

Temperaturverteilung in Seen

Von Siegfried Bloß und Ulrich Grigull

For certain simplifications the temperature distribution in lakes can be treated as a non-steady one-dimensional heat conduction problem. Two conditions are sufficient for the development of a thermocline: heat exchange at the surface by convective heat transfer, evaporation and/or long-wave radiation on the one hand and the absorption of short-wave solar radiation on the other hand. Thickness and temperature of the upper layer (epilimnion) of the lake are determined by averaging the internal energy corresponding to the calculated unstable temperature profiles. Transient energy exchange can be taken into account by a stepwise calculation. The calculated temperature profiles are in good agreement with field measurements of other authors.

1. Einleitung

Seen zeigen, besonders in unseren gemäßigten Breiten, bei der Entwicklung ihrer jahreszeitlichen vertikalen Temperaturverteilung ein charakteristisches Verhalten. Es bilden sich, ausgehend von einem See mit konstanter Temperatur im Frühjahr (Homothermie), während einer Sommerperiode drei Temperaturbereiche aus (Abb. 1). In einer relativ gleichmäßig temperierten Oberschicht (Epilimnion) steigt die Temperatur bis in den Hochsommer an und fällt dann wieder ab, wobei die Schicht an

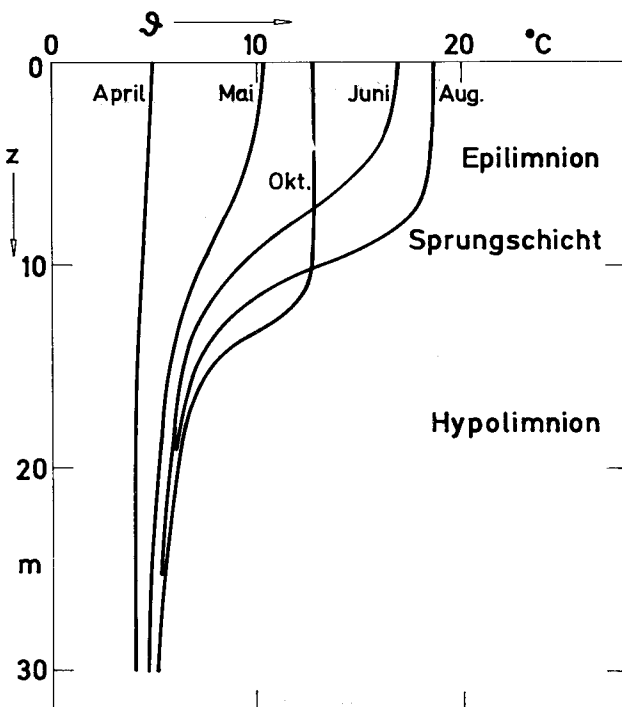


Abb. 1: Sommerliche Temperaturentwicklung in einem See

Mächtigkeit zunimmt. An das Epilimnion schließt sich nach unten ein Übergangsgebiet (Sprungschicht) an, das einen mehr oder weniger steilen Temperaturgradienten aufweist. Dieser Gradient erreicht im Spätsommer seinen Maximalwert, wird dann wieder flacher und verlagert sich in immer größere Tiefen. Im unteren Bereich (Hypolimnion) fällt die Temperatur mit der Tiefe asymptotisch auf die Ausgangstemperatur des Frühjahrs ab. Der zeitliche Anstieg der Temperatur ist hier wesentlich langsamer als im Epilimnion, sie nimmt jedoch auch im Herbst noch zu, solange bis die jeweilige Schicht von der immer tiefer sinkenden Sprungschicht erfaßt wird [1,2].

Zu diesen Temperaturbereichen gehören Gebiete unterschiedlicher Konvektionsbewegung. Dieser Austausch ist im Epilimnion stark ausgeprägt, klingt in der Sprungschicht rasch ab und ist im Hypolimnion praktisch nicht mehr nachweisbar.

Da die beschriebenen Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder maßgeblich für die Entstehung, Umwandlung und Verteilung organischer und anorganischer Materie und damit für das gesamte Leben im See sind, ist die Berechnung dieser Felder schon seit langer Zeit Gegenstand wissenschaftlicher Überlegungen und mathematischer Lösungsansätze. Durch die verstärkte Belastung unserer Seen mit Abfällen, Abwässern und auch Abwärme in jüngster Zeit hat dieses Thema erneut an Aktualität gewonnen. Die Kompliziertheit des beschreibenden Differentialgleichungssystems und die Vielfalt der Randbedingungen (Umgebungseinflüsse) zwingt zur Entwicklung vereinfachender Modelle, wenn man eine geschlossene Lösung z. B. für den zeitlichen und örtlichen Verlauf der Temperatur erhalten will. Solche Modellrechnungen sind in größerer Zahl durchgeführt worden, sie führen jedoch zum größten Teil nur zu teilweise richtigen Ergebnissen, da wichtige Parameter vernachlässigt oder dem System See Randbedingungen aufgezwungen worden sind, die mit der Wirklichkeit nur bedingt übereinstimmen [3,4,5,6,7]. Lediglich in einer Arbeit von Dake und Harleman [8], die in ähnlicher Weise aufgebaut ist wie die vorliegende Arbeit, werden alle wichtigen Einflüsse berücksichtigt.

2. Der See als thermodynamisches System

Ein See kann im allgemeinen mit seiner Umgebung in vielfältiger Weise Energie und Masse austauschen. Er muß also als offenes, instationäres System behandelt werden. Über eine Energie- und Massenbilanz lassen sich die maßgeblichen Wechselwirkungen zwischen See und Umgebung erfassen (Abb. 2).

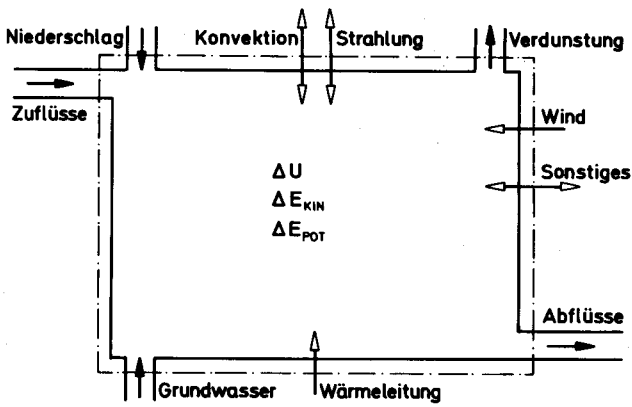


Abb. 2: Energiebilanz eines Sees.

Um möglichst rasch zu einem einfachen, mathematisch lös-
baren Modell zu gelangen, sollen beim Aufstellen der Bilan-
zen alle diejenigen Einflüsse außer Betracht bleiben, die ent-
weder von untergeordneter Bedeutung sind oder die offen-
sichtlich nicht in direktem Zusammenhang mit den Phäno-
menen Sprungschicht stehen. Letzteres trifft für den
Massenaustausch durch Zu- und Abflüsse zu, da auch
in Seen mit starkem Massendurchsatz, z. B. Stauseen,
die Ausbildung einer Sprungschicht zu beobachten ist.
Die Massenbilanz braucht also für unsere Zwecke nicht
weiter berücksichtigt zu werden, der See kann als ge-
schlossenes System betrachtet werden. In der Energie-
bilanz ist der Energieaustausch durch Niederschläge,
Grundwasser und Quellen, Wärmeleitung aus dem Erd-
inneren sowie Windarbeit (mittlere Energiestromdichte
< 1 W/m²) vernachlässigbar gegenüber dem Austausch
durch Konvektion, Strahlung und Verdunstung. Diese
Energieströme, die alle durch die Seeoberfläche mit der
Umgebung ausgetauscht werden, bewirken eine Ände-
rung des Energieinhalts des Sees, wobei kinetische Energie
(z. B. Wirbel) und potentielle Energie (z. B. Änderung
der Schwerpunktslage) vernachlässigbar sind gegenüber
der inneren Energie. Man erhält damit für die zeitliche
Änderung der inneren Energie U des Sees den Ausdruck

$$\frac{dU}{dt} = \Phi_{\text{Str}} + \Phi_{\text{Kon}} + \Phi_{\text{Verd}} \quad (1)$$

Die relevanten Energieströme sollen im folgenden in ihrer
Auswirkung auf den See genauer untersucht werden. Sie
lassen sich in zwei grundlegend verschiedene Gruppen
einteilen.

Bei der Konvektion und der Verdunstung handelt es sich
um Randbedingungen. Die Größe des Energiestroms
durch Konvektion wird bestimmt von der Temperatur-
differenz zwischen Umgebungsluft und Seeoberfläche
und einem von der Windgeschwindigkeit abhängigen
Wärmeübergangskoeffizienten. Der Betrag der Ver-
dunstung ist eine Funktion der Verdampfungswärme von
Wasser bei der Temperatur der Seeoberfläche und des
verdunstenden Massenstroms.

Im Gegensatz dazu kann Strahlung in den See eindringen
und wird erst in mehr oder weniger großer Tiefe absorbiert,
d. h. in innere Energie des Sees umgewandelt. Strahlung

stellt also eine Wärmequelle im See dar. Die örtliche
Verteilung dieser Wärmequelle läßt sich aus dem Absorp-
tionsgesetz ermitteln. Es lautet für die Strahlungsintensität
(Energiestromdichte/Raumwinkel):

$$dI_{\lambda} = -\delta_{\lambda} I_{\lambda} ds \quad (2)$$

Die längs der Strecke ds absorbierte Intensität dI ist nicht
nur von der an der Stelle s vorliegenden Intensität I und
dem Absorptionskoeffizienten δ , sondern auch von deren
spektralen Verteilung abhängig. (In Gl. (2) Index λ für
Wellenlänge). Diese sind in Abb. 3 dargestellt [1,2,9,10].

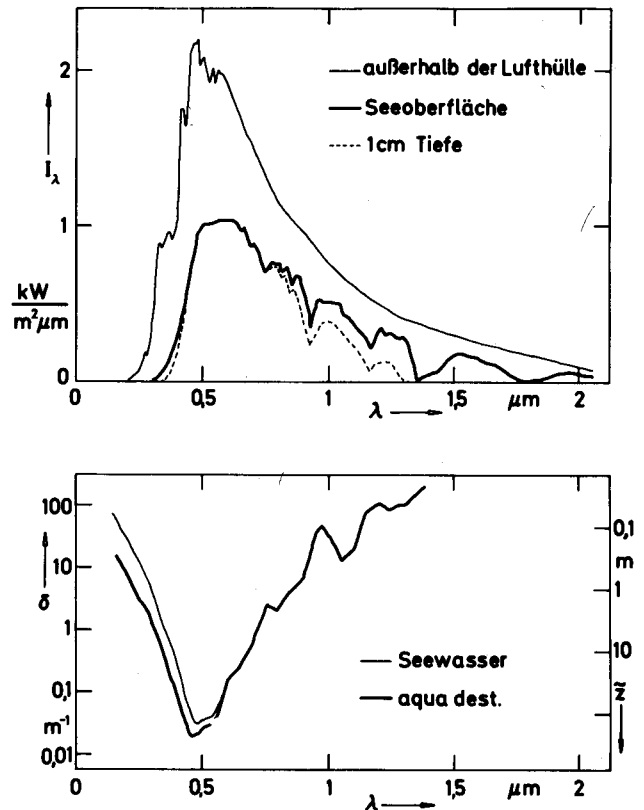


Abb. 3: Spektraler Verlauf der direkten Sonnenstrahlung
[1, 2, 9] und des Absorptionskoeffizienten δ [10]

Die von der Sonne ausgehende Strahlung entspricht in
ihrer Verteilung etwa der eines schwarzen Strahlers von
der Temperatur 5750 K. Von dieser Strahlung wird ein
gewisser Anteil, besonders im sichtbaren Bereich ($\lambda =$
0,2 ... 0,8 μm), in der oberen Lufthülle gestreut, ein
weiterer Anteil im ultraroten Bereich durch in der Luft
vorhandene Gase wie Ozon, Wasserdampf und Kohlen-
dioxid absorbiert. Der Rest tritt, zusätzlich vermindert
durch Reflexion an der Erdlufthülle und an der Seeober-
fläche, als direkte Sonnenstrahlung in den See ein.

Ein Teil der in der Lufthülle gestreuten Strahlung gelangt
aus dem Halbraum als kurzwellige Himmelsstrahlung in
den See. Die von O₃, H₂O und CO₂ absorbierte Strahlung
wird wieder diffus emittiert und erreicht ebenfalls teil-
weise die Seeoberfläche als sogenannte langwellige Him-
melsstrahlung.

Der spektrale Verlauf des Absorptionskoeffizienten zeigt,
daß die einzelnen Strahlungsanteile unterschiedlich stark

absorbiert werden. Während Strahlung im sichtbaren Bereich verhältnismäßig tief in den See eindringen kann, wird langwellige Strahlung schon in geringer Tiefe sehr stark absorbiert. Die Koordinate z im unteren Teil von Abb. 3, die angibt, in welcher Tiefe noch 1% der an der Oberfläche angekommenen Strahlung vorhanden ist, zeigt, daß von der langwelligen Strahlung ($\lambda > 0,8 \mu\text{m}$) in 1 m Tiefe bereits 99% absorbiert sind. Es bietet sich deshalb an, die Strahlungsenergie in zwei Teile aufzuspalten, einen Teil im langwelligen UR-Bereich (und im UV-Bereich), der in einer schmalen Oberflächenschicht fast vollständig absorbiert wird und deshalb näherungsweise als Randbedingung betrachtet werden kann, und einen Teil im sichtbaren Bereich, der eine Wärmequelle entsprechend Gl. (2) darstellt. Nimmt man für diesen letztgenannten Anteil einen mittleren Absorptionskoeffizienten und außerdem parallele Strahlausbreitung an, läßt sich Gl. (2) integrieren und ergibt für die Strahlungsstromdichte über der Seetiefe die Beziehung

$$q(z) = q_0 e^{-\delta z} \quad (3)$$

Dabei ist q_0 die an der Seeoberfläche vorliegende kurzwellige Strahlungsstromdichte. Messungen an verschiedenen Seen bestätigen die gemachten Annahmen [1,11].

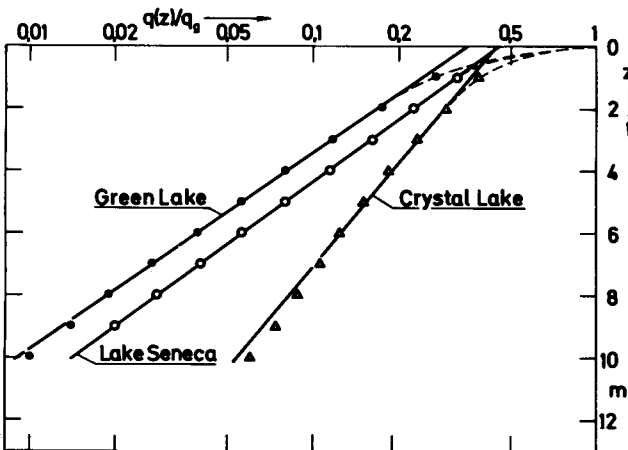


Abb. 4: Strahlungsverteilung einiger Seen in den USA

In Abb. 4, die auf Messungen von Juday und Birge [1] beruht, ist der Logarithmus des Quotienten $q(z)/q_g$ über der Tiefe z aufgetragen. q_g ist die Gesamtstrahlung über alle Wellenlängen. Die ausgezogenen Geraden entsprechen einem Strahlungsverlauf nach Gl. (3). Lediglich für Tiefen kleiner als 1 m weichen die gemessenen Werte von der Näherungsgeraden ab. Die Steigung der Geraden ist ein Maß für den mittleren Absorptionskoeffizienten, der Wert $q(z)/q_g$ bei $z = 0$ ist der bezogene Anteil der kurzwelligen Strahlung q_0 an der Gesamtstrahlung q_g . Außer der Wärmeabgabe durch Konvektion und Verdunstung verliert der See auch Energie durch eigene Abstrahlung. Er verhält sich dabei wie ein grauer Strahler mit einem Emissionskoeffizienten $\epsilon \approx 0,95$. Wegen der niedrigen Temperatur der Seeoberfläche von ca. 290 K liegt die Abstrahlung vornehmlich im Ultrarotbereich, also im Gebiet hoher Absorptionskoeffizienten. Die vom

See abgegebene Strahlungsenergie stammt also nur aus einer dünnen Oberflächenschicht, da die von tieferen Schichten abgestrahlte Energie in der unmittelbar benachbarten Schicht wieder absorbiert wird, und kann somit auch als Randbedingung aufgefaßt werden.

3. Die Differentialgleichung für die Temperaturverteilung

Das beschreibende Differentialgleichungssystem ließe sich an Hand einer Massen-, Impuls- und Energiebilanz an einem Volumenelement unter Berücksichtigung der Transportmechanismen für Masse, Impuls und Energie aufstellen. Es sollen jedoch zuvor mit dem Ziel, eine geschlossene Lösung zu erreichen, zu den bereits getroffenen Vereinfachungen

- geschlossenes System,
- Aufteilung des Energieaustausches in Wärmequellen mit $q(z) = q_0 e^{-\delta z}$ und Wärmestromdichte q_v (Randbedingung an der Oberfläche), hervorgerufen durch konvektiven Wärmeübergang, Verdunstung und langwellige Zu- und Abstrahlung
- einige weitere Einschränkungen gemacht werden:
- konstante Stoffwerte,
- nur eindimensionale, instationäre Wärmeleitung,
- q_0, q_v zeitlich konstant.

Die Vereinfachung d), die jeden konvektiven Austausch im See vernachlässigt, wird zunächst Ergebnisse liefern, die vom wirklichen Temperaturverlauf abweichen („Glassee“ nach Emden [3]). Diese Abweichungen werden später in geeigneter Weise zu beseitigen sein. Unter den Bedingungen a)–e) reduziert sich das Differentialgleichungssystem auf die Wärmeleitungsgleichung mit inneren Wärmequellen, nämlich

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \delta q_0 e^{-\delta z} \quad (4a)$$

mit der Anfangsbedingung

$$\vartheta(z) = 0 \quad \text{für } t = 0 \quad (4b)$$

und den Randbedingungen

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = -\frac{q_v}{\lambda} \quad \text{für } z = 0 \quad (4c)$$

$$\vartheta \rightarrow 0 \quad \text{für } z \rightarrow \infty \quad (4d)$$

Die Anfangsbedingung (4b) entspricht der Homothermie des Sees im Frühjahr, wobei ϑ die Übertemperatur über dieser konstanten Frühjahrstemperatur bedeutet. Die Randbedingung (4d) fordert, daß der See so tief ist, daß die am Seeboden ankommende Strahlung vernachlässigbar gering ist und dort keine Temperaturänderung mehr hervorrufen kann. Das ist für Seen mit einer Tiefe von mehr als etwa 30 m der Fall (vgl. Abb. 4). Eine Erweiterung der Rechnung für flache Seen ist im Prinzip möglich, soll hier jedoch außer Betracht bleiben.

Um Ergebnisse von allgemeinerer Gültigkeit zu erhalten, ist es zweckmäßig, dimensionslose Variable einzuführen:

$$\zeta = \delta z \quad (5a)$$

$$\tau = a\delta^2 t \text{ mit } a = \lambda/(c\rho) \quad (5b)$$

$$\Theta = \delta\lambda\delta/q_0 \quad (5c)$$

Die Gl. (4a) - (4d) nehmen dann folgende allgemeinere Form an:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \zeta^2} + e^{-\zeta} \quad (6a)$$

$$\Theta(\zeta) = 0 \quad \text{für } \tau = 0 \quad (6b)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} = -\sigma \quad \text{für } \zeta = 0 \text{ mit } \sigma = q_v/q_0 \quad (6c)$$

$$\Theta \rightarrow 0 \quad \text{für } \zeta \rightarrow \infty \quad (6d)$$

Die Differentialgleichung (6a) läßt sich mit Hilfe einer Laplace-Transformation lösen [12,13] und ergibt unter Berücksichtigung der Anfangs- und Randbedingungen folgenden dimensionslosen Temperaturverlauf:

$$\Theta = 2\sqrt{\tau}(1 + \sigma) \operatorname{ierfc}\sqrt{Fo} - e^{-\zeta} + \frac{1}{2} e^{\tau} [e^{-\zeta} \operatorname{erfc}(\sqrt{\tau} - \sqrt{Fo}) + e^{\zeta} \operatorname{erfc}(\sqrt{\tau} + \sqrt{Fo})] \quad (7)$$

mit der Fourier-Zahl $Fo = \zeta^2/(4\tau)$

In Gl. (7) bedeutet die Funktion erfc das komplementäre Fehlerintegral, die Funktion ierfc ergibt sich durch Integration von erfc [13].

Hinsichtlich der Dimensionsanalyse zeigt Gl. (7) folgendes: die Temperaturverteilung in Seen ist im Rahmen unserer Voraussetzungen ein Problem, an dem 8 Größen beteiligt sind, nämlich δ , z , t , q_v , q_0 , δ , λ , a . Darin ist die Übertemperatur δ (mit dem Nullpunkt der Temperatur bei Homothermie) die abhängige, die Tiefe z und die Zeit t sind die unabhängigen Variablen. Die beiden Wärmestromdichten q_v und q_0 sind vorzugebende Randbedingungen; δ , λ und a sind Stoffwerte des Wassers. An dem Problem sind ferner vier Grunddimensionen beteiligt, nämlich Temperatur, Länge, Zeit und Leistung, die zugehörigen Einheiten seien Kelvin, Meter, Sekunde und Watt. Nach einem von Buckingham aufgestellten Prinzip lassen sich in diesem Fall $8 - 4 = 4$ voneinander unabhängige dimensionslose Größen bilden. Hierfür sind gewählt $\Theta = \delta\lambda\delta/q_0$, $\zeta = \delta z$, $\tau = a\delta^2 t$ und $\sigma = q_v/q_0$. Die in Gl. (7) noch verwendete Fourier-Zahl $Fo = \zeta^2/(4\tau)$ dient nur der Abkürzung und ist keine unabhängige Größe. Die Lösung in allgemeiner Form lautet also $\Theta = f(\zeta, \tau, \sigma)$. Bei etwaigen Modellversuchen muß man die 8 genannten physikalischen Größen so variieren, daß die vier dimensionslosen Größen möglichst im gleichen Wertebereich wie in der Wirklichkeit liegen. Sind keine weiteren Fehlerquellen vorhanden, ist die unmittelbare Übertragbarkeit der Modellversuche vollständig gesichert.

4. Diskussion der Lösungsgleichung

In Abb. 5 ist für einen bestimmten Zeitpunkt $\tau = 0,03$ (1 bis 2 Monate) der Temperaturverlauf Θ über der Tiefe ζ nach Gl. (7) aufgetragen.

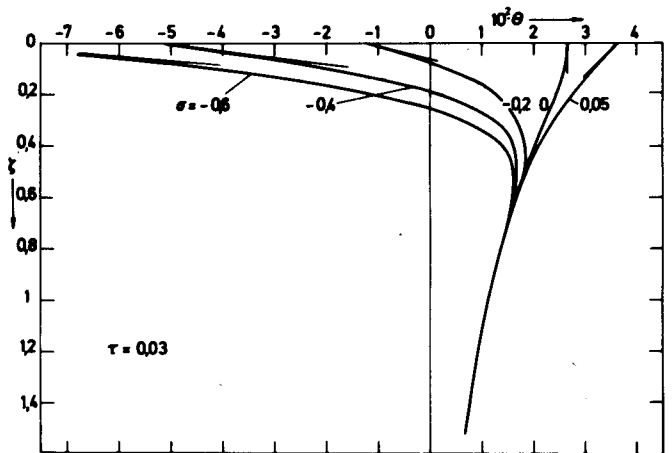


Abb. 5: Dimensionsloser Temperaturverlauf für $\tau = 0,03$ nach Gl. (7)

Die vom Parameter σ abhängigen Kurven laufen in einer Tiefe $\zeta > 1$ in eine Kurve zusammen, der Temperaturverlauf ist dort nicht vom Wärmeübergang an der Oberfläche abhängig. Die Temperatur nimmt mit der Tiefe ab, der See ist in dieser Tiefe stabil geschichtet. Die Differentialgleichung (6a) beschreibt also die Temperaturentwicklung in der Tiefe $\zeta > 1$ physikalisch richtig.

Da sich für nicht zu große Zeiten ($\tau < 0,05$) in Tiefen $\zeta > 1$ die Werte der Funktionen ierfc und erfc kaum noch von ihren Grenzwerten im Unendlichen unterscheiden ($\operatorname{erfc}(+\infty) = \operatorname{ierfc}(+\infty) = 0$; $\operatorname{erfc}(-\infty) = 2$), läßt sich Gl. (7) stark vereinfachen:

$$\Theta = -e^{-\zeta}(1 - e^{\tau}) \quad (8)$$

Entwickelt man e^{τ} zu $1 + \tau$, so ergibt sich schließlich

$$\Theta = \tau e^{-\zeta} \quad (9)$$

Der Temperaturverlauf im Hypolimnion wird also durch eine e-Funktion beschrieben, die lokale Temperatur ist direkt proportional der Zeit und, entsprechend Gl. (5c), dem kurzwelligen Strahlungsanteil q_0 . Es sei noch darauf hingewiesen, daß Gl. (9) die Lösung einer vereinfachten Form der Differentialgleichung (6a) ist, nämlich

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = e^{-\zeta} \quad (10)$$

Die Temperaturentwicklung im Hypolimnion wird also allein von der kurzwelligen Strahlung bestimmt.

Im oberen Bereich weichen die Temperaturverläufe nach Abb. 5, abhängig von σ , stark voneinander ab. Für positive Werte von σ , also Wärmezufuhr an der Oberfläche, ergeben sich stabile Temperaturprofile. Die Differentialgleichung (6a) liefert hier physikalisch sinnvolle Ergebnisse. Für negative Werte von σ liefert Gl. (7) instabile Verläufe, die in Wirklichkeit nicht auftreten. Wie eigene Laborversuche und die anderer Autoren [14,15] zeigen,

setzt bereits bei geringer Unterkühlung der Oberfläche eine Konvektionsbewegung ein, die ständig für eine gleichmäßig durchmischte Schicht sorgt. Bei einer solchen adiabaten Durchmischung muß die innere Energie konstant bleiben, d. h. die innere Energie der durchmischten Schicht muß gleich sein der inneren Energie dieser Schicht bei einem Temperaturverlauf entsprechend Abb. 5. Aus dieser Bedingung läßt sich die Stärke z_s der durchmischten Schicht bestimmen.

$$U_M = \int_0^{z_s} dU \quad (11)$$

Setzt man für $dU = \rho \cdot F \cdot dz \cdot c \cdot \delta(z)$ und geht wieder auf dimensionslose Größen über, so ergibt sich

$$\Theta_s \zeta_s = \int_0^{\zeta_s} \Theta(\zeta) d\zeta \quad \text{mit } \Theta_s = \Theta(\zeta_s) \quad (12)$$

Die schraffierten Flächen in Abb. 6 müssen also gleich groß sein.

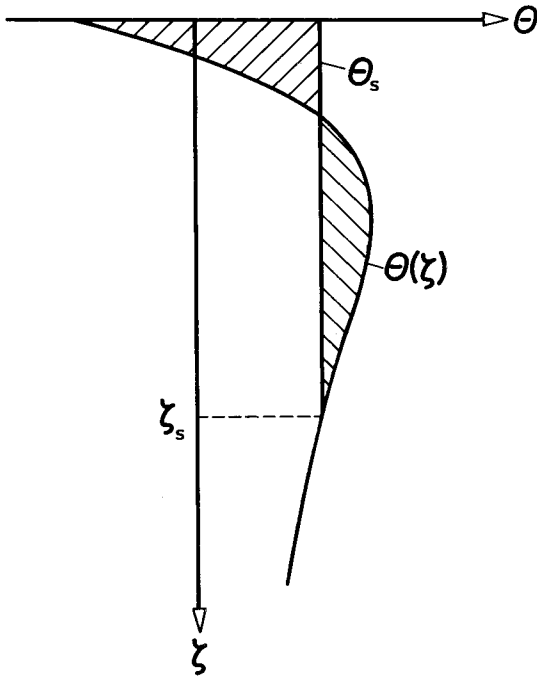


Abb. 6: Ermittlung der Dicke ζ_s und der Temperatur Θ_s des Epilimnions

Setzt man für $\Theta(\zeta)$ Gl. (7) ein, so läßt sich Gl. (12) integrieren. Das Ergebnis kann in ähnlicher Weise wie Gl. (9) vereinfacht werden und liefert dann für ζ_s die transzendente Gleichung

$$(1 + \zeta_s) e^{-\zeta_s} = 1 + \sigma \quad (13)$$

Es zeigt sich, daß die Mächtigkeit des Epilimnions und damit die Lage der Sprungschicht z_s , nur eine Funktion von σ und, wegen $\zeta = \delta z$, von δ ist. Insbesondere ist z_s nicht direkt von der Zeit abhängig. Diese Tatsache rechtfertigt im nachhinein die angewandte Methode der Mittelung, nämlich, die wirklich stattfindende, kontinuierliche Durchmischung zu ersetzen durch die energetische Mit-

lung eines im Zeitraum τ entstandenen, instabilen Temperaturprofils.

Durch Gl. (9) und Gl. (12) wird ein Temperaturverlauf beschrieben, der mit den wirklichen Temperaturprofilen in Seen übereinstimmt. An einen oberen Bereich (0 bis z_s) mit der einheitlichen Temperatur δ_s (Epilimnion) schließt sich zunächst ein starker Gradient (Sprungschicht) und daran ein asymptotisch auf die Ausgangstemperatur abfallender Temperaturverlauf (Hypolimnion) an. Abweichungen werden an der Stelle z_s zu erwarten sein, da dort der rechnerische Verlauf einen Knick aufweist. Auch die sicherlich nicht exakte Annahme eines schlagartigen Abklingens der Konvektionsbewegung an der Stelle z_s wird hier zu Abweichungen führen. Da allerdings Turbulenzen an Stellen mit einem starken Temperaturgradienten sehr rasch abklingen [16], dürften die Abweichungen nicht sehr groß sein (vgl. Abb. 7).

5. Zeitlich veränderlicher Energieaustausch

Die Gleichungen (9) und (12) erlauben die Berücksichtigung zeitabhängiger Randbedingungen und Wärmequellen in einem schrittweisen Verfahren.

Im Hypolimnion ergibt sich die lokale Temperatur zu einem bestimmten Zeitpunkt t durch Summation einzelner Temperaturerhöhungen δ_i , die sich entsprechend Gl. (9) für einen Zeitraum t_i und den in diesem Zeitraum herrschenden kurzweiligen Wärmestrom q_{oi} berechnen lassen.

$$\delta(t, z) = [\delta / (\rho c)] e^{-\delta z} \sum_i q_{oi} t_i \quad (14)$$

$$\text{mit } t = \sum_i t_i$$

Im Epilimnion ergibt jede Mittelung nach Gl. (12) ein konstantes, also der Anfangsbedingung (4b) entsprechendes Temperaturprofil δ_s . Es kann also nach jedem Zeitschritt erneut die beschriebene Methode - Berechnung eines instabilen Temperaturprofils mit anschließender energetischer Mittelung - angewendet werden, die als Ergebnis die Temperaturänderung des Epilimnions gegenüber dem vorhergehenden Zeitschritt liefert. Solange sich dabei die Sprungschicht nach oben verlagert, gibt Gl. (13) die Dicke des Epilimnions exakt an. Sinkt die Sprungschicht tiefer, bleibt zumindest die qualitative Aussage der Gl. (13) erhalten.

6. Vergleich mit gemessenen Temperaturprofilen von Seen

An Hand von gemessenen Temperaturprofilen und Energiebilanzen einiger Seen soll im folgenden noch die quantitative und qualitative Richtigkeit der gerechneten Ergebnisse überprüft werden.

Abb. 7 zeigt einen Vergleich zwischen gemessenen Temperaturprofilen (Symbole) am Breiten Lucinsee in Mecklenburg aus dem Jahre 1952 [17] und Profilen (ausgezogene

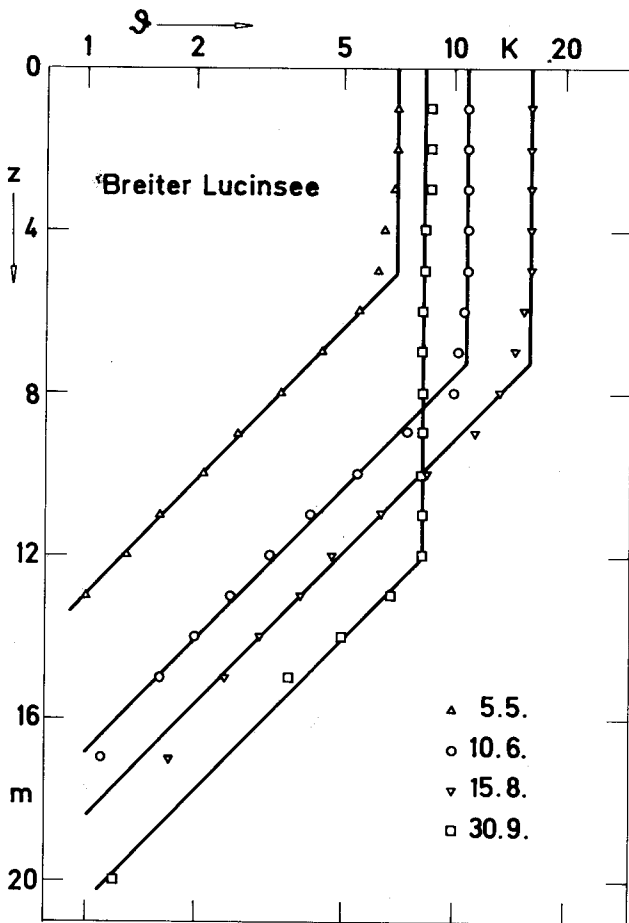


Abb. 7: Übertemperatur über der Temperatur der Frühjahrsvollzirkulation (4°C) im Breiten Lucinsee (Mecklenburg)

Linien), die Gl. (9) und Gl. (12) entsprechen. Es empfiehlt sich eine Auftragung der Übertemperatur im logarithmischen Maßstab, da dann die exponentiellen Temperaturverläufe im Hypolimnion nach Gl. (9) in parallel verschobene Geraden übergehen. Die Meßwerte stimmen mit den theoretischen Ergebnissen sehr gut überein. Es sei hier erwähnt, daß der April 1952 bei starker Einstrahlung sehr windschwach war, der See deshalb sehr rasch eine stabile Sprungschicht ausbildete und somit in idealer Weise den gemachten Voraussetzungen entsprach.

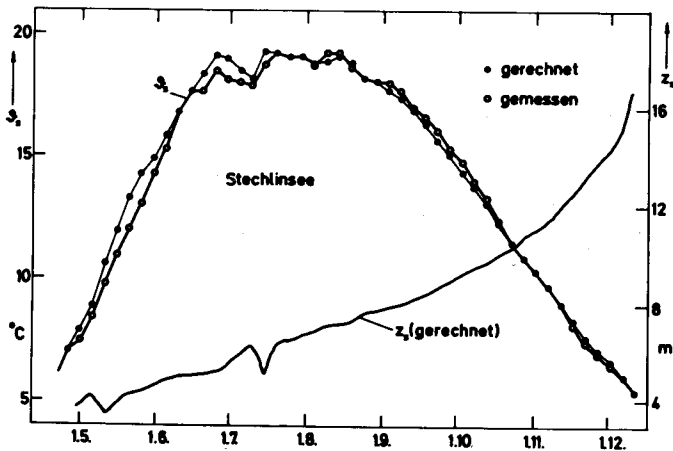


Abb. 8: Temperatur δ_s und Mächtigkeit z_s des Epilimnions im Stechlinsee (Mecklenburg)

Für einen anderen Mecklenburger See, den Stechlinsee, lagen außer Temperaturmessungen auch Messungen des Energiehaushalts vor [18]. In Abb. 8 sind die gemessenen und die mit Hilfe der Energiedaten berechneten Temperaturen des Epilimnions sowie die berechnete Lage z_s der Sprungschicht aufgetragen. Als Zeitschritt für die Rechnung wurde $t_1 = 5$ Tage gewählt, da die Werte für Energiezu- und -abfuhr als Mittelwerte über jeweils eine Pentade angegeben waren. Für den Absorptionskoeffizienten δ wurde $\delta = 0,3 \text{ m}^{-1} = \text{const.}$ angenommen. Der jahreszeitliche Gang der Epilimniontemperatur, insbesondere die kurzzeitigen Schwankungen im Hochsommer, werden durch die Rechnung gut wiedergegeben. Die Abweichungen im Frühling dürften auf Windeinflüsse im Oberflächenbereich zurückzuführen sein. In Zeiten geringer Dichteunterschiede kann durch Wind hervorgerufene Turbulenz zu einem gewissen Temperatureausgleich, d. h. zu einer Abkühlung des Epilimnions und zu einer Erwärmung der angrenzenden Schichten des Hypolimnions, führen. Diese Schichten werden allmählich von dem dicker werdenden Epilimnion erfaßt, die Abweichungen zwischen Rechnung und Messung sind deshalb ab August nur noch gering.

Eine Reihe von Erscheinungen, die mit dem Phänomen Sprungschicht verbunden sind, lassen sich an Hand der gefundenen Gleichungen qualitativ deuten. So kann man z. B. das in der Einleitung erwähnte Absinken der Sprungschicht ab Hochsommer zwanglos mit Gl. (13) erklären. Während nämlich die Einstrahlung im Frühsommer sehr rasch bis zu einem Maximum Ende Juni zunimmt und dann im gleichen Maße wieder abfällt, steigt die Wärmeabfuhr an der Oberfläche wesentlich langsamer an und erreicht erst im Spätsommer ihren Maximalwert. Das Verhältnis der beiden Energieströme, σ , bleibt deshalb im Frühsommer relativ konstant und wird erst ab August betragsmäßig größer [2]. Entsprechend ändert sich die Lage der Sprungschicht (und damit die Mächtigkeit des Epilimnions) bis August nur wenig, um dann immer rascher in größere Tiefen abzusinken. Die Ausbildung einer zweiten Sprungschicht während kurzzeitiger Schönwetterperioden findet in Gl. (13) ebenso eine Erklärung wie das Auftreten eines warmen Epilimnions geringer Dicke in trüben Seen (großes δ) bzw. eines kühlen Epilimnions größerer Dicke in klaren Seen (kleines δ).

Auch für den Gewässerschutz ergeben sich aus den gefundenen Formeln Konsequenzen. So kann z. B. eine Ölschicht auf der Seeoberfläche die Wärmeabfuhr durch Verdunstung sehr nachhaltig verhindern [14]. Als Folge bilden sich entsprechend Gl. (7) stabile Temperaturprofile aus, die Konvektionsbewegungen und damit die Sauerstoffversorgung unterbinden. Auch wenn die Ölschicht nicht geschlossen ist, wird doch die Verdunstungsrate wesentlich herabgesetzt und damit nach Gl. (13) die Dicke des Epilimnions wesentlich verkleinert. Eine ähnliche Auswirkung hat die Einleitung von Abwässern. Die dadurch bedingte Trübung (durch Verschmutzung oder Förderung des Algenwachstums) führt zu einer Vergrößerung des Absorptionskoeffizienten. Dadurch wird ebenfalls die Dicke des Epilimnions, also der sauerstoffversorgten Schicht verkleinert.

Zusammenfassung

Die Temperaturverteilung in Seen läßt sich unter gewissen Vereinfachungen als instationäres, eindimensionales Wärmeleitproblem behandeln. Die Ausbildung einer Sprungschicht kann allein durch den Wärmeaustausch an der Oberfläche durch konvektiven Wärmeübergang, Verdunstung und/oder langwellige Zu- und Abstrahlung einerseits und durch die Absorption von kurzwelliger Sonnenstrahlung im See andererseits erklärt werden. Mächtigkeit und Temperatur des Epilimnions erhält man durch Mittelung der inneren Energie gemäß den berechneten instabilen Temperaturprofilen. Zeitlich veränderlicher Energieaustausch kann durch schrittweise Berechnung berücksichtigt werden. Berechnete Temperaturprofile stimmen mit Messungen anderer Autoren befriedigend überein.

Bezeichnungen

a	Temperaturleitfähigkeit $a = \lambda/(\rho c)$
c	Spez. Wärmekapazität
I	Intensität
q_g	Gesamtstrahlungsstromdichte an der Oberfläche
q_0	Kurzwellige Strahlungsstromdichte an der Oberfläche
q_v	Wärmestromdichte an der Oberfläche, hervorgerufen durch konvektiven Wärmeübergang, Verdunstung und/oder langwelliger Zu- und Abstrahlung
s	Weg
t	Zeit
U	Innere Energie
z	Tiefe
δ	Absorptionskoeffizient
e	Emissionszahl
ζ	Dimensionslose Tiefe
θ	Temperatur
Θ	Dimensionslose Temperatur
λ	Wärmeleitfähigkeit (in Gl. 2 und Abb. 3 bedeutet λ die Wellenlänge der Strahlung)
ρ	Dichte
σ	$\sigma = q_v/q_0$
τ	Dimensionslose Zeit
Φ	Energiestrom (Indices Str, Kon, Verd für Strahlung, Konvektion, Verdunstung)

Literaturverzeichnis

- [1] *Ruttner, F.*: Grundriß der Limnologie. 3. Auflage. Verlag de Gruyter, Berlin 1962.
- [2] *Hutchinson, G. E.*: A Treatise on Limnology, Vol. 1. Verlag John Wiley, New York 1957.
- [3] *Emden, R.*: Zum Temperaturproblem der Seen. *Helv. physica Acta* **13**, 396–434 (1940).
- [4] *Ertel, H.*: Theorie der thermischen Sprungschicht in Seen. *Acta hydrophys.* **1**, 151–171 (1953/54).
- [5] *Kraus, E. B. and Rooth, C.*: Temperature and Steady State Vertical Heat Flux in the Ocean Surface Layers. *Tellus* **13**, 231–238 (1961).
- [6] *Weinberger, H.*: The Physics of the Solar Pond. *Solar Energy* **8**, 45–
- [7] *Turner, J. S. and Kraus, E. B.*: A One-Dimensional Model of the Seasonal Thermocline, Part I and II. *Tellus* **19**, 88–106 (1967).
- [8] *Dake, J. M. K. and Harleman, D. R. F.*: Thermal Stratification in Lakes: Analytical and Laboratory Studies. *Water Res. Res.* **5**, 484–495 (1969).
- [9] *Foitzik, L. und Hinzpeter, H.*: Sonnenstrahlung und Lufttrübung. Verlag Geest & Portig, Leipzig 1958.
- [10] *Irvine, M. W. and Pollack, J. B.*: Infrared Optical Properties of Water and Ice Spheres. *Icarus* **8**, 324–360 (1968).
- [11] *Czepa, O.*: Strahlungsverhältnisse einiger Seen in Mecklenburg, *Acta hydrophys.* **2**, 148–151 (1954/55).
- [12] *Doetsch, G.*: Einführung in Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation. 2. Auflage. Birkhäuser Verlag, Basel 1970.
- [13] *Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C.*: Conduction of Heat in Solids. 2. Ed.. At the Clarendon Press, Oxford 1959.
- [14] *Hannes, H. und Weber, R.*: Konvektive Strömungen und Schichtungen in Flüssigkeiten. *Chemie-Ing.-Techn.* **43**, 792–799 (1971).
- [15] *Foster, T. D.*: Stability of a Homogeneous Fluid Cooled Uniformly from Above. *Phys. Fluids* **8**, 1249–1257, 1770–1774 (1965).
- [16] *Rouse, H. and Dodu, J.*: Turbulent Diffusion Across a Density Discontinuity. *Houille blanche* **10**, 522–532 (1955).
- [17] *Czepa, O. und Schellenberger, G.*: Über den Wärmehaushalt des Breiten Lucinsees und Haussees bei Feldberg (Mecklenburg). *Acta hydrophys.* **3**, 161–180 (1955/56).
- [18] *Heitmann, M. L., Richter, D. und Schumann, D.*: Der Wärme- und Wasserhaushalt des Stechlin- und Nehmitzsees. *Abhandlungen des Meteorologischen Dienstes der DDR*, Nr. 96 (Band XII) (1969).