

78

Untersuchung der Konvektion in Jahreswärmespeichern

Von Dr.-Ing. J. Straub VDI, Dr.-Ing. G. Merker VDI, Dipl.-Ing. K. Küblbeck, Dipl.-Ing. A. Staudt und Prof. Dr.-Ing. U. Grigull VDI, München

Zusammenfassung

Mit Hilfe von numerischen, analytischen und experimentellen Untersuchungen wird versucht den Einfluß der Konvektion auf Temperaturausgleichsvorgänge in Jahreswärmespeichern abzuschätzen. Wegen des ungünstigen Verhältnisses von Real- zu Rechenzeit beim numerischen Verfahren, läßt sich nur der Anlaufvorgang bis zum Erreichen eines quasi-stationären Zustandes auf einem Rechner simulieren. Die dabei gewonnenen Strömungsfelder stimmen mit experimentell beobachteten gut überein. Desweiteren zeigen die mit einem eindimensionalen Näherungsverfahren berechneten Temperaturprofile für den Fall, daß Wärmeverluste nur an der Decke und am Boden des Wärmespeichers auftreten (Seitenwände adiabatisch) nur eine geringe Abweichung (kleiner 2 %) gegenüber gemessenen auf. Bei einem 8 m tiefen Wärmespeicher sind nach 6-monatiger Standzeit die gemessenen mittleren Temperaturprofile oberhalb der Sprungschicht um etwa 16 % niedriger als sie sich aufgrund reiner Wärmeleitung ergeben würden.

Bezeichnungen

a	= Temperaturleitfähigkeit, m^2/s
B_1, B_2	= Breite, Länge des Wärmespeichers
\exp	= Exponentialfunktion
erfc	= komplementäre errorfunktion
g	= Gravitationskonstante, m/s^2
H	= Tiefe des Wärmespeichers
k	= $(0, -1)$ Einheitsvektor
k_L	= Wärmedurchgangskoeffizient zwischen Speicherwasser und Umgebungsluft
L	= dimensionslose Länge des Wärmespeichers
p	= Druck, N/m^2
q	= Wärmestromdichte, W/m^2
t	= Zeit, s
T	= Temperatur, $^{\circ}C$
\vec{w}	= (u, v) = Geschwindigkeitsvektor, m/s
x, y	= Ortskoordinaten, m

$\Delta x, \Delta y$	= Gitterabstand
B	= kH/λ_F Wärmedurchgangszahl
Bi	= α_H/λ_E Biot Zahl
Gr	= $\frac{gH^3}{\nu^2} \beta (T_0 - T_{\infty})$ Grashof Zahl
F_0	= $\frac{at}{H^2}$ Fourier Zahl
Nu	= α_H/λ_F Nusselt Zahl
Pr	= ν/a Prandtl Zahl
β	= thermischer Auftriebsbeiwert, K^{-1}
τ	= λ_F/λ_E
λ	= Wärmeleitfähigkeit, W/mK
ν	= kinematische Zähigkeit, m^2/s
ρ	= Dichte, kg/m^3
Θ	= $(T - T_L) / (T_A - T_L)$
τ	= at/H^2
ψ	= Stromfunktion
ω	= Wirbelfunktion
∇	= $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$ = Nabla Operator
∇^2	= $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ = Laplace Operator

Indizees

A	= Anfangstemperatur
O	= Bezugstemperatur für Stoffwerte
V, K	= Vorlauftemperatur des Kraftwerks = Anfangstemperatur ($90^{\circ}C$)
R, K	= Rücklauftemperatur des Kraftwerks
V, S	= Vorlauftemperatur des Speichers
R, S	= Rücklauftemperatur des Speichers
L	= Umgebungsluft
E	= Erdreich
F	= Flüssigkeit (Wasser)
W	= Wand

1. Einführung

Um Die Abwärme von Kraftwerken wirtschaftlich nutzen zu können, wurde der Bau von sog. Jahreswärmespeichern vorgeschlagen, Scholl [1]. Während der Sommermonate sollen diese Flüssigkeitsspeicher mit heißem Wasser gespeist werden; während der kalten Wintermonate soll heißes Wasser für Heizzwecke entnommen und gleichzeitig kälteres Rücklaufwasser eingespeist werden, sodaß das Wasservolumen im Speicher zeitlich etwa konstant bleibt.

Während der Standzeit kühlt sich das Speicherwasser aufgrund der unvermeidlichen Wärmeverluste ab, gleichzeitig wird durch innere Austauschvorgänge infolge Wärmeleitung und Konvektion Wärme vom oberen warmen Wasserkörper zum unteren kälteren Wasserkörper transportiert. Die Wärmeaustauschvorgänge aufgrund reiner Wärmeleitung lassen sich relativ einfach berechnen. Für die Beurteilung der Wirtschaftlichkeit dieser geplanten Jahreswärmespeicher ist es aber notwendig, den Einfluß der Konvektion auf die Temperaturverteilung wenigstens näherungsweise zu erfassen.

Mit der Frage der Wirtschaftlichkeit von Jahreswärmespeichern haben sich eine Reihe von Autoren befaßt. Stelzer [2] und Steimle [3] haben sich mit der Abschätzung der auftretenden Wärmeverluste befaßt. Die resultierenden Temperaturprofile wurden dabei mit dem Modell des "ideal gerührten Behälters" berechnet. Steimle [3] hat zudem ein einfaches Modell zur Beurteilung der Wirtschaftlichkeit vorgeschlagen. Leyers [4,5] hat wohl als erster durch numerische Integration die Ausbildung der aufgrund reiner Wärmeleitung entstehenden Temperaturprofile ausführlich diskutiert. Desweiteren wurde bei der Durchrechnung eines vollständigen Jahreszykluses versucht, den Einfluß der Konvektion näherungsweise zu berücksichtigen. Mit dem von Bloß und Grigull [6] verwendeten "Konvektionsmodell" (das auf etwas anderen physikalischen Voraussetzungen basiert) wurden von Grigull et al. [7] erste Untersuchungen über den Einfluß der Konvektion durchgeführt.

Grundlegende Untersuchungen zur Frage des Einsetzens der Konvektion bei Heizung einer halbbunendlichen Wasserschicht von unten bzw. Kühlung von oben wurden von Onat und Grigull [8] und Genceli und Onat [9] durchgeführt. Die bei Heizung mit konstantem Wärmestrom gemessene mittlere kritische Rayleigh-Zahl von etwa 145 konnte durch eine theoretische Untersuchung von Merker [10] voll bestätigt werden. Dabei konnte gezeigt werden, daß bei Heizung durch Vorgabe einer konstanten Wandtemperatur die kritische Rayleigh-Zahl auf etwa 213 ansteigt; Konvektion setzt jedoch grundsätzlich nach einer gewissen kritischen Zeit, bei einer Wärmestromdichte von 10 W/m² nach etwa 1 Minute ein.

Bei Wärmeabfuhr an den Seitenwänden setzt unmittelbar Konvektion ein. Merker und Grigull [11] haben experimentell nachgewiesen, daß dabei auch bei extrem kleinen Temperaturdifferenzen Konvektion feststellbar ist. Die Größenordnung der auftretenden vertikalen Geschwindigkeitskomponente in der Wandgrenzschicht kann abgeschätzt werden, Holman [12]. Sie liegt bei einer Speichertiefe von 8 m und einem mittleren Wärmeverlust von 10 W/m² bei einigen cm/s.

2. Mathematische Formulierung

2.1 Differentialgleichungen

Die zeitliche Änderung des Temperatur- und Strömungsfeldes infolge der Wärmeaustauschvorgänge in einem Jahreswärmespeicher wird durch die Kontinuitäts-, Bewegungs- und Energiegleichung beschrieben, die sich aus den Erhaltungssätzen der Physik ableiten lassen, Bird, Stewart, Lightfoot [13]. Dabei werden zunächst die folgenden, im vorliegenden Fall zulässigen, Vereinfachungen getroffen:

- a) Wasser wird als inkompressibel betrachtet,
- b) Energiedissipation wird infolge der relativ kleinen Geschwindigkeiten vernachlässigt,
- c) der dreidimensionale Speicher wird durch ein zweidimensionales Modell ersetzt,
- d) alle Stoffwerte außer der Dichte werden als temperaturunabhängig angenommen,
- e) die Temperaturabhängigkeit der Dichte wird nur im Auftriebsterm berücksichtigt, Boussinesq-Approximation [13].

Damit ergeben sich die beschreibenden Differentialgleichungen zu:

Kontinuitäts-Gleichung

$$\nabla \cdot \vec{w} = 0 \tag{1}$$

Bewegungs-Gleichungen¹⁾ (Navier-Stokes Gleichungen)

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \vec{w} \cdot \nabla \vec{w} = \tag{2}$$

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g \vec{k} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{w} ,$$

Energiegleichung (Wärmetransportgleichung)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{w} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \tag{3}$$

Thermische Zustandsgleichung

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \beta (T - T_0) \tag{4}$$

Für die weitere Behandlung bringt man diese Gleichungen zweckmäßigerweise auf eine dimensionslose Form. Mit den dimensionalen Größen

$$x^*, y^* = (x, y)/H ; u^*, v^* = (u, v)H/\alpha$$

$$p^* = p H^2 / \rho_0 \alpha^2$$

und nach Elimination der Dichte mit Gl. (4) folgt¹⁾

$$\nabla \cdot \vec{w} = 0 \tag{1a}$$

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \vec{w} \cdot \nabla \vec{w} = - Gr Pr^2 \theta \vec{k} - \nabla p + Pr \nabla^2 \vec{w} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{w} \cdot \nabla \theta = \nabla^2 \theta \tag{6}$$

¹⁾ Der statische Druckanteil $p_{stat} = \rho_0 g(H-y)$ wurde bereits subtrahiert

²⁾ Der * wird im folgenden der Einfachheit halber weggelassen.

Wie Roache [14] gezeigt hat, ist es bei der Behandlung zweidimensionaler Strömungsprobleme zweckmäßig, die Strom- und Wirbelfunktion einzuführen. Mit der Definition der Stromfunktion

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7a, b)$$

wird die Kontinuitätsgleichung identisch erfüllt. Eliminiert man aus Gl. (5) durch kreuzweises differenzieren den Druck p und führt gemäß

$$\omega = \nabla^2 \psi \quad (8)$$

die Wirbelfunktion ω ein, so folgt aus Gl. (6) schließlich die sog. Wirbeltransportgleichung

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla \omega = Pr \nabla^2 \omega - Gr Pr^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (9)$$

Die Gleichungen (1a), (7a), (7b), (8) und (9) stellen einen vollständigen Satz von Differentialgleichungen für die 5 unbekannt Funktionen u, v, ω, ψ und θ dar.

Mit den Gln. (7a) und (7b) könnte aus Gl. (6) und Gl. (9) der Geschwindigkeitsvektor \vec{w} eliminiert werden. Für die numerische Behandlung wäre dies jedoch äußerst unzuweckmäßig, da die dabei auftretenden Ableitungen vierter Ordnung leicht zu numerischen Instabilitäten führen, Roache [14].

Für die Lösung des dargestellten Satzes von partiellen Differentialgleichungen werden noch Anfangs- und Randbedingungen benötigt.

2.2 Anfangsbedingungen

Zu Beginn der Rechnung sei das Wasser ein Speicher in horizontaler Richtung isotherm und in vertikaler Richtung stabil geschichtet, somit folgt

$$t = 0: \theta(x, y) = \theta_A(y), \quad 0 \leq x \leq L \quad (10a)$$

Wird der vertikale Temperaturgradient ebenfalls zu Null angenommen, d.h. der Speicher ist isotherm geschichtet, dann gilt

$$t = 0: \theta(x, y) = 1, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (10b)$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ seien ferner alle Geschwindigkeitskomponenten gleich Null,

$$t = 0: u = v = \omega = \psi = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (11)$$

2.2 Randbedingungen

Das gespeicherte Wasser gibt infolge von unvermeidlichen Verlusten Wärme an das Erdreich und die Umgebungsluft ab. Die Wärmeabgabe von der Wasseroberfläche über die Abdeckung an die Umgebungsluft kann durch einen Ansatz der Form¹⁾

¹⁾Man überlegt sich leicht, daß diese Beziehung streng genommen nicht mit der üblicherweise verwendeten Randbedingung III. Art identisch ist, Grigull [15].

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{y=1} = B_L (\theta)_{y=1} \quad (12a)$$

berücksichtigt werden, wenn der Wärmedurchgangskoeffizient B_L zwischen Wasseroberfläche und Umgebungsluft, und durch einen Ansatz der Form

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{y=1} = \frac{q_w H}{\lambda_F} \quad (12b)$$

wenn die Wärmestromdichte q_w an der Speicher-oberfläche bekannt ist.

Nach Abschluß des Anlaufvorganges und nach Erreichen eines sog. quasi-stationären Zustandes können die Wärmeverluste an das Erdreich an den Seitenwänden und am Boden mit guter Näherung durch Ansätze der Form (12a) bzw. (12b) erfaßt werden. Während des Anlaufvorganges ändert sich jedoch die Temperatur in wandnahen Schichten des Erdreiches (halbunendlicher Körper) sehr stark, die vom Speicher abgegebene Wärme wird in diesen Erdreich-Schichten gespeichert (instationär!) und die Ansätze (12a) bzw. (12b) verlieren ihre Gültigkeit.

Strenggenommen müßte also für das Erdreich die Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial \theta_E}{\partial \tau} = \nabla^2 \theta_E \quad (13)$$

gelöst werden. Um diesen erheblichen Mehraufwand zu vermeiden wird folgendes Näherungsmodell verwendet. Dem Erdreich, das als halbunendlicher Körper betrachtet wird, wird über einen Wärmeübergangskoeffizienten auf der Wasserseite α_w Wärme zugeführt. Unter der Annahme, daß dieser Wärmeübergangskoeffizient α_w zeitlich und örtlich konstant ist, erhält man für die Wandtemperatur, Grigull [16]

$$\theta_w(F_0) = 1 - \exp(Bi^2 F_0) \cdot \operatorname{erfc}(Bi \cdot F_0^{1/2}) \quad (14)$$

und für die Wärmestromdichte an der Wand

$$q_w(F_0) = \alpha_w (T_A - T_E) \cdot \exp(Bi^2 F_0) \cdot \operatorname{erfc}(Bi \cdot F_0^{1/2}) \quad (15)$$

mit $Bi = \gamma \cdot Nu$.

Aus Gl. (15) folgt mit dem Fourieransatz für die Wärmestromdichte an der Wand

$$q_w(F_0) = (T_A - T_E) \frac{\lambda_F}{H} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_w \quad (16)$$

für den Temperaturgradienten an der Wand auf der Wasserseite

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_w = Nu \cdot \exp(\gamma^2 Nu^2 F_0) \cdot \operatorname{erfc}(\gamma Nu F_0^{1/2}) \quad (17)$$

Im vorliegenden Fall ist der Wärmeübergangskoeffizient auf der Wasserseite weder bekannt noch konstant (vermutlich!), er ergibt sich erst aus der Lösung der Differentialgleichungen. Die Gln. (16) und (17) können trotzdem zur iterativen Berechnung der Wand-

temperatur verwendet werden¹⁾. Dazu wird mit einem Schätzwert für die Nu-Zahl aus Gl. (16) die Wandtemperatur und aus Gl. (17) der Temperaturgradient an der Wand berechnet. Mit der Definitionsgleichung

$$Nu = \frac{1}{\theta_{\infty} - \theta_w} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_w \quad (18)$$

erhält man damit einen verbesserten Wert für die Nu-Zahl. Untersuchungen haben gezeigt, daß dieser Iterationsprozeß bereits nach wenigen Schritten konvergiert. Nach der kinematischen Haftbedingung sind an einer festen Wand alle Geschwindigkeitskomponenten gleich Null,

$$u = v = 0: \quad \text{feste Wand} \quad (19)$$

Aus der Definitionsgleichung (7a,b) für die Stromfunktion ψ folgt damit

$$\psi = 0: \quad \text{feste Wand} \quad (20)$$

und desweiteren, da auch die Änderung der Normal- und Tangential-Geschwindigkeitskomponenten längs der Wand gleich Null sein müssen,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0: \quad \text{vertikale Wand (21a),}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0: \quad \text{horizontale Wand (21b).}$$

Daraus folgt, mit der Definitionsgleichung (8) für die Wirbelfunktion schließlich

$$\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} : \quad \text{vertikale Wand} \quad (22a),$$

$$\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} : \quad \text{horizontale Wand} \quad (22b).$$

Auf der Symmetrieachse, $x = L/2$, gelten folgende Bedingungen, Roache [14]

$$\begin{aligned} \psi &= \text{const} (=0!) \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= 0 \\ x = \frac{L}{2} : \quad \omega &= 0 \\ u = \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

3. Numerische Lösung

3.1 Allgemeines

Eine geschlossene analytische Lösung der das Problem beschreibenden Differentialgleichungen ist bis heute nicht bekannt geworden. Deshalb wird im Folgenden ein numerisches Lösungsverfahren beschrieben. Aus der inzwischen umfangreichen Literatur über numerische Verfahren, sei lediglich die für das vorliegende Problem unmittelbar relevante genannt, Roache [14], Torrance [17] und Spalding [18].

Die Zeitintegration wird durch einen Eulerschritt erledigt. Die konvektiven Terme werden

¹⁾ Es ist zu beachten, daß aus Gl. (18) die momentane Nu-Zahl zum Zeitpunkt t folgt, während in Gl. (17) eine über den Zeitraum 0 bis t gemittelte Nu-Zahl eingeht.

durch upwind/downwind und die zweiten Ableitungen durch zentrale Differenzen-Quotienten approximiert. Bei der Approximation der Differentialgleichung durch Differenzen-Quotienten ist insbesondere darauf zu achten, daß die Erhaltungssätze für die Energie und die Wirbelfunktion erfüllt sind, Torrance [17].

Der Temperaturgradient an der Wand wird durch ein Dreipunkt-Differenzen-Schema der Form

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_w = \frac{4\theta_{i,1} - \theta_{i,2} - 3\theta_{i,0}}{2\Delta x} \quad (24)$$

und die Wirbelfunktion an der Wand durch

$$\omega_{0,i}^{n+1} = \frac{\theta \psi_{1,i}^n - \psi_{2,i}^n}{2(\Delta x)^2} \quad (25)$$

angenähert, Torrance [17].

Um die thermische und hydrodynamische Grenzschicht an der Wand bei insgesamt möglichst wenig Gitterpunkten (Rechenzeit!) mit genügender Genauigkeit zu erfassen ist eine Verzerrung der Koordinatenachsen zweckmäßig, damit wird z.B. eine Häufung der Gitterpunkte in Wandnähe erreicht. Eine dafür geeignete Transformation wäre, Cormack et al. [19],

$$\hat{x} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\sin x}{\sin(0.45\pi)} \right) \quad (26a),$$

$$\hat{y} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\sin y}{\sin(0.45\pi)} \right) \quad (26b)$$

mit $-0.45\pi \leq x, y \leq 0.45\pi$.

Die numerischen Untersuchungen wurden für einen Modellspeicher mit den Abmessungen $H = B/2 = 50$ cm und einem Gitterabstand von $\Delta x = \Delta y = 10$ cm bzw. $\Delta x = 5$ cm durchgeführt. Gerechnet wurde auf der CDC Cyber 175 des Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Das Rechenprogramm war in Fortran IV abgefaßt.

3.2 Numerische Ergebnisse

Selbst für diesen kleinen Modellspeicher und bei Verwendung von nur 6 x 6 Gitterpunkten lag das Verhältnis Real - zu Rechenzeit bei etwa 1 : 3. Wird, um die Genauigkeit und die Stabilität des Verfahrens zu erhöhen, der Gitterabstand verkleinert, so ist zu beachten, daß aus Stabilitätsgründen der Zeitschritt ebenfalls proportional, $\Delta t \sim \Delta x^2$, verkleinert werden muß; was natürlich mit einer beachtlichen Zunahme der Rechenzeit verbunden ist.

Die durchgeführten numerischen Untersuchungen zeigen, daß, selbst unter der optimistischen Annahme einer Verbesserung des Real/Rechenzeit Verhältnisses um den Faktor 10, an die numerische Simulation eines vollständigen Jahreszyklus nicht zu denken ist. Ziel der numerischen Untersuchungen ist es daher, den gesamten Anlaufvorgang durchzurechnen um Aussagen über die dann herrschende quasi-stationäre Konvektion machen zu können.

Bild 1 zeigt die berechneten Stromlinien nach $t = 300$ sec. Die daraus abgeleiteten Geschwindigkeitsprofile $u(x)$ und $v(x)$ an der Stelle $y = 1/2$ zeigt Bild 2. Das zeitliche Anwachsen der maximalen Geschwindigkeit w_m in der Grenzschicht, ist qualitativ in Bild 3 dargestellt.

Die numerischen Untersuchungen deuten darauf hin, daß die resultierende Temperaturverteilung (Anfangstemperatur um etwa 2 % nach 300 Sekunden abgenommen) nahezu isotherm ist.

4. Näherungslösungen

Wegen der enorm großen Rechenzeiten bei der numerischen Integration der Differentialgleichungen besteht ein intensives Interesse an einer guten Näherungslösung. Die einfachste

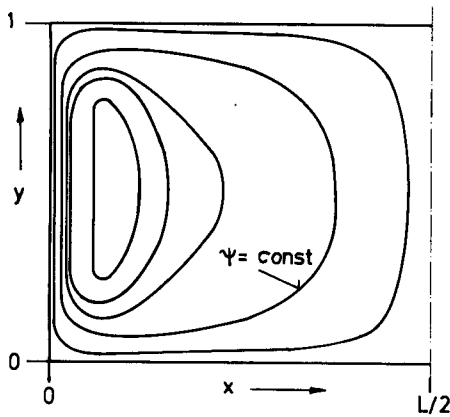


Bild 1. Berechnete Stromlinien für einen Modellspeicher mit $H = B/2 = 50$ cm und $q_w = 5 \cdot 10^{-3}$ W/m² nach $t = 300$ Sekunden.

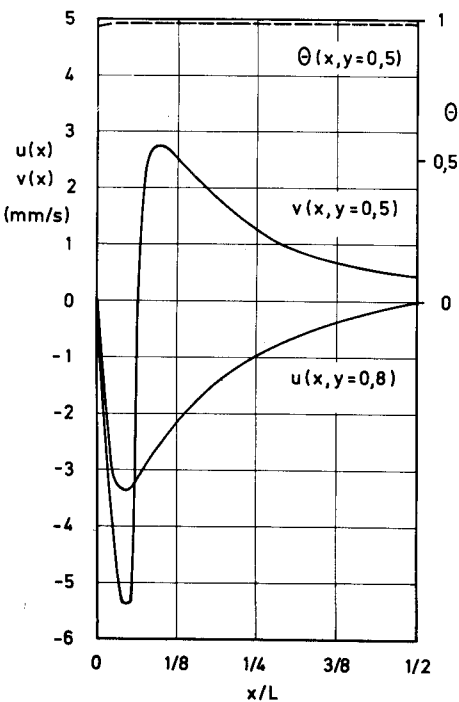


Bild 2. Berechnete Temperatur-, $\Theta(x)$ und Geschwindigkeitsprofile $u(x)$ und $v(x)$ an der Stelle $y = 1/2$ für einen Modellspeicher mit $H = B/2 = 50$ cm und $q_w = 5 \cdot 10^{-3}$ nach $t = 300$ Sekunden.

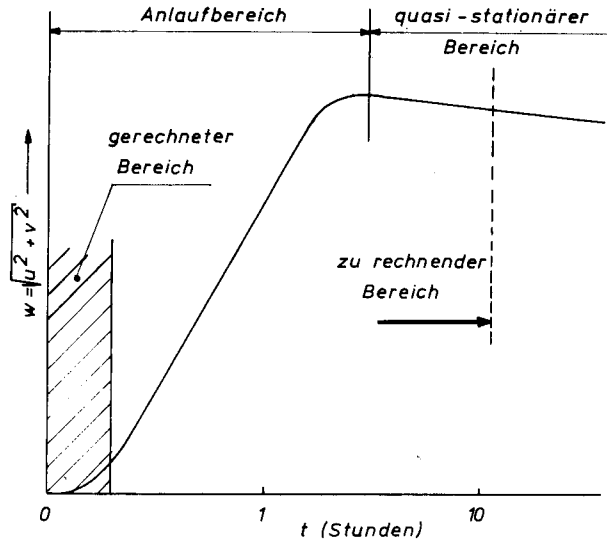


Bild 3. Qualitativer Verlauf der maximalen Geschwindigkeit $w_m = \sqrt{u^2 + v^2}$ als Funktion der Zeit.

Näherung beruht auf dem Modell des "ideal gerührten Behälters (lumped capacity system)". Die Wärmeleitfähigkeit des Behälterinhalts ist dabei unendlich groß, d.h. Temperaturunterschiede gleichen sich unendlich schnell aus, und der Behälterinhalt ist zu jeder Zeit isotherm. Dieses Modell liegt den Untersuchungen von Steimle [3] und Stelzer [2] zugrunde. Die Ausbildung der Übergangsschicht (Sprungschicht) zwischen dem warmen oberen und kalten unteren Wasserkörper läßt sich mit diesem einfachen Modell natürlich nicht untersuchen.

Bei dem von Leyers [5] angegebenen Näherungsverfahren wird der Temperaturengleichvorgang aufgrund reiner Wärmeleitung (zunächst) gerechnet, wobei der Wärmeverlust q gleich Null gesetzt wird. Der tatsächliche Wärmeverlust während eines Zeitschrittes, $q \cdot \Delta t$, wird in jedem Zeitschritt durch eine Erniedrigung der Anfangstemperatur berücksichtigt. Diese Temperaturerniedrigung ΔT ergibt sich dabei aus der Wärmebilanz $q \cdot \Delta t = T \cdot c \cdot Q \cdot h$, wobei "h" der Abstand aller Temperaturpunkte im Speicher ist, die die jeweilige Maximaltemperatur besitzen". Mit dieser Temperaturerniedrigung ΔT wird in diesem Modell näherungsweise die Konvektion berücksichtigt.

Auf etwas anderen Vorstellungen basiert das Verfahren von Bloß und Grigull [6]. Danach wird aus dem bekannten Temperaturprofil zum Zeitpunkt t ein neues Temperaturprofil zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ aufgrund reiner Wärmeleitung berechnet. Infolge der Abkühlung an der Speicheroberfläche entsteht an der Wasseroberfläche ein negativer Temperaturgradient; d.h. die Schichtung ist in diesem Bereich instabil. Nun wird zwischen Wasseroberfläche und der Tiefe der Sprungschicht das Temperaturprofil derart homogenisiert, daß die gespeicherte Enthalpie konstant bleibt. Das wesentliche dieses Verfahrens besteht darin, daß nach jedem Zeitschritt gemittelt wird. Für eine ausführliche Beschreibung sei auf Bloß [20] verwiesen.

Bild 4 zeigt die mit diesem Verfahren berechneten Temperaturprofile zu verschiedenen

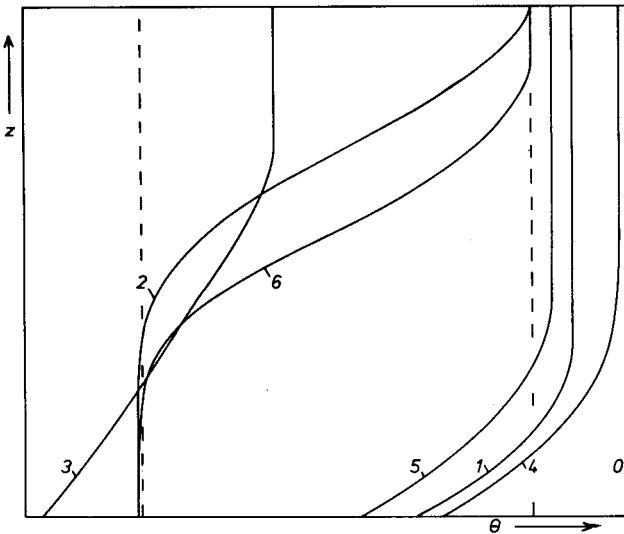


Bild 4. Mit dem Näherungsverfahren berechnete Temperaturprofile zu verschiedenen Zeiten für einen vollständigen Jahreszyklus (Erläuterungen im Text).

Zeiten für einen vollständigen Jahreszyklus mit einmonatiger Füll- (bzw. Entleerzeit) und 5 monatiger Standzeit. Der Wärmeverlust an der Ober- und Unterseite betrug etwa 8 W/m^2 , die Seitenwände waren adiabatisch isoliert. Aufgetragen ist die dimensionslose Temperatur $\Theta = (T - T_L) / (T_A - T_L)$ mit $T_L = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ und $T_A = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ als Funktion der dimensionslosen Höhe z . Im Einzelnen ist folgendes zu bemerken:

- 0 : $\Theta = 1$ bzw. $T = 90^\circ\text{C}$, Beginn der Rechnung
- 1 : $\Theta_1(z)$ nach fünfmonatiger Standzeit
- 2 : $\Theta_2(z)$ nach dem ersten Entnahmevorgang. Der Entnahmevorgang ($\dot{V} = V_S/1 \text{ Monat}$) wird abgebrochen, wenn die Temperatur des Vorlaufes $T_{V,S}$ unter $82 \text{ }^\circ\text{C}$ sinkt. Die Rücklauftemperatur $T_{R,S}$ wurde dabei zu $50 \text{ }^\circ\text{C}$ angenommen.
- 3 : $\Theta_3(z)$ nach einer weiteren fünfmonatigen (evtl. länger, siehe 2) Standzeit.
- 4 : $\Theta_4(z)$ nach einem einmonatigen Füllvorgang mit $T_{V,K} = 90 \text{ }^\circ\text{C}$.
- 5 : $\Theta_5(z)$ nach einer weiteren fünfmonatigen Standzeit.
- 6 : $\Theta_6(z)$ nach dem zweiten Entnahmevorgang mit $\dot{V} = V_S/1 \text{ Monat}$ und $T_{V,S} \approx 82 \text{ }^\circ\text{C}$, (siehe 2)

Zur Interpretation der in Bild 4 berechneten Temperaturprofile bzw. zur Beurteilung der Wirtschaftlichkeit von Jahreswärmespeichern, werden folgende Wirkungsgrade definiert:

a) Volumenwirkungsgrad

$$\eta_V = \frac{\text{nutzbares Speichervolumen } V_N(\text{mit } T_V \geq 82^\circ\text{C})}{\text{gesamtes Speichervolumen } V_S}$$

b) Enthalpiewirkungsgrad

$$\eta_H = \frac{\text{nutzbare Enthalpie } H_N(\text{mit } T_V \geq 82^\circ\text{C})}{\text{eingespeiste Enthalpie } H_K}$$

Die nutzbare Enthalpie

$$H_N = \rho c_p \int_0^N (T_{V,S} - T_{R,S}) dV$$

wird dabei mit der Differenz aus Vorlauf- und Rücklauftemperatur des Speichers (beide

zeitabhängig) gebildet. Sinkt bei einem Entnahmevorgang dabei die Vorlauftemperatur unter einen bestimmten Wert (z.B. $82 \text{ }^\circ\text{C}$) so wird die Entnahme eingestellt.

Die eingespeiste Enthalpie

$$H_K = \rho c_p \int_0^{V_S} (T_{V,K} - T_{R,K}) dV$$

wird mit der Differenz aus Vorlauf- und Rücklauftemperatur des Kraftwerks gebildet, die Vorlauftemperatur ist dabei konstant, die Rücklauftemperatur (Speicherauslauf) eine Funktion der Zeit.

c) Ausnutzungsgrad

$$\eta_A = \frac{\text{eingespeiste Enthalpie } H_K}{\text{max. speicherbare Enthalpie } H_S}$$

mit

$$H_S = \rho c_p V_S (T_{V,K} - T_L)$$

Wird der Enthalpiestrom mit der Rücklauftemperatur $T_{R,K}$ (vom Speicher zum Kraftwerk) als nicht mehr nutzbar angesehen, so wird der Ausnutzungsgrad $\eta_A = 1$. Die Verwendung der obigen Definition wäre jedoch auch in diesem Fall empfehlenswert, da sich in $T_{R,K}$ die unvermeidlichen Wärmeverluste des Speichers widerspiegeln.

Die Abhängigkeit dieser Wirkungsgrade von der Ladezeit ist in Bild 5 dargestellt. Mit steigender Ladezeit werden der Volumenwirkungs- und Ausnutzungsgrad schlechter, der Enthalpiewirkungsgrad dagegen besser. Für Ladezeiten größer als 2 Monate sind die Wirkungsgrade (und damit auch die Wirtschaftlichkeit) nur schwach von der Ladezeit abhängig. Der Enthalpiewirkungsgrad weist bei etwa 2 Monaten ein Minimum auf.

5. Experimentelle Untersuchungen

Die im folgenden beschriebenen Untersuchungen wurden mit dem Ziel durchgeführt, die gewonnenen theoretischen Ergebnisse zu stützen und den Einfluss der Konvektion qualitativ zu erfassen.

Das Labormodell müsste, um die Ergebnisse auf einen tatsächlichen Wärmespeicher übertragen zu können, die Ähnlichkeitsgesetze streng erfüllen, d.h. neben der Geometrie müssen auch die Grashof- und Prandtl-Zahl

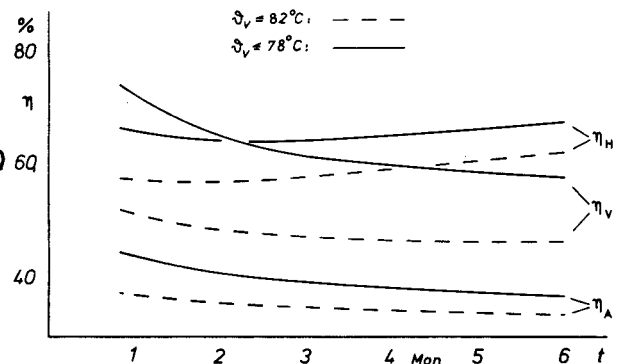


Bild 5. Abhängigkeit des Volumen- und Enthalpiewirkungsgrades, η_V und η_H und des Ausnutzungsgrades η_A von der Ladezeit.

ähnlich sein. Grigull et al. [7] haben jedoch gezeigt, daß dies im vorliegenden Fall nur bedingt möglich ist; bei der Übertragung der Modellergebnisse ist daher eine gewisse Vorsicht geboten.

Die Versuche wurden in Plexiglasbehältern mit den Abmessungen $B_1 \times B_2 \times H = 410 \times 410 \times 450$ mm bzw. $190 \times 260 \times 300$ mm durchgeführt. Die Temperaturen wurden mit Thermoelementen gemessen. Zur Sichtbarmachung der Strömung wurde in Wasser gelöstes Methylenblau sowie aus dem Waschmittel Ajax gewonnene Tracer-Partikel verwendet.

Bild 6 zeigt die mit Methylenblau und Bild 7 die mit Tracer-Partikeln sichtbar gemachte Strömung bei Wärmeabfuhr an der Oberseite und an den Seitenwänden in einem Behälter mit isothermer Anfangs-Temperaturverteilung. Man erkennt, daß die erste Methode besser für eine qualitative und die zweite besser für eine quantitative Beurteilung (da die Strichlänge der beleuchteten Teilchen unmittelbar proportional der mittleren Strömungsgeschwindigkeit ist) geeignet ist.

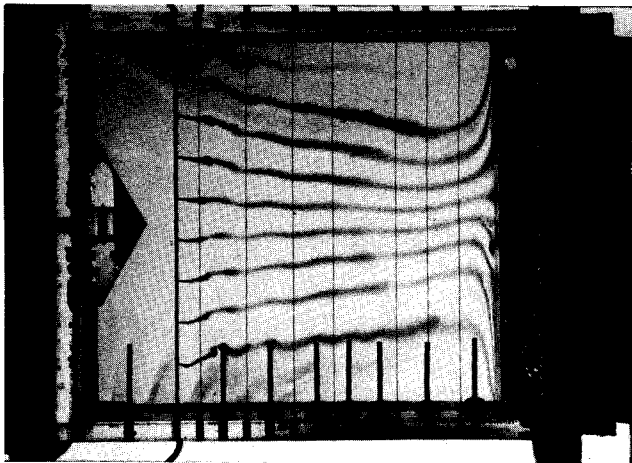


Bild 6. Mit Methylenblau sichtbar gemachte Strömung bei Wärmeabfuhr an der Oberseite und an den Seitenwänden eines Plexiglas-Behälters mit isothermer Anfangs-Temperaturverteilung.

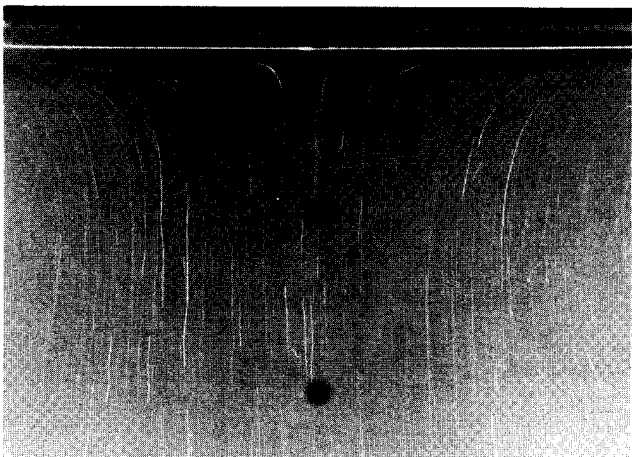


Bild 7. Mit Tracer-Partikeln sichtbar gemachte Strömung bei Wärmeabfuhr an der Oberseite und an den Seitenwänden eines Plexiglas-Behälters mit isothermer Anfangs-Temperaturverteilung.

Bild 8 zeigt einen Vergleich zwischen den gemessenen und den aufgrund reiner Wärmeleitung mit anschließender Mittelung berechneten Temperaturprofilen für einen Behälter mit einem Wärmeverlust von etwa 8 W/m^2 an der Oberfläche (Seitenwände adiabatisch). Die mit dem Näherungsverfahren Bloß [20] berechneten Temperaturprofile weichen nur ganz geringfügig von den gemessenen ab und sind deshalb nicht eingezeichnet. Rechnet man insbesondere mit konstanten Wärmeübergangskoeffizienten an der Oberseite, dann liegen die Wärmeleitungsprofile in jedem Fall zu günstig, da durch das rasche Absinken der Oberflächentemperatur (gegenüber dem Fall mit Konvektion) die Temperaturdifferenz zur Umgebung und damit der Wärmeverlust mit der Zeit immer kleiner werden. Bei den durchgeführten Versuchen war die mittlere Temperatur oberhalb der Sprungschicht etwa 16 % niedriger als die aufgrund reiner Wärmeleitung berechnete (gilt für einen Speicher mit 8 m Tiefe und nach 6 monatiger Standzeit).

6. Schlußbemerkungen

Anhand der durchgeführten Untersuchungen lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- 1) Aufgrund des ungünstigen Verhältnisses Real- und Rechenzeit von etwa 1 : 5 ist es unmöglich, (auch dann, wenn das Verhältnis um den Faktor 10 oder mehr verbessert werden könnte) einen vollständigen Jahreszyklus auf dem Rechner zu simulieren. Ziel der numerischen Untersuchungen ist es deshalb, Aussagen über die quasi-stationäre Konvektion nach Durchlaufen des Anlaufvorganges zu gewinnen.
- 2) Das beschriebene Näherungsverfahren zeigt eine gute Übereinstimmung mit den ge-

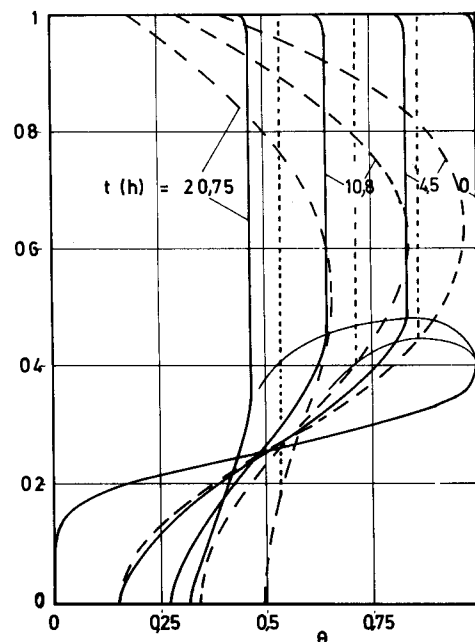


Bild 8. Vergleich zwischen gemessenen und aufgrund reiner Wärmeleitung (mit anschließender Mittelung) berechneten Temperaturprofilen bei einem Wärmeverlust von etwa 8 W/m^2 an der Oberseite (Seitenwände adiabatisch).

messenen Temperaturprofilen für den Fall, daß Wärmeverluste nur an der Speicher- oberseite auftreten; d.h. dieses Modell ist auf den mittleren Bereich des Wärmespeichers anwendbar.

3. Die numerischen Untersuchungen für einen Modellsee ohne Temperatursprungschicht deuten darauf hin, daß infolge der Konvektion das resultierende Temperaturfeld nahezu isotherm ist.
4. Die durch Wärmeverluste an der Oberseite und an den Seitenwänden auftretenden Konvektionswälzen beeinflussen sich gegenseitig. Während bei den Labormodellen die seitliche Konvektion überwiegt, scheint deren dominierender Einfluß bei größeren Wärmespeichern zu verschwinden. Eine Klärung dieses Sachverhaltes muß weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.
5. Die gemessenen Temperaturprofile (umgerechnet auf einen Wärmespeicher mit 8 m Tiefe und nach sechsmonatiger Standzeit) bei Wärmeverlust nur an der Ober- und Unterseite waren um etwa 16 % niedriger als die aufgrund reiner Wärmeleitung berechneten.

Literatur

- [1] S c h ö l l, G.: Warmwasser-Großwärmespeicher, VDI-Berichte 223, (1974), S.33-38.
- [2] S t e l z e r, F.: Studie zum Langzeit-Temperaturverhalten des geplanten Wärmespeichers in Teichform, Interner Bericht des KFA/Jülich, (1975).
- [3] S t e i m l e, F.: Thermodynamische Betrachtungen zum geplanten Modellversuch eines Warmwasserspeichers. Interner Bericht der KFA/Jülich, (1976).
- [4] L e y e r s, H.G.: Über das Temperaturverhalten von Jahreswärmespeicher-Seen, Interner Bericht des KFA/Jülich, (1976).
- [5] L e y e r s, H.J.: Über das Temperaturverhalten von Jahreswärmespeicher-Seen, Bericht Nr. 1339 der KFA/Jülich, (1976).
- [6] B l o ß, S. und Grigull, U.: Temperaturverteilung in Seen, Wasser- und Abwasserforschung, (1975), S. 121-127.
- [7] G r i g u l l, U., K. Küblbeck, A. Staudt J. Straub und G. Merker: Theoretische und experimentelle Untersuchungen über den Einfluß der Konvektion in Jahreswärmespeichern, Mitteilungen aus dem Lehrstuhl A für Thermodynamik, TU-München, (1976).
- [8] O n a t, K. und U. Grigull: Das Einsetzen der Konvektion in Flüssigkeiten über einer beheizten waagrechten Platte, Wärme- und Stoffübertragung, 3 (1970), S. 103-113.
- [9] G e n c e l i, O.F., und K. Onat: The Onset of Natural Convection in a Horizontal Air Layer Heated from Below, Wärme- und Stoffübertragung, 7 (1974) p. 248-256.
- [10] M e r k e r, G.: Einfluß der Dichteanomalie von Wasser auf das Einsetzen der Konvektion in einer von unten beheizten bzw. gekühlten halbunendlichen Wasserschicht, erscheint in Wärme- und Stoffübertragung, 10 (1977), Heft 4.
- [11] M e r k e r, G. und U. Grigull: Freie Konvektion in einem flachen Behälter mit und ohne Rotation, Wärme- und Stoffübertragung, 8 (1975), S. 101-112.
- [12] H o l m a n, J.P.: Heat Transfer, Mc Graw Hill, New York (1976), Fourth Edition.
- [13] B i r d, R.B., W.E. Steward und E.N. Lightfoot: Transport Phenomena, Wiley International (1960).
- [14] R o a c h e, P.J.: Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishes, Albuquerque, (1976).
- [15] G r i g u l l, U. und Gröber/Erk: Wärmeübertragung, Springer Verlag, (1963).
- [16] G r i g u l l, U.: Temperatursgleich in einfachen Körpern, Springer Verlag, (1964).
- [17] T o r r a n c e, K.E.: Comparison of Finite-Difference Computations of Natural Convection, J. of Research, NBS. Vol. 72B, No. 4, (1968).
- [18] G o s m a n, A.D., W.M. Pun, A.K. Runchal, D.B. Spalding, M. Wolfshtein: Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press, (1969).
- [19] C o r m a c k, D.E., L.G. Leal und J.U. Seinfeld: Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls, Part 2, Numerical solutions, J. Fluid Mech., 65 (1974), p. 231-246.
- [20] B l o ß, S.: Temperaturverteilung in Seen, Dissertation, TU-München, (1977).