

DK 061.3 (100):546.212-13:533.16:536.23 (083.4)

Eine Interpolationsgleichung für die Wärmeleitfähigkeit von überhitztem Wasserdampf

Von J. Bach und U. Grigull, München*)

Es wird eine Interpolationsgleichung für die Wärmeleitfähigkeit von überhitztem Wasserdampf mitgeteilt, die einen erweiterten Geltungsbereich in Richtung auf das kritische Gebiet gegenüber bisher bekannten Gleichungen hat.

Die Sechste Internationale Wasserdampfkongferenz hat für die Wärmeleitfähigkeit von Wasser und Wasserdampf Interpolationsgleichungen [1] empfohlen, deren Geltungsbereiche in Bild 1 eingetragen sind. Darin gilt Bereich I für flüssiges Wasser und Bereich III für überhitzten Wasserdampf. Für den dazwischen liegenden Bereich wurde keine Gleichung angegeben. Die Gleichung für flüssiges Wasser (Bereich I) gibt die Wärmeleitfähigkeit λ als Funktion von T/T_0 und von $(p - p_s)$ wieder mit der thermodynamischen Kelvin-Temperatur T , der Temperatur des Eispunkts $T_0 = 273,15$ °K, dem Druck p und dem Sättigungsdruck p_s . Für überhitzten Wasserdampf (Bereich III) gelten zwei Gleichungen. Die eine gibt die Wärmeleitfähigkeit λ_1 für den Druck $p = 1$ bar mit der Celsius-Temperatur t als unabhängiger Veränderlicher wieder, die andere die Differenz $(\lambda - \lambda_1)$ als Funktion der Celsius-Temperatur t und der Dichte ρ . Zur Auswertung dieser Funktion in der Form $\lambda = f(p, t)$ muß also noch die Funktion $\rho = f(p, t)$ bekannt sein.

Dieses Gleichungssystem beruhte auf zahlreichen Vorarbeiten. Für überhitzten Wasserdampf beim Druck $p = 1$ bar teilten Keyes und Vines [2] sowie Wargajtik und Simina [3] Gleichungen in der Form $\lambda_1 = f(T)$ mit. Für höhere Drücke gaben Wargajtik und Tarzimanow [4;5] eine Gleichung $\lambda = f(s, T)$ für die Wärmeleitfähigkeit zwischen der Sättigungskurve und den Minimalwerten von λ auf den Isobaren $[(\partial\lambda/\partial T)_p = 0]$ mit der Entropie s als Parameter an und eine Gleichung $\lambda = f(\rho, T)$ für

den Bereich rechts der Minimalwerte von λ (vgl. Bild 1). Gleichungen in der Form $\lambda = f(\rho, T)$ wurden auch von Kestin, Whitelaw und Zien [6] sowie von Rabinowitsch [7] vorgeschlagen.

Die Nachteile dieser Gleichungen waren nicht nur ihr verhältnismäßig kleiner Geltungsbereich, sondern auch die Verwendung eines weiteren Parameters (Entropie s oder Dichte ρ). Denn für die praktische Anwendung, d. h. für die Berechnung von übertragener Wärme, wird der Zustand des Dampfes im allgemeinen nur durch Druck p und Temperatur T oder t bestimmt sein, so daß immer eine weitere Funktion für s oder ρ programmiert werden muß. Eine einfache Abhängigkeit für λ von ρ oder s ist bei Wasser und Wasserdampf nicht zu erwarten.

Die im folgenden mitgeteilte Gleichung vermeidet diese Nachteile. Sie gibt die Wärmeleitfähigkeit λ nur als Funktion der Temperatur und des Druckes wieder. Zu ihrer Auswertung braucht man weder eine Hilfsfunktion für λ_1 bei $p = 1$ bar noch zusätzliche Funktionen für irgend-eine Zustandsgröße. Sie gilt im ganzen Bereich III von Bild 1 sowie im Bereich II, d. h. ihr Geltungsbereich ist gegenüber den bisherigen Funktionen beträchtlich in Richtung auf den kritischen Zustand erweitert. In ihrem ganzen Geltungsbereich überschreitet die neue Gleichung nicht den Toleranzbereich der Rahmentafeln der Internationalen Wasserdampfkongferenz, wie später gezeigt werden soll.

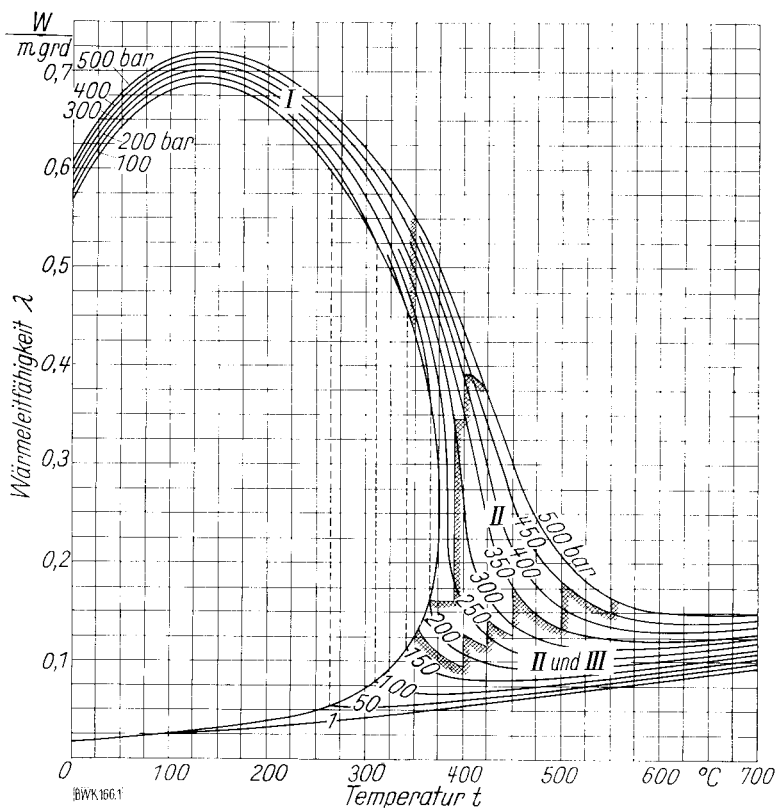


Bild 1.
Bereichsgrenzen für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit λ von Wasser und Wasserdampf.

- Bereich I:**
Flüssiges Wasser nach [1] Gl. (8)
- Bereiche II und III:**
Überhitzter Dampf nach Gl. (1) dieser Arbeit
- Bereich III:**
Überhitzter Dampf nach [1] Gl. (6) und (7)

*) Prof. Dr.-Ing. Ulrich Grigull VDI ist Direktor des Instituts für Technische Thermodynamik der Technischen Hochschule München, Dipl.-Ing. J. Bach VDI ist wissenschaftlicher Mitarbeiter an diesem Institut.

Zahlentafel 1. Wärmeleitfähigkeit von überhitztem Dampf (in 10^{-3} W/m grad).

p bar	t °C																
		100	150	200	250	300	350	375	400	425	450	475	500	550	600	650	700
1		24,8	28,6	33,1	38,1	43,3	48,8	51,6	54,5	57,5	60,4	63,5	66,6	72,9	79,3	86,0	92,8
		24,8	28,7	33,2	38,2	43,4	49,0	51,9	54,9	58,0	61,1	64,2	67,4	73,9	80,6	87,4	94,3
		0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,7	0,8	1,0	1,3	1,4	1,5
		0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	1,6	1,6	2,3	2,4	2,6	2,7	3,0	3,2	3,5	3,8
5				33,8	38,5	43,6	49,1	51,9	54,8	57,7	60,7	63,7	66,8	73,1	79,6	86,3	93,1
				33,8	38,6	43,8	49,4	52,3	55,3	58,3	61,4	64,5	67,7	74,3	80,9	87,7	94,6
				0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,2	1,3	1,4	1,5
				2,0	2,3	2,6	3,0	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,5	4,9	5,3	5,7
10				35,0	39,2	44,2	49,5	52,3	55,2	58,1	61,1	64,1	67,2	73,5	80,0	86,7	93,5
				35,1	39,3	44,4	49,9	52,8	55,7	58,8	61,8	65,0	68,2	74,7	81,4	88,2	95,0
				0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,5	0,7	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4	1,5	1,5
				2,1	2,4	2,7	3,0	3,2	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,5	4,9	5,3	5,7
25					42,6	46,3	51,1	53,7	56,5	59,3	62,3	65,3	68,3	74,7	81,2	87,9	94,9
					42,9	46,5	51,6	54,3	57,2	60,2	63,3	66,4	69,6	76,1	82,7	89,5	96,3
					0,3	0,2	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,4
					2,6	2,8	3,1	3,3	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8
50					52,1	54,8	56,9	59,3	61,9	64,6	67,5	70,5	76,8	83,3	90,1	97,1	
					52,5	55,4	57,6	60,2	63,0	65,9	68,9	72,0	78,4	85,0	91,7	98,6	
					0,4	0,6	0,7	0,9	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,6	1,5	
					3,2	3,3	3,5	3,6	3,8	4,0	4,1	4,3	4,7	5,1	5,5	5,9	
75					63,2	60,1	61,1	62,8	65,0	67,4	70,1	72,9	79,0	85,5	92,3	99,4	
					63,7	60,8	62,0	63,9	66,3	68,9	71,7	74,7	80,9	87,4	94,0	101	
					0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	1,9	1,7	1,6	
					3,8	3,6	3,7	3,8	4,0	4,1	4,3	4,5	4,9	5,2	5,6	6	
100					68,3	67,0	67,4	68,8	70,7	73,1	75,7	81,5	87,9	94,7	102		
					68,8	67,9	68,6	70,2	72,4	74,9	77,6	83,5	89,8	96,4	103		
					0,5	0,9	1,2	1,4	1,7	1,8	1,9	2,0	1,9	1,7	1		
					4,1	4,1	4,1	4,2	4,3	4,5	4,7	5,0	5,4	5,8	6		
125					81,9	75,5	73,6	73,6	74,8	76,6	78,8	84,2	90,4	97,2	104		
					81,3	75,9	74,5	74,9	76,4	78,4	80,8	86,3	92,4	98,9	105		
					0,6	0,4	0,9	1,3	1,6	1,8	2,0	2,1	2,0	1,7	1		
					4,9	4,6	4,5	4,5	4,6	4,7	4,8	5,2	5,5	5,9	6		
150					105	87,7	81,8	79,8	79,7	80,7	82,5	87,3	93,2	99,8	107		
					104	87,5	82,2	80,7	81,0	82,4	84,3	89,3	95,1	101	108		
					1	0,2	0,4	0,9	1,3	1,7	1,8	2,0	1,9	1,2	1		
					6	5,3	4,9	4,8	4,9	4,9	5,1	5,4	5,7	6	6		
175					105	92,4	87,4	85,6	85,6	86,7	90,7	96,2	103	110			
					106	92,6	87,9	86,9	88,3	92,5	98,0	104	110	110			
					1	0,2	0,5	0,9	1,3	1,6	1,8	1,8	1	0			
					6	5,6	5,3	5,2	5,2	5,3	5,6	5,9	6	7			
200					128	106	96,7	92,7	91,3	91,5	94,4	99,4	106	112			
					126	107	96,9	93,1	92,1	92,6	96,0	101	107	113			
					2	1	0,2	0,4	0,8	1,1	1,6	1,6	1	1			
					13	6	5,8	5,6	5,5	5,6	5,8	6	6	7			
225					125	108	101	97,8	96,8	98,5	103	109	115				
					130	109	101	98,1	97,4	99,6	104	110	115				
					5	1	0	0,3	0,6	1,1	1	1	0				
					8	7	6	5,9	5,8	6	6	7	7				
250					154	125	111	105	103	103	107	112	118				
					157	125	111	105	103	104	107	112	118				
					3	0	0	0	0	1	0	0	0				
					16	8	7	6	6	6	6	7	7				
275					201	148	125	114	110	108	110	115	122				
					200	147	123	113	109	108	111	115	121				
					1	1	2	1	1	0	1	0	1				
					20	9	7	7	7	6	7	7	7				
300					257	176	141	124	117	113	114	119	125				
					264	171	138	122	116	112	114	118	124				
					7	5	3	2	1	1	0	1	1				
					26	17	8	7	7	7	7	7	7				
350					354	236	176	148	134	124	123	126	131				
					351	239	182	147	132	122	122	125	129				
					3	3	6	1	2	2	1	1	2				
					35	24	11	9	8	7	7	7	8				
400					409	293	216	174	153	136	133	134	138				
					390	296	220	177	153	134	130	132	135				
					19	3	4	3	0	2	3	2	3				
					39	30	22	18	9	8	8	8	8				
450					345	259	205	176	150	143	143	146					
					338	264	210	180	148	139	139	142					
					7	5	5	4	2	4	4	4					
					34	26	21	11	9	8	8	8					
500					379	307	242	202	166	154	152	154					
					370	301	246	206	163	149	147	148					
					9	6	4	4	3	5	5	6					
					37	30	25	21	10	9	9	9					

Für jeden Wert des Drucks und der Temperatur bedeuten die vier jeweils untereinanderstehenden Zahlenwerte folgendes:

Zeile 1: Nach Gl. (1) berechneter Wert.

Zeile 2: Rahmentafelwert von 1964

Zeile 3: Betrag der Abweichungen zwischen den Werten von Zeile 1 und Zeile 2.

Zeile 4: Toleranzwert der Rahmentafel von 1964

Die hier vorgeschlagene Gleichung lautet:

$$\frac{\lambda}{\text{W/m grad}} = f(\theta, \beta) = \frac{a \theta^{1,445}}{\left(1 - \frac{b}{c \theta^7}\right)^d} + \frac{\beta^4 \exp[-9 e (\theta - 1)]}{1 + \left(\frac{\beta}{2,75}\right)^{-12}} \times \{f - g \beta \exp[-e(\theta - 1)]\} \quad (1).$$

Hierin bedeuten:

$$\theta = \frac{T}{T_{\text{kr}}} = \frac{(t/^\circ\text{C}) + 273,15}{647,30}$$

$$\beta = \frac{p/\text{bar}}{100}$$

$$a = (3,08 \cdot 10^{-4} \beta + 3,46 \cdot 10^{-3}) \cdot 14,860\,985\,21$$

$$b = \frac{1,819\,700\,867 \cdot 10^5 \cdot \beta^{1,63}}{1 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^{3,26}}$$

$$c = 4,761\,450\,262 \cdot 10^5$$

$$d = \left(\frac{5 \cdot 10^5 \cdot \beta^{1,5} + 2,8 \cdot 10^3}{b} - 1\right) 0,206$$

$$e = 3,458$$

$$f = 1,36 \cdot 10^{-2}$$

$$g = 3,55 \cdot 10^{-3}$$

Gl. (1) ist so aufgebaut, daß der erste Term der rechten Seite die Form der Isobaren (Bild 1) von 1 bis 200 bar und von der Sättigungstemperatur bis 700 °C wiedergibt, einschließlich der Minimalwerte von λ auf den Isobaren, während der zweite Term den steilen Anstieg der Isobaren in Richtung auf das kritische Gebiet darstellt.

Die hier vorgeschlagene Gl. (1) gilt, wie erwähnt, in den Bereichen II und III des Bildes 1. Dieser Geltungsbe- reich ist durch folgende Grenzen gekennzeichnet:

1 bar bis 200 bar	$t_{\text{sätt.}} \leq t \leq 700 \text{ }^\circ\text{C}$
225 bar bis 300 bar	$390 \text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 700 \text{ }^\circ\text{C}$
350 bar bis 400 bar	$400 \text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 700 \text{ }^\circ\text{C}$
450 bar	$410 \text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 700 \text{ }^\circ\text{C}$
500 bar	$425 \text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 700 \text{ }^\circ\text{C}$

Für die in dieser Aufstellung nicht enthaltenen Isobaren ist der Geltungsbereich von Gl. (1) der in Bild 1 eingezeichneten Treppenkurve für die Grenze des dortigen Bereichs II in Richtung höherer λ -Werte zu entnehmen. Bild 1 dient nur dazu, den Geltungsbereich von Gl. (1) darzustellen, und entspricht Bild 2 von [1]. Die mit Hilfe von Gl. (1) berechneten λ -Werte können daher nicht dem Bild 1 der vorliegenden Arbeit, sondern nur der vorstehenden Zahlentafel 1 entnommen werden.

Jede neu vorgeschlagene Interpolationsgleichung für eine Stoffgröße von Wasserdampf muß die von der Internationalen Wasserdampfkongferenz festgelegten Toleranzen berücksichtigen, die den derzeitigen Stand des Wissens über die Bestwerte der betreffenden Stoffgröße kennzeichnen. **Zahlentafel 1** enthält den Vergleich zwischen den nach Gl. (1) berechneten Werten der Wärmeleitfähigkeit und den Werten der Rahmentafeln von 1964 [1]. Ferner sind die Abweichungen zwischen den genannten beiden Werten sowie die Toleranzen der Rahmentafeln eingetragen. Die unter der gestrichelten Treppenkurve von Zahlentafel 1 liegenden λ -Werte, für die bisher keine Interpolationsgleichung bestand, sind von der Internationalen Wasserdampfkongferenz mit einer Toleranz von $\pm 10\%$ bewertet. Zahlentafel 1 zeigt, daß die neu vorgeschlagene Gl. (1) die zulässigen Toleranzen an keiner Stelle überschreitet, sondern in weiten Bereichen weit innerhalb der Toleranzen der Rahmentafeln bleibt.

Die Wärmeleitfähigkeit von Wasser und Wasserdampf kann daher nach dem heutigen Stand unserer Kenntnis wie folgt berechnet werden: Für flüssiges Wasser ist die in [1] als Gl. (8) bezeichnete Beziehung zu benutzen, die den Bereich I in Bild 1 der vorliegenden Arbeit überdeckt. Für gesättigten und überhitzten Wasserdampf kann die obenstehende Gl. (1) verwendet werden, die in den Bereichen II und III von Bild 1 gilt. Für den noch freien, z. Z. von keiner Interpolationsgleichung beschriebenen kritischen Bereich der Wärmeleitfähigkeit zwischen den Bereichen I und II des Bildes 1 können λ -Werte dem Bild 1 entnommen werden. Es wird weiterer Arbeit bedürfen, um auch diesen noch freien Bereich der Wärmeleitfähigkeit zuverlässig durch eine Interpolationsgleichung beschreiben zu können. BWK 166

Schrifttum

- [1] *Mayinger, F.*, u. *U. Grigull*: Viskosität und Wärmeleitfähigkeit des Wasserdampfs. BWK 17 (1965) Nr. 2, S. 53/60.
- [2] *Keyes, F. G.*, u. *R. G. Vines*: The thermal conductivity of steam. Report of the U.S.A. Commission on Properties of Steam to the Sixth International Conference, New York 1963, S. 4 (nicht veröffentlicht).
- [3] *Wargaftik, N. B.*, u. *N. Ch. Simina*: Wärmeleitfähigkeit von Wasserdampf bei hohen Temperaturen (russ.). Teploenergetika 11 (1964) Nr. 12, S. 84/86. Ref. BWK 17 (1965) Nr. 5, S. 257.
- [4] *Wargaftik, N. B.*, u. *A. A. Tarsimanow*: Auswertung von Messungen der Wärmeleitfähigkeit des Wasserdampfs (russ.). Teploenergetika 8 (1961) Nr. 6, S. 5/8. Ref.: BWK 14 (1962) Nr. 5, S. 244/45.
- [5] Report of the second meeting of the International Coordinating Committee on the Properties of Steam, Munich, Germany July 23rd to July 28th, 1962. Revised final edition (nicht veröffentlicht).
- [6] *Kestin, J.*, *J. H. Whitelaw* u. *T. F. Zien*: Thermal conductivity of superheated steam. Report prepared on behalf of the U. S. Delegation for the Third Formal Conference of the International Commission on the Properties of Steam, Providence, R. I., USA, October 2-4, 1963 (nicht veröffentlicht).
- [7] *Rabinowitsch, W. A.*: Eine Gleichung für die Wärmeleitfähigkeit von Wasserdampf (russ.). Teploenergetika 11 (1964) Nr. 5, S. 74/78. Ref.: BWK 17 (1965) Nr. 1, S. 45.