

Wärmeübergangsmessungen am horizontalen, zylindrischen Behälter Maßgebliche Parameter

W. Hauf und U. Grigull, München

Heat Transfer Measurements on Horizontal, Cylindrical Containers - Essential Parameters

Abstract. The experimental studies of the heating process in containers by E. Schmidt, G. Eckelmann, L.B. Evans and W.E. Stefany, W. Hauf und U. Grigull, were enhanced by calorimetric measurements on horizontal, cylindrical containers. This study suggests the representation of the heating process by relatively simple parameters, which include the influence of the wall-capacity and resistance e.g. on the duration of heating (half-period). This way of representation is possibly valid for other geometries as for instance square and spherical containers.

Zusammenfassung. Ausgehend von Messungen von E. Schmidt und G. Eckelmann, L.B. Evans und W.E. Stefany, W. Hauf und U. Grigull, konnte durch weitere kalorische Versuche die Möglichkeit bestätigt werden, den Aufheizvorgang von horizontalen, zylindrischen Behältern durch eine geschlossene Parameterdarstellung zu erfassen. Hierbei werden auch die Wärmekapazität und der Wärmewiderstand praktischer Behälterwände berücksichtigt, die z.B. für die Aufheizdauer (Halbwertszeit) von Einfluß sind. Diese Darstellungsweise ist vermutlich auch für andere Geometrien, z.B. rechteckige Behälter, Kugelbehälter, anzuwenden.

Formelzeichen

a_F	Temperaturleitzahl des Fluids
c_K	Spez. Wärmekapazität der Behälterwand
c_F	Spez. Wärmekapazität des Testfluids (Wasser, Äthylalkohol)
r	Radius
r_i	Innenradius
r_a	Außenradius
$\bar{r} = r_a/r_i$	dimensionsloser Radius
t	Zeit
$Bi = \alpha_a r_a / \lambda_F$	Biot-Zahl, äußerer Wärmeübergang
$ Fo = \lambda_F \cdot t / \rho_F \cdot c_F \cdot r_i^2$	Fourier-Zahl
$ K = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \rho_K \cdot c_K / 2 \cdot r_i^2 \cdot \rho_F \cdot c_F$	Einfluß der Wärmekapazität der Behälterwand
$ R = (\lambda_F / \lambda_K) \cdot \ln(r_a / r_i)$	
$ Nu$	Nußelt-Zahl, örtlich gemittelt an der Rohrrinnenfläche
$ Nu_{kal}$	kalorische Nußelt-Zahl, gebildet mit $\Delta\vartheta_{kal}$
$ Pr = \nu_F / a_F$	Prandtl-Zahl
$ Q$	übergegangene Wärmemenge

$ Q_C = r_i^2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho_F \cdot \Delta\vartheta_C$	gesamte Enthalpiedifferenz des aufgeheizten Fluids
$ Q/Q_C$	dimensionsloser Wärmemengenanteil
$ Ra = g \cdot \beta_F \cdot r_i^3 \cdot \Delta\vartheta_C / \nu_F a_F$	Rayleigh-Zahl
$ \alpha$	Wärmeübergangszahl
$ \beta_F$	Volumenausdehnungskoeffizient des Fluids
$ \lambda_F$	Wärmeleitfähigkeit des Fluids (Wasser, Äthylalkohol)
$ \rho_K$	Dichte (Behälterwand)
$ \rho_F$	Dichte (Fluid)
$ \vartheta$	Temperatur
$ \bar{\vartheta}$	dimensionslose Temperatur
$ \vartheta_i$	Temperatur der Behälterinnenwand
$ \vartheta_0$	Anfangstemperatur ($t = 0$)
$ \vartheta_C$	Endtemperatur
$ \Delta\vartheta_C = \vartheta_C - \vartheta_0$	
$ \bar{\vartheta}_i = \Delta\vartheta_i / \Delta\vartheta_C$	dimensionslose Wandtemperatur
$ \Delta\vartheta_{kal} = \Delta\vartheta_C - \frac{Q(t)}{r_i^2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho_F \cdot c_F}$	

1. Ziel der Untersuchungen

Bisherige Messungen des instationären Wärmeübergangs bei natürlicher, meist turbulenter Konvektion ergeben, daß dieser exponentiell abklingend, ähnlich wie beim Modell des ideal gerührten Behälters, ist. Hierbei ist die Anlaufphase der Konvektion von den jeweiligen Autoren ausdrücklich ausgenommen. Mit einer von E. Schmidt [1] angegebenen kalorischen

Meßmethode hat G. Eckelmann [2] den Wärmeübergang an dünnwandigen, dampfbeheizten Kugelgefäßen ($r_i = 0,35$ m) gemessen. L.B. Evans und W.E. Stefany [3] haben die Methode übernommen, und in kleineren Bereichen der Rayleigh-Zahlen den instationären Wärmeübergang an dünnwandige zylindrische Gefäße in einem stark bewegten Temperierbad untersucht. Der Wandeinfluß ist bei diesen Versuchen praktisch eliminiert.

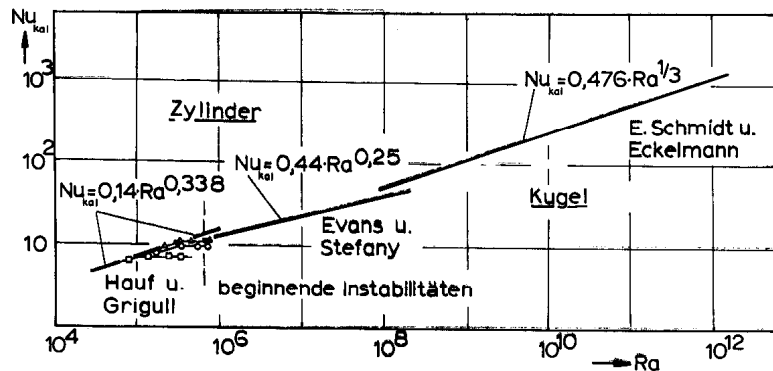


Bild 1. Bisherige Versuchsergebnisse des instationären Wärmeübergangs an Behälter

W. Hauf und U. Grigull [4, 5] haben mit einer Interferenzoptischen Methode den Konvektionsvorgang sichtbar gemacht und quantitativ den örtlichen und gesamten Wärmeübergang in seinen zeitlichen Phasen bestimmt in einem Bereich der Rayleigh-Zahlen, der sowohl an die Versuche von Evans und Stefany, als auch an die Werte bei reiner Wärmeleitung anschließt. Dieser Bereich entspricht etwa dem laminarer Konvektionsbewegung.

In Bild 1 sind die Versuchsergebnisse in der Form

$$Nu_{kal} = f(Ra) \quad (1)$$

aufgetragen. Nu_{kal} ist mit der zu jedem Zeitpunkt kalorisch gemittelten Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_{kal} = \vartheta_{kal} - \vartheta_0$ gebildet. Die Wahl dieser Darstellung entspricht dem Modell des ideal gerührten Behälters mit exponentiell abklingendem Wärmeübergang. $Nu_{kal} = konst$ spielt dabei die Rolle einer Halbwertszeit. Anhand einer einfachen Wärmebilanz des (langen) Zylinders folgt für den zeitlichen Verlauf des Aufheizvorgangs oder Abkühlvorgangs:

$$Nu_{kal} = konst = Nu(\Delta\vartheta_c / \Delta\vartheta_{kal}) = f(Ra) \quad (2)$$

$$Nu = Nu_{kal} \cdot \exp(-2Nu_{kal} \cdot Fo) \quad (\text{Innerer Wärmeübergang}) \quad (3)$$

$$Q/Q_c = 1 - \exp(-2Nu_{kal} \cdot Fo) \quad (\text{Übergegangene Wärmemenge}) \quad (4)$$

$$Fo = \frac{1}{2Nu_{kal}} \ln \frac{1}{1 - Q/Q_c} \quad (\text{Aufheizzeit}) \quad (5)$$

Hierbei ist Nu eine über die innere Zylinderwandung örtlich gemittelte Nußelt-Zahl im Sinne der Ähnlichkeitstheorie, die mit der zeitlich konstanten, maximalen Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_c = \vartheta_c - \vartheta_0$ gebildet ist:

$$Nu = \left(\frac{\partial\vartheta_i}{\partial r} \right) \frac{r_i}{\Delta\vartheta_c} \quad \text{für } r = r_i. \quad (6)$$

Sie steht mit der übergegangenen Wärmemenge Q/Q_c in dem Zusammenhang:

$$Q/Q_c = 2 \int_0^{Fo} Nu \cdot dFo \quad (7)$$

Der äußere Wärmeübergang - Randbedingung 3. Art - ist für die Dauer des Aufheizvorgangs konstant und durch die Biot-Zahl erfaßt:

$$Bi = \frac{\alpha_a r_a}{\lambda_F} \quad (8)$$

In Bild 1 sind die bisherigen Meßergebnisse durch Beziehungen von der Form $Nu_{kal} = f(Ra)$ wiedergegeben. Sie sind gültig für eine konstante, relativ hohe Biot-Zahl:

E. Schmidt und G. Eckelmann [1], [2]

$$Nu_{kal} = 0,476 \cdot Ra^{1/3} \quad (9)$$

Kugel, $Bi \rightarrow \infty$, $r_a \approx r_i$

Evans und Stefany [3]

$$Nu_{kal} = 0,44 \cdot Ra^{0,25} \quad (10)$$

Zylinder, $Bi \approx 160$, $r_a \approx r_i$

Hauf und Grigull [5, 6]

$$Nu_{kal} = 0,14 \cdot Ra^{0,338} \quad (11)$$

Zylinder, $Bi = 143(97)$, $r_a \neq r_i$

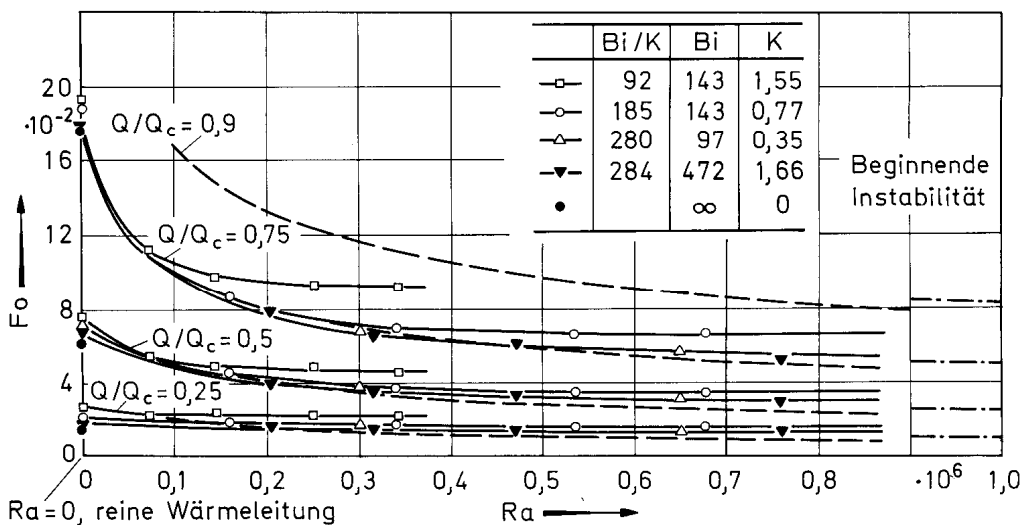


Bild 2. Aufheizzeiten bei laminarer, natürlicher Konvektion $Fo = f(Ra, Bi/K)$. Interferenz-optische Versuche

Wie in [6] dargelegt, ist die unterschiedliche Gleichungsform durch die Art der natürlichen Konvektionsbewegung und ihren einzelnen Phasen in verschiedenen Rayleigh-Zahl-Bereichen bedingt:

Reine Wärmeleitung zu Beginn - Laminare Konvektion - evtl. mit Instabilitäten - oder turbulente Konvektion - exponentiell abklingende Endphase.

2. Parameterdarstellung

2.1. Wandeinfluß

Für die Aufheizdauer z.B. ist der Wandeinfluß von maßgeblicher Bedeutung. Das vorliegende Problem wird insgesamt, läßt man einen zusätzlichen Einfluß der Prandtl-Zahl neben der Rayleigh-Zahl ($Ra = Gr \cdot Pr$) außer acht, beschrieben durch

$$Nu = f(Fo, Ra, Bi, K, R) \tag{12}$$

Die Parameter K und R erfassen vereinfachend die Wärmekapazität und den Wärmewiderstand der Behälterwand. Für den Fall der reinen Wärmeleitung konnte gezeigt werden [5, 6], daß zusammen mit der Biot-Zahl die Randbedingung - Aufheizung mit Einfluß der Kapazität der Wand - durch den Ausdruck Bi/K gegeben ist. Bi/K ist ein prinzipiell maßgeblicher Normierungsparameter; d.h. auch die Einzelgrößen Bi, K beeinflussen, wenn auch in geringerem Maße den Wärmeübergang bei reiner Wärmeleitung.

Eine Abschätzung für den anderen Extremfall - dem gerührten Behälter mit innerem Wärmeübergangswi-

derstand - läßt eine ähnliche Abhängigkeit des Wärmeübergangs von Bi/K und K erkennen [5]. Es ist also anzunehmen, daß für den zwischen reiner Wärmeleitung und dem gerührten Behälter liegenden Wärmeübergang bei natürlicher Konvektion eine ähnliche Abhängigkeit vorhanden ist.

Für den Bereich laminarer Konvektion wurde dies bereits durch Versuche bestätigt, wie man aus Bild 2 insbesondere für den Wert $Bi/K = 280, 284$ ersehen kann. Die Einzelwerte Bi, K unterscheiden sich maximal im Rahmen der Untersuchung [5, 6]. Für Werte $Bi/K = 300$ ist der Einfluß der Wandkapazität gering in diesem Bereich der Rayleigh-Zahlen. Es kann mit der Bi-Zahl als allein maßgeblich gerechnet werden.

Auch der Wärmewiderstand R der Behälterwand und einer evtl. vorhandenen äußeren, dünnen Isolierschicht kann, der Wirklichkeit eher entsprechend, zusätzlich durch den Ausdruck $Bi_R = 1/(R + 1/Bi)$ berücksichtigt werden [7]. Bi_R ist eine entsprechend reduzierte Biot-Zahl. Das zugrunde liegende Ersatzmodell der Behälterwand besteht aus einer rein leitenden Schicht mit angenommenen logarithmischen Temperaturprofil und einer dünnen sehr gut leitenden Schicht an der Behälterinnenwand, die die Wärmekapazität der Wand in sich vereinigt. Der gesamte, in erster Linie maßgebliche Parameter ist dann Bi_R/K .

2.2. Konvektionseinfluß

Er ist in Gl. (12) durch die Rayleigh-Zahl für schleichende Bewegung repräsentiert. Für den Wärmeüber-

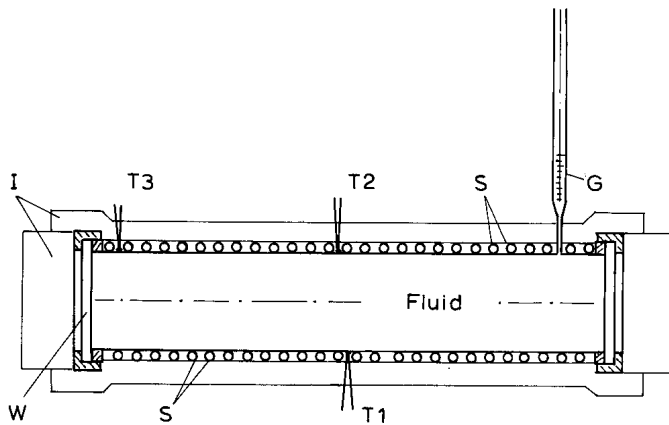


Bild 3. Versuchsaufbau für kalorische Messungen des instationären Wärmeübergangs an einen zylindrischen Behälter ($n_1 = 0,049 \text{ m}$)

gang in seinem zeitlichen Verlauf sind dann beide Parameter gleich maßgebend, Ra und Bi/K , zwischen denen ein Zusammenhang besteht, der letztlich nur durch experimentelle Untersuchungen gefunden werden kann. Gl. (12) vereinfacht sich entsprechend:

$$Nu(Fo) = f(Ra, Bi_R/K) \quad (13)$$

Hierzu wurden neben den vom Verfasser durchgeführten, Interferenz-optischen Untersuchungen auch kalorische Messungen des Wärmeübergangs an einem horizontalen Zylinder vorgenommen.

3. Kalorische Messungen

Mit der von E. Schmidt angegebenen Meßmethode - das Behältermodell wird als überdimensionales Thermometergefäß betrachtet - kann die übergegangene Wärmemenge unter Berücksichtigung der Behälterdehnung direkt durch die Volumenausdehnung des Fluids bestimmt werden.

3.1. Versuchsaufbau

Ein horizontal gelagerter Kupferzylinder ist vollständig mit Wasser als Meß-Fluid gefüllt, das mit einer Meßbürette B kommunizierend verbunden ist (Bild 3). An der Außenwand sind zwei bifilare Heizschlangen S aus Kupferrohr aufgelötet, die beidseitig mit Thermostatwasser beaufschlagt werden können. Durch die Thermoelemente T1, T2, T3 wird die mittlere Wandtemperatur bestimmt. Die Apparatur ist mit Styroporschalen I gegen Wärmeverluste an die Umgebung isoliert. Die Stirnflächen bleiben unbeheizt und waren stärker, praktisch adiabot isoliert. Das System wurde mit einer entsprechenden Korrektur als zweidimensional für den über den Umfang gemittelten Wärmeübergang ($Nu = f(Fo)$) angesehen.

3.2. Versuchsablauf

Für jeweils drei Temperaturdifferenzen $\Delta\vartheta_c = \vartheta_c - \vartheta_0$, (10 K, 30 K, 70 K) wurde ein konstanter, äußerer Wärmeübergang durch einen bestimmten Massenstrom der Heizflüssigkeit vorab eingestellt. Die thermisch vollkommen ausgeglichene Meßapparatur wurde zum Zeitpunkt $t = 0$ beheizt durch Einschalten des Pumpenkreislaufs des Thermostaten und der zeitliche Verlauf der Wandtemperatur und der Flüssigkeitsdehnung in geeigneten zeitlichen Schritten gemessen.

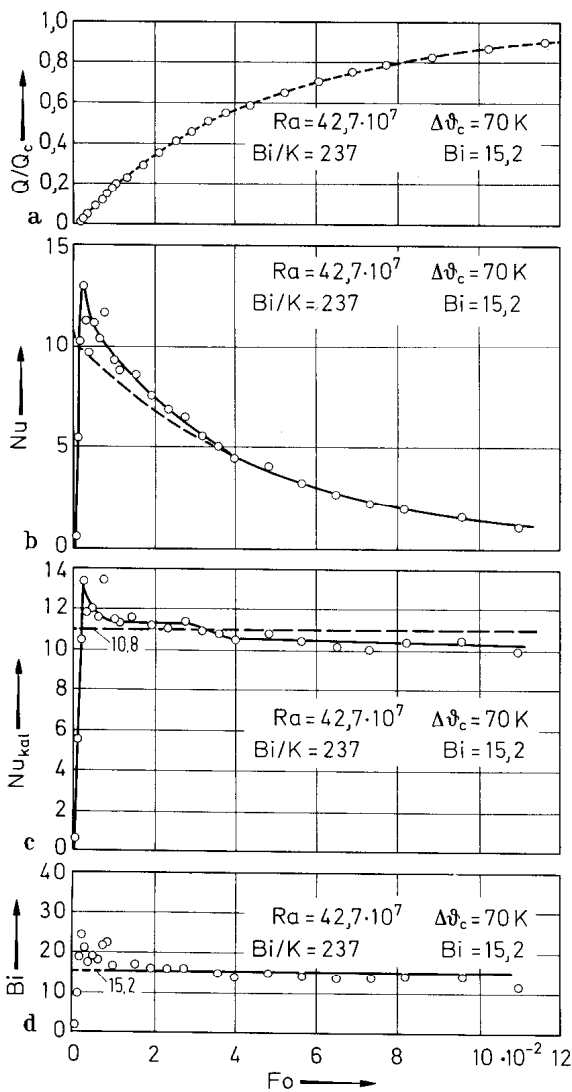


Bild 4. a) Übergegangene Wärmemenge $Q/Q_0 = f(Fo)$, b) Mittlerer Wärmeübergang $Nu = f(Fo)$, c) Kalorische Nußelt-Zahl $Nu_{kal} = f(Fo)$, d) Ermittlung der Biot-Zahl $Bi = \text{konst}$, Konstante Versuchsparameter: $Ra = 4,27 \cdot 10^8$, $Bi = 15,2$, $Bi/K = 237$, Gestrichelt: Approximationskurve für $Nu_{kal} = \text{konst} = 10,8$

3.3. Versuchsauswertung

Mit Hilfe des Wandtemperaturverlaufs, $\bar{\vartheta}_i = f(t)$ wurde die Behälterdehnung ermittelt und die Bürettenablesung korrigiert. Aus der Fluid-Ausdehnung kann direkt die übergegangene Wärmemenge unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte des Fluids errechnet werden.

Ein Beispiel für den Verlauf der übergegangenen Wärmemenge $Q/Q_c = f(Fo)$ zeigt Bild 4a. Durch Differentiation dieser Beziehung (Gl.7) ergibt sich der über den Umfang gemittelte Wärmeübergang $Nu = f(Fo)$ in Bild 4b. Mit der Beziehung $Nu_{kal} = Nu \left(\frac{1}{1 - Q/Q_c} \right) = f(Fo)$, die in Bild 4c aufgetragen ist, kann der Wärmeübergang mit dem eines ideal gerührten Behälters verglichen werden, für den $Nu_{kal} = konst$, Gl. (2), ist. Bild 4d zeigt die Ermittlung der tatsächlichen Biot-Zahl, die für jeden Versuchspunkt eine Konstante sein muß, nach der Beziehung (Wärmebilanz):

$$Bi(1 - \bar{\vartheta}_i) - K \frac{\partial \bar{\vartheta}_i}{\partial Fo} - Nu = 0 \quad (14)$$

$\bar{\vartheta}_i$, $\partial \bar{\vartheta}_i / \partial Fo$, K , Nu sind gemessene Größen in dieser Bestimmungsgleichung. Die in Bild 4d erkennbare, systematische Abweichung zu Beginn der Beheizung liegt begründet in der Differenzierung des gemessenen Wandtemperaturverlaufs ($\partial \bar{\vartheta}_i / \partial Fo$) und in dem nicht schlagartigem Einsetzen des Temperatursprungs $\Delta\vartheta_c$ an der gesamten Behälterwand durch den Heizflüssigkeitsstrom.

Ein Vorteil dieser Methode, den wirksamen äußeren Wärmeübergang indirekt zu bestimmen, ist vor allem, daß Wärmeverluste der Isolierung an die Umgebung im Meßergebnis praktisch nicht auftreten.

3.4. Abkühlversuche

Eine weitere Versuchsserie mit kleinen Biot-Zahlen und langen Abkühlzeiten erhält man, indem der aufgeheizte Behälter mit beruhigtem Fluid durch Konvektion der Umgebungsluft am äußeren Mantel der Isolierung abgekühlt wurde.

4. Versuchsergebnisse

Die Versuchsergebnisse werden in der gleichen Weise dargestellt wie bei den Interferenz-optischen Versuchen [5, 6]. Jeder Versuchsablauf wird durch einen

zeitlich konstanten mittleren Wert Nu_{kal} charakterisiert, der die Rolle einer Halbwertszeit eines äquivalenten Aufheizvorgangs eines ideal gerührten Behälters einnimmt. Mit den Gln. (2), (3), (4), (5) wird dann der wirkliche Vorgang angenähert. Die Näherungskurven sind in den Teilbildern 4a, b, c, d gestrichelt eingetragen.

4.1. Versuchsbeispiel

In Bild 4 sind die Versuchsergebnisse für die Konstanten

$$\Delta\vartheta_c = 70 \text{ K}; Ra = 4,27 \cdot 10^8; Bi/K = 237$$

$$Bi = 15,2; K = 0,064; \underline{Nu_{kal} = 10,8}$$

aufgetragen. Die in Bild 4a gezeigte Kurve der übergegangenen Wärmemenge $Q/Q_c = f(Fo)$ stimmt gut mit der Näherungskurve nach Gl. (4) (gestrichelt) überein. Aus dieser erhält man mit Hilfe der Gl. (7) den zeitlichen Verlauf des Wärmeübergangs $Nu = f(Fo)$, wobei sich Abweichungen durch die Anlaufkonvektion im Anfangsbereich stärker bemerkbar machen. Der Verlauf der kalorischen Nußelt-Zahl in Bild 4c weist eine anfängliche Überhöhung in der Anlaufphase der Konvektion gegenüber der idealisierten Kurve, $Nu_{kal} = konst$, auf. Diese ist bei kleineren Rayleigh-Zahlen noch stärker ausgeprägt, wie vergleichsweise in Bild 5, dem Beispiel eines Interferenz-optischen Versuchs [6] zu sehen ist. In Bild 5 erkennt man auch, daß die Kurve für reine Wärmeleitung, $(Nu_{kal})_1 = f(Fo)$, keinen annähernd konstanten Wert ergibt.

4.2. Meßwerte

In Tabelle 1 sind die Meßwerte der Interferenz-optischen und der kalorischen Versuchsserie zusammengestellt:

Kalorische Versuche

Bi/K	Bi	Nu_{kal}	Ra	$\Delta\vartheta_c$
1152	73,8	24,5	$1,11 \cdot 10^8$	30 K
1112	71,1	20,9	$2,25 \cdot 10^7$	10 K
704	45,0	19,4	$2,25 \cdot 10^7$	10 K
672	43,0	20,4	$9,6 \cdot 10^7$	27 K
572	36,6	16,9	$1,11 \cdot 10^8$	30 K
414	26,5	15,9	$1,11 \cdot 10^8$	30 K
287	18,4	12,8	$4,27 \cdot 10^8$	70 K

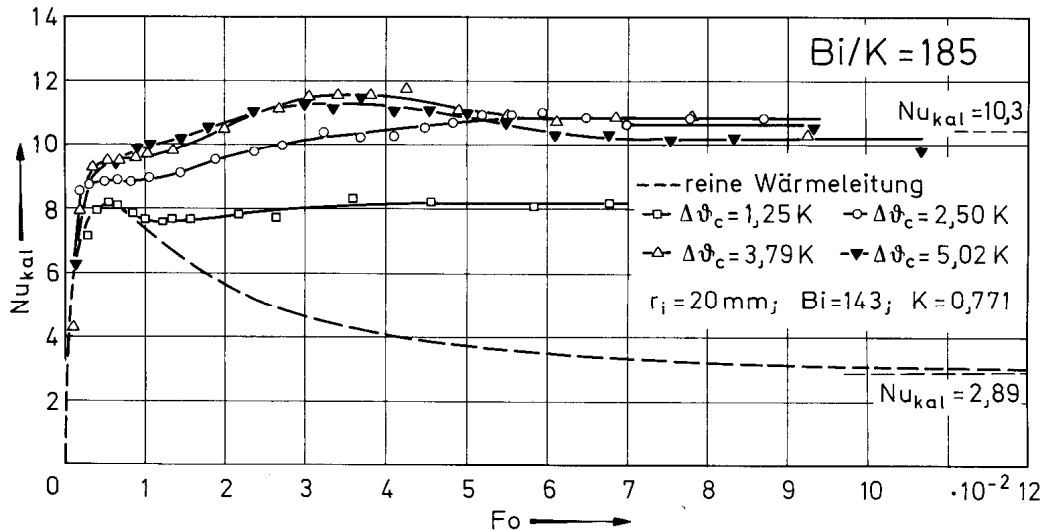


Bild 5. Interferenz-optischer Versuch für mehrere Rayleigh-Zahlen (Unterbrochen: reine Wärmeleitung)

Fortsetzung von Tabelle 1

Bi/K	Bi	Nu _{kal}	Ra	Δϑ _c
262	16,8	12,3	1,11 · 10 ⁸	30 K
242	15,4	10,7	1,11 · 10 ⁸	30 K
237	15,1	10,8	4,27 · 10 ⁸	70 K
123	7,86	5,75	1,11 · 10 ⁸	30 K
112	7,14	5,48	4,27 · 10 ⁸	70 K

Interferenz-optische Versuche

Bi/K	Bi	Nu _{kal}	Ra	Δϑ _c
284	472	8,86	2,03 · 10 ⁵	0,33 K
		10,75	3,16 · 10 ⁵	0,51 K
		10,65	4,70 · 10 ⁵	0,76 K
		12,89	7,60 · 10 ⁵	1,25 K
280	97	9,43	3,02 · 10 ⁵	1,21 K
		12,17	6,49 · 10 ⁵	2,50 K
185	143	7,78	1,59 · 10 ⁵	1,25 K
		9,97	3,40 · 10 ⁵	2,50 K
		10,19	5,35 · 10 ⁵	3,79 K
		10,22	6,77 · 10 ⁵	5,02 K
92	143	6,37	0,73 · 10 ⁵	1,23 K
		7,23	1,45 · 10 ⁵	2,84 K
		7,35	2,52 · 10 ⁵	3,81 K
		7,41	3,44 · 10 ⁵	5,03 K

5. Diskussion der Meßergebnisse

Die Darstellung der bisherigen Meßergebnisse in Bild 1, Gl.(9), (10), (11) wiederholt sich in Bild 6, ergänzt durch die in Tabelle 1 angegebenen kalorischen

Meßwerte. Es soll die evtl. Möglichkeit einer generalen Darstellung der Aufheiz- bzw. Abkühlcharakteristik horizontaler, fluider, zylindrischer Körper unter Einfluß der natürlichen Konvektion Gl.(12), aufgezeigt werden:

$$Nu_{kal} = f(Ra, Bi/K)$$

Im Bereich $10^5 \leq Ra \leq 10^6$ zeigen die Meßergebnisse der Interferenz-optischen Versuche [5, 6], daß ab einer bestimmten Rayleigh-Zahl, Grenz-Rayleigh-Zahl, der Aufheizvorgang nur noch von dem Parameter Bi/K abhängt. Im Bereich $10^6 \leq Ra \leq 10^8$ lassen die schwarz eingetragenen Meßpunkte von Evans und Stefany für horizontale Zylinder eine ähnliche Tendenz vermuten. Diese aufgetragenen Werte $Nu_{kal} = f(Ra) \cdot Bi/K$ sind jedoch Einzelwerte aus Versuchsreihen und nicht, wie hier vorgenommen, die Approximation einer gesamten Aufheizkurve, Gl.(4). E. Schmidt und G. Eckelmann [1, 2] wie L.B. Evans und W.E. Stefany [3] haben nur zeitunabhängige Wertepaare Nu_{kal}, Ra mitgeteilt.

Die im Bereich $2 \cdot 10^7 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^8$ eingetragenen, kalorisch ermittelten Meßpunkte bestätigen prinzipiell die Existenz einer Grenz-Rayleigh-Zahl, d.h. selbst bei großen Rayleigh-Zahlen ist der Aufheizvorgang (Nu_{kal}) primär nur von Bi/K abhängig. Dieser Parameter Bi/K ist in diesem Bereich der Rayleigh-Zahlen vor allem maßgebend, ob der zeitliche Ablauf des Wärmeübertragungsvorgangs großteils entweder bei laminarer teilweise instabiler oder auch turbulenter

* Die originalen Werte wurden auf den Radius r_1 mit einem mittleren Verhältnis D/L umgerechnet.

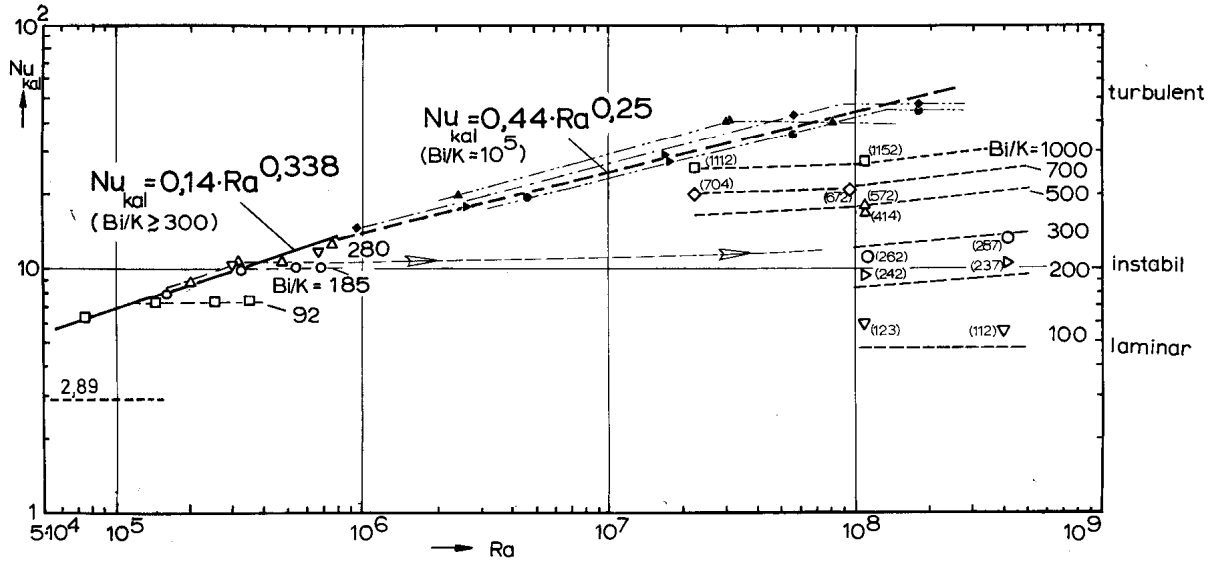


Bild 6. Gesamtdarstellung $Nu_{kal} = f(Ra, Bi/K)$. Nu_{kal} entspricht einer Halbwertszeit der Approximationskurven

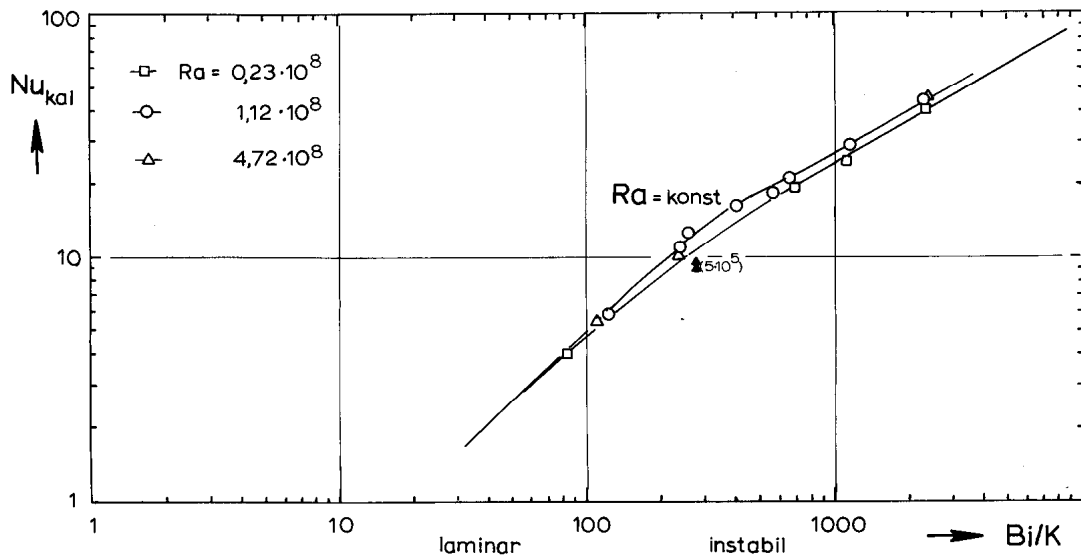


Bild 7. Äquivalente Darstellung zu Bild 5: $Nu_{kal} = f(Bi/K, Ra)$

ter Konvektion im Fluid abläuft [6]. Die schwache Abhängigkeit der Linien $Bi/K = \text{konst}$ ($200 \leq Bi/K \leq 500$) von Ra entsteht durch einen zunehmenden zeitlichen Anteil instabiler Konvektionsbewegungen, die mit fortschreitendem Aufheizvorgang wieder zur Ruhe kommen.

Das vornehmlich turbulente Gebiet konnte bei diesen Versuchen noch nicht erfasst werden; es liegt im Bereich der von E. Schmidt und G. Eckelmann angegebenen Beziehung für Kugeln Gl.(9), in Bild 1 ($10^9 \leq Ra \leq 10^{13}$) und bei noch größeren Rayleigh-Zahlen. Die in Bild 6 vermerkte Einteilung, laminar-instabil-turbulent, in einzelne Bereiche $Nu_{kal} \approx f(Bi/K)$ ist noch nicht als scharf abgegrenzt anzusehen.

Der Bereich zu größeren Biot-Zahlen wird durch die Beziehungen der Grenz-Rayleigh-Zahl abgegrenzt. Dafür sind etwa die von Evans und Stefany und Hauf und Grigull angegebenen Gln. (10), (11) in Bild 6 anzusehen.

Der Bereich für kleine Werte Bi/K , etwa $Bi/K = 100$, ist durch geringe laminare Konvektion gekennzeichnet und weitgehend unabhängig von der Rayleigh-Zahl (horizontale Gerade $Bi/K = 100$). Diese Tendenzen sind auch in Bild 7, $Nu_{kal} = f(Bi/K, Ra)$ ersichtliche.

Die Übereinstimmung der Interferenz-optischen Versuche ($10^5 \leq Ra \leq 10^6$) mit den kalorischen Versuchen ($10^7 \leq Ra \leq 10^9$) in Bild 6 ist nur für größere Wer-

te Bi/K gegeben (Pfeil). Die Werte Bi/K sind stark abweichend. Die Begründung ist sicherlich in der zusätzlichen Abhängigkeit dieser Darstellung von dem Einzelparameter K zu suchen, der hier für $Bi/K = 92$ relativ groß war: $K = 1,55$ im Vergleich zu $K = 0,064$ bei den kalorischen Versuchen (vgl. Abschnitt 2 und [5, 6]). Der praktisch vorkommende Bereich der Werte K liegt etwa bei $0,03 \leq K \leq 0,2$, [7].

6. Schlußbemerkung

Die mitgeteilten Untersuchungen theoretischer, wie experimenteller Natur [5, 6, 7] begründen die Möglichkeit, den Aufheizvorgang horizontaler zylindrischer Behälter, in ähnlicher Weise aber auch bei anderen Geometrien, durch eine geschlossene Parameterdarstellung zu beschreiben. Diese berücksichtigt ebenfalls die Wärmekapazität K und den Wärmewiderstand R praktisch vorkommender Behälterwände, die auf die Ausbildung der Art des Konvektionsvorgangs in seinem zeitlichen Verlauf (Halbwertszeit) maßgeblich ist.

Im Bereich größerer ($Ra > 10^9$) muß die Gültigkeit des Parameters Bi/K durch weitere Untersuchungen bestätigt werden.

Literatur

1. Schmidt, E.: Versuche über die Wärmeübertragung durch natürliche Konvektion in kugelförmigen Gefäßen. VDI Zeitschrift 81, Nr. 36 (1937)
2. Eckelmann, G.: Wärmeübergang in Kugelgefäßen. Diss. TH München (1955)
3. Evans, L.B.; Stefany, W.E.: An Experimental Study of Transient Heat Transfer to Liquids in Cylindrical Enclosures. Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 22/62, Nr. 64 (1966)
4. Hauf, W.; Grigull, U.: Instationärer Wärmeübergang durch freie Konvektion in horizontalen, zylindrischen Behältern. Heat Transfer 1970, Vol. IV. N.C.1.3., Versailles (1970)
5. Hauf, W.: Instationärer Wärmeübergang in horizontalen, zylindrischen Behältern. Diss. TU München (1974)
6. Hauf, W.; Grigull, U.: Instationärer Wärmeübergang in horizontalen, zylindrischen Behältern. Z. Wärme- und Stoffübertragung 8 (1975) 57/68
7. Hauf, W.; Grigull, U.: Instationärer Wärmeübergang in Behältern - Kennzeichnende Parameter. Institutsbericht (wird veröffentlicht)

Dr.-Ing. Werner Hauf
D-8000 München 5
Jahnstr. 29/5

Prof. Dr.-Ing. U. Grigull
Lehrstuhl A für Thermodynamik
Technische Universität München
D-8000 München 2, Postfach 202420
Bundesrepublik Deutschland

Eingegangen 10. Juli 1975