

Wärmeübergang bei Filmkondensation

Von U. Grigull VDI, Köln

Es werden einfache Gebrauchsformeln insbesondere für den turbulenten Kondensatfilm an der senkrechten Wand angegeben.

Es bedeuten im folgenden:

c in kcal/kg grd	spez. Wärme
G in kg/m h	stdl. Kondensatmenge für 1 m Wandbreite
g in m/h ²	Erdbeschleunigung ($g = 127,1 \cdot 10^8$ m/h ²)
H in m	senkrechte Höhe einer ebenen oder schwach gekrümmten Wand
r in kcal/kg	Verdampfungswärme
Δt in grd	Temperaturunterschied zwischen Sattldampf und Wand
w in m/h	mittlere Geschwindigkeit des Kondensats
α in kcal/m ² h grd	mittlere Wärmeübergangszahl
β in 1/grd	thermische Ausdehnungszahl
γ in kg/m ³	spez. Gewicht
δ in m	Filmdicke der Kondensathaut
η in kg h/m ²	dynamische Zähigkeit
λ in kcal/m h grd	Wärmeleitfähigkeit
ν in m ² /h	kinematische Zähigkeit ($\nu = \eta/g$)
$Gr = g H^3 \beta \Delta t / \nu^2$	Grashof'sche Zahl
$Nu = \alpha H / \lambda$	NuBeltsche Zahl
$Pr = \nu c \gamma / \lambda$	Prandtl'sche Zahl
$Re_H = w \delta / \nu = G / g \eta$	Reynold'ssche Zahl in d. Höhe H

Die mittlere Wärmeübergangszahl bei Filmkondensation beträgt für den laminaren Kondensatfilm nach *Nußell*¹⁾ bei Kondensation von ruhendem oder schwach bewegtem Sattldampf an einer senkrechten Wand

$$\alpha = 0,943 (\Delta t H)^{-1/4} \left(\frac{r \lambda^3 \gamma^2}{\eta} \right)^{1/4} \dots \dots (1).$$

Es ist möglich, diese Gleichung auch in dimensionsloser Form darzustellen, wofür z. B. folgende Kennzahlen benutzt werden können:

$$\frac{\alpha \Delta t H}{\eta r g} = 0,943 \left(\frac{\lambda \gamma^{1/2} \Delta t H}{r g^{1/2} \eta^{3/2}} \right)^{1/4} \dots \dots (2).$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist dabei die Reynold'sche Kennzahl der Wasserhaut in der Höhe H , also $Re_H = w \delta / \nu = G / g \eta = \alpha \Delta t H / \eta r g$. Nach Untersuchungen des Verfassers²⁾ wird die Strömung des Kondensatfilms bei $Re_H \approx 350$ turbulent, so daß Gl. (2) nur bis

$$\left(\frac{\lambda \gamma^{1/2} \Delta t H}{r g^{1/2} \eta^{3/2}} \right) \approx 2680 \dots \dots (2a)$$

gilt.

Die theoretischen Ableitungen über den Wärmeübergang bei turbulenter Wasserhaut²⁾ führen zu Gleichungen, die nicht algebraisch nach Re_H bzw. α auflösbar sind und nur graphisch dargestellt werden

¹⁾ W. Nußell: Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes. Z. VDI Bd. 60 (1916) S. 541/46 und 569/75.
²⁾ U. Grigull: Wärmeübergang bei der Kondensation mit turbulenter Wasserhaut. Forsch. Ing.-Wes. Bd. 13 (1942) S. 49/57.

können. Deshalb ist schon öfter der Versuch gemacht worden, dafür aus beobachteten Werten empirische Gleichungen etwa von der Form

$$Re_H = \text{konst} \left(\frac{\lambda \gamma^{1/2} \Delta t H}{r g^{1/2} \eta^{3/2}} \right)^n \dots \dots (3)$$

aufzustellen. Dabei ist die Abhängigkeit von Pr unterdrückt, die eigentlich als weitere dimensionslose Variable in die theoretische Lösung eingeht. Wegen der großen Streuung der experimentellen Ergebnisse bei Kondensationsvorgängen kann man jedoch von der Berücksichtigung dieser Variablen absehen, um zu praktisch brauchbaren, einfachen Gleichungen zu kommen.

Für den Exponenten n in Gl. (3) sind die verschiedensten Werte gewählt worden. So benutzte *McAdams*³⁾ $n = 1,67$, um Messungen amerikanischer Autoren wiederzugeben, der Verfasser⁴⁾ setzte $n = 1,4$, während *Kraußbold*⁵⁾ und nach ihm *Boehm*⁶⁾ $n = 1,33$ wählten.

Der Exponent $n = 1,33$ schien dabei eine Analogie zur freien Konvektion bei turbulenter Grenzschicht herzustellen, deren Wärmeübergang sich näherungsweise durch die Gleichung

$$Nu = \text{konst} (Gr \cdot Pr)^{1/3} \dots \dots (4)$$

wiedergeben läßt (diese Analogie wird deutlich, wenn Gl. (3) nach α aufgelöst wird, weil dann auf der rechten Seite der Exponent $(n - 1)$ erscheint). Die Form der Gl. (4) ist bereits von *Nußell*⁷⁾ vorausgesagt worden. Löst man sie nach der Wärmeübergangszahl α auf, so folgt aus

$$\alpha = \text{konst} \left(\frac{\Delta t \beta g c \gamma \lambda^2}{\nu} \right)^{1/3} \dots \dots (5)$$

die überraschende Tatsache, daß α von der Plattenhöhe H unabhängig wird. Dafür fehlt jedoch bisher jede theoretische Begründung, und es erscheint auch nicht sehr wahrscheinlich, daß Gl. (4) für extrem hohe Werte von H streng gültig bleibt. So sind im Schrifttum sowohl hinsichtlich des Exponenten (*ten Bosch*⁸⁾) als auch des Produktes $(Gr \cdot Pr)$ (*Jakob*⁹⁾) andere Gleichungen zu finden.

Was die Analogie zwischen Filmkondensation und freier Konvektion anlangt, so ist es zwar in beiden Fällen ein Temperaturunterschied zwischen Dampf und Wand bzw. Gas und Wand, der den Strömungs-

³⁾ W. H. McAdams: Heat transmission, 2. Aufl. New York und London 1942.
⁴⁾ U. Grigull: Wärmeübergang bei der Kondensation mit turbulenter Wasserhaut. Z. VDI Bd. 86 (1942) S. 444/45.
⁵⁾ H. Kraußbold: Der konvektive Wärmeübergang. Technik Bd. 3 (1948) S. 205/13 und 257/61.
⁶⁾ J. Boehm: Beitrag zur Bestimmung des Wärmeüberganges kondensierenden Dampfes. Gesundh.-Ing. Bd. 71 (1950) S. 233/39.
⁷⁾ W. Nußell: Das Grundgesetz des Wärmeüberganges. Gesundh.-Ing. Bd. 38 (1915) S. 477/82 und 490/96.
⁸⁾ M. ten Bosch: Die Wärmeübertragung, 3. Aufl., S. 166. Berlin 1936.
⁹⁾ M. Jakob: Some investigations in the field of heat transfer. Proc. Phys. Soc. Bd. 59 (1947) S. 726/55.

vorgang einleitet und aufrechterhält. Es fehlt aber bei der freien Konvektion jene für Kondensationsvorgänge typische unmittelbare Zuordnung zwischen strömender Kondensatmenge und übergegangener Wärme (der Umrechnungsfaktor ist die Verdampfungswärme), so daß Grenzschicht und Kondensatfilm nach ganz verschiedenen Gesetzen anwachsen. Formal erkennt man den Unterschied am verschiedenen Bau der maßgebenden Kenngrößen in Gl. (3) und (4). Damit α in Gl. (3) von H unabhängig wird, müßte der Exponent $n = 1,0$ gewählt werden, der aber den beobachteten Werten widerspricht.

Da kein Wert des Exponenten in Gl. (3) theoretisch ermittelbar ist, kann n so gewählt werden, daß 1) die Meßergebnisse möglichst gut wiedergegeben werden und 2) möglichst einfache, handliche und für die Praxis brauchbare Formeln entstehen. Es stellt sich heraus, daß diese beiden Forderungen mit $n = 1,5$ am besten erfüllt sind, womit sich die nach α aufgelöste Gl. (3) schreiben läßt:

$$\alpha = 0,30 \cdot 10^{-2} (\Delta t H)^{1/2} \left(\frac{\lambda^3 \gamma^2}{r g^2 \eta^3} \right)^{1/2} \dots (6).$$

Diese Gleichung für den Wärmeübergang bei turbulentem Kondensatfilm zeigt erfreulicherweise ein-

fache und mit dem gewöhnlichen Rechenschieber zu lösende Potenzen. In der Form der Gl. (3), also mit

$$Re_H = 0,30 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\lambda \gamma^{2/3} \Delta t H}{r g^{1/3} \eta^{2/3}} \right)^{1,5} \dots (7),$$

ist sie, zusammen mit der Nußeltschen Gl. (2), als geknickter Geradenzug in Bild 1 eingetragen, das einer früheren Arbeit des Verfassers²⁾ entnommen ist und in dem alle ihm bekannt gewordenen Meßwerte als Kreise eingetragen sind. Der Zahlenfaktor von Gl. (6) und (7) ist dabei durch folgende Überlegung berechnet worden:

Die Nußeltsche Gl. (2) in dimensionsloser Form gilt bis $Re_H \approx 350$ entsprechend einem Ordinatenwert nach Bild 1 von ≈ 2680 . Da der Widerstandsbeiwert der Wasserhaut beim Übergang zur Turbulenz auf einen höheren Wert springt, beginnt auch Gl. (7) beim gleichen Ordinatenwert 2680 mit $Re_H = 410$, wie sich aus Gl. (34) der bereits zitierten Arbeit des Verfassers²⁾ ergibt. Daraus errechnet sich ein Zahlenfaktor von $0,296 \cdot 10^{-2}$, der in Gl. (6) und (7) auf $0,30 \cdot 10^{-2}$ abgerundet wurde. Für das Übergangsgebiet zwischen laminarer und turbulenter Wasserhaut besteht keine theoretische Lösung, die

Meßergebnisse zeigen vielmehr eine breite Streuung um den Sprungwert herum. Es sei noch betont, daß die Wasserhaut in jedem Falle ein laminares Anfangsstück besitzt, bevor sie turbulent wird. Die für turbulente Wasserhaut gemessenen Re_H - bzw. α -Werte sind also stets Mittelwerte vom Beginn der Kondensation bis zur ganzen Ausdehnung der senkrechten Kühlstrecke H , ebenso die Werte der Gl. (6) und (7).

Der Exponent $n = 1,5$ der Gl. (7) hätte sich auch allein aus einer Dimensionsanalyse herleiten lassen, etwa aus der Forderung, daß γ und g in der gleichen Potenz in Gl. (6) erscheinen sollen. Die Bedingungsgleichung dafür lautet: $2 n/3 = 4 n/3 - 1$ mit der Lösung $n = 3/2$.

Eine etwaige Tropfenkondensation im oberen Teil der Kühlfläche kann naturgemäß auch die mittlere Wärmeübergangszahl beeinflussen. Dieser Einfluß ist ebenfalls in den Meßwerten nach Bild 1 enthalten, und wegen dieser Unsicherheit ist um so eher die Berechtigung abzuleiten,

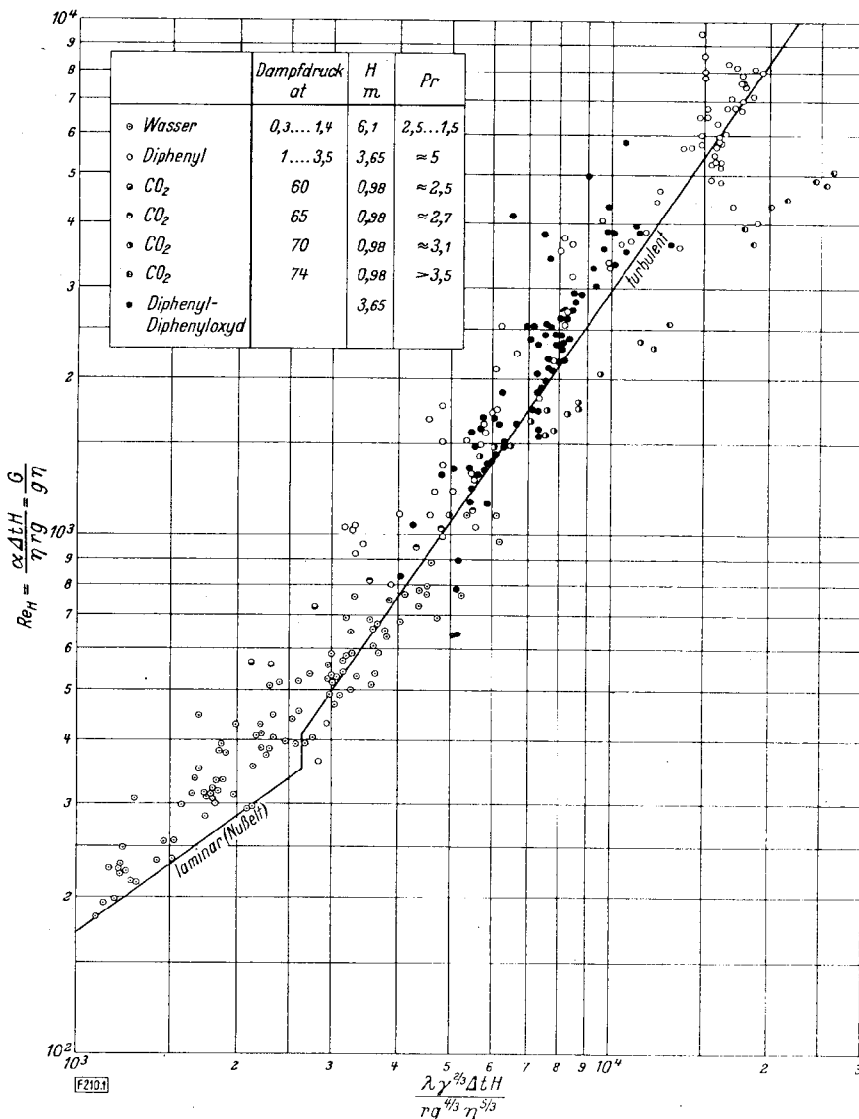


Bild 1. Wärmeübergang bei laminarer (Gl. (2)) und turbulenter (Gl. (7)) Kondensathaut an der senkrechten Wand in dimensionsloser Darstellung.

Umschlag bei $Re_H \approx 350$ entsprechend einem Abszissenwert von ≈ 2680 .

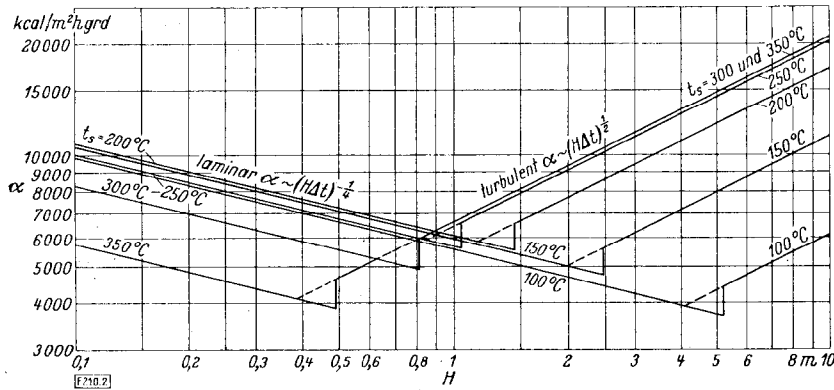


Bild 2. Wärmeübergangszahl bei der Filmkondensation von Wasserdampf bei laminarer (Gl. (1)) und turbulenter (Gl. (6)) Wasserhaut an der senkrechten Wand.

Die Abszisse bedeutet die senkrechte Höhe H der gekühlten Wand, als Parameter ist die Satttdampf-temperatur t_s eingetragen. Temperaturunterschied $\Delta t = 10^\circ$.

den Exponenten n der Gl. (3) bzw. (7) nach den oben aufgestellten Forderungen zu wählen.

Die nach α aufgelösten Gleichungen (1) für den laminaren und (6) für den turbulenten Kondensatfilm enthalten je eine Gruppe von Stoffwerten, die zur Verdeutlichung der abgeleiteten Beziehungen in Zahlentafel 1 für Wasser angegeben werden sollen.

für Wasserdampf bei laminarer und turbulenter Kondensathaut nach Gl. (1) und (6) berechnet und über der senkrechten Höhe H des Wärmeaustauschers in Bild 2 aufgetragen. Im doppeltlogarithmischen Maßstab stellen sie sich als Gerade mit der Neigung $-\frac{1}{4}$ bzw. $-\frac{1}{2}$ dar, die durch den Sprung bei dem Grenzwert $(\Delta t H)_{lam}$ der Zahlentafel 1 bzw. der

Zahlentafel 1. Stoffwerte von Wasser bei Sättigungstemperatur, Stoffwertgruppen von Gl. (1) (laminar) und Gl. (6) (turbulent) und Grenzwerte $(\Delta t H)_{lam}$ für die laminare Kondensathaut.

Satttdampf-temperatur in $^\circ\text{C}$	100	150	200	250	300	350	374
Satttdampfdruck in kg/cm^2	1,04	4,85	15,9	40,6	87,6	187	225
Verdampfungswärme r in kcal/kg	539	505	463	410	335	213	0
spez. Gewicht γ in kg/m^3	958	917	865	799	713	572	329
Wärmeleitfähigkeit λ in $\text{kcal/m h grad}^\circ$	0,586	0,587	0,572	0,537	0,465	0,344	0,17
Zähigkeit $10^6 \eta$ in $\text{kg h/m}^2 \text{s}^\circ$	8,03	5,28	3,86	3,19	2,70	2,0	1,28
$0,943 (r \lambda^3 \gamma^2 / \eta)^{1/4}$ in $\text{kcal/m}^2 \text{ h grad}^{3/4}$	9900	10650	10750	10000	8390	5790	0
$0,3 \cdot 10^{-2} (\lambda^3 \gamma^2 / r g^2 \eta^2)^{1/2}$ in $\text{kcal/m}^2 \text{ h grad}^{3/2}$	606	1128	1722	2040	2080	2090	∞
$(\Delta t H)_{lam}$ in m grad (abgerundet)	52	25	15	11	8,1	4,9	0

^{*} E. Schmidt und W. Sellschopp: Wärmeleitfähigkeit des Wassers bei Temperaturen bis zu 270°C . Forsch. Ing.-Wes. Bd. 3 (1932) S. 277/86 und D. L. Timroth und N. B. Vargaftik: Wärmeleitfähigkeit, Zähigkeit und thermodynamische Eigenschaften von Wasserdampf bei hohen Drücken und Temperaturen. Beitrag der UdSSR zur IV. Weltkräftkonferenz, London 1950, Bericht Nr. 1 (Titel übers.) vgl. Auszug in Brennstoff-Wärme-Kraft (BWK) Bd. 3 (1951) S. 120/21.

^{**} K. Sigwart: Messungen der Zähigkeit von Wasser und Wasserdampf bis ins kritische Gebiet. Forsch. Ing.-Wes. Bd. 7 (1936) S. 125/40 und H. Richter: Wahrscheinliche Werte für die Zähigkeit von Wasserdampf. Brennstoff-Wärme-Kraft (BWK) Bd. 3 (1951) S. 117/20.

Dabei wurden sämtliche Stoffwerte bei Satttdampf-temperatur eingesetzt. Die Zahlentafel gibt ferner die Grenzwerte $\Delta t H$ in m grad an, oberhalb derer die laminare Kondensathaut turbulent wird. Diese Grenzwerte ergeben sich aus Gl. (2a) zu

$$(\Delta t H)_{lam} = 2680 \frac{r g^{1/3} \eta^{5/3}}{\lambda \gamma^{2/3}} \dots \dots \dots (8).$$

Auch die Stoffwerte von Wasser bei Sättigungstemperatur sind in Zahlentafel 1 aufgenommen, und zwar in übereinstimmenden Einheiten des technischen Maßsystems (kg, m, h^{10}); nur bei einheitlichen Dimensionen sind die Zahlenwerte aller bisherigen Gleichungen unbenannt.

Aus den Stoffwertgruppen der Zahlentafel 1 wurden nun die zu erwartenden Wärmeübergangszahlen

¹⁰ d. h. unter kg sei das Kraftkilogramm verstanden.

Gl. (8) miteinander verbunden sind. Es fällt auf, daß bei laminarer Wasserhaut ein Maximum von α bei der Satttdampf-temperatur von rd. 200°C auftritt, was vorwiegend durch den anomalen Gang der Wärmeleitfähigkeit λ von Wasser verursacht, also nicht bei allen Flüssigkeiten zu erwarten ist. Bild 2 ist für $\Delta t = 10^\circ$ entworfen und läßt sich leicht für andere Temperaturunterschiede umrechnen. Die hohen Wärmeübergangszahlen im kritischen Gebiet sind durch Messungen von K. Schmidt¹¹⁾ an Kohlensäure bestätigt; für Wasser liegen wohl noch keine Messungen vor. Naturgemäß spielen die hohen Wärmeübergangszahlen auch bei jenen Vorgängen eine Rolle, bei denen große Wärmetransportleistungen im kritischen Gebiet beobachtet wurden¹²⁾.

Wie im laminaren Bereich durch zahlreiche Messungen bestätigt wurde, liegen die beobachteten Werte der Wärmeübergangszahl in den meisten Fällen, insbesondere für Wasserdampf¹³⁾, oberhalb derer der Nußeltschen Gl. (1). Aus Bild 1 geht hervor, daß auch bei turbulenter Kondensathaut eher höhere als niedrigere Wärmeübergangszahlen gegenüber Gl. (6) und (7) festgestellt sind. Es scheint somit zulässig, die mitgeteilten Gleichungen zum Entwurf von Wärmeaustauschern zu benutzen, da sie noch genügende Sicherheiten enthalten. DF 210

¹¹⁾ K. Schmidt: Untersuchungen über die Wärmeübergangszahl von Kohlensäure im kritischen Gebiet an eine Rohrwand. Z. ges. Kälte-Ind. Bd. 44 (1937) S. 21/24, 43/49 und 65/70.

¹²⁾ E. Schmidt, E. Eckerl und U. Grigull: Wärmetransport durch Flüssigkeiten in der Nähe ihres kritischen Zustandes. Jb. 1939 dtsh. Luftfahrtforsch., Teil II, S. 53/58.

¹³⁾ Vgl. z. B. Th. E. Schmidt: Der Wärmeübergang bei der Kondensation in Behältern und Rohren. Kältetechnik Bd. 3 (1951) S. 282/88.