

Interferometrie transparenter Phasenobjekte, insbesondere bei hohen Interferenzstreifendichten, dargestellt an einem Beispiel aus der Wärmeübertragung*

H. Becker und U. Grigull, München

Interferometry of Transparent Phase Objects, especially with a High Interference Fringe Density, Illustrated by an Example from Heat Transfer

Abstract. The assumptions of 'ideal interferometry' result in formulae which are easy to use for the interpretation of interferograms, but which are only valid if the interference fringe density is low. If these formulae are used at higher fringe densities, one must focus at the so-called 'optimal focussing plane'. If the interference fringe density becomes still greater, practically any focussing position will result in deviations from 'ideal interferometry'. With the aid of an example from heat transfer a method is presented which enables the most favourable focussing plane to be determined and which corrects the resulting deviations from 'ideal interferometry' by use of an iterative algorithm.

Zusammenfassung. Die Annahmen der idealen Interferometrie ergeben für die Auswertung von Interferogrammen sehr bequeme Formeln, gelten jedoch nur bei geringen Interferenzstreifendichten mit ausreichender Genauigkeit. Um auch noch bei höheren Interferenzstreifendichten mit diesen Formeln arbeiten zu können, muß bei der Aufnahme der Interferogramme auf eine bestimmte Ebene, die sogenannte optimale Fokussierebene fokussiert werden, die bei 1/3 der Modelllänge gemessen vom Modellende her liegt. Bei sehr großen Interferenzstreifendichten ergeben sich jedoch bei praktisch jeder Fokussierung Abweichungen von der idealen Interferometrie. An Hand eines Beispiels aus der Wärmeübertragung wird gezeigt, wie sich für ein spezielles Problem die jeweils günstigste Fokussierebene berechnen läßt und wie die bei dieser Fokussierung verbleibenden Abweichungen durch ein iteratives Rechenverfahren berücksichtigt werden können.

Formelzeichen

a	Temperaturleitfähigkeit $a = \lambda/\rho \cdot cp$
d	Stärke des Küvettenfensters
ds	Element des Lichtweges
g	Gangunterschied
k	Interferenzstreifenordnung
l	Modelllänge
l_f	Abstand der Fokussierebene vom Modellende
n	Brechungsindex
q	Wärmestromdichte
t	Zeit
T	Temperatur
x	Ortskoordinate senkrecht zum Modell und zur Lichtstrahlrichtung

z Ortskoordinate parallel zum Modell und zur Lichtstrahlrichtung

Indices

f	Größe in der Fokussierebene
G1	Glas
l	Größe am Modellende ($z = 1$)
L	Luft
v	Größe in der virtuellen Fokussierebene
0	Größe am Modellanfang ($z = 0$)
∞	Zustand vor Versuchsbeginn

* 1. Teilauszug aus der vom Fachbereich für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigten Dissertation über "Messung der Temperatur- und der Wärmeleitfähigkeit von Kohlendioxid im kritischen Gebiet mittels holographischer Interferometrie nach einem instationären Verfahren" des Diplom-Ingenieurs Hans Becker. Berichterstatter Prof. Dr.-Ing. U. Grigull und Prof. Dr. rer. nat. D. Vortmeyer. Die Dissertation wurde am 10. Januar 1977 bei der Technischen Universität eingereicht und durch den Fachbereich für Maschinenwesen am 16.2.1977 angenommen. Tag der Promotion 25.4.1977.

Einführung

Eines der vielen Anwendungsgebiete der Interferometrie ist das Ausmessen von Brechzahlfeldern in transparenten Objekten, wie sie z.B. durch Wärmeleitungs- und Diffusionsvorgänge entstehen können. Solange entweder nur die Temperatur oder die Konzentration variiert wird, ist der Brechungsindex eine eindeutige Funktion der veränderten Größe. Bei kombinierten Temperatur- und Konzentrationsfeldern,

wie sie z.B. bei chemischen Reaktionen an einem Katalysator auftreten, kann man die beiden Felder getrennt auswerten, indem man entweder zuerst nur den Wärmetransport ohne chemische Reaktion untersucht (z.B. [1]) und daraus dann bei den Experimenten mit chemischer Reaktion den Stofftransport berechnet oder indem man die sog. Zweiwellenlängeninterferometrie anwendet (z.B. [2]), die die unterschiedliche Dispersion ausnützt.

Mit Hilfe interferometrischer Untersuchungen lassen sich sehr genaue Angaben über lokale und integrale Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten machen, Wärmeleitfähigkeits- und Diffusionskoeffizienten bestimmen und konvektive Strömungen sichtbar machen. Besonders anschaulich sind Interferogramme, falls vor dem Versuch ein sog. Nullfeld (auch Feld mit unendlicher Streifenbreite genannt) eingestellt worden war. Daher soll im folgenden auf die andere Möglichkeit, das Arbeiten mit Interferenzstreifenvorgabe, nicht besonders eingegangen werden, zumal alle Betrachtungen und Ergebnisse die an Hand der Nullfeldinterferometrie gewonnen wurden, auf den Fall mit Streifenvorgabe direkt übertragbar sind, wenn man die Streifenordnung der Nullfeldinterferometrie durch die Verschiebung der Interferenzstreifen um die Streifenordnung ersetzt.

Zweckmäßigerweise baut man die Versuchsanordnung so auf, daß das auszumessende Brechzahlfeld ein- oder zweidimensional ist, d.h. daß sich der Brechungsindex nur senkrecht zu der Lichtstrahlrichtung ändert. Bei der Nullfeldinterferometrie stellt dann jeder Interferenzstreifen eine Linie konstanter Temperatur bzw. Konzentration dar. Es lassen sich zwar auch einfache dreidimensionale Felder auswerten [3], doch soll dieser Fall hier nicht diskutiert werden.

Die ideale Interferometrie

Um aus den im Interferogramm beobachteten Gangunterschieden auf den Verlauf des Brechungsindex schließen zu können, ist es sehr wesentlich, zu wissen, auf welchen geometrischen Wegen die optischen Gangunterschiede zustande kommen. Die einfachste Annahme über den geometrischen Weg ist die der idealen Interferometrie: Die Lichtstrahlen durchlaufen das Modell geradlinig (in z-Richtung), ohne aus ihrer

ursprünglichen Richtung abgelenkt zu werden und daher ist der Brechungsindex längs eines bestimmten Lichtstrahles über die ganze Modelllänge konstant. Die Streifenordnung k ergibt sich in diesem Fall aus der Modelllänge l , der Lichtwellenlänge Λ und dem Unterschied des Brechungsindex Δn zwischen dem Zustand vor dem Versuch (n_∞) und dem Zustand am Ort x, y ($n(x, y)$) aus der sog. "Interferometergleichung der idealen Interferometrie":

$$k(x, y) = \frac{(n_\infty - n(x, y)) \cdot l}{\Lambda} = \frac{\Delta n \cdot l}{\Lambda} \quad (1)$$

$n(x, y) \cdot l$ ist der optische Weg des Meßstrahles durch das Modell, $n_\infty \cdot l$ die entsprechende optische Weglänge des Vergleichsstrahles, $g = \Delta n \cdot l$ ist der Gangunterschied (optische Weglängendifferenz) zwischen Meß- und Referenzstrahl. An der Gleichung (1) ist besonders bemerkenswert, daß die Streifenordnung k völlig unabhängig von der Ebene ist, in der sie beobachtet wird. Das kommt daher, daß man geradlinige Lichtausbreitung angenommen hat und aus diesem Grund ein bestimmter Strahl des Meßbündels immer mit demselben Strahl des Interferenzbündels interferiert, ganz unabhängig von der Beobachtungsebene.

Da der Modellanfang als beugende Kante wirkt, bildet man meist diese Ebene auf den Beobachtungsschirm bzw. den Film ab, solange die "ideale Interferometrie" anwendbar ist. Man vermeidet so, daß den Interferenzstreifen in der Nähe der Modellbegrenzung Beugungsinterferenzen überlagert sind.

Da voraussetzungsgemäß der Gradient des Brechungsindex auf der Lichtstrahlrichtung senkrecht steht und die Lichtstrahlen nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz stets in Richtung auf das optisch dichtere Medium hin abgelenkt werden und somit ihre ursprüngliche Richtung nicht beibehalten, ist die Annahme der idealen Interferometrie stets nur näherungsweise erfüllt. Als ungefährender Grenzwert für die Anwendbarkeit der idealen Interferometrie, der jedoch an Hand der speziellen Gegebenheiten und Genauigkeitsanforderungen überprüft werden muß, gilt eine Interferenzstreifendichte im Modell von etwa 3 Linien/mm, d.h. die Lichtstrahlablenkung im Modell darf nicht größer sein als $5'$ bei einer Lichtwellenlänge von 500 nm.

Die Parabelnäherungen

Um der Tatsache, daß der Brechungsindex auf dem gekrümmten Weg eines Lichtstrahles durch das Modell immer größer wird, besser Rechnung zu tragen, nimmt die nach der idealen Interferometrie nächsthöhere Näherung an, daß der Gradient des Brechungsindexes längs des Lichtweges konstant ist. Wie z.B. Grigull [4] zeigte, ergibt sich mit dieser Annahme ein parabelförmiger Weg der Lichtstrahlen im Modell, weshalb diese Näherung auch häufig Parabelnäherung genannt wird:

$$x - x_0 = z \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0 + \frac{\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_0 \cdot z^2}{2n_0} \left(1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0^2\right) \quad (2)$$

und daher

$$\frac{\partial x}{\partial z} = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0 + \frac{\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_0 \cdot z}{n_0} \left(1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0^2\right) \quad (3)$$

In den Gleichungen (2) und (3) sind die mit dem Index 0 gekennzeichneten Größen am Modellanfang bei $z = 0$ genommen. Außerdem wurde ein eindimensionales Brechzahlfeld in x-Richtung angenommen. Da diese Vereinfachung ohne Einschränkung der Allgemeinheit möglich ist - im zweidimensionalen Fall müßte der optische Weg aus den beiden Richtungskomponenten vektoriell zusammengesetzt werden - werden alle weiteren Betrachtungen der Einfachheit halber an dem eindimensionalen Modell durchgeführt. Auf die Herleitung der Gleichungen (2) und (3) wird an dieser Stelle verzichtet, da die Parabelnäherung in der später diskutierten erweiterten Parabelnäherung enthalten ist.

Für die optische Weglänge im Modell ergibt sich nach Hauf und Grigull [5] bei streifendem Lichteintritt in das Modell ($\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0 = \epsilon_0 = 0$)

$$\int_0^l n ds = n_0 \cdot l \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_1^2\right) = n_0 \cdot l \left(1 + \frac{1}{3n_0^2} \left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_0^2 \cdot l^2\right) \quad (4)$$

Je nach dem Verlauf des Brechzahlfeldes und natürlich auch je nach den Genauigkeitsanforderungen

kommt man mit der einfachen Parabelnäherung zu befriedigenden Ergebnissen, solange die maximale Streifendichte etwa 10 Linien/mm nicht überschreitet.*

Es liegt nahe, zur Auswertung von Interferogrammen mit höheren Interferenzstreifendichten einfach den nächsten Term der Entwicklung des Brechzahlfeldes mit zu berücksichtigen, so daß der Ansatz dieser Näherung - sie sei im Folgenden die erweiterte Parabelnäherung genannt - für das Brechzahlfeld durch den Ausdruck

$$n = n_0 + \left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{2} \quad (5)$$

gegeben ist.

Ausgangspunkt für die Berechnung des Weges der Lichtstrahlen durch das Modell ist stets das Snelliussche Brechungsgesetz, für das folgende Schreibweisen möglich sind:

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{\cos \epsilon_0}{\cos \epsilon} = \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \epsilon}}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \epsilon_0}} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0^2}} \quad (6)$$

Mit dem Index 0 sind wieder die Größen am Modellanfang bezeichnet, die z-Achse habe ihren Ursprung im Modellanfang und sei parallel zum Modell. Die Lage der Winkel ergibt sich aus Bild 1. Durch Umformen von Gleichung (6) erhält man:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_0}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0^2\right) - 1 \quad (7)$$

Nur im Fall der Parabelnäherung ist Gleichung (7) nach Einsetzen der Gleichung (5) einfach integrierbar und kann nach $x - x_0$ aufgelöst werden. Für alle höheren Näherungen empfiehlt sich für das Integral der Tayloransatz:

$$x - x_0 = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_0 \cdot z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial z^2}\right)_0 \cdot z^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 x}{\partial z^3}\right)_0 \cdot z^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^4 x}{\partial z^4}\right)_0 \cdot z^4 \quad (8)$$

* Die Aussage ist in dieser Form möglich, da bei sehr vielen Experimenten d^2n/dx^2 über die Grenzschichtdicke mit der maximalen Liniendichte vernüpf ist.

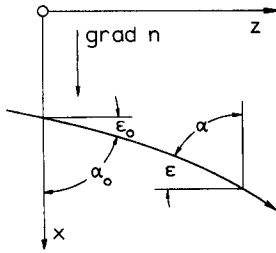


Bild 1. Zum Lichtstrahlverlauf im Modell

Die höheren Ableitungen von x nach z ergeben sich durch Differenzieren aus Gleichung (7), z.B.

$$\frac{\partial x}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{n}{n_0} \frac{\partial n}{\partial z} \left(1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_0^2 \right) \quad (9)$$

wobei man $\partial n / \partial z$ aus Gleichung (5) erhält:

$$\frac{\partial n}{\partial z} = \frac{\partial x}{\partial z} \left[\left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 + \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 (x - x_0) \right] \quad (10)$$

und nach Einsetzen von Gleichung (10) in (9) findet:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{n}{n_0} \left[1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_0^2 \right] \left[\left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 + \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 (x - x_0) \right] \quad (11)$$

so daß für den Modellanfang gilt:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \right)_0 = \frac{\partial n / \partial x}{n_0} \left(1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_0^2 \right). \quad (12)$$

Nach Einsetzen aller Ableitungen in den Ansatz (8) erhält man, falls die kleinen Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden mit $c = 1 + (\partial x / \partial z)_0^2 = 1 + \epsilon_0^2$:

$$x - x_0 = \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_0 \cdot z + c \cdot \frac{(\partial n / \partial x)_0}{2n_0} \cdot z^2 + c \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_0 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \cdot z^3 + \frac{(\partial n}{\partial x} \right)_0 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \cdot c^2 \cdot z^4. \quad (13)$$

Der Austrittswinkel $(\partial x / \partial z)_1 = \epsilon_1$ (der Index 1 bezeichnet die Größen am Modellende) des bei x_0 un-

ter dem Winkel $\epsilon_0 = (\partial x / \partial z)_0$ in das Modell eintretenden Lichtstrahles ergibt sich aus der Ableitung der Gleichung (13):

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 + \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 \frac{1}{n_0} \cdot c + \frac{\epsilon_0 \cdot 1^2}{2n_0} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \cdot c + \frac{1^3}{6n_0^2} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \cdot c^2. \quad (14)$$

Die beiden ersten Glieder der Gleichungen (13) und (14) entsprechen jeweils der Parabelnäherung.

Die optische Weglänge der erweiterten Parabelnäherung

Die optische Weglänge $\int n ds$ des Lichtes durch das Modell berechnet sich mit Gleichung (7) aus:

$$\int_0^{z=1} n ds = \int_0^1 n \cdot \sqrt{1 + (\partial x / \partial z)^2} dz \quad (15)$$

$$= \sqrt{1 + (\partial x / \partial z)_0^2} \cdot \int_0^1 \frac{n^2}{n_0} dz. \quad (16)$$

Aus dem Ansatz (5) für den Brechungsindex erhält man bei Vernachlässigung der kleinen Glieder höherer Ordnung:

$$\frac{n^2}{n_0} = n_0 + 2 \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 (x - x_0)^2. \quad (17)$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (13) und (17) in Gleichung (16) liefert die Integration der Gleichung (16) für die optische Weglänge mit $c = 1 + \epsilon_0^2$:

$$\int_0^{z=1} n ds = \sqrt{c} \cdot 1 \left[n_0 + 1 \epsilon_0 \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 + \frac{1^2}{3} \left[\frac{c}{n_0} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0^2 + \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \epsilon_0^2 \right] + \frac{1^3}{3} c \frac{\epsilon_0}{n_0} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 + \frac{7}{120} \frac{1^4 c^2}{n_0} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0^2 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \right]. \quad (18)$$

Falls man $\partial^2 n / \partial x^2 = 0$ setzen kann, ergibt sich die optische Weglänge der Parabelnäherung, die sich mit Gleichung (3) bei Vernachlässigung der Glieder von höherer als quadratischer Ordnung in ϵ_0 und ϵ_1 in folgender Form schreiben läßt:

$$\int_0^1 n ds = n_0 \cdot l \left[1 + \frac{1}{6} \left(2\epsilon_1^2 + 2\epsilon_0 \epsilon_1 - 2\epsilon_0^2 \right) \right]. \quad (19)$$

Für $\epsilon_0 = 0$, d.h. streifenden Lichteintritt in das Modell, geht Gleichung (19) in Gleichung (4) über.

Der Einfluß der Fokussierebene auf den beobachteten Gangunterschied

Wegen der schon bei der Parabelnäherung nicht mehr vernachlässigbaren Richtungsänderung der Meßstrahlen in der Modellzone ist nicht nur die x-Koordinate, in der ein bestimmter Lichtstrahl die Beobachtungsebene durchstößt von der z-Koordinate der Beobachtungsebene abhängig, sondern es ändert sich auch je nach der Lage dieser Ebene der im Interferogramm beobachtete Gangunterschied zwischen Meß- und Vergleichsstrahl, da nach dem Modell die geometrischen Weglängen der beiden Strahlen unterschiedlich sind (durch die Richtungsänderung ist der Meßstrahl nicht mehr parallel zum Vergleichsstrahl und daher ist sein geometrischer Weg länger).

Die Streifenordnung k im Interferogramm ergibt sich daher auch nicht einfach als Differenz $\int_0^1 n ds - n_\infty \cdot l$, wie für die ideale Interferometrie, sondern hängt von der Beobachtungsebene ab. Um diesen Zusammenhang aufzuhellen sei im folgenden das Zustandekommen der Interferenzerscheinung näher erläutert.

Sowohl bei einem klassischen Interferometer etwa nach Mach-Zehnder (Beschreibung z.B. in [5]), als auch bei einem holographischen (Beschreibung z.B. in [6]) wird aus praktischen Gründen die primäre Beobachtungsebene (im folgenden stets Fokussierebene genannt) durch ein Objektiv auf den Film bzw. den Beobachtungsschirm abgebildet. Im Prinzip müßte man um die Interferenzordnung an einem bestimmten Ort in der Filmebene zu bestimmen, die optischen Weglängen des dort interferierenden Meß-

und des Vergleichsstrahles zwischen der Lichtquelle und der Filmebene berechnen. Es genügt jedoch die Betrachtungen auf die Modellzone zu beschränken.

Um dies einzusehen, muß man sich vergegenwärtigen, daß der Vergleichsstrahl - ganz gleich, ob er eingespiegelt (Mach-Zehnder) oder durch Rekonstruktion (Holographie) erzeugt wird - virtuell das Modell durchläuft und zwar das Modell in dem Zustand vor dem Versuch, da ja vor dem Versuch der Phasenunterschied zwischen Meß- und Vergleichsstrahl in allen Ebenen zwischen der Lichtquelle und der Beobachtungsebene voraussetzungsgemäß Null sein soll (Nullfeldinterferometrie!). Auf der Strecke zwischen der Lichtquelle und dem Modell ändert sich auch während des Versuches nichts an den optischen Wegen. Somit verbleiben für die Berechnung des Gangunterschiedes die Strecken vom Modellbeginn bis zur Filmebene.

Eine wesentliche Eigenschaft fehlerfreier optischer Abbildungen ist es, daß die optischen Weglängen für alle Lichtstrahlen gleich sind, die von einem Gegenstandspunkt ausgehen und durch das abbildende Instrument zum Bildpunkt vereinigt werden. Dieser Gegenstandspunkt kann selbstverständlich auch virtuell sein. Auf das vorliegende Problem angewandt bedeutet dies, daß man auch die Strecke zwischen der Filmebene und dem virtuellen Gegenstandspunkt, bzw. einer Kugelfläche um diesen nicht betrachten muß, da die optischen Weglängen gleich sind, wobei vorausgesetzt wird, daß das Medium zwischen der Kugelfläche um den virtuellen Gegenstandspunkt und dem Objektiv keine optischen Inhomogenitäten hat. Es verbleibt also, wie gesagt, die in Bild 2 schematisch dargestellte Modellzone. Der Einfachheit halber wurde in Bild 2 streifender Lichteintritt ($\epsilon_0 = 0$) und ein homogenes Medium vor dem Versuch angenommen. Dies ist auch der stets angestrebte Fall. Der allgemeinere Fall $\epsilon_0 \neq 0$ dient meist nur zur Abschätzung des maximal möglichen Fehlers. Die an und für sich einfache Erweiterung findet sich in [7]. Dort wird auch der Fall behandelt, daß das Medium schon vor dem Versuch einen konstanten Brechzahlgradienten aufweist.

Bei vielen Anwendungsfällen wird die Modellzone durch Küvettenfenster abgeschlossen. Im Anhang wird gezeigt, daß diese Fenster entgegen der z.B. von Blue [8] und auch sonst öfter vertretenen Meinung keinen Einfluß auf die optische Abbildung und

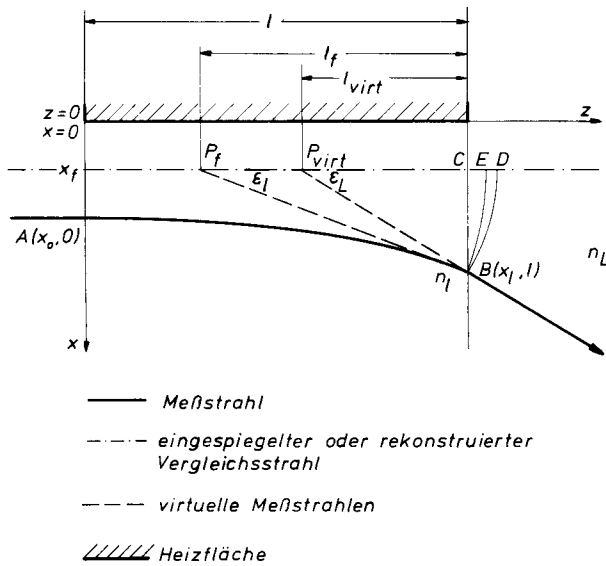


Bild 2. Schematischer Lichtstrahlverlauf in der Modellzone (nicht maßstabgetreu)

den Gangunterschied haben, so lange die Ein- und Austrittswinkel so klein sind, wie normalerweise bei der Interferometrie. Die Glasfenster wurden daher in Bild 2 gleich weggelassen.

Ein Meßstrahl trete bei A in das Modell ein, werde durch das Brechzahlfeld (in Bild 2 wurde z.B. ein durch Beheizen des Modells entstandenes Feld angenommen) abgelenkt und verlasse das Modell schließlich bei B unter dem Winkel ϵ_1 . Durch den Medienübergang auf Luft von Umgebungstemperatur am Modellende wird der Meßstrahl entsprechend dem Snelliusschen Gesetz gebrochen und hat dann den Winkel ϵ_L gegen die z-Richtung.

$$\epsilon_L = \epsilon_1 \cdot \frac{n_1}{n_L} \tag{20}$$

Die tatsächliche Gegenstandsebene - die Fokussierebene - habe die Entfernung l_f vom Modellende. Der Abstand l_{virt} der zugehörigen virtuellen Gegenstandsebene ergibt sich für kleine Winkel über das Snelliussche Gesetz zu

$$l_{virt} = l_f \cdot \frac{n_L}{n_\infty} \tag{21}$$

Da der Brechungsindex der Luft konstant sei, bleibt diese virtuelle Gegenstandsebene nach einmal einge-

stellter Fokussierung stets erhalten, ganz gleich, wie sich die Brechzahlverhältnisse im Modell ändern. Ändern würde sich dadurch die Lage der tatsächlichen Gegenstandsebene, doch sind diese Änderungen bei praktisch allen vorkommenden Fällen so klein, daß sie vernachlässigt werden können.

Den virtuellen Gegenstandspunkt P_{virt} des Meßstrahles erhält man als Schnittpunkt der virtuellen Gegenstandsebene mit dem von B unter dem Winkel ϵ_L nach rückwärts verlängerten Meßstrahl. In der Filmebene oder auf dem Beobachtungsschirm interferiert mit dem Meßstrahl gerade der Vergleichsstrahl, der durch P_{virt} läuft. Dieser Vergleichsstrahl durchstößt im Punkt D die Kugelfläche um P_{virt} , die den Austrittspunkt B des Meßstrahles aus dem Modell enthält, d.h. daß die optischen Wege von D und B zum Bildpunkt auf dem Film gleich lang sind. Der Gangunterschied zwischen Meß- und Vergleichsstrahl ist daher:

$$g = n_\infty \cdot l + \overline{CD} \cdot n_L - \int_A^R n ds \tag{22}$$

Nun ist aber mit Gleichung (20) und (21)

$$\overline{CD} \cdot n_L = \frac{l_{virt}}{2} \epsilon_L^2 \cdot n_L = \frac{l_f}{2} \epsilon_1^2 \frac{n_1}{n_\infty} \approx \overline{CE} \cdot n_\infty \tag{23}$$

wobei $n_1 = n_\infty$ gesetzt wurde, was an dieser Stelle zulässig ist, da üblicherweise schon ϵ_1 und \overline{CE} sehr kleine Größen sind und sich daher nur Korrekturen höherer Ordnung ergäben (vgl. auch den Anhang). Daher folgt für den Gangunterschied:

$$g = n_\infty \cdot (1 + \overline{CE}) - \int_A^B n ds = n_\infty \cdot \left(1 + \frac{l_f}{2} \epsilon_1^2\right) - \int_A^B n ds \tag{24}$$

Der Punkt E ist der Durchstoßpunkt des Vergleichsstrahles durch die Kugelfläche um den tatsächlichen Gegenstandspunkt P_f , die den Punkt B enthält.

Da die Längen der Strecken CD und CE von der Lage der Fokussierebene abhängig sind - sie werden z.B. zu Null bei Fokussierung auf das Modellende - ist es sofort einzusehen, daß durch die Wahl der Fokussierebene der beobachtbare Gangunterschied beeinflusst wird.

Kriterien für die Wahl der Fokussierebene

Früher, als die zeitliche und räumliche Kohärenz der verfügbaren Lichtquellen noch sehr gering war, war man bestrebt, die Interferometeranordnungen so zu wählen, daß der Interferenzstreifenkontrast maximal wurde, um möglichst viele Interferenzstreifen noch ausmessen zu können. Dies ist im Rahmen der Parabelnäherung dann der Fall, wenn auf die Ebene $l_f = 1/2$ fokussiert wird, da dann ein mit der x -Koordinate x_0 eintretender Lichtstrahl auch wieder mit dieser x -Koordinate abgebildet wird [4, 5].

Nachteilig bei dieser Wahl der Fokussierebene ist, daß bei etwas größeren Streifendichten nach [5] im allgemeinen sowohl der Streifenort als auch die Streifenordnung korrigiert werden müssen, um eine Auswertung nach der idealen Interferometergleichung zu ermöglichen.

Die Auswertung nach der idealen Interferometergleichung wird aber immer angestrebt, weil die Abhängigkeit des lokalen Brechungsindex von dem im Interferogramm gemessenen Gangunterschied so einfach ist.

Setzt man z.B. Gleichung (4) in (24) ein, dann ergibt sich kein direkter Zusammenhang zwischen g und n mehr. Man muß erst den Austrittswinkel aus dem Modell bestimmen (was mit einer gewissen Ungenauigkeit aus der Interferenzstreifendichte möglich ist) und erhält dann erst $n = f(g)$. Ideal wäre es daher, wenn es möglich wäre, die Fokussierebene so zu legen, daß der im Interferogramm beobachtete Gangunterschied über die ideale Interferometergleichung direkt den Brechungsindex am Ort des Interferenzstreifens lieferte.

Durch die Krümmung der Meßstrahlen im Modell und durch den Anstieg des Brechungsindex längs des Weges durch das Modell wird der optische Weg des Meßstrahles länger. Da die beim Vergleichsstrahl zusätzlich zu berücksichtigende Länge \overline{CE} jedoch von der Lage der Fokussierebene abhängt (Gleichung (23)), sollte es in der Tat möglich sein, so zu fokussieren, daß der durch Gleichung (24) gegebene Gangunterschied gerade in den Gangunterschied übergeht, der durch die folgende Gleichung gegeben ist:

$$g = l(n_\infty - n_f) \quad (25)$$

wobei n_f der Brechungsindex am Ort des Gegenstandspunktes P_f ist.

Berechnung der optimalen Fokussierebene

Setzt man die optische Weglänge der erweiterten Parabelnäherung (Gleichung (18)) für $\epsilon_0 = 0$ in Gleichung (24) ein, dann erhält man:

$$g = n_\infty \left(1 + \frac{l_f}{2} \epsilon_1^2 \right) - n_0 \cdot l - \frac{\left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0^2 l^3}{3n_0} - \frac{7}{120} \frac{\left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0^2 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0}{n_0} \cdot l^5. \quad (26)$$

Nach Gleichung (5) läßt sich n_0 durch n_f ausdrücken:

$$n_0 = n_f - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_0 (x_f - x_0) - \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_0 \frac{(x_f - x_0)^2}{2} \quad (27)$$

wobei

$$x_f - x_0 = x_1 - x_0 - l_f \cdot \epsilon_1. \quad (28)$$

Für $x_1 - x_0$ setzt man den Ausdruck (13) und für ϵ_1 den Ausdruck (14) ein, wobei jeweils $(\partial x / \partial z)_0 = \epsilon_0 = 0$ gesetzt wird. Vernachlässigt man nun noch alle Terme, die $\partial^2 n / \partial x^2$ in höherer als linearer und $\partial n / \partial x$ in höherer als quadratischer Ordnung enthalten, dann muß folgende Bedingung gelten, um die Gleichung (25) zu erfüllen:

$$\frac{(\partial n / \partial x)_0^2 \cdot l^2}{2n} \left\{ -l_f + \frac{1}{3} + \frac{(\partial^2 n / \partial x^2)_0}{n} \cdot l \left(\frac{13}{60} l^2 - l \cdot l_f + l_f^2 \right) \right\} = 0. \quad (29)$$

Für $\partial^2 n / \partial x^2 = 0$, also im Fall der Parabelnäherung läßt sich Gleichung (29) für $l_f = 1/3$ stets erfüllen, also bei Fokussierung auf eine Ebene, die vom Modellende den Abstand von einem Drittel der Modelllänge hat. Zu diesem Ergebnis gelangte auch schon Svensson [9], allerdings auf einem etwas anderen Weg.

Da normalerweise $\delta^2 n / \delta x^2$ in einem Experiment nicht konstant ist, kann für $\delta^2 n / \delta x^2 \neq 0$ die Gleichung (29) nicht mehr für alle Punkte einer Grenzschicht erfüllt werden. Falls der Brechzahlverlauf im voraus bekannt ist, wird man die Fokussierebene so legen, daß die Abweichungen von der idealen Interferometergleichung im Mittel ein Minimum erreichen. Bei unbekanntem Brechzahlverlauf empfiehlt sich die Fokussierung auf $l_f = 1/3$. Im Rahmen der erweiterten Parabelnäherung ergeben sich die bei dieser Fokussierung auftretenden Abweichungen von der idealen Interferometrie zu

$$\Delta g = g_{\text{ideal}} - g_{\text{real}} = \frac{\delta^2 n / \delta x^2 \cdot (\delta n / \delta x)^2}{360 n^2} \cdot l^5 \quad (30)$$

d.h. im Rahmen der Parabelnäherung ist zum beobachteten Gangunterschied der Ausdruck (30) zu addieren, um das Interferogramm nach der Art der idealen Interferometrie auswerten zu können.

Ein Beispiel für die Behandlung sehr hoher Interferenzstreifendichten

Wieder mit den bereits dargelegten Vorbehalten liefert die erweiterte Parabelnäherung gute Ergebnisse bis zu einer Interferenzstreifendichte von etwa 20 Linien/mm. Das Vorgehen bei wesentlich höheren Liniendichten sei an Hand einer durchgeführten Messung der Temperatur- und Wärmeleitfähigkeit von Kohlendioxid in der Nähe des kritischen Punktes [7] erläutert.

Bei diesem Experiment wurde von einer ebenen horizontalen Heizplatte vom Zeitpunkt $t = 0$ an ein konstanter Wärmestrom der Wärmestromdichte q emittiert, der den unter der Heizplatte liegenden Versuchsstoff CO_2 instationär erwärmte. Nach der Theorie der instationären Wärmeleitung [10] ist das entstehende Brechzahlfeld für genügend kleine Versuchszeiten gegeben durch:

$$n(x) = n_{\infty} + \frac{\delta n}{\delta T} \cdot 2\sqrt{at} \cdot \frac{q}{\lambda} \cdot \text{ierfc}(x/2\sqrt{at}) \quad (31)$$

wobei T für die Temperatur, a für die Temperatur- und λ für die Wärmeleitfähigkeit steht. ierfc ist die integrierte Fehlerfunktion erfc :

$$\text{ierfc}(x) = \int_x^{\infty} \text{erfc}(\rho) d\rho \quad (32)$$

wobei

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\rho^2} d\rho \quad (33)$$

Bei Annäherung an den kritischen Punkt wird $\delta n / \delta T$ sehr groß und a sehr klein. λ durchläuft zwar ein Maximum, ändert sich jedoch nicht um mehrere Zehnerpotenzen wie $\delta n / \delta T$ und a .

Bestimmung der optimalen Fokussierebene

Aus der Forderung, daß innerhalb der maximal zulässigen Versuchszeit eine ausreichende Anzahl von Interferenzstreifen (3-5) entstehen sollte, ließ sich ableiten, daß mit einer maximalen Interferenzstreifendichte von über 50 Linien/mm gerechnet werden mußte. Um auch bei so hohen Interferenzstreifendichten die optimale Fokussierebene zu bestimmen und die Auswertung zu ermöglichen, hätte man die Reihenentwicklung (5) für das Brechzahlfeld um die nächsten Terme erweitern und für diese höheren Näherungen wieder die Lichtwege durch das Modell und die optischen Weglängen berechnen können. Setzt man jedoch in die Gleichung (31) und in ihre Ableitungen die den Versuchen im kritischen Gebiet entsprechenden Werte ein, so ergibt sich, daß eine Entwicklung nach Gleichung (5) nur langsam konvergiert, da auch die höheren Ableitungen von Gleichung (31) sehr groß werden; allerdings werden die Parabelnäherungen um so besser, je kürzer das Modell ist.

Es lag daher nahe, anstatt Gleichung (5) um immer mehr Terme zu ergänzen, das Modell in Abschnitte zu unterteilen, am Ende eines jeden Abschnittes x und ε nach Gleichung (13) und (14) und daraus n , $\delta n / \delta x$ und $\delta^2 n / \delta x^2$ nach Gleichung (31) neu zu berechnen und mit diesen Werten den Lichtweg (Gleichung (13)) und die optische Weglänge (Gleichung (18)) des nächsten Abschnittes zu ermitteln. Für dieses Verfahren hätte man natürlich auch die einfache Parabelnäherung verwenden können, nur hätte dann die Abschnittsteilung noch feiner sein müssen.

Mit dem Austrittswinkel aus dem Modell wurde der Gegenstandsort des Lichtstrahles in mehreren Fokussierebenen, mit Gleichung (31) die Brechzahl an diesem Ort und daraus der sich nach der idealen Interferometrie ergebende Gangunterschied ermittelt. Dieser Gangunterschied wurde mit dem tatsächlich beobachtbaren nach Gleichung (24) verglichen, wobei für $\int n ds$ die iterativ berechnete optische Weglänge eingesetzt wurde.

Dieses Verfahren wurde für alle in Betracht kommenden Werte der Einflußgrößen in Gleichung (31), für einen Satz von Werten der Eintrittskordinaten x_0 und ϵ_0 und für mehrere Modelllängen durchgeführt. Es zeigte sich erwartungsgemäß, daß die günstigste Fokussierebene auch von der Modelllänge abhängt. Die Modelllänge darf nicht beliebig groß sein, weil sonst die Lichtstrahlablenkungen unzulässig groß werden und damit die optischen Korrekturen über die Grenzschicht zu stark variieren; außerdem entstehen dann sehr leicht Brennlinien, die dadurch zustande kommen, daß sich Lichtstrahlen aus den verschiedenen Modellzonen noch vor der Fokussierebene überschneiden. Andererseits sollte die Modelllänge auch nicht zu klein gewählt werden, weil sonst eventuelle Randstörungen sich zu stark bemerkbar machen und/oder ein Gleichgewichtszustand zu stark gestört werden muß, um eine ausreichende Interferenzstreifenanzahl zu erzeugen.

Im besprochenen Fall wurde für die Modelllänge als optimaler Wert 40 mm ermittelt und für die Fokussierebene der Wert $l_f = 0.37 \cdot l$. Das Kriterium für die Wahl dieser Fokussierebene war, daß sich auch unter den ungünstigsten Bedingungen sehr nahe am kritischen Punkt im Mittel noch sehr kleine Abweichungen von der idealen Interferometrie ergaben. Diese Abweichungen wurden durch ein spezielles iteratives Auswerteprogramm berücksichtigt.

Die Versuchsauswertung

In der unmittelbaren Nähe des kritischen Punktes betragen die maximalen Temperaturdifferenzen bei Versuchsende nur $1 - 2 \cdot 10^{-4}$ K (Abstand vom kritischen Punkt: 0.2 K, kritische Temperatur von CO_2 : 31°C), so daß trotz der Nähe des kritischen Punktes die Stoffwerte als konstant angesehen werden konnten.

Für die Auswertung wurden die Gleichungen (31) und (1) zusammengefaßt zu

$$k = A \cdot B \cdot \sqrt{t} \operatorname{ierfc}(x/A\sqrt{t}) \quad (34)$$

wobei

$$A = 2\sqrt{a} \quad (35)$$

und

$$B = \frac{g}{\lambda} \cdot \frac{1}{\Lambda} \left| \frac{\partial n}{\partial t} \right|. \quad (36)$$

Wegen der Konstanz der Stoffwerte und der Wärmestromdichte waren A und B für einen bestimmten Versuch jeweils konstante Größen, die bei Gültigkeit der idealen Interferometrie (Gleichung (1) setzt ja die Gültigkeit der idealen Interferometrie voraus) sich im Prinzip schon aus zwei (fehlerfreien!) k , x und t -Wertesätzen hätten berechnen lassen.

Nun war zwar die Fokussierebene so gewählt worden, daß das tatsächlich beobachtete Interferogramm einem idealen möglichst nahe kam, die Abweichungen waren jedoch nicht vernachlässigbar. Außerdem sind die gemessenen k , x und t -Wertesätze mit statistischen Fehlern behaftet. Wegen der Fokussierung auf die Ebene $l_f = 0.37 \cdot l$ ist z.B. dem Interferenzstreifenmuster aus dem Temperaturfeld noch das Muster der Beugungsinterferenzen vom Modellanfang überlagert, so daß die Extrema des "thermischen" Interferenzfeldes nur mit einer Genauigkeit von ± 0.1 bis 0.2 Streifenbreiten photometrisch bestimmbar waren. Der Streifenort selbst wurde mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \mu\text{m}$ und die Versuchszeit mit ± 10 msec (bei Versuchszeiten von 3 bis 60 sec) gemessen.

Da die Berechnung der beiden Größen A und B nach Gleichung (34) auf fehlerhafte Eingangsgrößen recht empfindlich reagiert, wurde ein guter statistischer Fehlerausgleich angestrebt. Zu diesem Zweck wurden bei jedem Versuch mehrere Interferogramme zu unterschiedlichen Zeiten aufgenommen, wobei das einzelne Interferogramm je nach der Aufnahmezeit und dem Versuchszustand zwischen 2 und 20 Interferenzstreifen enthielt.

In einem ersten Auswerteschritt wurden nun für jedes einzelne Interferogramm eines Versuches in einer sogenannten Einzelauswertung die beiden Größen A und B durch nichtlineare Optimierung der Gleichung (34) nach der Methode der kleinsten Feh-

lerquadrate berechnet. Außerdem wurde noch eine sogenannte Sammelauswertung durchgeführt, bei der sämtliche Meßpunkte aller Interferogramme zur Berechnung der Konstanten A und B herangezogen wurden. Die Anzahl der Interferogramme eines Versuchs wurde stets so gewählt, daß für die Sammelauswertung 100-250 Meßpunkte zu Verfügung standen.

Nachdem die Gleichung (34) unter Verwendung der "idealen Interferometergleichung" hergeleitet wurde, diese jedoch bei den vorliegenden Versuchsbedingungen nur näherungsweise gilt, sind die so optimierten Größen A und B auch nur Näherungswerte. So ließen sich zwar mit den A_i und B_i der Einzelauswertungen die beobachteten Interferenzstreifenverteilungen der jeweiligen Interferogramme sehr gut beschreiben, jedoch veränderten sich die A_i und B_i mit zunehmender Versuchszeit, entsprechend dem sich mit zunehmender Versuchszeit ändernden Brechzahlverlauf. Um zu besseren Näherungen zu kommen, wurde das folgende iterative Einsetzverfahren verwendet.

Ähnlich dem Vorgehen bei der Bestimmung der optimalen Fokussierebene wurde für jedes gemessene Interferenzextremum der Lichtweg durch das Modell und die optische Weglänge nach den Gleichungen (13) und (18) schrittweise berechnet, wobei der Brechungsindex und seine Ableitungen für jeden Schritt nach Gleichung (31), die Lichtstrahlneigung am Abschnittsende nach Gleichung (14) neu ermittelt wurden. Für die Temperaturleitzahl wurde dabei der Wert eingesetzt, der bei der letzten Sammelauswertung berechnet worden war. Die Größe B lieferte die restlichen Parameter der Gleichung (31), da

$$\left| \frac{\partial n}{\partial T} \right| \frac{g}{\lambda} = c \frac{\Lambda}{l} \quad (37)$$

Aus der Lichtstrahlneigung am Modellende und dem bekannten Abstand der Fokussierebene vom Modellende ergab sich die x-Koordinate des Gegenstandspunktes des Lichtstrahles. Für diesen wurde nach Gleichung (31) der zugehörige Brechungsindex und daraus nach Gleichung (1) der Gangunterschied der idealen Interferometrie berechnet. Der beobachtbare Gangunterschied ergab sich aus Gleichung (24), die allerdings noch weitere Terme enthielt um die Lichtstrahlenlenkung durch Dichteschichtungen in der Nä-

he des kritischen Punktes zu berücksichtigen, die hier jedoch nicht interessieren. Für $\int n ds$ wurde in Gleichung (24) der optische Weg aus der schrittweisen Lichtwegberechnung eingesetzt.

Die Differenz aus dem berechneten beobachtbaren Gangunterschied und jenem nach der idealen Interferometrie wurde nach Multiplikation mit einem Unterrelaxationsfaktor als Korrektur an dem tatsächlich beobachteten Gangunterschied angebracht, um zu einem Interferenzfeld zu gelangen, wie es bei Gültigkeit der idealen Interferometrie beobachtet worden wäre und um so die Voraussetzung der Gleichung (34) besser zu erfüllen. Mit der so korrigierten Interferenzstreifenverteilung wurden wiederum die Größen A und B und daraus neue "ideale" und "reale" Gangunterschiede berechnet und mit den Differenzen die tatsächlich beobachteten Gangunterschiede abermals korrigiert.

Die Iteration wurde so oft durchlaufen, bis sich für die Größen A und B ein konstanter Wert ergab, d.h. bis das berechnete "reale" Interferenzfeld mit dem tatsächlich beobachteten übereinstimmte, wozu im kritischen Gebiet, wo die größten Abweichungen von der idealen Interferometrie auftraten, maximal 5 sonst 1-2 Iterationen notwendig waren.

Die Abweichungen zwischen der ersten Optimierung und der letzten erreichten im kritischen Gebiet bis zu 10% bei der Temperaturleitzahl und bis zu 20% bei der Konstante B. Außerhalb des kritischen Gebietes blieben die Änderungen an der ersten Optimierung unter 0.5%. In diesem Gebiet konnten also die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der idealen Interferometergleichung schon durch die Wahl der optimalen Fokussierebene erfüllt werden.

Vorgehen bei im voraus unbekanntem Brechzahlverlauf

Die Berechnung der optimalen Fokussierebene und das geschilderte Auswerteverfahren waren bei dem beschriebenen Experiment deshalb möglich, weil die Form des Brechzahlfeldes durch Gleichung (31) im voraus bekannt war. Bei vielen Meßproblemen ist die Form des Brechzahlverlaufes jedoch erst das gewünschte Meßergebnis. Das Prinzip der beschriebenen Auswertung läßt sich jedoch auf solche Fälle ohne weiteres anwenden.

$$\int_{P_f}^{E_1} n ds = l_f \cdot n_\infty + d \cdot n_{Gl} + (l_f \cdot \operatorname{tg} \varepsilon + d \cdot \operatorname{tg} \alpha) \times \left(\frac{1}{\sin \beta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \right) \cdot n_L \quad (41)$$

$$\int_{P_f}^C n ds = \frac{l_f \cdot n_\infty}{\cos \varepsilon} + \frac{d \cdot n_{Gl}}{\cos \alpha} \quad (42)$$

$$\sin \alpha = \frac{n_\infty}{n_{Gl}} \cdot \sin \varepsilon \quad \sin \beta = \frac{n_\infty}{n_L} \cdot \sin \varepsilon \quad (43)$$

Setzt man in die Gleichungen (41)-(43) die Daten des speziellen Experimentes ein, dann wird man immer feststellen, daß der Gangunterschied der beiden Strahlen weit unter der Meßgenauigkeit beim Auswerten von Interferogrammen liegt; so ergaben sich z.B. bei dem als Beispiel geschilderten Experiment der Messung der Temperaturleitzahl ($d = 35 \text{ mm}$; $l_f = 14.8 \text{ mm}$; $n_\infty = 1.15$; $n_{Gl} = 1.51$) selbst bei einem Winkel $\varepsilon = 1^\circ$ noch nicht einmal 10^{-3} Streifenordnungen, d.h. das Glasfenster hat keinerlei Einfluß auf den beobachteten Gangunterschied der Interferogramme.

Vernachlässigt man folglich die Glasscheibe, d.h. betrachtet man sie als unendlich dünn, dann ist P_{v2} der virtuelle Gegenstandspunkt von P_f . Die Punkte E_2 und B sollen nun auf einer Kugelfläche um P_{v2} liegen, E_f und B auf einer um P_f . Wiederholt man nun die obigen Überlegungen analog und setzt wieder die entsprechenden Zahlenwerte ein, dann ergibt sich, daß

$$\overline{P_f E_f} \cdot n_\infty = \overline{P_f B} \cdot n_\infty = \overline{P_f H} \cdot n_\infty + \overline{H E_2} \cdot n_L \quad (44)$$

wobei der Fehler der Gleichung (44) wieder weit unter 10^{-3} Streifenordnungen liegt, d.h. bei den Betrachtungen über den Einfluß der Fokussierebene auf den Gangunterschied darf das Problem stets so behandelt werden, als ob der Vergleichsstrahl bis zum Punkt E_f im Versuchsmedium liefe.

Bei der Abbildung ist der einzige Effekt des Glasfensters, daß der tatsächliche Gegenstandspunkt gegenüber dem virtuellen weiter im Inneren des Modells liegt, was jedoch unerheblich ist, da die Op-

tik üblicherweise auf einen tatsächlichen Gegenstandspunkt scharf eingestellt wird.

Literatur

1. B. Brand: Gleichzeitiger Wärme- und Stofftransport mit exothermer Wandreaktion bei freier Konvektion. Chem. Ing. Techn. 47 (1975), 205; VDI-Ber. 232 (1975), 461-469; Diss. TU-München 1975
2. W. Panknin: Eine holographische Zweiwellenlängeninterferometrie zur Messung überlagerter Temperatur- und Konzentrationsgrenzschichten. Diss. TU-Hannover 1977
3. D.W. Sweeney: Interferometric Measurement of Three-Dimensional Temperature Fields. Diss. Univ. of Michigan 1972
4. U. Grigull: Einige optische Eigenschaften thermischer Grenzschichten. Int. J. Heat Mass Transf. 6 (1963), 669-679
5. W. Hauf, U. Grigull: Optical Methods in Heat Transfer. In: Advances in Heat Transfer, Vol. 6, 133-366, Academic Press, New York (1970)
6. H. Becker, U. Grigull: Ein holographisches Realzeitinterferometer zur Messung von Phasenänderungen transparenter Objekte. Optik 35 (1972), 223-236
7. H. Becker: Messung der Temperatur- und der Wärmeleitfähigkeit von Kohlendioxid im kritischen Gebiet mittels holographischer Interferometrie nach einem instationären Verfahren. Diss. TU-München 1977
8. R.E. Blue: Interferometer Corrections and Measurements of Laminar Boundary Layers in Supersonic Stream. NACA Techn. Note 2110 (1950)
9. H. Svensson: The Second-Order Aberrations in the Interferometric Measurements of Concentration Gradients. Opt. Acta 1 (1954), 25-32
10. H.S. Carslaw, J.C. Jaeger: Conduction of Heat in Solids. Second edition, Oxford at the Clarendon Press (1959)

Hans Becker
Lehrstuhl A für Thermodynamik
Technische Universität München
D-8000 München 2, Postfach 202420
(Deutschland)
seit 1. November 1976
Linde AG
Werksgruppe TVT
Dr.-Carl-von-Linde-Straße 6
D-8023 Höllriegelskreuth b. München

Prof. Dr.-Ing. U. Grigull
Lehrstuhl A für Thermodynamik
Technische Universität München
D-8000 München 2, Postfach 202420
(Deutschland)

Eingegangen am 31.3.1977