

Wärmeverluste von beheizten Rohrleitungen im Erdboden

Heat Losses of Buried Pipes

G. FRANZ und U. GRIGULL, München

Zusammenfassung. Für Rohrleitungen, die in einer Schicht aus Isoliermasse kanalfrei unmittelbar im Erdboden verlegt sind, werden mit Hilfe eines elektrischen Analogieverfahrens (Folien-Modell) die Wärmeverluste und die Temperaturfelder in der Umgebung der Rohre bestimmt. — Die Besonderheiten des Folienmodells, sowie die Nachbildung des halbunendlichen Körpers werden eingehend besprochen. Daneben wird untersucht, inwieweit es für den vereinfachten Fall zweier unisoliert im Erdboden verlegter Rohre möglich ist, Wärmeverluste und Temperaturfelder rechnerisch, u. U. näherungsweise zu ermitteln. Vergleiche der gefundenen Näherung mit den experimentellen Ergebnissen zeigen z.T. gute Übereinstimmung. — Die Wärmeverluste des Dampfrohres zeigen in jedem Fall in Abhängigkeit vom Rohrabstand ausgeprägte Minima, die mit Hilfe der Bilder der Isothermen erklärt werden können.

Abstract. An electric analogue (conductive-sheet analogue) is described for the determination of heat-losses and temperature-distribution of pipes embedded in a layer of insulating material in the ground. — Peculiarities of the conductive-sheet model as well as simulation of semi-infinite bodies are discussed in detail. For the simplified case of two tubes uninsulated in the ground possibilities of calculation or approximation of heat-losses and temperature-distribution are investigated. In many cases good agreement is obtained between prediction and experimental results. In any case the heat-losses of the steam-pipe show a distinct minimum, depending on the mutual distance of the pipes. This can be explained using the plots of the isotherms.

Bezeichnungen

G	Gebiet, Bereich	r	Rohrradius	
I	elektrischer Strom	t	Zeit	
R	elektrischer Widerstand	u	} Koordinaten der komplexen w -Ebene	
S	Formfaktor	v		
W	Wärmeleitwiderstand	x	} Koordinaten der komplexen z -Ebene	
U	elektrische Spannung	y		
U_0	elektrisches Potential	Φ	Wärmestrom	
a	} Abmessungen der Isolierschicht	α	Wärmeübergangskoeffizient	
b			θ	Temperatur
c			λ	Wärmeleitfähigkeit
c		spezifische Wärmekapazität	\varkappa	elektrische Leitfähigkeit
d	Abstand der Rohrachsen	ϱ	Dichte	
d_D	Durchmesser des Dampfrohres	ϱ	Radius in der w -Ebene	
d_K	Durchmesser des Kondensatorrohres			
e	Exzentrizität, Abstand der Achsen einer exzentrisch isolierten Rohrleitung			
h	Verlegungstiefe, Abstand der Rohrachsen von der Erdoberfläche			
h^*	näherungsweise rechnerisch eingeführte Verlegungstiefe zur Berücksichtigung des Wärmeüberganges an der Erdoberfläche			
l	Länge beliebiger Größe			

Indizes

D	Dampfrohr
K	Kondensatorrohr
i	Zählindex: $i = 1, 2 \dots$
r	rechnerisch ermittelte Größe
o	Erdoberfläche

Einleitung

Bei beheizten Rohrleitungen, die im Erdboden verlegt sind, muß die Isolierung der Rohre neben einem genügenden Schutz gegen Wärmeverluste zwei weitere wichtige Forderungen erfüllen, nämlich Schutz gegen mechanische Einwirkungen des umgebenden Erdreiches und gegen das Eindringen von Feuchtigkeit in die Isolierung. Die meisten Rohre werden so verlegt, daß die beiden letztgenannten Aufgaben von einem abgedeckten, betonierten Kanal übernommen werden (Bild 1). Da diese Bauweise jedoch ziemlich aufwendig ist, wurden neue Verlegungsarten entwickelt, die auf

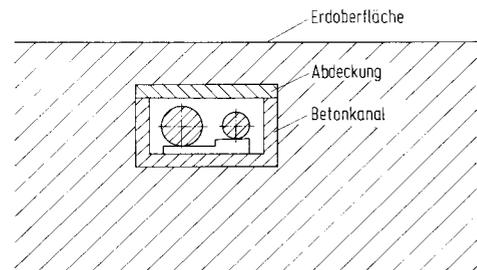


Bild 1. Rohre in einem betonierten Kanal.

eine Ummauerung der Rohre ganz verzichten (Bild 2). In einem ausgehobenen Graben werden die Leitungen

auf Stützen montiert untergebracht und der Graben daraufhin mit einer körnigen, schüttfähigen Isoliermasse und darüber mit Erdreich wieder aufgefüllt. Wird die Rohrleitung kurzzeitig über den Schmelzpunkt des Isoliermaterials erhitzt, so sintert das Schüttgut in der Nähe der Rohre leicht zusammen, erhält dadurch mechanische Festigkeit und wird feuchtigkeitsundurchlässig.

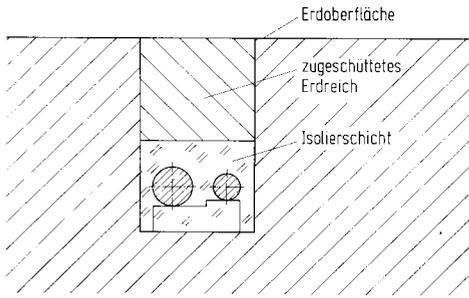


Bild 2. Rohre in einer Schicht aus Isoliermasse.

Im folgenden wird untersucht, welche Möglichkeiten bestehen, die Wärmeverluste der Rohre und die Temperaturfelder um die Rohre auf theoretischem oder experimentellem Wege über ein Analogiemodell zu bestimmen.

1. Problemstellung

Das vorliegende Problem der Wärmeleitung wird durch die Fouriersche Differentialgleichung beschrieben:

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad } \vartheta). \tag{1}$$

In allen Schnitten senkrecht zu den Achsen der Rohrleitungen kann der Vorgang der Wärmeleitung in gleicher Weise beschrieben werden, außerdem kann für die gestellte Aufgabe die zeitliche Veränderung der Temperaturfelder vernachlässigt werden. Werden diese Annahmen in die Fouriersche Differentialgleichung eingesetzt, so vereinfacht sich die Beziehung zur Laplaceschen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0; \tag{1a}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Randbedingungen, die noch genau definiert werden müssen, ist die Lösung des gestellten Problems.

**2. Möglichkeiten einer theoretischen Lösung.
Vereinfachung der gestellten Aufgabe**

Um die Zahl der Einflußgrößen einzuschränken und um die Randbedingungen klarer fassen zu können, soll die Anordnung zunächst stark vereinfacht werden. Für die ersten Überlegungen wird angenommen, daß die Rohre unisoliert im Erdboden verlegt sind und daß die

Erdoberfläche und die Oberflächen der Rohre Isothermen sind. Bild 3 zeigt diese vereinfachte Anordnung mit den entsprechenden Bezeichnungen.

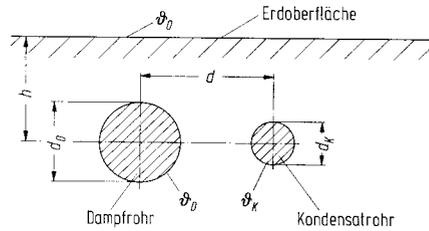


Bild 3. Stark vereinfachte Anordnung einer Rohrleitung im Erdboden.

2.1 Konforme Abbildung

Wird die Laplacesche Differentialgleichung in eine Differenzgleichung umgewandelt, so ist es im Prinzip ohne weiteres möglich, diese Differenzgleichung auf einer elektronischen Rechenanlage beliebig genau zu lösen. Da der Erdboden ein halbunendlicher Körper ist, wird die Zahl der benötigten Speicherplätze sehr groß sein und bald die Kapazität mittelgroßer Maschinen erreichen, selbst wenn vor Beginn der Rechnung Transformationen durchgeführt werden, wie sie in Abschnitt 3.12 beschrieben werden. Dieser Lösungsweg soll nur erwähnt werden. Ziel der theoretischen Untersuchungen ist es, zu klären, inwieweit eine exakte, geschlossene Lösung des vorliegenden Wärmeleitproblems möglich ist.

Mit den eben getroffenen Annahmen ergibt sich verallgemeinert folgende Aufgabenstellung:

Gesucht ist die Funktion $\vartheta = \vartheta(x, y)$, die auf den Rändern $G_i (i = 1, 2, 3 \dots)$ des Bereiches vorgegebene Werte ϑ_i annimmt (Bild 4).

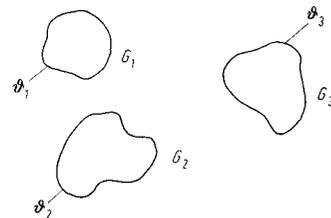


Bild 4. Bereich mit 3 willkürlichen Berandungen.

In der Theorie der konformen Abbildung wird gezeigt, [1], [3], daß diese Aufgabe identisch ist mit der Suche nach der konformen Abbildung der G_i auf geometrisch einfachere Bereiche (Geraden, Kreise), zwischen denen die Potentiallinien sofort angegeben werden können. Der zwischen zwei entsprechenden Potentiallinien fließende Strom ist in der ursprünglichen und in der konform abgebildeten Anordnung identisch derselbe. Es kann gezeigt werden [3], daß es zu jedem Gebiet mit n Berandungen G_i eine Abbildungsfunktion gibt, die diese Forderung erfüllt, im allgemeinsten Fall erhält man als Ergebnis der konformen Abbildung Kreisbogen-schlitzte, deren Mittel-

punkte alle im Ursprung des gewählten Koordinatensystems liegen. Gefunden wurden solche Abbildungsfunktionen jedoch bis heute nur für $n \leq 2$, d. h. für Bereiche mit höchstens zwei Berandungen [1], [2]. Dies bedeutet, daß das gestellte Problem auf dem direkten Weg der Integration der Laplaceschen Differentialgleichung vorerst nicht geklärt werden kann.

Beschränkt man sich auf zwei Berandungen, was z. B. einem Rohr unter der Erdoberfläche entspricht, so sind Lösungen mit dieser Methode sehr rasch zu erhalten.

Mit Hilfe einer einfachen linearen Abbildungsfunktion werden die Berandungen der ursprünglichen Anordnung, d. h. Erdoberfläche (Gerade, entsprechender Kreis mit unendlich großem Radius) und Rohr (Kreis), in zwei konzentrische Kreise abgebildet. Die Isothermen zwischen den beiden abgebildeten Berandungen sind folglich ebenfalls hierzu konzentrische Kreise, durch Rücktransformation über die Abbildungsfunktion erhält man ihre Gestalt in der ursprünglichen Anordnung.

Der Wärmestrom kann in der abgebildeten Anordnung als der einer Zylinderschale berechnet werden.

Diese Anwendung der konformen Abbildung wurde u. a. von KRISCHER [5] angegeben. Macht man in der abgebildeten Anordnung den Radius des vom Rohr herrührenden Kreises gleich dem Rohrradius, so kann der Radius des von der Erdoberfläche herrührenden Kreises als sogenannter Wirkungsradius einer konzentrisch um das Rohr liegenden „Isolationsschicht“ mit der Wärmeleitfähigkeit λ des Erdbodens angesehen werden. Die Wärmeverluste dieses so „isolierten“ Rohres sind nach Voraussetzung dieselben, wie die des ursprünglich im Erdboden verlegten Rohres. KRISCHER zeigte außerdem, daß mit einem Fehler bis zu 5% für die in der Praxis verlegten Rohrleitungen dieser Wirkungsradius gleich der doppelten Verlegungstiefe ist. Die für diese Betrachtungen verwendete Abbildungsfunktion

$$w = \frac{z + i}{z - i} \quad (2)$$

für die Abbildung einer komplexen z -Zahlenebene in eine w -Ebene bildet die positive z -Halbebene in das Äußere des Einheitskreises und die negative z -Halbebene in das Innere des Einheitskreises der w -Ebene ab. Bild 5 erhält man, wenn man alle geometrisch einfachen Berandungen abbildet, die in der w -Ebene konzentrische Kreise und Geraden durch den Nullpunkt ergeben. Der Wärmestrom zwischen zwei Isothermen ϑ_1 und ϑ_2 in der w -Ebene errechnet sich zu

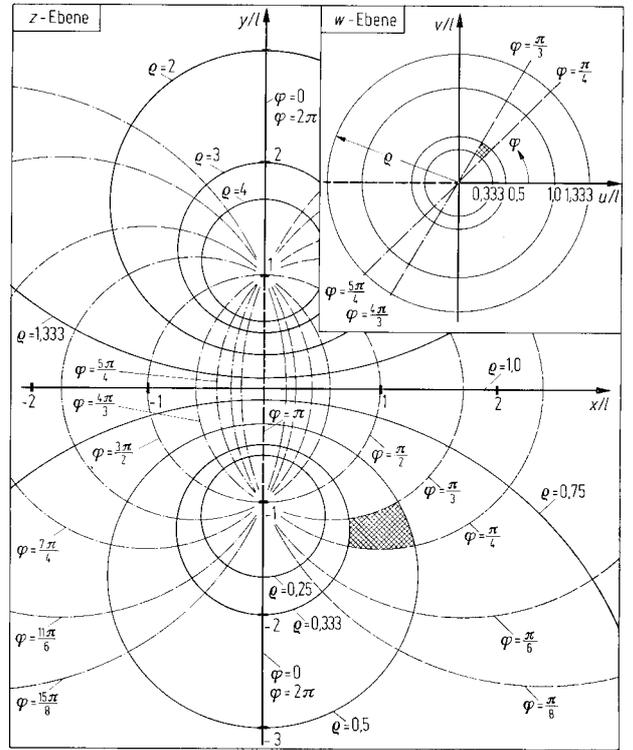


Bild 5. Einfache, lineare Transformation zwischen z -Ebene und w -Ebene.

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\ln \frac{\varrho_1}{\varrho_2}} \quad (3)$$

Will man den Wärmestrom Φ mit Größen der z -Ebene ausdrücken, so müssen ϱ_1 und ϱ_2 über die Abbildungsfunktion umgerechnet werden. Da die Betrachtungen auf zweidimensionale Vorgänge beschränkt sind, ist Φ auf die Einheit der Rohrlänge bezogen. Wegen der vielfach gebräuchlichen Schreibweise

$$\Phi = S\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (4)$$

kann

$$S = \frac{2\pi}{\ln \frac{\varrho_1}{\varrho_2}} \quad (4a)$$

als der auf die Längeneinheit bezogene Formfaktor der Rohrleitung bezeichnet werden. Je nachdem, ob ϱ_1 und $\varrho_2 \geq 1$ gewählt werden, lassen sich danach die Fälle berechnen, die in den Bildern 6, 7 und 8 skizziert sind. S ist eine reine Zahl.

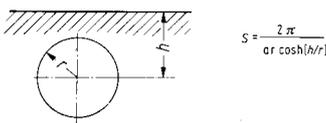


Bild 6. Rohr unter der Erdoberfläche.

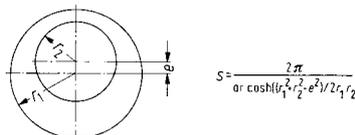


Bild 7. Exzentrisch isoliertes Rohr.



Bild 8. Zwei Röhre im unendlich ausgedehnten Medium.

$\varrho_1 \cong 1, \varrho_2 = 1$

Rohr unter der Erdoberfläche

$$S = \frac{2 \pi h}{\operatorname{arcosh} \frac{h}{r}} \quad (5)$$

ϱ_1 und $\varrho_2 < 1$ oder
 ϱ_1 und $\varrho_2 > 1$

exzentrisch isoliertes Rohr

$$S = \frac{2 \pi}{\operatorname{arcosh} \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2 r_1 r_2}} \quad (6)$$

$\varrho_1 > 1, \varrho_2 < 1$ oder
 $\varrho_1 < 1, \varrho_2 > 1$

2 Rohre im unendlich ausge-
dehnten Medium

$$S = \frac{2 \pi}{\operatorname{arcosh} \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2 r_1 r_2}} \cdot (7)$$

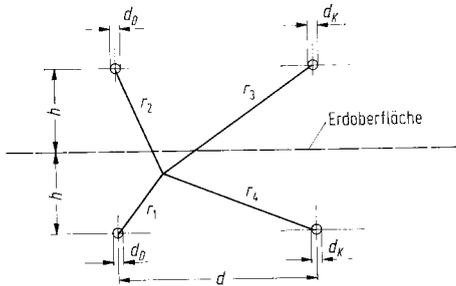


Bild 9. Rohre im Erdboden. $d_{D,K} \ll d, h \dots$

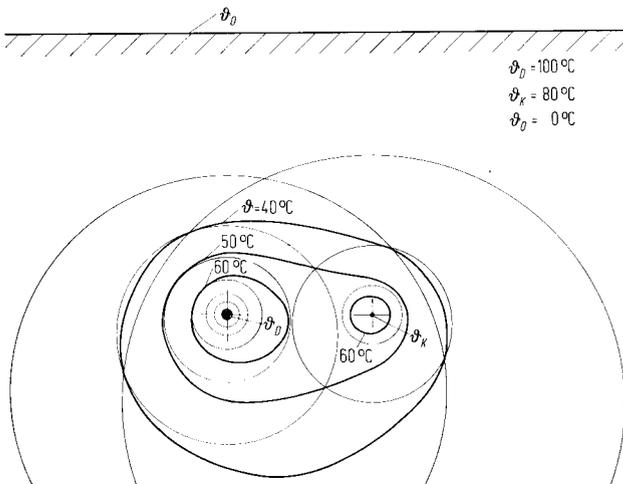


Bild 10. Temperaturfeld in der Umgebung einer Rohrleitung im Erd-
boden. $d_{D,K} \ll d, h$.

2.2. Näherungslösungen

Sind die Durchmesser der Rohre sehr klein im Ver-
gleich zur Verlegungstiefe und zum Abstand der Rohre,
so kann die Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung für das Temperaturfeld im Erdboden sofort ange-
geben werden. Um jedes der Rohre bildet sich ein

logarithmisches Temperaturgefälle aus, durch Addition
der Temperaturen in den einzelnen Punkten erhält man
das endgültige Temperaturfeld. Die Forderung, daß
die Erdoberfläche eine Isotherme sein soll (z. B. 0 °C)
wird am leichtesten dadurch erfüllt, daß man sich im
Abstand der Verlegungstiefe h über dem Erdboden
Rohre mit den negativ gleich großen Temperaturen der
Rohre im Erdboden denkt, umgeben vom Medium des
Erdbodens, wie es Bild 9 zeigt. (Methode der fiktiven
Wärmequellen und -senken.)

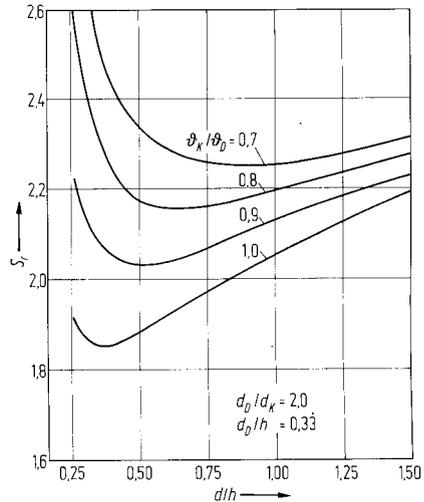


Bild 11. Näherungsweise rechnerisch ermittelter Formfaktor S_1 für
die Wärmeverluste des Dampfrohres.

Die Temperatur eines beliebigen Punktes des Erd-
bodens ist

$$\vartheta = \frac{\Phi_D}{2 \pi \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\Phi_K}{2 \pi \lambda} \ln \frac{r_3}{r_4} \quad (8)$$

wobei Φ_D und Φ_K die auf die Längeneinheit bezogenen
Wärmeverluste von Dampf- und Kondensatrohr sind.
Für die Rohroberflächen ist

$$\vartheta_D = \frac{1}{2 \pi \lambda} \left(\Phi_D \ln \frac{4 h}{d_D} + \Phi_K \ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d} \right) \quad (8a)$$

$$\vartheta_K = \frac{1}{2 \pi \lambda} \left(\Phi_D \ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d} + \Phi_K \ln \frac{4 h}{d_K} \right) \quad (8b)$$

Diese beiden Beziehungen nach Φ_D und Φ_K aufgelöst
ergeben

$$\Phi_D = 2 \pi \lambda \frac{\vartheta_D \ln \frac{4 h}{d_K} - \vartheta_K \ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d}}{\ln \frac{4 h}{d_D} \ln \frac{4 h}{d_K} - \left(\ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d} \right)^2} \quad (9a)$$

$$\Phi_K = 2 \pi \lambda \frac{\vartheta_K \ln \frac{4 h}{d_D} - \vartheta_D \ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d}}{\ln \frac{4 h}{d_D} \ln \frac{4 h}{d_K} - \left(\ln \frac{\sqrt{4 h^2 + d^2}}{d} \right)^2} \quad (9b)$$

Mit diesen Werten erhält man die Isothermen, wie sie
in Bild 10 gezeigt sind.

Um mit den Beziehungen für Rohre sehr kleiner Durchmesser angenäherte quantitative Aussagen über die Wärmeverluste von Rohrleitungen üblicher Abmessungen machen zu können, sollen nun die Voraussetzungen $d_{D,K} \ll d, h$ außer acht gelassen und für d, h, d_D, d_K übliche Werte eingesetzt werden. Die Wärmeverluste des Dampfrohres werden in Abhängigkeit von Temperatur und Abstand des Kondensatorrohres bei einer Verlegungstiefe berechnet. Aufgetragen in Bild 11 wird der Formfaktor S nach Gl. (4) über dem Quotienten aus d und h . Die Kurven zeigen ausgeprägte Minima. Ihre Bedeutung soll in Abschnitt 3.4. näher erklärt werden.

3. Möglichkeiten einer experimentellen Lösung

Die ersten Versuche, das Temperaturfeld in der Nähe eines erdverlegten Rohres experimentell zu bestimmen, wurden 1931 von PETRI [6] in Karlsruhe an einem Originalmodell durchgeführt. Eine Rohrleitung im Erdboden wurde mit Sattendampf beschickt, so daß die Wärmeverluste durch die anfallende Kondensatmenge gemessen werden konnten. Das Temperaturfeld wurde mit Hilfe von Thermoelementen bestimmt, die in verschiedenen Abständen vom Rohr angeordnet waren.

Meistens ist es jedoch wesentlich einfacher, die Versuche nicht am Originalmodell sondern an einem Analogiemodell durchzuführen. Gehorchen Vorgänge auf verschiedenen physikalischen Gebieten derselben Differentialgleichung, so können die Versuche in dem experimentell leichter zugänglichen Gebiet durchgeführt werden. Die Ergebnisse erhält man durch einfache Umrechnung der Meßgrößen, wie in Abschnitt 3.2 näher gezeigt wird. Als Analogie für die Wärmeleitung bietet sich u. a. die Leitung des elektrischen Stromes an. Bei der Beschränkung auf zweidimensionale stationäre Vorgänge läßt die mögliche Verwendung von Elektrolyten und leitenden Folien als zu untersuchende Medien das elektrische Analogiemodell als besonders geeignet für die Versuche erscheinen.

1961 wurden von VIDAL [7] grundlegende Versuche über Wärmeverluste von erdverlegten Rohren an einem elektrolytischen Trog durchgeführt. Die Arbeit bildet die Grundlage für weitere Veröffentlichungen, von BRAUER [8] und von WEBER [9]. VIDAL untersuchte bis zu 4 Rohre, die sich auf einer Verlegungstiefe im Erdboden befanden, stellte für die Wärmeverluste dieser Rohre Gleichungen mit sogenannten Haupt- und Nebenleitwerten als Parametern auf und brachte Diagrammdarstellungen dieser Leitwerte.

3.1. Das elektrische Folienmodell

Die Laplacesche Differentialgleichung, die die Vorgänge der stationären, zweidimensionalen Wärmeleitung und der stationären, zweidimensionalen Leitung des elektrischen Stromes beschreibt, lautet

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \text{ für den Fall der Wärmeleitung und}$$

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} = 0 \text{ für den Fall der Leitung des elektrischen Stromes.}$$

Vergleicht man die Vorgänge auf den beiden Gebieten, so kommt man zu einer bekannten Gegenüberstellung der sich entsprechenden Größen.

Tabelle 1. Gegenüberstellung der sich entsprechenden Größen von Wärmeleitung und Leitung des elektrischen Stromes

Φ	Wärmestrom	I	elektrischer Strom
ϑ	Temperatur	U_0	elektrisches Potential
$\Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	U	Spannung
λ	Wärmeleitfähigkeit	κ	elektrische Leitfähigkeit
W	Wärmeleitwiderstand (wenig gebräuchlich)	R	Ohmscher Widerstand

Der Erdboden wird im Modell durch eine elektrisch leitende Folie nachgebildet, die aus einem Gemisch aus Zellstoff und Graphit besteht (Graphit-Papier). Anstelle der Rohre und der Erdoberfläche treten Metallelektroden, denen ein der Temperatur der Rohre entsprechendes elektrisches Potential aufgeprägt wird. Bild 12 zeigt die elektrische Schaltung der Versuchsanordnung. Die Wärmeverluste Φ des Dampfrohres werden über die Messung des elektrischen Stromes bestimmt. Ein Taststift, dem ebenfalls ein elektrisches Potential aufgeprägt werden kann, und der über ein empfindliches Null-Galvanometer mit der Spannungsquelle verbunden ist, dient zum Aufsuchen der Potentiallinien, die über einen einfachen Koordinatenschlitten punktweise auf ein Zeichenpapier übertragen werden können.

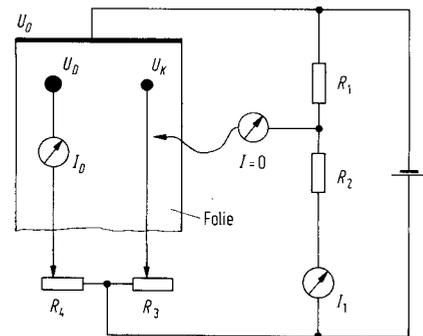


Bild 12. Elektrische Schaltung der Versuchsanordnung.

3.1.1. Besonderheiten des Folienmodells

Das Folienmodell zeigt einige Besonderheiten, die berücksichtigt werden müssen, wenn unnötig hohe Fehler vermieden werden sollen. Alle auf dem Markt erhältlichen Folien sind inhomogen, d. h. ihr Widerstand ist ungleichmäßig über die Fläche verteilt. Diese Inhomogenität rührt zum Teil her von einer ungleichmäßigen Durchmischung des Graphit-Zellstoff-Breies vor der Herstellung, zum Teil von der ungleichmäßigen

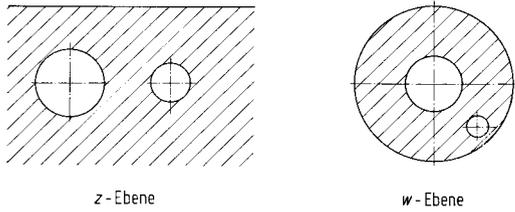


Bild 13. Konforme Abbildung von zwei erdverlegten Rohren.

$$w = \frac{z + i}{z - i}$$

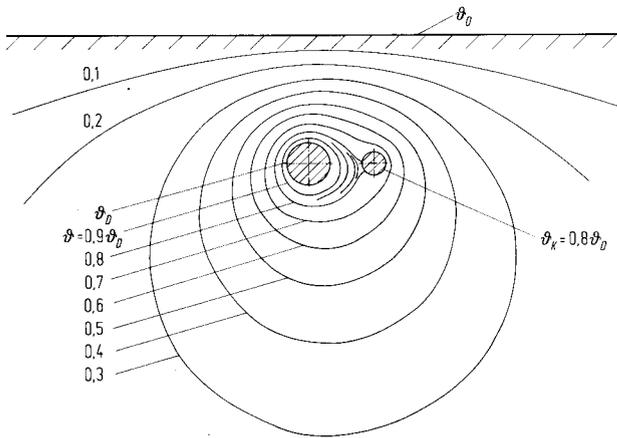


Bild 14. Temperaturfeld in der Umgebung einer Rohrleitung.

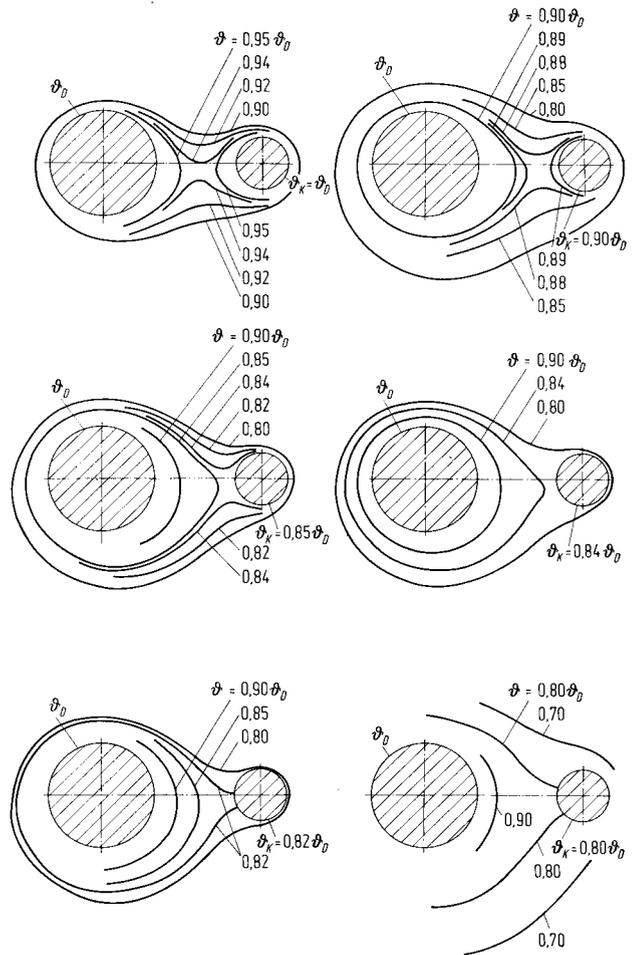


Bild 15. Isothermen zwischen den Rohren.
Veränderter Parameter: θ_K .

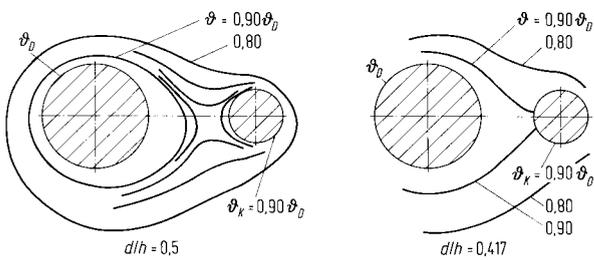


Bild 16. Isothermen zwischen den Rohren. Veränderter Parameter: d .

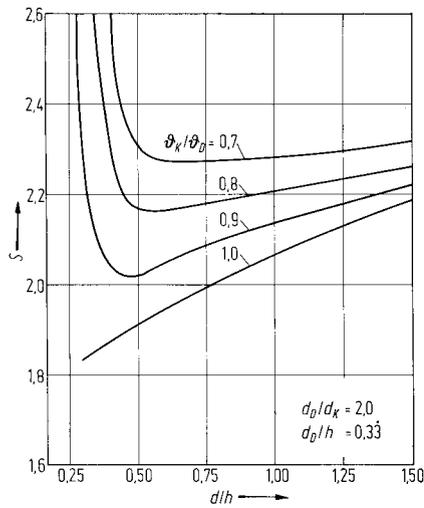


Bild 17. Experimentell ermittelter Formfaktor S für die Wärme-
verluste des Dampfrohres.

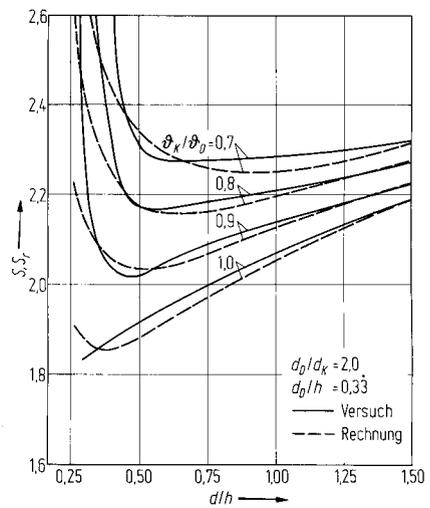


Bild 18. Vergleich zwischen näherungsweise gerechnetem und ex-
perimentell bestimmtem Formfaktor.

Dicke der Folien, die bei der Herstellung auf üblichen Papiermaschinen nicht zu vermeiden ist. Nur durch eine sehr sorgfältige Folienauswahl können Einflüsse der Inhomogenität auf die Meßergebnisse vermieden werden.

Ebenfalls bedingt durch den Herstellungsvorgang ist der elektrische Widerstand der Folien in Längsrichtung (der Zugrichtung beim Durchlaufen der Papiermaschinen) etwa 10% größer als in Querrichtung. Diese Anisotropie kann man beseitigen, wenn man zwei Folienstücke in ihrer Richtungsorientierung um 90° gedreht übereinanderlegt und dafür sorgt, daß sie möglichst gut leitend miteinander verbunden sind.

Beim Anbringen der Elektroden muß schließlich beachtet werden, daß zwischen Folie und Elektroden stets ein vom Anpreßdruck abhängiger Kontaktwiderstand vorhanden ist. Da es meist nicht möglich ist, die Belastung der Elektroden so weit zu erhöhen, daß dieser Widerstand vernachlässigbar klein wird, müssen die Konturen der Elektroden vor Beginn der Versuche mit einem Leitlack (z. B. einer Aufschwemmung von Silber in einem schnellverdampfenden Lösungsmittel) auf die Folie aufgemalt werden. Dadurch wird aber das Folienstück für Untersuchungen mit einer anderen geometrischen Anordnung unbrauchbar, was wegen der eben beschriebenen Schwierigkeit der Auswahl sehr ungünstig ist.

3.1.2. Behandlung des halbbunendlichen Körpers

Da der Erdboden einen halbbunendlichen Körper darstellt, die Folien aber stets endliche Abmessungen haben, ist eine direkte Nachbildung der erdverlegten Rohre im Modell nicht möglich, wenn man nicht vom Prinzip her die Versuchsergebnisse mit Fehlern behaftet will.

Bildet man die Anordnung konform ab, mit derselben Abbildungsfunktion, wie sie in Abschnitt 2.1 verwendet wurde, und führt die Messungen in dem konform abgebildeten Modell durch, so können diese Schwierigkeiten vermieden werden. Wie Bild 13 zeigt, erhält man analog Abschnitt 2.1 in der w -Ebene zwei konzentrische Kreise, die von der Erdoberfläche und von einem Rohr herrühren. Das zweite Rohr wird als Kreis in den Raum zwischen den beiden konzentrischen Kreisen abgebildet. In diesem konform abgebildeten Modell werden die Messungen durchgeführt. Die Potentiallinien müssen über die Abbildungsfunktion punktweise in die ursprüngliche Anordnung zurücktransformiert werden.

3.2. Umrechnung der Meßergebnisse

Die Beziehung zwischen elektrischem Potential und Temperatur ergibt sich aus einer einfachen Zuordnung, die am Beginn der Versuche entsprechend der verfügbaren Spannungsquelle getroffen wird.

Bei der Umrechnung vom elektrischen Strom zum Wärmestrom geht man zweckmäßig von einer geometrisch einfachen Anordnung aus, die der endgültigen

möglichst ähnlich ist, die aber auch rechnerisch erfaßt werden kann, im vorliegenden Fall von zwei konzentrischen Kreisen, zwischen denen der fließende Strom I_r gemessen und der entsprechende Wärmestrom Φ_r berechnet wird. Anschließend wird die das zweite Rohr darstellende Elektrode in das Modell eingebracht und erneut der Strom I zwischen den beiden konzentrischen Kreisen gemessen. Die Wärmeverluste des Dampfrohres ergeben sich somit zu

$$\Phi = \frac{\Phi_r}{I_r} I. \quad (10)$$

3.3. Die Bilder der Isothermen

Für einen beliebig ausgewählten Fall sind in Bild 14 die Isothermen angegeben, die sich im Erdboden in der Umgebung einer Rohrleitung ausbilden.

Aus der Gestalt der Isothermen im Raum zwischen den beiden Rohren lassen sich bestimmte qualitative Schlüsse auf die Wärmeverluste des Dampfrohres ziehen. Bild 15 zeigt eine Serie von Isothermenbildern, bei denen nacheinander die Temperatur des Kondensatrohres ϑ_K variiert ist, während alle anderen Parameter unverändert gehalten werden. Mit abnehmendem ϑ_K nimmt der mittlere Abstand zwischen den Isothermen ab, was eine Erhöhung der Wärmeverluste des Dampfrohres bedeutet. Interessant ist der Verlauf der Isotherme ϑ_K , die für einen bestimmten Wert von ϑ_K das Kondensatrohr mit einer Spitze berührt.

Wird nur der Abstand zwischen den Rohren variiert, so ergeben sich Isothermenbilder, wie sie in Bild 16 dargestellt sind. Mit abnehmendem Rohrabstand wächst der mittlere Abstand der Isothermen, die Wärmeverluste des Dampfrohres sinken. Von dem Punkt an, da die Isotherme ϑ_K das Kondensatrohr mit einer Spitze berührt, verringern sich bei weiter abnehmendem Rohrabstand die mittleren Isothermenabstände wieder, die Wärmeverluste des Dampfrohres nehmen wieder zu.

3.4. Wärmeverluste, Formfaktoren

Die Wärmeverluste zeigen in Abhängigkeit vom Rohrabstand ein Verhalten, wie es nach der Deutung der Isothermen zu erwarten ist. Anstelle der Wärmeverluste ist in Bild 17 der Formfaktor S für das Dampfrohr aufgetragen. Das Beispiel ist willkürlich gewählt.

Vergleicht man diese experimentell gewonnenen Ergebnisse mit den in Kapitel 2.2 mit Hilfe einer groben Näherung gefundenen, so zeigt sich, wie aus Bild 18 ersichtlich ist, daß die Orte der Minima zwar stark voneinander abweichen, daß sich die Werte der Formfaktoren jedoch um höchstens 10% unterscheiden.

4. Erweiterung des Modells für die ursprüngliche Problemstellung

Materialien verschiedener Wärmeleitfähigkeit können im Analogiemodell durch Folienstücke verschiedener elektrischer Leitfähigkeit nachgebildet werden. Die Isolierschicht von kanalfrei verlegten Rohrleitungen

kann also in die experimentellen Betrachtungen ohne weiteres mit einbezogen werden. Ein Stück, das in Größe und Form der Isolierschicht entspricht, wird aus der den Erdboden darstellenden Folie ausgeschnitten und dafür ein Stück entsprechend niedriger Leitfähigkeit eingesetzt.

Die beiden Folien werden durch kleine Tupfen aus Leitlack miteinander verbunden. Die Richtigkeit dieser Verbindungsart kann man nachprüfen, wenn man ein Stück Folie der ursprünglichen Leitfähigkeit auf diese Weise einsetzt.

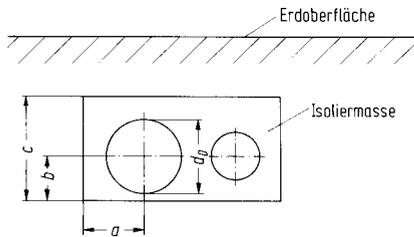


Bild 19. Abmessungen der Isolierschicht.

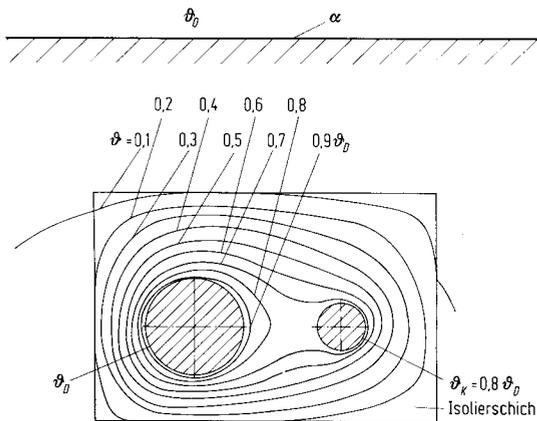


Bild 20. Isothermen in der Umgebung einer isoliert verlegten Rohrleitung.

Soll der Wärmeübergang an der Erdoberfläche berücksichtigt werden, so ist dies näherungsweise dadurch möglich, daß die Verlegungstiefe h um einen Betrag δ erhöht wird, der gleich dem Quotienten aus Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens λ und Wärmeübergangskoeffizient α zwischen Erdoberfläche und Luft ist:

$$h^* = h + \frac{\lambda}{\alpha} \quad (11)$$

Die Fehler, die dabei begangen werden (die Wärme­stromlinien stehen dann nicht mehr exakt senkrecht auf der Erdoberfläche), wurden für den Fall eines erdverlegten Rohres von ELGETI [10] rechnerisch untersucht. Dabei zeigte sich, daß diese Näherung nur für sehr geringe Verlegungstiefen merkbare Fehler bringt. Im Modell können die Fehler jedoch ganz beseitigt werden, wenn man den zusätzlichen Folienstreifen senkrecht zur Erdoberfläche, d. h. längs der geforder-

ten Richtung der Stromlinien in kürzeren Abständen einschneidet.

Aus Bild 19 sind die schematisierten Abmessungen der Isolierschicht zu ersehen. Für a , b und c sind den Versuchen Werte zugrunde gelegt, wie sie im Mittel in der Praxis verwendet werden. Auf eine Optimierung aller Abmessungen der Isolierschicht wird verzichtet, verändert werden nur die Abstände der Rohre und die Verlegungstiefe.

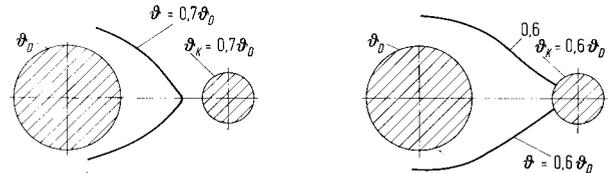


Bild 21. Isothermen zwischen den Rohren einer isolierten Leitung. Veränderter Parameter: ϑ_K .

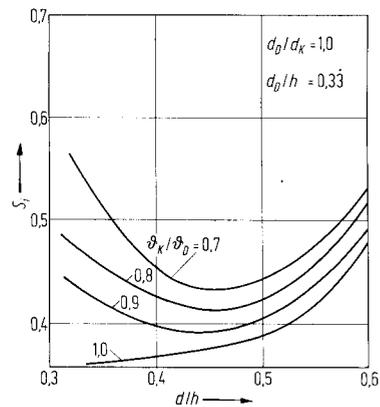


Bild 22. Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres isoliert verlegter Rohrleitungen ($d_D/d_K = 1,0$; $d_D/h = 0,33$).

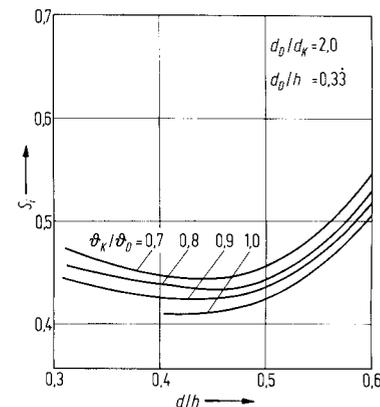


Bild 23. Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres isoliert verlegter Rohrleitungen ($d_D/d_K = 2,0$; $d_D/h = 0,33$).

Die Isothermen, die sich in der Umgebung einer isolierten Rohrleitung ausbilden, zeigt Bild 20 für einen beliebig gewählten Fall. Nahezu das gesamte Temperaturgefälle zwischen Dampfrohr und Erdoberfläche wird in der Isolierschicht abgebaut.

Zwischen den Rohren verhalten sich die Isothermen ähnlich wie im unisolierten Fall. Die beiden in Bild 21 gezeigten Bilder lassen darauf schließen, daß Minima der Wärmeverluste des Dampfrohres in Abhängigkeit vom Rohrabstand zu erwarten sind. Für zwei verschiedene geometrische Anordnungen, die gebräuchlichen Abmessungen der Praxis entsprechen, sind in Bild 22 und 23 die Formfaktoren für die Wärmeverluste des Dampfrohres aufgetragen. Die Minima der Kurven sind wesentlich flacher als im unisolierten Fall.

Schlußbetrachtung

Zum Schluß sei noch der Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit, eine konkrete Frage der Isolierfirmen, erwähnt.

Aufgrund überschlägiger Betrachtungen, wie sie in Abschnitt 2.2 dargestellt sind, waren Minima der Wärmeverluste des Dampfrohres in Abhängigkeit vom Rohrabstand zu erwarten.

Da die Verlegung der Rohre in einer Schicht aus Isoliermasse die Variation der geometrischen Abmessungen verhältnismäßig leicht macht, sollte untersucht werden, ob es möglich sein könnte, durch Änderung des Rohrabstandes in die Nähe dieser Minima zu kommen. Die durchgeführten Versuche lassen erkennen, daß die in der Praxis üblichen Verlegungsabstände im wesentlichen im Bereich der gefundenen flachen Minima liegen.

Literatur

- [1] BIEBERBACH, L.: Einführung in die Funktionentheorie. Bielefeld 1952.
- [2] KOPPENFELS, W.: Die Praxis der konformen Abbildung. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959.
- [3] NEHARI, Z.: Conformal Mapping. New York/Toronto/London 1952.
- [4] KÜPFMÜLLER, K.: Einführung in theoretische Elektrizitätslehre. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959.
- [5] KRISCHER, O.: Das Temperaturfeld in der Umgebung von Rohrleitungen, die in die Erde verlegt sind. Gesundheits-Ingenieur Bd. 59 (1936) Nr. 37, S. 537/539.
- [6] PETRI, H.: Die Wärmeverluste von Rohrleitungen im Erdreich. Diss. Karlsruhe 1931.
- [7] VIDAL, J.: Étude par analogie électrique des pertes calorifiques dans les canalisations de transport d'enthalpie. Diss. Paris, Université de Paris 1961.
- [8] BRAUER, H.: Berechnung der Wärmeverluste von im Erdreich verlegten Rohrleitungen. Energie, Bd. 15 (1963) Nr. 9, S. 354/365.
- [9] WEBER, P.: Über die Berechnung der Wärmeverluste direkt ins Erdreich verlegter Fernheizleitungen. Die Isolation, Nr. 1/2/3 (1968).
- [10] ELGETI, K.: Der Wärmeverlust einer erdverlegten Rohrleitung im stationären Zustand unter dem Einfluß der Wärmeübergangszahl an der Erdoberfläche. Forsch. Ing.-Wesen, Bd. 33 (1967) Nr. 4, S. 101/105.
- [11] KOMOSSA, H.: Analogieverfahren. Diss. Karlsruhe 1956.
- [12] KARPLUS, W.: Analog Simulation. New York/Toronto/London 1952.

Dipl.-Ing. G. FRANZ
Prof. Dr.-Ing. U. GRIGULL
Institut A für Thermodynamik
Technische Hochschule München
8 München 2, Arcisstraße 21

Eingegangen am 10. Juli 1968