Sonderdruck aus Brennstoff-Wärme-Kraft (BWK) Bd. 19 (1967) Nr. 12, S. 561/63

DK 389.63:389.163.001.11

Normvolumen und Normkubikmeter

Von **U. Grigull**, München*)

Die Begriffe „Normvolumen" und „Normkubikmeter" werden unter Berücksichtigung neuerer Diskussionen behandelt, wobei die Regeln der Größenlehre maßgebend sind. Insbesondere wird auf die doppelte Bedeutung der Einheit „Normkubikmeter" eingegangen, die sowohl als Einheit des Normvolumens als auch als Einheit der Stoffmenge verwendet wird.

In letzter Zeit ist über die Begriffe „Normvolumen" und „Normkubikmeter" eine Diskussion in Gang gekommen, die zeigt, daß unter den deutschen Ingenieuren noch recht verschiedene Auffassungen herrschen. Das geht insbesondere aus den Antworten hervor, die auf eine von der VDI-Fachgruppe Energietechnik im Juli 1966 versandte Rundfrage eingingen. Am 5. Oktober 1967 fand anläßlich des VDI-Thermodynamik-Kolloquiums in Bad Neuenahr eine Besprechung im kleinen Kreise statt, die wesentlich zur Klärung der Begriffe beitrug.

Für eine genauere Betrachtung kommt es im wesentlichen darauf an, die Beziehungen zwischen der Masse, der Stoffmenge und dem Volumen eines Systems aufzustellen. Das soll im folgenden geschehen, wobei nur solche Beziehungen betrachtet werden, die den Regeln der Größenlehre entsprechen.

Größengleichungen

Eine physikalische G r ö ß e, kurz „Größe" genannt, läßt sich als Produkt aus Zahlenwert und Einheit darstellen (s. DIN 1313). In symbolischer Schreibweise bedeutet das

$$G = \{G\} \cdot [G],$$

mit $\{G\}$ als dem Zahlenwert und $[G]$ als der Einheit der Größe G. Da sich der Zahlenwert $\{G\}$ mit der benutzten Einheit $[G]$ ändert, kann es zweckmäßig sein, die Einheit als Index dem Zahlenwert $\{G\}$ hinzuzufügen, wie es auch im folgenden gemacht werden soll. Ferner gilt die Regel, daß nur Größen gleicher Art physikalisch sinnvoll addiert oder subtrahiert werden können.

*

Wir betrachten ein S y s t e m, das wir der Einfachheit halber als geschlossen (massedicht) und als homogen ansehen wollen. Auch sei in weiterer Vereinfachung angenommen, daß keine chemischen Reaktionen innerhalb des Systems möglich sind. In diesem System bestimmen wir zur Kennzeichnung seines Zustandes z. B. den Druck p und die thermodynamische Temperatur T, ferner stellen wir fest, daß das System die Masse m, die Stoffmenge n und das Volumen V hat.

Unter der S t o f f m e n g e n verstehen wir eine Größe eigener Art, die nach den Empfehlungen der International Organisation of Standardization (ISO) auch als „Basisgröße" aufgefaßt werden kann. Die Stoffmenge n ist der Zahl der in einem System enthaltenen Teilchen (deren Art im Einzelfall anzugeben ist) proportional. Ihre Einheit ist das Mol (in Gleichungen „mol" geschrieben) oder dessen dezimale Teile und Vielfache (Millimol, Kilomol usw.). Nach Definition hat ein System die Stoffmenge $n = 1$ mol, wenn es so viel Teilchen enthält, wie in einem aus dem reinen Kohlenstoff-Nuklid ^{12}C bestehenden System mit der Masse $m = 12$ g (genau) Atome enthalten sind.

Unter den für das System gemachten Voraussetzungen (und wenn man von relativistischen Effekten absieht) sind die Systemmasse m und seine Stoffmenge n konstant und vom Systemzustand unabhängig. Da das Volumen V insbesondere bei Gasen stark vom Zustand abhängt, kann es zweckmäßig sein, ein Volumen V_0 unter einem verabredeten Standardzustand p_0 und T_0 zu definieren, das sich bei Kenntnis der Zustandsgleichung $f(p, T, V) = 0$ aus dem gemessenen Volumen V beim Meßzustand p und T berechnen läßt.

Ein solches Standardvolumen ist das N o r m v o l u m e n V_n nach DIN 1343. Es ist das Volumen des Systems, das dieses bei dem Normdruck $p_n = 760$ Torr und der Normtemperatur $T_n = 273{,}15$ °K einnimmt. Selbstverständlich kann man beliebige andere Standardzustände zur Definition eines Standardvolumens einführen, jedoch sollten die Bezeichnungen „Normzustand" und „Normvolumen" den in DIN 1343 definierten Größen aus Gründen der Eindeutigkeit vorbehalten bleiben.

Das Normvolumen V_n ist wie jedes andere Standardvolumen eine eindeutige Systemeigenschaft. Die Reduktion des Volumens V im Meßzustand auf das Normvolumen V_n im Normzustand ist grundsätzlich immer möglich. Enthält das System nur ideale Gase, so ist die Reduktionsgleichung

*) Prof. Dr.-Ing. *U. Grigull VDI* ist Direktor des Instituts für Technische Thermodynamik der T. H. München.

besonders einfach:

$$V_n = V \cdot \frac{p}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Diese Gleichung zeigt eindeutig, daß das Normvolumen V_n wie jedes andere Standardvolumen eine Größe von der Art des Volumens ist. Die Quotienten p/p_n und T_n/T sind Verhältnisgrößen, die hier die Eigenschaften von Zahlen haben. Da auf beiden Seiten einer Größengleichung nur Größen der gleichen Art stehen dürfen, muß V_n eine Größe von der Art des Volumens V sein. Bei anderen Stoffen als idealen Gasen gilt entsprechendes.

Das Volumen V des betrachteten Systems kann man wie jede andere extensive Zustandsgröße in der Form

$$V = m\, v = n\, \mathfrak{V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

schreiben und definiert damit das spezifische Volumen

$$v = V/m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und das molare Volumen

$$\mathfrak{V} = V/n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Außerdem kann man die molare Masse

$$\mathfrak{m} = m/n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

als den Quotienten aus der Masse m und der Stoffmenge n einführen. Denkt man sich das betrachtete System in den Normzustand, gekennzeichnet durch den Normdruck p_n und die Normtemperatur T_n, überführt, so erhält man an Stelle von Gl. (2) die Beziehung

$$V_n = m\, v_n = n\, \mathfrak{V}_n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

da die Masse m und die Stoffmenge n vom Systemzustand unabhängig sind. Durch Gl. (6) sind das spezifische Normvolumen v_n und das molare Normvolumen $\mathfrak{V}_n$ definiert.

Bei idealen Gasen ist das molare Normvolumen $\mathfrak{V}_n$ von der Gasart unabhängig. Sein heutiger Bestwert beträgt

$$\mathfrak{V}_n = (22{,}4136 \pm 0{,}0030)\ \mathrm{m^3/kmol} \quad \ldots \quad (7).$$

Die angegebene Toleranz entspricht der dreifachen Standardabweichung.

Wir führen ferner die relative Molekül- oder Atommasse M_r ein, die als das Verhältnis der Masse M eines Moleküls oder Atoms der betrachteten Art zu $^1/_{12}$ der Masse $M_{^{12}C}$ eines Atoms des Kohlenstoff-Nuklids ^{12}C definiert ist. (Der historische Name von M_r ist Molekular- oder Atomgewicht, den wir aber vermeiden wollen.) Nach dieser Definition ist also

$$M_r = \frac{12\, M}{M_{^{12}C}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Unter Benutzung der Molekül- oder Atommasse M schreibt sich die molare Masse $\mathfrak{m}$ nach Gl. (5)

$$\mathfrak{m} = M\, N_A \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

mit N_A als der Avogadrokonstanten mit dem heutigen Bestwert

$$N_A = (6{,}02252 \pm 0{,}00028)\ 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}} \quad \ldots \quad (10).$$

Für die angegebene Toleranz gilt das zu Gl. (7) Gesagte. Die Avogadrokonstante gibt die Zahl der in der Stoffmenge $n = 1$ mol enthaltenen Teilchen der betrachteten Art an. Nach der Definition der Einheit Mol erhält die molare Masse des reinen Kohlenstoff-Nuklids ^{12}C den genauen Wert

$$\mathfrak{m}_{^{12}C} = 12\ \mathrm{g/mol} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Aus Gl. (8), (9) und (11) ergibt sich die Beziehung

$$\mathfrak{m} = \frac{N_A\, M_r \cdot 12\ \mathrm{g/mol}}{12\, N_A} = M_r\ \mathrm{g/mol} = M_r\ \mathrm{kg/kmol} \quad \ldots \quad (12).$$

Gl. (12) bedeutet in Worten: Die relative Molekül- oder Atommasse M_r ist der Zahlenwert der molaren Masse, wenn diese in g/mol = kg/kmol gemessen wird.

Die gesuchte Größengleichung zwischen der Masse m, der Stoffmenge n, dem Volumen V und dem Normvolumen V_n des betrachteten Systems erhalten wir aus Gl. (2), (5), (6) und (12):

$$n = \frac{V}{\mathfrak{V}} = \frac{V_n}{\mathfrak{V}_n} = \frac{m}{\mathfrak{m}} = \frac{m\ \mathrm{kmol}}{M_r\ \mathrm{kg}} \quad \ldots \quad (13).$$

Betrachten wir insbesondere ideale Gase, so erhalten wir mit Gl. (7) die Beziehung

$$n = \frac{V_n\ \mathrm{kmol}}{22{,}4136\ \mathrm{m^3}} = \frac{m\ \mathrm{kmol}}{M_r\ \mathrm{kg}} \quad \ldots \quad (14),$$

deren rechter Term für beliebige Stoffe gültig bleibt. Nach diesen Gleichungen ist die Stoffmenge n eines Systems seinem Volumen V bzw. seinem Normvolumen V_n und seiner Masse m proportional. Die Größen n, V und m sind Größen verschiedener Art, während V und V_n Größen gleicher Art sind. Auch Gl. (14) ist eine Größengleichung, weil die Größen n, V_n und m in beliebigen Einheiten eingesetzt werden dürfen, die Gleichung also invariant gegen Einheitenwechsel ist.

Zahlenwertgleichungen

Bei häufig sich wiederholenden Zahlenrechnungen kann es nützlich sein, Zahlenwertgleichungen für bestimmte, zweckmäßig ausgesuchte Einheiten zu verwenden. Wir erhalten eine solche Zahlenwertgleichung z. B. aus der Größengleichung (14), indem wir unter Benutzung der Einheiten kmol, m³ und kg die Größen n, V_n und m als Produkt aus Zahlenwert und Einheit schreiben:

$$n = \{n\}_{\mathrm{kmol}} \cdot \mathrm{kmol}; \qquad V_n = \{V_n\}_{\mathrm{m^3}} \cdot \mathrm{m^3}; \qquad m = \{m\}_{\mathrm{kg}} \cdot \mathrm{kg}.$$

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in Gl. (14) entsteht die Zahlenwertgleichung

$$\{n\}_{\mathrm{kmol}} = \frac{\{V_n\}_{\mathrm{m^3}}}{22{,}4136} = \frac{\{m\}_{\mathrm{kg}}}{M_r} \quad \ldots \quad (15).$$

Der Zahlenwert $\{n\}$ ist die Molzahl oder hier die Kilomolzahl, d. h. der Zahlenwert der Stoffmenge n bei Verwendung der Einheit kmol. Der mittlere Term von Gl. (15) gilt nur für ideale Gase.

Entsprechungen

Wir haben an einem bestimmten System, das sich in einem bestimmten Zustand, z. B. im Normzustand, befindet, gleichzeitig die Stoffmenge n, das Normvolumen V_n und die Masse m bestimmt. Wenn wir die Systemgrenzen z. B. derart wählen, daß das System gerade die Stoffmenge $n = 1$ kmol hat, so hat es nach Gl. (14) im Fall idealer Gase das Normvolumen $V_n = 22{,}4136\ \mathrm{m^3}$ und außerdem für beliebige Stoffe die Masse $m = M_r$ kg. Wir können sagen, daß diese drei speziellen Werte der Größen n, V_n und m einander entsprechen, da sie drei verschiedene Eigenschaften desselben Systems beschreiben. Unter Benutzung des Zeichens $\mathrel{\hat{=}}$ können wir diesen Tatbestand durch folgende Entsprechungs-Beziehung darstellen:

$$n = 1\ \mathrm{kmol} \mathrel{\hat{=}} V_n = 22{,}4136\ \mathrm{m^3} \mathrel{\hat{=}} m = M_r\ \mathrm{kg} \quad (16).$$

Gleichheitszeichen anstelle der Entsprichtzeichen wären in dieser Beziehung fehl am Platze, da die drei Größen n, V_n und m von verschiedener Art sind und daher nicht einander gleichgesetzt werden dürfen. Selbstverständlich kann man auch andere Entsprechungen aufstellen, etwa für den Fall, daß das Normvolumen gerade $V_n = 1\ \mathrm{m^3}$ beträgt. Auch kann man nach Bedarf weitere extensive Zustandsgrößen des Systems in die Entsprechung einbeziehen, z. B. seine Enthalpie, seine Entropie usw..

Normkubikmeter

Die Größensymbole n, V_n und m in Gl. (16) kann man auch weglassen, da die Produkte aus Zahlenwert und Einheit den Benutzer darauf hinweisen, welche Größen gemeint sind. Man kann also auch schreiben

$$1 \text{ kmol} \mathrel{\hat{=}} 22{,}4136 \text{ m}_n^3 \mathrel{\hat{=}} M_r \text{ kg} \quad \ldots (17).$$

Durch die Schreibweise m_n^3 ist, einem vielfachen Brauch der Praxis folgend, die Einheit Normkubikmeter als Einheit des Normvolumens eingeführt. Der Index n soll daran erinnern, daß die zugehörige Größe ein Volumen ist, das entweder im Normzustand gemessen oder aus dem Volumen im Meßzustand berechnet wurde, auch wenn das Größensymbol V_n nicht ausdrücklich erscheint. Es handelt sich bei dem Normkubikmeter mit dem Kurzzeichen m_n^3 um eine Einheit mit besonderem Kennzeichen, das sich hier auf den Zustand des Systems bezieht, dessen Volumen angegeben werden soll. Statt m_n^3 sind auch noch andere Kurzzeichen im Gebrauch, die aber hier nicht benutzt werden sollen.

In der Praxis werden weitere Einheiten mit besonderen Kennzeichen verwendet, wobei sich diese Kennzeichen meist auf bestimmte Eigenschaften der zugehörigen Größen beziehen. Beispiele sind die Einheiten ata, atü, MW_{th}, MW_{el} u. a. m. Bei der Verwendung solcher Einheiten in Größengleichungen ist Vorsicht geboten; es empfiehlt sich, in Zweifelsfällen auf die entsprechenden Größenbeziehungen überzugehen.

Aus der Art, wie die Einheit Normkubikmeter als Einheit des Normvolumens eingeführt wurde, geht auch hervor, daß das Normkubikmeter das gleiche Volumen mißt wie das Kubikmeter. Es gilt also die Identität

$$\text{m}_n^3 \equiv \text{m}^3 \quad \ldots\ldots\ldots (18).$$

Wie die einleitend erwähnte Diskussion ergab, ist das Normkubikmeter außer als Einheit des Normvolumens auch noch in der Bedeutung einer Stoffmengeneinheit im Gebrauch, insbesondere bei stöchiometrischen Rechnungen in der Verbrennungslehre. Um Verwechslungen zu vermeiden, sei das Normkubikmeter in dieser Bedeutung provisorisch durch das Kurzzeichen X bezeichnet. Es gilt dann nach Definition

$$1 \text{ X} = \text{kmol}/\{\mathfrak{V}_n\}_{\text{m}^3/\text{kmol}} = (1000/\{\mathfrak{V}_n\}_{\text{m}^3/\text{kmol}}) \text{ mol} \quad (19).$$

Darin ist $\{\mathfrak{V}_n\}_{\text{m}^3/\text{kmol}}$ der Zahlenwert des molaren Normvolumens idealer Gase in der Einheit m^3/kmol. Unter Benutzung des heutigen Bestwertes nach Gl. (7) erhält man

$$1 \text{ X} = \text{kmol}/22{,}4136 = 44{,}6158 \text{ mol} \quad \ldots (20).$$

Die Einheit X ist also ein nichtdezimales Vielfaches der Einheit Mol und bedeutet die Stoffmenge eines Systems aus idealen Gasen, dessen Normvolumen $V_n = 1 \text{ m}^3$ ist. Mit Hilfe der Stoffmengeneinheit X erhält man für ideale Gase die einfache Zahlenwertgleichung

$$\{V_n\}_{\text{m}^3} = \{n\}_{\text{X}} \quad \ldots\ldots\ldots (21).$$

Falls ein ernsthaftes Bedürfnis dafür besteht, die Stoffmengeneinheit X nach Gl. (19) beizubehalten, so sollte man für sie eine Benennung und ein Kurzzeichen wählen, die beide nicht an Volumen oder Volumeneinheiten erinnern, da es sich eindeutig um eine Einheit der Stoffmenge n handelt. Die Einheit X ist also eher ein „Normmol" als ein Normkubikmeter. Allerdings ist die Einheit X auch keine Einheit mit besonderem Kennzeichen im Sinne des Normkubikmeter, wie aus Gl. (19) hervorgeht, da die Stoffmenge n im Rahmen unserer Voraussetzungen nicht vom Systemzustand abhängt.

Es sei erwähnt, daß selbst in der neueren deutschen Fachliteratur die Einheit Normkubikmeter in einer dritten Bedeutung verwendet wird, nämlich als Masseneinheit. Da aber für eine weitere Masseneinheit kaum ein ernsthaftes Bedürfnis bestehen dürfte, sei auf diese Frage hier nicht weiter eingegangen.

Zusammenfassung

Die vorstehenden Betrachtungen sind aus einer neuerlichen Diskussion über die Begriffe „Normvolumen" und „Normkubikmeter" entstanden. Erkennt man die Regeln der Größenlehre an, so ist folgendes festzustellen:

1) Das Normvolumen ist eine Größe von der Art eines Volumens (DIN 1343). Es ist daher in Volumeneinheiten, z. B. in Kubikmetern, anzugeben. Das molare Normvolumen idealer Gase hat den heutigen Bestwert $(22{,}4136 \pm 0{,}0030) \text{ m}^3/\text{kmol}$.

2) Das Normkubikmeter ist eine Einheit des Normvolumens und gehört zu den Einheiten mit besonderen Kennzeichen. Will man es beibehalten, so empfiehlt sich das Kurzzeichen m_n^3. Es gilt die Identität $\text{m}_n^3 \equiv \text{m}^3$.

3) Insbesondere bei stöchiometrischen Rechnungen in der Verbrennungslehre ist das Normkubikmeter auch als Einheit der Stoffmenge gebräuchlich. Bezeichnet man diese Einheit, um Verwechslungen zu vermeiden, provisorisch mit dem Kurzzeichen X, so gilt

$$1 \text{ X} = \text{kmol}/22{,}4136 = 44{,}6158 \text{ mol}.$$

Will man diese Stoffmengeneinheit X beibehalten, so sollte man eine Benennung und ein Kurzzeichen wählen, die beide weder an Volumen noch an Volumeneinheiten erinnern. Anregungen und Vorschläge aus dem Leserkreis sind erwünscht.

BWK 361

„Brennstoff-Wärme-Kraft" erscheint monatlich (12 Ausgaben im Jahr).
Jahresbezugspreis Inland DM 80,–, Ausland DM 96,– (einschließlich jeweils Versandgebühren und Mehrwertsteuer).