scheme	Power Law
Randbedingungen	Velocity Inlet Pressure Outlet
Abstand $\Delta \mathbf{x}$ der Exportebenen	0,1 m
Kanallänge	0,8 m
Zeitschritt $\Delta \mathbf{t}$ der CFD Rechnung	$2,5 \cdot 10^{-5}$ sec
Anzahl \mathbf{N} der Zeitschritte	10000
Temperatur $\mathbf{T}_{\text{Einlass}}$ am Einlass des Rechengebietes	293 K
Machzahl \mathbf{M}	$< 0,1$

Tabelle 6.1: Einstellungen von Fluent6 [22] für den Flächensprung zwischen zwei Rohren.

zu den experimentellen Ergebnissen die Multimikrofonmethode zur Identifikation der Transfermatrix verwendet werden. Bei diesem Ansatz werden Einflüsse der Hauptströmung und der Turbulenz vernachlässigt, zusätzlich führt die Multimikrofonmethode selbst zu Nachteilen der Methode (s.u.). Pankiewitz modellierte den Flächensprung dreidimensional in der Simulationsumgebung FemLab für verschiedene Flächenverhältnisse [49, 51]. Die Nachteile der Multimikrofonmethode (Kapitel 1.4.1) liegen in der indirekten Bestimmung der akustischen Schnelle u' aus dem Drucksignal p' (FEM und Messung). Dabei wird die Transfermatrix des verlustfreien Transports einer ebenen Welle in einem Rohr vorausgesetzt. Im Gegensatz zu FEM wird zusätzlich eine Mittelung verschiedener Messungen vorgenommen. Für jede Frequenz werden mit Hilfe des gemessenen Drucksignals die akustischen Wellen im gesamten System extrapoliert, was zu Fehlern führen kann. Erschwerend kommt hinzu, dass die Mikrofone große Ungenauigkeit unterhalb von 100 Hz aufweisen. Auch ist die Anregung bei einzelnen Frequen-

zen fehlerbehaftet, eine Schwankung der Anregungsfrequenz, sowie das Auftreten von höheren Harmonischen beeinträchtigt die Signalqualität. Fischer weist zudem auf die Notwendigkeit einer Optimierung der Mikrofonpositionen hin, um eine Messung an Druckknoten zu vermeiden. Eine Optimierung wurde aber nicht vorgenommen [20]. Auch kommt es bei Anregung nahe der Eigenfrequenzen des Systems zu starken Messungenauigkeiten, was zu „Ausreißern“ in der dargestellten Transfermatrix führt (siehe z.B. Abbildung 6.2, ≈ 450 Hz und ≈ 900 Hz). Im Vergleich dazu hat CFD/SI den Nachteil, dass ein Turbulenzmodell verwendet wird, welches z.B. Wiederanlegelängen der Strömung nicht ausreichend genau wiedergibt. Zusätzlich wird die Wandgrenzschicht nicht aufgelöst und im Bereich des Flächensprunges kommt es zu einer schrägen Anströmung des verwendeten hexagonalen Gitters, was zu numerischer Dissipation führt. Zusätzlich müssen die Parameter L und m der Wiener-Hopf Gleichung bestimmt werden, was zu weiterer Unsicherheit führt.

Abbildung 6.2 zeigt die geschätzte Transfermatrix eines verlustbehafteten Flächensprungs als Funktion der Frequenz [25, 20]. Beim betrachteten Fall handelt es sich um eine Flächenverengung mit einem Flächenverhältnis von $\alpha \approx 3,7$, die Machzahl beträgt ungefähr 0,03 und die maximal dargestellte Helmholtzzahl ist etwa $He = \frac{2\pi fL}{c} \approx 1,85$ (für $c = 340$ m/s, Abstand der Exportebenen $\Delta x = 0,1$ m). Alle vier Koeffizienten weisen eine qualitativ gute Übereinstimmung in Betrag und Phase auf. Der linke untere Koeffizient, weil im Betrag nahe Null für alle Verfahren und $f < 1000$ Hz, ist von untergeordneter Bedeutung. Die reduzierte Länge l_{red} erscheint vernachlässigbar. Die effektive Länge l_{eff} ist das bestimmende Element für die Beschreibung des Flächensprunges. Damit ist das Element „gedächtnislos“, also nicht durch Zeitverzögerungen bestimmt.

l_{eff} wird von den Verfahren unterschiedlich vorhergesagt, sie wird im folgenden für CFD/SI und FEM durch eine lineare Parameteranpassung aus dem Koeffizienten T_{12} der Transfermatrix extrahiert (Abbildung 6.3). l_{eff} ist mit dem Durchmesser d_u des stromauf befindlichen Rohres normiert. Für CFD/SI und

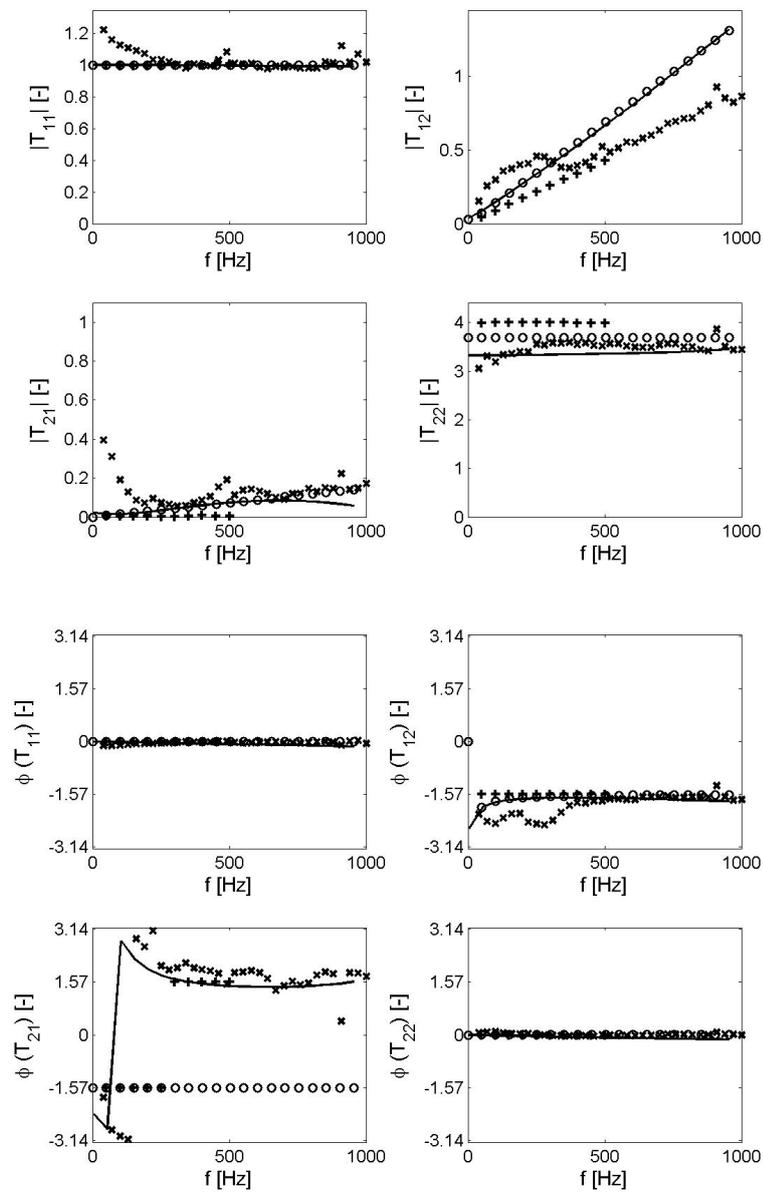


Abbildung 6.2: Transfermatrix eines Flächensprungs zwischen zwei Rohren im

Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung mit $l_{\text{eff}} = 0,075$ m, $l_{\text{red}} = 0,008$ m und $\zeta = 0,55$ (\circ), Messung(\times) und FEM($+$) in pu-Darstellung [25, 20].

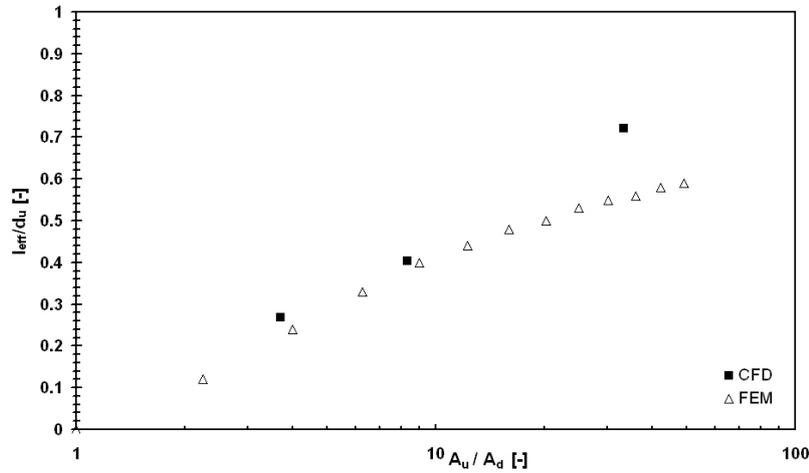


Abbildung 6.3: Effektive Länge als Funktion des Flächenverhältnisses aus analytischer Lösung (—), CFD/SI (■) und FEM(\triangle) [25].

FEM sind Rohre zugrunde gelegt. Für akustische Probleme hat sich gezeigt, dass FEM eine genaue Wiedergabe der Transfermatrix erlaubt [20, 51]. Es wird deshalb gefolgert, dass CFD/SI die effektive Länge über einen weiten Bereich von Flächenverhältnissen überschätzt.

6.4 Streumatrix der plötzlichen Flächenänderung

Die Transfermatrixdarstellung hat den Nachteil, dass die Lage der Referenzebenen einen großen Einfluss auf \mathbf{T} ausübt. Bei Fortpflanzung stehender Wellen in einem System ändern sich Betrag und Phase von p' und u' . f und g hingegen pflanzen sich mit gleich bleibendem Betrag fort. Der Betrag der Streumatrix ist somit unabhängig von der Lage der Referenzebenen. Es ist deshalb sinnvoll, zusätzlich zur pu-Darstellung auch die Streumatrix eines Elementes zu betrachten (Abbildung 6.4).

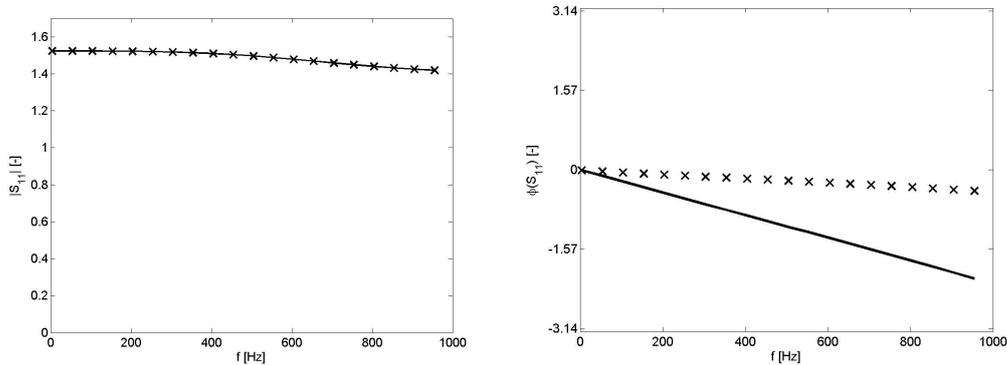


Abbildung 6.4: Erster Koeffizient der Streumatrix des Flächensprungs mit CFD/SI. Ohne Division des Abstandes der Exportebenen(—), mit Division des Abstandes $\Delta x = 0,1 \text{ m(x)}$.

Abbildung 6.5 zeigt die Ergebnisse aus Abbildung 6.2 als Streumatrix dargestellt. Die linken und rechten Koeffizienten sind hier über den gesamten Frequenzbereich von jeweils gleicher Größenordnung. Die Streumatrix zeigt nach Gl. (5.26) direkt Transmissions- und Reflektionskoeffizienten. Ronneberger untersuchte die Reflektionskoeffizienten von plötzlichen Rohraufweitungen experimentell (entspricht S_{12} , Abbildung 6.5) und stellte fest, dass für $f \rightarrow 0$ der Reflektionsfaktor näherungsweise durch das Flächenverhältnis der Querschnittsänderung bestimmt wird, was $p'_d = p'_u$ und $u'_d = \alpha u'_u$ bedeutet [70]. Daraus folgt die Streumatrix des Flächensprungs

$$\lim_{f \rightarrow 0} \mathbf{S} \approx \begin{pmatrix} \frac{2\alpha}{\alpha+1} & -\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \\ \frac{\alpha-1}{\alpha+1} & \frac{2}{1+\alpha} \end{pmatrix}, \quad (6.4)$$

wobei kompressible Effekte vernachlässigt werden und $M \rightarrow 0$. Für den in dieser Arbeit betrachteten Fall ($\alpha \approx 3,7$) ergibt sich daraus

$$\lim_{f \rightarrow 0} \mathbf{S} \approx \begin{pmatrix} 1,57 & -0,57 \\ 0,57 & 0,43 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

was mit den in Abbildung 6.5 dargestellten Ergebnissen mit guter Näherung

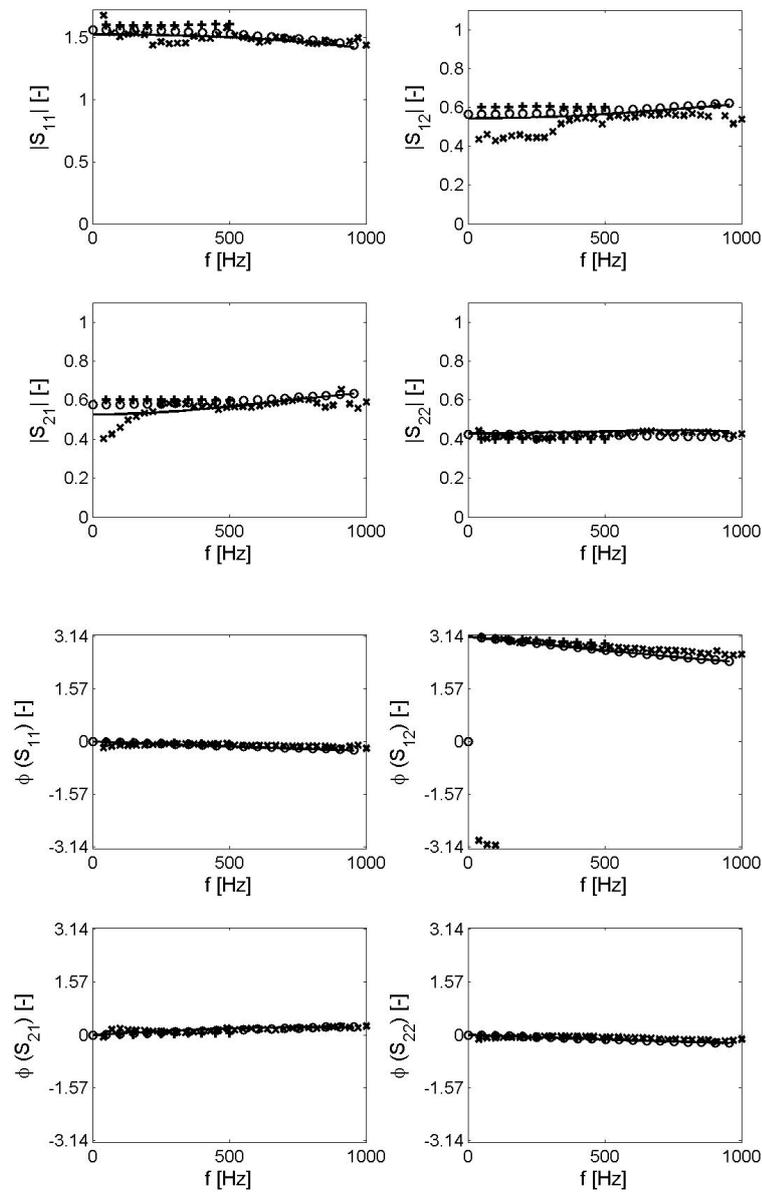


Abbildung 6.5: Streumatrix eines Flächensprungs zwischen zwei Rohren im

Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung mit $l_{\text{eff}} = 0,075$ m,

$l_{\text{red}} = 0,008$ m und $\zeta = 0,55$ (\circ), Messung(\times) und FEM(+).

übereinstimmt. Berücksichtigt man die effektive Länge ergibt sich analog

$$\mathbf{S}(f) \approx \begin{pmatrix} \frac{2\alpha}{\alpha+1-i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}} & -\frac{\alpha-1-i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}}{\alpha+1+i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}} \\ \frac{\alpha-1+i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}}{\alpha+1+i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}} & \frac{2}{1+\alpha+i\frac{2\pi f}{c}l_{\text{eff}}} \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$

was der analytischen Lösung in Abbildung 6.5 für $\zeta = 0$ entspricht. Die Steigung des Reflektionsfaktors hängt somit von der effektiven Länge ab. Für $f = 1000$ Hz, $l_{\text{eff}} = 0,075$ m und $c = 340$ m/s führt dies zu folgenden Ergebnissen

$$|\mathbf{S}|(1000\text{Hz}) \approx \begin{pmatrix} 1,47 & 0,65 \\ 0,65 & 0,39 \end{pmatrix}, \quad \phi(\mathbf{S}(1000\text{Hz})) \approx \begin{pmatrix} -0,37 & 2,17 \\ 0,23 & -0,37 \end{pmatrix}. \quad (6.7)$$

Dies stimmt wiederum mit guter Näherung mit Abbildung 6.5 überein.

Weiterhin werden folgende Annahmen bei der Wahl der Exportebenen getroffen:

1. die Exportebenen liegen ausreichend weit vom zu identifizierenden Element entfernt, um 3D-Effekte der akustischen Wellen zu vermeiden,
2. die ebenen Wellen werden in der CFD Rechnung mit guter Genauigkeit propagiert,
3. der Bezug auf Referenzebenen nach Gl. (5.16) verursacht keine Fehler.

Treffen diese Annahmen zu, sollte die Wahl der Exportebenen (bei identischer Wahl der Referenzebenen) keinen Einfluss auf die Transfer- bzw. auf die Streumatrix haben. Der Einfluss des Abstandes der Exportebenen ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Betrag der Streumatrix von der Wahl der Exportebenen weitgehend unabhängig ist.

6.5 Wahl Anzahl Zeitschritte N und der Identifikationsparameter L und m

Die Anzahl N der berechneten Zeitschritte entscheidet über den zeitlichen Aufwand der CFD Rechnung. N gilt es deshalb zu minimieren. Dazu wird die Streumatrix für unterschiedliche Längen N_i der Zeitreihen geschätzt (es entstehen

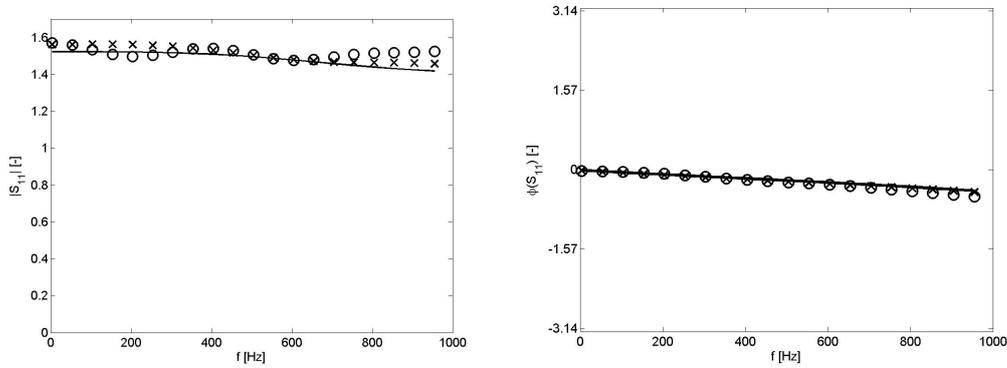


Abbildung 6.6: Erster Koeffizient der Streumatrix des Flächensprungs mit CFD/SI. $\Delta x = 0,1$ m(—), $\Delta x = 0,2$ m(x), $\Delta x = 0,4$ m(o).

$\mathbf{S}_{N=1000}$, $\mathbf{S}_{N=2000}$, etc.). Die mittlere quadratische Abweichung (Gleichung 4.18) dieser Streumatrizen \mathbf{S}_i wird auf die vorhandene maximale Länge der Zeitreihe bezogen (hier: $\mathbf{S}_{N=10000}$, Abbildung 6.7(links)). Es ist zu erkennen, dass für

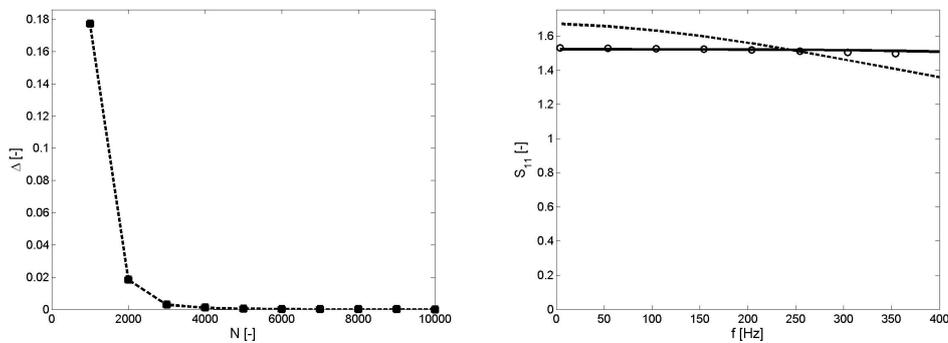


Abbildung 6.7: Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Flächensprungs unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 1000$ (- -), $N = 3000$ (o) und $N = 10000$ (—).

$N \leq 3000$ nur eine geringe Abweichung der Streumatrizen festzustellen ist. Erst für $N = 1000$ tritt eine merkliche Abweichung der Streumatrix zu $N = 10000$

auf, Abbildung 6.7(rechts). Mit dieser Vorgehensweise kann schon während einer CFD Rechnung eine Konvergenz der identifizierten Transfermatrix nachgewiesen werden, womit die Länge der CFD Rechnung optimiert werden kann.

Für die Wiener-Hopf Gleichung werden die Parameter (L und m) benötigt und hier nach Kapitel 4.4 geschätzt (Abbildung 6.8). Ein Bereich niedriger Ab-

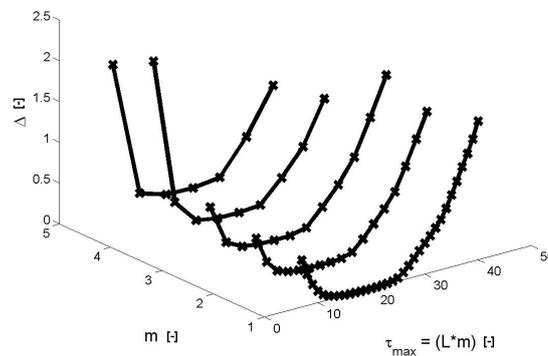


Abbildung 6.8: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Flächensprunges als Funktion von L und m für $N = 10000$.

weichungen der Streumatrizen existiert, in dem das vorliegende Element auch mit relativ ungenau geschätzten Parametern identifiziert werden kann.

6.6 Energiebilanz des akustischen Flächensprunges

Des weiteren wird nun die Energiebilanz des akustischen Flächensprunges untersucht (siehe Kapitel 5.6). Abbildung 6.9 zeigt die Energiebilanz der auf das Element treffenden Wellen f_u und g_d . Es ist zu erkennen, dass für beide Wellen die Energie nahezu erhalten bleibt. Dabei wird deutlich, dass CFD/SI den Transport akustischer Energie von g_d betragsmäßig leicht überbewertet. Eine Tendenz von

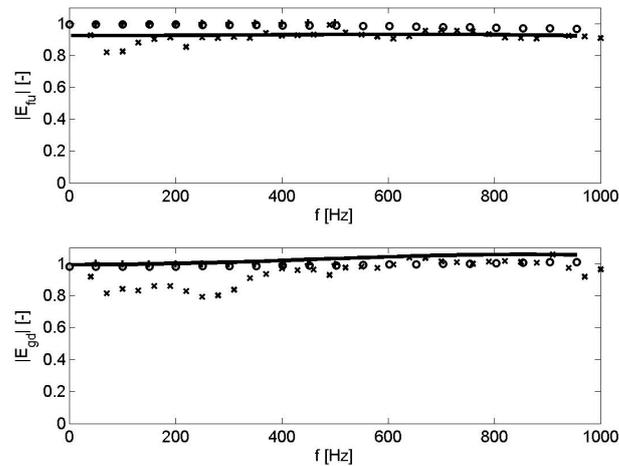


Abbildung 6.9: Energiebilanz des akustischen Flächensprunges. Vergleich zwischen CFD/SI(—), analytischer Lösung(\circ), Messung(\times) und FEM($+$) als Streumatrix.

$|E_{fu}|$ ($|E_{gd}|$) mit steigender Frequenz leicht abzufallen (zu steigen) ist erkennbar, befindet sich aber innerhalb der Schwankungsbreite der Ergebnisse. Abbildung 6.10 zeigt dass die Energie beider einlaufender Wellen zu etwa 2/3 transmittiert und zu etwa 1/3 reflektiert werden. Das Element ist in Bezug auf die Reflektion akustischer Energie auch für $f > 0$ Hz symmetrisch. Weiterhin sagt CFD/SI eine leichte Abnahme der Transmission der Welle und eine Zunahme von Reflektion mit steigender Frequenz voraus. Dieser Aspekt wird bei der Betrachtung des TD_1 Brenners (Kapitel 7) wichtig.

Zusammen wird deutlich, dass der Flächensprung als nahezu verlustfreies dämpfendes Element modelliert werden kann. CFD/SI liefert somit für den Flächensprung keinen wesentlichen Vorteil gegenüber Ansätzen die die Verluste vernachlässigen.

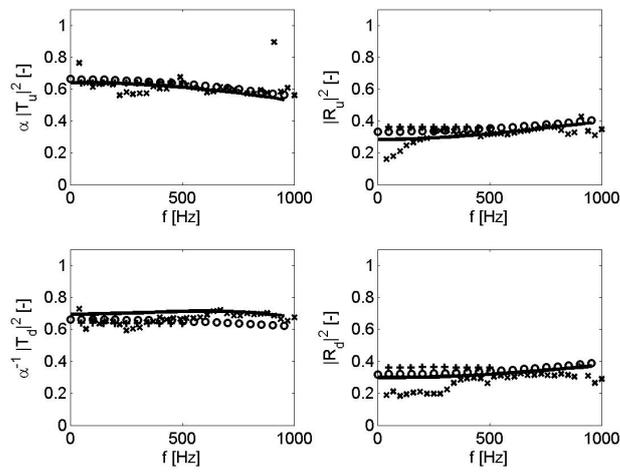


Abbildung 6.10: Energie der reflektierten und transmittierten Anteile der einfallenden Wellen f_u und g_d . Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) [20] und FEM(\times) [56].

Kapitel 7

Drallvormischbrenner $TD4016$ ohne Wärmefreisetzung

Der im folgenden untersuchte TD_1 Drallbrenner ist ein am Lehrstuhl für Thermodynamik entwickelter generischer Brenner mit variabel einstellbarer Drallzahl. Abbildung 7.1 zeigt den Aufbau des Brenners. Der Drall wird durch Verkürzen der tangentialen Einlassschlitze variiert. Zusätzlich kann durch Einbauten der Düsendurchmesser geändert werden. $TD4016$ ist eine Variante dieses Brenners mit 40 mm Düsendurchmesser und 16 mm Schlitzlänge des Drallerzeugers. Dadurch ergibt sich in eine Drallzahl von etwa 0,75. $TD4016$ und andere Varianten wurden experimentell von Fischer und Kunze untersucht [20, 38].

7.1 Identifikationsexperiment

Der in Abbildung 7.1 dargestellte Vormischbrenner erfordert in dreidimensionaler Modellierung ein großes Rechengitter (> 500000 Zellen). Die daraus resultierenden Rechenzeiten für instationäre Rechnungen übersteigen die vorhandenen Rechenkapazitäten. Aus diesem Grund wird ein zweidimensionales, rotationssymmetrisches Modell des Brenners erstellt und in Fluent6 [22] umgesetzt.

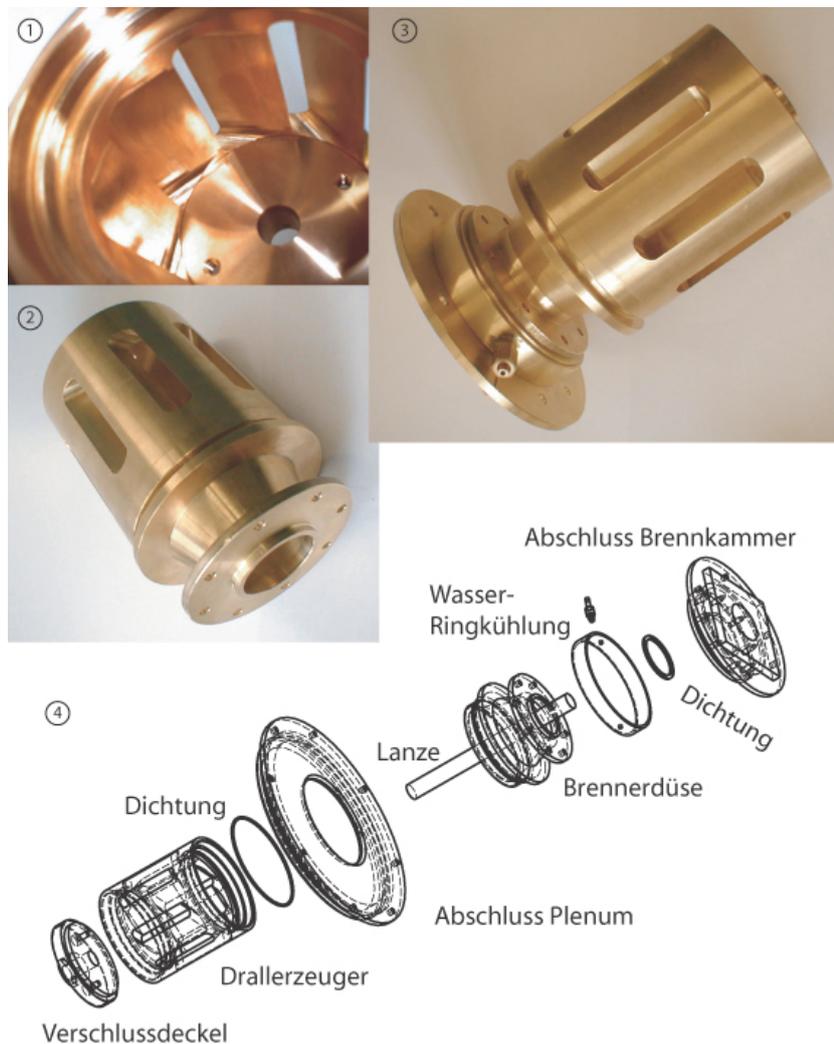


Abbildung 7.1: Aufbau des TD_1 Brenners [20].

Der Drallerzeuger des $TD4016$ Brenners kann zweidimensional nicht dargestellt werden. Um die Aufprägung der Azimutalgeschwindigkeit im Bereich des Drallerzeugers zu modellieren, wird deshalb eine generische Drallquelle nach Kiewetter et al. eingeführt [34]. Diese Drallquelle modelliert die Umlenkung des Geschwindigkeitsvektors im Bereich des Drallerzeugers durch eine Quelle der Azimutalgeschwindigkeit und eine Senke der Radialgeschwindigkeit. Letztere soll sicherstellen, dass der Totaldruck erhalten bleibt. Zusätzlich werden Quellen der

turbulenten Dissipation und der Reynoldsspannungen uu , vv , ww aufgeprägt. Diese Form der Drallaufprägung wurde von Kiesewetter et al. für einen Drallbrenner validiert und wird in dieser Arbeit angewendet [34]. Um den fehlenden Drallschlitz (Abbildung 7.1) Rechnung zu tragen, wird eine Optimierung der Parameter der Drallquelle durchgeführt. Die Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten, der Reynoldsspannungen und der Dissipation werden im Düsenhals mit einer stationären 3D Rechnung in Übereinstimmung gebracht. Dabei kann eine gute Übereinstimmung der Strömungsprofile zwischen 2D und 3D Rechnung erzielt werden.

Das CFD Modell ist schematisch in Abbildung 7.2 dargestellt. Die Exportebenen der Zeitreihen liegen 0,09 m stromauf der Referenzebene und 0,16 m stromab der Brennerdüse. Daraus ergibt sich ein Abstand der Exportebenen $\Delta x = 0,34$ m.

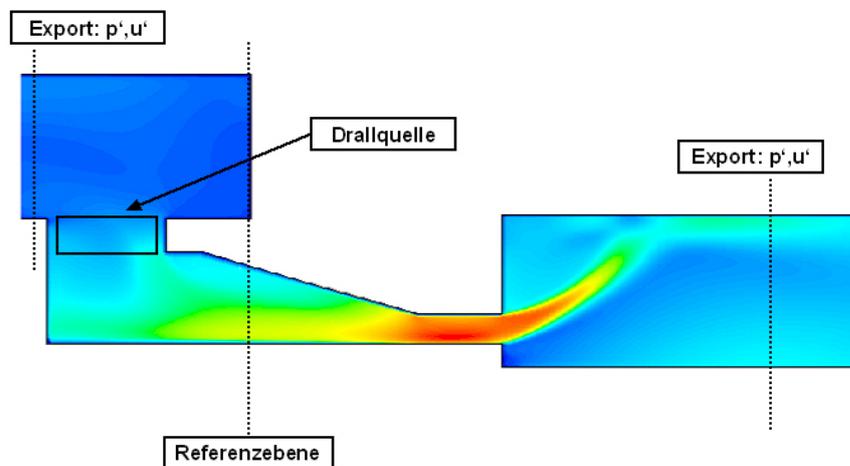


Abbildung 7.2: 2D Modell des TD_1 Brenners mit Drallquelle nach Kiesewetter [34].

Insgesamt wird ein CFD Gitter mit 23000 Zellen verwendet. Die mittlere

axiale Geschwindigkeit am Einlass des Rechengebietes beträgt 0,8 m/s. Aus den mittleren Temperaturen und den mittleren Geschwindigkeiten ergibt dies eine Machzahl, die für alle Zeitpunkte und Orte unterhalb 0,1 verbleibt. Die Einstellungen des CFD Löser sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst.

Fluid Modell	Ideales Gas
Turbulenz	Reynolds Stress Modell
Advection Scheme	Power Law
Randbedingungen	Velocity Inlet Pressure Outlet
Abstand $\Delta \mathbf{x}$ der Exportebenen	$\approx 0,34$ m
Zeitschritt $\Delta \mathbf{t}$ der CFD Rechnung	$2,5 \cdot 10^{-5}$ sec
Anzahl \mathbf{N} der Zeitschritte	10000
Temperatur $\mathbf{T}_{\text{Einlass}}$ am Einlass des Rechengebietes	293 K
Machzahl \mathbf{M}	$< 0,1$

Tabelle 7.1: Einstellungen von Fluent6 [22] zur Berechnung des TD_1 Brenner.

Ein nichtkausaler Filter in pu-Darstellung wird für die Systemidentifikation benutzt, wobei mit Hilfe der Methode der Formfunktion $L = 28$ und $m = 5$ approximiert wird.

7.2 Vergleichbarkeit durch Referenzebenen

Um Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen anderer Methoden erzielen zu können, werden alle für den $TD4016$ geschätzten Transfermatrizen auf eine Referenzebene bezogen. Diese Ebene ist die Rückwand des Plenums (Vergleich Abbildung 7.2) des $TD4016$, was Ausbreitungswegen der ebenen Wellen von $\Delta x = 0,089$ m (stromauf, \mathbf{T}_{EW1}) und $\Delta x = 0,251$ m (stromab, \mathbf{T}_{EW2}) entspricht. Dadurch

entsteht ein kompaktes Element ohne axiale Ausdehnung

$$\mathbf{T}(f) = \mathbf{T}_{EW^2}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{Brenner} \cdot \mathbf{T}_{EW^1} . \quad (7.1)$$

Durch Bezug auf Referenzebenen werden Transfermatrizen aus unterschiedlichen Quellen miteinander vergleichbar.

7.3 Transfermatrix des kalten Brenners

Abbildung 7.3 zeigt die Transfermatrix des TD4016 Brenners in pu-Darstellung als Funktion der Frequenz [20, 56]. Das Modell der effektiven Länge (T_{12}) wird zumindest für $f < 250$ Hz bestätigt [73]. Für T_{21} ist eine Differenz zu den in der Literatur beschriebenen Brennermodellen [20, 21, 53, 73] zu erkennen. Die in diesen Arbeiten vernachlässigte reduzierte Länge zeigt einen signifikanten Einfluss auf die Transfermatrix des TD_1 Brenners.

7.4 Streumatrix des kalten Brenners

Abbildung 7.4 zeigt die Ergebnisse aus Abbildung 7.3 in Streumatrix Darstellung. S_{11} und S_{12} werden von CFD/SI weniger genau vorhergesagt als die anderen Koeffizienten. Für beide einlaufenden Wellen wird mit steigender Frequenz ein Übergang von Energietransmission zu -reflektion beobachtet (Abbildung 7.6). Flächensprünge weisen mit der Frequenz steigende Reflektionsfaktoren auf, die Größe der Steigung hängt von der effektiven Länge ab (Gl. 6.6). Für den TD_1 Brenner hat dieser Effekt, durch die größere effektive Länge, ein stärkeres Gewicht. Fischer zeigte diesen Zusammenhang indem er den TD_1 Brenners mit Flächensprüngen und einem Korrekturfaktor für Verluste modellierte [20]. Extrapoliert man die Kurven in Abbildung 7.6 gegen $f = 0$ ($f_{min} = 1/(N\Delta t) = 4$ Hz), resultieren zumindest für f_u die gleichen Beträge wie für den Flächensprung, der Brenner verhält sich in diesem Fall wie der Flächensprung mit gleichem Flächenverhältnis.

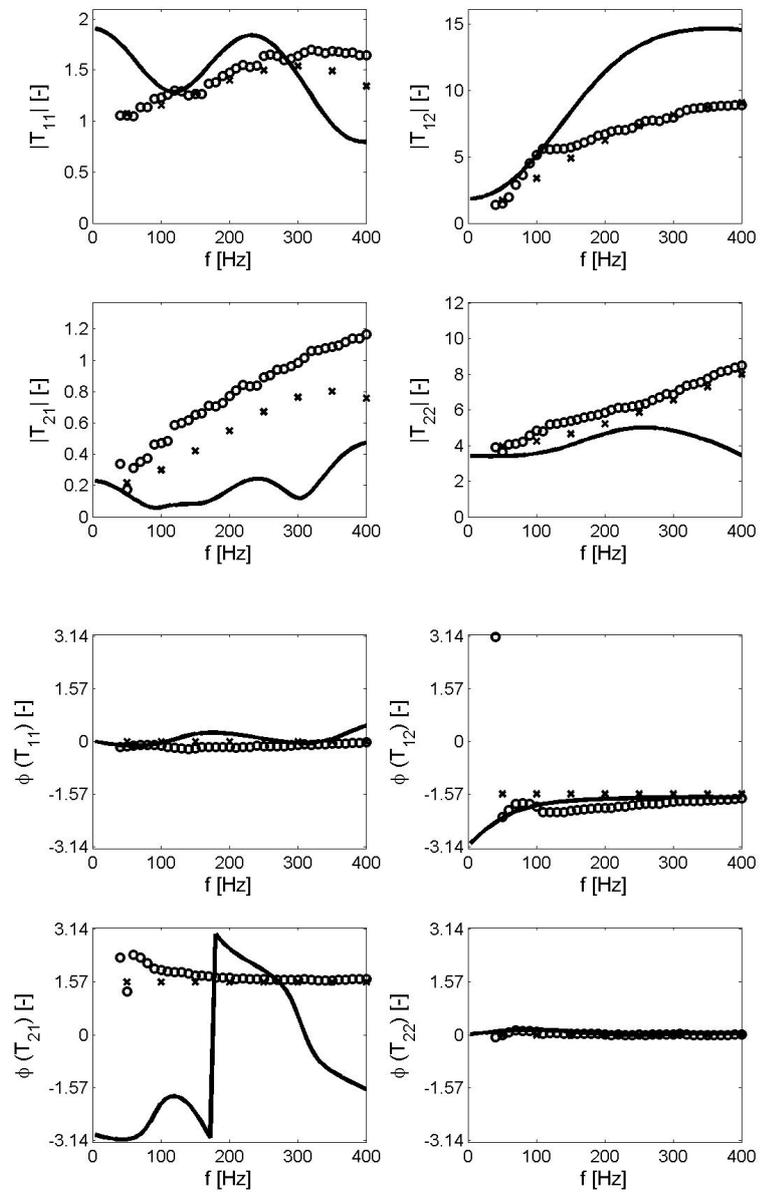


Abbildung 7.3: Transfermatrix von Brenner ohne Flamme in pu-Darstellung.

Vergleich zwischen CFD/SI (—), Messung (o) [20] und FEM (x) [56].

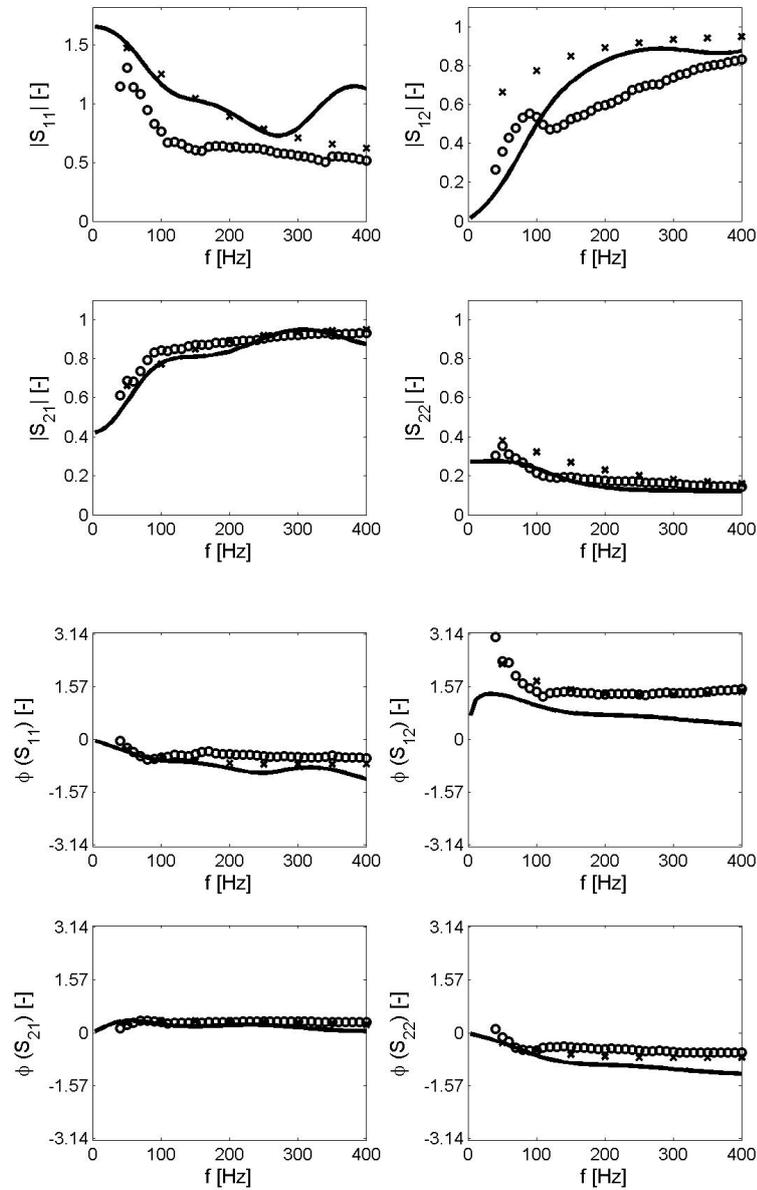


Abbildung 7.4: Streumatrix von Brenner ohne Flamme. Vergleich zwischen CFD/SI (—), Messung (o) [20] und FEM (x) [56].

7.5 Energiebilanz des kalten Brenners

Für f_u wird weiterhin die Energie über den gesamten Frequenzbereich nahezu erhalten (Abbildung 7.5). CFD/SI sagt für $f > 300$ Hz eine Energieübertra-

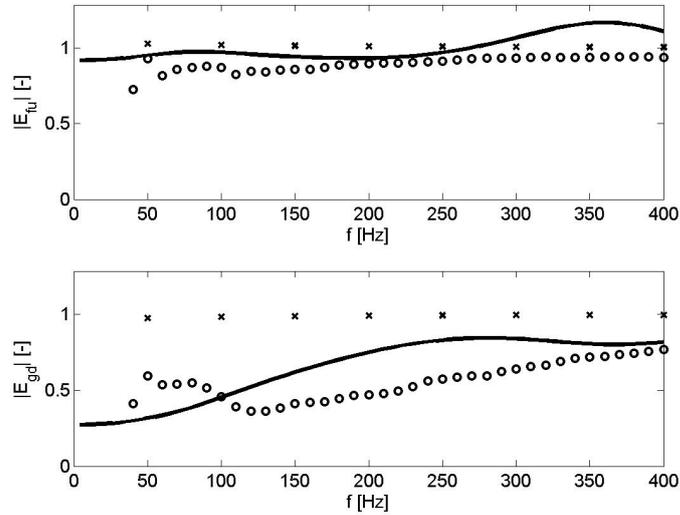


Abbildung 7.5: Normierte Energiebilanz der einfallenden Wellen f_u und g_d . Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) und FEM(x) [20] und FEM(x) [56].

gung an die akustische Welle voraus, was als Rechenungenauigkeit identifiziert werden kann. T_u (Abbildung 7.4, S_{11}) zeigt eine Abweichung für höhere Frequenzen, durch Umrechnung in die Streumatrix überträgt sich dies bis in E_{f_u} . Für die Energiebilanz von g_d ist dagegen zu erkennen, dass FEM Energieerhaltung vorhersagt, was aus den verwendeten Helmholtzgleichungen resultiert.

Um die unterschiedlichen Vorhersagen näher zu untersuchen, ist in Abbildung 7.6 die Energiebilanz nach reflektierten und transmittierten Anteilen von f_u und g_d aufgeteilt. Es wird deutlich, dass Dämpfung in stärkerem Maße stattfindet (Messung) als CFD/SI oder FEM dies vorhersagen. Für FEM kann man dies auf die fehlende Modellierung der mittleren Strömung zurückführen, was die akustischen Verluste auf ein Minimum begrenzt. Mit CFD/SI kann die Dissipation akustischer Energie ausreichend repräsentiert werden.

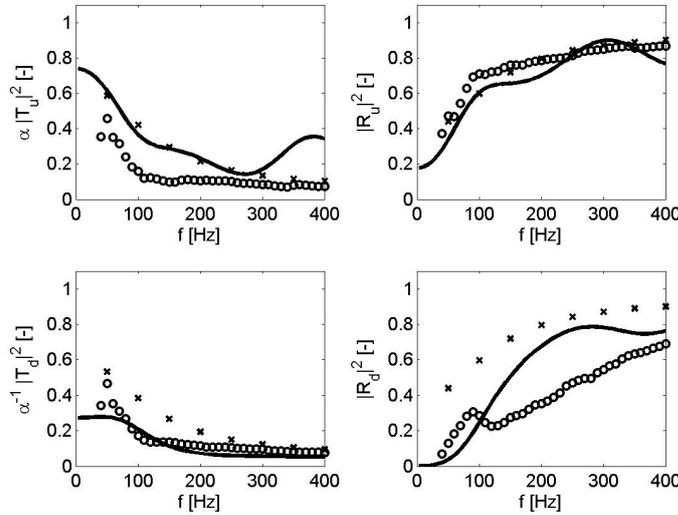


Abbildung 7.6: Energiefluss der reflektierten und transmittierten Anteile der einfallenden Wellen f_u und g_d ($\alpha = \frac{A_u}{A_d}$). Vergleich zwischen CFD/SI(—), Messung(\circ) [20] und FEM(x) [56].

7.6 Wahl Anzahl Zeitschritte N und der Identifikationsparameter L und m

Analog zu Kapitel 6 wird auch für den Brenner ohne Flamme die mittlere quadratische Abweichung in Abhängigkeit der Parameter N , L und m bestimmt. Abbildung 7.7(links) zeigt, dass $N \approx 10000$ für den Brenner ohne Flamme nötig sind. Im Vergleich zum Flächensprung ist dies ein erheblich größerer Rechenaufwand (Abbildung 6.7). Besonders bei kleinen Frequenzen treten Abweichungen der Streumatrizen auf (Abbildung 7.7(rechts)), was große N notwendig macht ($f_{min} = 1/(Ndt)$). Für die Parameter L und m muss eine Schätzung weiterhin genauer sein als für den Flächensprung. Abbildung 7.8 zeigt, dass für den Brenner ohne Flamme die mittlere quadratische Abweichung schon bei geringer Abweichung vom Optimum ansteigt. Die Bestimmung der Parameter mit der Methode der Formfunktion (Kapitel 4.4) ist notwendig, um die Transfer- bzw. Streumatrix

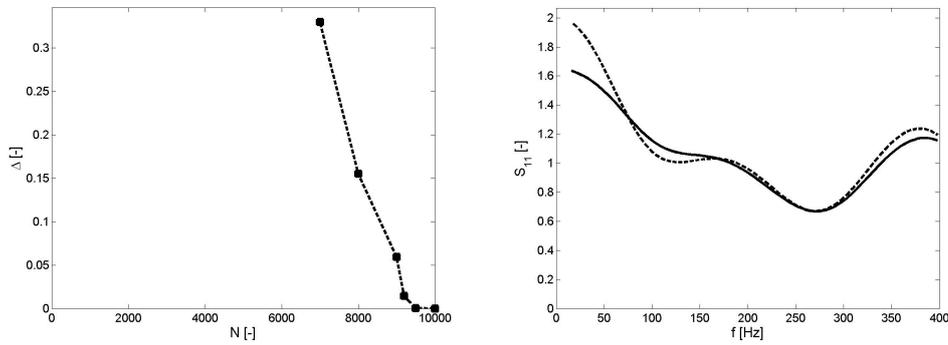


Abbildung 7.7: Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners ohne Flamme unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 7000$ (- -) und $N = 10000$ (—).

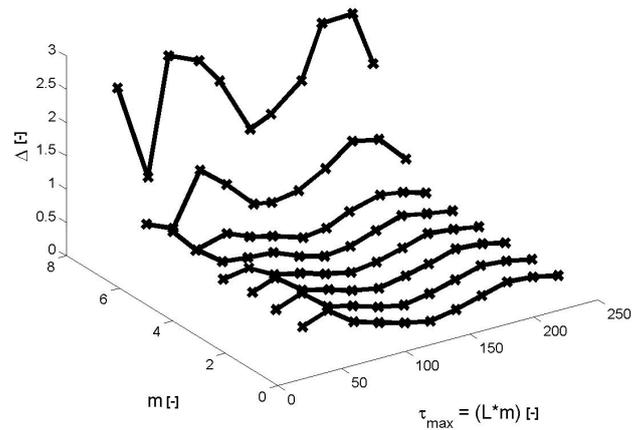


Abbildung 7.8: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners ohne Flamme als Funktion von L und m für $N = 10000$.

des Brenners ohne Flamme zu identifizieren.

Kapitel 8

Die Transferfunktion der Flamme des TD-Brenners

Die Bestimmung der Transfermatrix von Elementen mit Wärmefreisetzung, z.B. der Transfermatrix der Flamme, ist in der Praxis oft nur mit Messungenauigkeiten möglich [20]. Daneben wird häufig die Annahme getroffen, dass die Schwankung \dot{Q}' der Wärmefreisetzung nur von der Schwankung der Axialgeschwindigkeit abhängt. Dies führt zur Verwendung der Flammentransferfunktion $\mathbf{F}(f)$ anstelle der allgemeineren Flammentransfermatrix. $\mathbf{F}(f)$ eines Gasturbinenbrenners ist für perfekt vorgemischte Flammen definiert durch

$$\frac{\dot{Q}'}{\dot{Q}} = \mathbf{F}(f) \frac{u'}{\bar{u}} . \quad (8.1)$$

Mit \dot{Q} wird hierbei die Wärmefreisetzung der Flamme bezeichnet, und u ist die Axialgeschwindigkeit im Brennermund.

Bohn und Deuker, sowie Deuker und Krüger et al. schlugen vor das Übertragungsverhalten eines akustischen Elements durch Auswertung der Antwort auf einen Einheitssprung zu bestimmen [4, 13, 36]. Die Flammentransferfunktion wurde unter Verwendung der Laplace-Transformation der Sprungantwort des Elements im Zeitbereich bestimmt. Die Schätzung der Flammentransferfunktion mittels zeitabhängiger CFD wurde von Zhu et al. für eine Brennkammer mit

flüssigem Brennstoff angewendet [88]. Dabei kam eine Methode zum Einsatz, bei der die Flammentransferfunktion auf Basis von Zeitreihen aus CFD geschätzt wird. Dies ist zunächst analog zur vorliegenden Arbeit. Ein Unterschied besteht im verwendeten Filter und der Anregung. Die Transferfunktion wurde mittels Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate iterativ bestimmt und die CFD Rechnung mit überlagerten Sinusfunktionen angeregt. Es konnte nur eine geringe Übereinstimmung mit Messergebnissen erzielt werden.

Ein alternativer Ansatz wurde von Varoquié et al. und Truffin et al. zur Bestimmung des Transferverhaltens einer Flamme genutzt [81, 79]. Large Eddy Simulation (LES) lieferte Zeitreihen für axiale Geschwindigkeit und Wärmefreisetzung an axialen Streifen. Die akustische Welle am Eintritt des Rechengebietes wurde für einzelne Frequenzen (200 Hz und 350 Hz) angeregt, während die Auslassrandbedingung als nichtreflektierende Randbedingung formuliert wurde. Die Flammentransferfunktion wurde nicht direkt bestimmt, sondern mit Hilfe des $n - \tau$ Modells approximiert [11]. Der Bezug zwischen Geschwindigkeit und Wärmefreisetzung wurde durch Anpassung der freien Parameter n und τ dieses Modells erreicht [81, 79]. Es resultierten n und τ als Funktion der axialen Position in der Brennkammer. Für einzelne Frequenzen konnte gute Übereinstimmung zwischen Experiment und LES gezeigt werden. Dieser Ansatz wird auch von Kaufmann et al. verwendet [32].

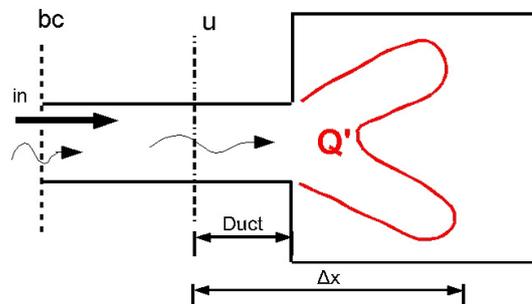


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung des TD4016 Brenners mit Flamme.

Abbildung 8.1 zeigt den schematischen Aufbau eines Drallbrenners stromab des Drallerzeugers. Die durch die Randbedingung angeregte Axialgeschwindigkeitswelle wird 10 mm stromauf des Brennermundes (Position u) massenstromgemittelt (Gleichung 5.19) über die Querschnittsfläche zu jedem Zeitschritt der CFD Rechnung exportiert. Die Wärmefreisetzungsschwankung der Flamme ist der, über das Volumen der Brennkammer integrierte, Quellterm des Verbrennungsmodells. Bei den zu beschreibenden Vergleichsmessungen wird eine Hitzdrahtsonde zur Messung der Geschwindigkeitsschwankungen verwendet [20, 38].

Bei der Berechnung der Flammentransferfunktion kommt das CFD Modell aus Kapitel 7.3 zum Einsatz. Zusätzlich wird die Wärmefreisetzung wie in Kapitel 5.1.2 beschrieben modelliert. Mit Hilfe der Methode der Formfunktion wird $L = 36$ und $m = 18$ approximiert. Bei der Betrachtung der Flammentransferfunktion ist von Interesse, welche Annahmen für das Element „Flamme“ getroffen werden dürfen, um ein geeignetes CFD Modell zu erstellen. So ist die Annahme der Kompaktheit der Flamme und der Einfluss der thermischen Randbedingungen auf das Transferverhalten der Flamme wichtig. Die physikalischen Mechanismen der Flamme als Quelle akustischer Energie werden weiterhin betrachtet. Schließlich wird die Übertragbarkeit von Flammentransferfunktionen aus Einzelbrennerrechnungen auf Brenner in einer Ringbrennkammeranordnung untersucht.

8.1 Abweichungen zwischen Messung und Rechnung

Bei der Untersuchung der Flammentransferfunktion sind Abweichungen zwischen CFD/SI und Messung zu beobachten (Abbildungen 8.3 und 8.4). Dies trifft besonders für Frequenzen oberhalb 250Hz zu. Aus Abbildung 8.4 wird dabei deutlich, dass die Größe dieser Abweichungen bei höheren Frequenzen vom Wert

der kritischen Streckungsrate abhängt. Die Abweichungen können somit zumindestens teilweise auf das nichtvalidierte Flammenmodell zurückgeführt werden. Abbildung 8.2 zeigt die mittlere axiale Wärmefreisetzung als Funktion der axia-

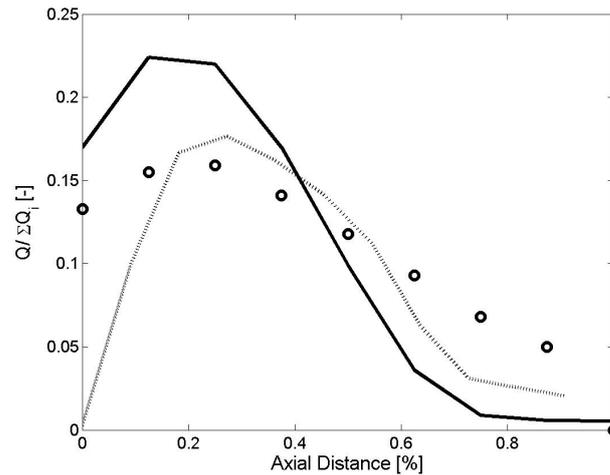


Abbildung 8.2: Axiale Wärmefreisetzung. Vergleich zwischen Messung 'o' [38] und CFD/SI: $g_{crit} = 7 \cdot 10^3 s^{-1}$ '...' and $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$ '—'.

len Position in der Brennkammer für 10 äquidistante Schlitze (siehe auch [38]). Die kritische Streckungsrate g_{crit} ist der freie Parameter des verwendeten Verbrennungsmodells (Kapitel 5.1.2). Die gezeigten Werte für g_{crit} ergeben die bestmögliche Übereinstimmung der mittleren Wärmefreisetzung zwischen Messung und CFD Rechnung. In keinem Fall kann eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung erreicht werden. Ist die Position der maximalen Wärmefreisetzung näherungsweise mit der Messung vergleichbar ($g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$), so ist die Flamme zu kurz. Nähert sich die Flammenlänge dem gemessenen Wert an ($g_{crit} = 7 \cdot 10^3 s^{-1}$), so wird eine abweichende Position für die maximale Wärmefreisetzung vorausgesagt.

8.2 Einfluss des Gasmodells

Mit der Flammentransferfunktion wird das dynamische Flammenverhalten in der Form $\dot{Q}' = f(u')$ modelliert, der Einfluss des akustischen Druckes p' wird vernachlässigt. Zusätzlich wird oft angenommen, dass die Flamme als nahezu kompakt modelliert werden kann. Der Einfluss des Gasmodells auf die Flammentransferfunktion ist dann vernachlässigbar, was eine Modellierung der Strömung als inkompressibles Fluid zulässt. Des Weiteren werden in Fluent unterschiedliche Lösungsverfahren für kompressible bzw. inkompressible Fluide verwendet, was einen zusätzlichen Einfluss auf das Ergebnis hat.

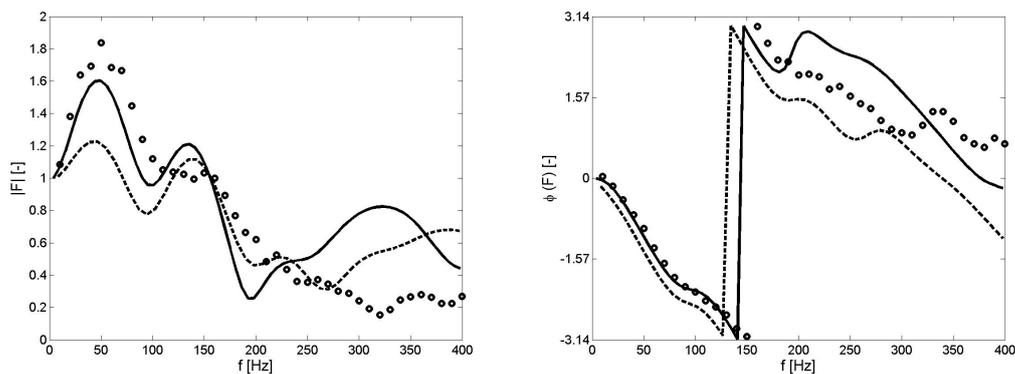


Abbildung 8.3: Transferfunktion der Flamme TD4016. Vergleich versch. Gasmodelle. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(kompressibel, $T_{Wand} = 300$ K), '- -' CFD/SI(inkompressibel, $T_{Wand} = 300$ K), 'o' Messung [38].

Abbildung 8.3 zeigt den Einfluss des verwendeten Gasmodells (ideales Gas bzw. inkompressibles Fluid) auf die Schätzung der Transferfunktion. Die Modellierung als inkompressibles Fluid führt zu einer abweichenden Flammentransferfunktion. Die Annahme einer kompakten Flamme wird infrage gestellt. Die Ursache des beobachteten Unterschiedes sollte allerdings, auf Basis der geringen Machzahlen ($M < 0,1$), auf den CFD-Löser zurückzuführen sein. Aufgrund fehlender Messergebnisse kann die Zuordnung der Abweichungen aber nicht näher

vorgenommen werden.

8.3 Einfluss der thermischen Randbedingung

Eine Schwierigkeit bei der Modellierung des TD_1 Brenners ist der Wärmeübergang an die Brennkammerwand. Im Experiment ist die Brennkammerwand intensiv gekühlt, detaillierte Messwerte der Wandtemperaturen sind aber nicht vorhanden. Das wirft die Frage nach der thermischen Randbedingung in CFD auf. Abbildung 8.4 zeigt den Einfluss des Wärmeübergangs an die Wand auf die

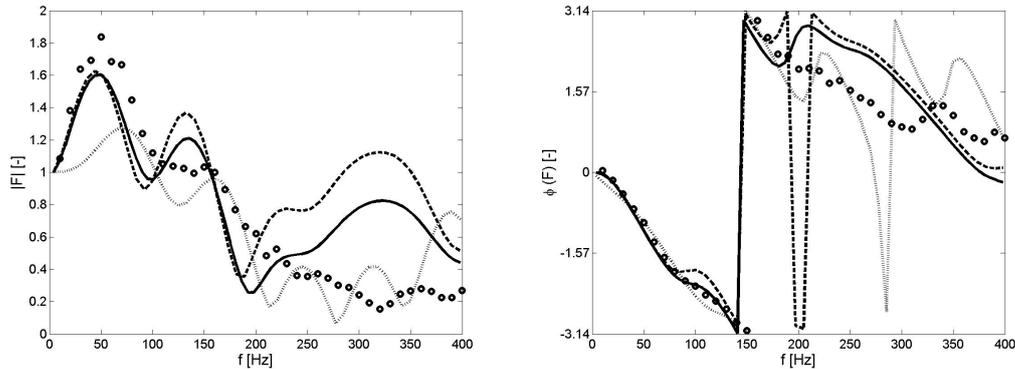


Abbildung 8.4: Transferfunktion der Flamme TD4016. Betrag/Phase: '—'

CFD/SI(nichtadiabat, $T_{Wand} = 300$ K, $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$), '...'

CFD/SI(nichtadiabat, $T_{Wand} = 300$ K, $g_{crit} = 7 \cdot 10^3 s^{-1}$), '- -' CFD/SI(adiabat, $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$), 'o' Messung [38].

Transferfunktion der Flamme für $T_{Wand} = 300$ K und das adiabate Wandmodell. Zusätzlich ist der Parameter g_{crit} des Verbrennungsmodells variiert. Alle Rechnungen sind mit dem idealen Gasmodell durchgeführt worden. Es ist zu erkennen, dass die Wärmeübertragung an die Brennkammerwand einen vergleichsweise geringen Einfluss auf \mathbf{F} ausübt. Allerdings ist die Vorhersage von Wandwärmeströmen mit CFD, unter Verwendung von Turbulenzmodellen, mit Fehlern behaftet. Um den Einfluss von \dot{Q} an die Brennkammerwand zu quantifizieren sind

weitere Messungen notwendig.

Die kritische Streckungsrate ist der freie Parameter des Verbrennungsmodells und wurde durch Vergleich der mittleren Wärmefreisetzung mit Experimenten angepasst (Kapitel 5.1.2). Die erzielte Übereinstimmung der mittleren Wärmefreisetzung ist allerdings vergleichsweise gering (Kapitel 8.1). Es wird deutlich, dass schon eine geringe Änderung der kritischen Streckungsrate einen großen Einfluss auf \mathbf{F} ausübt, was eine weitere Schwierigkeit bei der Verwendung des TFC-Flammenmodells bedeutet. Insgesamt erhöht die niedrigere kritische Streckungsrate die Schwankungsbreite der Transferfunktion. Eine Anpassung von g_{crit} alleine kann nicht in eine perfekte Übereinstimmung der Flammentransferfunktionen münden. Das Flammenmodell ist deshalb nur teilweise geeignet, um die vorliegende Flamme zu modellieren.

8.4 Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme

Für den betrachteten Brenner ist $|\mathbf{F}(f)| > 1$ zu beobachten (Abbildungen 8.3 und 8.4), was auch von Kulsheimer und Büchner gefunden wurde [37]. Sie betrachteten eine offene und eingeschlossene Flamme (mit und ohne Brennkammer) und machten den Eintrag von kalter Außenströmung in die Rezirkulationszone für den überhöhten Wert des Betrages verantwortlich. Für eine eingeschlossene Flamme wurde das Überschreiten des Betrages Eins den kühlenden Wänden zugeschrieben, das kältere Gas von der Wand wird in die Rezirkulationszone eingebracht [37].

Zumindest für die in dieser Arbeit betrachtete Flamme ist diese Schlussfolgerung ungültig. Die eingeschlossene Flamme zeigt ein Überschreiten des Betrages sowohl für den adiabaten als auch im nichtadiabaten Fall (Abbildung 8.4), was dem Argument von Kulsheimer und Büchner widerspricht.

Um diese Beobachtung näher zu untersuchen, werden CFD Rechnungen unter

8.4. Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme 94

Anregung einzelner Frequenzen durchgeführt. Dabei wird die Transferfunktion mit Hilfe der Fourier-Transformation der normierten Zeitreihen berechnet

$$\mathbf{F}(f_i) = \frac{\hat{Q}'/\bar{Q}}{\hat{u}'/\bar{u}}. \quad (8.2)$$

Abgesehen von Abweichungen der Beträge oberhalb von 150 Hz sind die Ergeb-

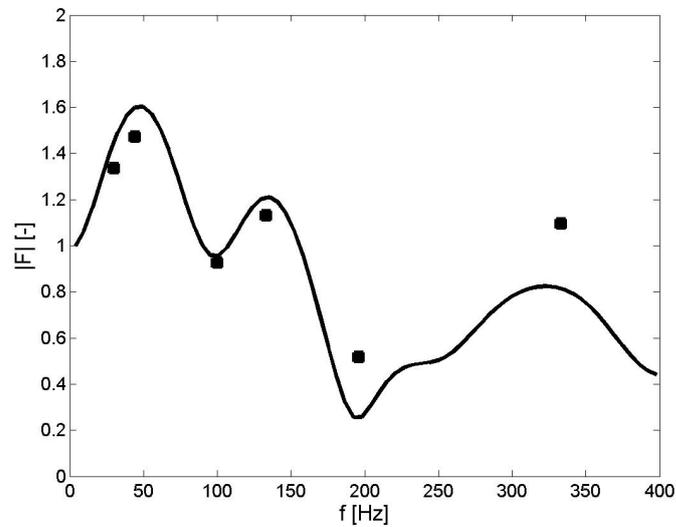


Abbildung 8.5: Betrag der Flammentransferfunktion im Vergleich zu Einzelfrequenzanregung. CFD/SI($T_{Wand} = 300$ K, —) , Einzelfrequenzanregung (■).

nisse mit CFD/SI und Einzelfrequenzanregung vergleichbar (Abbildung 8.5). Die Phasen zeigen perfekte Übereinstimmung und sind deshalb nicht dargestellt.

Im Folgenden werden zwei Frequenzen einer detaillierteren Untersuchung unterzogen: 44 Hz, die Frequenz der maximalen Überhöhung des Betrages und 196 Hz, die Frequenz mit minimalem Betrag. Bei beiden Frequenzen treten Schwankungen der Drallzahl D/u' (u und w fluktuieren und damit auch D)

$$\frac{D}{u'} = \frac{\int_0^\infty \bar{\rho} w r^2 dr}{u' R_0 \int_0^\infty \bar{\rho} u^2 r dr}, \quad (8.3)$$

8.4. Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme 95

mit dem Düsenradius r_D auf. Diese Schwankungen entstehen wenn die Anregung der Strömung auf den Drallerzeuger trifft und zusätzlich zur aufgeprägten Schwankung von u eine Schwankung der Tangentialgeschwindigkeit w entsteht. Stromab des Drallerzeugers pflanzt sich die Axialgeschwindigkeitsfluktuation mit Schallgeschwindigkeit fort (akustische Schnelle). Drallgeschwindigkeitsschwankungen aber werden in die Brennkammer konvektiert. Abbildung 8.6 zeigt die Schwankung der Drallzahl und die normierte Wärmefreisetzung $((\dot{Q}'\bar{u})/(u'\bar{Q}))$ über eine Periode der Anregungsfrequenz an der Position u (Vergleich Abbildung 8.1). Bei 44 Hz sind Drallzahlschwankungen in der Größenordnung von etwa 8% zu beobachten, bei 196 Hz beträgt dieser Wert nur etwa 3%. Den größeren Einfluss auf die Flammentransferfunktion hat allerdings die Phasenbeziehung zwischen Drallzahlschwankung und Flamme. Bei 44 Hz ist die Phasendifferenz zwischen Drallzahlschwankung und Wärmefreisetzung der Flamme etwa proportional dem Abstand zwischen Position u , wo die Drallzahl berechnet wird, und der Distanz zur Flamme sowie der konvektiven Transportgeschwindigkeit. Dieser Betrachtung folgend sind Drallzahl und Wärmefreisetzung gerade in Phase für 44 Hz. Bei 196 Hz liegt der gegenteilige Effekt vor, Drallzahlschwankung und Wärmefreisetzungsschwankung verhalten sich gerade gegenphasig.

Bei beiden Anregungsfrequenzen akkumuliert unverbranntes Gemisch periodisch in der Flamme, was zu Volumenschwankungen der Flamme führt. Für 44Hz beträgt die Amplitude dieser Akkumulation etwa 33% des Mittelwertes, bei 196Hz jedoch nur 16%. Diese Schwankungen sind auch in Phase mit der Drallzahlschwankung für 44Hz, was zu einer Schwankung der Flammenlänge und des Flammenwinkels führt. Eine einzelne Rezirkulationszone ändert periodisch ihre Größe (Abbildung 8.7). Dies ist für 196Hz nicht der Fall. Es kommt zur Entstehung einer zweiten Rezirkulationszone (Abbildung 8.8). Die Flamme schwankt hier hauptsächlich in radialer Richtung. Die Länge der Flamme variiert mit einer kleineren Amplitude als für den Fall mit einer Anregungsfrequenz von 44Hz. Mit dieser kleineren Längenvariation der Flamme geht eine kleinere Volumenfluktua-

8.4. Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme 96

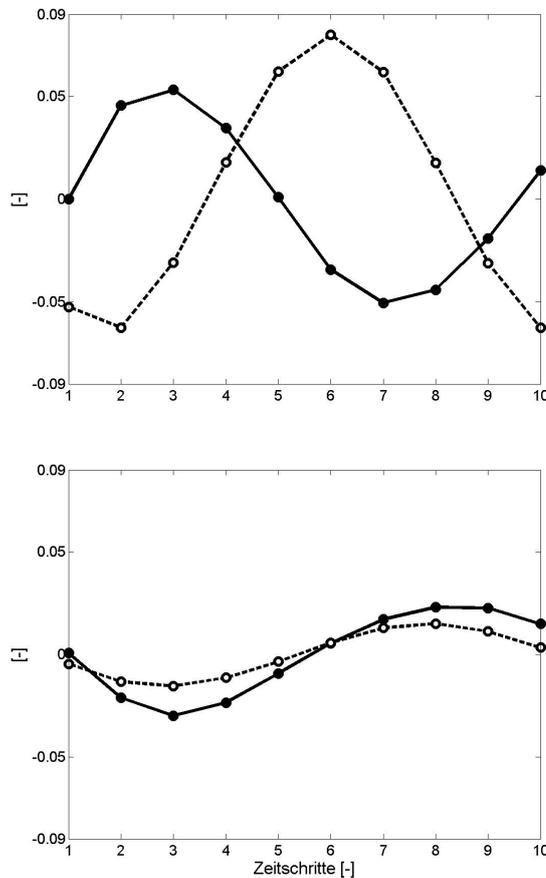


Abbildung 8.6: Normierte Zeitreihen: Normierte Drallzahl(- -) und normierte Wärmefreisetzung(—) an der Position u über eine Periode der Anregungsfrequenz. Oben: $f = 44\text{Hz}$ / Unten: $f = 196\text{Hz}$.

tion einher. Für den Fall mit 44Hz Anregung variiert das Volumen und somit die Oberfläche der Flamme stärker als dies für 196Hz der Fall ist.

Die Volumen- bzw. Oberflächenschwankung wird in der Literatur auch ohne Dralleffekte berichtet. Cho und Lieuwen berechneten die Flammentransferfunktion für die Anregung der Flammenoberfläche mit Hilfe des Brennstoff/Luft-Verhältnisses. Das Ergebnis stimmt zumindest konzeptionell mit den in dieser Arbeit beobachteten Ergebnissen überein. Die Autoren brachten die Betragserhöhung der Transferfunktion mit Oberflächenfluktuationen der Flamme

8.4. Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme 97

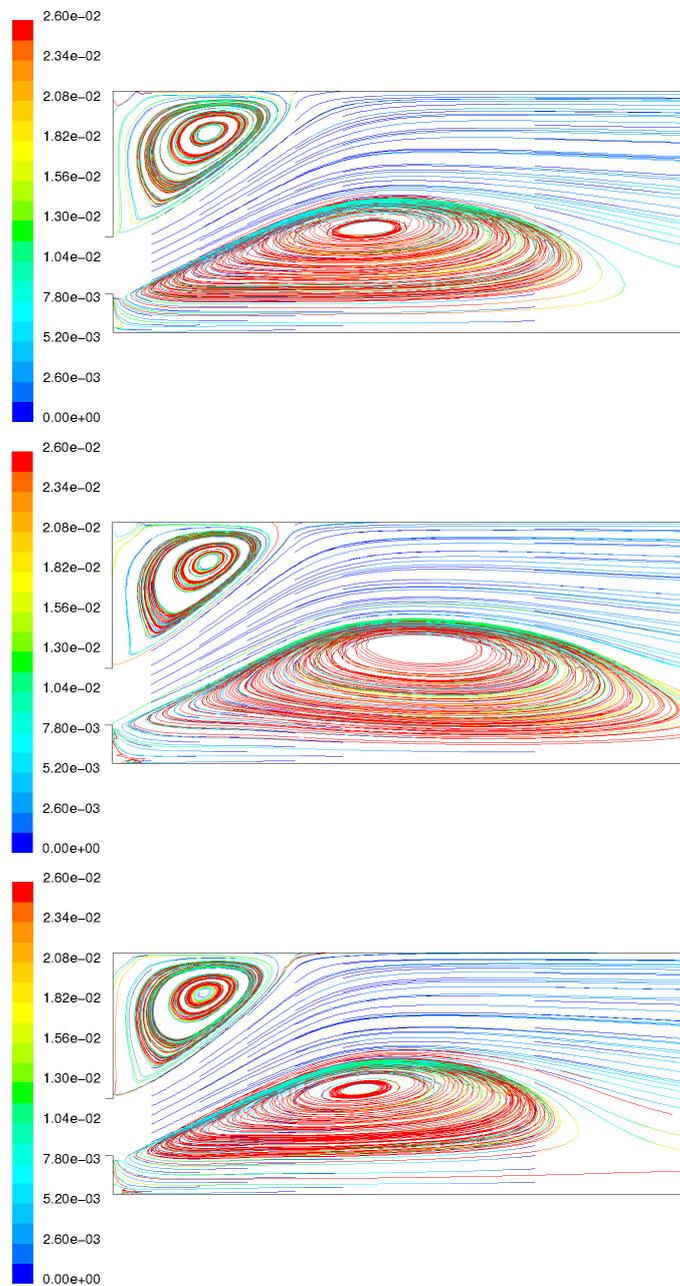


Abbildung 8.7: Stromlinien in der Brennkammer des TD4016 Brenners bei 44Hz Anregung über eine Periode. Farbskala: Aufenthaltszeit.

in Zusammenhang [8]. Schuller et al. konnten die Überhöhung des Betrages sogar für eine laminare V-Flamme (keine Drallflamme) zeigen, wobei der konvektive

8.4. Physikalische Mechanismen der Transferfunktion der Flamme 98

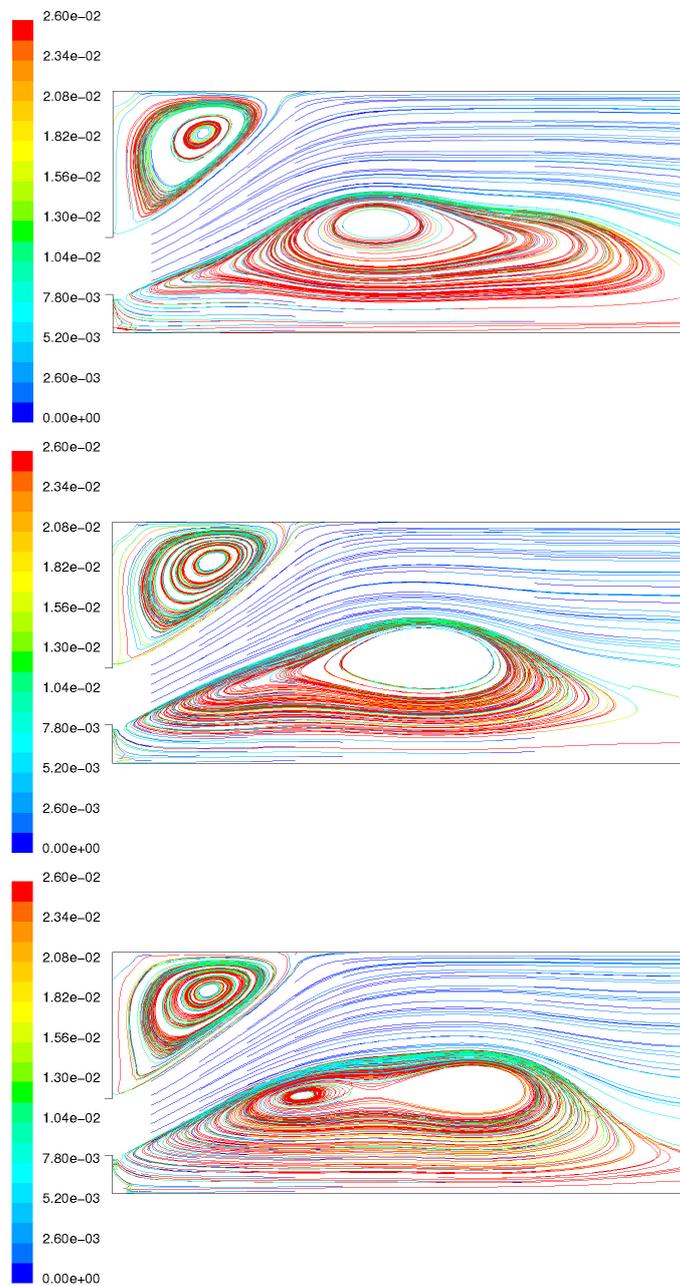


Abbildung 8.8: Stromlinien in der Brennkammer des TD4016 Brenners bei 196Hz Anregung über eine Periode. Farbskala: Aufenthaltszeit.

Transport der Störung in die Flamme entscheidend für das Ergebnis war. Die Transferfunktion wurde mit der Oberflächenfluktuation der Flamme verbunden,

indem \dot{Q}'/\bar{Q} als Funktion von A'/\bar{A} betrachtet wurde [75]. Aus diesen unterschiedlichen Ansätzen wird deutlich, dass das „Pumpen“ der Flamme auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden kann.

Für den TD_1 Brenner konnte der Einfluss der Drallzahlschwankung durch eine weitere CFD Rechnung bestätigt werden. Die Strömung stromab des Drallerzeugers wird dabei simuliert. Zusätzlich zur Anregung der Axialgeschwindigkeit wird die Umfangsgeschwindigkeit angeregt, was die Drallzahl am Brenneraustritt konstant hält. Für diese veränderte Anregung wird für 44Hz ein Betrag der Flammentransferfunktion von 0.58 anstatt 1.6 bei regulärer Anregung beobachtet. Die Phase zeigt einen Wert von $-0,69$ anstatt $-0,85$.

8.5 Vergleich von Einzel- und Ringbrennkammeranordnung

Vielen Netzwerkmodellen unterliegt die Annahme, dass der verwendete Brenner in einer Einzelbrennkammer das gleiche Verhalten wie in einer Ringbrennkammeranordnung zeigt. Unter dieser Annahme wird dann die für die Einzelbrennkammer bestimmte Flammentransferfunktion im Systemmodell der Ringbrennkammer verwendet. Die Gültigkeit dieser Annahme soll nun überprüft werden. Dazu wird der TD4016 Brenner dreidimensional simuliert. Die von Kunze verwendete Versuchsanlage besteht aus 12 ringförmig angeordneten TD_1 Brennern mit einer thermischen Gesamtleistung von 1,25 MW unter atmosphärischen Bedingungen [38]. Sie ist als Kreisring mit 437 mm mittlerem Durchmesser, einer Höhe von 77 mm und einer Brennkammerlänge von 170 mm ausgelegt. Für die Strömungsanregung wurden sechs in Umfangsrichtung gleich verteilte Lochsirenen verwendet. 15 mm stromauf der Brennerdüsen wurde die Strömungsgeschwindigkeit mit einer Hochtemperaturhitzdrahtsonde gemessen, für die Messung der Wärmefreisetzung kam ein Photomultiplier mit UG11 Filter zum Einsatz [38]. Die Brenner werden

im Gleichdrall betrieben, an der Kontaktfläche der Drallkegel hat die Strömung eine gegengesetzte Richtung. Dies setzt die Drallzahl auf einen Wert von etwa 0,6 herab.

Das CFD Modell ist unter Verwendung von etwa 850000 Zellen in Fluent6 modelliert. Die Brennkammer ist dabei als Segment der von Kunze verwendeten Ringbrennkammer ausgeführt. Ein TD_1 Brenner wird vollständig simuliert, das Rechengebiet schließt 1/12 der Brennkammer ein. Die Berechnung geschieht auf zwei unterschiedliche Arten: die Grenzen der Brennkammer werden in Umfangsrichtung einmal als feste Wand und einmal als rotationsperiodische Randbedingung modelliert. Der erste Fall entspricht einem Einzelbrenner, der zweite Fall ist das Modell der annularen Konfiguration. Mit ansonsten analogen Einstellungen zum 2D Fall wird die Flammentransferfunktion mit CFD/SI geschätzt. Die Parameter der Fälle entsprechen der 2D Rechnung für den kompressiblen Fall mit $g_{crit} = 8,5 \cdot 10^3 s^{-1}$.

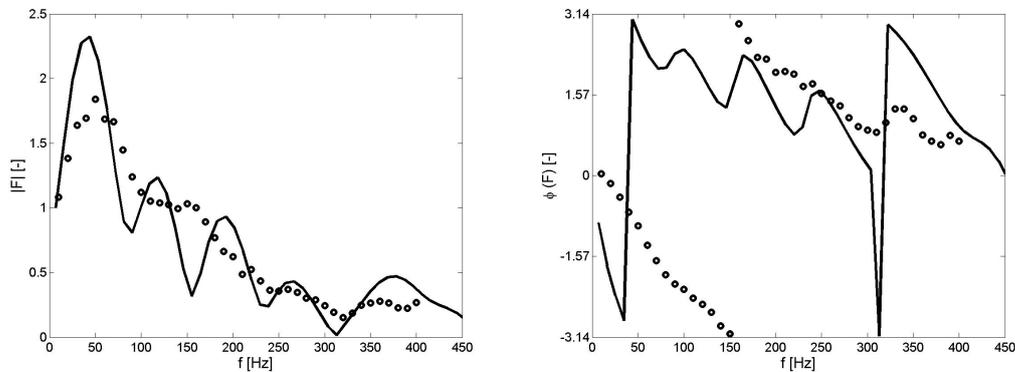


Abbildung 8.9: Transferfunktion der Flamme für TD4016. Vergleich zwischen 3D-Rechnung Einzelbrenner und Messung. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(3D, kompressibel), 'o' Messung [38].

Einzelne periodische Überhöhungen von $|F(f)|$ werden bei Frequenzen von 3, 5 bzw. 7 mal der ersten Überhöhungsfrequenz von Messung und CFD/SI vorhergesagt (Abbildung 8.9)[38]. Die Lage der Überhöhungen unterstützen die in

Kapitel 8.4 aufgestellte These der Phasenbeziehung zwischen der Schwankung der Drallzahl und der Wärmefreisetzung: schwankt die Drallzahl, so kommt es zu maximaler Verstärkung der Wärmefreisetzung bei einer bestimmten Frequenz. Bei dieser Frequenz trifft die nächste periodische Schwankung gerade dann auf die Flamme, wenn diese ihre Reaktion auf die vorhergehende Drallzahlschwankung beendet hat. Die Flamme geht in Resonanz mit der Drallzahlschwankung, was für $f_{res} \approx 50$ Hz zu erkennen ist. Darüber hinaus ist eine Verstärkung verminderter Größe bei $f = (3, 5, 7, \dots) \cdot f_{res}$ zu erwarten, was auch beobachtet wird (Abbildung 8.9).

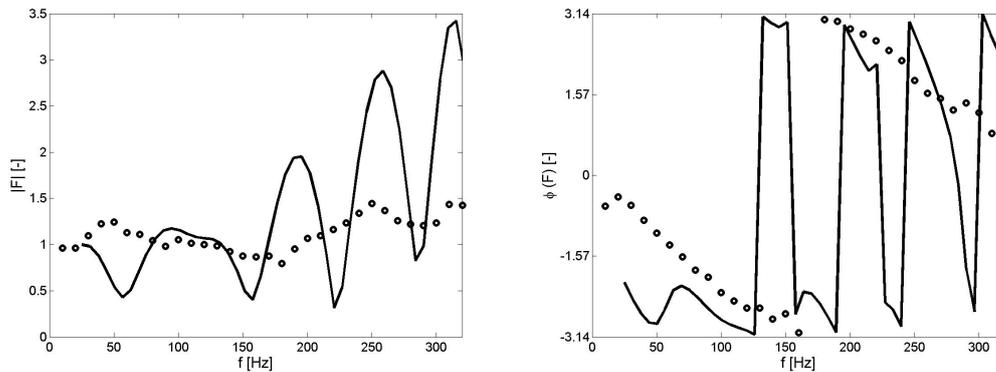


Abbildung 8.10: Transferfunktion der Flamme TD4016. Vergleich zwischen 3D-Rechnung Ringbrennkammer und Messung. Betrag/Phase: '—' CFD/SI(3D, kompressibel), 'o' Messung [38].

Im Vergleich dazu zeigt Abbildung 8.10 dass die Phase langsamer abfällt als für den Einzelbrenner. Es sind zwei überlagerte Mechanismen zu erkennen (Abbildung 8.11):

1. die gesamte Wärmefreisetzung ist nach stromab verschoben. Für den dynamischen Fall ist eine axiale Schwankung der Wärmefreisetzung analog zum Einzelbrenner zu vermuten,
2. an der Spitze der Flamme ist eine Erhöhung der Wärmefreisetzung für

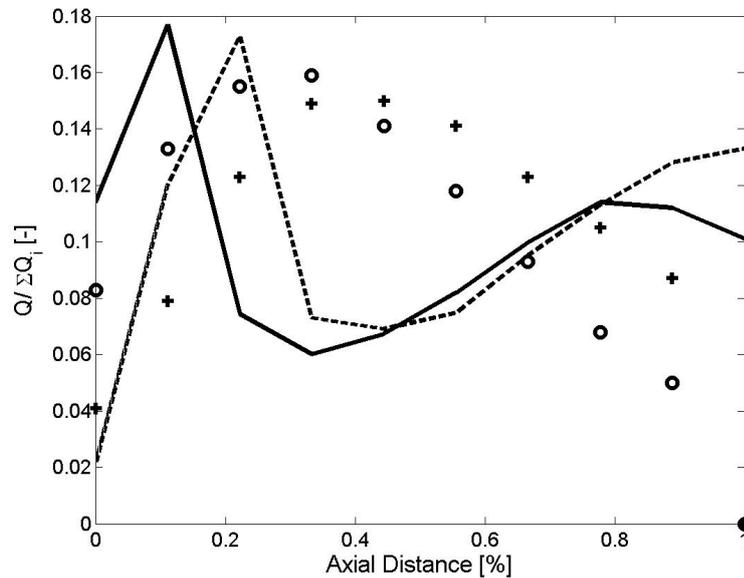


Abbildung 8.11: Axiale Verteilung der mittleren Wärmefreisetzung. Vergleich zwischen Messung [38] und CFD(3D). Einzelbrenner: CFD '—', Messung 'o'. Ringbrennkammer: CFD '- -', Messung '+'.
 Ringbrennkammer: CFD '- -', Messung '+'.
 Einzelbrenner: CFD '—', Messung 'o'.

die Ringbrennkammer zu beobachten. Dieser Effekt ist für CFD/SI stärker ausgeprägt als für das Experiment und wird für den Einzelbrenner nicht beobachtet.

Die Herabsetzung der Drallzahl erklärt eine höhere konvektive Verzugszeit bei niedrigeren Frequenzen. Aber auch das dynamische Verhalten der Flamme wird dadurch beeinflusst. In Abbildungen 8.9 und 8.10 ist eine starke Schwankung des Betrages der Flammentransferfunktion zu erkennen, wobei die Amplitude dieser Schwankung mit steigender Frequenz (Abbildung 8.10) zunimmt. Die Spitze der Flamme kann in einem höheren Frequenzbereich als der düsennahe Bereich auf Schwankungen reagieren. Ein Teil der Gesamtwärmefreisetzung im Bereich der Spitze der Flamme erhöht somit die Steigung der Flammentransferfunktion oberhalb $f \approx 150\text{Hz}$. Die vorliegenden Ergebnisse machen zusammenfassend

deutlich, dass das dynamische Verhalten einer Flamme nicht ohne Korrektur auf die Ringbrennkammer übertragen werden darf.

8.6 Transformation der Flammentransferfunktion zur Flammentransfermatrix

In akustischen Netzwerkprogrammen ist die dynamische Information zu den einzelnen Elementen oft in Form von Transfermatrizen bereitzustellen. Die Flammentransferfunktion ist dann in eine Transfermatrix zu überführen, wofür die Rankine-Hugoniot Beziehungen verwendet werden können. Die Rankine-Hugoniot Beziehungen sind analytische Ausdrücke zur Umrechnung einer vorliegenden Flammentransferfunktion $\mathbf{F}(f)$ in eine Flammentransfermatrix $\mathbf{T}(f)$.

Es wird eine vorgemischte, kompakte Flamme in der eindimensionalen Strömung eines idealen, kompressiblen, isentropen Gases angenommen. Die Flammenfront wird als vernachlässigbar dick angesehen, was eine Helmholtz-Zahl $\ll 1$ ($He = kL$) impliziert. Daraus folgen die Rankine-Hugoniot Beziehungen für Druck und Geschwindigkeit [9, 74]

$$\frac{p_d}{p_u} = 1 - (\kappa - 1) \frac{Q}{p_u u_u} M_u^2, \quad (8.4)$$

$$\frac{u_d}{u_u} = 1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{Q}{p_u u_u}, \quad (8.5)$$

wobei u und d die Variablen stromauf und stromab der Flamme bezeichnen. Nach Linearisierung der Gleichungen

$$p = \bar{p} + p' \quad \frac{p'}{\bar{p}} \ll 1 \quad (8.6)$$

$$u = \bar{u} + u' \quad \frac{u'}{\bar{u}} \ll 1 \quad (8.7)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \ll 1 \quad (8.8)$$

werden für die Schwankungsgrößen die Rankine-Hugoniot Beziehungen abgeleitet [61]

$$p'_d = p'_u - \left(\frac{T_d}{T_u} - 1 \right) \bar{\rho}_u \bar{u}_u^2 \left(\frac{u'_u}{\bar{u}_u} + \frac{Q'}{Q} \right), \quad (8.9)$$

$$u'_d = u'_u + \left(\frac{T_d}{T_u} - 1 \right) \bar{u}_u \left(\frac{Q'}{Q} - \frac{p'_u}{\bar{p}_u} \right). \quad (8.10)$$

Durch Division von Gl. (8.9) mit ρc können die Beziehungen in Transfermatrix-schreibweise überführt werden. Die Transfermatrix der kompakten Flamme wird nun aus der Flammentransferfunktion $\mathbf{F}(f)$ in pu-Darstellung berechnet

$$\mathbf{T}(f) = \begin{pmatrix} \frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d} & - \left(\frac{T_d}{T_u} - 1 \right) M_d (1 + \mathbf{F}(f)) \\ \left(1 - \frac{T_d}{T_u} \right) \kappa M_u & 1 + \left(\frac{T_d}{T_u} - 1 \right) \mathbf{F}(f) \end{pmatrix}, \quad (8.11)$$

mit $M_d = \frac{\rho_u u_u}{\rho_d c_d}$. Aus Gl. (8.11) ist ersichtlich, dass zusätzlich zu $\mathbf{F}(f)$ auch T_u und T_d vorgegeben werden muss. T_d ist die Temperatur gerade stromab der kompakten Flamme, welche von Fischer experimentell bestimmt wurde und für den betrachteten Fall 1523 K beträgt [20].

Kapitel 9

Drallvormischbrenner $TD4016$ mit Wärmefreisetzung

In den vorigen Kapiteln wurden die Transfermatrizen von Brenner und Flamme getrennt voneinander untersucht. Diese Trennung wird nun aufgehoben. Das Ziel der folgenden Untersuchungen ist den Einfluss der Einzelemente auf das Gesamtelement Brenner & Flamme abzugrenzen. Zusätzlich wird die Flamme als Quelle akustischer Energie und der Einfluss des Brenners untersucht. Dazu wird zunächst für den TD_1 Brenner die Überführung von der Transferfunktion zur Transfermatrix, unter Verwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen, untersucht. Danach wird die Transfermatrix des Elements Brenner & Flamme betrachtet und die Wirkung der Flamme als Quelle akustischer Energie betrachtet.

9.1 Transfermatrix der Flamme

Die im vorigen Kapitel eingeführten linearisierten Rankine-Hugoniot Relationen (Gl. (8.11)) werden nun auf die berechnete und die gemessene Flammentransferfunktion angewendet.

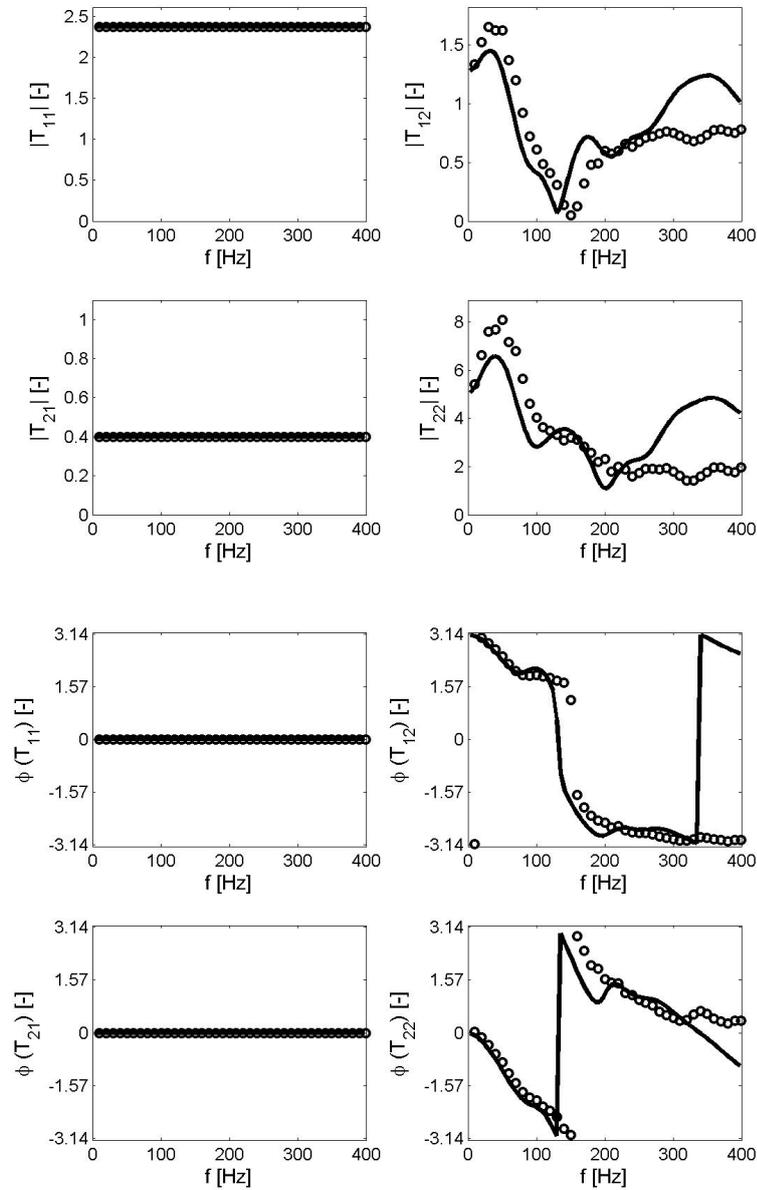


Abbildung 9.1: Transfermatrix der Flamme in pu-Darstellung.

Rankine-Hugoniot Relation aus der Transferfunktion der Flamme. CFD/SI(—),
Messung von Kunze [38](o) im Vergleich.

Die mittels CFD/SI geschätzte sowie die gemessene Transferfunktion der Flamme sind in die Transfermatrix überführt worden (Abbildung 9.1). Eine qua-

litativ gute Übereinstimmung der Ergebnisse liegt vor. Die experimentellen Ergebnisse von Schuermans stützen die in dieser Arbeit gezeigten Ergebnisse für eine perfekt vorgemischte Drallflamme [73]. T_{12} und T_{22} wiesen qualitativ ähnliche Verläufe wie in Abbildung 9.1 gezeigt auf, wobei Abfall und Wiederanstieg des Betrages für den untersuchten Fall weniger ausgeprägt waren. Auch Flohr et al. weisen einen solchen Verlauf nach [21]. Die Schlussfolgerung Schuermans aber, dass die gesamte Dynamik der Flamme durch T_{22} repräsentiert wird ist durch Abbildung 9.1 in Frage gestellt [73].

Abbildung 9.2 zeigt die Streumatrix der Flamme analog zu Abbildung 9.1. Sowohl aus der Messung als auch der Rechnung geht hervor, dass eine Überhöhung im Betrag aller vier Koeffizienten auftritt. Die Flamme facht die akustischen Wellen in einem spezifischen Frequenzbereich an.

Dieser Zusammenhang wird mit Hilfe der Betrachtung der akustischen Energieflüsse näher untersucht. Die Flamme stellt ein frequenzabhängig aktives akustisches Element dar (Abbildung 9.3). Die Energie der auf das Element zulaufenden Wellen wird zwischen 50 Hz und 200 Hz verstärkt. Im Vergleich mit den in Kapitel 8 dargestellten Flammentransferfunktion wird deutlich, dass die Frequenz des Maximums der Flammentransferfunktion (Abbildung 8.3) nicht mit der maximalen Energieübertragung von der Flamme an die akustische Welle übereinstimmt. Dies wird in Kapitel 9.3 näher untersucht.

9.2 Transfermatrix von Brenner und Flamme

In den vorausgehenden Kapiteln wurden die Transfermatrizen des Brenners ohne Flamme und der Flamme getrennt voneinander behandelt. In diesem Kapitel wird nun die Transfermatrix von Brenner & Flamme als Ganzes mittels CFD/SI geschätzt. Dabei kommt das in Kapitel 7 verwendete CFD Modell zum Einsatz.

Messwerte zur unmittelbaren Validierung dieser Ergebnisse sind allerdings nicht vorhanden. Aus diesem Grund dienen zwei hybride Methoden als Vergleichs-

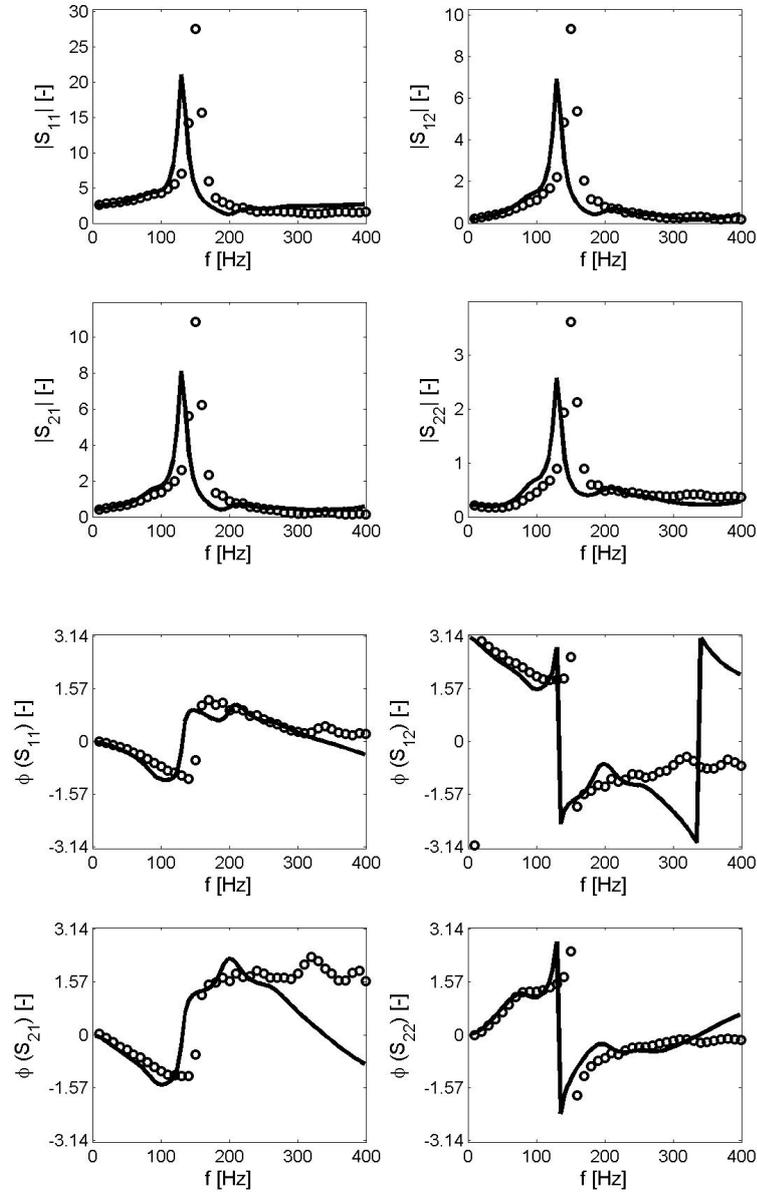


Abbildung 9.2: Streumatrix der Flamme. Rankine-Hugoniot Relation aus der Transferfunktion der Flamme. CFD/SI(—), Messung von Kunze [38](o) im Vergleich.

basis: die Ergebnisse des Hybridverfahrens (FEM) nach Pankiewitz [51] und die Beschreibung von Brenner & Flamme nach Polifke et al. [62] auf Basis der Mes-

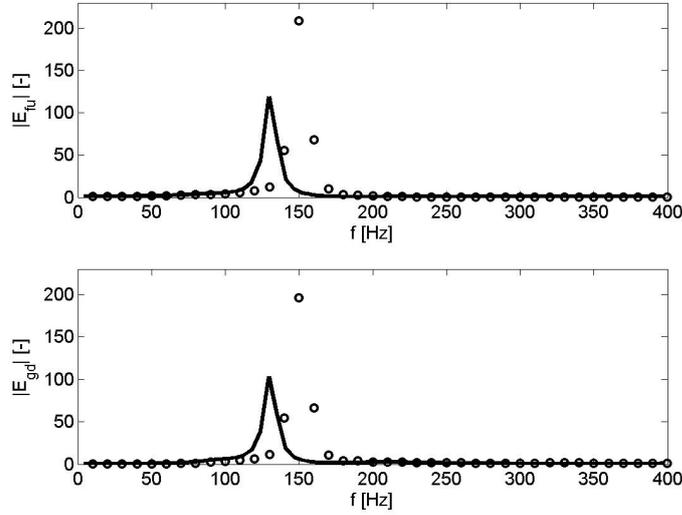


Abbildung 9.3: Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim Passieren der Flamme. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Kunze(\circ) im Vergleich.

sung von Fischer. Die hybride Methode nach Pankiewitz beruht auf der Lösung der Helmholtz-Gleichungen unter Einführung der Wärmefreisetzung innerhalb einer definierten Wärmefreisetzungszone. Die gemessene Flammentransferfunktion findet dabei anstelle eines Verbrennungsmodells Verwendung [51]. Die Beschreibung von Brenner & Flamme, auf Basis der Messung von Fischer, wird hingegen berechnet, indem die Transfermatrix des Brenners ohne Flamme mit der Transfermatrix der Flamme multipliziert wird

$$\mathbf{T}_{Brenner\&Flamme}(f) = \mathbf{T}_{Flamme}(f) \cdot \mathbf{T}_{Brenner}(f). \quad (9.1)$$

Die Flammentransfermatrix wird aus der gemessenen Flammentransferfunktion, durch Anwendung der Rankine-Hugoniot Relationen, berechnet (siehe Kapitel 8.6 bzw. 9.1).

Abbildung 9.4 zeigt die Transfermatrix von Brenner & Flamme in pu-Darstellung. Die dargestellten Ergebnisse stimmen für den Brenner mit Wärme-

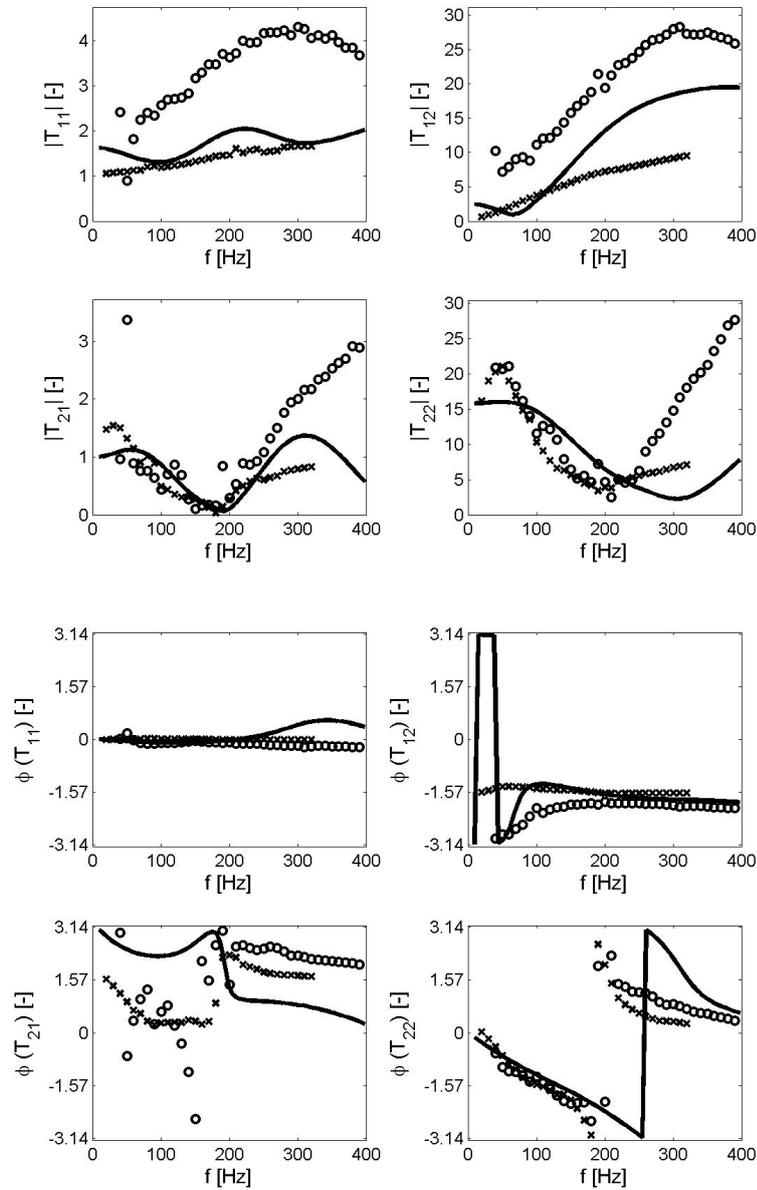


Abbildung 9.4: Transfermatrix von Brenner und Flamme in pu-Darstellung.

CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Fischer(\circ) und FEM-Hybridlösung(\times) im Vergleich.

freisetzung qualitativ mit den von Schuermans dargestellten Transfermatrizen überein [73]. Der Einfluss der Flamme ist in T_{21} und T_{22} zu erkennen, T_{12} wird

von l_{eff} dominiert. Auch Paschereit und Polifke sowie Paschereit et al. kommen zu ähnlichen Ergebnissen [53, 54]. Die Autoren bestimmten die Transfermatrix von Brenner und Flamme für einen vorgemischten Drallbrenner experimentell.

Die quantitativen Unterschiede der dargestellten Ergebnisse resultieren zu einem Teil aus den individuellen Nachteilen der einzelnen Verfahren, was eine Interpretation erschwert. Für CFD/SI wird ein für den betrachteten Fall wenig validiertes Flammenmodell verwendet, das Verfahren nach Polifke vernachlässigt u.a. die axiale Ausdehnung der Flamme (Kapitel 8.6). Das hybride FEM Verfahren weist numerische Unsicherheiten für höhere Frequenzen auf, ist für den dargestellten Fall nicht validiert und beinhaltet experimentelle Unsicherheiten. Sowohl bei der Verwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen, als auch im hybriden FEM Modell, wird die Annahme der Kompaktheit der Flamme gemacht

$$kL = \frac{2\pi f}{c} L \ll 1. \quad (9.2)$$

Im FEM Modell geschieht diese Annahme implizit durch Implementierung der kompakten Flammentransferfunktion aus der Messung in die FEM Rechnung [51]. Eine räumlich aufgelöste Rückwirkung der Flamme auf das akustische Feld erfolgt somit nicht. Für die gemessene mittlere Temperatur über die Flamme von 1523 K [20], der Stoffwerte für Luft und der Länge der Flamme von ungefähr 0,1 m ergibt sich für die größte Frequenz von $f = 400$ Hz

$$kL \approx 0.32 < 1. \quad (9.3)$$

Dies stellt sowohl das Ergebnis aus FEM, als auch das auf der Messung aufbauende Ergebnis zumindest bei höheren Frequenzen in Frage.

Interessant ist zur Streumatrix überzugehen, bei der jeweils S_{11} und S_{12} , sowie S_{21} und S_{22} , die gleichen Größenordnungen in den Beträgen aufweisen. Abbildung 9.5 zeigt die Ergebnisse aus Abbildung 9.4 als Streumatrix dargestellt. Eine deutliche Überhöhung ist für alle drei Methoden zu erkennen. Poinso et al. bestätigten dieses Verhalten für eine vorgemischte Drallflamme in einem Kanal [57]. Der Re-

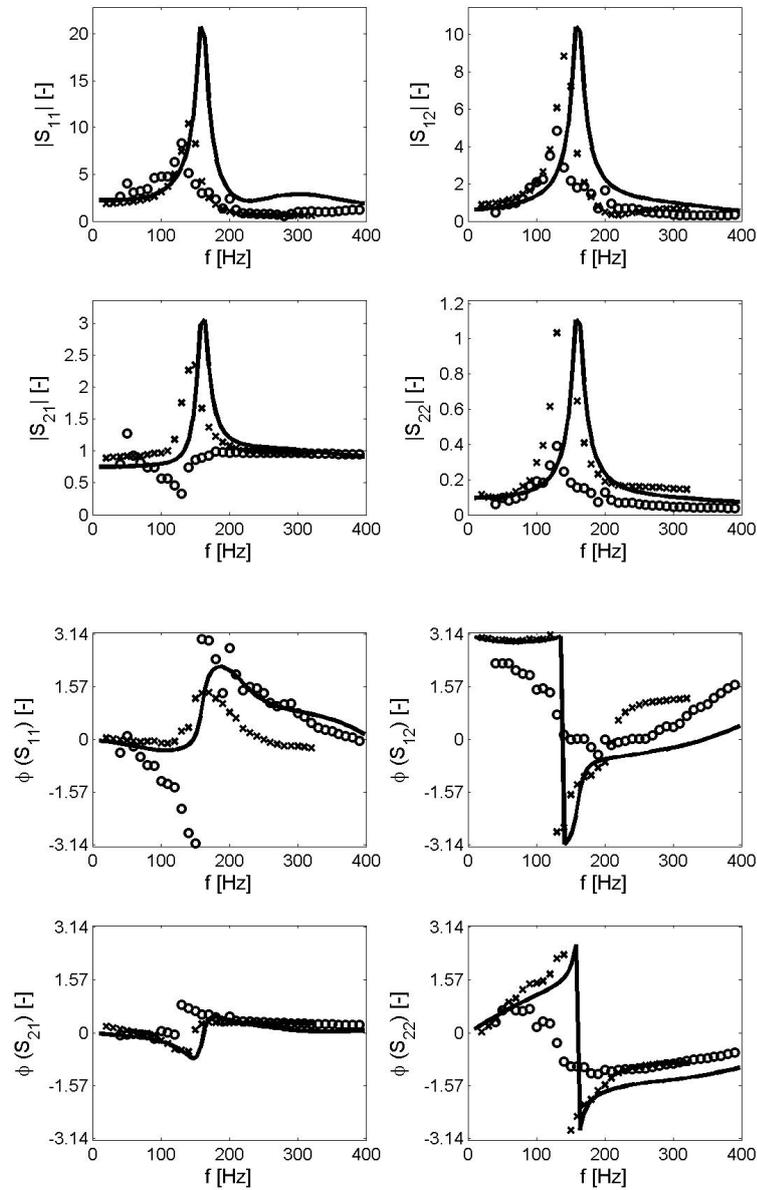


Abbildung 9.5: Streumatrix von Brenner und Flamme. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Fischer(o) und FEM-Hybridlösung(x) im Vergleich.

flektionsfaktor der Flamme (entspricht S_{21} , Abbildung 9.2) wies für eine Frequenz einen signifikanten Anstieg gegenüber dem Brenner ohne Wärmefreisetzung auf.

Um das Verhalten des Brenners mit Flamme energetisch zu untersuchen wird erneut die Energiebetrachtung herangezogen (Abbildung 9.6). Im Bereich zwi-

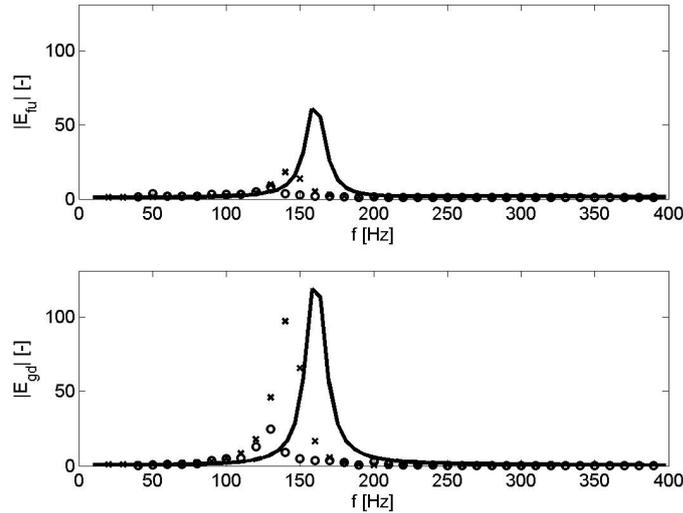


Abbildung 9.6: Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim passieren von Brenner und Flamme. CFD/SI (—), Rankine-Hugoniot Relationen auf Basis der Messung von Fischer(\circ) und FEM-Hybridlösung(\times) im Vergleich.

schen 100 und 200 Hz wird akustische Energie erzeugt. Das Element ist daher als akustisch verstärkendes Element innerhalb des Frequenzbandes zu erkennen, wobei alle Verfahren in Größe und Frequenz unterschiedliche Ergebnisse aufweisen.

Betrachtet man die mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix in Abhängigkeit der Länge N der Zeitreihe (Abbildung 9.7) erkennt man auch für den Brenner mit Wärmefreisetzung die Notwendigkeit von $N \approx 10000$ (analog zu Abbildung 7.7). Schon eine auf $N = 8000$ verkürzte Zeitreihe führt zu einer Abweichung der Streumatrix über den gesamten Frequenzbereich. Auch die Parameter L und m müssen für dieses Element nahe am Optimum geschätzt werden, weil schon geringe Abweichungen eine erhöhte mittlere quadratische Abweichung hervorrufen (Abbildung 9.8).

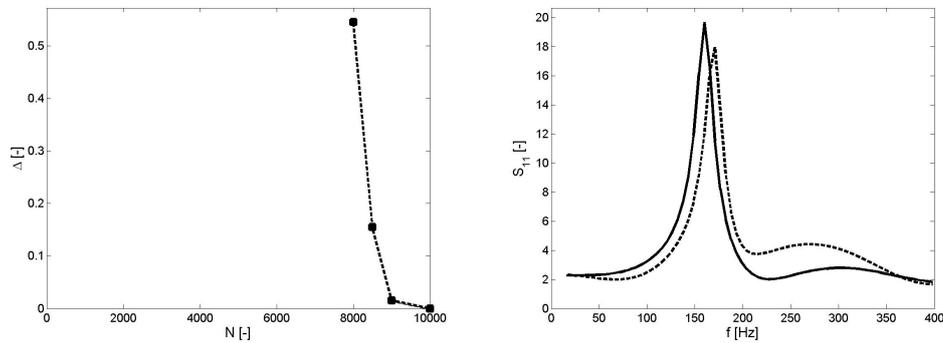


Abbildung 9.7: Links: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners mit Flamme unter Variation von N . Rechts: Erster Koeffizient der Streumatrix im Vergleich zwischen $N = 8000$ (---) und $N = 10000$ (—).

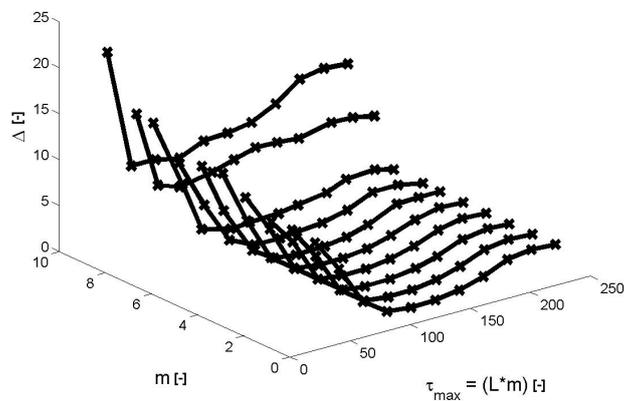


Abbildung 9.8: Mittlere quadratische Abweichung der Streumatrix des Brenners mit Flamme als Funktion von L und m für $N = 10000$.

9.3 Energieübertragung an die akustische Welle

In der Transfermatrix der Flamme ist der Einfluss des Brenners implizit enthalten (Abbildung 9.9: ---). So wird z.B. Form und Länge der Flamme durch den Brenner definiert. Dennoch passiert eine akustische Welle Brenner und Flamme

in Kombination (beispielhaft für f dargestellt), was wiederum die Verstärkung der akustischen Welle beeinflusst. Soll das akustische Verhalten von Brenner und

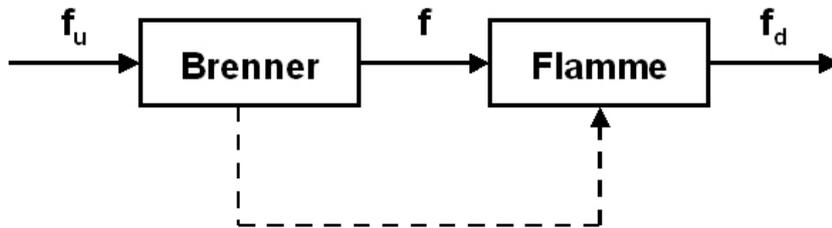


Abbildung 9.9: Übertragung von Energie an eine akustische Welle beim passieren von Brenner und Flamme.

Flamme im Auslegungsprozess beeinflusst werden, ist somit das Verständnis dieses Zusammenhanges notwendig.

9.3.1 Einfluss der Flamme auf die Streumatrix der Flamme

Energieübertragung an die akustische Welle wird in dieser Arbeit für die Elemente Flamme und Brenner & Flamme festgestellt. Das Element Flamme ist dabei das eigentlich akustisch aktive Element. Um den Einfluss der Flammentransferfunktion auf die Energieübertragung der Flamme näher zu untersuchen, werden in diesem Kapitel exemplarische Flammentransferfunktionen in einfacher analytischer Form mit Hilfe der Rankine-Hugoniot Beziehungen (Gl. 8.11) in Streumatrizen überführt. Die Energieübertragung an die akustische Welle wird darauf aufbauend diskutiert.

In Abbildung 9.10 ist die Energieübertragung für die $n - \tau$ Flammentransferfunktionen der Form

$$\mathbf{F}(f) = n \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot \tau}, \quad (9.4)$$

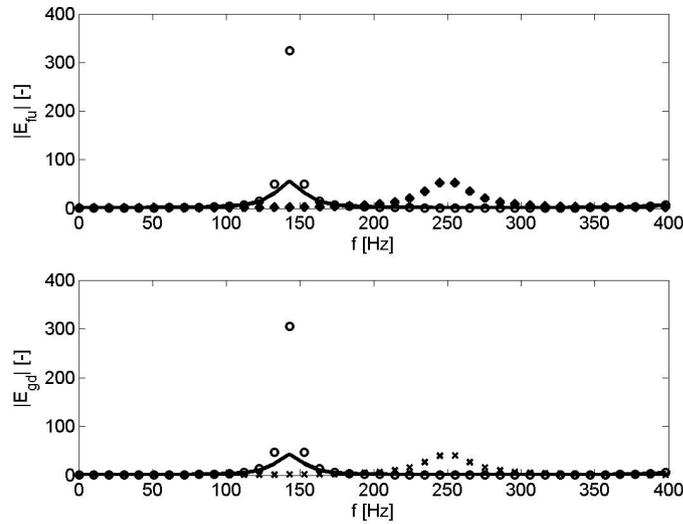


Abbildung 9.10: Normierte Energiebilanz von Flammentransferfunktionen in

Form des $n - \tau$ Modells. $\mathbf{F}(f) = 1, 2 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,0035}$ (—),

$\mathbf{F}(f) = 1, 0 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,0035}$ (o) und $\mathbf{F}(f) = 1, 2 \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,002}$ (x) im Vergleich.

mit $(n; \tau) = [(1,2; 3,5 \text{ msec}), (1,0; 3,5 \text{ msec}), (1,2; 2 \text{ msec})]$ dargestellt. Wie in den vorangegangenen Kapiteln vermutet, findet die maximale Energieübertragung bei der Frequenz statt, bei der $\phi(\mathbf{F}) = -\pi$. Auch entspricht der abgebildete Verlauf der Energieübertragung in guter Näherung der in Abbildung 9.3 dargestellten Funktionen.

Es ist allerdings zu erkennen, dass ein kleinerer Betrag von $\mathbf{F}(f)$ zu einer größeren Energieübertragung an die akustische Welle führt. Dieses Phänomen widerspricht zunächst der Erwartung. Abbildung 9.11 zeigt, dass ein Maximum für die Energieübertragung von der Flamme an die akustische Welle existiert. Nur oberhalb eines bestimmten Wertes von $|\mathbf{F}(f)|$ wird Energie an die akustische Welle übertragen, wobei die dargestellte Funktion unabhängig von der Phase der Flammentransferfunktion ist.

Durch die Umrechnung der Flammentransfermatrix in die Energieübertragung der Welle wird nach Gl. (5.32) und (5.33) deutlich, dass eine Überhöhung

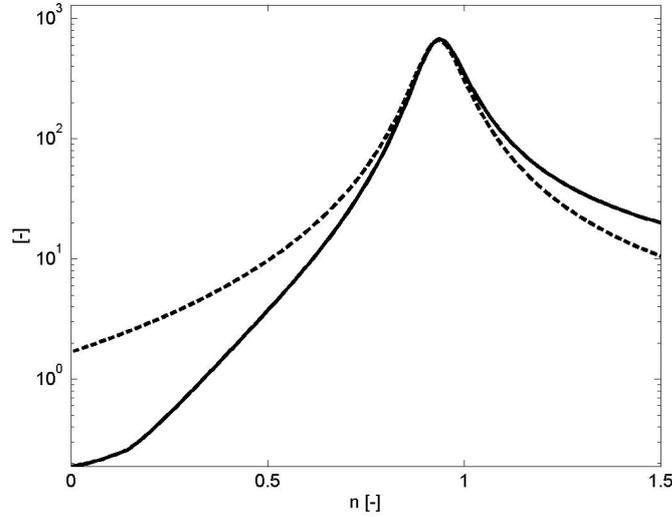


Abbildung 9.11: Größe der maximalen Energieübertragung $|E_{max}|$ der Flamme als Funktion von n bei $\mathbf{F}(f) = n \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot 0,003}$ ($\bar{u}_u = 23$ m/s, $T_u = 300$ K, $T_d = 1523$ K). $|E_{fu}^{max}|$ (—), $|E_{gd}^{max}|$ (- -) im Vergleich.

der Flammenstrommatrix zu einem Maximum der Energieübertragung führt. Um die Voraussetzungen für eine solche Überhöhung von \mathbf{S}_{ij} zu verdeutlichen, wird zunächst die Umrechnungsbedingung zwischen pu-Darstellung und Streumatrix betrachtet (Vergleich Tabelle 5.2)

$$\mathbf{S} = \Omega \begin{bmatrix} 2(T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}) & T_{11} - T_{12} + T_{21} - T_{22} \\ -T_{11} - T_{12} + T_{21} + T_{22} & 2 \end{bmatrix}, \quad (9.5)$$

mit

$$\Omega = \frac{1}{T_{11} - T_{12} - T_{21} + T_{22}}. \quad (9.6)$$

Aus Ω folgt die Voraussetzung für eine Überhöhung aller vier Koeffizienten der Streumatrix

$$T_{11} + T_{22} \approx T_{12} + T_{21}. \quad (9.7)$$

Setzt man nun die Rankine-Hugoniot Beziehungen ein, resultiert die Maximumbedingung für die Energieübertragung der Flamme an die akustische Welle im

Grenzfall $M \rightarrow 0$

$$1 + \frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d} + \left(\frac{T_d}{T_u} - 1 \right) \mathbf{F}(f) \approx 0. \quad (9.8)$$

was

$$\mathbf{F}(f) = \frac{1 + \frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d}}{1 - \frac{T_d}{T_u}} \quad (9.9)$$

ergibt. Die mittleren Temperaturen vor und hinter der Flamme und die Flammentransferfunktion beeinflussen die Größe von $|E_{max}|$.

Um die Einflüsse der einzelnen Größen näher zu untersuchen werden im Folgenden Partialanalysen durchgeführt. Dazu werden Gl. (9.4) und (9.9) verwendet, $n \approx 1, 2$ ergibt sich als Näherung aus einem Vergleich von Abbildungen 9.10 mit 9.3. Eine Senkung der Flammentemperatur zur Verringerung der NOx Emissionen

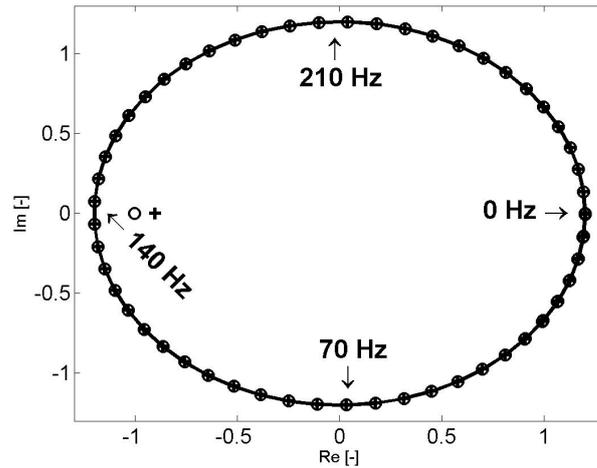


Abbildung 9.12: Zeigerdiagramm von Gl. (9.9), '+' $T_d = 1523$ K, 'o' $T_d = 1300$ K. Kreis: linke Seite der Gleichung(LHS). Punkte: rechte Seite der Gleichung(RHS).

(oder Vergrößerung von T_u) bewirkt eine größere Verstärkung durch die Flamme. In Abbildung 9.12 ist dies am geringeren Abstand der beiden Seiten der Gleichung zu erkennen (LHS \propto Kreis; RHS \propto Punkt). Ein größerer Betrag von $\mathbf{F}(f)$ führt zu einem größeren Kreisradius, was den Abstand zur rechten Seite der Gleichung

vergrößert, die Größe der Energieübertragung wird geringer. Die Frequenz, bei der sich LHS und RHS am Nächsten kommen, ist gleich der Frequenz von $|E_{max}|$ in Abbildung 9.11. Die Vorhersage von etwa 140 Hz stimmt mit den aus CFD/SI resultierenden Werten überein, der Betrag der Überhöhung kann mit guter Näherung approximiert werden. Auch dieser Aspekt wird aus Abbildung 9.12 deutlich: eine stärker abfallenden Phase von $\mathbf{F}(f)$ führt zu einem minimalen Abstand der Seiten von Gl. (9.9) bei einer kleineren Frequenz. Gleichzeitig wird hier aber auch die Grenze der Anwendung von Gl. (9.9) deutlich. Ein Schnittpunkt der beiden Kurven ($LHS = RHS$) würde für Abbildung 9.12 bei $T_d \approx 1000$ K erfolgen. Dies impliziert eine Unendlichkeitsstelle bei der Überhöhung von \mathbf{S} , ein Verstoß gegen die Energieerhaltung.

9.3.2 Einfluss des Brenners auf die Streumatrix von Brenner und Flamme

Beim Übergang vom Element Flamme (Abbildung 9.3) zum Element Brenner & Flamme (Abbildung 9.6) ist die maximalen Energieübertragung $|E_{max}|$ an die akustische Welle unterschiedlich groß. Dies gilt es in diesem Kapitel zu untersuchen. \mathbf{T}_{Flamme} wird hier durch Verwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen berechnet, wobei die im vorigen Kapitel exemplarisch verwendete Flammentransferfunktion $\mathbf{F}(f)$ zum Einsatz kommt

$$\mathbf{F}(f) = n \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \tau} . \quad (9.10)$$

$\mathbf{T}_{Brenner}$ kann durch

$$\mathbf{T}_{Brenner} = \begin{pmatrix} 1 & -i \frac{2\pi f}{c} l_{\text{eff}} \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \quad (9.11)$$

approximiert werden.

Analog zum vorangegangenen Kapitel folgt nun auf Basis von $\mathbf{T}_{Brenner\&Flamme} = \mathbf{T}_{Flamme} \cdot \mathbf{T}_{Brenner}$, Gl. (9.7) und $M \rightarrow 0$ die Maxi-

mumbedingung der Energieübertragung von Brenner und Flamme an die akustische Welle

$$\left(\frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d} + \alpha\right) + \alpha \left(\frac{T_d}{T_u} - 1\right) \mathbf{F}(f) \approx -\frac{\rho_u c_u}{\rho_d c_d} i \frac{2\pi f}{c} l_{\text{eff}}, \quad (9.12)$$

was mit $A = \left(\frac{T_d}{T_u} - 1\right)$

$$\mathbf{F}(f) = -\frac{1}{A} \left[\left(\frac{\rho_u c_u}{\alpha \rho_d c_d} + 1\right) + \frac{\rho_u c_u}{\alpha \rho_d c_d} i \frac{2\pi f}{c_u} l_{\text{eff}} \right] \quad (9.13)$$

ergibt. Abbildung 9.13 zeigt den Einfluss von α auf Gl. 9.13, wobei der Kreis die

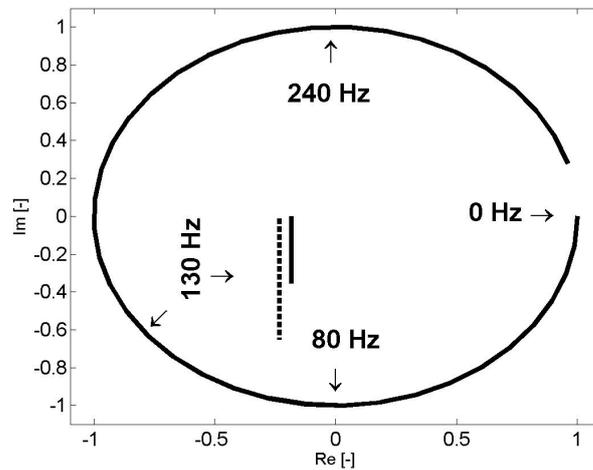


Abbildung 9.13: Zeigerdiagramm von Gl. (9.13) '—' $\alpha = 3,4$, '- -' $\alpha = 2,4$. Kreis: linke Seite der Gleichung(LHS). Geraden: rechte Seite der Gleichung(RHS).

linke Seite der Gleichung darstellt. Die Geraden entsprechen der rechten Seite der Gleichung. Ein kleineres α (wie auch eine steigende l_{eff}) verstärkt das Abfallen des Imaginärteils der rechten Seite von Gl. (9.13) mit steigender Frequenz. Dadurch verschieben sich Höhe und Frequenz der Energieübertragung an die akustische Welle. Der Betrag der Überhöhung der Energieübertragung kann sich also von der Betrachtung der Flamme unterscheiden.

Für die Kombination von Brenner und Flamme tritt eine Frequenzverschiebung der maximalen Energieübertragung zu einer größeren Frequenz auf (Abbil-

Abbildung 9.6). Diese Frequenzverschiebung ist bedingt durch die Kombination von effektiver Länge und Flächenverhältnis (Abbildung 9.13). Die rechte Seite von Gl. (9.12) ändert ihre Steigung, der Abstand zur linken Seite ist Minimal für eine größere Frequenz. Um dieser verschobenen Frequenz im verwendeten Modell zu begegnen muss n angepasst werden. Es wird $n = 0,7$ gewählt, der Betrag der Flammentransferfunktion für die erhöhte Frequenz von $|E_{max}|$ (Abbildung 8.3). Abbildung 9.14 zeigt den Einfluss von l_{eff} und α für $T_u = 300$ K, $T_d = 1523$ K,

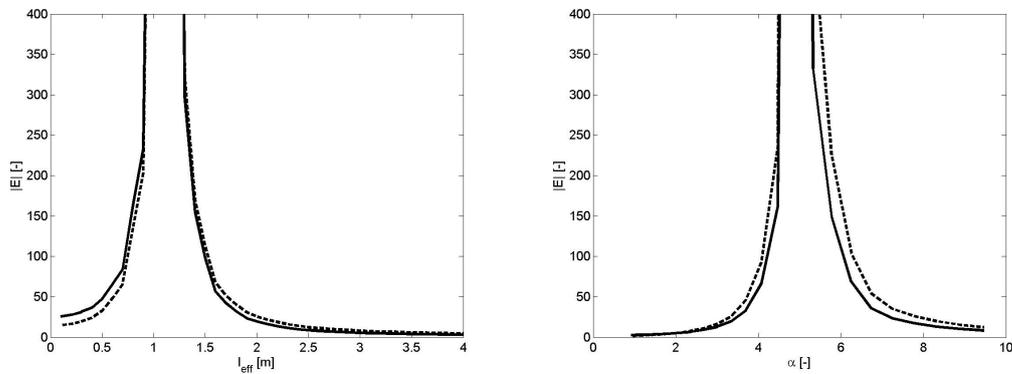


Abbildung 9.14: Einfluss von l_{eff} und α auf die Verstärkung der auf das Element treffenden Wellen. $|E_{fu}^{max}|$ (—), $|E_{gd}^{max}|$ (- -) im Vergleich.

$\bar{u}_u = 23$ m/s, $n = 0,7$ und $\tau = 3$ ms. Das für den TD_1 Brenner approximierte l_{eff} von 2 m (und auch α) liegt nahe am Maximum der dargestellten Funktion. Für diesen Fall wirken schon geringe Änderungen stark auf das energetische Verhalten des Brenners. Die effektive Länge ist aber gerade der Parameter, der mit CFD/SI zumeist überbewertet wird, was mindestens zu einem Teil die unbefriedigende Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung erklärt.

Weiterhin erscheint eine gezielte Manipulation des Verstärkungsverhaltens von Brenner & Flamme möglich (Abbildung 9.15). Eine Bewertung verschiedener Parameterkombinationen (l_{eff} , α , T_d , T_u) kann durchgeführt werden, um ein gewünschtes Verstärkungsverhalten der Flamme zu erzielen. Es ist denkbar, dass

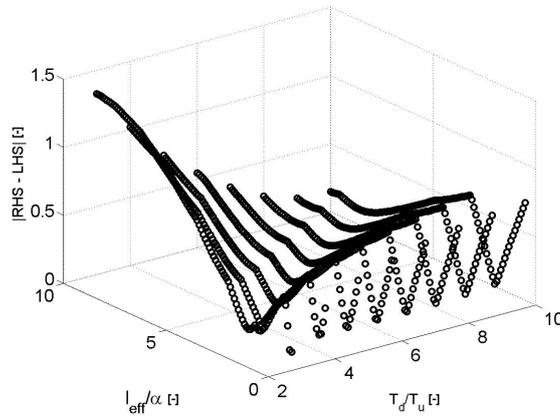


Abbildung 9.15: Differenz zwischen den Seiten von Gl. (9.13).

bei der Auslegung von Brennersystemen eine Verschiebung der Verstärkungsfrequenz der Welle gewünscht wird, um z.B. Eigenfrequenzen des Gesamtsystems zu meiden. Die Frequenzverschiebung von $|E_{max}|$ ist deutlich geringer (Abbildung

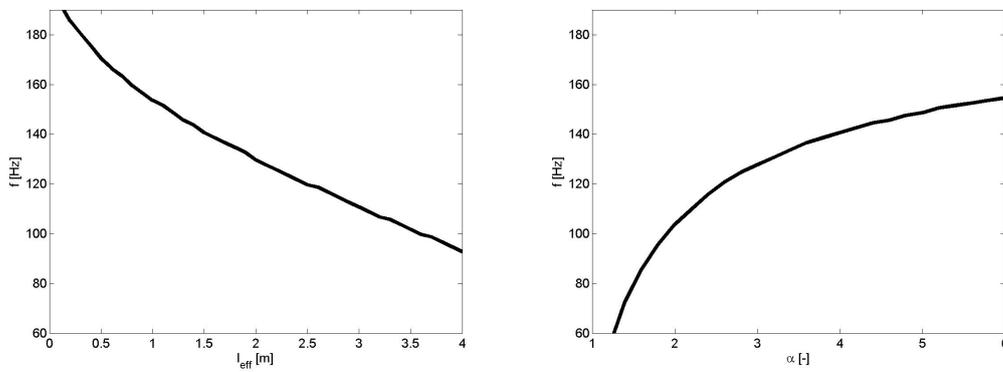


Abbildung 9.16: Frequenz der maximalen Energieübertragung der Flamme als Funktion von l_{eff} und α von Brenner und Flamme.

9.16) als die Veränderung der Größe der Überhöhung (Abbildung 9.14), wobei α und l_{eff} eine gegen gesetzte Wirkung haben.

Aus den vorangegangenen Betrachtungen ist ersichtlich, dass für die in dieser Arbeit behandelten Fälle das Flächenverhältnis und die effektive Länge gerade

im Bereich der Verstärkung der Energieübertragung durch den Brenner liegen. $|\mathbf{E}|$ kann also für Brenner und Flamme im Vergleich zur Flamme alleine unterschiedlich sein. Weiterhin wird deutlich, dass es eine Interaktion zwischen den einzelnen Parametern gibt. Die Änderung eines einzelnen Parameters hat immer auch Auswirkungen auf andere wichtige Aspekte von Brenner und Flamme. Es existiert somit kein trivialer Ansatz zur Änderung des energetischen Verhaltens von Brenner und Flamme.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

10.1 Zusammenfassung der Resultate

Zur Schätzung von akustischen und thermo-akustischen Transfermatrizen bzw. Flammenfrequenzgängen wurde in der vorliegenden Arbeit eine zeitabhängige CFD Rechnung mit einem Postprozessor kombiniert (CFD/SI). Mit Hilfe der CFD Rechnung werden Zeitreihen der bestimmenden Variablen, Druck, Geschwindigkeit oder Wärmefreisetzung einer Flamme an Ebenen exportiert, die ein akustisches Element einschließen. Für die CFD Rechnungen fand das kommerzielle Programm Fluent6 Verwendung [22]. Die Zeitreihen wurden dann innerhalb des Postprozessors verarbeitet um, unter Verwendung der Wiener-Hopf Gleichung, die Transferfunktion bzw. -matrix des Elementes zu schätzen.

Zunächst wurde die verwendete Methode in den Kontext der Identifikation dynamischer Systeme eingeordnet. Danach wurden die theoretischen Grundlagen und Hintergründe der auf der Wiener-Hopf Gleichung basierenden Systemidentifikationsmethode eingeführt. Die Voraussetzungen für die Anwendung auf das Gebiet der Akustik bzw. der Thermoakustik wurden herausgearbeitet.

Zur praktischen industriellen Anwendung konnte eine Vorgehensweise entwickelt werden, die es dem CFD-erfahrenen Entwicklungsingenieur ermöglicht,

ohne fundamentale Kenntnisse der Theorien der Systemidentifikation oder der Akustik, Transferfunktionen und -matrizen akustischer Elemente zu schätzen. Besonders wurde dabei auf die Bereitstellung von zeitabhängigen Randbedingungen für die CFD Rechnung, den Export der Zeitreihen zum Postprozessor, die Darstellung der Transfermatrix für den Schätzprozess und auf die Wahl der Parameter der Systemidentifikationsmethode eingegangen.

Weißes Rauschen wurde als am besten geeignete Art der dynamischen Anregung von den Randbedingungen aus identifiziert, wobei die Axialgeschwindigkeit von stromauf und der statische Druck von stromab angeregt wurden. Es konnte eine Methode entwickelt werden, die, ohne Kenntnis der theoretischen Hintergründe oder der zugrunde liegenden Physik, die Schätzung der Parameter der Identifikationsmethode erlaubt. Ihre Anwendung führte zu einer qualitativ guten Schätzung der Transferfunktion bzw. -matrix. Die Schätzmethode basiert auf dem qualitativen Verlauf des Schätzfehlers, eine bestimmte Form der Funktion liegt im Optimum vor. Sie wird deshalb als Methode der Formfunktion bezeichnet.

CFD/SI wurde dann auf verschiedene Fälle angewendet: Die Transfermatrix des Flächensprungs, des TD_1 -Brenners ohne Flamme, die Flammentransferfunktion und -matrix, sowie die Transfermatrix von Brenner und Flamme beim TD_1 -Brenner wurden geschätzt und mit Experimenten, FEM, analytischer Lösungen bzw. hybriden Beschreibungen erfolgreich validiert. Einige generelle Aussagen zur Anwendung von CFD/SI konnten dabei gewonnen werden, die im Folgenden kurz dargestellt werden.

10.1.1 Ergebnisüberblick

Der Vergleich der Transfermatrizen des Flächensprungs und des TD_1 Brenners ohne und mit Wärmefreisetzung zeigt eine Tendenz von CFD/SI die effektive Länge eines Elementes überzubewerten. Dieses Phänomen ist unabhängig von Gitterweite, Turbulenzmodell oder Zeitschritt der CFD Rechnung.

Ein Merkmal von CFD/SI ist die qualitativ bessere Vorhersage der Phase von Transferfunktionen und -matrizen als deren Betrag. Dies ist bei allen behandelten Fällen erkennbar. Für den Vergleich der Ergebnisse aus CFD/SI mit z.B. Messungen sind somit Betrag und Phase unterschiedlich zu bewerten.

Bei der Transformation der Flammentransferfunktion \mathbf{F} in eine Flammentransfermatrix T mit Hilfe der Rankine-Hugoniot Relationen konnte gezeigt werden, dass \mathbf{F} eine zulässige Vereinfachung der allgemeineren Flammentransfermatrix darstellt. Auch werden Abweichungen in \mathbf{F} in gleicher Größenordnung in \mathbf{T} repräsentiert. Zusätzlich ergeben sich unterschiedliche Anforderungen an die Genauigkeit von $|\mathbf{F}|$ und $\phi(\mathbf{F})$. Die Phase der Flammentransferfunktion muss mit einer höheren Genauigkeit als der Betrag bestimmt werden um eine gute Schätzung von \mathbf{T} zu erhalten.

Die Transfermatrizen der betrachteten Fälle zeigen als Streumatrix einen höheren Grad der Übereinstimmung mit den Vergleichsfällen als in pu-Darstellung. Es sollten deshalb immer beide Darstellungen zu Interpretation und Vergleich von akustischen Transfermatrizen herangezogen werden um eine darstellungsunabhängige Bewertung der Ergebnisse zu erreichen.

Die Qualität der Schätzung der Flammentransferfunktion \mathbf{F} ist in hohem Maße von der Qualität des verwendeten Verbrennungsmodells abhängig. Das TFC Modell sagt den Verlauf der mittleren Wärmefreisetzung nicht korrekt vorher und zeigt eine starke Abhängigkeit von der kritischen Streckungsrate g_{crit} . Sowohl die mittlere axiale Wärmefreisetzung, und damit die Flammenposition, als auch die Dämpfungseigenschaften des Flammenmodells sind entscheidende Faktoren für die Schätzung der Flammentransferfunktion.

In Streumatrix-Darstellung zeigte die Transfermatrix von Brenner und Flamme eine Betragsüberhöhung. Diese resultierte aus einem geeigneten Zusammenwirken von Flächenverhältnis und effektiver Länge des Brenners sowie der Wärmefreisetzung der Flamme. Das Element „Flamme“ transferiert verstärkt Energie an die akustischen Wellen in einem begrenzten Frequenzband. Der Bren-

ner beeinflusst Transmission und Reflektion der einlaufenden Wellen und hat dadurch Einfluss auf den Energietransfer der Flamme an die akustische Welle. Für den TD_1 Brenner führt dies dazu, dass die Kombination von Brenner und Flamme eine veränderte Anfachung der akustischen Welle verursacht, als dies für die Flamme allein der Fall ist.

Zusammenfassend konnte gezeigt werden, dass CFD/SI für die Schätzung von Transfermatrizen geeignet ist und eine wertvolle Ergänzung der etablierten Methoden (z.B. Messung, FEM, analytische Ansätze) darstellt. Besonders für die Schätzung des dynamischen Einflusses von Verbrennungsprozessen ist CFD/SI eine mögliche Alternative zu experimentellen Untersuchungen.

10.2 Ausblick

Basierend auf den erzielten Ergebnissen erscheinen weitere Untersuchungen zu CFD/SI sinnvoll. Die Anwendung auf unterschiedliche akustische und thermoakustische Elemente könnte vor allem die Möglichkeit der Vorhersage der reduzierten Länge näher beleuchten. Weiterhin erscheint es notwendig, die beobachtete Überschätzung der effektiven Länge mit CFD/SI zu quantifizieren und die Ursache darzulegen. Die Überprüfung des gängigen Modells für die Transfermatrix von Gasturbinenbrennern, bestehend aus Gesamtflächenverhältnis des Brenners, effektiver und reduzierter Länge, sowie der Annahme von Druckgleichheit über den Brenner, erscheint sinnvoll.

Weiterhin sollten die Ergebnisse zu akustischen Transfermatrizen des TD_1 Brenners ohne Flamme [20] für alle gemessenen Fälle validiert werden, um die physikalischen Mechanismen und die Stabilitätseigenschaften des Brenners näher zu untersuchen. Aufbauend auf dieser Untersuchung könnte das Zusammenwirken von Brenner und Flamme, und der daraus abgeleitete Verstärkungsmechanismus akustischer Wellen, quantifiziert werden. In diesem Zusammenhang sollten die Genauigkeitsanforderungen der Transfermatrizen von Brenner und Flamme bei

der Durchführung von Stabilitätsanalysen in Systemstudien untersucht werden. Daraus sollten Regeln hervorgehen, die dem Konstrukteur Hinweise geben, wie die Verstärkung akustischer Wellen durch Brenner und Flamme minimiert werden kann.

Um dieses Ziel zu erreichen ist die Vorhersage des Flammentransferverhaltens mit größerer Genauigkeit, als in dieser Arbeit erreicht, zu gewährleisten. Dazu ist es notwendig die Vorhersage der axialen Wärmefreisetzungsverteilung der Flamme zu verbessern. Alternative Flammenmodelle, eine Verbesserung des verwendeten RANS Modells, bzw. die Verwendung von Large Eddy Simulation (LES) könnten dazu beitragen.

Erhöhte Genauigkeit der Ergebnisse aus CFD/SI und verbesserte Messergebnisse der Flammentransfermatrix und der Transfermatrix von Brenner und Flamme sollten weiterhin dazu genutzt werden, die Annahme der Kompaktheit der Elemente näher zu untersuchen. Ein Kriterium für Kompaktheit von Gasturbinenbrennern wäre anzustreben.

Schließlich sollte, im Übergang vom Einzelbrenner zur Ringbrennkammeranordnung, die eingeschränkte Übertragbarkeit der Ergebnisse am Einzelbrenner auf die Ringanordnung validiert und quantifiziert werden. Eine Regel zur Übertragung von Ergebnissen eines einzelnen Brenners auf die Ringanordnung in Gleich- und Gegendrallanordnung sollte angestrebt werden.

Anhang A

Eigenschaften linearer zeitinvarianter Systeme

Die Eigenschaften linearer zeitinvarianter Systeme sind maßgeblich durch die zeitdiskrete Faltungssumme bestimmt

$$r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(t-k) = s(k) \star h(t) . \quad (1.1)$$

Die folgenden Eigenschaften werden ohne Beweis angegeben [48]:

1. Kommutativgesetz:

$$s(k) \star h(t) = h(t) \star s(k) . \quad (1.2)$$

2. Distributivgesetz:

$$s(k) \star (h_1(t) + h_2(t)) = s(k) \star h_1(t) + s(k) \star h_2(t) , \quad (1.3)$$

3. Reihenschaltung zweier Systeme:

$$h(t) = h_1(t) \star h_2(t) . \quad (1.4)$$

4. Parallelschaltung zweier Systeme:

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) . \quad (1.5)$$

5. Systemstabilität:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty . \quad (1.6)$$

6. Kausalität:

$$h(t) = 0, \quad t < 0 . \quad (1.7)$$

Anhang B

Simulation akustischer Fragestellungen mit CFD

In diesem Abschnitt wird der Zusammenhang zwischen den Navier-Stokes Gleichungen und der Wellengleichung sowie die dabei gemachten Annahmen aufgezeigt. Hierbei wird der Vorgehensweise von Schuermans gefolgt [73]. Dabei ergeben sich Einschränkungen für die Simulation von akustischen Problemen mit kommerziellen CFD Programmen. Die Kontinuitätsgleichung (Gl. (5.1)) und die Navier-Stokes Gleichungen (Gl. (5.2)) sind dafür der Ausgangspunkt [67]. Weiterhin ist die Zustandsgleichung

$$p = p(\rho, s) \quad (2.1)$$

notwendig. Von diesem Ausdruck wird zunächst das totale Differenzial für isentrope Strömungen gebildet

$$\frac{Dp}{Dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \frac{D\rho}{Dt} = c^2 \frac{D\rho}{Dt}, \quad (2.2)$$

wobei $c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$. Für kleine Fluktuationen des Drucks und der Dichte können Gl. (5.1) und (5.2) linearisiert werden. Setzt man eine ruhendes Medium voraus und

$$p = \bar{p} + p',$$

$$\begin{aligned}\rho &= \bar{\rho} + \rho' , \\ u &= 0 + u' ,\end{aligned}\tag{2.3}$$

so folgt aus Gl. (5.1) und (5.2) für die akustischen Größen in der eindimensionalen Strömung

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x_i} = 0 ,\tag{2.4}$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 .\tag{2.5}$$

Die zeitliche Ableitung von Gl. (2.4) führt dann zu

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \bar{\rho} \frac{\partial^2 u'}{\partial x_i \partial t} = 0 ,\tag{2.6}$$

die räumliche Ableitung von Gl. (2.5) resultiert dagegen in

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u'}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 .\tag{2.7}$$

Gl. (2.6) und (2.7) führen in Kombination zu

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 .\tag{2.8}$$

Linearisiert man nun Gl. (2.2)

$$p' = c^2 \rho' ,\tag{2.9}$$

erhält man die bekannte Form der Wellengleichung [45, 73]

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 .\tag{2.10}$$

Eine Erweiterung für die Fluktuation der Wärmefreisetzung basiert auf der Zustandsgleichung (Gl. (2.2)) ohne die Annahme isentroper Strömung

$$\frac{Dp}{Dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \frac{D\rho}{Dt} + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \frac{Ds}{Dt} ,\tag{2.11}$$

wobei für ein stehendes Medium, unter Verwendung von $\partial Q/\partial t = \rho c_v$, gilt [73]

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \frac{Ds}{Dt} = (\gamma - 1) \frac{\partial \dot{Q}}{\partial t} .\tag{2.12}$$

Daraus resultiert die Wellengleichung unter Berücksichtigung der Wärmefreisetzung [73]

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = (\gamma - 1) \frac{\partial \dot{Q}'}{\partial t}. \quad (2.13)$$

Die Wellengleichung ist somit ein, unter Anwendung weitreichender Annahmen gewonnener, Spezialfall der Kontinuitäts-, Navier-Stokes- und der Zustandsgleichung. Die Berechnung akustischer Probleme und die Interaktion zwischen Akustik, Strömungsfeld und Wärmefreisetzung ist mit CFD grundsätzlich durchführbar. Die Reichweite dieser Aussage ist allerdings stark vom verwendeten numerischen Verfahren abhängig. Für das in dieser Arbeit verwendete Verfahren auf Basis der reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS) haben Rechnungen gezeigt, dass die Ergebnisse auf den linearen Bereich und Frequenzen kleiner 2000 Hz beschränkt sind.

In der Literatur lassen sich zahlreiche Beispiele für die Verwendung von CFD zur Berechnung von akustischen Problemstellungen finden. Beispielsweise nutzte Klein CFD Verfahren zur Simulation von Flammenlärm [35]. Hantschk simulierte fremderregte Eigenmoden in einem Rijke Rohr mit und ohne Verbrennung, sowie das akustische Verhalten eines Diffusionsbrenners [26]. Er verglich dabei erfolgreich die Frequenzen der Eigenmoden sowie die maximalen Druckamplituden und den Druckverlauf. Bei diesen Arbeiten kamen RANS Verfahren zum Einsatz. Schönfeld und Poinso nutzten LES, um den Einfluss von Randbedingungen auf Verbrennungsinstabilitäten bei vorgemischter Verbrennung zu untersuchen [72]. Sie untersuchten den Druckverlauf im Rechengbiet in Abhängigkeit der verwendeten Randbedingungen. Kaufmann et al. nutzten LES, um die Auswirkungen verschiedener Anregungsmechanismen von Verbrennungsinstabilitäten zu untersuchen [32]. Sie verglichen Druckamplituden und Eigenmoden mit analytischen Ausdrücken.

Anhang C

Eigenschaften der Autokorrelation

Die Autokorrelation Γ eines Zufallsprozesses hat allgemein folgende Eigenschaften [7, 82, 83, 28]:

1. Γ ist eine gerade Funktion

$$\Gamma(k) = \Gamma(-k) . \quad (3.1)$$

2. Γ hat seinen Maximalwert gerade bei $k = 0$

$$|\Gamma(k)| \leq \Gamma(0) . \quad (3.2)$$

3. Sind keine periodischen Anteile in $s(t)$ vorhanden, so ist $\Gamma(k)$ monoton fallend mit k

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Gamma(k) = 0 . \quad (3.3)$$

4. $\Gamma(0)$ ist der quadratische Mittelwert, für $\mu = 0$ gilt

$$\Gamma(0) = \sigma^2 . \quad (3.4)$$

5. Γ beinhaltet keine Information über die Phase von $s(t)$, was eine Rücktransformation $\Gamma(k) \rightarrow s(t)$ unmöglich macht.

Aus Gl. (3.1) und (3.5) folgt direkt, dass auch das Leistungsdichtespektrum $S_{ss}(\omega)$ zwischen Signal s mit sich selbst eine gerade Funktion ist

$$S_{ss}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma e^{-i2\pi f k} dk, \quad (3.5)$$

$$S_{ss}(\omega) = S_{ss}(-\omega). \quad (3.6)$$

Anhang D

Eigenschaften der Kreuzkorrelation

Für die Kreuzkorrelation ergeben sich folgende Eigenschaften [7, 82, 83]:

1. $c(\tau)$ ist keine gerade Funktion

$$c(\tau) \neq c(-\tau), \quad (4.1)$$

allerdings gilt

$$c_{sr}(\tau) = c_{rs}(-\tau). \quad (4.2)$$

Somit gibt die Kreuzkorrelation nicht nur die Stärke der Assoziation zwischen s und r an, sondern auch die Richtung dieser Beziehung.

2. Ist $s(t)$ weißes Rauschen, so ist $c(\tau)$ direkt proportional der Einheitsimpulsantwort $h(\tau)$.

- 3.

$$c(0) = \overline{s(t)r(t)}. \quad (4.3)$$

- 4.

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} c(\tau) = \overline{s(t)} \overline{r(t)}. \quad (4.4)$$

Das Kreuzleistungsspektrum ist im Gegensatz zur Kreuzkovarianz symmetrisch

$$S_{sr}(\omega) = S_{sr}(-\omega) . \quad (4.5)$$

Anhang E

Kontinuitäts- und Bernoulligleichung

E.1 Massenerhaltung

Um die Ausdrücke zur Massenerhaltung zwischen einer stromauf (Index u) und einer stromab (Index d) gelegenen Ebene eines Elementes herzuleiten, dient der folgende Ausdruck als Grundlage

$$\frac{d}{dt} \int \rho dV + \int \rho u_i dA_i = 0 . \quad (5.1)$$

Für quasi eindimensionale Strömung zwischen den Ebenen u und d kann dies weiter vereinfacht werden

$$\frac{d}{dt} \int_{x_u}^{x_d} \rho(x) A(x) dx + [\rho u A]_u^d = 0 . \quad (5.2)$$

Für harmonische Wellen mit Wellenzahlen $kL = (\omega/c)L < 1$ größer der Länge L des Elementes und $\rho'(x) = \rho_u + O(kl)$ folgt

$$i\omega \rho'_u \int_{x_u}^{x_d} A(x) dx + [(\rho' u + \rho u') A]_u^d = O(kl)^2 , \quad (5.3)$$

wobei O die Ordnung des Ausdrucks angibt. Dividiert man durch die mittlere Dichte, was für kleine Machzahlen erlaubt ist, und führt die reduzierte Länge ein

erhält man

$$\left[A \left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) \right]_u^d + i \frac{\omega}{c} l_{\text{red}} A_d \frac{p'_u}{\rho c} \approx 0. \quad (5.4)$$

E.2 Impulserhaltung

Der Startpunkt für die Herleitung der Impulserhaltungsbeziehung zwischen den Ebenen u und d stromauf und stromab eines akustischen Elements ist die Bernoulli-Gleichung für rotationsfreie, homentropische Strömung

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \right) = 0. \quad (5.5)$$

Integriert man diesen Ausdruck entlang einer Stromlinie der mittleren Strömung von x_u nach x_d , erhält man eine Übergangsbeziehung zwischen den beiden Ebenen. Aus dem ersten Term von Gl. (5.5), dem Geschwindigkeitspotenzial, ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_u}^{x_d} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dx_i = \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_u}^{x_d} u_i dx_i \approx \frac{\partial}{\partial t} u_u \int_{x_u}^{x_d} \frac{A_u}{A(x)} dx. \quad (5.6)$$

Diese Approximation ist zulässig, solange die Strömung durch das Element als weitestgehend inkompressibel betrachtet werden kann, d.h. das Element als nahezu kompakt angesehen werden kann ($kL < 1$). Weiterhin, unter Annahme einer stationären Hauptströmung und harmonischer Wellen und nach Einführung der effektiven Länge des Elements

$$l_{\text{eff}} \equiv \int_{x_u}^{x_d} \frac{A_u}{A(x)} dx, \quad (5.7)$$

erhält man die folgende Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_u}^{x_d} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dx_i = i\omega l_{\text{eff}} u'_u. \quad (5.8)$$

Die restlichen zwei Terme aus Gl. (5.5) können an den Stellen x_u und x_d einfach bestimmt werden. Linearisierung und Division durch c resultiert in

$$\left[\frac{p'}{\rho c} + M u' \right]_u^d + l_{\text{eff}} \frac{i\omega}{c} u'_u + \zeta M_u u'_u = O(kl)^2. \quad (5.9)$$

Dieses Ergebnis ist zur ersten Ordnung der Helmholtzzahl (kl) exakt. Die Terme höherer Ordnung von (kl) und M sind vernachlässigt.

Literaturverzeichnis

- [1] ABOM, M. ; H.BODEN: Error Analysis of Two-Microphone Measurements in ducts with Flow. In: *J. Acoustics. Soc. Am* 83 (1988), Nr. 6, S. 2429–2438
- [2] BAADE, P.K.: Selbsterregte Schwingungen in Gasturbinen. In: *Kälte, Klima, Ingenieur* 2 (1974), S. 98–102
- [3] BANASZUK, A. ; BEHNKEN, R.L. ; CANDEL, C. ; CULICK, F.E.C. ; DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; HERMANN, J. ; JACOBSON, C.A. ; MURRAY, R.M. ; ORTHMANN, A. ; PADUANO, J.D. ; SCHADOW, K.C. ; VEYNANTE, D. ; WANG, Y. Y. ; V., Yeund ; S., Yu ; K.H.: Active Control of Engine Dynamics. In: *RTO-EN-020* (2002)
- [4] BOHN, D. ; DEUKER, E.: An acoustical model to predict combustion driven oscillations. In: *20th Congress on Combustion Engines G20 CIMAC* (1993)
- [5] BOJI, S.: *Acoustic Scattering in Ducts and influence of Flow Coupling*, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Diss., 2003
- [6] BOJI, S. ; NILSSON, B.: Reflection of sound at Area Expansions in a Flow Duct. In: *J. of Sound and Vibration* 260 (2003), S. 477–498
- [7] BROCKWELL, P.J. ; DAVIS, R.A.: *Time Series: Theory and Methods*. Springer-Verlag New York, 1991

-
- [8] CHO, J.H. ; LIEUWEN, T.C.: Modeling the Response of Premixed Flames to Mixture Ratio Perturbations, ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia, 2003. – GT2003-38089
- [9] CHU, B.T.: On the Generation of Pressure Waves at a Plane Flame Front. In: *4th Int'l Symposium on combustion* (1953), S. 603–612
- [10] CREMER, L.: The second annual fairy lecture: the treatment of fans as black boxes. In: *J. Sound Vib.* 16 (1971), Nr. 1, S. 1–15
- [11] CROCCO, L. ; CHENG, S.: Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors. In: *AGARD Monograph 8* (1956)
- [12] DAVIES, P.O.A.L.: Practical Flow Duct Acoustics. In: *J. of Sound and Vibration* 124 (1988), Nr. 1, S. 91–115
- [13] DEUKER, E.: *Ein Beitrag zur Vorausberechnung des akustischen Stabilitätsverhaltens von Gasturbinen-Brennkammern mittels theoretischer und experimenteller Analyse von Brennkammerschwingungen*, RWTH Aachen, Diss., 1995
- [14] DOWLING, A.P.: Thermoacoustic Instability. In: *6th Int'l Congress on Sound and Vibration* (1999), S. 3277–3292
- [15] DOWLING, A.P.: Vortices, sound and flames - a damaging combination. In: *The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautic Society* (2000), S. 105–116
- [16] EVESQUE, S.: *Adaptive control of combustion oscillations*, Cambridge University, Diss., 2000
- [17] EVESQUE, S. ; POLIFKE, W.: Low-Order Acoustic Modelling for Annular Combustors: Validation and Inclusion of Modal Coupling, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2002. – GT-2002-30064

- [18] FENT, K.: *Ökotoxikologie*. 3. Auflage. Georg Thieme Verlag, 2003
- [19] FERZIGER, J.H. ; PERIC, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd Edition. Springer Verlag, 2002
- [20] FISCHER, A.: *Hybride thermoakustische Charakterisierung von Drallbrennern*, TU München, Diss., 2004
- [21] FLOHR, P. ; PASCHEREIT, C.O. ; ROON, B. van ; SCHUERMANS, B.: Using CFD for time-delay Modeling of Premix Flames, Proceedings of the ASME Turbo EXPO, 2001. – 2001-GT-0376
- [22] FLUENT: *Fluent 6 Documentation*. Venterra Resource Park, Lebanon, NH, 2002
- [23] FRITZ, J.: *Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen*, TU München, Diss., 2003
- [24] GENTEMANN, A. ; YUEN, S.W. ; POLIFKE, W.: Influence of Acoustic Boundary Conditions on System Identifiability using Real Time System Modeling. In: *Eleventh International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, Russia* (2004)
- [25] GENTEMANN, A.M.G. ; FISCHER, A. ; EVESQUE, S. ; POLIFKE, W.: Acoustic Transfer Matrix Reconstruction and Analysis for Ducts with Sudden Change of Area, 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 2003. – AIAA 2003-3142
- [26] HANTSCHK, C.-C.: *Numerische Simulation selbsterregter thermoakustischer Schwingungen*, TU München, Diss., 2000
- [27] HAYES, M.H.: *Digital Signal Processing*. McGraw -Hill, 1999 (Schaum's Outline Series)

-
- [28] HAYKIN, S.: *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall Information and System Science Series, 1996
- [29] HECKL, M.A.: Active control of the noise from a Rijke tube. In: *J. of Sound and Vibration* 124 (1988), Nr. 1, S. 117–133
- [30] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 1+2*. Springer Verlag, 1992
- [31] KAILATH, T. ; SAYED, A.H. ; HASSIBI, B.: *Linear Estimation*. Bd. 1st edition. Prentice Hall, 2000
- [32] KAUFMANN, A. ; NICLOUD, F. ; POINSOT, T.: Flow forcing techniques for numerical simulation of combustion instabilities. In: *Combustion and Flame* 131 (2002), Nr. 4, S. 371–385
- [33] KHANNA, V.K. ; SAUNDERS, W.R. ; VANDSBURGER, U. ; BAUMANN, W.T.: Dynamic analysis of swirl stabilized turbulent gaseous flames, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2002. – GT-2002-30061
- [34] KIESEWETTER, F. ; HIRSCH, C. ; FRITZ, J. ; KRÖNER, M. ; SATTELMAYER, T.: Two-Dimensional Flashback Simulation in Strongly Swirling Flows, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia, 2003. – GT2003-38395
- [35] KLEIN, S.A.: *On the acoustics of turbulent non-premixed flames*, University of Twente, Diss., 1999
- [36] KRÜGER, U. ; HOFFMANN, S. ; KREBS, W. ; JUDITH, H. ; BOHN, D. ; MATOUSCHEK, G.: Influence of turbulence on the dynamic behaviour of premixed flames, Int'l Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, 1998. – 98-GT-323
- [37] KÜLSHEIMER, C. ; BÜCHNER, H.: Combustion Dynamics of Turbulent Swirling Flames. In: *Combustion and Flame* (2002), Nr. 131, S. 70–84

- [38] KUNZE, K.: *Untersuchung des thermoakustischen Flammenübertragungsverhaltens in einer Ringbrennkammer*, TU München, Diss., 2003
- [39] LAWN, C.J.: Criteria for acoustic pressure oscillations to be driven by a diffusion flame. In: *19th Symp. on Combustion, The Combustion Institute* (1982), S. 237–244
- [40] LECHNER, C. ; SEUME, J.: *Stationäre Gasturbinen*. 1. Auflage. Springer Verlag, 2003
- [41] LIEUWEN, T.: Modeling Premixed Combustion - Acoustic Wave Interaction: A Review. In: *Journal of Propulsion and Power* 19 (2003), Nr. 5
- [42] LJUNG, L.: *System Identification. Theory for the User*. PTR Prentice Hall Information and System Series, 1999
- [43] MCMANUS, K.R. ; POINSOT, T. ; CANDEL, S.M.: A Review of active control of combustion instabilities. In: *Prog. Energy Combust. Sci.* 19 (1993), S. 1–29
- [44] MÜLLER, B.: Low Mach Number Asymptotics of the Navier-Stokes Equations and Numerical Implications. In: *von Karman Institute for Fluid Mechanics, Lecture Series 1999-03* (1999)
- [45] MORSE, P.M. ; INGARD, K.U.: *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1968
- [46] MUNJAL, M.L.: *Acoustics of Ducts and Mufflers*. Wiley & Sons, 1987
- [47] MUNJAL, M.L. ; DOIGE, A.G.: Theory of a Two Source-Location Method for Direct Experimental Evaluation of the Four-Pole Parameters of an Aeroacoustic Element. In: *Journal of Sound and Vibration* 141 (1990), Nr. 2, S. 323–333
- [48] OPPENHEIM, A.V. ; SCHAFFER, R.W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1999

- [49] PANKIEWITZ, C.: *Persönliche Kommunikation*. 2003
- [50] PANKIEWITZ, C.: *Hybrides Berechnungsverfahren für thermoakustische Instabilitäten von Mehrbrennersystemen*, TU München, Diss., 2004
- [51] PANKIEWITZ, C. ; FISCHER, A. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: Computation of Transfer Matrices for Gas Turbine Combustors Including Acoustics/Flame Interaction, 9th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit, 2003
- [52] PASCHEREIT, C.O. ; GUTMARK, E. ; WEIENSTEIN, W.: Control of combustion driven oscillations by equivalence ratio modulations, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 1999. – 99-GT-118
- [53] PASCHEREIT, C.O. ; POLIFKE, W.: Investigation of the Thermoacoustic Characteristics of a Lean Premixed Gas Turbine Burner, ASME/IGTI Turbo Expo, 1998. – 98-GT-582
- [54] PASCHEREIT, O. ; SCHUERMANS, B. ; POLIFKE, W. ; MATTSON, O.: Measurement of Transfer Matrices and Source Terms of Premixed Flames. In: *J. of Engineering for Gas Turbines and Power* 124 (2002), S. 239–247
- [55] PATANKAR, S.V.: *Numerical Heat Transfer & Fluid Flow*. John Benjamins Publishing Co., 1980
- [56] PIERINGER, J.: *Persönliche Kommunikation*. 2003
- [57] POINSOT, T. ; LECHATELIER, C. ; CANDEL, S.M. ; ESPOSITO, E.: Experimental Determination of the Reflection Coefficient of a Premixed Flame in a Duct. In: *J. of Sound and Vibration* 107 (1986), Nr. 2, S. 265–278
- [58] POINSOT, T. ; LELE, S.K.: Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows. In: *J. Comp. Phys.* 101 (1992), S. 104–129

- [59] POLIFKE, W. ; FLOHR, P. ; BRANDT, M.: Modeling of inhomogeneously premixed Combustion with an extended TFC Model, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2000. – 2000-GT-0135
- [60] POLIFKE, W. ; GENTEMANN, A.: Order and Realizability of Impulse Response Filters for Accurate Identification of Acoustic Multi-Ports from transient CFD. In: *Int. J. of Acoustics and Vibration* 9 (2004), Nr. 3, S. 139–148
- [61] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O. ; DÖBBELING, K.: Suppression of Combustion Instabilities through destructive Interference of Acoustic and Entropy Waves, 6th Intl. Conf. on Sound and Vibration, Copenhagen, Denmark, 1999
- [62] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O. ; DÖBBLING, K.: Constructive and Destructive Interference of Acoustic and Entropy Waves in a Premixed Combustor with a Choked Exit. In: *Int. J. of Acoustics and Vibration* 6 (2001), Nr. 3
- [63] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O. ; SATTELMAYER, T.: A universally applicable Stability Criterion for Complex Thermo-Acoustic Systems. In: *VDI Bericht* 1313 (1997), S. 455–460
- [64] POLIFKE, W. ; PONCET, A. ; PASCHEREIT, C.O. ; DÖBBELING, K.: Determination of (Thermo-)Acoustic Transfer Matrices by Time-Dependent Numerical Simulation. York, UK : 7th Int'l Conf. on Numerical Combustion, 1998
- [65] POLIFKE, W. ; PONCET, A. ; PASCHEREIT, C.O. ; DÖBBELING, K.: Reconstruction of Acoustic Transfer Matrices by Instationary Computational Fluid Dynamics. In: *J. of Sound and Vibration* 245 (2001), Nr. 3, S. 483–510
- [66] POLIFKE, W. ; WALL, C. ; MOIN, P.: Partially Reflecting and Non-Reflecting Boundary Conditions for Simulation of Compressible Viscous Flow. In: *J. of Comp. Phys.* 213 (2006), March, Nr. 1, S. 437–449

- [67] POPE, S.B.: *Turbulent Flows*. 1st Edition. Cambridge University Press, 2000
- [68] PUTNAM, A.A. ; DENNIS, W.R.: Burner oscillations of the gauze-tone type. In: *J. Acoust. Soc. Am.* 26 (1954), Nr. 5, S. 716–725
- [69] RAYLEIGH, J.W. Strutt L.: *The Theory of Sound*. Macmillan, 1896
- [70] RONNEBERGER, D.: Experimentelle Untersuchungen zum akustischen Reflektionsfaktor von un stetigen Querschnittsveränderungen in einem luftdurchströmten Rohr. In: *Acustica* 19 (1967), S. 222–235
- [71] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: Assessment of methods for the computation of the linear stability of combustors. In: *Combust. Sci. and Tech.* 175 (2003), S. 453–476
- [72] SCHÖNFELD, T. ; POINSOT, T.: Influence of boundary conditions in LES of premixed combustion instabilities / Center of Turbulence Research. 1999. – Annual Research Brief 1999
- [73] SCHUERMANS, B.: *Modeling and Control of Thermoacoustic Instabilities*, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Diss., 2003
- [74] SCHUERMANS, B.B.H. ; POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O.: Modeling Transfer Matrices of Premixed Flames and Comparison with Experimental Results, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 1999. – 99-GT-132
- [75] SCHULLER, T. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: A unified model for the prediction of laminar flame transfer functions: comparisons between conical and V-flame dynamics. In: *Combustion and Flame* (2003), Nr. 134, S. 21–34
- [76] SKLYAROV, V.A. ; FURLETOV, V.I.: Frequency Characteristics of a Laminar Flame. In: *Zhurnal Prikladnoi Mekhaniki i Tekhnicheskoi Fiziki* 1 (1975), Nr. UDC 536.46.533.6, S. 84–97

- [77] STRAUB, D.L. ; RICHARDS, G.A. ; BAUMANN, W.T. ; SAUNDERS, W.R.: Measurement of dynamic flame response in a lean premixed single-can combustor, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2001. – 2001-GT-0038
- [78] TO, C.W.S. ; DOIGE, A.G.: A transient testing technique for the determination of matrix parameters of acoustic systems, I: Theory and Principles. In: *J. of Sound and Vibration* 62 (1979), Nr. 2, S. 207–222
- [79] TRUFFIN, K. ; VAROQUIÉ, B. ; POINSOT, T.: Measurements of transfer functions in reacting flows using Large Eddy Simulations. In: *10th International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden* (2003), S. 785–793
- [80] TURNS, S.: *An Introduction to Combustion*. 2. Auflage. McGraw-Hill, 2000
- [81] VAROQUIÉ, B. ; LÉGIER, J.P. ; LACAS, F. ; VEYNANTE, D. ; POINSOT, T.: Experimental analysis and large eddy simulation to determine the response of non premixed flame submitted to acoustic forcing, 29th Int'l Symposium on Combustion, 2002
- [82] WALLER, H.W. ; SCHMIDT, R.: *Schwingungslehre für Ingenieure*. Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, 1989
- [83] WEI, W.W.S.: *Time Series Analysis. Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1990
- [84] WIENER, N. ; HOPF, E.: On a class of singular integral equations. In: *Proc. Prussian Acad. Math. - Phys. Series* (1931), S. 696
- [85] WILLIAMS, J.E. F.: Review Lecture: Anti-sound. In: *Proc. R. Soc. London* 395 (1984), S. 63–88
- [86] WOLF, D.: *Signaltheorie, Modelle und Strukturen*. Springer Verlag, 1999

-
- [87] YUEN, S.W.: *Theoretical Studies concerning the Identification of Thermoacoustic Systems*, Lehrstuhl für Thermodynamik, TU München, Diplomarbeit, 2003
- [88] ZHU, M. ; DOWLING, A.P. ; BRAY, K.N.C.: Flame Transfer Function Calculation for Combustion Oscillations, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2001. – 2001-GT-374
- [89] ZHU, M. ; DOWLING, A.P. ; BRAY, K.N.C.: Integration of CFD and Low-Order Models for combustion oscillations in aeroengines, Int'l Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition, 2001. – ISABE 2001-1088
- [90] ZHU, M. ; DOWLING, A.P. ; BRAY, K.N.C.: Study of flame transfer function with three dimensional calculations, Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2003. – 2003-GT-38409
- [91] ZIMONT, V.L. ; LIPATNIKOV, A.N.: A Numerical Model of premixed turbulent Combustion of Gases. In: *Chem. Phys. Reports* 14 (1995), Nr. 7, S. 993–1025