

# Forschung

## auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

Band 13

Berlin, März/April 1942

Nr. 2

### Wärmeübergang bei der Kondensation mit turbulenter Wasserhaut\*)

Von U. GRIGULL VDI, Braunschweig

Aus dem Institut für Motorenforschung der Luftfahrt-  
forschungsanstalt Hermann Göring, Braunschweig

Die Prandtl'schen Beziehungen zwischen Wärmeübergang und Druckabfall bei turbu-  
lenter Strömung werden auf den Kondensatfilm an einer senkrechten Wand angewendet  
und daraus die Gesetze des Wärmeüberganges abgeleitet.

**1. Die Nußeltsche Wasserhauttheorie.** Die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  bei Filmkondensation läßt sich nach der Nußeltschen Wasserhauttheorie [1]<sup>1)</sup> berechnen. Bei der Kondensation von ruhendem oder schwach bewegtem Satttdampf an einer senkrechten Wand von der Höhe  $H$  wird danach die mittlere Wärmeübergangszahl

$$\bar{\alpha} = \frac{4}{3} \left( \frac{r \gamma^2 \lambda^3}{4 \eta H (\vartheta_s - \vartheta_w)} \right)^{1/4} \dots \dots \dots (1).$$

In dieser Gleichung bedeuten:

- $r$  [kcal/kg] die Verdampfungswärme,
- $\gamma$  [kg/m<sup>3</sup>] die Wichte des Kondensats,
- $\lambda$  [kcal/m h grd] die Wärmeleitzahl des Kondensats,
- $\eta$  [kg s/m<sup>2</sup>] die dynamische Zähigkeit des Kondensats,
- $\vartheta_s$  [° C] die Satttdampf Temperatur,
- $\vartheta_w$  [° C] die Wandtemperatur.

Die Filmdicke  $\delta$  im Abstand  $x$  vom oberen Plattenrand ergibt sich zu

$$\delta = \left( \frac{4 \lambda \eta (\vartheta_s - \vartheta_w) x}{\gamma^2 r} \right)^{1/4} \dots \dots \dots (2).$$

Die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{w}$  in der Wasserhaut wird

$$\bar{w} = \frac{\gamma}{3 \eta} \delta^2 \dots \dots \dots (3),$$

während die maximale Kondensatgeschwindigkeit an der freien Filmoberfläche, also im Abstand  $\delta$  von der Wand,

$$w_\delta = \frac{\gamma}{2 \eta} \delta^2 \dots \dots \dots (3 a)$$

wird. Das Verhältnis der maximalen zur mittleren Kondensatgeschwindigkeit wird damit

$$w_\delta / \bar{w} = 1,5 \dots \dots \dots (4).$$

Alle bisherigen Gleichungen gelten nur, solange das Kondensat laminar abläuft.

Im folgenden soll eine Gleichung für die Wärmeübergangszahl abgeleitet werden unter der Voraussetzung, daß nach einer gewissen laminaren Strecke die Wasserhaut turbulent strömt. Dazu wird die Prandtl'sche Analogie zwischen Wärmeübertragung und Druckabfall bei turbulenter Strömung [2 a, 2 b] auf die Wasserhaut angewendet. Die Betrachtung beschränkt sich auf die Kondensation von ruhendem oder schwach bewegtem Satttdampf an einer senkrechten Wand konstanter Temperatur bzw. am senkrechten Rohr nicht zu kleinen Durchmessers. Die Einflüsse der Überhitzung, der Dampfgeschwindigkeit, der Krümmung der Wand (waagerechtes Rohr) und der örtlichen Temperaturunterschiede der Wand werden nicht behandelt. Dem Verfasser schien es nicht zweckmäßig, eine der

\*) Auf der Sitzung des VDI-Ausschusses für Wärmeforschung (13./14. Oktober 1941 in Dresden) wurde über diese Arbeit kurz berichtet. Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Schmidt und Herrn Dr.-Ing. habil. E. Eckert danke ich für das Interesse, das sie dieser Arbeit entgegengebracht haben, sowie für wertvolle Verbesserungsvorschläge.

<sup>1)</sup> Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Schrifttumsverzeichnis am Ende der Arbeit.

in neuerer Zeit veröffentlichten Erweiterungen der Prandtl'schen Theorie<sup>2)</sup> (Hofmann, Mattioli, Reichardt) zugrunde zu legen, da, wie weiter unten ausgeführt, einige Teilprobleme der vorliegenden Arbeit noch nicht genügend geklärt sind.

**2. Wärmeübergang bei turbulenter Wasserhaut.** Wir legen den Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems in die obere Plattenkante (Bild 1). Die Wasserhaut wird nach Prandtl [2 a] in eine der Wand unmittelbar anliegende laminare Grenzschicht von der Dicke  $\epsilon$  und einen angrenzenden turbulenten Teil zerlegt. Für die frei herabfließende Wasserhaut von der Dicke  $\delta$  ist die auf die Wand ausgeübte Schubspannung  $\tau_w = \gamma \delta$ . Nimmt man in der laminaren Grenzschicht linearen Geschwindigkeitsverlauf an, so wird

$$\tau_w = \eta \frac{w'}{\epsilon} = \gamma \delta \dots \dots \dots (5),$$

wenn  $w'$  die Geschwindigkeit an der Grenze der laminaren Grenzschicht ist (Bild 1). Daraus ergibt sich die Dicke der laminaren Grenzschicht zu

$$\epsilon = \frac{\eta w'}{\gamma \delta} \dots \dots \dots (5 a).$$

Die durch Leitung durch diese laminare Grenzschicht übertragene Wärmemenge je Flächen- und Zeiteinheit (Wärmestromdichte) ist

$$q = \frac{\lambda}{\epsilon} (\vartheta' - \vartheta_w) = \frac{\lambda \gamma \delta}{\eta w'} (\vartheta' - \vartheta_w) \dots \dots \dots (6),$$

wobei  $\vartheta'$  die Temperatur am Rand der laminaren Grenzschicht bedeutet (Bild 1).

Die Bewegungsgleichung für den turbulenten Teil der Wasserhaut lautet bei Vernachlässigung des Reibungsgliedes

$$\gamma \frac{Dw}{g} = \gamma \dots \dots \dots (7),$$

wobei

$$\frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z}$$

den substantiellen Differentialquotienten und  $w$  den Geschwindigkeitsvektor bedeuten.

Die zugehörige Energiegleichung ohne Berücksichtigung der Wärmeleitung heißt

$$\gamma \cdot c \frac{D\vartheta}{dt} = \frac{q}{\delta} \dots \dots \dots (8),$$

worin  $c$  die spezifische Wärme des Kondensats und  $q/\delta$  die Wärmeproduktion je Volumen- und Zeiteinheit in der Wasserhaut bedeuten. Diese in Wirklichkeit nicht vorhandene Wärmeproduktion wird im Anschluß an Prandtl [2 a] in die Energiegl. 8 eingeführt, um so Gl. 7 und 8 auf dieselbe Form zu bringen und die Analogie zwischen Impuls- und Wärmeaustausch durchführen zu können. Dann unterscheiden sich die Felder von  $\vartheta$  und  $w$  (da wir nur die  $x$ -Komponente von  $w$  betrachten, wird diese mit  $w$  bezeichnet) nur um einen konstanten Faktor  $\beta$ , der sich mit den Werten  $\vartheta'$  und  $w'$  am Rand der laminaren Grenzschicht zu

$$\beta = \frac{\vartheta - \vartheta'}{w - w'}$$

ergibt. Aus den Gl. 7 und 8 erhält man dann

$$q = c g \gamma \beta \delta \dots \dots \dots (9).$$

Die Konstante  $\beta$  ergibt sich aus den Randbedingungen an der freien Oberfläche (Bild 1) zu

$$\beta = \frac{\vartheta_s - \vartheta'}{w_\delta - w'},$$

da dort die Satttdampf Temperatur  $\vartheta_s$  herrschen soll.

Durch Gleichsetzen der Gl. 6 und 9 erhält man

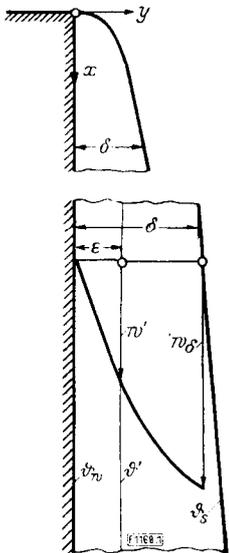
$$(\vartheta' - \vartheta_w) = (\vartheta_s - \vartheta_w) \frac{\text{Pr } w'}{w_\delta + w' (\text{Pr} - 1)} \dots \dots \dots (10)$$

mit  $\text{Pr} = c g \eta / \lambda$  (Prandtl'sche Kennzahl).

Durch Einsetzen der Gl. 10 in 6 wird die Wärmestromdichte

$$q = \frac{\lambda \gamma \delta \text{Pr} (\vartheta_s - \vartheta_w)}{\eta w_\delta [1 + (\text{Pr} - 1) (w'/w_\delta)]} \dots \dots \dots (11).$$

<sup>2)</sup> Vgl. E. Eckert, Z. VDI Bd. 85 (1941) H. 26, S. 581/83; dort Schrifttumsangaben.



**Bild 1.** Aufteilung des Kondensatfilms (Dicke  $\delta$ ) in eine laminare Grenzschicht (Dicke  $\epsilon$ ) und einen turbulenten Teil.

Definiert man die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  durch die Gleichung

$$\alpha = \frac{q}{\vartheta_s - \vartheta_w} \dots (12),$$

so wird

$$\alpha = \frac{\lambda \gamma \delta \text{Pr}}{\eta w_\delta [1 + (\text{Pr} - 1) (w'/w_\delta)]} \dots (13).$$

Zur Berechnung von  $w'/w_\delta$  wird für die Wasserhaut das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung  $w = w_\delta (y/\delta)^{1/7}$  als gültig angenommen. Wenn an der Grenze zwischen der laminaren Grenzschicht und dem turbulenten Teil der Wasserhaut kein Knick im Geschwindigkeitsprofil auftreten soll (Bild 2), muß sein

$$\left(\frac{dw}{dy}\right)_{y=\epsilon/7} = \left[\frac{1}{7} \frac{w_\delta}{\delta} \left(\frac{\delta}{y}\right)^{6/7}\right]_{\epsilon/7} = \frac{w'}{\epsilon} \quad (14).$$

Das Ende der Grenzschicht liegt nicht bei  $y = \epsilon$ , sondern bei  $y = \epsilon/7$ , da  $y$  nicht der wirkliche Wandabstand ist (vgl. Fußn. 2 b. Prandtl [2 b, S. 488]). Mit  $\epsilon$  aus Gl. 5 a erhält man

$$\frac{w'}{w_\delta} = \left(\frac{\eta w_\delta}{7 \gamma \delta^2}\right)^{1/6} \dots (15).$$

Später (Prandtl-Tietjens [10], dort S. 93) wurde eine andere Definition der Grenzschichtdicke eingeführt, die in Bild 3 veranschaulicht ist. Hierbei reicht die laminare Grenzschicht bis zu dem Wandabstand, bei dem die Gerade der laminaren Geschwindigkeitsverteilung die 1/7-Potenzkurve der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung schneidet, wenn auch für das 1/7-Potenzgesetz der Nullpunkt in die Wand gelegt wird. Mit  $\epsilon$  aus Gl. 5 a berechnet sich dann

$$\frac{w'}{w_\delta} = \left(\frac{\eta w_\delta}{\gamma \delta^2}\right)^{1/6} \dots (15 a).$$

Im folgenden soll mit der ursprünglichen Prandtl'schen Definition nach Bild 2 gerechnet und nur das Endergebnis mit Gl. 15 a überprüft werden.

Setzt man Gl. 15 in Gl. 13 ein, so erhält man für die Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{\lambda \gamma \delta \text{Pr}}{\eta w_\delta [1 + (\text{Pr} - 1) (w_\delta \eta / 7 \gamma \delta^2)^{1/6}]} \dots (16).$$

Zur Berechnung von  $w_\delta$  wird das Blasius'sche Widerstandsgesetz für turbulente Strömung auch für die Wasserhaut als gültig angesehen. Danach beträgt die Widerstandszahl

$$\psi = 0,3164 \sqrt[4]{\frac{\nu}{w \delta}} \dots (17),$$

worin  $\nu = \eta/g$  die kinematische Zähigkeit des Kondensats und  $4 \delta$  der hydraulische Durchmesser der Wasserhaut sind. Zwischen Widerstandszahl und Wandschubspannung<sup>3)</sup> besteht die Gleichung

$$\frac{\psi}{8} = \frac{\tau_w}{\rho w^2} \dots (18),$$

worin  $\rho = \gamma/g$  die Dichte bedeutet. Aus Gl. 17, 5 und 18 folgt

$$\bar{w} = 7,74 \left(\frac{\delta^5 g^3 \gamma}{\eta}\right)^{1/7} \dots (19).$$

Das Verhältnis  $w_\delta/\bar{w}$  kann aus dem 1/7-Potenzgesetz<sup>4)</sup> ermittelt werden und ergibt sich daraus zu

$$\frac{w_\delta}{\bar{w}} = 8 = 1,143 \dots (19 a).$$

Damit wird

$$w_\delta = 8, \left(\frac{\delta^5 g^3 \gamma}{\eta}\right)^{1/7} \dots (20).$$

Setzt man Gl. 20 in Gl. 16 ein, so erhält man für die Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{\lambda \gamma^{9/7} \delta^{2/7} \text{Pr}}{8,85 \eta^{6/7} g^{3/7} [1 + (\text{Pr} - 1) (1,264 \eta^{6/7} g^{3/7} / \gamma^{6/7} \delta^{6/7})^{1/6}]} \dots (21).$$

<sup>3)</sup> Es ist zweckmäßiger, die Widerstandszahl  $\psi$  mit Hilfe der Wandschubspannung zu kennzeichnen statt mit Hilfe des Druckabfalles, da ein Widerstandsgesetz auch für konstanten Druck längs der Wand gültig bleibt, wie z. B. hier im Falle der Wasserhaut.

<sup>4)</sup> Der von Prandtl [2 b] benutzte Wert  $w_{\max}/\bar{w} = 1,2$  für die Rohrströmung ist etwa der Wert, der sich aus dem 1/7-Potenzgesetz für das zylindrische Rohr ergibt.

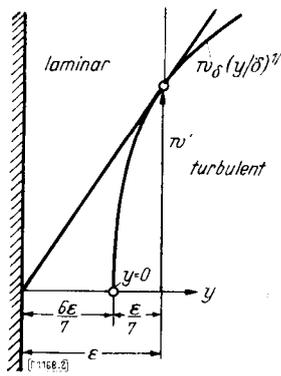


Bild 2. Definition der Grenzschichtdicke  $\epsilon$  nach Prandtl (1928).

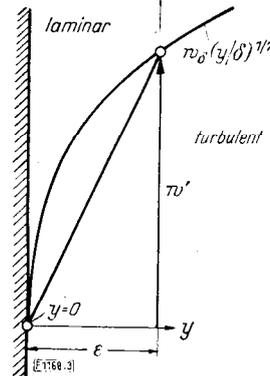


Bild 3. Definition der Grenzschichtdicke  $\epsilon$  nach Prandtl-Tietjens (1931).

Die noch unbekannte Filmdicke  $\delta$  wird aus der Kontinuitätsgleichung berechnet, denn die Zunahme der sekundlich abfließenden Kondensatmenge längs der Wand muß durch neu hinzukommendes Kondensat gedeckt werden. Es muß also sein

$$\frac{d}{dx} (\gamma \bar{w} \delta) = \frac{\alpha}{r} (\vartheta_s - \vartheta_w) \dots \dots \dots (22).$$

Setzt man hierin  $\bar{w}$  aus Gl. 19 und  $\alpha$  aus Gl. 21 ein, so erhält man als Differentialgleichung für die Filmdicke  $\delta$ :

$$\delta^{5/7} \left[ 1 + \left( \frac{1,264 \eta^{6/7} g^{3/7}}{\gamma^{6/7} \delta^{9/7}} \right)^{1/6} (\text{Pr} - 1) \right] d\delta = \frac{\lambda \text{Pr} (\vartheta_s - \vartheta_w)}{117,4 \eta^{5/7} g^{6/7} \gamma^{2/7} r} dx \dots \dots \dots (23).$$

Die Integration ergibt:

$$\delta^{10/7} + 1,223 \delta^{8,5/7} \left( \frac{\eta \sqrt{g}}{\gamma} \right)^{1/7} (\text{Pr} - 1) = \frac{\lambda \text{Pr} (\vartheta_s - \vartheta_w)}{117,4 \eta^{6/7} g^{6/7} \gamma^{2/7} r} z + \text{konst} \dots \dots \dots (24),$$

wenn  $z = (x - x_0)$  als neue Längenkoordinate eingeführt wird, wobei  $x = x_0$  diejenige Entfernung von der Plattenoberkante bedeutet, in der die laminare Strömung der Wasserhaut turbulent wird. Die Integrationskonstante der Gl. 24 erhält man aus der Bedingung, daß für  $x = x_0$  bzw.  $z = 0$  die Filmdicke  $\delta_0$  aus den Gleichungen für die laminare Wasserhaut einzusetzen ist. Mit der neuen Veränderlichen  $\varphi = \delta/\delta_0$  schreibt sich dann Gl. 24

$$\varphi^{10/7} + 1,223 \varphi^{8,5/7} \left( \frac{\eta \sqrt{g}}{\gamma \delta_0^{1,5}} \right)^{1/7} (\text{Pr} - 1) = 1 + 1,223 \left( \frac{\eta \sqrt{g}}{\gamma \delta_0^{1,5}} \right)^{1/7} (\text{Pr} - 1) + \frac{\lambda \text{Pr} (\vartheta_s - \vartheta_w) z}{117,4 \eta^{6/7} g^{6/7} \gamma^{2/7} r \delta_0^{10/7}} \dots \dots \dots (25).$$

Definiert man als Kennzeichen für den Umschlag der laminaren Strömung in die turbulente eine kritische Reynoldszahl

$$\text{Re}_{kr} = \frac{\bar{w} \delta_0}{\nu} \dots \dots \dots (26),$$

so wird mit Gl. 3

$$\delta_0 = \left( \frac{3 g \eta^2 \text{Re}_{kr}}{\gamma^2} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (27).$$

Mit diesem Wert  $\delta_0$  schreibt sich Gl. 25:

$$\varphi^{10/7} + 1,132 \varphi^{8,5/7} \frac{(\text{Pr} - 1)}{\text{Re}_{kr}^{1/14}} = 1 + \frac{1,132 (\text{Pr} - 1)}{\text{Re}_{kr}^{1/14}} + \frac{\lambda \text{Pr} (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} z}{198,3 r g^{4/3} \eta^{5/3} \text{Re}_{kr}^{10/21}} \dots \dots \dots (28).$$

Die Länge  $x_0$ , bis zu der die Wasserhaut laminar strömt, wird mit den Gl. 2, 3 und 27:

$$x_0 = \frac{1,082 g^{4/3} \eta^{5/3} r \text{Re}_{kr}^{4/3}}{\gamma^{2/3} \lambda (\vartheta_s - \vartheta_w)} = x - z \dots \dots \dots (29).$$

Setzt man  $z = (x - x_0)$  aus Gl. 29 in Gl. 28 ein, so erhält man

$$\varphi^{10/7} + 1,132 \varphi^{8,5/7} \frac{(\text{Pr} - 1)}{\text{Re}_{kr}^{1/14}} = 1 + \frac{1,132 (\text{Pr} - 1)}{\text{Re}_{kr}^{1/14}} + \frac{\text{Pr} \text{Re}_{kr}^{6/7}}{183,4} \left( \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} x}{1,082 \text{Re}_{kr}^{4/3} g^{4/3} r \eta^{5/3}} - 1 \right) \dots \dots \dots (30).$$

Damit an einer Platte von der Höhe  $H$  überhaupt Turbulenz in der Wasserhaut auftritt, muß sein

$$\text{Re}_{kr}^{4/3} \leq \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} H}{1,082 r g^{4/3} \eta^{5/3}} \dots \dots \dots (31);$$

den gleichen Ausdruck erhält man auch unmittelbar aus Gl. 2, 3 und 26.

Gl. 30, die am einfachsten graphisch gelöst werden kann, stellt bereits die Lösung des vorliegenden Problems dar. Denn für  $x = H$  ist aus der Filmdicke  $\delta_H = \varphi_H \delta_0$  die gesamte, im laminaren und im turbulenten Teil übergegangene Wärme zu berechnen, womit dann auch sofort die mittlere Wärmeübergangszahl  $\bar{\alpha}$  nach Gl. 32 für die Plattenhöhe  $H$  angegeben werden kann. Dabei bleibt die Unterkühlung des ablaufenden Kondensats unberücksichtigt, da die dieser entsprechende Wärmemenge an das Kühlwasser übergegangen ist, ohne daß weiteres Kondensat entstanden ist. Je nachdem, ob die gesamte Wärmemenge im Kühlwasser oder durch Kondensatwägung gemessen wird, enthält die gemessene Wärmeübergangszahl diesen Anteil oder nicht.

Die mittlere Wärmeübergangszahl für die gesamte Plattenhöhe  $H$  ist

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{w} \delta_H \gamma r}{(\vartheta_s - \vartheta_w) H} = \frac{\bar{w} \varphi_H \delta_0 \gamma r}{(\vartheta_s - \vartheta_w) H} \dots \dots \dots (32).$$

Darin wäre  $\bar{w}$  aus Gl. 19 einzusetzen. Für laminare Strömung mit  $\delta$  aus Gl. 2 und  $\bar{w}$  aus Gl. 3 wird aus Gl. 32 die Nußeltsche Gl. 1.

Das Ergebnis unserer Rechnung könnten wir also in der Form

$$\varphi_H = f \left( \text{Pr}, \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} H}{1,082 \text{Re}_{kr}^{4/3} r g^{4/3} \eta^{5/3}} \right) \dots \dots \dots (32 a)$$

darstellen (diese Gleichung gibt den Inhalt der Gl. 30 wieder). Nach Gl. 32 wäre daraus die gesuchte Wärmeübergangszahl  $\bar{\alpha}$  zu berechnen. Es soll jedoch statt  $\varphi_H$  die Reynoldszahl  $Re_H$  am unteren Ende der Platte, also im Abstand  $H$  vom Nullpunkt, als abhängige Variable gewählt werden, die durch die Gleichung

$$Re_H = \frac{\bar{w}_H \delta_H}{\nu} = \frac{\bar{w}_H \varphi_H \delta_0}{\nu} \dots \dots \dots (33)$$

definiert ist.

Mit  $\bar{w}_H$  aus Gl. 19 und  $\delta_0$  aus Gl. 27 wird

$$Re_H = 14,52 Re_{kr}^{4/7} \varphi_H^{12/7} \dots \dots \dots (34).$$

Zwischen  $\bar{\alpha}$  nach Gl. 32 und  $Re_H$  nach Gl. 33 besteht die Beziehung

$$Re_H = \frac{\bar{\alpha} (\vartheta_s - \vartheta_w) H}{\eta r g} \dots \dots \dots (35).$$

Diese Gleichung gilt unabhängig vom Strömungszustand in der Wasserhaut und kann dazu dienen, aus gemessenen  $\bar{\alpha}$ -Werten  $Re_H$  auszurechnen.

Die Einführung von  $Re_H$  ist deswegen besonders zweckmäßig, weil zwischen  $Re_H$  und  $\bar{\alpha}$  nach Gl. 35 eine lineare Beziehung besteht. Die in der Höhe  $H$  je Einheit der Plattenbreite bzw. des Rohrfumfangs abfließende Kondensatmenge errechnet sich aus Gl. 33 zu

$$G_H = \bar{w}_H \delta_H \gamma = \eta g Re_H \dots \dots \dots (35 a),$$

ist also ebenfalls einfach aus  $Re_H$  zu bestimmen.

Die kritische Reynoldszahl  $Re_{kr}$  kann als fester Zahlenwert in der unabhängigen Veränderlichen der Gl. 32 a gestrichen werden. Wir können dann den Einfluß von  $Re_{kr}$  auf unser Rechenergebnis besser überblicken, da das gleiche Schaubild für verschiedene Werte von  $Re_{kr}$  benutzt werden kann.

Der Wärmeübergang bei Filmkondensation wird also endgültig in der Form dargestellt:

$$Re_H = f \left( Pr, \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} H}{1,082 r g^{4/3} \eta^{5/3}} \right) \dots \dots \dots (36),$$

wobei die Konstante  $Re_{kr}$  als zweiter Parameter eingeführt werden kann.

In der Form der Gl. 36 läßt sich die Nußeltsche Gl. 1 für laminare Wasserhaut auch schreiben:

$$Re_H = \left( \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} H}{1,082 r g^{4/3} \eta^{5/3}} \right)^{3/4} \dots \dots \dots (37),$$

die für alle Werte von  $Pr$  gültig ist<sup>5)</sup>.

**3. Die kritische Reynoldszahl der Wasserhaut.** Die an der Wand herabfließende Wasserhaut ist mit einem offenen Gerinne vergleichbar, dessen Breite groß gegen seine Tiefe ist. Die an diesem gewonnenen  $Re_{kr}$ -Werte werden also auch für unseren Fall anwendbar sein. Zahlentafel 1 zeigt einige Werte der kritischen Reynoldszahl, die teils an unbeheizten offenen Gerinnen, teils aber auch aus (in Amerika durchgeführten) Messungen des Wärmeübergangs bei Filmkondensation gewonnen sind. Im amerikanischen Schrifttum wird meist  $\bar{w} \cdot 4 \delta / \nu$  als Reynoldszahl definiert, da  $4 \delta$  den hydraulischen Durchmesser der Wasserhaut bedeutet.

**Zahlentafel 1.**  
Kritische Reynoldszahlen

Verfasser:	$Re_{kr} = \bar{w} \delta / \nu$
<i>C. M. Cooper, T. B. Drew, W. H. McAdams</i> [3] . . . . .	525
<i>C. G. Kirkbride</i> [4] . . . . .	500
<i>A. P. Colburn</i> [5] . . . . .	400
<i>C. C. Monrad, W. L. Badger</i> [6] . . . . .	390
<i>E. Schmidt, W. Schurig, W. Sellschopp</i> [7] . . . . .	280 bis 430
<i>L. Hopf</i> [8] . . . . .	250 bis 350
<i>M. ten Bosch</i> <sup>6)</sup> [9] . . . . .	100

Die Werte von *E. Schmidt, W. Schurig* und *W. Sellschopp* [7] sind an Messungen des Wärmeübergangs an einer durch einen senkrecht auftreffenden Wasserstrahl gekühlten Platte gewonnen. Die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  fällt zunächst mit wachsender Entfernung von der Strahlachse, um bei größeren Entfernungen wieder zu steigen. Beginn der Turbulenz wurde bei dem Kleinstwert von  $\alpha$  angenommen.

Die geringe Übereinstimmung zwischen den einzelnen Verfassern zeigt, daß über den Turbulenzbeginn an offenen Gerinnen noch weitere Messungen nötig sind. Es ist auch möglich, daß der Turbu-

<sup>5)</sup> Wegen Gl. 37 ist es zweckmäßig, den Zahlenwert  $3^{4/3}/4 = 1,082$  in der unabhängigen Variablen der Gl. 36 stehen zu lassen.

<sup>6)</sup> *ten Bosch* [9] gibt  $w_\delta \delta / \nu = 150$  an; nach Gl. 4 ist für die laminare Wasserhaut  $w_\delta / \bar{w} = 1,5$ .

lenzbeginn in dem Kondensatfilm sich beim Kondensationsvorgang selbst aus sorgfältigen Messungen der Wandtemperatur ermitteln läßt, ähnlich wie es bei den Messungen von *E. Schmidt*, *W. Schurig* und *W. Sellschopp* der Fall war. Es wäre dies ein weiteres Beispiel für den von *Prandtl* [2 b] erwähnten Fall, wonach „eine rein hydrodynamische Frage durch eine Wärmeübergangsbeobachtung geklärt werden kann“. Ob im Kondensatfilm wie im frei fallenden Wasserstrahl intermittierende Turbulenz auftritt, bleibe dahingestellt.

Zwischen dem laminaren und dem turbulenten Teil der Wasserhaut liegt das Übergangsgebiet des turbulenten Anlaufs, in dem unsere abgeleiteten Gesetze des Wärmeübergangs nicht gelten können. Für die Rohrströmung wird die Länge dieses Anlaufgebietes mit  $10 D$  bis  $100 D$  angegeben [10, dort S. 52], wobei  $D$  den Rohrdurchmesser bedeutet. Da bei uns  $D = 4 \delta$  und die Schichtdicke  $\delta$  von der Größenordnung  $10^{-4}$  m ist, so ist das Übergangsgebiet höchstens einige cm lang, was bei der Unsicherheit von  $Re_{kr}$  keine Rolle spielt.

Nach den Werten der Zahlentafel 1 scheint die kritische Reynoldszahl zwischen 300 und 400 zu liegen. Diese beiden Werte sind der Auswertung unserer Ergebnisse zugrunde gelegt.

**4. Länge der laminaren Kühlstrecke.** Beim Entwurf dampfbeheizter Wärmeaustauscher ist es wichtig zu wissen, bei welchem mittleren Temperaturunterschied für eine bestimmte Höhe der Kühlstrecke mit Turbulenz in der Wasserhaut zu rechnen ist. Dazu wird die Gl. 29 in der Form geschrieben:

$$x_0 (\vartheta_s - \vartheta_w) = \frac{1,082 g^{4/3} \eta^{5/3} r}{\gamma^{2/3} \lambda} Re_{kr}^{4/3} \dots \dots \dots (38).$$

Der Wert  $x_0 (\vartheta_s - \vartheta_w)$  bedeutet die Länge der laminaren Kühlstrecke für  $1^\circ C$  Temperaturunterschied und ist in Zahlentafel 2 für einige technisch wichtige Stoffe dargestellt. Die Stoffwerte in Gl. 38 sind dabei auf die Satttdampftemperatur  $\vartheta_s$  bezogen, so daß die Werte der Zahlentafel 2 sich je nach der Größe von  $(\vartheta_s - \vartheta_w)$  etwas ändern können. In einiger Entfernung vom kritischen Punkt dürfte  $(\vartheta_s - \vartheta_w)/2$  die geeignetste Bezugstemperatur für  $\eta$ ,  $\gamma$  und  $\lambda$  darstellen.

**Zahlentafel 2.** Länge der laminaren Kühlstrecke für  $Re_{kr} = 300$  und  $Re_{kr} = 400$  nach Gl. 38;  $p_s =$  Dampfdruck,  $\vartheta_s =$  Satttdampftemperatur.  $\eta$ ,  $\gamma$  und  $\lambda$  sind auf  $\vartheta_s$  bezogen

Stoff	$p_s$ at	$\vartheta_s$ $^\circ C$	$x_0 (\vartheta_s - \vartheta_w)$ in m · grd	
			$Re_{kr} = 300$	$Re_{kr} = 400$
Wasser . . . . .	0,1	45,5	164	240
Wasser . . . . .	1,03	100	41,6	60,9
Wasser . . . . .	100	310	6,53	9,58
Ammoniak . . . . .	4,38	0	29,5	43,3
Ammoniak . . . . .	8,74	20	26,8	39,3
Diphenyl . . . . .	1	255	19,8	29,2
Kohlensäure . . . . .	60	21,1	2,39	3,50
Kohlensäure . . . . .	65	24,6	1,84	2,69
Kohlensäure . . . . .	70	27,9	1,20	1,76

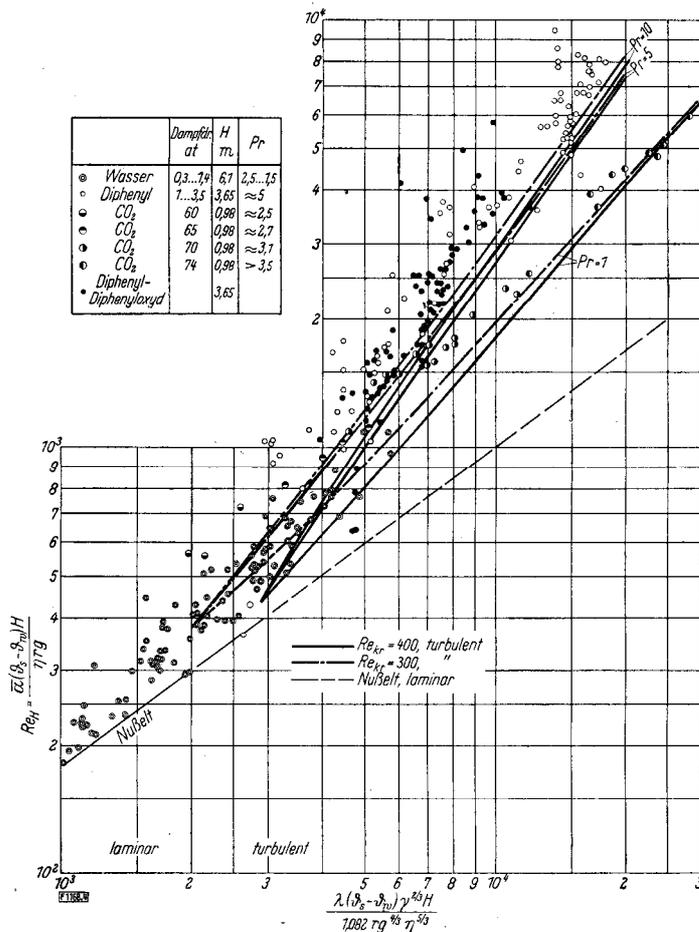
Wir entnehmen der Zahlentafel 2 beispielsweise, daß bei  $10^\circ C$  Temperaturunterschied und 1 at Dampfdruck für Wasser eine Kühlstrecke von etwa 4 bzw. 6 m nötig ist, um Turbulenz in der Wasserhaut zu erzeugen. Derartige Kühlstrecken kommen bei Kochern u. ä. praktisch durchaus vor. Bei den gleichen Verhältnissen ist für Diphenyl nur ein  $x_0 \approx 2$  m bzw.  $x_0 \approx 3$  m erforderlich. Mit Annäherung an den kritischen Punkt wird die laminare Kühlstrecke immer kleiner, wie an den mitgeteilten Daten für Kohlensäure (kritische Temperatur  $31^\circ C$ ) ersichtlich ist. In unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes tritt schon nach einigen cm Turbulenz ein. Das wird neben anderen Einflüssen durch die geringe Verdampfungswärme verursacht.

**5. Vergleich der Theorie mit den Meßergebnissen.** Bild 4 zeigt in der Form der Gl. 36 die Darstellung der abgeleiteten Formeln für  $Re_{kr} = 300$  und 400. Die eingezeichneten Kurven sind in der Weise berechnet, daß  $\varphi$  durch graphische Auflösung der Gl. 30 bestimmt und  $Re_H$  mit diesen Werten nach Gl. 34 ermittelt wurde. Außerdem ist in Bild 4 nach Gl. 37 die Nußeltsche Gleichung eingetragen, die als Gerade mit der Steigung  $3/4$  im doppelt-logarithmischen Maßstab erscheint. Die Kurven für den turbulenten Bereich münden nicht in die Nußeltsche Gerade ein. Dieser Sprung von  $Re_H$  entspricht dem Sprung des Widerstandsbeiwertes beim Übergang vom Hagen-Poiseuilleschen zum Blasius'schen Widerstandsgesetz. Gl. 34 gibt für  $\varphi = 1$  den untersten Wert für  $Re_H$  im turbulenten Bereich an. Zur Prüfung der Theorie sind in Bild 4 Meßwerte verschiedener Verfasser eingetragen, die teils im turbulenten, teils im laminaren Bereich liegen. Es sind dies Messungen an Wasser nach *Baker*, *Kazmark* und *Stroebe* [11], an Diphenyl nach *Badger*, *Monrad* und *Diamond* [12], an Kohlensäure nach *K. Schmidt* [13] und an einem Gemisch von Diphenyl und Diphenyloxyd<sup>7)</sup> nach *Badger* [14].

<sup>7)</sup> Das eutektische Gemisch von 73,5% Diphenyloxyd und 26,5% Diphenyl wird in Amerika „Dowtherm A“ genannt. Über seine thermischen Daten vgl. *Ullock*, *Gaffert*, *Konz*, *Brown* [17].

**Bild 4.** Wärmeübergang bei der Kondensation mit laminarer und turbulenter Wasserhaut in dimensionsloser Darstellung für  $Re_{kr} = 300$  und  $400$ .

Trotz der starken Streuung der Meßwerte ist eine grundsätzliche Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch unverkennbar. In der Darstellung von Bild 4 würde die Gerade mit der Steigung eins  $\bar{\alpha}$ -Werte wiedergeben, die unabhängig von  $(\vartheta_s - \vartheta_w)$  bzw.  $H$  sind. Jede flachere Kurve ergibt fallende, jede steilere Kurve steigende  $\bar{\alpha}$ -Werte mit steigendem  $(\vartheta_s - \vartheta_w)$  bzw.  $H$ . So drückt sich in unserem Diagramm die schon früher erkannte Tatsache aus [12], daß im Gegensatz zur Nußeltschen Theorie die Wärmeübergangszahl im turbulenten Bereich mit steigendem Temperaturunterschied ansteigt. Man kann diese Erscheinung geradezu als Kennzeichen der turbulenten Wasserhaut ansehen. Das gleiche gilt für die Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Länge der Kühlstrecke  $H$ . Sobald die laminare Kühlstrecke überschritten ist (Zahlentafel 2), baut man vorteilhaft so hoch wie möglich, um die steigende mittlere Wärmeübergangszahl auszunutzen. Eine gegenteilige Bemerkung von Baker, Kazmark und Stroebe [11] kann sich nur auf den laminaren Teil beziehen.



Die Messungen an Kohlensäure bestätigen ebenfalls recht gut den theoretischen Verlauf. K. Schmidt [13] erklärt die Abweichungen seiner Messungen von der Nußeltschen Theorie mit teilweise aufgetretener Tropfenkondensation. Da die Oberflächenspannung des Kondensats wegen der Nähe des kritischen Punktes gering ist, halten wir Tropfenkondensation für unwahrscheinlich. Nach Bild 4 lassen sich die erwähnten Abweichungen zwanglos durch Turbulenz in der Wasserhaut erklären. Bei der Auswertung sind die Stoffwerte bei der Sattdampf Temperatur eingesetzt, wie es K. Schmidt auch getan hat<sup>8)</sup>. Die Meßpunkte für Kohlensäure liegen insbesondere für höhere Abszissenwerte in Bild 4 niedriger als die Meßwerte etwa für Diphenyl. Da die abwärts gerichtete Dampfgeschwindigkeit bei Kohlensäure nur etwa 0,05 m/s betrug, bei Diphenyl aber bis 5,2 m/s ging, lassen sich dadurch diese Unterschiede teilweise begründen, da abwärts strömender Dampf den Wärmeübergang erhöht. Wie weit bei Diphenyl außerdem Tropfenkondensation aufgetreten ist, muß unentschieden bleiben. Eine gewisse Ungenauigkeit kommt bei der Auswertung dadurch zustande, daß die Wand nicht überall auf konstanter Temperatur war, wie bei der Ableitung der Theorie vorausgesetzt. Dadurch kann insbesondere der Beginn der Turbulenz verschoben werden, was sich in nicht kontrollierbarer Weise auf die mittlere Wärmeübergangszahl auswirken kann.

Die örtliche Wärmeübergangszahl  $\alpha_x$  wurde nicht berechnet. Die Definitionsgl. 32 bezieht sich ausschließlich auf den Mittelwert  $\bar{\alpha}$ . Für steigende Kühllängen, also größer werdende Abszissenwerte in Bild 4, steigt  $Re_H$  und damit  $\bar{\alpha}$  unbegrenzt, wie auch aus Gl. 30 zu ersehen ist. Daher muß aber auch die örtliche Wärmeübergangszahl  $\alpha_x$  mit steigender Kühllänge  $H$  dauernd ansteigen. Die laminare und die turbulente Wasserhaut unterscheiden sich also auch hierin grundsätzlich, wie aus dem Vergleich mit der Nußeltschen Wasserhauttheorie hervorgeht.

<sup>8)</sup> Verbindet man in Bild 4 die Meßpunkte von Kohlensäure nach K. Schmidt [13] bei gleichem Dampfdruck untereinander, so erhält man Geraden, die zu der Geraden nach Nußelt parallel laufen. Der Quotient  $\bar{\alpha}/\alpha_{Nu}$  ( $\alpha_{Nu}$  = Wärmeübergangszahl nach der Nußeltschen Theorie) wäre demnach für konstanten Dampfdruck unabhängig von  $(\vartheta_s - \vartheta_w)$ , wie es K. Schmidt [13, dort Bild 9] auch schon festgestellt hat. Wie weit diese Erscheinung durch die weiter unten besprochene Verschiebung des Turbulenzeinsatzes hervorgerufen ist, muß unbestimmt bleiben.

Die richtige kritische Reynoldszahl kann aus Bild 4 nicht entnommen werden. Der gewählte Bereich ( $Re_{kr} = 300$  bis  $400$ ) scheint allerdings den richtigen Wert zu enthalten. Der Wert  $Re_{kr} = 100$  nach *ten Bosch* [9] ist vermutlich zu niedrig. Bemerkenswert ist in Bild 4 die verschiedene Krümmung der Kurven  $Pr = konst$  bei  $Re_{kr} = 300$  und  $Re_{kr} = 400$ . Die Kurven gleicher  $Pr$ -Werte aus beiden Kurvenscharen nähern sich bei höheren Abszissenwerten einander immer mehr, d. h. der Einfluß von  $Re_{kr}$  nimmt ab.

Es würde nicht der Versuch gemacht, durch Änderung der bei der Ableitung der Gl. 30 benutzten Konstanten die Meßwerte besser wiederzugeben. Dazu müßte erst durch weitere genauere Messungen geklärt werden, wo die Abweichungen im einzelnen zu suchen sind. Eine Nachprüfung mit dem von *Prandtl* [2 b] verwendeten Wert  $w_s/\bar{w} = 1,2$  ergab innerhalb des in Bild 4 dargestellten Bereiches eine größte Abweichung (nach unten) von 6% des Ordinatenwertes gegenüber dem in Bild 4 eingetragenen Ergebnis mit  $w_s/\bar{w} = 8/7$ .

Legt man der Ableitung der Gl. 30 die Grenzschichtdefinition nach *Prandtl-Tietjens* (Gl. 15 a) zugrunde, so hat man sämtliche Summanden in Gl. 30, soweit sie den Faktor  $(Pr - 1)$  enthalten, mit  $7^{1/6} = 1,383$  zu multiplizieren. Man erhält dann für  $Re_H$  kleinere Werte, und zwar beträgt die Abweichung 26% bei den höchsten Abszissenwerten von Bild 4 für  $Pr = 10$ .

**Zahlentafel 3.** Stoffwerte von flüssigem Diphenyl ( $C_6H_5)_2$  bei 1 at und Sättigungstemperatur.

$\vartheta_s$	255,3 °C
$r$	75,7 kcal/kg
$\gamma$	840 kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	0,0979 kcal/m h grd
$\eta$	$27,4 \cdot 10^{-6}$ kg s/m <sup>2</sup>
$c$	≈ 0,5 kcal/kg grd

Die verwendeten empirischen Konstanten und Gesetze seien nochmals zusammengefaßt. Es sind dies:

1. Das Blasius'sche Widerstandsgesetz (Gl. 17).
2. Der Quotient  $w_s/\bar{w} = 8/7$  für turbulente Strömung (Gl. 19 a).
3. Das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung.
4. Die kritische Reynoldszahl der Wasserhaut ( $Re_{kr} = 300$  bis  $400$ ).

Einige im amerikanischen Schrifttum verstreute und sonst schwer auffindbare Stoffwerte von Diphenyl sind in Zahlentafel 3 zusammengestellt. Eine Dampftafel von 70° C (Schmelzpunkt) bis 480° C ist von *Montillon, Rohrbach* und *Badger* [15] angegeben.

**6. Frühere Arbeiten über den Wärmeübergang bei turbulenter Wasserhaut.** Ausgehend von der Nußeltschen Gl. 1 stellte *Kirkbride* [4] Messungen des Wärmeübergangs bei Filmkondensation in der Form dar:

$$\frac{\bar{\alpha} \eta^{2/3} g^{1/3}}{\lambda \gamma^{2/3}} = f(Re_H) \dots \dots \dots (39).$$

Er fand für laminare und turbulente Wasserhaut zwei getrennte Kurvenäste und gab für den turbulenten Teil ohne Berücksichtigung der Prandtlzahl eine empirische Gleichung an.

Eine Theorie des Wärmeübergangs bei turbulenter Wasserhaut wurde von *Colburn* [7] abgeleitet. Dieser ging von einer erweiterten Reynoldsschen Beziehung zwischen Wärmeübertragung und Druckabfall aus und erhielt damit eine Gleichung von der Form

$$\frac{\bar{\alpha} \eta^{2/3} g^{1/3}}{\lambda \gamma^{2/3}} = f \left( Pr, \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) H \gamma^{2/3}}{r g^{4/3} \eta^{5/3}} \right) \dots \dots \dots (40),$$

die sich auch in die Form der Gl. 39 unter Berücksichtigung von  $Pr$  umrechnen ließ. Mit den von *Colburn* gewählten Zahlenkonstanten geht seine theoretisch abgeleitete Kurve für  $Pr = 5$  mitten durch die Meßwerte an Diphenyl [12], die er zur Prüfung heranzieht.

Die Variablen auf der rechten Seite der Gl. 40 gleichen bis auf einen Zahlenfaktor denen der von uns abgeleiteten Gl. 36, während die linke Seite der Gl. 40 sich mit den von uns gewählten dimensionslosen Größen ausdrücken läßt durch die Beziehung:

$$\frac{\bar{\alpha} \eta^{2/3} g^{1/3}}{\lambda \gamma^{2/3}} = Re_H \left/ \frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) H \gamma^{2/3}}{r g^{4/3} \eta^{5/3}} \right. \dots \dots \dots (41),$$

worin  $Re_H$  aus Gl. 35 einzusetzen ist. Gl. 41 konnte dazu benutzt werden, Messungen, die in der Form der Gl. 39 dargestellt waren, auf unsere Darstellung umzurechnen, ohne sämtliche notwendigen Stoffwerte zu kennen. Das war z. B. bei den Messungen an Diphenyl-Diphenyloxyd [14] der Fall.

Die Erhöhung des Wärmeübergangs bei der Kondensation von Wasserdampf an langen senkrechten Rohren wurde schon von *Block* [16] mitgeteilt. Offenbar handelt es sich auch dabei um die Wirkung der Turbulenz, die sich an den von *Block* beispielsweise erwähnten Verdampfern von 7,5 m Länge sicherlich ausgebildet hat (Zahlentafel 2).

**7. Praktische Anwendung der abgeleiteten Beziehungen.** Es sei die Aufgabe gestellt, je Zeiteinheit eine bestimmte Menge  $D$  [kg/h] eines Sattedampfes von gegebener Temperatur zu kondensieren, wozu eine gegebene Kühlwassermenge  $W$  [kg/h] von gegebener Eintrittstemperatur zur Verfügung steht. Gefragt sei nach der Länge der Kühlstrecke  $H$ , wenn der Wärmeaustauscher aus einem senkrechten, vom Kühlwasser durchflossenen Rohr besteht.

Durch Wahl des Rohrdurchmessers  $d$  liegt die Re-Zahl auf der Wasserseite fest:  $Re_w = 4 W / \pi d \eta_K g$  ( $\eta_K$  = Zähigkeit des Kühlwassers bei einer angenommenen Mitteltemperatur). Aus den Gleichungen des Wärmeübergangs an Flüssigkeiten läßt sich mit einer vorläufig angenommenen Länge der Kühlstrecke  $H$  die mittlere Wandtemperatur berechnen, da der Gesamt-Wärmestrom durch die Aufgabe (Dampfmenge  $D$  und Verdampfungswärme  $r$ ) gegeben ist; der Temperaturabfall in der Wand läßt sich damit gleichfalls ermitteln.

Die verlangte Dampfmenge  $D$  läßt sich nach Gl. 35 a in die Reynoldszahl  $Re_H$  der Wasserhaut umrechnen durch die Beziehung  $Re_H = D / \pi d_a \eta g$  ( $d_a$  = Außendurchmesser des Rohres). Zu diesem Wert  $Re_H$  und der Prandtlzahl  $Pr$  des Kondensats (bei der Temperatur  $(\vartheta_s - \vartheta_w)/2$ ) entnimmt man Bild 4 den zugehörigen Wert der Abszisse

$$\frac{\lambda (\vartheta_s - \vartheta_w) \gamma^{2/3} H}{1,082 r g^{4/3} \eta^{5/3}}$$

wobei zweckmäßig ein mittlerer Wert zwischen  $Re_{kr} = 300$  und  $400$  gewählt wird. Da die Stoffwerte des Kondensats bekannt sind, erhält man daraus die gesuchte Länge der Kühlstrecke  $H$ . Ob der Wärmeaustauscher im laminaren oder turbulenten Bereich der Wasserhaut arbeitet, ändert an diesem Verfahren zur Bestimmung von  $H$  nichts. Mit der so gewonnenen Länge der Kühlstrecke  $H$  ist das Verfahren notwendigenfalls zu wiederholen.

**8. Zusammenfassung.** Die Prandtl'sche Beziehung zwischen Wärmeübergang und Druckabfall für turbulente Strömung wird auf den Kondensatfilm an einer senkrechten Wand angewendet. Nimmt man dabei das Blasius'sche Widerstandsgesetz und das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung auch für die Wasserhaut als gültig an, so erhält man eine Gleichung für den Wärmeaustausch, die durch zahlreiche Versuche recht gut bestätigt wird. Gegenüber der laminaren Strömung erhöht die Turbulenz in der Wasserhaut die Wärmeübergangszahl, die außerdem mit steigender Kühllänge und steigendem Temperaturunterschied ansteigt. Es ist also vorteilhaft, eine bestimmte wärmedurchströmte Fläche in wenige lange, senkrechte Rohre aufzuteilen, um den erhöhten Wärmeübergang auszunutzen. Höherer Dampfdruck ergibt meist schon nach kürzeren Strecken Turbulenz in der Wasserhaut. Ob eine künstliche Erzeugung von Turbulenz (z. B. durch Wandrauigkeiten) den Wärmeübergang erhöht, bleibt fraglich.

Unsicher ist noch die Größe der kritischen Reynoldszahl  $Re_{kr} = \bar{w} \delta / \nu$ , bei der die laminare Wasserhaut turbulent wird. Ihr Wert liegt vermutlich zwischen 300 und 400. Er beeinflußt auch die laminare Kühllänge, die für einige technisch wichtige Stoffe angegeben wird (Zahlentafel 2).

Zur Weiterentwicklung der Theorie des turbulenten Kondensatfilmes wären neben der genaueren Bestimmung von  $Re_{kr}$  vor allem Messungen der Widerstandsziffer an der Wasserhaut selbst nötig, um u. U. das hier verwendete Blasius'sche Widerstandsgesetz zu ersetzen. Eine Veränderung des Wertes von  $w_\delta/\bar{w}$  hat auf das Endergebnis nur einen geringen Einfluß. [RF 1168]

### 9. Schrifttum.

- [1] W. Nußelt, Z. VDI Bd. 60 (1916) S. 541/46; 569/75.
- [2 a] L. Prandtl, Phys. Z. Bd. 11 (1910) S. 1072/78.
- [2 b] L. Prandtl, Phys. Z. Bd. 29 (1928) S. 487/89.
- [3] C. M. Cooper, T. B. Drew, W. H. McAdams, Industr. Engng. Chem. Bd. 26 (1934) S. 428/31.
- [4] C. G. Kirkbride, Industr. Engng. Chem. Bd. 26 (1934) S. 425/28.
- [5] A. P. Colburn, Industr. Engng. Chem. Bd. 26 (1934) S. 432/34.
- [6] C. C. Monrad, W. L. Badger, Industr. Engng. Chem. Bd. 22 (1930) S. 1103/12.
- [7] E. Schmidt, W. Schurig, W. Sellschopp, Forsch. Ing.-Wes. Bd. 1 (1930) S. 53/63.
- [8] L. Hopf, Zähigkeitseigenschaften, in Handb. d. Physik, Hrsg. H. Geiger u. K. Scheel, Bd. VII, Berlin 1929, S. 143.
- [9] M. ten Bosch, Die Wärmeübertragung, Berlin 1936, S. 204.
- [10] L. Prandtl u. O. Tietjens, Hydro- u. Aeromechanik, Bd. II, Berlin 1931.
- [11] E. M. Baker, E. W. Kazmark, G. W. Stroebe, Industr. Engng. Chem. Bd. 31 (1939) S. 214/22.
- [12] W. L. Badger, C. C. Monrad, H. W. Diamond, Industr. Engng. Chem. Bd. 22 (1930) S. 700/07.
- [13] K. Schmidt, Z. ges. Kälteind. Bd. 44 (1937) S. 21/24, 43/49 u. 65/70.
- [14] W. L. Badger, Industr. Engng. Chem. Bd. 29 (1937) S. 910/12.
- [15] G. H. Montillon, K. L. Rohrbach, W. L. Badger, Industr. Engng. Chem. Bd. 23 (1931) S. 763/69.
- [16] B. Block, Diskussion zum Vortrag Nußelt in VDI-Forsch.-Heft 300, Berlin 1928, S. 32.
- [17] D. S. Ullock, G. A. Gaffert, P. R. Konz, G. G. Brown, Trans. Amer. Inst. chem. Engrs. Bd. 32 (1936) S. 73/86.