

Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen *)

Zusammenfassung

Für Rohrleitungen, die in einer Schicht aus Isoliermasse kanalfrei unmittelbar im Erdboden verlegt sind, werden mit Hilfe eines elektrischen Analogieverfahrens (Folien-Modell) die Wärmeverluste und die Temperaturfelder in der Umgebung der Rohre bestimmt. — Die Besonderheiten des Folienmodells sowie die Nachbildung des halbbunendlichen Körpers werden eingehend besprochen. Daneben wird untersucht, inwieweit es für den Fall zweier unisoliert im Erdboden verlegter Rohre möglich ist, Wärmeverluste und Temperaturfelder rechnerisch, u. U. näherungsweise zu ermitteln. Vergleiche der gefundenen Näherungen mit den experimentellen Ergebnissen zeigen gute Übereinstimmung. — Die Wärmeverluste des Dampfrohres zeigen in jedem Fall in Abhängigkeit vom Rohrabstand ausgeprägte Minima, die mit Hilfe der Bilder der Isothermen oder mit Hilfe einer einfachen elektrischen Ersatzschaltung erklärt werden können.

Einleitung

Bei beheizten Rohrleitungen, die im Erdboden verlegt sind, muß die Isolierung der Rohre neben einem genügenden Schutz gegen Wärmeverluste zwei weitere wichtige Forderungen erfüllen, nämlich Schutz gegen mechanische Einwirkungen des umgebenden Erdreiches und gegen das Eindringen von Feuchtigkeit in die Isolierung. Die meisten Rohre werden so verlegt, daß die beiden letztgenannten Aufgaben von einem abgedeckten, betonierten Kanal übernommen werden (Bild 1). Da diese Bauweise jedoch ziemlich aufwendig ist, wurden neue Verlegungsarten entwickelt, die auf eine Ummauerung der Rohre ganz verzichten (Bild 2).

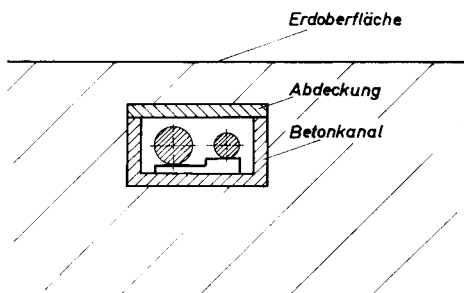


Bild 1: Rohre in einem betonierten Kanal

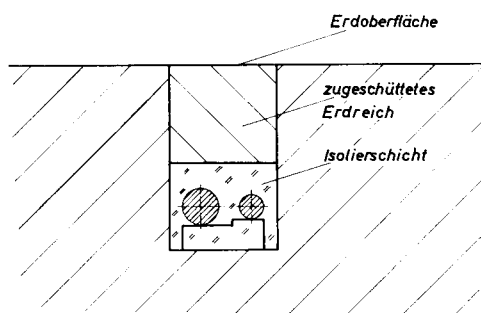


Bild 2: Rohre in einer Schicht aus Isoliermasse

In einem ausgehobenen Graben werden die Leitungen auf Stützen montiert untergebracht und der Graben daraufhin mit einer körnigen, schüttfähigen Isoliermasse und darüber mit Erdreich wieder aufgefüllt. Wird die Rohrleitung kurzzeitig über den Schmelzpunkt des Isoliermaterials erhitzt, so sintert das Schüttgut in der Nähe der Rohre leicht zusammen, erhält dadurch ausreichende mechanische Festigkeit und wird feuchtigkeitsundurchlässig. Im folgenden wird

untersucht, welche Möglichkeiten bestehen, bei einer solchen Verlegungsart die Wärmeverluste der Rohre und die Temperaturfelder in der Nähe der Rohre auf theoretischem oder experimentellem Wege zu bestimmen.

1. Problemstellung. Vereinfachung der gestellten Aufgabe

Das vorliegende Problem der Wärmeleitung wird durch die Fouriersche Differentialgleichung beschrieben:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \text{div} (\lambda \cdot \text{grad } \vartheta) \quad (1)$$

In allen Schnitten senkrecht zu den Achsen der Rohrleitungen kann der Vorgang der Wärmeleitung in gleicher Weise beschrieben werden (zweidimensionales Problem), außerdem kann für die gestellte Aufgabe die zeitliche Veränderung der Temperaturfelder vernachlässigt werden (stationäres Problem). Mit diesen Annahmen vereinfacht sich Gleichung (1) zur Laplaceschen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \quad (1a)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Randbedingungen, die noch genau definiert werden müssen, ist die Lösung des gestellten Problems.

Um die Zahl der Einflußgrößen einzuschränken und um die Randbedingungen klarer fassen zu können, soll die Anordnung zunächst stark vereinfacht werden. Für die ersten Überlegungen wird angenommen, daß die Rohre ohne Isolierschicht im Erdboden verlegt sind und daß die Erdoberfläche und die Oberflächen der Rohre Isothermen sind. Bild 3 zeigt diese vereinfachte Anordnung mit den entsprechenden Bezeichnungen.

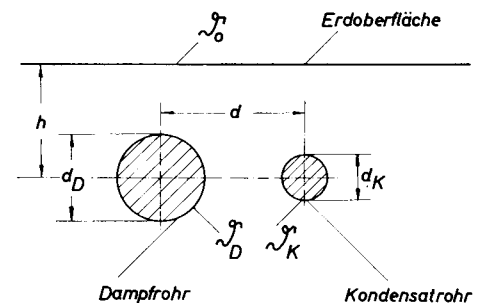


Bild 3: Stark vereinfachte Anordnung einer Rohrleitung im Erdboden

2. Möglichkeiten einer theoretischen Lösung

2.1. Exakte Lösung. Konforme Abbildung

Die Differentialgleichung (1a) unter den eben definierten Randbedingungen zu lösen heißt, eine Temperaturfunktion $\vartheta = \vartheta(x, y)$ zu finden, die auf den Berandungen (hier Erdoberfläche und Oberflächen der Rohre) eines gegebenen Bereiches bestimmte vorgegebene Temperaturen ϑ_i annimmt. In der Theorie der konformen Abbildung wird gezeigt [1], [3], daß diese Aufgabe identisch ist mit der Suche nach der konformen Abbildung der gegebenen auf geometrisch einfachere Berandungen (Geraden oder Kreise), zwischen denen die Isothermen sofort angegeben werden können. Die Gestalt der Isothermen in der ursprünglichen Anordnung ergibt sich durch Rücktransformation über die Abbildungsfunktion, der zwischen zwei entsprechenden Isothermen fließende Strom ist in der ursprünglichen und in der konform abgebildeten Anordnung identisch derselbe. Es kann gezeigt werden [3], daß es zu jedem beliebig berandeten Bereich eine solche Abbildungsfunktion gibt, im allgemeinsten Fall erhält man als Ergebnis der konformen

*) Erweitertes Referat über einen Aufsatz gleichen Titels, der in der Zeitschrift „Wärme- u. Stoffübertragung“ erschienen ist.

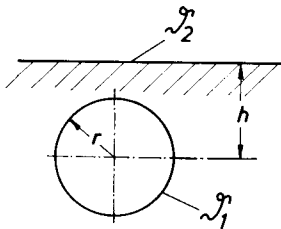
Abbildung Kreisbogenschlitze, deren Mittelpunkte alle im Ursprung des gewählten Koordinatensystems liegen. Gefunden wurden solche Abbildungsfunktionen jedoch bis heute nur für Bereiche mit höchstens zwei Berandungen [1], [2], eine exakte Lösung der gestellten Aufgabe ist also vorerst nicht möglich.

2.1.1. Beispiele, die mit Hilfe der konformen Abbildungen exakt gelöst werden können

Bei nur zwei Berandungen sind exakte Lösungen mit dieser Methode z. T. sehr rasch zu erhalten, wenn auch die Ausgangsberandungen geometrisch einfache Gebilde sind (Geraden, Kreise, was z. B. einem Rohr unter der Erdoberfläche entspricht). Es ist dann möglich, die Berandungen auf konzentrische Kreise abzubilden, und den Wärmestrom in der abgebildeten Anordnung als den einer Zylinderschale zu berechnen [13]. Diese Anwendung der konformen Abbildung wurde u. a. von Krischer [5] angegeben, der die Radien der beiden konzentrischen Kreise in der abgebildeten Anordnung als Rohrradius und Wirkradius einer konzentrisch um das Rohr liegenden Isolationsschicht mit der Wärmeleitfähigkeit λ des Erdbodens deutete. Das so „isolierte“ Rohr hat nach Voraussetzung dieselben Wärmeverluste wie das im Erdboden eingebettete. Krischer zeigte außerdem, daß mit einem Fehler bis zu 5% für die in der Praxis verlegten Rohrleitungen dieser Wirkungskreis gleich der doppelten Verlegungstiefe ist. Die drei Fälle, die in den Bildern 4, 5 und 6 skizziert sind, können mit Hilfe der konformen Abbildung berechnet werden. Anstelle der Wärmeverluste wird, ebenso wie in allen folgenden Fällen, der Formfaktor S angegeben, der nur von geometrischen Größen abhängt und nach folgender Beziehung definiert ist:

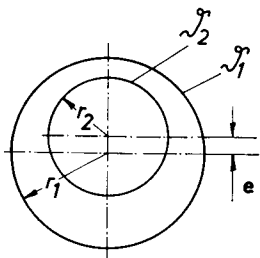
$$\Phi = S \cdot \lambda \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (2)$$

Da die Betrachtungen auf zweidimensionale Vorgänge beschränkt sind, ist Φ und damit auch S auf die Einheit der Rohrlänge bezogen. S ist eine reine Zahl.



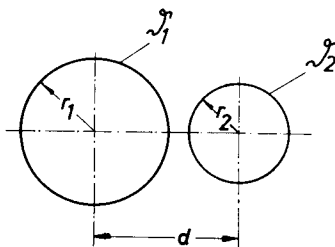
$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{h}{r}}$$

Bild 4: Rohr unter der Erdoberfläche



$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2r_1 r_2}}$$

Bild 5: Exzentrisch isoliertes Rohr



$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}}$$

Bild 6: Zwei Rohre im unendlich ausgedehnten Medium

Für die drei gezeigten Fälle ergeben sich als Formfaktoren: für ein Rohr unter der Erdoberfläche

$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{h}{r}} \quad (3)$$

für ein exzentrisch isoliertes Rohr

$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2r_1 r_2}} \quad (4)$$

für zwei Rohre im unendlich ausgedehnten Medium

$$S = \frac{2\pi}{ar \cosh \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}} \quad (5)$$

Da $\text{arcosh}(h/r) \approx \ln(2h/r)$ ist für $h/r \gg 1$, folgt aus Gleichung (3) auch die früher von Krischer [5] angegebene Näherung.

2.2. Näherungslösungen

2.2.1. Numerische Lösung mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen

Wird die Laplacesche Differentialgleichung in eine Differenzgleichung umgewandelt, so ist es im Prinzip ohne weiteres möglich, diese Differenzgleichung auf einer elektronischen Rechenanlage beliebig genau zu lösen. Da der Erdboden ein halbumendlicher Körper ist, wird die Zahl der benötigten Speicherplätze sehr groß sein und bald die Kapazität mittelgroßer Maschinen erreichen, selbst wenn vor Beginn der Rechnung Transformationen durchgeführt werden, wie sie später in Abschnitt 3.1.2 beschrieben sind. Diese Möglichkeit der Lösung soll hier jedoch nur erwähnt und nicht weiter verfolgt werden.

2.2.2. Theorie der fiktiven Wärmequellen und -senken für sehr kleine Rohrdurchmesser

Sind die Durchmesser der Rohre sehr klein im Vergleich zur Verlegungstiefe und zum Abstand der Rohre, so kann die Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung für das Temperaturfeld im Erdboden sofort angegeben werden. Um jedes der Rohre bildet sich ein logarithmisches Temperaturfeld aus, durch Überlagerung der beiden Temperaturfelder erhält man die endgültigen Temperaturen an jedem gewünschten Punkt. Die Forderung, daß die Erdoberfläche eine Isotherme sein soll (z. B. 0°C) wird am leichtesten dadurch erfüllt, daß man sich im Abstand der Verlegungstiefe h über dem Erdboden Rohre mit den negativ gleich großen Temperaturen der Rohre im Erdboden denkt, umgeben vom Medium des Erdbodens, wie es Bild 7 zeigt. (Methode der fiktiven Wärmequellen und -senken.)

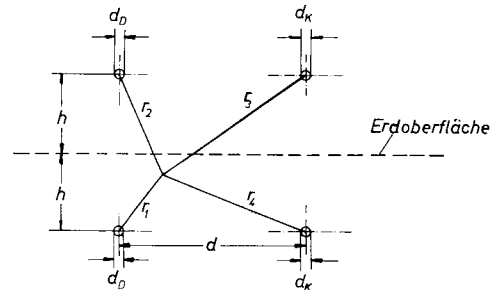


Bild 7: Rohre im Erdboden, $d_D, d_K \ll d, h$

Die Temperatur eines beliebigen Punktes des Erdbodens ist

$$\vartheta = \frac{\Phi_D}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\Phi_K}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_3}{r_4} \quad (6)$$

wobei Φ_D und Φ_K die auf die Längeneinheit bezogenen Wärmeverluste von Dampf- und Kondensatorrohr sind. Für die Rohroberflächen ist

$$\vartheta_D = \frac{1}{2\pi\lambda} \left(\Phi_D \ln \frac{4h}{d_D} + \Phi_K \ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d} \right) \quad (6a)$$

$$\vartheta_K = \frac{1}{2\pi\lambda} \left(\Phi_D \ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d} + \Phi_K \ln \frac{4h}{d_K} \right) \quad (6b)$$

Damit ergibt sich für die Wärmeverluste des Dampfrohres

$$\Phi_D = 2\pi\lambda \frac{\vartheta_D \ln \frac{4h}{d_K} - \vartheta_K \ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d}}{\ln \frac{4h}{d_D} \ln \frac{4h}{d_K} - \left(\ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d} \right)^2} \quad (7)$$

bzw. nach Gleichung (2) für den rechnerisch ermittelten Formfaktor S_r für die Wärmeverluste des Dampfrohres

$$S_r = 2\pi \frac{\ln \frac{4h}{d_K} - \frac{\vartheta_K}{\vartheta_D} \ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d}}{\ln \frac{4h}{d_D} \ln \frac{4h}{d_K} - \left(\ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d} \right)^2} \quad (8)$$

Um die mit diesen Beziehungen für Rohre sehr kleiner Durchmesser angenäherte quantitative Aussagen über die Wärmeverluste von Rohrleitungen üblicher Abmessungen machen zu können, sollen nun die Voraussetzungen $d_{D,K} \ll d, h$ außer acht gelassen und für d, h, d_D, d_K in der Praxis übliche Werte eingesetzt werden.

Die Wärmeverluste des Dampfrohres werden in Abhängigkeit von Temperatur und Abstand des Kondensatorrohres bei einer Verlegungstiefe berechnet. Aufgetragen in Bild 8 ist der Formfaktor S_r nach Gleichung (8) über dem Quotienten aus d und h . Die Kurven zeigen ausgeprägte Minima. Ihre Bedeutung und Ursache soll in den Abschnitten 2.2.3 und 3.3 näher erklärt werden.

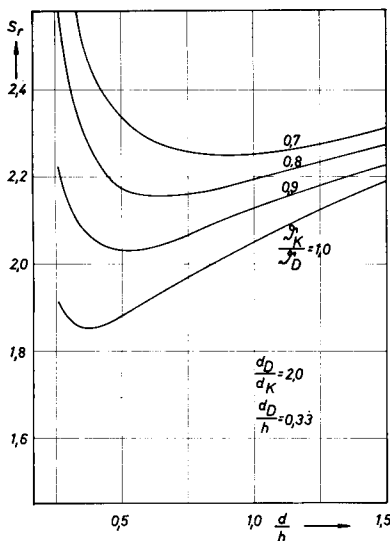


Bild 8: Näherungsweise rechnerisch ermittelter Formfaktor S_r für die Wärmeverluste des Dampfrohres

2.2.3. Elektrische Ersatzschaltung

Gehorchen Vorgänge auf verschiedenen physikalischen Gebieten derselben Differentialgleichung, so ist es möglich, die Untersuchungen in dem experimentell oder theoretisch leichter zugänglichen Gebiet durchzuführen und anschließend die Ergebnisse zu übertragen.

Als Analogie zur Wärmeleitung bietet sich u. a. die Leitung des elektrischen Stromes an. Die Laplacesche Differentialgleichung, die die Vorgänge der stationären, zweidimensionalen Wärmeleitung und der stationären, zweidimensionalen Leitung des elektrischen Stromes beschreibt, lautet:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \quad \text{für den Fall der Wärmeleitung und}$$

$$\frac{\partial^2 U^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial y^2} = 0 \quad \text{für den Fall der Leitung des elektr. Stromes.}$$

Vergleicht man die Vorgänge auf den beiden Gebieten, so kommt man zu einer bekannten Gegenüberstellung der sich entsprechenden Größen.

Tabelle 1: Gegenüberstellung der sich entsprechenden Größen von Wärmeleitung und Leitung des elektrischen Stromes

Φ Wärmestrom	I elektrischer Strom
ϑ Temperatur	U^* elektrisches Potential
$\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz	U Spannung
λ Wärmeleitfähigkeit	κ elektrische Leitfähigkeit
W Wärmeleitwiderstand	R Ohmscher Widerstand
(wenig gebräuchlich)	

Ersetzt man bei der Anordnung in Bild 3 die leicht ersichtlichen Hauptströmungsrichtungen durch einfache Leitungen für den elektrischen Strom, so erhält man eine die komplizierten, tatsächlichen Verhältnisse exakt wiedergebende einfache elektrische Ersatzschaltung, die in Bild 9 gezeigt ist. Für eine solche elektrische Ersatzschaltung können die Kirchhoffschen Verzweigungssätze angewendet werden.

$$I_D = I_{D0} + I_{DK} \quad (9)$$

$$I_K = I_{K0} - I_{DK} \quad (10)$$

$$I_0 = I_{D0} + I_{K0} = I_D + I_K \quad (11)$$

$$I_{DK} \cdot R_{DK} = U_D - U_K \quad (12)$$

$$I_{D0} \cdot R_{D0} = U_D \quad (13)$$

$$I_{K0} \cdot R_{K0} = U_K \quad (14)$$

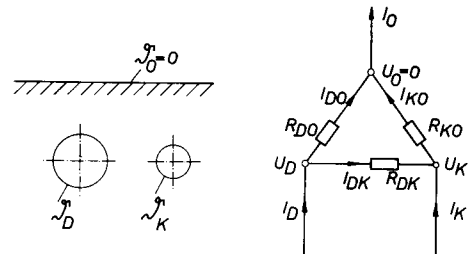


Bild 9: Vereinfachte elektrische Ersatzschaltung für zwei Rohre unter der Erdoberfläche

Aus (9), (12) und (13) folgt:

$$I_D = \frac{U_D - U_K}{R_{DK}} + \frac{U_D}{R_{D0}}$$

$$\frac{I_D}{U_D} = \frac{1}{R_D} = \frac{1}{R_{DK}} \left(1 - \frac{U_K}{U_D} \right) + \frac{1}{R_{D0}} \quad (15)$$

Da aus Gleichung (2) und Tabelle 1 $R = \frac{1}{\kappa \cdot S}$ folgt, erhält

Gleichung (15) damit die Form

$$S_D = S_{DK} \left(1 - \frac{U_K}{U_D} \right) + S_{D0} \quad (15a)$$

Analog dazu ergibt sich daraus für den Fall der Wärmeleitung:

$$S_D = S_{DK} \left(1 - \frac{\vartheta_K}{\vartheta_D} \right) + S_{D0} \quad (16)$$

Ein Vergleich mit der Theorie der fiktiven Wärmequellen und -senken zeigt, daß Gleichung (8) und Gleichung (16) formal gleich aufgebaut sind, daß folglich die Anwendung der elektrischen Ersatzschaltung als gerechtfertigt angesehen werden kann. Folgendes ist aus Gleichung (16) ersichtlich:

- S_D kann in zwei Teil-Formfaktoren aufgespalten werden, die beide nur geometrische Größen enthalten und vom Verhältnis ϑ_K/ϑ_D unabhängig sind.
- Einer der beiden Teil-Formfaktoren ist linear mit dem Temperaturverhältnis ϑ_K/ϑ_D verknüpft.

Beim Übergang von den Leitungen dieser Schaltung zu einem gleichförmig leitenden Kontinuum wird klar, daß

S_{DK} und S_{D0} nicht unabhängig voneinander sein können. Diese Abhängigkeit kann die vereinfachte elektrische Schaltung jedoch nicht liefern. Nach der in Abschnitt 2.2.2 für sehr kleine Rohrdurchmesser abgeleiteten Theorie ergibt sich für diese Abhängigkeit beispielsweise:

$$S_{D0} = \frac{\pi}{\ln \frac{4h}{d_D}} - S_{DK} + \frac{1}{\ln \frac{4h}{d_D}} \sqrt{\pi^2 + \ln \frac{4h}{d_D} \ln \frac{4h}{d_K}} \cdot S_{DK}^2 \quad (17)$$

Eine genaue Betrachtung der Ersatzschaltung läßt jedoch folgende Überlegungen zu:

1. I_{DK} und damit auch S_{DK} nimmt bei Verlängerung der Leitungen zwischen den Punkten mit U_D und U_K bis gegen 0 hin ab, bei Verkürzung steigt I_{DK} gegen ∞ . Für die Wärmeleitung bedeutet dies Ab- und Zunahme des Wärmestromes zwischen Dampf- und Kondensatorrohr mit sich änderndem Rohrabstand.
2. Ist die Leitung zwischen den Punkten mit U_D und U_K sehr lang, so geht I_D mit steigender Tendenz gegen I_{D0} , d. h. S_D geht gegen den endlichen Wert S_{D0} . Das Kondensatorrohr hat keinen Einfluß mehr auf das Dampfrohr, für S_D ergibt sich der Formfaktor für ein Rohr unter der Erdoberfläche.

Bild 10 zeigt den Verlauf von S_D in Abhängigkeit vom Rohrabstand, wie er nach diesen Überlegungen zu erwarten ist.

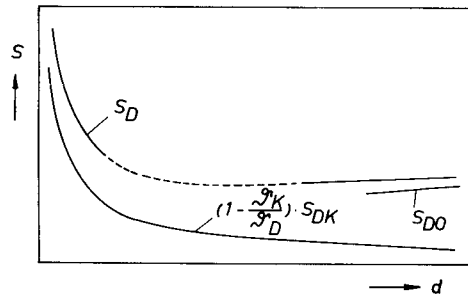


Bild 10: Abhängigkeit des Formfaktors S_D vom Rohrabstand d , wie sie nach den Überlegungen mit einer elektrischen Ersatzschaltung zu erwarten ist

3. Möglichkeiten einer experimentellen Lösung

Die ersten Versuche, das Temperaturfeld in der Nähe eines erdverlegten Rohres experimentell zu bestimmen, wurden 1931 von Petri [6] in Karlsruhe an einem Originalmodell durchgeführt. Eine Rohrleitung im Erdboden wurde mit Satteldampf beschickt, so daß die Wärmeverluste durch die anfallende Kondensatmenge gemessen werden konnten. Das Temperaturfeld wurde mit Hilfe von Thermoelementen bestimmt, die in verschiedenen Abständen vom Rohr angeordnet waren. Meistens ist es jedoch wesentlich einfacher, nach den Überlegungen in Abschnitt 2.2.3 neben den theoretischen Überlegungen auch die Versuche an einem Analogiemodell durchzuführen. Die Analogie zwischen Wärmeleitung und Leitung des elektrischen Stromes zeigt sich dabei wegen der möglichen Verwendung von Elektrolyten oder leitenden Folien zur Nachbildung eines kontinuierlich leitenden Mediums für die Versuche als sehr gut geeignet.

1961 wurden von Vidal [7] grundlegende Versuche über Wärmeverluste von erdverlegten Rohren an einem elektrolytischen Trog durchgeführt. Die Arbeit bildet die Grundlage für weitere Veröffentlichungen von Brauer [8] und von Weber [9]. Vidal untersuchte bis zu 4 Rohre, die sich auf einer Verlegungstiefe im Erdboden befanden, stellte für die Wärmeverluste dieser Rohre Gleichungen mit sog. Haupt- und Nebenleitwerten als Parametern auf und brachte Diagrammdarstellungen dieser Leitwerte.

3.1. Das elektrische Folienmodell

Der Erdboden wird im Modell durch eine elektrisch leitende Folie nachgebildet, die aus einem Gemisch aus Zellstoff und Graphit besteht (Graphit-Papier). Anstelle der Rohre und der Erdoberfläche treten Metallelektroden, denen ein der Temperatur der Rohre entsprechendes elektrisches Potential aufgeprägt wird. Bild 11 zeigt die elektrische Schaltung der Versuchsanordnung. Die Wärmeverluste Φ des Dampfrohres werden über die Messung des elektrischen

Stromes bestimmt. Ein Taststift, dem ebenfalls ein elektrisches Potential aufgeprägt werden kann, und der über ein empfindliches Null-Galvanometer mit der Spannungsquelle verbunden ist, dient zum Aufsuchen der Potentiallinien, die über einen einfachen Koordinatenschlitten punktweise auf ein Zeichenpapier übertragen werden können.

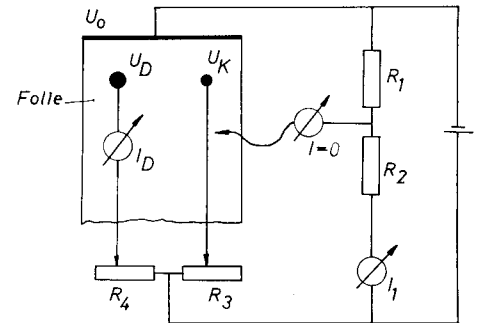


Bild 11: Elektrische Schaltung der Versuchsanordnung

3.1.1. Besonderheiten des Folienmodells

Das Folienmodell zeigt einige Besonderheiten, die berücksichtigt werden müssen, wenn unnötig hohe Fehler vermieden werden sollen. Alle auf dem Markt erhältlichen Folien sind inhomogen, d. h. ihr Widerstand ist ungleichmäßig über die Fläche verteilt. Diese Inhomogenität rührt zum Teil her von einer ungleichmäßigen Durchmischung des Graphit-Zellstoff-Breies vor der Herstellung her, zum Teil von der ungleichmäßigen Dicke der Folien, die bei der Herstellung auf üblichen Papiermaschinen nicht zu vermeiden ist. Nur durch eine sehr sorgfältige Folienauswahl können Einflüsse der Inhomogenität auf die Meßergebnisse vermieden werden.

Ebenfalls bedingt durch den Herstellungsvorgang ist der elektrische Widerstand der Folien in Längsrichtung (der Zugrichtung beim Durchlaufen der Papiermaschinen), etwa 10% größer als in Querrichtung. Diese Anisotropie kann man beseitigen, wenn man zwei Folienstücke in ihrer Richtungsorientierung um 90° gedreht übereinanderlegt und dafür sorgt, daß sie möglichst gut leitend miteinander verbunden sind.

Beim Anbringen der Elektroden muß schließlich beachtet werden, daß zwischen Folie und Elektroden stets ein vom Anpreßdruck abhängiger Kontaktwiderstand vorhanden ist. Da es meistens nicht möglich ist, die Belastung der Elektroden so weit zu erhöhen, daß dieser Widerstand vernachlässigbar klein wird, müssen die Konturen der Elektroden vor Beginn der Versuche mit einem Leitlack (z. B. einer Aufschwemmung von feinverteiltem Silber in einem schnellverdampfenden Lösungsmittel) auf die Folie aufgemalt werden. Dadurch wird aber das Folienstück für Untersuchungen mit einer anderen geometrischen Anordnung unbrauchbar, was wegen der eben beschriebenen Schwierigkeit der Auswahl sehr ungünstig ist.

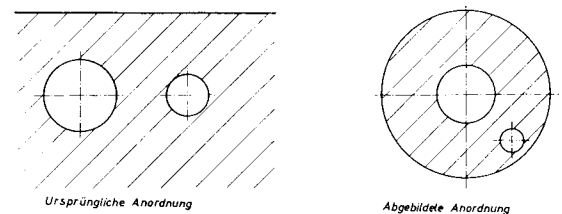


Bild 12: Konforme Abbildung von zwei erdverlegten Rohren

3.1.2. Behandlung des halbumendlichen Körpers

Da der Erdboden einen halbumendlichen Körper darstellt, die Folien aber stets endliche Abmessungen haben, ist eine direkte Nachbildung der erdverlegten Rohre im Modell nicht möglich, wenn man nicht vom Prinzip her die Versuchsergebnisse mit Fehlern behaftet will.

Bildet man die Anordnung konform ab, mit derselben Abbildungsfunktion wie sie in Abschnitt 2.1 für die Abbildung

zweifach berandeter Gebiete verwendet wurde, und führt die Messungen in dem konform abgebildeten Modell durch, so können diese Schwierigkeiten vermieden werden. Wie Bild 12 zeigt, erhält man analog Abschnitt 2.1 in der Abbildung zwei konzentrische Kreise, die von der Erdoberfläche und von einem Rohr herrühren. Das zweite Rohr wird als Kreis in den Raum zwischen den beiden konzentrischen Kreisen abgebildet. In diesem konform abgebildeten Modell werden die Messungen durchgeführt. Die Potentiallinien müssen über die Abbildungsfunktion punktweise in die ursprüngliche Anordnung zurücktransformiert werden.

3.2. Umrechnung der Meßergebnisse

Die Beziehung zwischen elektrischem Potential und Temperatur ergibt sich aus einer einfachen Zuordnung, die am Beginn der Versuche entsprechend der verfügbaren Spannungsquelle getroffen wird. Bei der Umrechnung zwischen elektrischem Strom und Wärmestrom geht man zweckmäßig von einer geometrisch einfachen Anordnung aus, die der endgültigen möglichst ähnlich ist, die aber auch rechnerisch erfaßt werden kann, im vorliegenden Fall von zwei konzentrischen Kreisen, zwischen denen der fließende Strom I_r gemessen und der entsprechende Wärmestrom Φ_r berechnet wird. Anschließend wird die das zweite Rohr darstellende Elektrode in das Modell eingebracht und erneut der Strom I zwischen den beiden konzentrischen Kreisen gemessen. Die Wärmeverluste des Dampfrohres ergeben sich somit zu

$$\Phi = \frac{\Phi_r}{I_r} \cdot I \quad (18)$$

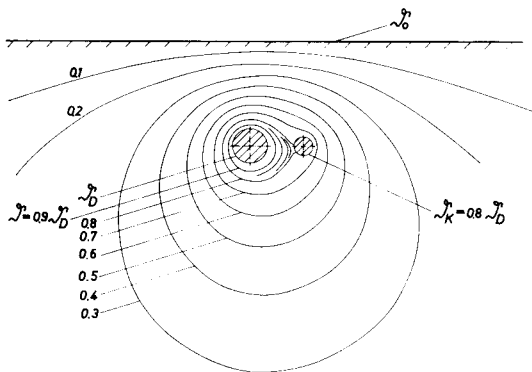


Bild 13: Temperaturfeld in der Umgebung einer Rohrleitung

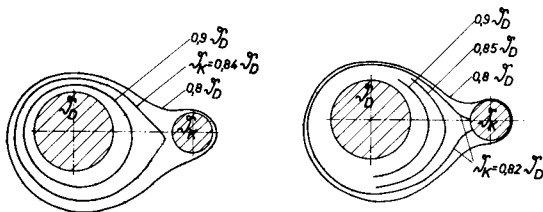


Bild 14: Isothermen zwischen den Rohren. Veränderter Parameter: ϑ_K

3.3. Die Bilder der Isothermen

Für einen beliebig ausgewählten Fall sind in Bild 13 die Isothermen angegeben, die sich im Erdboden in der Umgebung der Rohrleitung ausbilden. Aus der Gestalt der Isothermen im Raum zwischen den beiden Rohren lassen sich bestimmte qualitative Schlüsse auf die Wärmeverluste des Dampfrohres ziehen. Bild 14 zeigt zwei aus einer Serie von Isothermenbildern, bei denen die Temperatur des Kondensatrorohres ϑ_K variiert ist, während alle anderen Parameter unverändert gehalten werden. Mit abnehmendem ϑ_K nimmt der mittlere Abstand zwischen den Isothermen ab, was eine Erhöhung der Wärmeverluste des Dampfrohres bedeutet. Interessant ist der Verlauf der Isotherme ϑ_K , die für einen bestimmten Wert von ϑ_K das Kondensatrorohr mit einer Spitze berührt.

Wird nur der Abstand der Rohre variiert, so ergeben sich Isothermenbilder, wie sie in Bild 15 dargestellt sind. Mit abnehmendem Rohrabstand wächst der mittlere Abstand der Isothermen, die Wärmeverluste des Dampfrohres sinken.

Von dem Punkt an, da die Isotherme ϑ_K das Kondensatrorohr mit einer Spitze berührt, verringern sich bei weiter abnehmendem Rohrabstand die Isothermenabstände wieder, die Wärmeverluste des Dampfrohres nehmen wieder zu. Es müssen also eindeutige Minima auftreten

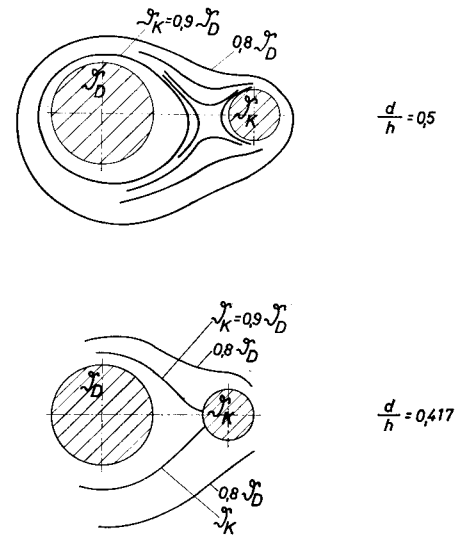


Bild 15: Isothermen zwischen den Rohren. Veränderter Parameter: d

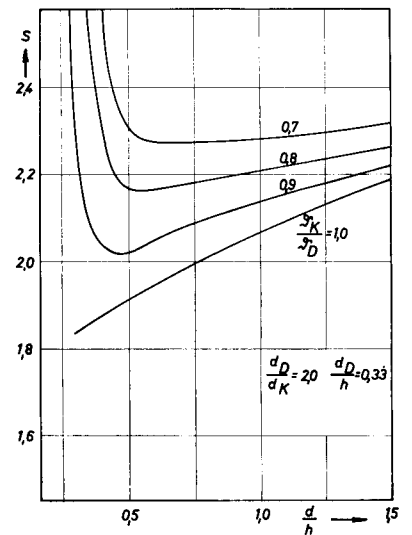


Bild 16: Experimentell ermittelte Formfaktor S für die Wärmeverluste des Dampfrohres

3.4. Wärmeverluste, Formfaktoren

Die Wärmeverluste zeigen in Abhängigkeit vom Rohrabstand ein Verhalten, wie es nach Deutung der Isothermen und nach den Überlegungen in Abschnitt 2.2.3 zu erwarten ist. Anstelle der Wärmeverluste ist in Bild 16 der Formfaktor S für das Dampfrohr nach Gleichung (2) aufgetragen. Das Beispiel ist willkürlich gewählt.

An dieser Stelle ist ein Vergleich der experimentell gewonnenen Ergebnisse mit den Näherungen sehr interessant, die in den vorangegangenen Abschnitten besprochen wurden. Dieser Vergleich zeigt:

1. Die Näherung für sehr kleine Rohrdurchmesser nach Abschnitt 2.2.2 gibt den Verlauf des Formfaktors in Abhängigkeit vom Rohrabstand genau wieder. Aus Bild 17 ist ersichtlich, daß die Orte der Minima zwar stark voneinander abweichen, daß sich die Werte der Formfaktoren jedoch um höchstens 10 % unterscheiden.
2. Eine elektrische Ersatzschaltung nach Abschnitt 2.2.3 liefert zwar keine quantitativen Ergebnisse, kann aber zur grundsätzlichen Klärung der Vorgänge und zur Deutung der experimentellen Ergebnisse herangezogen

werden: Aufspaltung des Formfaktors für das Dampfrohr in zwei Teil-Formfaktoren, die nur von geometrischen Größen abhängig sind, lineare Abhängigkeit des Formfaktors von der Temperatur des Kondensatrohres, Minima des Formfaktors in Abhängigkeit vom Rohrabstand.

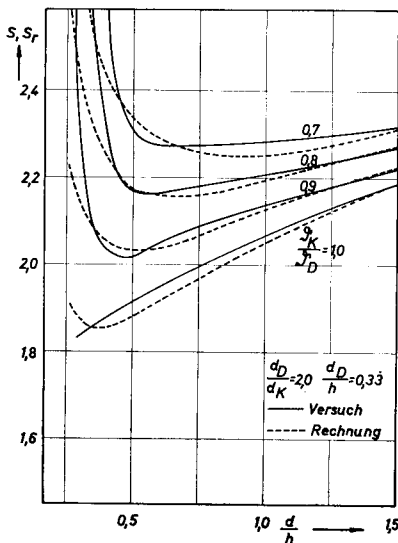


Bild 17: Vergleich zwischen näherungsweise gerechnetem und experimentell bestimmtem Formfaktor

4. Erweiterung des Modells für die ursprüngliche Problemstellung

Ehe darangegangen werden kann, mit Hilfe des elektrischen Folienmodells die ursprünglich gestellte, nicht vereinfachte Aufgabe zu lösen, müssen noch zwei Punkte geklärt werden, die Nachbildung der Isolierschicht und die Nachbildung des Wärmeübergangskoeffizienten an der Erdoberfläche im Modell.

Materialien verschiedener Wärmeleitfähigkeit können im Analogiemodell durch Folienstücke verschiedener elektrischer Leitfähigkeit nachgebildet werden. Die Isolierschicht von kanalfrei verlegten Rohrleitungen kann also in die experimentellen Betrachtungen ohne weiteres mit einbezogen werden. Ein Stück, das in Größe und Form der Isolierschicht entspricht, wird aus der den Erdboden darstellenden Folie ausgeschnitten und dafür ein Stück entsprechend niedrigerer Leitfähigkeit eingesetzt. Die beiden Folien werden durch kleine Tupfen aus Leitlack miteinander verbunden. Die Richtigkeit dieser Verbindungsart kann man nachprüfen, wenn man ein Stück Folie der ursprünglichen Leitfähigkeit auf diese Weise einsetzt.

Soll der Wärmeübergang an der Erdoberfläche berücksichtigt werden, so ist dies näherungsweise dadurch möglich, daß die Verlegungstiefe h um einen Betrag δ erhöht wird, der gleich dem Quotienten aus Wärmeleitfähigkeit λ des Erdbodens und Wärmeübergangskoeffizient α zwischen Erdoberfläche und Luft ist.

$$h^* = h + \frac{\lambda}{\alpha} \quad (19)$$

Die Fehler, die dabei begangen werden (die Wärmestromlinien stehen dann nicht mehr exakt senkrecht auf der Erdoberfläche), wurden für den Fall eines erdverlegten Rohres

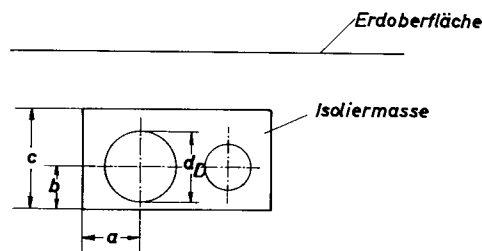


Bild 18: Abmessungen der Isolierschicht

von Elgeti [10] rechnerisch untersucht. Dabei zeigte sich, daß diese Näherung nur für sehr geringe Verlegungstiefen merkliche Fehler bringt. Im Modell können die Fehler jedoch ganz beseitigt werden, wenn man den zusätzlichen Folienstreifen senkrecht zur Erdoberfläche, d. h. längs der geforderten Richtung der Stromlinien in kürzeren Abständen einschneidet. Aus Bild 18 sind die schematischen Abmessungen der Isolierschicht zu ersehen. Für a , b und c sind den Versuchen Mittelwerte aus etwa 50 verschiedenen, in der Praxis verlegten Rohrleitungen zugrundegelegt. Eine Optimierung aller Abmessungen der Isolierschicht, die durchaus möglich wäre, wird nicht durchgeführt, verändert werden nur der Abstand der Rohre und die Verlegungstiefe. Die Isothermen, die sich in der Umgebung einer isolierten Rohrleitung ausbilden, zeigt Bild 19 für einen beliebigen gewählten Fall. Nahezu das gesamte Temperaturgefälle zwischen Dampfrohr und Erdoberfläche wird in der Isolierschicht abgebaut.

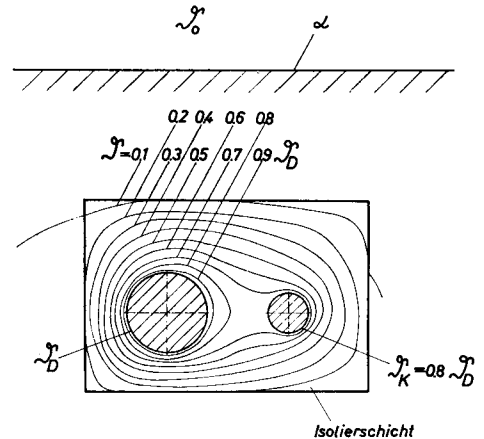


Bild 19: Isothermen in der Umgebung einer isoliert verlegten Rohrleitung

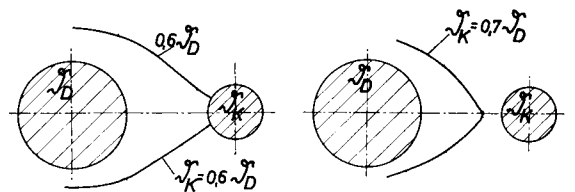


Bild 20: Isothermen zwischen den Rohren einer isolierten Leitung. Veränderter Parameter: φ_K

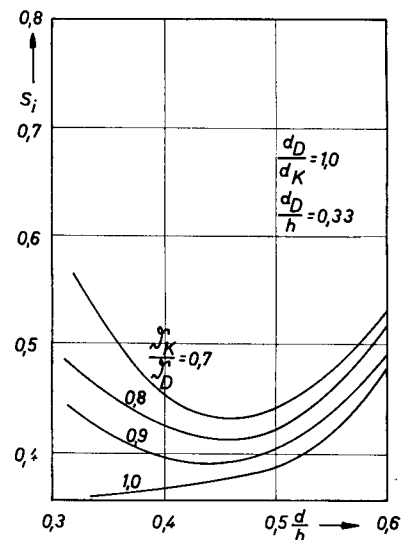


Bild 21: Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres isoliert verlegter Rohrleitungen ($d_D/d_K = 1,0$; $d_D/h = 0,33$).

Zwischen den Rohren verhalten sich die Isothermen ähnlich wie im unisolierten Fall. Die beiden in Bild 20 gezeigten Bilder lassen darauf schließen, daß Minima der Wärmeverluste des Dampfrohres in Abhängigkeit vom Rohrabstand zu erwarten sind. Für zwei verschiedene geometrische Anordnungen, die gebräuchlichen Abmessungen in der Praxis entsprechen, sind in Bild 21 und 22 die Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres aufgetragen. Die Minima der Kurven sind wesentlich flacher als im unisolierten Fall.

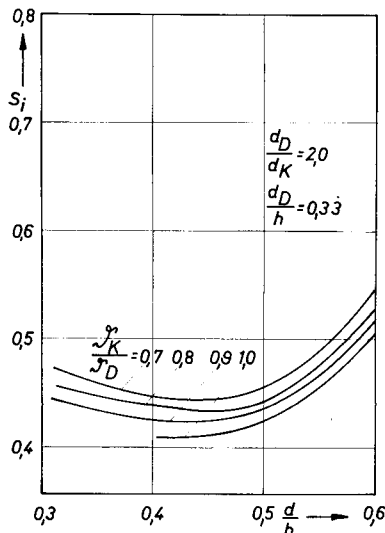


Bild 22: Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres isoliert verlegter Rohrleitungen ($d_D/d_K = 2,0$; $d_D/h = 0,33$).

Schlußbetrachtung

Zum Schluß sei noch der Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit, eine konkrete Frage der Isolierfirmen, erwähnt.

Aufgrund überschlägiger Betrachtungen, wie sie in Abschnitt 2.2 dargestellt sind, wären Minima der Wärmeverluste des Dampfrohres in Abhängigkeit vom Rohrabstand zu erwarten.

Da die Verlegung der Rohre in einer Schicht aus Isoliermasse die Variation der geometrischen Abmessungen verhältnismäßig leicht macht, sollte untersucht werden, ob es möglich sein könnte, durch Änderung des Rohrabstandes in die Nähe dieser Minima zu gelangen. Die durchgeführten Versuche lassen erkennen, daß die in der Praxis üblichen Verlegungsabstände im wesentlichen im Bereich der gefundenen flachen Minima liegen.

Bezeichnungen:

- I elektrischer Strom
- R elektrischer Widerstand
- S Formfaktor
- W Wärmeleitwiderstand
- U elektrische Spannung
- U* elektrisches Potential
- a } Abmessungen der Isolierschicht
- b }
- c }
- c spezifische Wärmekapazität
- d Abstand der Rohrachsen
- d_D Durchmesser des Dampfrohres
- d_K Durchmesser des Kondensatrohres
- e Exzentrizität, Abstand der Achsen einer exzentrisch isolierten Rohrleitung
- h Verlegungstiefe, Abstand der Rohrachsen von der Erdoberfläche
- h* näherungsweise rechnerisch eingeführte Verlegungstiefe zur Berücksichtigung des Wärmeüberganges an der Erdoberfläche
- r Rohrradius
- t Zeit

- Φ Wärmestrom
- α Wärmeübergangskoeffizient
- θ Temperatur
- λ Wärmeleitfähigkeit
- κ elektrische Leitfähigkeit
- ρ Dichte

Indizes

- D Dampfrohr
- K Kondensatrohr
- r rechnerisch ermittelte Größe
- o Erdoberfläche

Literatur

- [1] Bieberbach, L.: Einführung in die Funktionentheorie. Bielefeld 1952.
- [2] Koppenfels, W.: Die Praxis der konformen Abbildung. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959.
- [3] Nehari, Z.: Conformal Mapping. New York/Toronto/London 1952.
- [4] Küpfmüller, K.: Einführung in theoretische Elektrizitätslehre. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959.
- [5] Krischer, O.: Das Temperaturfeld in der Umgebung von Rohrleitungen, die in die Erde verlegt sind. Gesundheits-Ingenieur Bd. 59 (1936) Nr. 37, S. 537/539.
- [6] Petri, H.: Die Wärmeverluste von Rohrleitungen im Erdreich. Diss. Karlsruhe 1931.
- [7] Vidal, J.: Etude par analogie électrique des pertes calorifiques dans les canalisations de transport d'enthalpie. Diss. Paris, Université de Paris 1961.
- [8] Brauer, H.: Berechnung der Wärmeverluste von im Erdreich verlegten Rohrleitungen. Energie, Bd. 15 (1963), Nr. 9, S. 354/365.
- [9] Weber, P.: Über die Berechnung der Wärmeverluste direkt ins Erdreich verlegter Fernheizleitungen. Die Isolation, Nr. 1/2/3 (1968).
- [10] Elgeti, K.: Der Wärmeverlust einer erdverlegten Rohrleitung im stationären Zustand unter dem Einfluß der Wärmeübergangszahl an der Erdoberfläche. Forsch.-Ing.-Wesen, Bd. 33 (1967) Nr. 4, S. 101/105.
- [11] Komossa, H.: Analogieverfahren. Diss. Karlsruhe 1956.
- [12] Karplus, W.: Analog Simulation. New York/Toronto/London 1952.
- [13] Franz, G. und Grigull, U.: Wärmeverluste von beheizten Rohrleitungen im Erdboden. Wärme- und Stoffübertragung, Bd. 2 (1969), S. 109/117.

Anschrift der Verfasser:

Prof. Dr.-Ing. U. Grigull, Dipl.-Ing. G. Franz, Institut A für Thermodynamik Technische Hochschule München, 8 München 2, Arcisstrasse 21

Von Ausstellungen und Tagungen

2. Internationale Konferenz und Ausstellung über Flüssig-Erdgas

Die Internationale Gasunion, International Institute of Refrigeration und Institute of Gas Technology veranstalten vom 19. bis 23. Oktober 1970 im Haus der Chemie in Paris die 2. Internationale Konferenz über Flüssig-Erdgas. Gleichzeitig mit der Konferenz findet im gleichen Gebäude eine Ausstellung der Ausrüstung statt, die auf diesem Gebiet verwendet wird.

Im Laufe der Konferenz und nach seiner Beendigung sind technische Besichtigungen von Flüssig-Erdgas-Anlagen in Frankreich, Spanien und Italien vorgesehen.

Konferenzsprachen: Englisch und französisch.

Registrierung:

Die Teilnahmegebühr in Höhe von 60 Dollar schließt ein:

1. Teilnahme an allen Sitzungen der Konferenz.
2. Einen Satz von Vorträgen der Konferenz, den die Teilnehmer bei der Registrierung erhalten werden.
3. Teilnahme an dem Abendessen am 22. Oktober 1970.
4. Eintritt zu der Ausstellung.

Weitere Auskünfte erteilt der DVGW, Frankfurt/Main, Postfach 970 169