

Instationärer Wärmeübergang in horizontalen zylindrischen Behältern

Non-Stationary Heat Transfer to Horizontal Cylindrical Containers

W. Hauf und U. Grigull, München

Zusammenfassung. Mit einer Interferenz-optischen Meßmethode wurde der Aufheizvorgang in horizontalen, zylindrischen Behältern bei instationärer laminarer Konvektion untersucht. Die Stabilitätsgrenze der Konvektionsbewegung, der örtliche und der gesamte Wärmeübergang in Abhängigkeit der Zeit konnten quantitativ bestimmt werden. Es zeigte sich, daß in dem untersuchten Bereich kleiner Rayleigh-Zahlen der übertragene Wärmemengenanteil in der Anlaufphase der Konvektion erheblich ist. Dies führt zur Bildung einer Grenz-Rayleigh-Zahl. Die Aufheizzeiten bleiben konstant für darüber hinausgehende Rayleigh-Zahlen. Der Einfluß der Wärmekapazität des Zylindermantels wurde berücksichtigt durch den Parameter Bi/K , wenn K das Verhältnis der Wärmekapazität des Mantels zu der des Behälterinhalts bedeutet.

Abstract. The heating process of fluids in horizontal cylindrical enclosures was studied by an optical interference technique in the region of laminar convection. The enclosure was subjected to a step change in wall temperature ($Bi = \text{const.}$). The time-dependent local and overall heat transfer rates were measured. The laminar convection regime and the onset of instabilities could be determined. The amount of enthalpy transferred at the beginning of the convective motion is considerable for relatively small Rayleigh-numbers examined here. It was found that the time needed for the heating process remains practically constant with increasing Rayleigh numbers after a certain Rayleigh number limit. The influence of the heat capacity of the wall is sufficiently described by Bi/K . K is the heat capacity of the wall in relation to the heat capacity of the fluid.

Formelzeichen

| | |
|--|--|
| a_F | Temperaturleitzahl des Fluids |
| c_K | spez. Wärmekapazität des Mantels (Kupfer) |
| c_F | spez. Wärmekapazität des Testfluids (Wasser, Äthylalkohol) |
| $h = r_a - r_i$ | Wandstärke |
| l | Modelllänge (Rohrlänge) |
| q_w | Wärmestromdichte an der inneren Rohrwand |
| r | Radius |
| r_i | Innenradius |
| r_a | Außenradius |
| $\bar{r} = r_a/r_i$ | dimensionsloser Radius |
| t | Zeit |
| $Bi = \alpha_a \cdot r_a / \lambda_F$ | Biot-Zahl, äußerer Wärmeübergang |
| $Fo = \lambda_F \cdot t / \rho_F \cdot c_F \cdot r_i^2$ | Fourier-Zahl |
| $K = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \rho_K \cdot c_K / 2r_i^2 \cdot \rho_F \cdot c_F$ | Einfluß der Wärmekapazität der Behälterwand |
| Nu | Nußelt-Zahl, örtlich gemittelt an der Rohrrinnenfläche |
| Nu_φ | örtliche Nußelt-Zahl an der Rohrrinnenfläche |
| Nu_{Kal} | Nußelt-Zahl mit $\Delta\vartheta_{Kal}$ gebildet |
| Pr | Prandtl-Zahl, $Pr = \nu/a$ |
| Q | übergangene Wärmemenge |

| | |
|---|---|
| $Q_c = r_i^2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho_F \cdot \Delta\vartheta_c$ | gesamte Enthalpiedifferenz des aufgeheizten Fluids |
| $\bar{Q} = Q/Q_c$ | dimensionsl. Wärmemengenanteil |
| Ra | Rayleigh-Zahl, $Ra = \frac{g \cdot \beta r_i^2 \Delta\vartheta_c}{\nu \cdot a}$ |
| α | Wärmeübergangszahl |
| β | Volumenausdehnungskoeffizient |
| φ | Zentriwinkel |
| λ_F | Wärmeleitfähigkeit des Fluids (Wasser, Äthylalkohol) |
| ρ_K | Dichte, (Kupfer) |
| ρ_F | Dichte, (Wasser, Äthylalkohol) |
| ϑ | Temperatur |
| $\bar{\vartheta}$ | dimensionsl. Temperatur |
| ϑ_i | Temperatur der Rohrwand |
| ϑ_0 | Anfangstemperatur ($t = 0$) |
| ϑ_c | Endtemperatur |
| $\Delta\vartheta_c = \vartheta_c - \vartheta_0$ | |
| $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ | |
| $\Delta\vartheta_i = \vartheta_i - \vartheta_0$ | |
| $\Delta\bar{\vartheta} = \Delta\vartheta / \Delta\vartheta_c$ | dimensionsl. Übertemperatur |
| $\Delta\vartheta_{Kal} = \Delta\vartheta_c - \frac{Q(t)}{r_i^2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho_F \cdot c_F}$ | kalorisch gemittelte Temperaturdifferenz |

Der instationäre Wärmeübergang an horizontale, zylindrische mit Flüssigkeit vollständig gefüllte Behälter wird im zeitlichen Verlauf stark durch die natürliche Konvektion beeinflusst.

Im Fall reiner Wärmeleitung in der erstarrt gedachten Flüssigkeit ($\nu_F \rightarrow \infty, \beta_F \rightarrow 0$) ist das vorliegende Problem identisch mit der Aufheizung eines zylindrischen Stabes und der Randbedingung 3. Art bzw. mit der von

Graetz berechneten Kolbenströmung. Das Koordinatensystem ist dann mit der Strömung sich mitbewegend gedacht. Bekanntlich erreicht der Wärmeübergang für große Zeiten den konstanten Wert $Nu_{kal} = 2,89^1$, wenn die Nußelt-Zahl nicht mit der konstanten, angelegten Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_c = \vartheta_c - \vartheta_0$, sondern mit einer zeitlich abnehmenden Temperaturdifferenz definiert wird.

1. Bisherige Untersuchungen des Gesamtwärmeübergangs an Behälter

Messungen anderer Autoren zeigen ein der Wärmeleitung ähnliches Verhalten des Gesamtwärmeübergangs auch bei natürlicher Konvektion, wenn die Konvektionsbewegung nach der Anlaufphase und längeren Aufheizzeiten einen quasistationär abklingenden Zustand erreicht hat. Für diesen Fall wird eine kalorische Nußelt-Zahl, definiert mit einer zeitlich abhängigen kalorischen Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_{kal} = \Delta\vartheta_c - Q/(\rho \cdot c_p \cdot r_i^2 \cdot \pi \cdot l)$ ebenfalls konstant. Experimentelle Ergebnisse, gültig für dünnwandige Behälter aus Metall, lassen sich in einfacher Weise durch folgende Gleichungen ausdrücken - E. Schmidt, H. Ulmer [1]:

$$Nu_{kal} = 0,49 \cdot Ra^{0,25} \quad (1)$$

Die Messungen wurden an Kugelbehältern durchgeführt, die durch kondensierenden Dampf beheizt waren ($Bi = \alpha_a \times r_a / \lambda_F \rightarrow \infty$). Weiterführende Messungen durch E. Eckelmann und E. Schmidt [2,3] mit derselben Beheizungsart, aber größeren Behältern ergaben:

$$Nu_{kal} = 0,476 Ra^{0,334} \quad (2)$$

für $Bi \rightarrow \infty$; $10^7 \leq Ra \leq 10^{10}$

$$0,05m \leq r_i \leq 0,25 m.$$

L.B. Evans, W.E. Stefany [4] haben mit der gleichen Meßmethode an stehenden und liegenden zylindrischen Behältern, die in einem kräftig gerührten Flüssigkeitsbad beheizt wurden, den Gesamtwärmeübergang untersucht. Sie erzielten in einem nach kleinen Rayleigh-Zahlen erweiterten Bereich folgendes Ergebnis:

$$Nu_{kal} = 0,44 Ra^{0,25} \quad (3)$$

für $Bi = \text{konst} = 160$; $5,5 \cdot 10^5 \leq Ra \leq 5,5 \cdot 10^9$;

$$0,025 m \leq r_i \leq 0,032 m.$$

Eigene Messungen [5,6] ergeben in derselben, vereinfachten Darstellung für einen Teilbereich die Korrelationsgleichung

$$Nu_{kal} = 0,14 \cdot Ra^{0,338} \quad (4)$$

$Bi = \text{konst} = 143$; ($Bi/K = 284$).

Der Bereich der Rayleigh-Zahlen ergänzt den der vorangegangenen Arbeiten zu kleineren Werten, $8 \cdot 10^5 \leq Ra \leq 8 \cdot 10^6$.

Erwähnt seien noch Untersuchungen an zylindrischen Behältern mit der nicht direkt vergleichbaren Randbedingung 2. Art: Maahs [7] gibt die Gleichung

$$Nu_{kal} = 1,215 Ra^{0,21} \quad (q_w = \text{konst}) \quad (5)$$

an und E. Eckert und Deaver [8]

$$Nu_{kal} = 1,182 \cdot Ra^{0,214} \quad (\partial\vartheta/\partial t)_w = \text{konst.} \quad (6)$$

In Bild 1 sind die hier interessierenden Korrelationsgleichungen (2), (3), (4) dargestellt. Die gestrichelt eingezeichnete Linie entspricht der nachträglich aufgestellten Gleichung

$$Nu_{kal} = 0,714 Ra^{0,211} \quad (7)$$

anhand einiger schlierenoptischer Demonstrationsversuche am zylindrischen Behältermodell von Eckelmann [2]. Sie ähnelt den Gln. (5), (6). Die quasistationäre Strömungsform der natürlichen Konvektionsbewegung nach längeren Aufheizzeiten ist möglicherweise der Grund für die Ähnlichkeit beider Fälle mit unterschiedlicher Randbedingung (2. und 3. Art). Davon stark abweichend ist die Beziehung für Kugelbehälter (2).

Im Bereich der eigenen Messungen ist ein abweichender, mehrparametrischer Verlauf (Bi/K) durch die Gl. (4) nur angenähert wiedergegeben, um einen Vergleich mit den übrigen Autoren zu ermöglichen. Auffallend sind die voneinander sich unterscheidenden Gleichungen, die ja nur den quasistationären Teilbereich des Konvektionsvorgangs richtig beschreiben. E. Schmidt und E. Eckelmann, als auch E.B. Evans und W.E. Stefany nehmen den Bereich der reinen Wärmeleitung und der Anlaufkonvektion mit hohen Wärmeübergangswerten ausdrücklich aus. Letztere geben eine systematische Korrektur zu Gl. (3) an, um diesen Einfluß zu erfassen.

¹ Die dimensionslosen Größen sind im folgenden mit dem Radius r_i gebildet.

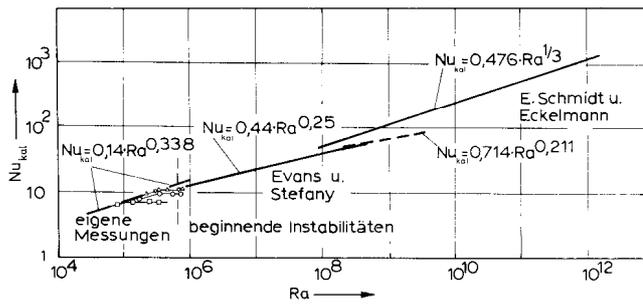


Bild 1. Instationärer Wärmeübergang mit zeitlich konstant angenommener Nußelt-Zahl, $Nu_{kal} = \text{konst}$

2. Modell des gerührten Behälters - Zylindermodell bei natürlicher Konvektion

Die Annahme der zeitlich konstanten, kalorischen Nußelt-Zahl ähnelt dem Modell des gerührten Behälters mit exponentiell abklingendem Wärmeübergang:

$$Nu_{kal} = \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)_{r=r_i} \cdot \frac{r_i}{\Delta\vartheta_{kal}} = \text{konst.} \quad (8)$$

Es werden der (örtlich gemittelte) Wandgradient $(\partial\vartheta/\partial r)_{r=r_i}$ mit der noch zu übertragenden Wärmemenge $(\Delta\vartheta_{kal})$ in Beziehung gesetzt (vgl. Bild 3).

Eine Ähnlichkeitsbetrachtung des Zylindermodells [6,9] ergibt jedoch, daß der Fall der natürlichen Konvektion durch folgende Beziehung beschrieben wird:

$$Nu = \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)_{r=r_i} \cdot \frac{r_i}{\Delta\vartheta_c} = f(Fo, Ra, Pr, Bi, K). \quad (9)$$

K berücksichtigt im folgenden noch den Einfluß der Wärmekapazität der Behälterwand.

Eine einfache Betrachtung der Wärmebilanz des Behälters stellt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Nußelt-Zahlen, Nu und Nu_{kal} , und davon abgeleiteter Größen her. Für jeweils festgehaltene Werte, Ra, Pr, Bi, K wird der Aufheizvorgang beschrieben durch eine der Gln. (2), (3), (4):

$$Nu_{kal} = \text{konst} = \frac{a}{2} = c_1 Ra^2 \quad (10)$$

$$\text{Innerer Wärmeübergang: } Nu = \frac{a}{2} \cdot e^{-a \cdot Fo} \quad (11)$$

$$\text{Übergeg. Wärmemenge: } Q/Q_c = 1 - e^{-a \cdot Fo} \quad (12)$$

$$\text{Aufheizzeit: } Fo = \frac{1}{a} \left(\ln \frac{1}{1 - Q/Q_c} \right) \quad (13)$$

$$Nu = \frac{a}{2} \cdot (1 - Q/Q_c) \quad (14)$$

$$Nu_{kal} = Nu \cdot \frac{\Delta\vartheta_c}{\Delta\vartheta_{kal}} \quad (15)$$

Die Beziehungen (11) - (14) sind in Bild 2 schematisch dargestellt zum späteren Vergleich mit den experimen-

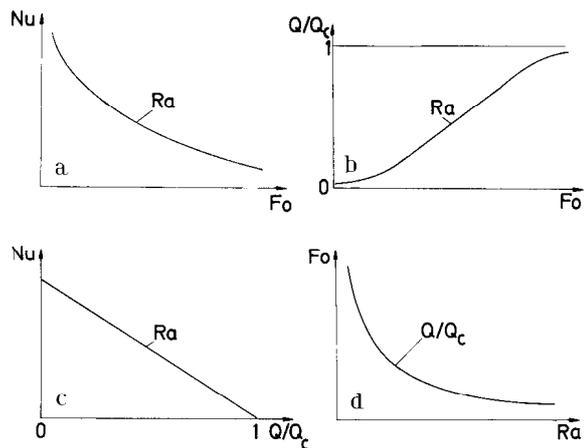


Bild 2. Schematischer Verlauf des inneren Wärmeübergangs (Gl. 11), der übergegangenen Wärmemenge (Gl. 12), der Aufheizzeit (Gl. 13), der inneren Nu-Zahl über der Wärmemenge (Gl. 14) bei zeitlich konstanter Nußelt-Zahl (Gl. 10)

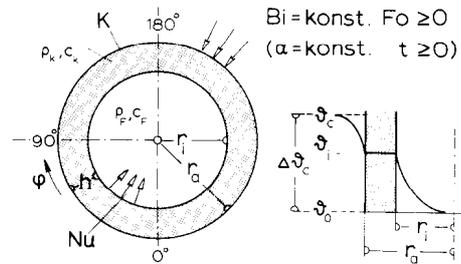


Bild 3. Schema des Zylindermodells mit isothermen Mantel-Temperaturverlauf

tellen Ergebnissen und zur Beurteilung, inwieweit die Modellvorstellung des gerührten Behälters, $Nu_{kal} = \text{konst}$, zutreffend ist.

3. Reine Wärmeleitung mit isothermen Mantel

Bedingt durch die empfindliche optische Untersuchungsmethode konnte die Bedingung des vernachlässigbar dünnen Behältermantels nicht nachgebildet werden. Die Berücksichtigung nur der Wärmekapazität, nicht jedoch des Wärmewiderstands, des Behältermantels bietet versuchs- und rechentechnische Vorteile und gestattet zudem den Vergleich mit vorangegangenen Arbeiten. Die analytische Untersuchung des Falls der reinen Wärmeleitung im Fluid ermöglicht den maßgeblichen Zusammenhang zwischen dem äußeren Wärmeübergang, $Bi = \alpha_a \cdot r_a / \lambda_F = \text{konst.}$, und dem Einfluß der Wärmekapazität der als sehr gut leitend angenommenen Behälterwand herzustellen. Mit den Vereinbarungen in Bild 3 führt eine Wärmebilanzbetrachtung zu der Gleichung

$$Bi (\Delta \bar{\vartheta}_i - 1) + K \frac{\partial \bar{\vartheta}_i}{\partial Fo} + Nu = 0 \tag{16}$$

Äußerer Wärmeübergang: $Bi = (\alpha_a \cdot r_a) / \lambda_F$

Speicherterm:
$$K = \frac{(r_a^2 - r_i^2) \cdot \rho_F \cdot c_F}{2 r_i^2 \cdot \rho_F \cdot c_F}$$

Innerer Wärmeübergang: $Nu = \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)_{r=r_i} \cdot \frac{r_i}{\Delta \vartheta_c}$

Gl. (16) ist auch eine Bestimmungsgleichung für Bi, da $(\partial \bar{\vartheta}_i / \partial Fo)$ und Nu gemessene Größen sind. Als Randbedingung (Gl. 16) im Fall der Wärmeleitung läßt sich das Problem als eindimensionales Einkörperproblem geschlossen lösen;

$$Nu_1 = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 Fo}}{(2K+1) \cdot \beta_n^2 \frac{Bi - K \cdot \beta_n^2}{Bi - K \cdot \beta_n^2} + (Bi - K \beta_n^2)} \tag{17}$$

mit der Eigenwertgleichung

$$(Bi - K \beta_n^2) \cdot J_0(\beta_n) - \beta_n J_1(\beta_n) = 0. \tag{18}$$

Vereinfachungen führen zu einer Form der Gl. (17), die Bi/K als prinzipiell maßgeblichen Normierungsparameter ausweist:

$$Nu_1 = \frac{Bi}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 Fo}}{\frac{Bi}{K} - \beta_n^2 - \beta_n^2} \tag{19}$$

In Bild 4 wurden für einige Werte Bi/K, aber unterschiedliche Werte Bi, K der zeitliche Verlauf des Wärmeübergangs bei Wärmeleitung, Nu_1 , mit Gl. (17) errechnet und dargestellt. Man erkennt zweierlei:

1. Die Kurvenzüge unterscheiden sich merklich nur im Bereich der Maxima. Bi/K ist ein brauchbarer Parameter bei der Berechnung der übergegangenen Wärmemenge,

$$Q/Q_c = f(Fo) .$$

Sie berechnet sich aus der Beziehung:

$$Q/Q_c = 2 \int_0^{Fo^x} Nu dFo . \tag{20}$$

Die Fläche unter allen Kurvenzügen ist konstant und entspricht der gesamten, vom Behälterinhalt aufgenommenen Enthalpiedifferenz

$$\Delta H = Q_c = r_i^2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho_F \cdot c_F \cdot \Delta \vartheta_c . \tag{21}$$

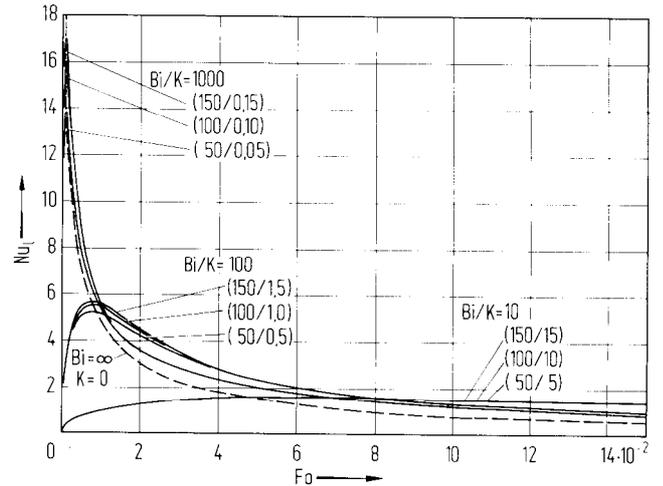


Bild 4. Zeitlicher Verlauf des Wärmeübergangs bei reiner Wärmeleitung in Abhängigkeit von Bi/K (Bi, K)

2. Mit zunehmendem Wert Bi/K nähern sich die Kurvenzüge der gestrichelt eingezeichneten Linie $Bi \rightarrow \infty$; $K = 0$ als Grenzwert. Man kann etwa für Werte $Bi/K > 300$ den Einfluß der Wärmekapazität der Behälterwand in praktischen Fällen außer acht lassen. Dies zeigt auch Bild 5, in dem die erforderliche Aufheizzeit $Fo = f(Bi/K, Q/Q_c)$ und die übergegangene Wärmemenge $Q/Q_c = f(Fo, Bi/K)$ aufgetragen ist.

4. Versuchsergebnisse, Bi/K als Parameter

Für das Gebiet laminarer Konvektion $0 \leq Ra \leq 10^6$, das hier experimentell untersucht wurde, kann Bi/K ebenfalls als brauchbarer Normierungsparameter angesehen werden. In Bild 6 sind für etwa gleiche Werte Bi/K (280-284) jedoch im Rahmen der Untersuchung sich maximal unterscheidende Wert, Bi, K, die Werte für reine Wärmeleitung aufgetragen (unterbrochene Linien), die, wie schon erläutert, im Bereich der Maxima nicht ganz zur Deckung kommen. Die experimentell gefundenen Kurvenzüge mit Meßpunkten im Fall der Konvektion heben sich nach einer anfänglichen Phase der Wärmeleitung von diesen ab. Unterschiede im Bereich der Maxima vor allem sind durch den Einfluß der Prandtl-Zahl in der Anlaufphase der Konvektion zu erklären (vgl. auch Bild 11 und 12). In einer Auftragung Nu/Nu_1 , Bild 7, ist der Grad der Übereinstimmung deutlicher zu sehen, wobei zu bedenken ist, daß für $Fo = 5 \cdot 10^{-2}$ bereits ca. 70 % der Gesamtenthalpie ($Q/Q_c = 0,7$) im Konvektionsfall übertragen sind.

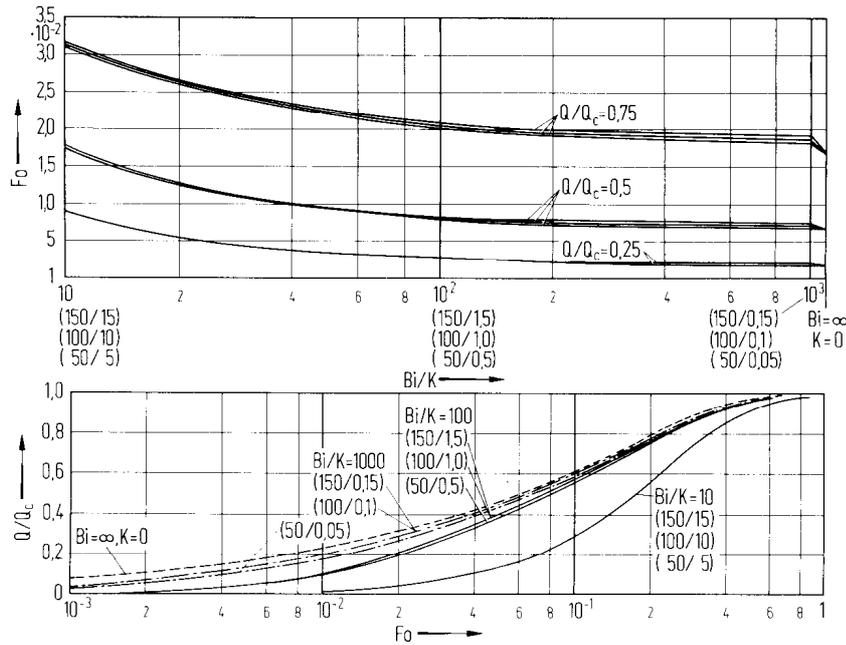


Bild 5. Benötigte Aufheizzeit bei reiner Wärmeleitung in Abhängigkeit von Bi/K sowie die übergegangene Wärmemenge Q/Q_c

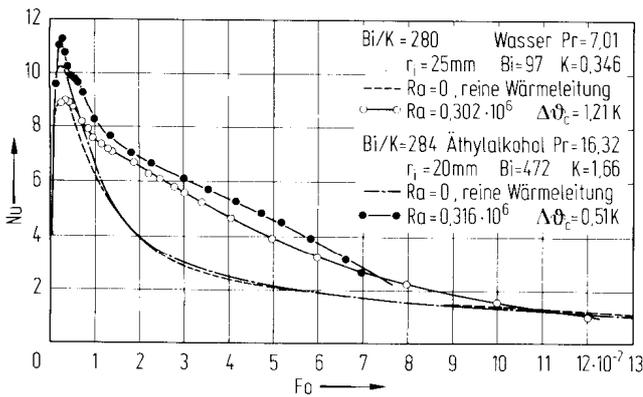


Bild 6. Zeitlicher Verlauf des Wärmeübergangs für reine Wärmeleitung und Konvektion bei etwa gleichen Werten Ra und Bi/K , aber unterschiedlichen Werten Bi, K

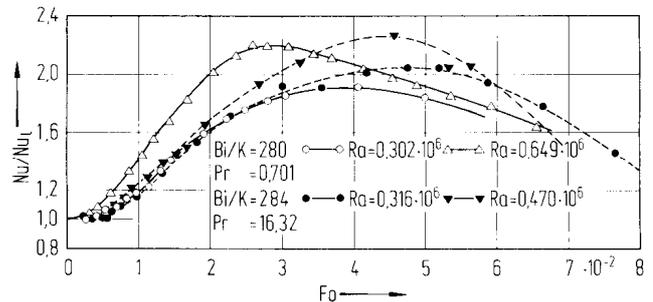


Bild 7. Einfluß der Konvektion, Nu/Nu_1 , aus Bild 6 für etwa gleiche Werte Bi/K und Ra

5. Versuchsergebnisse, End-Nußelt-Zahlen

Dem Schema in Bild 2 entsprechend, ist am speziellen Fall $Bi/K = 185$ in den Bildern 8a bis 8d der Einfluß zunehmender Konvektion auf den Wärmeübergang gezeigt. In Bild 8a erkennt man deutlich diesen Einfluß gegenüber reiner Wärmeleitung, der jedoch mit zunehmender Rayleigh-Zahl abnimmt. Die Konvektionsbewegung kommt zwar mit steigender Rayleigh-Zahl schneller in Gang, doch wird auch das treibende Temperaturgefälle in Wandnähe schneller abgebaut. Der Gesamtwärmeübergang erhöht sich nicht mehr wesentlich ab einer bestimmten Rayleigh-Zahl, der Grenz-Rayleigh-Zahl. Das ist auch

in Bild 8b ersichtlich, in dem die übergegangene Wärmemenge Q/Q_c mit Hilfe von Gl. (20) aufgetragen ist. Bemerkenswert ist in Bild 8b, daß z.B. für $Q/Q_c = 0,9$ der Aufheizvorgang gegenüber reiner Wärmeleitung durch den Einfluß der Konvektion um etwa ein Drittel abgekürzt wurde. In der Darstellung in Bild 8c entspräche der zeitlich exponentiell abnehmende Wärmeübergang für verschiedene Rayleigh-Zahlen einem Geradenbüschel durch den Punkt $(Nu = 0, Q/Q_c = 1)$. Man erkennt, daß diese Bedingung (Gerade) erst im Bereich $0,8 \leq Q/Q_c \leq 1$ erfüllt ist. Die Anlauf- und die Übergangsphase der Konvektionsbewegung hat gegenüber der quasistationären Endphase des Wärmeübergangs einen entscheidenden

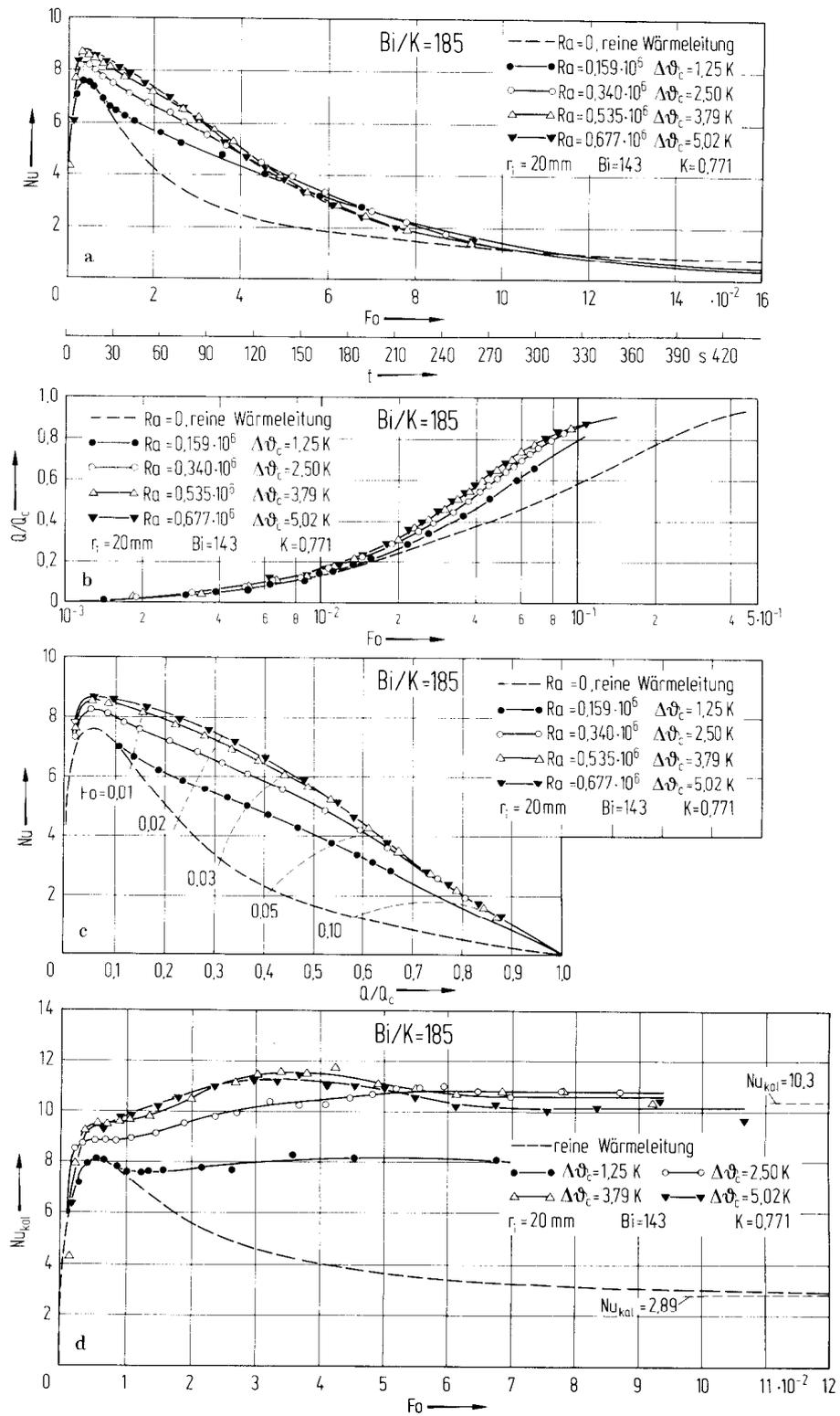


Bild 8. Beispiel $Bi/K = 185$ für zunehmenden Einfluß der Konvektion gegenüber reiner Wärmeleitung (vergleiche Schema in Bild 2)

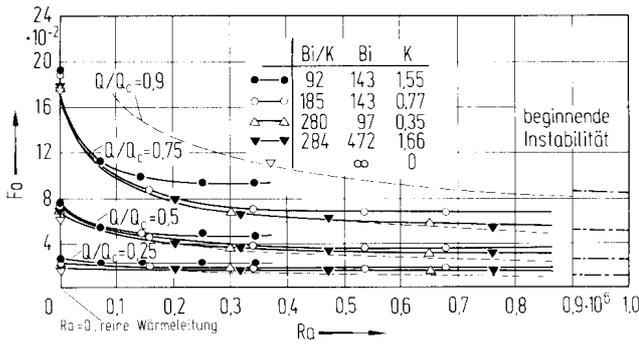


Bild 9. Aufheizzeiten für teilweise Aufheizung Q/Q_c in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl

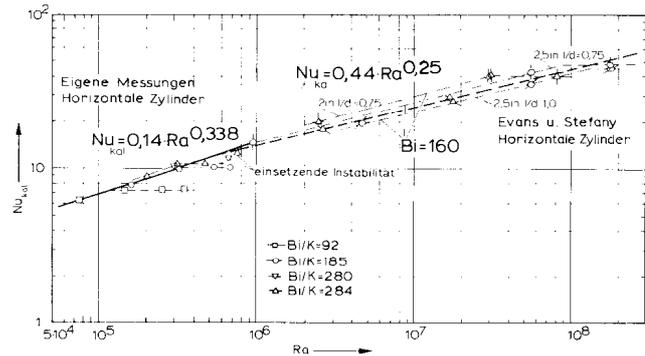


Bild 10. Grenz-Rayleigh-Zahl bei eigenen Messungen und denen von Evans und Stefany

den Anteil am Gesamtwärmeübergang. In Bild 8d erreicht die kalorische Nußeltzahl, Nu_{kal} , ebenfalls erst nach längerer Zeit einen konstanten Wert. Dem Bild 9 ist die technisch interessierende Aufheizzeit Fo für teilweise Aufheizung Q/Q_c ($0,25 \dots 0,75$) in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl zu entnehmen. Auch hier ist der beschleunigende Einfluß der Konvektion gegenüber reiner Wärmeleitung ($Ra = 0$) deutlich zu erkennen. Die Aufheizzeiten werden ab einer bestimmten Grenz-Rayleigh-Zahl konstant. Die gestrichelt eingetragenen Linien $Q/Q_c = konst.$ wurden mit Hilfe der Gln. (4) und (13) errechnet, gültig für Werte $Bi/K > 300$, ohne eine weitere Abhängigkeit von Bi/K zu berücksichtigen. Für Werte $Ra \geq 10^6$, dem Meßbereich von L.B. Evans und W.E. Stefany, sind beginnende Instabilitäten zu beobachten (vgl. Bild 12 b), die einen immer größer werdenden Anteil im zeitlichen Verlauf des Wärmeübergangs einnehmen und schließlich in eine turbulente Konvektionsbewegung einmünden. Dies führt zu den abweichenden Gesetzmäßigkeiten des Wärmeübergangs (Bild 1). Die Ausbildung einer Grenz-Rayleigh-Zahl läßt sich auch anhand von Versuchswerten von L.B. Evans und W.E. Stefany vermuten in der Auftragung $Nu_{kal} = f(Ra)$ in Bild 10. ($Nu_{kal} = konst$ für Ra Grenz-Rayleigh-Zahl). Besonders deutlich ist dies ausgeprägt bei den eigenen Meßwerten für verschiedene Werte Bi/K .

6. Die laminare Konvektion - Instabilitäten

Die Phasen der laminaren Konvektion, eine zur Hochachse symmetrische Doppelwalzenbewegung, sind durch die Temperaturfelder (Interferogramme) in Bild 11a veranschaulicht:

1. Phase der (etwa) reinen Wärmeleitung mit konzentrischen Isothermen ($0 \leq t \leq 11$ sec).

2. Übergangsphase, Anlaufbewegung der Konvektion ($11 \text{ sec} \leq t \leq 99$ sec)

3. Quasistationäre Endphase ($t \leq 99$ sec). Die Temperaturdifferenz zwischen den einzelnen Isothermen (Interferenzlinien) beträgt $\Delta\vartheta = 0,11K$.

In Bild 11b sind die zu Bild 11a zugehörigen Temperaturprofile der vertikalen Achse mit denen der reinen Wärmeleitung (gestrichelt) verglichen. Der Beginn der quasistationären Endphase ist nach 99 sec durch das Verschwinden der Isotherme mit der Ausgangstemperatur ϑ_0 ($\Delta\vartheta/\Delta\vartheta_c = 0$) in Bild 11a, b gekennzeichnet.

In Bild 11c sind einige zugehörige Verteilungen der örtlichen Nußelt-Zahl, Nu_φ wieder mit denen der reinen Wärmeleitung verglichen (gestrichelte Kreise). Man erkennt nach 7 sec bei $\varphi = 90^\circ$ und 270° die anlaufende Konvektion an den vertikalen Teilen der Zylinderinnenwand. Diese bildet sich zu einer Doppelwalze mit abwärts gerichteter Strömung im Innern des Zylinders aus. Erwärmte Flüssigkeit wird in die obere Rohrhälfte transportiert, der Wärmeübergang dort verschlechtert und in der unteren Rohrhälfte verbessert.

Ab $t = 99$ sec haben sich herzförmige Verteilungen ausgebildet, die einander ähnlich und für die quasistationäre Endphase charakteristisch sind.

In Bild 12a sind polare Verteilungen einer weiteren Versuchsserie mit zwar gleicher Temperaturdifferenz ($\Delta\vartheta_c = 1,25K$), aber veränderten Parametern (Ra, Pr) gezeigt. Infolge der höheren Prandtl-Zahl unterscheiden sich in der Anlaufphase ($0 \leq t \leq 18$ sec) von denen in Bild 11c (vgl. auch Bild 6) durch größere Nußeltzahlen. Nach $t = 90$ sec tritt im Wandbereich der unteren Zylinderhälfte ($\varphi: 60^\circ - 0^\circ - 300^\circ$) vorübergehend eine instabile Bewegung auf, die den örtlichen Wärmeübergang dort stark erhöht (vgl. $t = 64$ sec, 90sec, 117sec).

Das Einsetzen und die Dauer dieser Instabilität ist von der Rayleigh-Zahl und der Prandtl-Zahl abhängig, wie die Interferogramme in Bild 12b zeigen. Diese instabile Bewegung wird mit zunehmender Rayleigh-Zahl (z. B. zunehmendem Radius) immer weniger von der übrigen Konvektionsbewegung beeinflusst, wie der Zeitpunkt des Einsetzens (F_0), z. B. für den Fall $Bi/K = 280$ zeigt (Bild 12c). Die Bewegung zeigt eine gewisse Periodizität, wobei Turbulenzballen, die entlang der Wand aufsteigen, für eine Grenzschichtablösung und entsprechender Zunahme des örtlichen Wärmeübergangs sorgen (Bild 12d).

Diese Konvektionsform dürfte etwa im Untersuchungsbereich von Evans und Stefany vorherrschen; bei noch größeren Rayleigh-Zahlen ($Bi \rightarrow \infty$) ist die Strömung

voll turbulent. Dies zeigen Schlierenaufnahmen von Eckmann an einem zylindrischen Modell (Bild 12e).

7. Abschließende Bemerkungen

Mit einer Interferenz-optischen Methode wurde die Behälterheizung bei laminarer Konvektion und bei beginnenden Instabilitäten im Fluid untersucht. Um den Fall des horizontalen, zylindrischen Behälters mit gut wärmeleitender Metallwand vollständig zu beschreiben, wären zusätzliche Versuche im Meßbereich von L.B. Evans und W.E. Stefany ($Bi = 160$) wie auch von E. Schmidt und G. Eckelmann ($Bi \rightarrow \infty$) bei kleinerem äußeren Wärmeübergang (Bi) notwendig; evtl. unter Berücksichtigung der Wärmekapazität (K) der Wand.

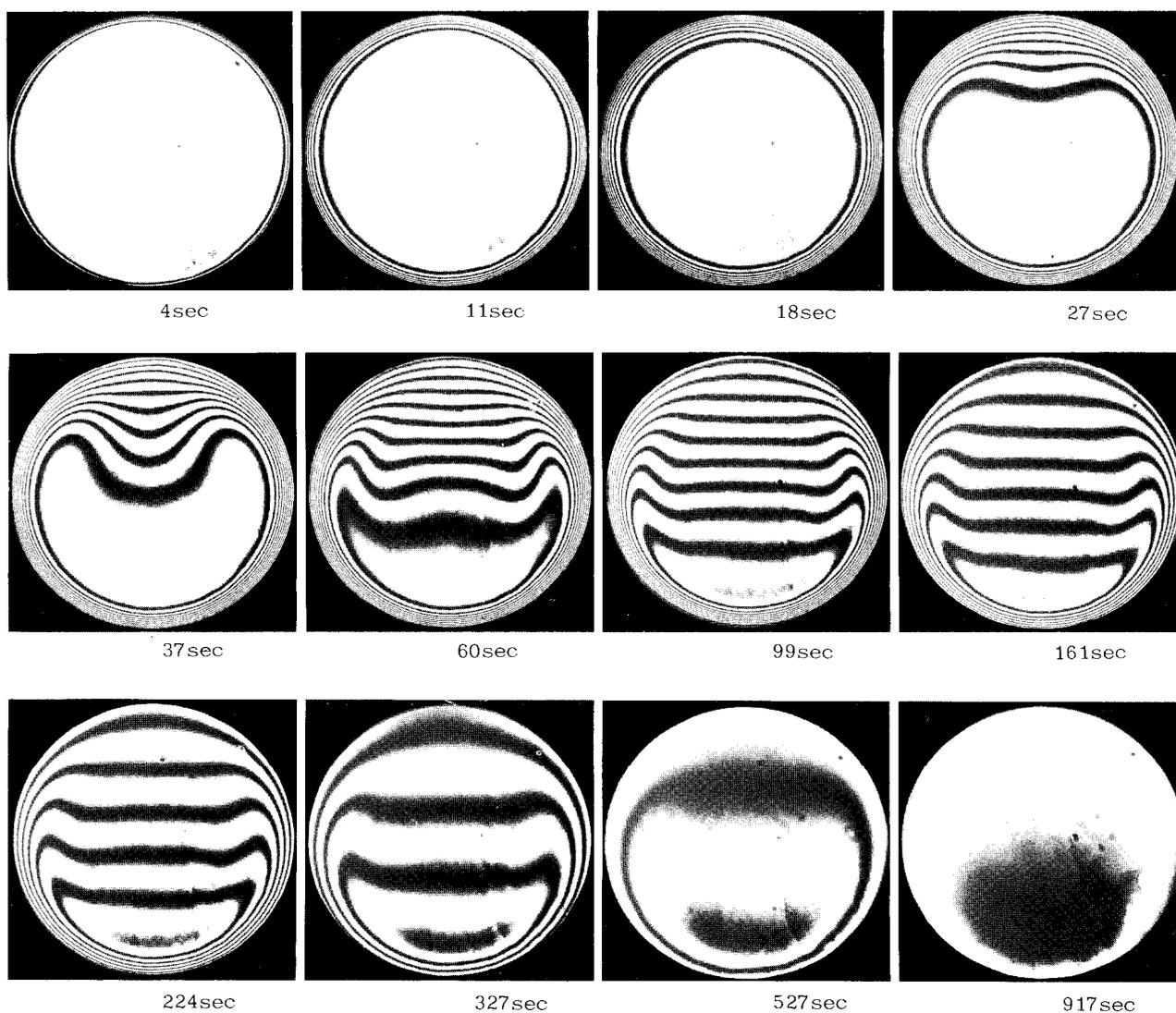
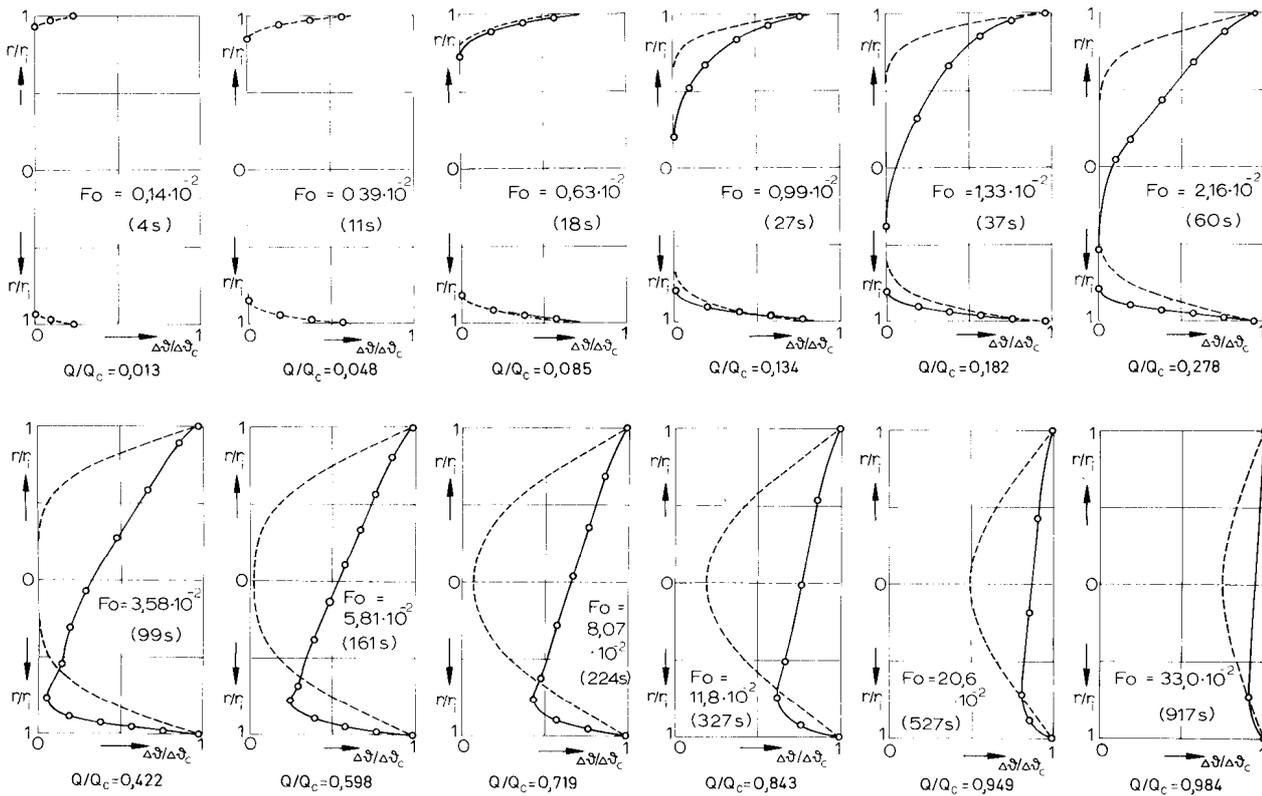
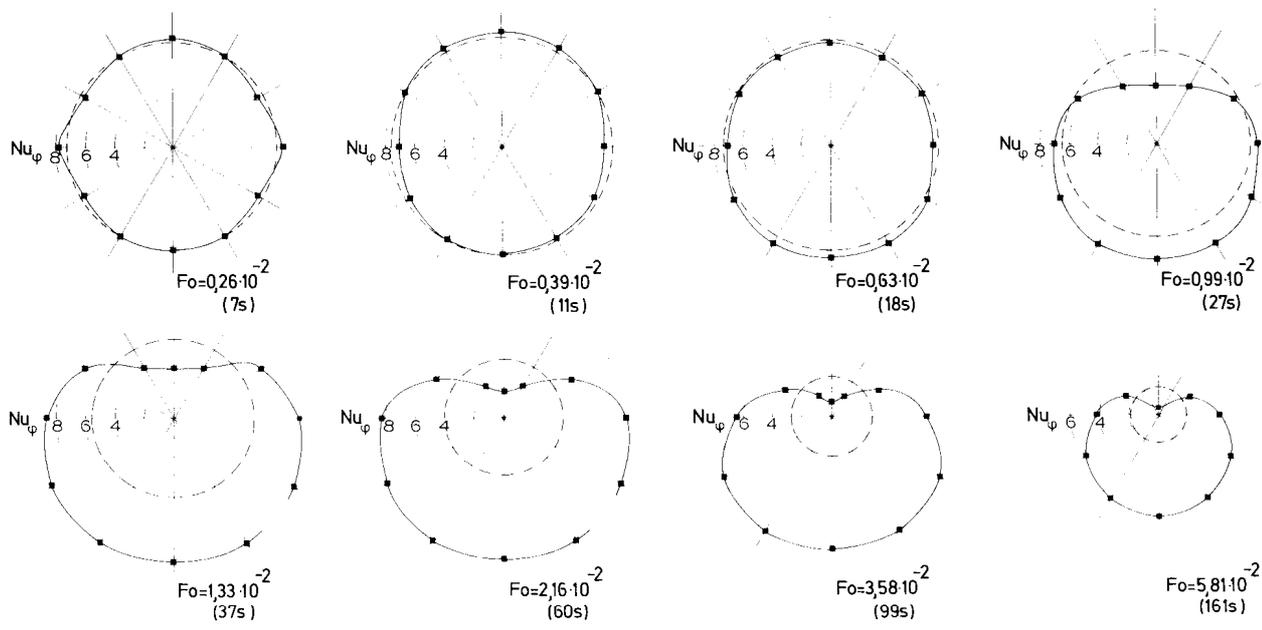


Bild 11a

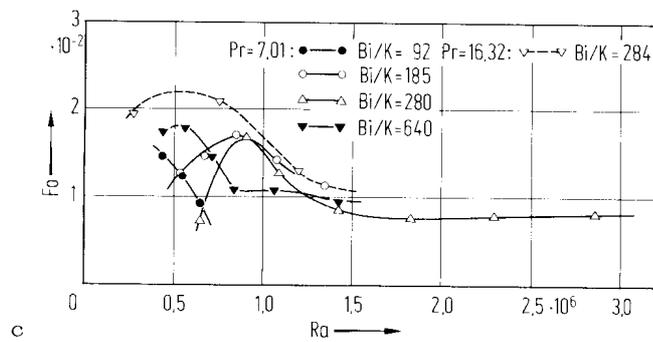
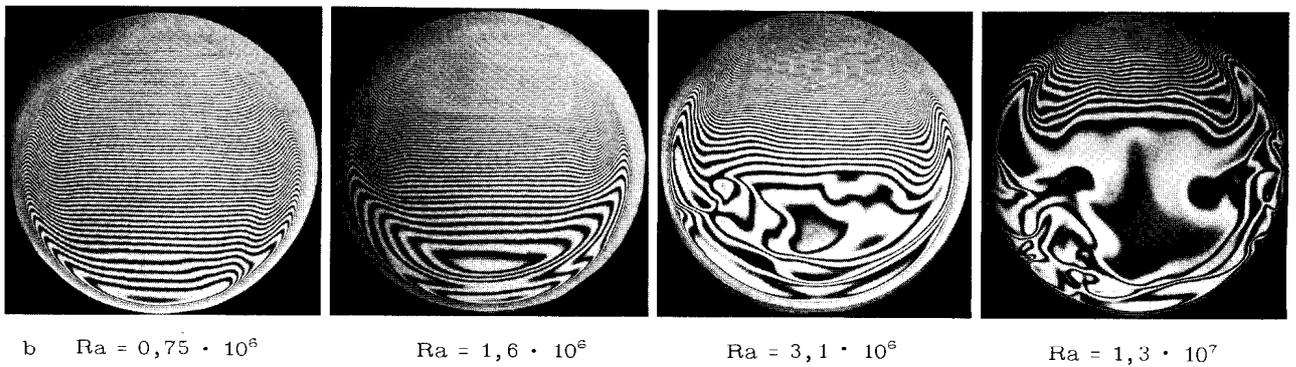
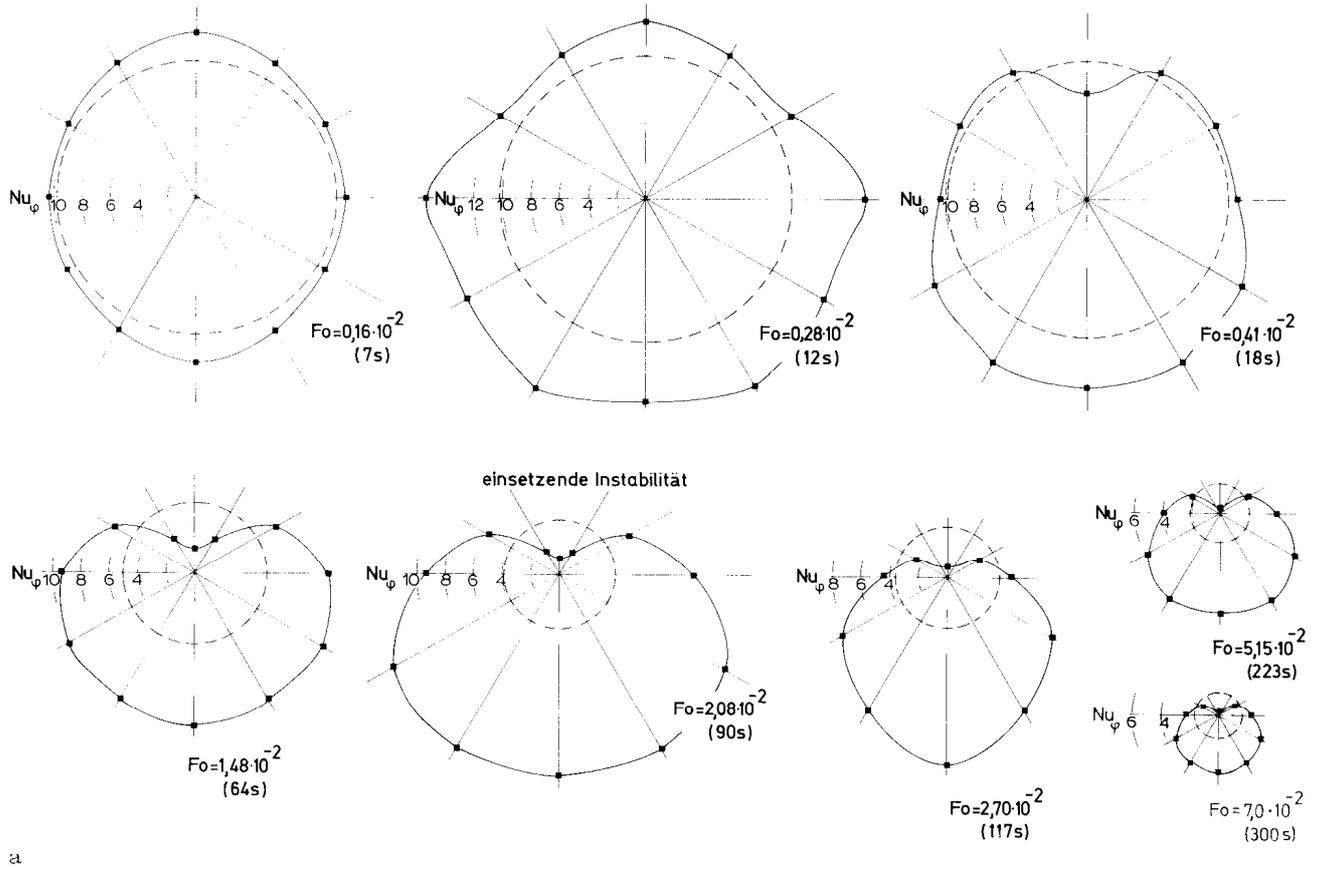


b



c

Bild 11. Beispiel für laminare Konvektion, $\Delta\theta_c = 1,25\text{K}$, $Ra = 0,159 \cdot 10^6$, $Bi/K = 185$, $r_1 = 0,02\text{m}$, $Pr = 6,8$ (Wasser) a) Temperaturfelder der Wärmeleitung, der Anlaufphase und der quasistationären Endphase, b) Temperaturprofile der vertikalen Achse; gestrichelt: reine Wärmeleitung, c) örtliche Nußeltzahl (Nu_φ)



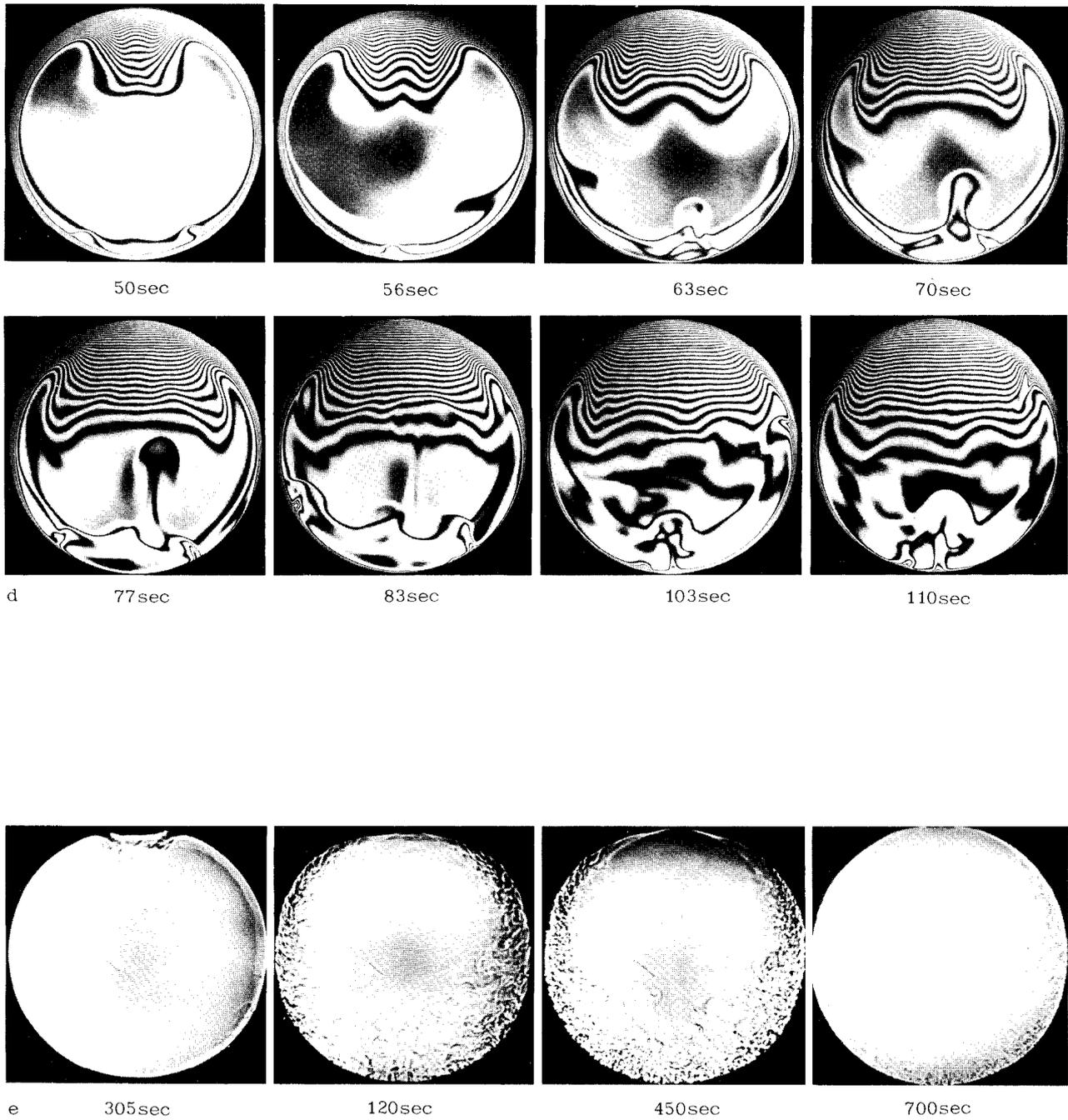


Bild 12. Beispiel für laminare Konvektion mit beginnenden Instabilitäten. a) Örtliche Nußelt-Zahl, Nu ; $\Delta\vartheta_c = 1,25K$, $Ra = 0,76 \cdot 10^6$, $Bi/K = 284$; $r_i = 0,25m$, $Pr = 15,5$ (Äthylalkohol), b) Instabile Konvektion mit zunehmender Rayleigh-Zahl, c) Zeitpunkt des Einsetzens der instabilen Konvektion, $Fo = f(Ra, Bi/K)$, d) Periodische instabile Konvektion; $\Delta\vartheta_c = 3,80K$, $Ra = 8,01 \cdot 10^6$, $Bi/K = 640$, $r_i = 0,05m$, $Pr = 6,4$ (Wasser), e) Turbulente Konvektion nach Schlierenaufnahmen von G. Eckelmann [2]

Literatur

1. Schmidt, E.: Versuche über die Wärmeübertragung durch natürliche Konvektion in kugelförmigen Gefäßen. VDI Zeitschrift 81, Nr. 36(1937)
2. Eckelmann, G.: Wärmeübergang in Kugelgefäßen Diss. TH München (1955)
3. Schmidt, E.: Versuche zum Wärmeübergang bei natürlicher Konvektion. Chem. Ing. Techn. 28., Nr. 3 (1956) 175/180
4. Evans, L.B.; Stefany, W.E.: An Experimental Study of Transient Heat Transfer to Liquids in Cylindrical Enclosures. Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. Vol. 22/62, Nr. 64(1966)
5. Hauf, W.; Grigull, U.: Instationärer Wärmeübergang durch freie Konvektion in horizontalen zylindrischen Behältern. Heat Transfer 1970, Vol. III, N. C. 1.3, Versailles (1970)
6. Hauf, W.: Instationärer Wärmegang im horizontalen, zylindrischen Behälter. Diss. TU München (1974)
7. Maahs, G.H.: Transient Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Cylindrical Container. University of Washington, Ph. D. Thesis (1964)
8. Deaver, F.K.; Eckert, E.R.G.: An Interferometric Investigation of Convection Heat Transfer in a Cylinder with Wall Temperature Increasing in an Uniform Rate. Heat Transfer 1970, Vol. III, N.C. 1.1 (1970)
9. Hellums, S.D.; Churchill, S.W.: Dimensional Analysis and Natural Convection. Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. No. 32, Vol. 57, New York (1961) 75/80

Dr.-Ing. W. Hauf
D-8 München 5
Jahnstr. 29

Professor Dr.-Ing. U. Grigull
Institut A für Thermodynamik
Technische Universität München
D-8 München 2
Arcistr. 21
(Deutschland)

Eingegangen am 14. November 1974