

## Über das Abspringen von Tropfen bei der Kondensation von Quecksilber

### The Bouncing off Phenomenon of Droplets with Condensation of Mercury

M. KOLLERA und U. GRIGULL, München

**Zusammenfassung.** Bei Kondensationsversuchen an Quecksilber wurde beobachtet, daß sich spontan zahlreiche, auf der Kühlfläche sitzende Tröpfchen zu einem größeren Tropfen vereinigen, der von der Kühlfläche abspringt. Aus einer Bilanz der Oberflächenenergien wird abgeschätzt, welche Bedingungen das Abspringen begünstigen.

**Abstract.** Experiments with condensing mercury have shown that small drops on the condensing surface coalesce spontaneously to form a larger drop which springs away from the surface. The conditions favorable to this are calculated from a surface energy balance.

#### Bezeichnungen

$A_{fld}$	Arbeit bei der Änderung der Oberfläche der Flüssigkeit	$O_{fld}$	freie Oberfläche der Flüssigkeit
$A_{fd}$	Arbeit bei der Änderung der Oberfläche des Festkörpers	$p$	Druck
$A_{ffl}$	Arbeit bei der Änderung der Grenzfläche fest/flüssig	$r_a, r_b$	Hauptkrümmungsgradien
$A_{ges}$	Gesamtarbeit	$r$	Tropfenradius
$a$	bezogene Arbeit [ $a = A_{ges}/(\sigma_{fld}d_3^2\pi)$ ]	$\gamma$	Öffnungswinkel von Kerben und Poren
$d_1, d_2$	Durchmesser im Anfangszustand	$\vartheta$	Randwinkel
$d_3$	Durchmesser im Endzustand	$\rho'$	Dichte der Flüssigkeit
$f$	Frequenz	$\rho''$	Dichte des Dampfes
$g$	Fallbeschleunigung	$\sigma, \sigma_{fld}$	Oberflächenspannung der Flüssigkeit
$n_1, n_2$	Anzahl der Tropfen mit dem Durchmesser $d_1$ bzw. $d_2$	$\sigma_{fd}$	Oberflächenspannung des Festkörpers
$n$	Gesamtzahl der Tropfen	$\sigma_{ffl}$	Grenzflächenspannung zwischen dem Festkörper und der Flüssigkeit
		$\sigma_{sp}$	Spreitungsdruck

#### Einführung

Filmkondensation stellt sich ein, wenn das Kondensat auf der Kühlfläche spreitet. Spreitung oder vollkommene Benetzung tritt auf unter der Bedingung

$$\sigma_{sp} = \sigma_{fd} - (\sigma_{fld} + \sigma_{ffl}) > 0. \quad (1)$$

Bei unvollständiger Benetzung (Randwinkel  $\vartheta < 90^\circ$ ) oder wenn keine Benetzung vorliegt (Randwinkel  $\vartheta > 90^\circ$ ), erfolgt Kondensation in Tropfenform. Quecksilber kondensiert auf Stählen und vielen anderen Metallen in Tropfenform, obwohl nach Gl. (1) bei einem Vergleich der Oberflächenspannung des Festkörpers  $\sigma_{fd}$  mit der von Quecksilber  $\sigma_{fld}$  Spreitung und damit Filmkondensation zu erwarten ist. Dieses Verhalten wird durch eine dünne Oxydschicht verursacht, mit der sich diese Metalloberflächen an Luft überziehen und die die Oberflächenspannung  $\sigma_{fd}$  des Festkörpers stark herabsetzt. Versuche von P. W. BRIDGMAN [1] mit Aluminium, Eisen, Nickel, Cobalt und Stählen ergaben, daß eine unter Quecksilber hergestellte frische Metallbruchfläche vollständig von Quecksilber benetzt wird und amalgamiert. Bei der Herstellung der Metallbruchfläche an Luft und sofortigem Eintauchen in Quecksilber findet keine Benetzung mehr statt, da sich bereits eine dünne Oxydschicht gebildet hat, die als Promotor für Tropfenkondensation wirkt. Ist diese Oxydschicht sehr dicht und widerstandsfähig gegenüber Quecksilber, bleibt Tropfenkondensation erhalten. Andernfalls geht die Tropfenkondensation nach längerem Betrieb in Filmkonden-

sation über, wie es sich bei Versuchen von B. MISRA und C. F. BONILLA [2] und S. P. SUKHATME und W. M. ROHSENOW [3] zeigte, die Quecksilber auf einem Nickelrohr kondensierten.

Bei eigenen Versuchen kondensierte Quecksilber auf einem senkrechten Rohr aus Chromstahl mit 16 mm Durchmesser und 120 mm Länge. Die Kondensationskammer bestand aus einem Glaszylinder mit 108 mm innerem Durchmesser, der zwischen einem Deckel und einem Boden aus Chromnickelstahl eingespannt war. Abgedichtet wurde mit Viton, einem Synthesekautschuk der Fa. Du Pont. In der Kammer konnte ein Druck von  $10^{-3}$  Torr erzielt werden. Während der Versuche wurde laufend Inertgas abgesaugt. Eine Schutzheizung am Deckel verhinderte Kondensation an seiner Innenseite.

Quecksilber kondensierte auf dem Rohr aus Chromstahl in Tropfenform. Die Sättigungstemperatur des Dampfes betrug  $80^\circ\text{C}$ . Die Wärmestromdichte lag bei  $1\text{ W/cm}^2$ . Gekühlt wurde mit Wasser. Ein Übergang in Filmkondensation konnte auch nach Wochen nicht festgestellt werden.

Bei den Kondensationsversuchen wurden beobachtet, daß sich auf der Kühlfläche häufig mehrere der wachsenden Tröpfchen zu einem größeren Tropfen spontan zusammenschließen, der dabei senkrecht zur Kühlfläche abspringt. Dieser Vorgang wurde mit 44 Bildern pro Sekunde und 5facher Vergrößerung und mit 1200 Bildern pro Sekunde und 0,5facher Vergrößerung gefilmt.

Bild 1 zeigt einige Bahnen abspringender Tropfen, während auf Bild 2 ein dunkler Fleck jene Stelle kennzeichnet, von der nach dem Zusammenschluß zahlreicher kleinerer Tröpfchen ein größerer Tropfen abgesprungen ist.

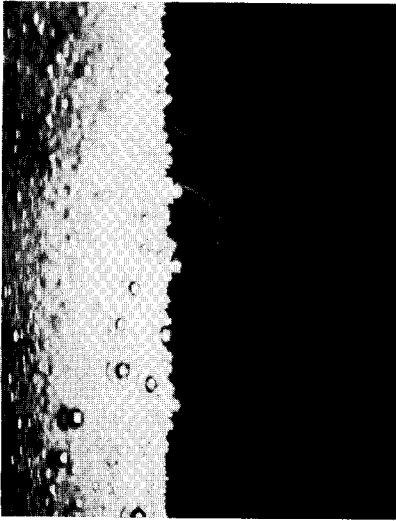


Bild 1. Bahnen abspringender Tropfen (Maßstab 4 : 1).

gesprungen ist. Die größten der abspringenden Tropfen haben Durchmesser von etwa 0,4 mm. Das Abspringen erfolgt so häufig, daß der Eindruck des Absprühens entsteht.

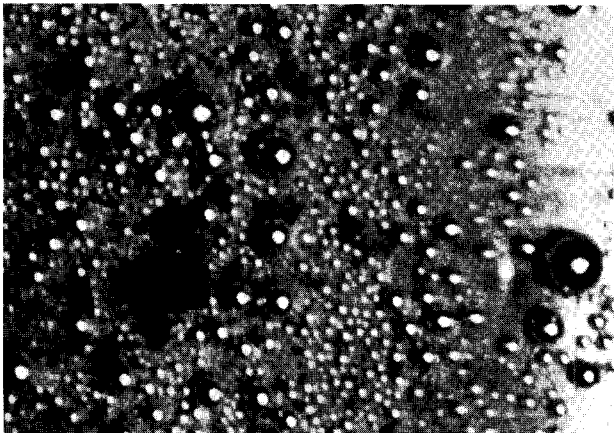


Bild 2. Freie Stelle (dunkler Fleck auf dem Bild) entstanden durch Vereinigung mehrerer Tröpfchen zu einem größeren abgesprungenen Tropfen (Maßstab 10 : 1).

Sind die Oberflächen der Tröpfchen verunreinigt, z. B. durch kondensierten Wasserdampf in der Kammer, dann findet kein Zusammenschluß statt.

#### Energiebilanz beim reversiblen Zusammenschluß mehrerer Tröpfchen

Bei der Vereinigung mehrerer Quecksilbertropfen auf einer starren Unterlage zu einem Tropfen, der bei diesem Vorgang von der Oberfläche abspringt, wird Oberflächenarbeit abgegeben, die unter der Annahme,

daß der Zusammenschluß reversibel erfolgt, berechnet werden kann.

#### a) Glatte Oberfläche

Schließen sich auf einer glatten Oberfläche  $n$  Tröpfchen, die durch Kugelkalotten dargestellt werden und den Durchmesser  $d_1$  haben (Bild 3), zu einem Tropfen

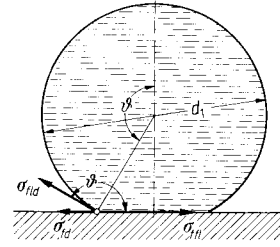


Bild 3. Grenzflächenspannungen am Tropfenrand.

zusammen, der nach dem Absprung den Durchmesser  $d_3$  hat, so setzt sich nach F. K. DUPRÉ [4] die Oberflächenarbeit aus der Summe folgender Teilarbeiten zusammen:

1. Arbeit wird aufgewendet bei der Bildung neuer Oberfläche des Festkörpers:

$$A_{fd} = -\sigma_{fd} n \pi \frac{d_1^2}{4} \sin^2 \vartheta. \quad (2)$$

2. Arbeit wird abgegeben beim Verschwinden der Grenzfläche:

$$A_{fl} = \sigma_{fl} n \pi \frac{d_1^2}{4} \sin^2 \vartheta. \quad (3)$$

Die Summe  $A_{fd} + A_{fl}$  ist positiv, wenn der Randwinkel  $\vartheta > 90^\circ$  ist. Diese Summe läßt sich unter Benutzung einer Beziehung von T. YOUNG [5]

$$-\sigma_{fd} \cos \vartheta = \sigma_{fl} - \sigma_{fd} \quad (4)$$

in folgende Form bringen:

$$A_{fd} + A_{fl} = -\sigma_{fd} \cos \vartheta n \pi \frac{d_1^2}{4} \sin^2 \vartheta. \quad (5)$$

3. Arbeit wird abgegeben bei der Abnahme der freien Oberfläche der Flüssigkeit:

$$\begin{aligned} A_{fld} &= -\sigma_{fd} \Delta O_{fld} \\ &= \sigma_{fd} \pi \left[ n \frac{d_1^2}{4} (2 - 2 \cos \vartheta) - d_3^2 \right]. \end{aligned}$$

Die gesamte Arbeit wird

$$\begin{aligned} A_{ges} &= A_{fd} + A_{fl} + A_{fld} \\ &= \sigma_{fd} \pi \left[ n \frac{d_1^2}{4} (2 - 2 \cos \vartheta - \sin^2 \vartheta \cos \vartheta) - d_3^2 \right] \\ &= \sigma_{fd} \pi \left[ n \frac{d_1^2}{4} (\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2) - d_3^2 \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Zwischen dem Durchmesser  $d_1$  der  $n$  Tröpfchen vor der Vereinigung und dem Durchmesser  $d_3$  des abgesprungenen Tropfens besteht die Beziehung

$$d_1 = d_3 \sqrt[3]{\frac{4}{n(\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2)}}. \quad (8)$$

Damit wird die Arbeit

$$A_{ges} = \sigma_{fd} d_3^2 \pi \left[ n^{1/3} \sqrt[3]{\frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4}} - 1 \right] \quad (9a)$$

abgegeben, oder in dimensionsloser Form

$$a = \frac{A_{ges}}{\sigma_{fl} d_3^2 \pi} = n^{1/3} \sqrt[3]{\frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4}} - 1. \quad (9b)$$

Setzt man zur Abkürzung

$$y = \sqrt[3]{\frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4}}, \quad (10)$$

so erhält man für die bezogene Arbeit den Ausdruck

$$a = n^{1/3} y - 1. \quad (9c)$$

Das Ergebnis (9b) ist in Abhängigkeit von der Tropfenzahl  $n$  in Bild 4 aufgetragen, wobei der Randwinkel  $\vartheta$

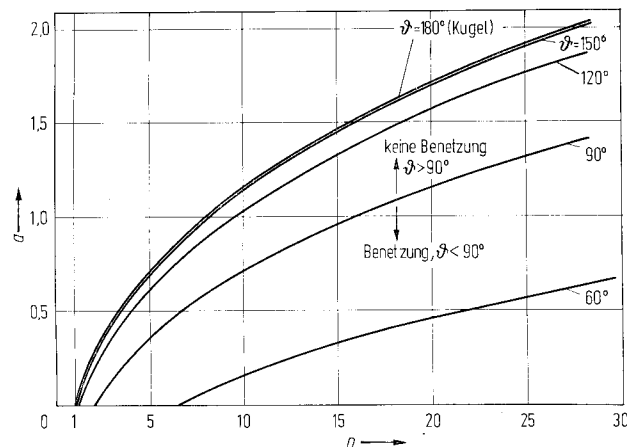


Bild 4. Reversible Arbeit  $a$  als Funktion der Anzahl  $n$  der sich vereinigenden Tropfen. Parameter ist der Randwinkel  $\vartheta$ .

als Parameter erscheint. Der Randwinkel von Quecksilber auf Stahl mit einer Oxydschicht an der Oberfläche liegt zwischen  $146^\circ$  und  $154^\circ$  [6, 7]. Der Randwinkel von Quecksilber auf Glas erreicht  $140^\circ$  [8]. Aus Bild 4 geht hervor, daß für eine bestimmte Tropfenzahl die Arbeit um so geringer wird, je kleiner der Randwinkel ist. Stark nimmt die Arbeit mit dem Randwinkel unter  $120^\circ$  ab, wie Bild 5 zeigt. Außerdem

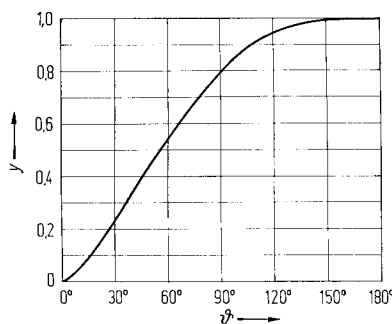


Bild 5. Funktion  $y = \sqrt[3]{\frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4}}$ .

verringert sich mit abnehmendem Randwinkel die Wahrscheinlichkeit, daß Tropfen von der Kühlfläche abspringen, da die zum Abspringen erforderliche Anzahl  $n$  größer wird.

Zur Veranschaulichung der Werte von  $A_{ges}$  und  $a$  kann man die Sprunghöhe  $h$  eines Tropfens über einer horizontalen Kühlfläche berechnen, die sich bei Umwandlung von  $A_{ges}$  in potentielle Energie ergibt. Man erhält

$$h = \frac{6a\sigma_{fl}d}{d_3(\rho' - \rho'')g}.$$

Wählt man für den Tropfendurchmesser  $d_3 = 0,4$  mm und für die bezogene Arbeit  $a = 1,0$  nach Bild 4, so erhält man mit  $\vartheta = 150^\circ$  und den Stoffwerten von Quecksilber bei  $80^\circ\text{C}$  ( $\sigma = 455$  dyn/cm,  $\rho' = 13,4$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho'' \approx 0$ ) eine Sprunghöhe  $h = 5,1$  cm. Allerdings ist dieser Sprung nach oben nicht zu beobachten, da sich auf einer horizontalen Kühlfläche in kürzester Zeit ein zusammenhängender Film bildet. Würde  $A_{ges}$  vollständig in kinetische Energie des abspringenden Tropfens umgewandelt werden, so erhielte dieser beim obigen Beispiel eine Geschwindigkeit von etwa 1 m/s.

Bei der Vereinigung von  $n_1$  Tropfen mit dem Durchmesser  $d_1$  und  $n_2$  Tropfen mit dem Durchmesser  $d_2$  zu einem Tropfen, der nach dem Absprung den Durchmesser  $d_3$  hat, ergibt sich die reversible Arbeit zu

$$A_{ges} = \sigma_{fl} d \pi \left[ (n_1 d_1^2 + n_2 d_2^2) \frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4} - d_3^2 \right]. \quad (11)$$

Unter Verwendung von  $z = d_3^2/d_1^2$  und  $v = n_1/n$  und der Beziehung der Durchmesser vor und nach dem Absprung

$$(n_1 d_1^3 + n_2 d_2^3) (\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2) = 4 d_3^3 \quad (12)$$

wird die Arbeit

$$A_{ges} = d_3^2 \sigma_{fl} d \pi \left[ n^{1/3} \sqrt[3]{\frac{\cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta + 2}{4}} \frac{1 + v(z^{2/3} - 1)}{[1 + v(z - 1)]^{2/3}} - 1 \right]. \quad (13)$$

Mit

$$f = \frac{1 + v(z^{2/3} - 1)}{[1 + v(z - 1)]^{2/3}} \quad (14)$$

ergibt sich für die bezogene Arbeit

$$a = \frac{A_{ges}}{\sigma_{fl} d_3^2 \pi} = n^{1/3} y f - 1. \quad (15)$$

Aus der Beziehung (15) kann abgeschätzt werden, in welchem Maße die Arbeit bei der Vereinigung verschieden großer Tropfen gegenüber der Arbeit bei der Vereinigung derselben Anzahl gleichgroßer Tropfen abnimmt. Für  $z = 1$  ist  $f = 1$ . Mit zunehmendem  $z$  und  $v < 1$  nimmt  $f$  stetig ab und erreicht für  $z \rightarrow \infty$  folgende Grenzwerte:

$z \rightarrow \infty$	$v$	1	9/10	3/4	1/2	1/4	1/10
	$f$	1	0,965	0,908	0,794	0,630	0,464

Besonders stark ist die Abnahme, wenn sich nur wenige Tropfen zusammenschließen, die sich sehr in ihrer Größe unterscheiden. Die Bedingungen für ein Abspringen sind also hierbei sehr ungünstig.

### b) Raue Oberflächen

Auf Bild 6 ist als Sonderfall für eine nichtbenetzende Flüssigkeit ein ebener Meniskus in einer Pore dargestellt, der sich unter der Bedingung  $\gamma/2 = \vartheta - \pi/2$  ergibt. Für Quecksilber gegen Stahl beträgt der Öffnungswinkel  $\gamma$  für diesen Fall ungefähr  $120^\circ$ . Ist der

Öffnungswinkel größer, so wird die Pore mit Flüssigkeit aufgefüllt, ist er kleiner, stellt sich in der Pore eine konvex gekrümmte Flüssigkeitsoberfläche ein. Nach LORD KELVIN [9] ist der Dampfdruck an einer konvex gekrümmten Oberfläche um

$$\Delta p = \sigma \frac{q''}{q' - q''} \left( \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} \right) \quad (16)$$

höher als an einer ebenen Oberfläche. Aus diesem Grund dringt für  $\gamma/2 < \vartheta - \pi/2$  die Flüssigkeit nur mit zunehmender Unterkühlung tiefer in die Pore ein, wie es Bild 7 zeigt. Die nichtbenetzende Flüssigkeit überbrückt unter diesen Verhältnissen Vertiefungen in der Oberfläche, die beim Fehlen von Inertgasen mit dem Dampf der Flüssigkeit gefüllt sind. Im Gegensatz hierzu sind bei einer benetzenden Flüssigkeit die Poren ständig mit Flüssigkeit gefüllt und bilden dadurch den Ausgangspunkt für neue Tröpfchen bei Kondensation in Tropfenform.

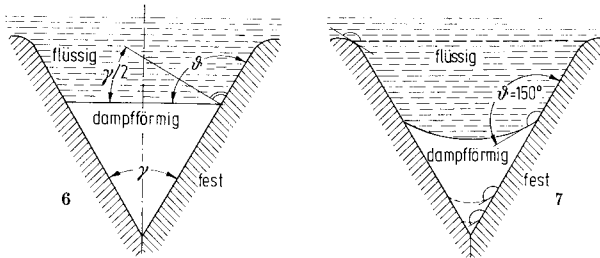


Bild 6. Ebener Meniskus in einer Pore. Sonderfall für  $\gamma/2 = \vartheta - \pi/2$ .

Bild 7. Eindringtiefe bei zunehmender Unterkühlung.

Da für eine nichtbenetzende Flüssigkeit die Kontaktfläche fest/flüssig bei einem Öffnungswinkel  $\gamma/2 < \vartheta - \pi/2$  kleiner als bei einer glatten Oberfläche ist, ist auch die bei der Vereinigung von Tropfen aufzubringende Arbeit zur Schaffung neuer Oberfläche zwischen Festkörper und Dampf geringer. Es steht also ein größerer Betrag an Arbeit für die mögliche Umwandlung in kinetische oder potentielle Energie zur Verfügung. Das ist gleichbedeutend mit einer Erhöhung des wirksamen Randwinkels nach Bild 5 und damit einer Erhöhung des Faktors  $\gamma$ . Die Grenzwerte  $\vartheta \rightarrow 180^\circ$  und  $\gamma \rightarrow 1$  würden etwa einem Aufsitzen des Tropfens auf den Spitzen der Rauigkeiten entsprechen.

**Beobachtungen**

Die Energie, die bei der Vereinigung der Tröpfchen frei wird, erscheint wieder in der kinetischen Energie unmittelbar nach dem Abspringen und in der Schwingungsenergie des gebildeten Tropfens. Je weiter der Haufen der sich vereinigenden Tröpfchen in einer Richtung auseinandergezogen ist und je mehr sie sich in ihrer Größe unterscheiden, desto stärker verringert sich die kinetische Energie, bis schließlich kein Absprung mehr stattfindet. Die Vereinigung erfolgt dann vollkommen irreversibel.

Die Bahnen der abgesprungenen Tropfen werden stark von der Geschwindigkeit und der Richtung des Dampfstroms beeinflusst. Kleinere Tropfen werden

durch den zuströmenden Dampf wieder an die Oberfläche gedrückt, wo sie sich mit dort aufsitzenden kleinen Tropfen vereinen können. Bei steigender Heizflächenbelastung springen zwar immer häufiger Tropfen von der Heizfläche ab, deren Bahnen aber infolge baldiger Rückkehr zur Heizfläche immer kürzer werden. Die Kondensationsfläche ist dann mit einem Schleier fallender Tropfen umgeben.

Die Schwingungsenergie ist bestimmt durch die Frequenz und die Amplitude des abgesprungenen Tropfens. Die Frequenz der Grundschwingung ist nach H. LAMB [10] gegeben durch die Beziehung

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho' r^3}} \quad (17)$$

Umgekehrt läßt sich durch Auszählen der Frequenz auf Aufnahmen mit Hilfe dieser Gleichung die Tropfengröße berechnen, sofern der Tropfen so groß ist, daß die Schwingung noch aufgelöst erscheint. Der abspringende Tropfen auf Bild 8 hat danach bei Annahme

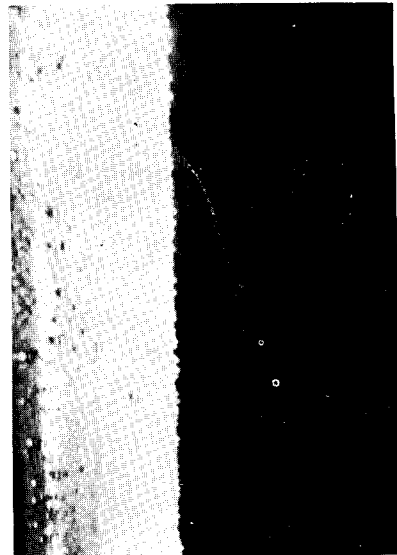


Bild 8. Schwingung eines abspringenden Tropfens (Maßstab 2 : 1).

freien Falls eine Frequenz  $f \approx 507 \text{ s}^{-1}$  und einen Durchmesser  $d \approx 0,6 \text{ mm}$ . Durch Auswertung von Filmaufnahmen konnten Anzahl  $n$  und Durchmesser  $d$  der sich vereinigenden Tröpfchen in einigen Fällen bestimmt werden. Dabei ließen sich die gemessenen Werte in einer oder höchstens zwei Durchmesserklassen (Index 1 und 2) ohne Zwang unterbringen. Hieraus konnte mit den Gln. (12), (13) und (14) auch der Durchmesser des abspringenden Tropfens  $d_3$  (der bei der Frontalaufnahme nicht direkt zu beobachten war) sowie der Koeffizient  $f$  und die bezogene Arbeit  $a$  berechnet werden, wobei  $\vartheta = 150^\circ$  angenommen wurde. Der kleinste beobachtbare Tropfendurchmesser betrug  $0,03 \text{ mm}$ . Die Ergebnisse aus sieben Auswertungen sind in nachstehender Tabelle zusammengefaßt. Die Zahlenwerte zeigen noch einmal, daß die freiwerdende bezo.

gene Arbeit  $a$  dann besonders groß wird, wenn sich viele Tröpfchen gleichen Durchmessers vereinigen.

$n_1$	$d_1$ mm	$n_2$	$d_2$ mm	$d_3$ mm	$f$	$a$
12	0,1	—	—	0,229	1,0	1,266
9	0,05	—	—	0,104	1,0	1,060
4	0,04	—	—	0,063	1,0	0,572
5	0,30	10	0,05	0,514	0,727	0,775
3	0,20	10	0,05	0,292	0,716	0,667
2	0,20	4	0,10	0,271	0,897	0,613
2	0,30	6	0,10	0,391	0,782	0,549

#### Frühere Arbeiten

Durch Vereinigung abspringende Tröpfchen haben wahrscheinlich auch S. P. SUKHATME und W. M. ROHSENOW [3] bei anfänglicher Tropfenkondensation von Quecksilber auf einem Nickelrohr beobachtet. Sie berichten, daß sehr kleine Tröpfchen infolge ihrer Größe von der Oberfläche herausgepickt und in den wirbelnden Dampf getragen werden.

J. I. STURAS [11] fand in einem Glaskondensator beim Kondensieren von Quecksilber Tröpfchen in der Dampfphase verteilt. Auch hier kann es sich um abgesprungene Tropfen gehandelt haben, zumal der Randwinkel zwischen Quecksilber und Glas mit ungefähr  $140^\circ$  sehr groß ist.

Bei Tropfenkondensation von ruhendem oder schwach bewegtem Wasserdampf hat F. RÖCKE [12] festgestellt, daß die Tropfen 4 bis 6 mm dick wurden, dann ruckartig nach abwärts flossen und nach kurzer

Laufzeit von der Wand absprangen. Der Vorgang wurde gefilmt. Angaben über die Oberflächenbeschaffenheit der Kondensationsfläche, das Hydrophobiermittel und den Randwinkel fehlen jedoch. Eine Erklärung für den Vorgang wird nicht gegeben, aber es kann vermutet werden, daß der Absprung der Tropfen durch Zusammenschluß mit anderen Tropfen verursacht wurde.

#### Literatur

- [1] BRIDGSMAN, P. W.: Proc. Am. Acad. Bd. 46 (1910/11) S. 324/341.
- [2] MISRA, B., u. C. F. BONILLA: Chem. Eng. Prog. Symp. Series No. 18, Bd. 52 (1956) S. 7/21.
- [3] SUKHATME, S. P., u. W. M. ROHSENOW: Depart. of Mech. Eng., Mass. Inst. of Tech., Report No. 9167-27.
- [4] DUPRÉ, F. K.: Théorie Mécanique de la Chaleur, S. 369, Paris 1869.
- [5] YOUNG, T.: Philos. Trans. (1805) S. 84.
- [6] LOMAN, R., u. N. P. ZWIKKER: Physica Bd. 1 (1933/34) S. 1181/1201.
- [7] OWEN, E. A., u. A. F. DUFTON: Proc. Phys. Soc. Bd. 38 (1925/26) S. 204/206.
- [8] WOLF, K. L.: Physik und Chemie der Grenzflächen, Bd. 1 S. 220, Berlin 1957.
- [9] THOMSON, W.: Phil. Mag. J. Sci. Bd. 42 (1871) S. 448/452.
- [10] LAMB, H.: Hydrodynamics, S. 475, Cambridge 1932.
- [11] STURAS, J. I.: NASA TM X-1338 (1967).
- [12] RÖCKE, F.: Z. VDI Bd. 76 (1932) S. 897.

Dipl.-Ing. M. KOLLERA  
Prof. Dr. U. GRIGULL  
Institut A für Thermodynamik  
Techn. Hochschule München  
Manuskript eingegangen am 19. August 1968