

# Das Einsetzen der Konvektion in Flüssigkeiten über einer beheizten waagerechten Platte

## [The Onset of Convection in a Horizontal Fluid Layer Heated from Below

K. ONAT, Istanbul, und U. GRIGULL, München

**Zusammenfassung.** Das instationäre Temperaturfeld oberhalb einer waagerechten, mit konstanter Wärmestromdichte beheizten Platte in verschiedenen Flüssigkeiten wurde experimentell untersucht. — Die Versuche haben ergeben, daß sich das Einsetzen der Instabilität (Konvektionsbeginn) durch eine Kenngröße  $K = g\beta q_0 \tau_{kr}^2 / \eta c_p$  beschreiben läßt. Hierin ist  $g$  die lokale Fallbeschleunigung,  $\beta$  der isobare thermische Ausdehnungskoeffizient,  $\eta$  die dynamische Viskosität,  $c_p$  die isobare spezifische Wärmekapazität,  $q_0$  die Wärmestromdichte und  $\tau_{kr}$  die kritische Zeit, das ist der Zeitabschnitt zwischen dem Einschalten der Heizung und dem ersten Einsetzen der Konvektion.

**Abstract.** The unsteady temperature field on the upper side of a horizontal plate heated with constant heat flux is experimentally studied in different fluids. The beginning of the instability (onset of convection) can be described by a dimensionless number given as  $K = g\beta q_0 \tau_{kr}^2 / \eta c_p$  where  $g$  is the local gravitational acceleration,  $\beta$  the expansion coefficient at constant pressure,  $q_0$  the heat flux,  $\tau_{kr}$  the critical time, namely the time interval between the starting of heating and the onset of convection.

### 1. Einleitung

Wird eine waagerechte Flüssigkeitsschicht von unten mit konstanter Wärmestromdichte beheizt, bleibt die Flüssigkeit bis zu einem gewissen Zeitpunkt in Ruhe. Während dieser Zeit wird die Wärme nur durch Leitung in der Flüssigkeit übertragen. So entsteht ein instabiles System, da schwerere Flüssigkeitsschichten über leichteren liegen, und es interessiert, wann eine Bewegung in der Flüssigkeit erkennbar wird, wann also diese instabile Schichtung zusammenbricht.

Lord RAYLEIGH [1] bewies, daß die Instabilität in einer von unten stationär und bei konstantem Temperaturgradienten beheizten Flüssigkeitsschicht endlicher Dicke erst bei einem bestimmten Wert einer Kenngröße, die heute Rayleigh-Zahl genannt wird, eintritt. H. JEFFREYS [2], A. R. LOW [3], A. PELLEW und R. V. SOUTHWELL [4] haben dieses Problem theoretisch, P. L. SILVESTON [5] experimentell untersucht. Als kritische Rayleigh-Zahlen wurden für eine waagerechte Flüssigkeitsschicht mit zwei festen Begrenzungen  $Ra = 1709,5$  (JEFFREYS), mit einer festen unteren Begrenzung  $Ra = 1100,7$  (PELLEW und SOUTHWELL) und ohne feste Begrenzungen  $Ra = 658$  (RAYLEIGH) berechnet, wobei die Schichtdicke der Flüssigkeit als charakteristische Länge in die Rayleigh-Zahl eingesetzt wurde. E. M. SPARROW, R. J. GOLDSTEIN, V. K. JONSSON [6], B. R. MORTON [7] und S. CHANDRASEKHAR [8] haben die konvektive Instabilität für lineare und nichtlineare Temperaturprofile in der betrachteten Schicht theoretisch behandelt. A. W. GOLDSTEIN [9] hat das Einsetzen der Instabilität in einer von unten instationär beheizten waagerechten Flüssigkeitsschicht mit zwei festen Begrenzungen in einem zeitabhängigen Gravitationsfeld berechnet. W. G. SPANGENBERG, A. W. ROWLAND [10] und T. D. FOSTER [11] haben das Ein-

setzen der Konvektion in von oben durch Verdunstung gekühltem Wasser experimentell und theoretisch untersucht.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit Vorgängen oberhalb einer waagerechten, mit konstanter Wärmestromdichte beheizten Platte in verschiedenen Flüssigkeiten. Insbesondere wurden die Vorgänge bis zum Einsetzen der Konvektion, der Konvektionsbeginn (Instabilität) sowie die instationäre und stationäre freie Konvektion untersucht.

### 2. Theoretische Grundlagen

#### 2.1 Einsetzen der Instabilität

Beim Einsetzen der Instabilität weichen die Temperatur, die Dichte, der Druck und die Geschwindigkeit um die kleinen Beträge  $\vartheta_s$ ,  $\varrho_s$ ,  $p_s$  und  $w_s$  von den der reinen Wärmeleitung entsprechenden Größen  $\vartheta$ ,  $\varrho$ ,  $p$  und  $w$  ab. Diese kleinen Beträge werden als Störgrößen bezeichnet. Der Beginn der Instabilität wird danach durch die Temperatur  $\vartheta + \vartheta_s$ , die Geschwindigkeit  $w + w_s$ , die Dichte  $\varrho + \varrho_s$  und den Druck  $p + p_s$  charakterisiert.

Die Bewegungs-, Energie- und Kontinuitätsgleichungen werden für diese beim Beginn der Konvektion herrschenden Größen aufgestellt. Von diesen Gleichungen werden die Bewegungs-, Energie- und Kontinuitätsgleichungen für Wärmeleitung abgezogen. Wenn man die Flüssigkeit inkompressibel und die Stoffwerte konstant annimmt und ferner die Produkte der sehr kleinen Störgrößen vernachlässigt, dann erhält man

$$\varrho \left( \frac{\partial}{\partial \tau} - \nu \nabla^2 \right) w_s = \varrho_s g - \text{grad } p_s, \quad (1)$$

$$\varrho_s c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \varrho c_p \left( \frac{\partial \vartheta_s}{\partial \tau} + w_s \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) = \lambda \nabla^2 \vartheta_s, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varrho_s}{\partial \tau} + \varrho \text{div } w_s + w_s \frac{\partial \varrho}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Dabei bedeuten  $\rho$  die Dichte,  $w(u, v, w)$  den Geschwindigkeitsvektor,  $\tau$  die Beheizungszeit,  $g(0, 0, -g)$  den Erdbeschleunigungsvektor,  $p$  den Druck,  $\eta$  die dynamische Viskosität,  $\nu = \eta/\rho$  die kinematische Viskosität,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck,  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit,  $\vartheta(x, y, z, \tau) = t(x, y, z, \tau) - t_\infty$  die Übertemperatur,  $t(x, y, z, \tau)$  die orts- und zeitabhängige Temperatur und  $t_\infty$  die Umgebungstemperatur. Die Ortskoordinate  $z$  zählt in vertikaler Richtung nach oben positiv und beginnt auf der Plattenoberfläche. Um diese Gleichungen dimensionslos zu machen, wurden folgende Beziehungen eingeführt (A. W. GOLDSTEIN [9]).

$$\begin{aligned} \vartheta^* &= \vartheta/\vartheta(0, \tau_{kr}) \quad \text{mit} \quad \vartheta(0, \tau_{kr}) = \frac{2q_0}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau_{kr}}{\pi}}, \\ \vartheta_s^* &= \vartheta_s/\vartheta(0, \tau_{kr}), \quad a = \lambda/\rho c_p, \\ \varrho^* &= \frac{\varrho_\infty - \varrho}{\varrho_\infty - \varrho(0, \tau_{kr})}, \\ \varrho_s^* &= \varrho_s/\varrho_\infty \Gamma \quad \text{mit} \quad \Gamma = [\varrho_\infty - \varrho(0, \tau_{kr})]/\varrho_\infty, \\ w^* &= \frac{h}{a\Gamma} w, \quad w_s^* = \frac{\eta}{h^2 g \varrho_\infty \Gamma} w_s, \\ p^* &= p/\varrho_\infty g h, \quad p_s^* = p_s/\varrho_\infty g h \Gamma, \\ \tau^* &= a\tau/h^2, \quad z^* = z/h, \end{aligned}$$

wobei  $\tau_{kr}$  die Beheizungszeit bis zum Beginn der Instabilität,  $\varrho(0, \tau_{kr})$  die Dichte und  $\vartheta(0, \tau_{kr})$  die Übertemperatur an der Wand  $z = 0$  bei kritischer Zeit  $\tau_{kr}$ ,  $\varrho_\infty$  die Bezugsdichte bei Umgebungstemperatur und  $h$  die Höhe der Flüssigkeitsschicht über der Platte ist.

Wenn man diese dimensionslosen Größen in die Gln. (1), (2), (3) einführt, die  $\Gamma$ -Werte für kleine Erwärmungen als sehr klein annimmt sowie die Beziehung  $\varrho = \varrho_\infty (1 - \beta\vartheta)$ , ( $\beta$  ist der isobare thermische Ausdehnungskoeffizient), berücksichtigt, dann erhält man

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial w_s^*}{\partial \tau^*} - \nabla^2 w_s^* = -\text{grad } p_s^* - \varrho_s^* \mathfrak{f}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \vartheta_s^*}{\partial \tau^*} + Ra_{kr} w_s^* \frac{\partial \vartheta^*}{\partial z^*} = \nabla^2 \vartheta_s^*, \quad (2a)$$

$$\text{div } w_s^* = 0, \quad \text{wobei} \quad (3a)$$

$$Ra_{kr} = \frac{g h^3 \Gamma}{\nu a} = \frac{g \beta \vartheta(0, \tau_{kr}) h^3}{\nu a} \quad (4)$$

die kritische Rayleigh-Zahl,  $Pr = \nu/a$  die Prandtl-Zahl,

$\nu = \eta/\varrho_\infty$  die kinematische Viskosität und

$\mathfrak{f}(0, 0, 1)$  den Einheitsvektor in  $z$ -Richtung bedeuten.

Die Instabilität setzt in einer wellenförmigen zweidimensionalen Bewegung der thermischen Grenzschicht ein, aus der schließlich die Zellenstruktur entsteht. Daher wird für die vertikale Geschwindigkeitskomponente der Störung, wie es bei ähnlichen Instabilitätsvorgängen üblich ist,

$w_s^*(x^*, y^*, z^*, \tau^*) = \omega_s^*(z^*, \tau^*) e^{i(\gamma_x x^* + \gamma_y y^*)}$  eingeführt, worin  $\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2} = 2\pi/\bar{\lambda}^*$  und  $\bar{\lambda}^* = \bar{\lambda}/h$  die dimensionslose Wellenlänge ist.

Die Einführung dieser Beziehung und Verknüpfung der Gln. (1a), (2a), (3a) ergibt sie allgemeine Bestimmungsgleichung der beginnenden Instabilität,

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2}{\partial \tau^{*2}} \Delta \omega_s^* - \left(1 + \frac{1}{Pr}\right) \frac{\partial}{\partial \tau^*} \Delta^2 \omega_s^* + \Delta^3 \omega_s^* - \\ - \gamma^2 \omega_s^* Ra_{kr} \frac{\partial \vartheta^*}{\partial z^*} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

wobei  $\Delta = (\partial^2/\partial z^{*2}) - \gamma^2$  bedeutet.

In dieser Gleichung ist  $\vartheta^* = \vartheta/\vartheta(0, \tau_{kr})$  die dimensionslose Temperaturverteilung in der Flüssigkeit für Wärmeleitung. Da die Höhe der Flüssigkeitsschicht über der Platte immer hinreichend größer als die Temperaturgrenzschicht ist, kann die Flüssigkeit in  $z$ -Richtung als halbbundlicher Körper betrachtet werden. Daher kann man für den Fall der konstanten Wärmestromdichte

$$\vartheta = \frac{2q_0}{\lambda} \sqrt{a\tau} \text{ierfc } \xi \quad \text{schreiben,} \quad (6)$$

worin bedeuten

$$\text{ierfc } \xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) - \xi \text{erfc } \xi,$$

$\xi = z/2 \sqrt{a\tau}$ ,  $a = \lambda/\rho c_p$  die Temperaturleitzahl und  $q_0$  die konstante Wärmestromdichte.

Wenn man die dimensionslose Temperatur  $\vartheta^*$  in Gl. (5) mit  $\vartheta$  nach Gl. (6) bildet, dann wird

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2}{\partial \tau^{*2}} \Delta \omega_s^* - \left(1 + \frac{1}{Pr}\right) \frac{\partial}{\partial \tau^*} \Delta^2 \omega_s^* + \Delta^3 \omega_s^* + \\ + \gamma^2 \omega_s^* R \text{erfc}(z^*/2 \sqrt{\tau^*}) = 0 \end{aligned} \quad (5a)$$

wobei  $R = g\beta q_0 h^4/\nu a \lambda$  ist.

T. D. FOSTER hat Gl. (5) für die von oben durch Verdunstung gekühlte Wasserschicht bei Berücksichtigung von zwei extremen Fällen rechnerisch gelöst: 1. für zeitlich linearen Temperaturabfall der Flüssigkeitsoberfläche, dies entspricht etwa geringer Wärmestromdichte, großer Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität der Flüssigkeit, 2. für plötzliche Temperatursenkung der Flüssigkeitsoberfläche, entsprechend hoher Wärmestromdichte, geringer Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität der Flüssigkeit. Die Begrenzungen der Wasserschicht wurden dabei als freie Oberflächen angenommen und  $w_s^* = \partial^2 w_s^*/\partial z^{*2} = \partial^4 w_s^*/\partial z^{*4} = 0$  für  $z = 0$  und  $z = 1$  in Gl. (5) eingesetzt. Für diese zwei extremen Fälle findet er, daß sich die Lösungen in etwa gleicher Art darstellen lassen. Aus dieser grundsätzlichen Ähnlichkeit kann für den Fall konstanter Wärmestromdichte eine Konstante der Art

$$K_1 = R^\sigma \tau_{kr}^* \quad (7)$$

eingeführt werden, die für bestimmte Flüssigkeiten ( $Pr$ ) und große  $R$ -Werte gilt. Dabei bedeutet  $\sigma$  einen konstanten Wert. Wie die Versuche zeigen, kennzeichnet diese Konstante  $K_1$  den Beginn der Instabilität, so daß sie als eine Art Kenngröße angesehen werden kann. Aus den Versuchen geht hervor, daß das

Einsetzen der Instabilität von der Flüssigkeitshöhe unabhängig ist, solange letztere erheblich größer als die Grenzschichtdicke bleibt, daher muß  $K_1$  in Gl. (7) von  $h$  unabhängig sein, also muß  $\sigma = \frac{1}{2}$  werden. Somit erhält man

$$g\beta q_0 \tau_{kr}^2 / \eta c_p = K. \quad (7a)$$

In Bild 1 sind die Versuchsergebnisse mit Hilfe der Gl. (7a) dargestellt. Daraus ersieht man auch die Übereinstimmung der Meßwerte mit Gl. (7a). Sie bestätigen gleichzeitig die Richtigkeit der gemachten Annahmen. So ist es möglich, den Beginn der Instabilität ohne die sehr aufwendige exakte Lösung der Differentialgleichung (5a) durch eine Kenngröße zu charakterisieren.

Für den Umschlag von reiner Wärmeleitung in freie Konvektion wird in der Literatur die Rayleigh-Zahl nach Gl. (4) als charakteristisch angesehen. Dies läßt sich auch für den vorliegenden Fall zeigen: Als Bezugslänge  $h$  kann auch die Grenzschichtdicke angenommen werden. Durch Bild 2, welches die folgende Beziehung

$$\vartheta^* = \sqrt{\pi} \operatorname{ierfc} \xi \quad \text{für } \tau = \tau_{kr}$$

wiedergibt, kann man eine Grenzschichtdicke für  $\xi = 2$  so definieren, daß am Grenzschichtende die Übertemperatur der Flüssigkeit kleiner als 0,2% der Übertemperatur an der Wand ist. Somit erhält man die Grenzschichtdicke nach Ablauf der kritischen Zeit

$$\delta = 4 \sqrt{a \tau_{kr}} \quad (8)$$

und Gl. (4) wird dann

$$Ra_{kr} = 64 \frac{g\beta\vartheta(0, \tau_{kr})}{\nu a} (a \tau_{kr})^{3/2}.$$

Mit  $\vartheta(0, \tau_{kr})$  nach Gl. (6) ergibt sich

$$Ra_{kr} = \frac{128}{\sqrt{\pi}} \frac{g\beta}{\eta c_p} q_0 \tau_{kr}. \quad (9)$$

Gl. (9) ist mit Gl. (7a) bis auf eine Konstante identisch. Somit ist die nach Gl. (7a) definierte Kenngröße, welche das Einsetzen der Instabilität in einem bestimmten Medium charakterisiert, zugleich eine kritische Rayleigh-Zahl für das vorliegende Problem.

Die gleiche Kenngröße  $K$  kann auch durch folgende allgemeine Überlegung erhalten werden. Die Rayleigh-Zahl  $Ra = g\beta\vartheta h^3/\nu a$  enthält eine charakteristische Länge  $h$  und eine charakteristische Übertemperatur  $\vartheta$ , die beide bei dem vorliegenden Problem nicht gegeben sind. Dagegen ist die Heizflächenbelastung  $q_0$  gegeben, die an der Wand den Temperaturgradienten  $|d\vartheta/dh| = q_0/\lambda$  erzeugt. Man kann daher das Produkt  $\vartheta h^3$  durch den Ausdruck  $q_0 h^4/\lambda$  ersetzen, der die gleiche Dimension wie  $\vartheta h^3$  besitzt. Statt der Länge  $h$  führt man das Produkt  $\sqrt{a \tau_{kr}}$  ein, das die Dimension einer Länge hat. Durch diese Substitutionen entsteht aus der Rayleigh-Zahl  $Ra$  die oben verwendete Kenngröße

$$K = g\beta q_0 \tau_{kr}^2 / \eta c_p$$

wenn man noch  $a = \lambda/\rho c_p$  und  $\nu = \eta/\rho$  einführt.

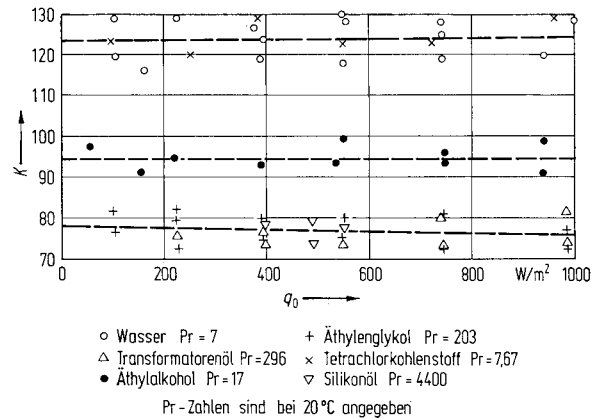


Bild 1. Abhängigkeit der Kenngröße  $K$  von der Heizflächenbelastung  $q_0$ . Die  $K$ -Werte beziehen sich auf die optischen Versuche mit Ausnahme der für Tetrachlorkohlenstoff, die aus den elektrischen Messungen (Oszillogrammen) entnommen wurden.

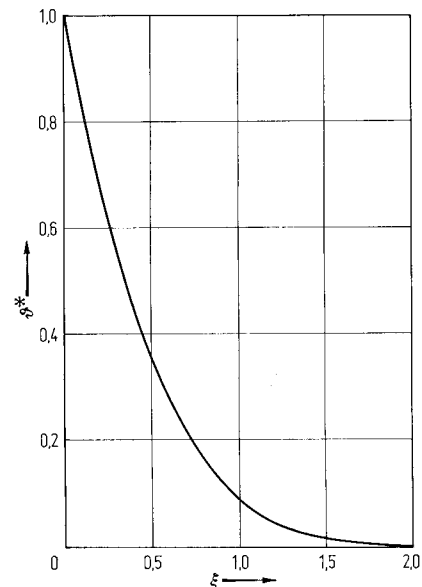


Bild 2. Abhängigkeit der dimensionslosen Temperatur  $\vartheta^* = \vartheta(z, \tau_{kr})/\vartheta(0, \tau_{kr})$  von dem dimensionslosen Wandabstand  $\xi = z/2 \sqrt{a \tau_{kr}}$  nach Gl. (6).

### 2.2 Instationäre und stationäre Konvektion

Nach dem Einsetzen der Instabilität wird die Wärme in zunehmendem Maße durch instationäre Konvektion übertragen. Schließlich wird die Konvektionsbewegung stationär. R. WEISE und W. KRAUS [13] haben an quadratischen horizontalen Platten in Luft die freie stationäre Konvektion gemessen und die Versuchsergebnisse mit der von den verschiedenen Autoren an vertikalen Platten, vertikalen und waagerechten Zylindern für  $(Gr \cdot Pr) = 10^3$  bis  $3 \cdot 10^7$  angegebenen Beziehung

$$Nu = 0,56 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \quad (10)$$

verglichen. In Gl. (10) bedeuten  $\alpha$  die Wärmeübergangszahl,  $Nu = \alpha l/\lambda$  die Nusselt-Zahl,  $Gr = g\beta\Theta_w l^3/\nu a$  die Grashof-Zahl.  $\Theta_w$  ist die Wandübertemperatur im

stationären Zustand und  $l$  die Bezugslänge, welche R. WEISE für die waagerechte quadratische Platte in der Form

$$l = (2 \text{ Transversale} + 2 \text{ Diagonale} + 4 \text{ Dicke})/2 \quad (11)$$

eingeführt hat. H. GRÖBER, S. ERK, U. GRIGULL [14] haben für Luft in Bezug auf die Versuche von R. WEISE und W. KRAUS die Beziehung

$$Nu = 0,137 (Gr \cdot Pr)^{1/3} \quad (12)$$

angegeben. Die Wahl der Bezugslänge in Gl. (12) ist belanglos. Die Stoffwerte in den Gln. (10) und (12) sind bei der mittleren Temperatur der Grenzschicht, also bei  $t_m = (t_w + t_\infty)/2$  einzusetzen.

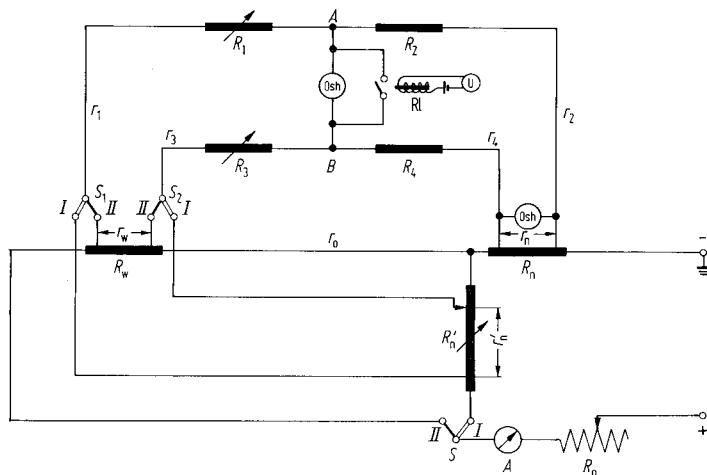


Bild 3. Elektrische Meßeinrichtung. —  $A$  Amperemeter;  $S$  Umschalter;  $R_1, R_2, R_3, R_4$  Meßwiderstände;  $r_1, r_2, r_3, r_4$  Zuleitungs- und Kontaktwiderstände;  $R_w$  (bzw.  $r_w$ ) Folienwiderstand;  $R_n$  (bzw.  $r_n$ ) Normalwiderstand (0,1  $\Omega$ );  $R'_n$  (bzw.  $r'_n$ ) Ersatzwiderstand für die Heizfolie ( $R_w$ ) bei der Schaltung I;  $R_0$  Vorschaltwiderstand;  $r_0$  Widerstand der Verbindung zwischen der Folie und dem Normalwiderstand;  $Osh$  Oszillograph;  $A$  und  $B$  Meßanschlüsse für den Oszillographen zur Messung des Folienwiderstandes;  $RL$  Relais;  $U$  Quarzuhr; I Schaltung für den Beharrungszustand der Messung; II Schaltung für die Messung.

### 3. Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung bestand im wesentlichen aus der die Versuchsflüssigkeit aufnehmenden Küvette, in der als Platte eine elektrisch beheizte Platinfolie eingespannt war. Über die Widerstandsänderung dieser Platinfolie wurde die Temperaturänderung bestimmt, gleichzeitig wurde mit einer optischen Einrichtung das Anwachsen der Temperaturgrenzschicht und das Einsetzen der Instabilität beobachtet. Die Folie wurde mit Gleichstrom konstanter Stromstärke beheizt. Platin wurde als Folienmaterial verwendet, weil über dessen temperaturabhängige Widerstandsänderung die Temperaturänderung sehr genau bestimmt werden konnte. Die mit der Widerstandsänderung verbundene Änderung der Wärmestromdichte war bei geringer Aufheizung unerheblich. Der Einfluß der Wärmekapazität der Platte wurde an Folien verschiedener Stärke (2,5; 5; 10; 30  $\mu\text{m}$ ), der Randeinfluß an Folien unterschiedlicher Länge (120; 250; 300 mm) und Breite (25; 40; 100; 200 mm) in Vorversuchen bestimmt. Nachdem festgestellt worden war, daß ab einer Foliengröße von einigen Zentimetern Kantenlänge diese Einflüsse vernachlässigbar werden, wurde schließlich eine Platinfolie mit den Abmessungen  $0,010 \times 40 \times 120$  mm verwendet.

### 3.1 Elektrische Meßeinrichtung

Die Widerstandsänderung der Platinfolie wurde mit einer Thomson-Brücke, Bild 3, bestehend aus den Widerständen  $R_w, R_1, R_2, R_3, R_4$  und  $R_n$  gemessen. Der Spannungsabfall wurde in einiger Entfernung von den Rändern der Folie durch aufgelötete Platindrähte abgenommen, dadurch wurden Randeinflüsse und Kontaktwiderstände praktisch vollkommen ausgeschaltet.  $R_w$  bezeichnet den zu messenden Widerstand der Folie.  $R_n$  ist ein Vergleichswiderstand (Normalwiderstand 0,1  $\Omega$  bei 20  $^\circ\text{C}$  Nennwert  $\pm 0,2\%$ ), der in einem thermostatisch geregelten Petroleumbad auf konstanter Temperatur gehalten wurde. Der gleich-

falls auf konstanter Temperatur gehaltene Manganinwiderstand  $R'_n$  hatte etwa den gleichen Widerstand wie die Heizfolie und diente dazu, die Meßanordnung ohne eingeschaltete Heizfolie betriebswarm zu halten, so daß beim Einschalten der Folie keine weitere Erwärmung der übrigen Widerstände die Messung beeinflusste. Für den Versuch wurde sehr rasch von dem Ersatzwiderstand  $R'_n$  auf die Heizfolie umgeschaltet (Schaltung I — Schaltung II in Bild 3). Der Abgleich des Widerstandes  $R'_n$  mit dem der Heizfolie war mit der Thomson-Brücke leicht vorzunehmen (vgl. Bild 3). Die Widerstandsänderung bzw. die Temperaturänderung der Heizfolie wurde durch einen Kathodenstrahl-oszillographen aufgezeichnet und photographisch festgehalten. Eine eventuelle Nullpunktverschiebung des Oszillographen wurde durch periodisches Kurzschließen der Meßanschlüsse  $A$  und  $B$  (Bild 3) über die Relaiskontakte ( $RL$ ) registriert. Die Sekundenimpulse zur Betätigung des Relais gingen von einer Quarzuhr aus und dienten somit gleichzeitig als Zeitmarke. Die Konstanz der Stromstärke wurde mit dem zweiten Strahl des Oszillographen kontrolliert.

### 3.2 Optische Meßeinrichtung

In der Küvette waren zwei Fenster aus schlierenfreiem Glas angebracht. Damit konnten die Einschalt-

vorgänge parallel zu den elektrischen Messungen beobachtet und mit einer elektrisch angetriebenen Kamera (1 bis 20 Bilder pro Sekunde) gefilmt werden. Die Kamera war mit dem Einschalten der Heizfolie synchronisiert (Schalter *S* in Bild 3 von Stellung I nach II). Gleichzeitig wurde die Widerstandsänderung der Platinfolie am Oszillographen photographisch festgehalten.

Anfangs wurde die Schattenmethode mit einer quadratischen Maske nach GRIGULL [15] angewendet. Diese Maske begrenzte aus einem Parallellichtbündel ein quadratisches kleineres Lichtbündel und war unmittelbar vor der Platte so angeordnet, daß diese eine Diagonale im Schattenwurf der Maske bildete. Mit diesem einfachen Verfahren war ein erster Einblick in die Anheizvorgänge möglich. Um den Beginn der Instabilität festzustellen, mußten etwas aufwendigere Verfahren angewendet werden. Im Verlauf der Versuche wurde dann das Biprisma-Interferenzverfahren dem Schlierenverfahren nach TÖPLER wegen der wesentlich höheren Meßgenauigkeit vorgezogen. Bei dem Biprisma-Interferenzverfahren wird die Schlierenblende in der Anordnung nach TÖPLER durch ein Fresnelsches Biprisma ersetzt [16].

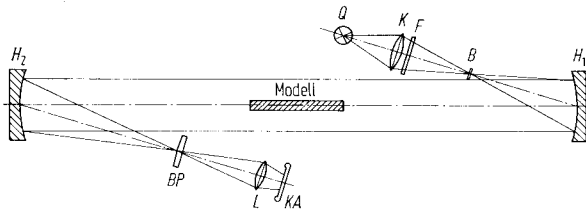


Bild 4. Optische Meßeinrichtung. — *Q* Quecksilberhochdrucklampe; *K* Kondensator; *F* Grünfilter ( $\lambda = 0,5461 \mu\text{m}$ ); *B* Präzisionsspalt (etwa 0,1 mm breit); *H*<sub>1</sub>, *H*<sub>2</sub> Hohlspiegel ( $f = 1,5 \text{ m}$ ,  $d = 150 \text{ mm}$ ); *BP* Biprisma; *L* Objektiv; *KA* Kameragehäuse.

Die Anordnung des Biprisma-Interferenzverfahrens ist in Bild 4 dargestellt. Der Lichtbogen der Quecksilberlampe *Q* wurde durch den Kondensator *K* auf den Präzisionsspalt *B* (etwa 0,1 mm breit) abgebildet. Dem Kondensator *K* war ein Grünfilter ( $\lambda = 0,5461 \mu\text{m}$ ) nachgeordnet. Der Spalt *B* befand sich im Brennpunkt des ersten Hohlspiegels *H*<sub>1</sub> ( $f = 1,5 \text{ m}$ ,  $d = 150 \text{ mm}$ ). Das vom Hohlspiegel kommende parallele Lichtbündel durchleuchtete das Modell. Ein zweiter Hohlspiegel *H*<sub>2</sub> entwarf in seiner Brennebene ein Bild des Spaltes *B*. In die Brennebene dieses zweiten Hohlspiegels *H*<sub>2</sub> wurde ein Biprisma *BP* eingebracht. Die Modellplatte (in Bild 3 als Widerstand *R*<sub>w</sub> gekennzeichnet) wurde durch den zweiten Hohlspiegel *H*<sub>2</sub> und das Objektiv *L* in der Filmebene der Kamera *KA* abgebildet.

Die Konvektionsströmung wurde mit Tellurelektroden im Wasser als Versuchsflüssigkeit sichtbar gemacht. Die Tellurspuren wurden in der von der Rückseite diffus beleuchteten Küvette gefilmt.

#### 4. Durchführung der Versuche

Die dünne Platinfolie wurde möglichst faltenfrei ausgespannt. Mit der Oberfläche einer sehr dünnen Flüssig-

keitsschicht über der Folie wurde diese im parallelen Strahlengang waagrecht eingerichtet.

Die Versuchsflüssigkeiten wurden vor dem Einfüllen in die Küvette durch Aufheizen von gelösten Gasen befreit. Zu Beginn der Versuche selbst waren die Flüssigkeiten stets auf Raumtemperatur.

Die elektrische Meßanordnung wurde in folgender Weise geeicht. An die Manganinplatte *R*'<sub>n</sub> wurden zahlreiche Spannungsanschlüsse gelötet, deren Werte *r*'<sub>n</sub> genau zu bestimmen waren. Der Widerstand zwischen zwei Anschlüssen betrug etwa  $10^{-4} \Omega$ . Dabei wurde die Brücke bei Schaltung 1 (Bild 3) durch gleichmäßiges Variieren der Meßwiderstände *R*<sub>1</sub> und *R*<sub>3</sub> abgeglichen, anschließend *r*'<sub>n</sub> mit Hilfe der oben genannten Spannungsanschlüsse variiert und die Abweichung am Oszillographen festgestellt. Vor jedem Versuch mußte der Widerstand *r*<sub>w</sub> der Heizfolie mit dem Ersatzwiderstand *r*'<sub>n</sub> abgeglichen werden. Dies war notwendig, um geringe Einflüsse der Temperaturänderungen auf die Meßanordnung auszugleichen. Um eine Erwärmung der Folie bei diesem Abgleich möglichst zu vermeiden, wurde die Folie immer nur für Bruchteile einer Sekunde beheizt.

#### 5. Versuchsergebnisse

Die Ergebnisse der Versuche sind in Oszillogrammen und optischen Aufnahmen festgehalten. Zwei typische Oszillogramme sind in Bild 5 dargestellt. Daraus kann man ersehen, daß der Versuchsablauf drei Phasen aufweist. Entsprechend diesen Phasen werden die Versuchsergebnisse im folgenden Abschnitt wiedergegeben.

##### 5.1 Reine Wärmeleitung

Die optischen Aufnahmen zeigen, daß vom Beginn des Aufheizens bis zu einem bestimmten Zeitpunkt keine Bewegung in der Flüssigkeit stattfindet. (Bereich 0 A in Bild 5). Als Beweis wurde das folgende Experiment gemacht. Eine Platinfolie wurde auf eine schlecht wärmeleitende Platte (Styropor) von 40 mm Stärke geklebt. Nun wurden Versuche durchgeführt, wobei die Platinseite einmal nach oben und einmal nach unten gehalten wurde: In beiden Fällen wurde die Temperaturänderung der Folie mit Hilfe eines Oszillographen gemessen. Bis zum Beginn der Konvektion war zwischen beiden Messungen kein Unterschied zu erkennen. Diese Messungen wurden ferner durch optische Versuche mit einer Folie in Flüssigkeit bestätigt. Dabei wurde das Schattenverfahren mit Maske nach GRIGULL, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, verwendet. Nach Bild 6a sind die Temperaturprofile an Ober- und Unterseite der Platte gleich. Das bedeutet, daß nur reine Wärmeleitung vorhanden ist. In den Bildern 7, 8, 9 und 10 wurden die elektrisch gemessenen Temperaturänderungen der Folie (10  $\mu\text{m}$  dick) über der Wurzel der Zeit aufgetragen. Nach den theoretischen Ausführungen in Abschnitt 2.1 sollen diese Kurven gerade Linien ergeben. Die Meßwerte in diesen Bildern stimmen gut mit den theoretischen Kurven (gestrichelt gezeichnet) überein.

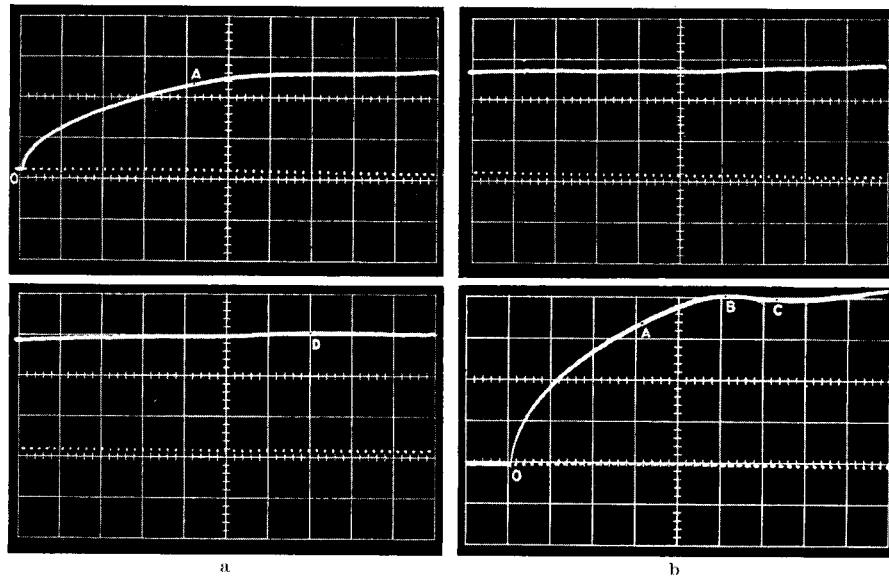


Bild 5. Typische Oszillogramme. Die Ordinate zeigt die Wandübertemperatur und die Abszisse die Beheizungszeit. Heizflächenbelastung in Bild a)  $q_0 = 547 \text{ W/m}^2$  und in Bild b)  $q_0 = 938 \text{ W/m}^2$  bei Wasser. Infolge der geringeren Heizflächenbelastung ist in Bild a) die in Abschnitt 5.2 beschriebene Kurvenform nicht ausgeprägt. In Bild b) hingegen ist diese Form gut zu erkennen. (Bild a besteht aus drei Teilbildern).

### 5.2 Einsetzen der Instabilität

Das Einsetzen der Instabilität ist einmal dadurch gekennzeichnet, daß die elektrisch gemessenen Punkte von den Geraden in den Bildern 7, 8, 9 und 10 abzuweichen beginnen. Andererseits kann das Einsetzen der Instabilität auch mit dem Biprisma-Interferenzverfahren unmittelbar beobachtet werden. Im Falle der reinen Wärmeleitung sind die Interferenzlinien gerade Linien, welche parallel zur Oberfläche verlaufen (vgl. Bild 11). Das Einsetzen der Instabilität wird durch

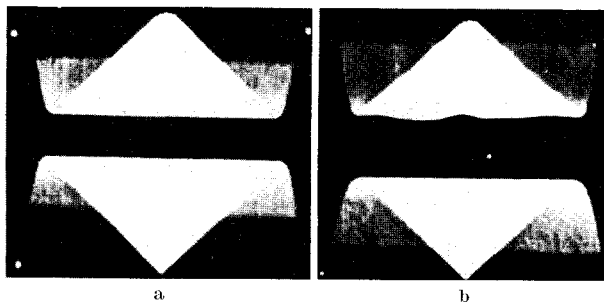


Bild 6. Schmalfilm-Aufnahmen nach dem Schattenverfahren mit Maske nach GRIGULL [15]. Bild a) zeigt den Fall reiner Wärmeleitung, während im Bild b) auf der Oberseite bereits Konvektion in Gang gekommen ist.

eine Verformung der ursprünglich geraden Interferenzlinien sichtbar. Diese Verformung beginnt im Bereich des Grenzschichtendes, wie in den Bildern zu erkennen ist. In Bild 1 wurde die für das Einsetzen der Instabilität charakteristische Kenngröße  $K$  durch die aus den optischen Versuchen erhaltenen Meßwerte gegen die Heizflächenbelastung  $q_0$  für verschiedene Flüssigkeiten aufgetragen. Bei zähen Flüssigkeiten ändert sich besonders die Zähigkeit stark mit der

Temperatur. Da die Bewegung erst im Bereich des Grenzschichtendes eintritt, wurden die Stoffwerte in Gl. (7a) bei der Umgebungstemperatur  $t_{\infty}$ , d.h. bei der Badtemperatur, eingesetzt. Aus der elektrischen Messung und der optischen Beobachtung wurde ungefähr derselbe Zeitpunkt für das Einsetzen der Instabilität ermittelt. Aus Bild 1 erkennt man, daß die Kenngröße  $K$  von der Heizflächenbelastung unabhängig ist. Es wurden bei thermisch gleichen Verhältnissen mehrere Versuchsreihen gefahren. Dabei wiesen die Meßwerte eine Streuung auf, welche im Rahmen der Gesamtmeßgenauigkeit ( $\pm 10\%$  der Kennzahl  $K$ ) liegt. Die mittlere  $K$ -Zahl liegt für Wasser und Tetrachlorkohlenstoff ( $Pr \approx 7$ ) bei 124, für Äthylalkohol ( $Pr \approx 17$ ) bei 95, für Äthylenglykol ( $Pr \approx 200$ ), Transformatoröl ( $Pr \approx 300$ ) und Silikonöl ( $Pr \approx 4400$ ) bei 77, wenn man als Kriterium für den Beginn der Instabilität die erstmalig auftretende Verformung der geradlinigen Interferenzlinien annimmt. Die oben angegebenen Werte für die Kenngröße  $K$  sind aus den Meßwerten nach dem kleinstem Fehlerquadrat ermittelt (gestrichelte Linien in Bild 1). Bild 16 zeigt die dimensionslose Amplitude  $A^* = A/\delta$  ( $A$  ist die Amplitude der Aufwölbung der am Grenzschichtende auftretenden Interferenzlinie und  $\delta$  die Grenzschichtdicke) in Abhängigkeit der dimensionslosen Zeit  $\tau^* = \tau/\tau_{kr}$ . Man sieht, daß die Aufwölbung am Anfang allmählich, aber später sehr rasch wächst. Die Werte für die kritische Zeit  $\tau_{kr}$  wurden durch Extrapolation der Kurve Amplitude-Zeit für eine bestimmte Heizflächenbelastung erhalten (vgl. Bild 12). Die kritische Zeit entspricht dem Zeitpunkt, wo die Aufwölbung der Interferenzlinie angenähert Null wird.

Für lineare Temperaturprofile wird üblicherweise die neutrale Instabilität, d.h. die beginnende Bewe-

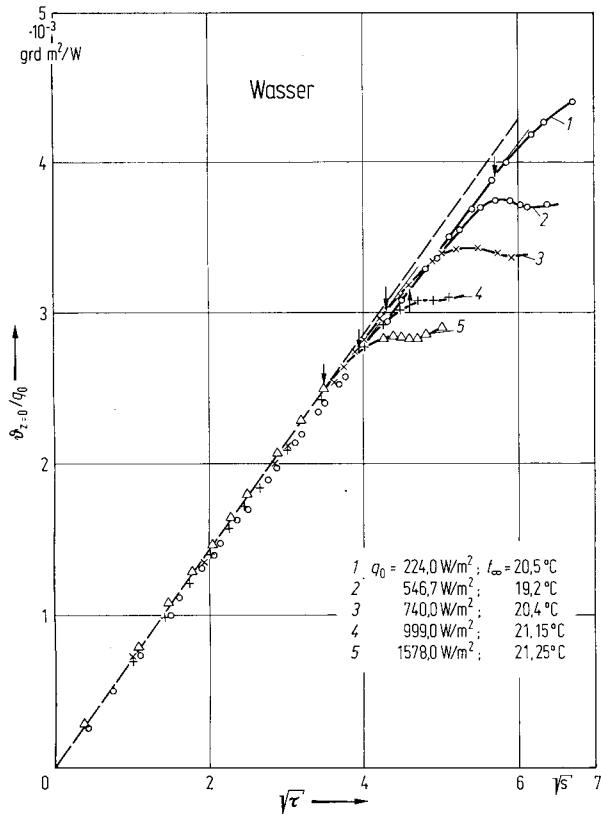


Bild 7. Verlauf der Wandübertemperatur in Abhängigkeit von der Zeit bei Wasser. In der folgenden Tabelle wurden für die Kurven (1) bis (5) die kritische Zeit  $\tau_{kr}$  und die Kenngröße  $K$  (Einsetzen der Instabilität) eingetragen. Die kritische Zeit wurde aus Bild 7 ermittelt als der Zeitpunkt, zu dem die Kurven von den Geraden (dünne Linie kennzeichnend für reine Wärmeleitung) abweichen. Die gestrichelte Linie zeigt den theoretischen Verlauf der Wandübertemperatur.

Kurve	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$\tau_{kr}$	32,5	21,3	18,3	15,4	12,1
$K$	118	114	123	124	121,5

gung quasistationär angenommen, vgl. [8]. Wenn diese Annahme, also  $\partial w_s/\partial \tau = 0$ ,  $\partial \theta_s/\partial \tau = 0$  für  $\tau = \tau_{kr}$  auch für nichtlineare, zeitlich veränderliche Temperaturprofile zutrifft, fallen alle Ableitungen nach der Zeit  $\tau^*$  in Gl. (5) bzw. Gl. (5a) weg, vgl. [9], und somit wird die kritische Kenngröße  $K$  von der Prandtl-Zahl unabhängig. Die Versuche weisen aber eine solche Abhängigkeit auf. Wenn man die Stoffwerte bei der Wand- oder Filmtemperatur in die Kenngröße  $K$  einsetzt, wird diese Abhängigkeit nicht deutlich erkennbar. In diesem Fall haben jedoch die Versuche eine etwas größere Streuung für  $K$ -Werte ergeben.

Die Konvektion trat bei porenfreien Folien nicht immer an den gleichen Stellen ein, aber eher an den Rändern als im mittleren Teil der Platte. Wegen der Randeinflüsse wurden die optischen Bilder nur im mittleren Teil der Platte aufgenommen.

Es wurde auch der Einfluß der Flüssigkeitshöhe über der Platte auf das Einsetzen der Instabilität untersucht. Die Höhe der Flüssigkeit wurde stufenweise bis 120 mm geändert und der Beginn der Konvektion für

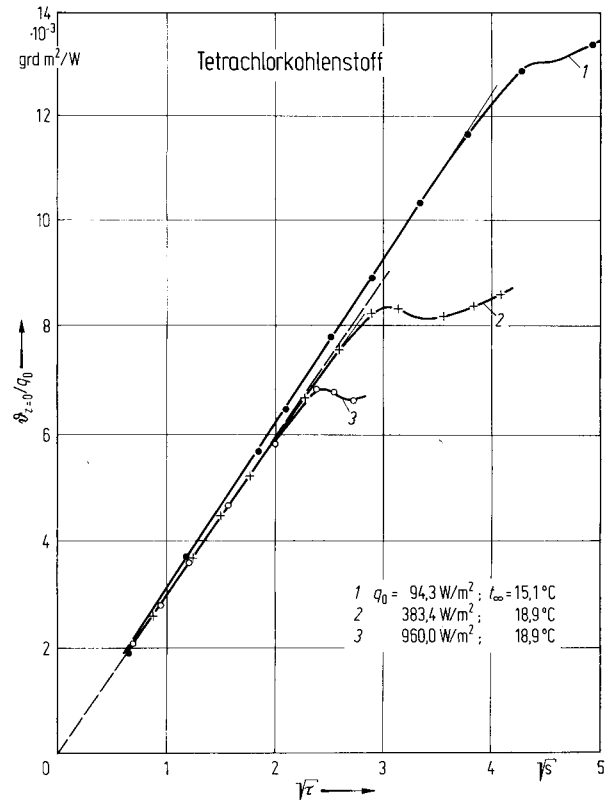


Bild 8. Verlauf der Wandübertemperatur in Abhängigkeit von der Zeit bei Tetrachlorkohlenstoff. Weitere Erläuterungen siehe Bild 7.

Kurve	(1)	(2)	(3)
$\tau_{kr}$	9,9	4,9	3,1
$K$	123	129	129,5

jede Höhe bei gleicher Leistung beobachtet. Die Versuche haben ergeben, daß die Flüssigkeitshöhe keinen Einfluß auf die reine Wärmeleitung und das Eintreten der Instabilität hat, solange die Höhe der Flüssigkeit größer als die Grenzschichtdicke ist.

Nach dem Einsetzen der Instabilität erhält man aus dem Oszillogramm eine Wandtemperaturkurve mit zwei Extrema. Die Art der Flüssigkeitsbewegung ist für diesen Kurvenverlauf maßgebend, wie die Versuche zur Sichtbarmachung der lokalen Strömung mittels Tellur und interferometrischen Beobachtungen beweisen. Eine typische Tellur-Aufnahme zeigt Bild 13. Daraus ersieht man die Zellform der Strömung, wie sie auch nach der Kontinuitätstheorie zu erwarten ist. Diese Tellur-Aufnahme entspricht dem Bereich  $BC$  in dem Oszillogramm, Bild 5. Die Interferenzaufnahmen, Bild 11f bis h, entsprechen dem Bereich um den Punkt  $B$  des genannten Oszillogramms. Man erkennt, daß im Bereich  $AB$  eine laminare Zellströmung existiert. Nach dem Punkt  $B$  werden die Zellen zerfallen. Dadurch wird der Wärmeübergang an der Plattenoberfläche erhöht, was durch das Absinken der Wandtemperatur im Bereich  $BC$  des Oszillogramms, Bild 5, angezeigt wird. Durch die weitere Wärmezufuhr steigt die Wandtemperatur bis zu einem stationären Wert

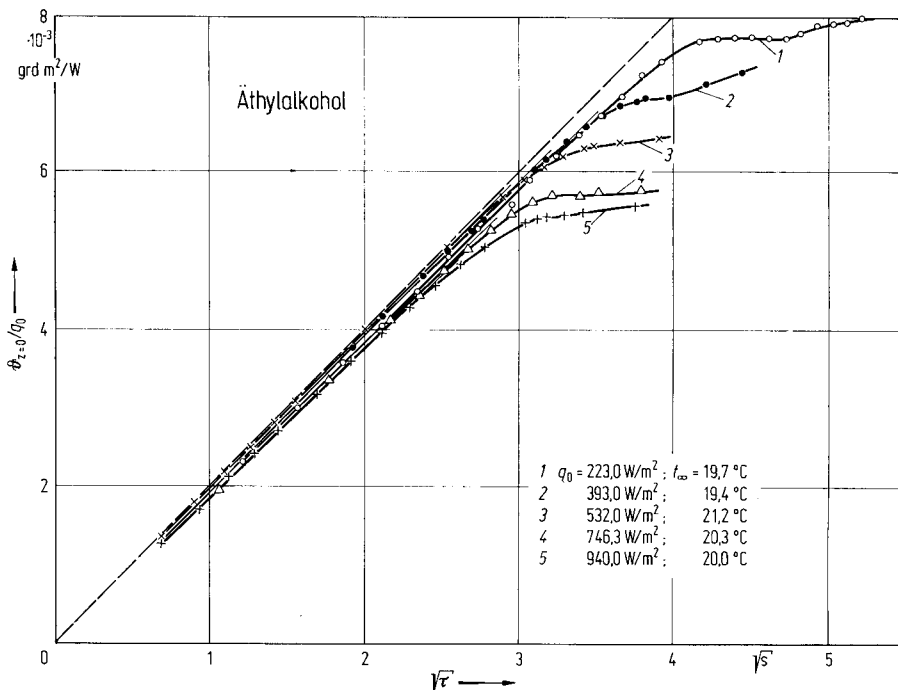


Bild 9. Verlauf der Wandübertemperatur in Abhängigkeit von der Zeit bei Äthylalkohol. Weitere Erläuterungen siehe Bild 7.

Kurve	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$\tau_{kr}$	10,2	7,8	6,6	5,7	4,97
K	87	89	88	91	87

wieder an. Auf diese Weise erklärt sich das Minimum  $C$  des Oszillogramms.

Wurde der Heizstrom noch im Bereich der reinen Wärmeleitung abgeschaltet, so trat nach einer gewissen Zeit trotzdem Konvektion ein. Dies wurde qualitativ nach dem Interferenzverfahren beobachtet.

Die Grenzschicht wuchs trotz abnehmender Platten-temperatur bis zu einer kritischen Dicke an, bei der dann die Konvektion einsetzte. Daraus ist auch zu erkennen, daß die Einführung der Grenzschichtdicke  $\delta$  als Bezugshöhe in die kritische  $Ra$ -Zahl  $Ra_{kr}$  sinnvoll ist.

### 5.3 Instationäre und stationäre Konvektion

In Bild 14 wurde die  $Nu$ -Zahl über der mit der stationären Wandübertemperatur gebildeten  $Ra$ -Zahl  $Ra = g\beta\Theta_w l^3/\nu\alpha$  aufgetragen. Als Bezugsgröße  $l$  wurde der Plattenumfang geteilt durch  $\pi$  genommen. Die gestrichelten Linien in Bild 14 entsprechen Gl. (10) und (12). Wie man sieht, stimmen die Versuchsergebnisse für verschiedene Flüssigkeiten bei  $Ra = 10^7$  bis  $10^8$  mit Gl. (10) ziemlich gut überein. In diesem Bereich ist die Strömung laminar, weil die Potenz der  $Ra$ -Zahl etwa  $\frac{1}{4}$  beträgt. Die Meßpunkte für größere  $Pr$ -Zahlen liegen etwas höher, aber die Streuung ist gering, so daß man daraus keine Gesetzmäßigkeit entnehmen kann. Ab  $Ra = 10^8$  wird ein Übergangsbereich erreicht, das zwischen laminarem und turbulentem Gebiet liegt. Für das Übergangsbereich, also bei  $Ra =$

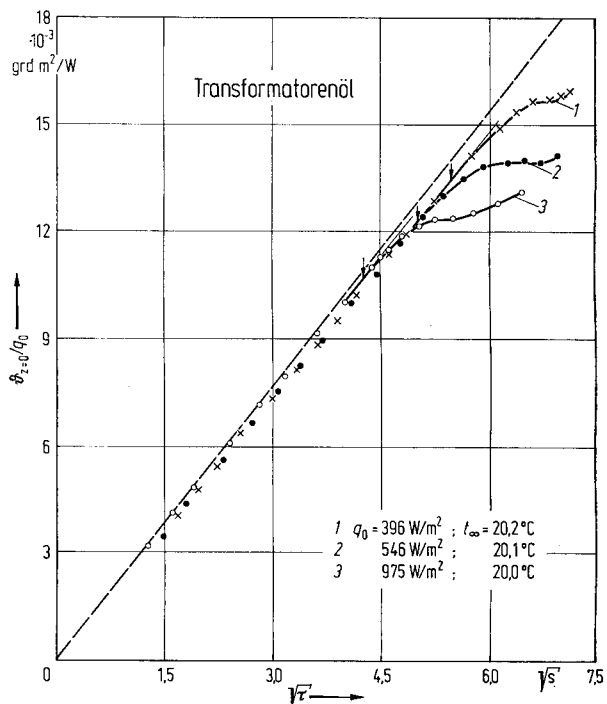


Bild 10. Verlauf der Wandübertemperatur in Abhängigkeit von der Zeit bei Transformatoröl. Erläuterungen siehe Bild 7.

Kurve	(1)	(2)	(3)
$\tau_{kr}$	29,2	24,5	17,6
K	78	76	70



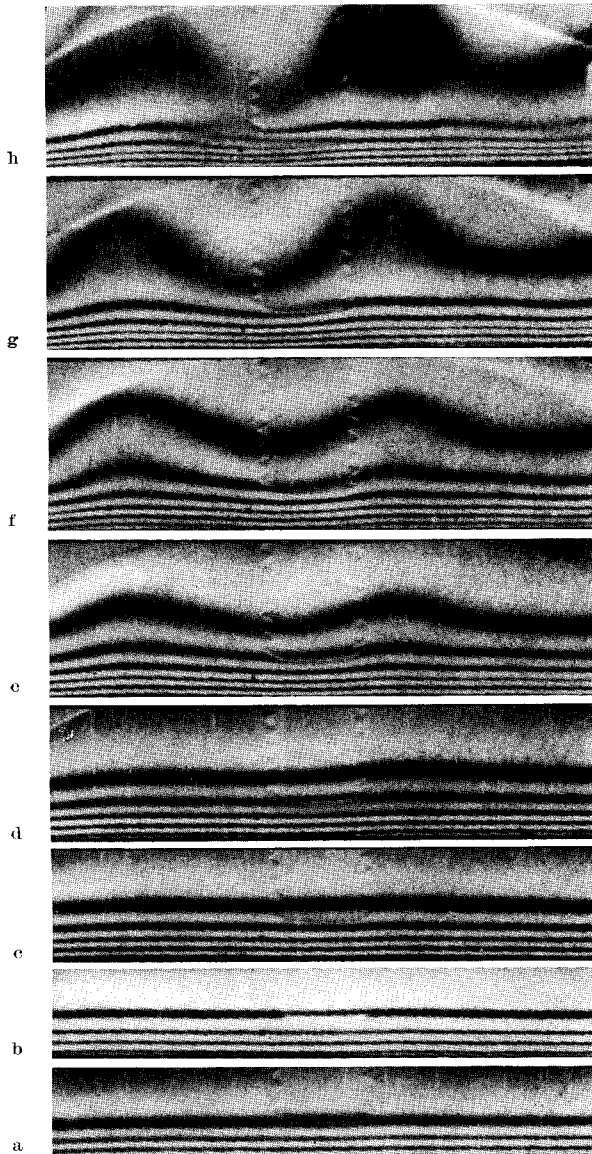


Bild 11. Biprisma-Interferenzstreifen bei Wasser und bei einer Heizflächenbelastung von  $546,7 \text{ W/m}^2$  bei  $19,2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Die Beheizungszeiten sind:

Bild	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
	18	22,7	24,5	26,8	31	33,5	35	36,8
		(kr)						

$10^8$  bis  $3 \cdot 10^9$ , erhält man eine empirische Gleichung

$$Nu = 0,181 (Gr \cdot Pr)^{0,31}$$

Die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  in der  $Nu$ -Zahl ist der mittlere Wert der oberen und unteren Flächen der Platte.

### 6. Fehlereinflüsse

Das Temperaturverhältnis  $\varphi = (\partial_{m,n}/\partial)_{z=0}$ , das den Einfluß der Wärmekapazität der Platte und der Änderung der Heizflächenbelastung auf die Plattentemperatur kennzeichnet, wurde in Bild 15 in Abhängigkeit

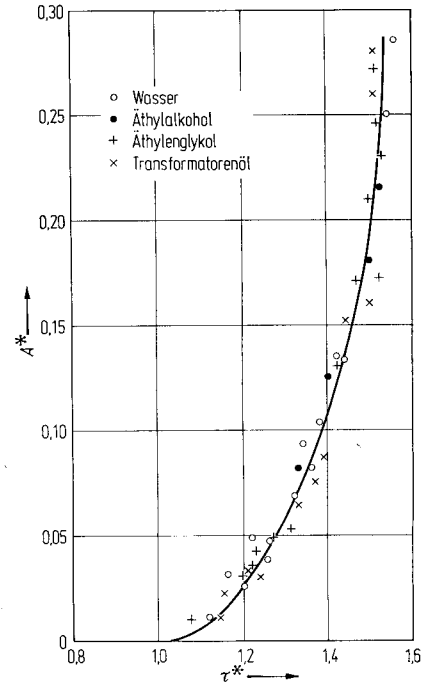


Bild 12. Dimensionslose Amplitude  $A^* = A/\beta$  (Aufwellung der Interferenzlinie) in Abhängigkeit von der dimensionslosen Zeit  $\tau^* = \tau/\tau_{kr}$ .



Bild 13. Telluraufnahme nach dem Eintritt der Konvektion.

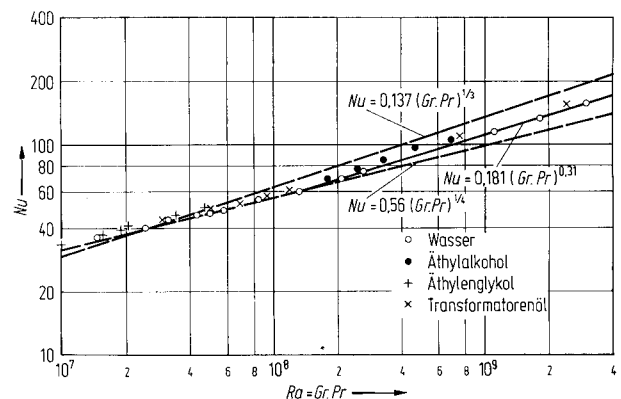


Bild 14. Abhängigkeit der Nusseltzahl  $Nu = \alpha l/\lambda$  von der Rayleigh-Zahl  $Ra = g\beta\theta_w l^3/\nu\alpha$  bei verschiedenen Flüssigkeiten ( $l = \text{Umfang}/\pi$  angenommen). Die gestrichelten Linien entsprechen den Gln. (10) und (12).

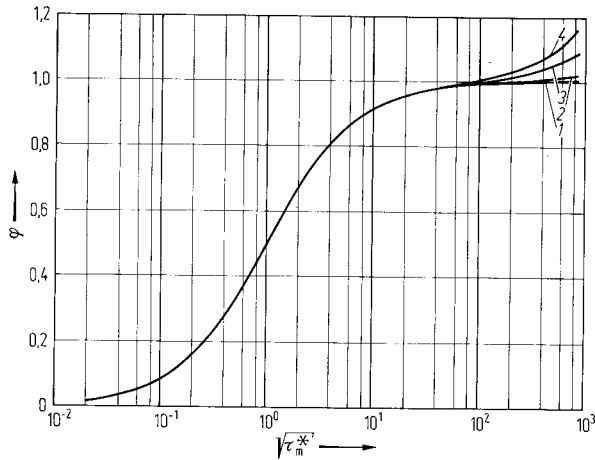
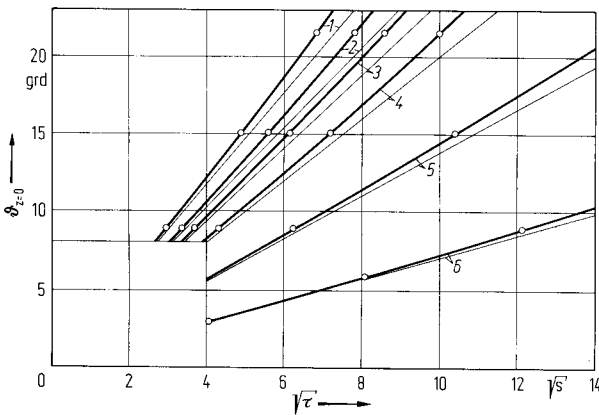
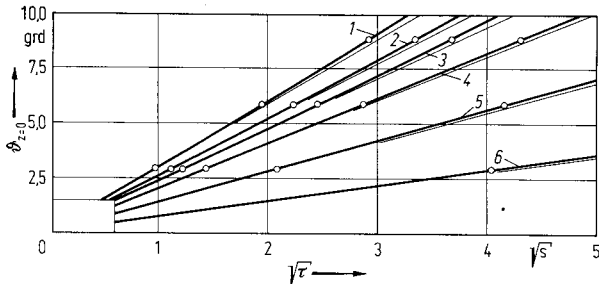


Bild 15. Temperaturverhältnis  $\varphi = (\vartheta_{m,n}/\vartheta)_{z=0}$  als Funktion der dimensionslosen Zeit  $\tau_m = a\tau/m^2$ . Die Kurven (1) bis (4) sind Beispiele entsprechend der folgenden Tabelle. Stärke der Platinfolie 10  $\mu\text{m}$ , Umgebungstemperatur 20 °C.

	(1)	(2)	(3)	(4)
Luft	$q_0 = 0,0059$	0,018	0,074	0,129 W/m <sup>2</sup>
Tetrachlorkohlenstoff	$q_0 = 28$	87	350	615 W/m <sup>2</sup>
Transformatoröl	$q_0 = 41$	129	510	894 W/m <sup>2</sup>
Silikonöl	$q_0 = 43$	135	540	940 W/m <sup>2</sup>
Äthylalkohol	$q_0 = 60$	190	765	1 335 W/m <sup>2</sup>
Wasser	$q_0 = 484$	1 500	6 000	10 500 W/m <sup>2</sup>



- 1 Tetrachlorkohlenstoff
- 2 Transformatoröl
- 3 Silikonöl
- 4 Äthylalkohol
- 5 Äthylenglykol
- 6 Wasser

Bild 16. Plattenoberober Temperatur  $\vartheta_{z=0}$  bei temperaturabhängigem elektrischem Widerstand der Folie (dicke Linien) und bei konstanter Heizflächenbelastung (dünne Linien).  $q_0 = 1000 \text{ W/m}^2$ , Umgebungstemperatur 20 °C, Foliendicke 10  $\mu\text{m}$ .

von  $\sqrt{\tau_m^*}$  aufgetragen. Dabei bedeuten die Indices  $m$  und  $n$  die Platte mit Wärmekapazität und veränderlicher Wärmestromdichte,  $\tau_m^* = a\tau/m^2$ ,  $m = \rho_M c_M s / 2 \rho c_p$ ,  $\rho_M$  die Dichte,  $c_M$  die spezifische Wärmekapazität und  $s$  die Dicke der Platte. Aus diesem Bild ersieht man, daß die Wärmekapazität bei kürzeren Zeiten, die Änderung der Heizflächenbelastung dagegen bei längeren Zeiten wirksam wird.

In den Bildern 16 und 17 wurden die Wandoberober Temperaturen für verschiedene Versuchsmedien für eine Heizplatte aus Platin von 10  $\mu\text{m}$  Stärke und für eine Umgebungstemperatur von 20 °C über der Wurzel der Zeit aufgetragen. Diese Bilder zeigen, daß der Einfluß der Wärmekapazität und der Änderung der Heizflächenbelastung (ausgenommen bei sehr kurzer Versuchsdauer und bei starker Erwärmung) kaum bemerkbar ist und der dadurch verursachte Fehler innerhalb der Meßgenauigkeit bleibt. Bei den Versuchen mit Luft ist der Fehler wegen der Wärmekapazität der Platte beträchtlich. Weiter ist zu berücksichtigen, daß die Versuchsdauer für Luft wesentlich kürzer als für Flüssigkeiten ist, was natürlich den Fehler noch ver-

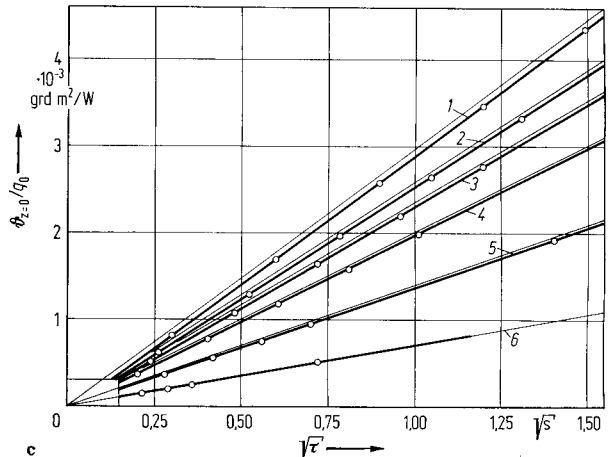
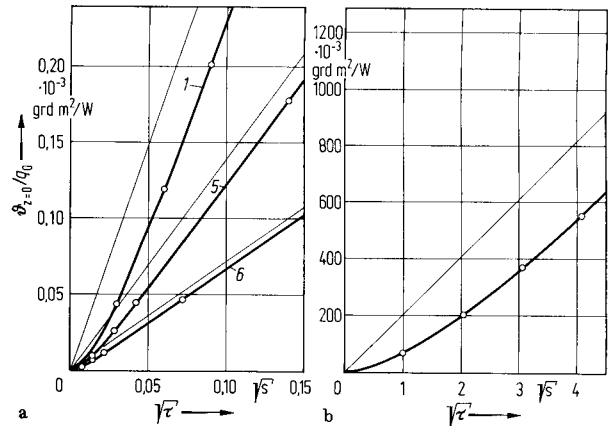


Bild 17. Bezogene Plattenoberober Temperatur  $\vartheta_{z=0}/q_0$  bei endlicher Wärmekapazität der Folie (dicke Linien) und bei Wärmekapazität Null (dünne Linien). Die Ziffern entsprechen Bild 16. Bild b gilt für Luft. Foliendicke 10  $\mu\text{m}$ .

größert. Versuche mit Luft wurden mit dieser Apparatur nicht ausgeführt.

Bereits kurze Zeit (etwa 0,005 s) nach dem Einschalten erhielt die Folie die volle elektrische Leistung, da die Induktivität der Anordnung sehr klein war. Die Stromstärke blieb während des Aufheizens praktisch konstant. Die wärmeabgebende Fläche der Folie konnte mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 1,5\%$  gemessen werden. Wegen der geringen Erwärmung ist ihre Längenausdehnung vernachlässigbar. Die Stärkeltoleranz der Platinfolie ist vom Hersteller zu etwa  $\pm 3\%$  angegeben. Dies würde eine ungleichmäßige Temperaturverteilung an der Plattenoberfläche zur Folge haben. Wie aber beobachtet wurde, trat die Instabilität nicht immer an der gleichen Stelle auf; daraus kann man schließen, daß eventuelle Ungleichmäßigkeiten in der Plattenstärke so klein waren, daß sie den Vorgang nicht beeinflussten. Der elektrische Widerstand der Platinfolie wurde nicht rechnerisch aus den Abmessungen der Platte bestimmt, sondern direkt durch die Thomson-Brücke der Versuchsanordnung gemessen.

Die Wärmeabgabe der Folie durch Strahlung ist im Vergleich zur Wärmeübertragung durch Leitung minimal, da die Temperaturunterschiede zwischen Folie und Umgebung wenige Grad betragen. Im ungünstigsten Fall war der Strahlungsanteil weniger als 0,5% der gesamten Leistung.

Die Genauigkeit der verwendeten Thomson-Brücke erlaubte es, die relative Widerstandsänderung der Folie auf  $\pm 0,03\%$  genau zu bestimmen.

Da die Instabilität nicht schlagartig einsetzt, sondern mit langsamer Konvektion beginnt, ist die Feststellung dieses Beginns weder aus den Oszillogrammen noch aus den optischen Aufnahmen der Folie exakt möglich. Somit liegt in der subjektiven Bestimmung der kritischen Zeit eine natürliche Unsicherheit. Die Kenngröße  $K$  konnte auf  $\pm 10\%$  bestimmt werden.

#### Literatur

1. RAYLEIGH, L.: On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, when the Higher Temperature is on the Under Side. *Phil. Mag. and Jour. Sci.* 32 (1916) S. 529/547.

2. JEFFREYS, H.: The Stability of a Layer of Fluid Heated Below. *Phil. Mag.* 2 (1926) S. 833/844.
3. LOW, A. R.: On the Criterion for Stability of a Layer of Viscous Fluid Heated from Below. *Proc. Roy. Soc. London A.* 125 (1929) S. 180/195.
4. PELLEW, A., u. R. V. SOUTHWELL: On Maintained Convective Motion in a Fluid Heated from Below. *Proc. Roy. Soc. London A.* 176 (1940) S. 312/343.
5. SILVESTON, P. L.: Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten. *Forsch. Ing. Wes.* 24 (1958) S. 29/32, S. 59/69.
6. SPARROW, E. M., R. L. GOLDSTEIN u. V. K. JONSSON: Thermal Instability in a Horizontal Fluid Layer: Effect of Boundary Conditions and Non Linear Temperature Profile. *J. Fluid Mech.* 18 (1964) S. 513/528.
7. MORTON, B. R.: On the Equilibrium of a Stratified Layer of Fluid. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 10 (1957) S. 433/447.
8. CHANDRASEKHAR, S.: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford. Clarendon Press 1961.
9. GOLDSTEIN, A. W.: Stability of a Horizontal Fluid Layer with Unsteady Heating from Below and Time Dependent Body Forces. *NASA Techn. Rep. R-4* (1959).
10. SPANGENBERG, W. G., u. W. R. ROWLAND: Convective Circulation in Water Induced by Evaporative Cooling. *Physics of Fluids* 4 (1961) S. 743/750.
11. FOSTER, T. D.: Stability of a Homogeneous Fluid Cooled Uniformly from Above. *Physics of Fluids* 8 (1965) S. 1249/1257, S. 1770/1774.
12. WEISE, R.: Wärmeübergang durch freie Konvektion an quadratischen Platten. *Forsch. Ing. Wes.* 6 (1935) S. 281/292.
13. KRAUS, W.: Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld bei freier Konvektion um eine waagerechte quadratische Platte. *Phys. Zeitschr.* 41 (1940) S. 126/150.
14. GRÖBER, H., S. ERK u. U. GRIGULL: Grundgesetze der Wärmeübertragung, 3. Aufl. Berlin - Göttingen - Heidelberg: Springer 1961.
15. GRIGULL, U.: Einige optische Eigenschaften thermischer Grenzschichten. *Intern. J. Heat Mass Transfer* 6 (1963) S. 669/679.
16. ROTTENKOLBER, H.: Neue einfache Interferenzverfahren und ihre Anwendung auf thermische Grenzschichten. *Fortschritt-Ber. VDI-Z. Reihe 6, Nr. 8.*

Prof. Dr.-Ing. K. ONAT,  
Fakultät für Maschinenwesen,  
Technische Universität Istanbul

Prof. Dr.-Ing. U. GRIGULL,  
Institut A für Thermodynamik,  
Technische Hochschule München

Eingegangen am 16. Juni 1969