Technische Universität München
Lehrstuhl für Thermodynamik
Prof. Dr.-Ing. T. Sattelmayer · Prof. W. Polifke, Ph.D.

Prüfung MW0136 Verbrennung

02.08.2011 SS 2011 Teil 1: Kurzfragenteil (5 Seiten) (30 min)

1. Formulieren Sie das allgemeine Gasgesetz in molarer Form. Welcher Ausdruck beschreibt die kinetische Energie der Teilchen? Wie hängt dieser Term mit der Teilchengeschwindigkeit zusammen ?

$$p = \bar{n} \cdot \mathcal{R} T$$

$$\frac{3}{2} \mathcal{R} T = \frac{1}{2} m v^2$$

2. Wie berechnet man die spezifische Entropie von Gasgemischen? Verwenden Sie Molenbrüche und schreiben Sie alle Einzelterme des einzelnen Stoffes.

$$\tilde{s}(p,T) = \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot \left\{ \tilde{s}_i^{\emptyset} + \int_{T_0}^{T} \tilde{c}_{pi}(T) \frac{dT}{T} - \mathcal{R} \ln\left(\frac{X_i p}{p_\emptyset}\right) \right\}$$

3. Schreiben Sie die Enthalpiebilanz für die vollständige, adiabate Verbrennung eines Kohlenwasserstoffgases C_mH_n mit Luft ($X_{O_2,L} = 0.21 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol}}, X_{N_2,L} = 0.79 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol}}$) bei konstantem Druck. Wie ändert sich die adiabate Flammentemperatur bei steigender Luftzahl?

$$\tilde{h}_{C_mH_n}(T_F) + \lambda \left(m + \frac{n}{4}\right)\left(\tilde{h}_{O_2}(T_L) + \frac{0{,}79}{0{,}21}\tilde{h}_{N_2}(T_L)\right) =$$

$$m\,\tilde{h}_{CO_2}(T_{ad}) + \frac{n}{2}\tilde{h}_{H_2O}(T_{ad}) + \left(m + \frac{n}{4}\right)\frac{79}{21}\tilde{h}_{N_2}(T_{ad})$$

$$+ (\lambda - 1)\left(m + \frac{n}{4}\right)\left[\tilde{h}_{O_2}(T_{ad}) + \frac{79}{21}\tilde{h}_{N_2}(T_{ad})\right]$$

$T_{ad} \downarrow$ mit $\lambda \uparrow$

4. Schreiben Sie das thermodynamische Gleichgewicht $K_p(T)$ für die Reaktion $H_2O \Longleftrightarrow OH + H$ und geben Sie die Gleichung für $\Delta G^0(T)$ an.

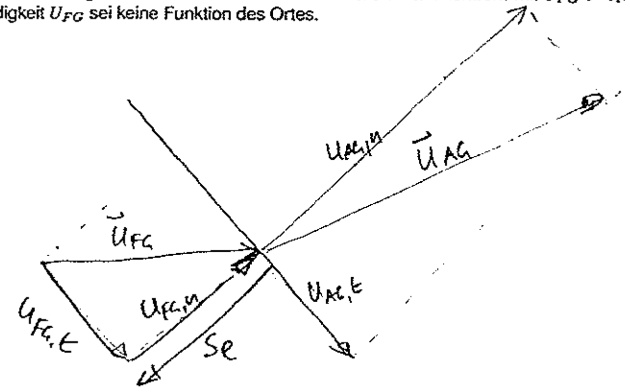
$$K_p(T) = \exp\left(-\frac{\Delta G^\emptyset(T)}{\mathcal{R}T}\right) = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2-1} \cdot \frac{X_{OH} \cdot X_H}{X_{H_2O}}$$

$$\Delta G^\emptyset(T) = \tilde{h}_{OH}(T) - T \cdot \tilde{s}^0_{OH}(T) + \tilde{h}_H(T) - T\tilde{s}^\emptyset_H(T)$$

$$- \tilde{h}_{H_2O}(T) + T\tilde{s}^\emptyset_{H_2O}(T)$$

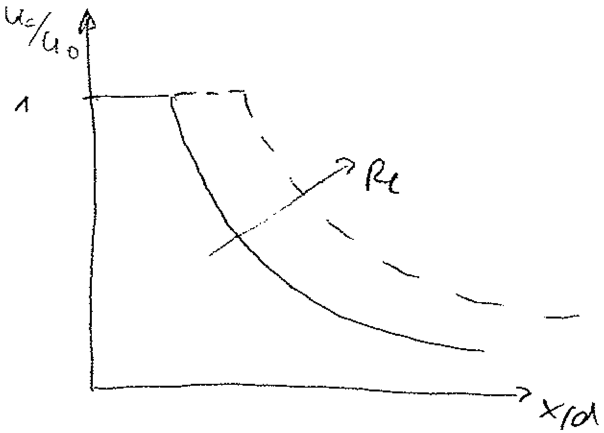
$$\tilde{s}^0_i(T) = \tilde{s}^\emptyset_i + \int_{T_0}^{T} \tilde{c}_{pi} \frac{dT}{T}$$

5. Skizzieren Sie die Geschwindigkeiten an einer stationären laminaren Flammenfront mit $U_{FG} > s_l$. Die Frischgasgeschwindigkeit U_{FG} sei keine Funktion des Ortes.



6. Geben Sie das Geschwindigkeitsgesetz $u_c/u_0 = f(x/d)$ der Axialgeschwindigkeit auf der Achse eines runden, laminaren Freistrahles an. Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf für zwei Düsengeschwindigkeiten.

$$\frac{u_c}{u_0} = \frac{3}{32} Re \cdot \frac{d}{x} \quad ; \quad Re = \frac{u_0 d}{\nu}$$



7. Was ist das besondere Kennzeichen des turbulenten Freistrahles? Geben Sie das Geschwindigkeitsgesetz $u_c/u_0 = f(x/d)$ der Axialgeschwindigkeit auf der Achse an.

Invarianz von Strömungs- und Mischungsfe[ld]

Unabhängigkeit von der Re-Zahl.

N.B.

$$\frac{u_c}{u_0} = \frac{6{,}57}{x/d}$$

Folgt aus $\frac{3}{32} Re$ durch Einführen einer turb. Scheinzähigkeit von $0{,}014 \cdot u_0 \cdot d = \nu_t$ in die Re-Zahl.

8. Welche makroskopisch messbaren Größen charakterisieren die turbulente Wirbelkaskade? Welche Kennzahl bilden sie?

- makroskopische Geschwindigkeitsschw[ankung] u' [m/s] der Turbulenz
- makroskopisches Längenmaß l_t [m] der Turbulenz

$$Re_t = \frac{u' \cdot l_t}{\nu}$$

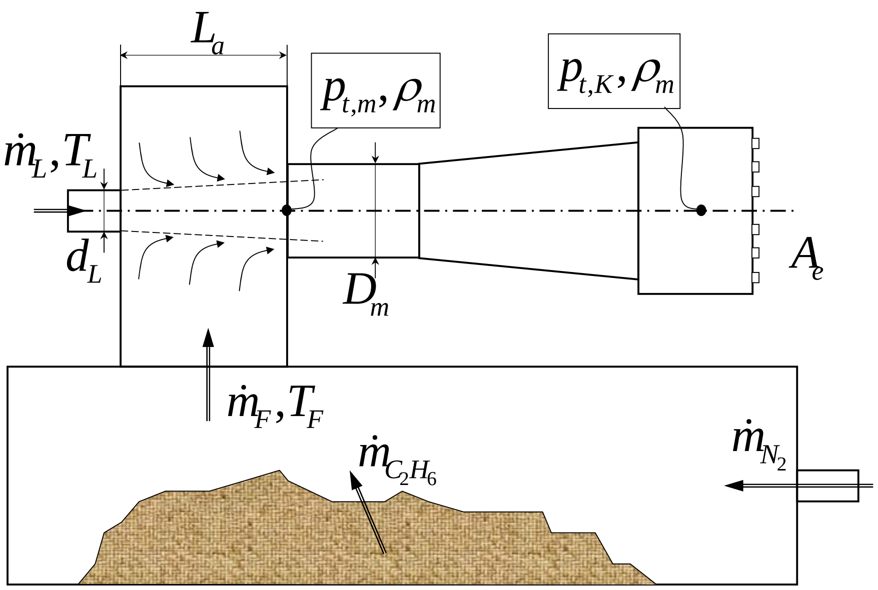
u' und l_t charakterisieren das energetisch obere Ende ~~der~~ der Wirbelkaskade.

9. Welche Kennzahl charakterisiert die Wechselwirkung von Turbulenz und Reaktion? Schreiben Sie die Kennzahl als Funktion der vier Einflussgrößen.

$$Da_t = \frac{\tau_t}{\tau_c} = \frac{l_t}{u'} \cdot \frac{S_L^2}{a}$$

$$a = \frac{k}{\rho c_p} \text{ : thermische Diffusivität}$$

$$a = \frac{\nu}{Pr}$$



Zur Entsorgung von Brennelementen aus einem Schulungsreaktor soll das in Polyäthylen (PE) gefasste Uranoxid durch die Pyrolyse des PE separiert werden. Dazu werden die fein geschnittenen Brennelemente in einem Tiegelofen unter Stickstoff-Atmosphäre erhitzt. Das entstehende Pyrolysegas soll nun in einem Injektorbrenner mit vorgewärmter Luft von $T_L = 573\mathrm{K}$ gemischt und rußfrei bei einer Luftzahl von $\lambda = 1,1$ verbrannt werden. Außerdem soll durch die Pumpwirkung des Injektors ein geringer Unterdruck von $\Delta p_{m,\infty} = -6\mathrm{Pa}$ im Tiegelofen gegenüber der Umgebung hergestellt werden, die auf Standarddruck $p_\infty = 1,013 \cdot 10^5\mathrm{Pa}$ ist. Das Pyrolysegas kann näherungsweise als Äthan-Stickstoff-Gemisch betrachtet werden und besteht aus den Massenströmen $\dot m_{C_2H_6} = 2,5 \cdot 10^{-5}\mathrm{kg/s}$ und $\dot m_{N_2} = 5,2 \cdot 10^{-5}\mathrm{kg/s}$ die am Injektor bei einer Temperatur von $T_F = 873\mathrm{K}$ vorliegen.

1 Berechnen Sie den Molenbruch $X_{C_2H_6,F}$ des Äthans im Pyrolysegas. Bestimmen Sie damit die Molmasse M_F und die Dichte des Pyrolysegases ρ_F sowie dessen stöchiometrischen Luftbedarf $l_{min,F}$.(*Notfallwert:* $\rho_F = 0,42\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$, $l_{min,F} = 5,3\frac{\mathrm{kg_L}}{\mathrm{kg_F}}$)

2 Wie groß ist der erforderliche Luftmassenstrom $\dot m_L$ bei der gewünschten Luftzahl $\lambda = 1.1$? (*Notfallwert:* $\dot m_L = 4,45 \cdot 10^{-4}\mathrm{kg/s}$)

3 Formulieren Sie allgemein die Bilanzen der Molenströme und der Massenströme für das Pyrolysegas, die Luft und das Gemisch. Berechnen Sie daraus die Molmasse M_m des Gemisches. (*Notfallwert:* $M_m = 28,7\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$)

4 Formulieren Sie allgemein die Bilanz der fühlbaren Enthalpieströme für das Pyrolysegas, die Luft und das Gemisch unter Verwendung mittlerer spezifischer Wärmekapazitäten. Berechnen Sie die Temperatur des Gemisches T_m unter Verwendung der angegebenen Werte der mittleren spezifischen Wärmekapazitäten der beteiligten Stoffe. Berechnen Sie die Dichte des Gemisches ρ_m.(*Notfallwert:* $\rho_m = 0,55\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$)

5 Der Brennerkopf hat einen effektiven Querschnitt von $A_e = c_D A_B = 2,83 \cdot 10^{-4}\mathrm{m^2}$. Berechnen Sie inkompressibel die Totaldruckdifferenz $\Delta p_{t,B} = p_{t,K} - p_\infty$ über den Brenner und damit den Totaldruck im Brennerkopf $p_{t,K}$. (*Notfallwert:* $\Delta p_{t,B} = 3,0\mathrm{Pa}$)

6 Berechnen Sie allgemein den Totaldruck am Mischrohreintritt $p_{t,m}$ aus dem Totaldruck im Brennerkopf $p_{t,K}$ indem Sie die Totaldruckverluste im Diffusor durch einen auf die Mischrohrgeschwindigkeit u_m bezogenen Druckverlustbeiwert $\zeta_D = 0.5$ berücksichtigen. Fordern Sie nun die gewünschte statische Druckdifferenz $\Delta p_{m,\infty} = p_m - p_\infty = -6\mathrm{Pa}$ und berechnen Sie die erforderliche Mischrohrgeschwindigkeit u_m und mit ihr den Mischrohrdurchmesser D_m.(*Notfallwert:* $u_m = 8\mathrm{m/s}$)

7 Bestimmen Sie den Impulsstrom $\dot I_m$ am Mischrohreintritt und damit die erforderliche Luftgeschwindigkeit u_L. Berechnen Sie die Luftdichte ρ_L und den Durchmesser der Luftdüse d_L.(*Notfallwert:* $d_L = 10 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}$)

8 Bestimmen Sie die erforderliche Ansauglänge L_a unter Verwendung der turbulenten Freistrahltheorie mit dem Koeffizienten $0,32$.

Angaben

Luftzusammensetzung:	Molmassen:	Massenströme:
$X_{O_2,L} = 0,21\frac{\mathrm{kmol_{O_2}}}{\mathrm{kmol_L}}$	$M_{C_2H_6} = 30\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	$\dot m_{C_2H_6} = 2,5 \cdot 10^{-5}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$
$X_{N_2,L} = 0,79\frac{\mathrm{kmol_{N_2}}}{\mathrm{kmol_L}}$	$M_L = 28,84\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	$\dot m_{N_2} = 5,2 \cdot 10^{-5}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$
	$M_{N_2} = 28\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	

Temperaturen: $T_F = 873\mathrm{K}$, $T_L = 573\mathrm{K}$

Drücke: $\Delta p_{m,\infty} = -6\mathrm{Pa}, \quad p_\infty = 1,013 \cdot 10^5\mathrm{Pa}$

Integrale mittlere Wärmekapazitäten: $\bar{\bar{c}}_{p,i}|_{T_0}^{T} = \frac{1}{T-T_0}\int_{T_0}^{T} c_{p,i}dT$

$\bar{\bar{c}}_{p,O_2}|_{T_0}^{573K} = \bar{\bar{c}}_{p,N_2}|_{T_0}^{573K} = \bar{\bar{c}}_{p,L}|_{T_0}^{573K} = 30\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmol\,K}}$

$\bar{\bar{c}}_{p,C_2H_6}|_{T_0}^{T_m} = 72,4\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmol\,K}}$, $\bar{\bar{c}}_{p,O_2}|_{T_0}^{T_m} = \bar{\bar{c}}_{p,N_2}|_{T_0}^{T_m} = \bar{\bar{c}}_{p,L}|_{T_0}^{T_m} = 30\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmol\,K}}$

$\bar{\bar{c}}_{p,C_2H_6}|_{T_0}^{873K} = 84,5\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmol\,K}}$, $\quad \bar{\bar{c}}_{p,N_2}|_{T_0}^{873K} = 30,2\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmol\,K}}$

2.1

Musterlösung
SS 2011
Teil 2

$$X_{C_2H_6,F} = \frac{\dot N_{C_2H_6}}{\dot N_{C_2H_6} + \dot N_{N_2}}$$

$$= \frac{\dot m_{C_2H_6} / M_{C_2H_6}}{\frac{\dot m_{C_2H_6}}{M_{C_2H_6}} + \frac{\dot m_{N_2}}{M_{N_2}}}$$

$$= \frac{\frac{2{,}5 \cdot 10^{-5}}{30}}{\frac{2{,}5 \cdot 10^{-5}}{30} + \frac{5{,}2 \cdot 10^{-5}}{28}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5{,}2}{2{,}5} \cdot \frac{30}{28}} = 0{,}31$$

$$M_F = X_{C_2H_6} \cdot M_{C_2H_6} + (1 - X_{C_2H_6}) \cdot M_{N_2}$$

$$= 28{,}62 \ \frac{kg_F}{kmol_F}$$

$T_F = 873\,K \quad p = p_\infty$

$$\rho_F = \frac{p_\infty \cdot M_F}{\mathcal{R} \cdot T_F} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 29{,}2}{8314 \cdot 873}$$

$$= 0{,}4 \ \frac{kg}{m^3}$$

1/5

$$C_2H_6 + \underbrace{\left(2 + \frac{6}{4}\right)\left(1 + \frac{79}{21}\right)}_{l_{min,C_2H_6} = 16{,}67 \frac{kmol_L}{kmol_{C_2H_6}}} \rightarrow \ldots$$

$$l_{min_F} = X_{C_2H_6,F} \cdot l_{min,C_2H_6} = 5{,}17 \ \frac{kmol_L}{kmol_F}$$

$$l^*_{min_F} = 5{,}17 \cdot \frac{M_L}{M_F} = 5{,}21 \ \frac{kg_L}{kg_F}$$

2.2

$$\dot m_L = \lambda \cdot l^*_{min_F} \cdot \dot m_F \quad ; \quad \dot m_F = 7{,}7 \cdot 10^{-5}\, kg/s$$

$$= 1{,}1 \cdot 5{,}21 \cdot (2{,}5 + 5{,}2) \cdot 10^{-5}\, kg/s$$

$$= 4{,}41 \cdot 10^{-4}\, kg/s$$

2.3

$$\dot m_F + \dot m_L = \dot m_m = 5{,}18 \cdot 10^{-4}\, kg/s$$

$$\frac{\dot m_F}{M_F} + \frac{\dot m_L}{M_L} = \frac{\dot m_m}{M_m} = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \frac{kmol}{s}$$

$$M_m = \frac{\dot m_F + \dot m_L}{\frac{\dot m_F}{M_F} + \frac{\dot m_L}{M_L}} = 28{,}81 \ kg/kmol$$

2/5

2.4

$$\left[\frac{\dot{n}_{C_2H_6}}{M_{C_2H_6}} \cdot \bar{\tilde{c}}_{p_{C_2H_6}} + \frac{\dot{n}_{N_2}}{M_{N_2}} \bar{\tilde{c}}_{p_{N_2}}\right]_{T_0}^{T_F} (T_F - T_0)$$

$$+ \frac{\dot{n}_L}{M_L} \cdot \bar{\tilde{c}}_{p_L}\Big|_{T_0}^{T_L} (T_L - T_0)$$

$$= \left[\frac{\dot{n}_{C_2H_6}}{M_{C_2H_6}} \bar{\tilde{c}}_{p_{C_2H_6}} + \frac{\dot{n}_{N_2}}{M_{N_2}} \bar{\tilde{c}}_{p_{N_2}} + \frac{\dot{n}_L}{M_L} \tilde{c}_{p_L}\right]_{T_0}^{T_m} (T_m - T_0)$$

$$\frac{\dot{n}_{C_2H_6}}{M_{C_2H_6}} = 8{,}3 \cdot 10^{-7} \frac{kmol}{s} \quad , \quad \frac{\dot{n}_{N_2}}{M_{N_2}} = 1{,}86 \cdot 10^{-6} \frac{kmol}{s}$$

$$\frac{\dot{n}_L}{M_L} = 1{,}53 \cdot 10^{-5} \frac{kmol}{s}$$

$$(8{,}3 \cdot 10^{-7} \cdot 84{,}5 + 1{,}86 \cdot 10^{-6} \cdot 30{,}2)(873 - 298)$$

$$+ 1{,}49 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \, (573 - 298)$$

$$[8{,}3 \cdot 10^{-7} \cdot 72{,}4 + 1{,}86 \cdot 10^{-6} \cdot 30 + 1{,}49 \cdot 10^{-5} \cdot 30](T_m - T_0)$$

$$0{,}0727 + 0{,}126 = 5{,}75 \cdot 10^{-4} (T_m - 298)$$

$$346 = T_m - 298$$

$$T_m = 644\,K$$

$$\rho_m = \frac{p_0 M_m}{R \cdot T_m} = 0{,}545 \frac{kg}{m^3}$$

2.5

$$\dot{m}_m = A_e \sqrt{2 \rho_m \Delta p_{Bt}}$$

$$\dot{m}_m = 5{,}18 \cdot 10^{-4} \, kg/s$$

$$\rho_m = 0{,}545 \frac{kg}{m^3}$$

$$\frac{\dot{m}_m^2}{A_e^2 \cdot 2 \cdot \rho_m} = \Delta p_{Bt}$$

$$\Delta p_{Bt} = 3{,}07 \, Pa$$

2.6

$$p_\infty + \Delta p_{Bt} = p_{tK}$$

$$p_{tm} - \frac{\rho}{2} \bar{u}_m^2 \zeta_D = p_{tK} = p_\infty + \Delta p_{Bt}$$

$$p_m + \frac{\rho}{2} \bar{u}_m^2 (1 - \zeta_D) = p_\infty + \Delta p_{Bt}$$

$$p_m - p_\infty = \Delta p_{m\infty} = \Delta p_{Bt} - \frac{\rho}{2} \bar{u}_m^2 (1 - \zeta_D)$$

$$\bar{u}_m = \sqrt{\frac{(\Delta p_{Bt} - \Delta p_{m\infty}) \cdot 2}{\rho_m (1 - \zeta_D)}}$$

$$\bar{u}_m = \sqrt{\frac{(3{,}07 + 6) \cdot 2}{0{,}545 (1 - 0{,}5)}} = 8{,}16 \, m/s$$

$$\sqrt{\frac{4 \dot{m}_m}{\pi \rho_m u_m}} = D_m = 0{,}0122 \, m$$

2.7

$$\dot{I}_m = \dot{m}_m \cdot u_m = 4{,}23 \cdot 10^{-3}\ N$$

$$u_L = \frac{\dot{m}_m \cdot u_m}{\dot{m}_L} = 9{,}5\ \frac{m}{s}$$

$T_L = 573\ K \qquad p_L = p_0$

$$\rho_L = \frac{p_0 \cdot M_L}{R \cdot T_L} = 0{,}613\ kg/m^3$$

$$d_L = \sqrt{\frac{4\,\dot{m}_L}{\pi \cdot \rho_L \cdot u_L}} = 0{,}0098\ m$$

2.8

$$\frac{\dot{m}_m}{\dot{m}_L} = 0{,}32 \cdot \frac{L_a}{d_L} \cdot \sqrt{\frac{\rho_F}{\rho_L}}$$

$$L_a = \frac{\dot{m}_m}{\dot{m}_L} \cdot \frac{d_L}{0{,}32} \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_F}} = 0{,}0445\ m$$

5/5