

# Wärmetransport durch Flüssigkeiten in der Nähe ihres kritischen Zustandes.

Von E. Schmidt, E. Eckert und U. Grigull.

Bericht aus dem Institut für Motorenforschung der Luftfahrtforschungsanstalt Hermann Göring, Braunschweig.

Die Eigenschaften der Flüssigkeiten im kritischen Punkt lassen erwarten, daß sie sich in diesem Zustand besonders gut als Wärmetransportmittel eignen. Es werden daher Versuche hierüber an Ammoniak durchgeführt.

### Gliederung.

1. Einleitung.
2. Theoretische Behandlung des Wärmetransportes homogener Flüssigkeiten bei freier Konvektion in geschlossenem Kreislauf.
3. Die Versuchseinrichtung.
4. Durchführung der Versuche.
5. Die Versuchsergebnisse.
6. Zusammenfassung.

### 1. Einleitung.

In der Nähe ihres kritischen Punktes müssen Flüssigkeiten und Gase wegen der thermodynamischen Eigenschaften dieses Zustandes sich besonders gut als Wärmetransportmittel eignen. Hierauf hat der erstgenannte Verfasser hingewiesen, auf seine Veranlassung und nach seinen Vorschlägen sind die folgenden Versuche mit Ammoniak durchgeführt worden.

Im kritischen Punkt und bei noch höheren Temperaturen und Drücken verschwindet bekanntlich der Unterschied zwischen dem flüssigen und gasförmigen Zustand. Bei Annäherung an den kritischen Punkt wachsen die spezifische Wärme für konstanten Druck  $c_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p$  und der thermische Ausdehnungskoeffizient  $\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$  ins Unendliche. Verdampfungswärme und Oberflächenspannung werden zu 0, und die Zähigkeit der Flüssigkeit erreicht ihren kleinstmöglichen Wert, der schon der geringen Zähigkeit der Gase nahe kommt.

Da im kritischen Punkt sowohl  $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = 0$  und  $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p = 0$  wie  $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T = 0$  und  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial v^2}\right)_p = 0$  sind, haben in seiner Nachbarschaft geringe Änderungen von Druck und Temperatur große Volumenänderungen zur Folge. Daraus folgt, daß die Wärmeübertragung insbesondere bei freier Konvektion, d. h. für den Fall, daß Bewegungen allein durch thermischen Auftrieb hervorgerufen werden, bei Annäherung an den kritischen Punkt sehr stark zunehmen muß; denn mit dem Anwachsen des Ausdehnungskoeffizienten erhöht sich der Auftrieb und damit die Ursache der Bewegungen, während sich ihre Hemmung durch die abnehmende Zähigkeit stark vermindert. Zugleich wird die von der Gewichtseinheit mitgeführte Wärmemenge wegen der hohen spezifischen Wärme sehr groß.

### 2. Theoretische Behandlung des Wärmetransportes homogener Flüssigkeiten bei freier Konvektion in geschlossenem Kreislauf.

In einem geschlossenen Rohrsystem nach Bild 1 wird an einer Stelle der Steigleitung die Wärmemenge in der Zeiteinheit oder der Wärmestrom  $W$  zugeführt, in einer um  $h$  höher gelegenen Stelle der Falleitung derselbe Wärme-

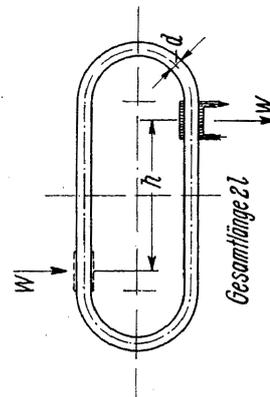


Bild 1. Schema zur Berechnung des Wärmetransportes.

strom  $W$  entzogen. Dann wird sich in dem sonst gegen die Umgebung wärmedicht abgeschlossenen Rohrsystem, ebenso wie bei einer Schwerkraftwarmwasserheizung eine Konvektionsströmung ausbilden derart, daß die thermischen Auftriebskräfte gerade von den Reibungskräften wieder aufgezehrt werden. Der einfachen Behandlung wegen sei angenommen, daß die Wärmezu- und -abfuhr jeweils auf einem unendlichen kleinen Stück des Kreislaufes erfolgt. Sind  $\gamma_0$  und  $\gamma_u$  die spezifischen Gewichte der Flüssigkeit im warmen, oberen bzw. im kalten, unteren Teil des Rohrsystems, so ist der durch die Auftriebskräfte verursachte Druckunterschied

$$\Delta P = h (\gamma_u - \gamma_0) = h \gamma_m \beta \Delta t \dots (1)$$

wobei  $\gamma_m$  das mittlere spezifische Gewicht,  $\beta$  der thermische Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit und  $\Delta t$  die Temperaturänderung durch die Heizung bzw. die Kühlung sind.

Zur Überwindung der Rohrreibung auf der gesamten längs der Rohrachse gemessenen Rohrlänge, die mit  $2l$  bezeichnet sei, ist bei laminarer Strömung der Druckunterschied

$$\Delta P = 32 \frac{\eta w 2l}{d^2} \dots (2)$$

notwendig, wobei  $\eta$  die dynamische Zähigkeit,  $w$  die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigkeit und  $d$  der lichte Rohrdurchmesser sind.

Im Beharrungszustand müssen die Druckunterschiede nach Gl. (1) und (2) einander gleich sein. Zwischen dem konvektiven Wärmestrom und der Strömungsgeschwindigkeit besteht die Beziehung

$$W = c_p F w \gamma_m \Delta t \dots (3)$$

in der  $F = \frac{d^2 \pi}{4}$  den lichten Rohrquerschnitt und  $c_p$  die spezifische Wärme bei konstantem Druck bedeuten.

Zur bequemerem Kennzeichnung der Wärmetransportleistung führen wir durch die Gleichung

$$W = \lambda_s \Delta t \frac{F}{l} \dots (4)$$

eine scheinbare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_s$  ein. Das ist diejenige Wärmeleitfähigkeit, die ein Stab vom Querschnitt  $F$  und der Länge  $l$  haben müßte, wenn er durch reine Wärmeleitung unter dem gleichen Temperaturgefälle ebensoviel Wärme von der Heizstelle zur Kühlstelle schaffen würde wie unser Umlaufsystem.

Weiter setzen wir diese scheinbare Wärmeleitfähigkeit ins Verhältnis zur reinen Wärmeleitfähigkeit des flüssigen Ammoniaks und erhalten so ein dimensionsloses Verhältnis, das uns die Erhöhung des Wärmetransportes durch die umlaufende Bewegung kennzeichnet. Aus den Gl. (1) bis (4) erhält man für dieses Verhältnis

$$\frac{\lambda_s}{\lambda} = \frac{h \gamma_m^2 \beta \Delta t d^2 c_p}{64 \eta \lambda} \dots \dots \dots (5)$$

Führt man darin die Grashofsche Kenngröße

$$Gr = \frac{g \beta \Delta t d^3}{\nu^2}$$

und die Prandtlsche Kenngröße

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta c_p g}{\lambda}$$

ein, wobei  $\nu$  die kinematische Zähigkeit,  $a$  die Temperaturleitfähigkeit und  $g$  die Erdbeschleunigung ist, so wird

$$\frac{\lambda_s}{\lambda} = \frac{1}{64} Gr Pr \left(\frac{h}{d}\right) \dots \dots \dots (6)$$

Bei turbulenter Strömung in glatten Rohren gilt an Stelle der Gl. (2) das Blasius'sche Widerstandsgesetz

$$\Delta P = 0,316 (Re)^{-0,25} \gamma \frac{w^2 2l}{2g d} \dots \dots \dots (7)$$

Mit ihm erhält man unter Benutzung von Gl. (1), (3) und (4)

$$\frac{\lambda_s}{\lambda} = Pr (Gr)^{1/4} \left(\frac{l}{d}\right) \left(\frac{h}{l}\right)^{1/4} 0,316^{-1/4} \dots \dots \dots (8)$$

Im kritischen Punkt wird  $\beta = \infty$  und  $c_p = \infty$  und damit auch  $Gr = \infty$  und  $Pr = \infty$ . Durch diese Beziehungen ist in den Gl. (6) und (8) das starke Anwachsen des Wärmetransportes durch Konvektion bei Annäherung an den kritischen Punkt wiedergegeben. Im kritischen Punkt selbst würde der Wärmetransport über alle Grenzen wachsen, aber dieser Fall beschränkt sich auf unendlich kleine Temperaturdifferenzen, während in Wirklichkeit immer mit endlichen Temperaturdifferenzen gearbeitet werden muß.

Für turbulente Strömung in rauen Rohren<sup>1)</sup>, deren Druckverlust auf der Länge  $2l$  durch die Gleichung

$$\Delta P = C \gamma \frac{w^2 2l}{2g d} \dots \dots \dots (9)$$

gegeben ist, in der  $C$  von  $Re$  und damit von  $w$  unabhängig ist und nur von dem Grad der Rauigkeit abhängt, wird mit (1), (3) und (4):

$$\frac{\lambda_s}{\lambda} = Pr \sqrt{Gr} \sqrt{\frac{hl}{Cd^2}} \dots \dots \dots (10)$$

Die Tatsache, daß der Umschlag von laminarer in turbulente Strömung bei  $Re_{kr} = 2300$  eintritt, enthält im vorliegenden Fall eine Vorschrift für einen entsprechenden kritischen Wert  $Gr_{kr}$  der Grashofschen Kennzahl bei freier Konvektion, da  $w$  durch (1) und (2) bzw. (1) und (7) oder (9) auszudrücken ist.

Aus dem laminaren Ansatz erhält man:

$$Gr = 32 Re \left(\frac{2l}{h}\right); \quad Gr_{kr} = 73600 \left(\frac{2l}{h}\right)$$

Für turbulente Strömung im glatten Rohr wird:

$$Gr = (Re)^{4/3} \cdot \frac{0,316}{2} \left(\frac{2l}{h}\right); \quad Gr_{kr} = 121000 \left(\frac{2l}{h}\right)$$

Dieser Sprung der Werte von  $Gr_{kr}$  entspricht dem Sprung des Widerstandsbeiwertes bei der kritischen Reynoldsschen Zahl.

<sup>1)</sup> Über die Definition der Rauigkeit siehe Hütte I. 26. Aufl. W. Ernst u. Sohn, Berlin 1936, S. 369.

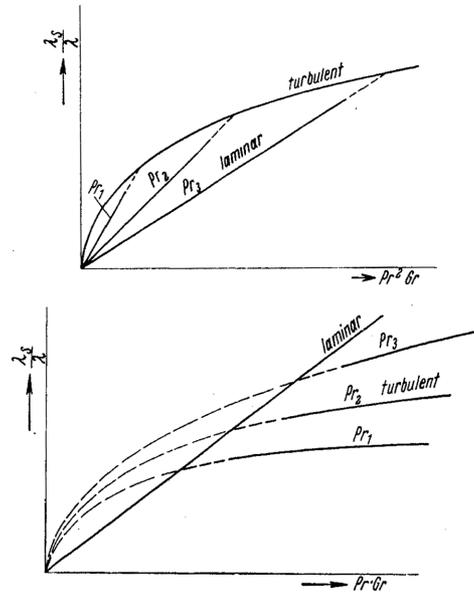


Bild 2 und 3. Wärmetransport bei freier Konvektion in einem geschlossenen Kreislauf.

Wenn man das Verhältnis der scheinbaren Wärmeleitfähigkeit zur wahren über  $(Pr)^2 \cdot Gr$  bzw.  $(Pr)^{1/4} \cdot Gr$  aufträgt, müssen alle Versuchswerte im turbulenten Gebiet nach Gl. (8) bzw. (10) auf einer einzigen parabelförmigen Kurve liegen. Die Versuchswerte für laminare Strömung spalten sich dagegen in eine Schar von Geraden auf, deren jede für einen bestimmten Wert der Prandtlschen Kennzahl gilt (Bild 2).

Umgekehrt fallen alle Werte  $\lambda_s/\lambda$  im laminaren Gebiet in eine einzige Gerade, wenn die Auftragung über  $Pr \cdot Gr$  erfolgt; dagegen spalten sich dann die Werte für das turbulente Gebiet in eine Schar von Parabeln auf (Bild 3). Der Sprung des Widerstandes und damit des Wertes von  $Gr_{kr}$  hat zur Folge, daß der Übergang von laminarer auf turbulente Strömung nicht auf eindeutige, sondern — je nach den äußeren Bedingungen — auf verschiedene Weise erfolgen kann; in Bild 2 und 3 ist das durch Strichelung der entsprechenden Kurventeile angedeutet.

Zu dem Gesetz  $\frac{\lambda_s}{\lambda} = f(Pr \cdot Gr)$ , das hier für laminare Strömung gilt, gelangt man, wenn man in den Differentialgleichungen der Bewegung zäher Flüssigkeiten das Beschleunigungsglied vernachlässigt. Nach L. Prandtl nennt man eine derartige Bewegung »schleichende Strömung«.

Der geschilderte Verlauf der dimensionslosen Größe  $\frac{\lambda_s}{\lambda}$  ist bei der vorliegenden Arbeit für Zustände zu erwarten, die weit genug oberhalb des Zweiphasengebietes des Versuchsstoffes liegen, wobei auch die Annäherungen beim Ansatz, die in der Mittelwertbildung der Stoffgrößen liegen, die Erfüllung dieser Gesetzmäßigkeiten nicht wesentlich beeinflussen dürften.

Für das Zweiphasengebiet ist eine theoretische Behandlung bislang kaum möglich, und auch die reine Dimensionsanalyse führt wegen der hierbei nötigen großen Zahl von dimensionslosen Kenngrößen nicht zu einem befriedigenden Ergebnis, da in der Nähe des kritischen Zustandes die Eigenschaften des Dampfes nicht mehr von anderer Größenordnung sind als die der Flüssigkeit.

### 3. Die Versuchseinrichtung.

Das Ziel der Messungen war die Bestimmung des Wärmetransportes durch Konvektion, d. h. die Messung des zu einer bestimmten zugeführten Leistung sich einstellenden Temperaturunterschiedes an 2 Stellen eines geschlossenen Kreislaufes. Daraus und aus den Abmessungen konnte dann die scheinbare Wärmeleitfähigkeit errechnet werden. Als Versuchsstoff wurde technisch reines Ammoniak verwendet.

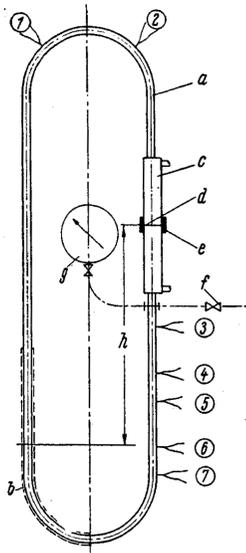


Bild 4. Schema der Apparatur.  
 Innendurchmesser des Rohres  $a$   
 1,5 cm, Länge der Rohrschleife  
 2,27 m, Volumen 401 cm<sup>3</sup>,  
 Höhe  $h = 0,40$  m.  
 $a$  Rohrschleife,  
 $b$  Heizwicklung,  
 $c$  Kühlmantel,  
 $d$  Teilfuge im Kühlmantel,  
 $e$  Gummimanschette,  
 $f$  Speiseventil,  
 $g$  Manometer,  
 1-7 Thermoelemente.

Seine kritischen Daten sind  $t_k = 132,9^\circ \text{C}$ ;  $p_k = 116,2 \text{ kg/cm}^2$ ;  $v_k = 4,24 \text{ dm}^3/\text{kg}$ . Sie liegen also in einem technisch leicht zu beherrschenden Bereich.

Die Versuchseinrichtung (Bild 4) bestand aus einem geschlossenen Kreislauf  $a$  aus Stahlrohr von 15 mm lichter Weite und 3 mm Wandstärke. Das Langrund war gewählt, um scharfe Umlenkungen zu vermeiden, die die Konvektionsbewegung gestört hätten. Seine Länge war in der Rohrachse gemessen 2,27 m und sein Fassungsvermögen 401 cm<sup>3</sup>. Die elektrische Heizung  $b$  bestand aus Chromnickelband, das über dünnes Mikanit auf das Rohr aufgewickelt war. Sie wurde bis zu 10 W/cm<sup>2</sup> belastet. Der Kühlmantel  $c$  war auf das Rohr hart aufgelötet und bei  $d$  senkrecht zur Rohrachse geteilt. Eine Gummimanschette  $e$  nahm die ungleichen Wärmedehnungen auf. Das Langrund war im übrigen elastisch genug, um die Wärmedehnungen des Rohres ausgleichen zu können.

Gekühlt wurde je nach der zugeführten Leistung mit Leitungswasser, wobei die Druckschwankungen der Gebäudewasserleitung durch einen Überlauf unwirksam gemacht waren, oder mit Glykol, das einen Höppler-Thermostat durchfloß, der mit seiner Hilfsheizung und seinem Kontaktthermometer konstante Einlaufftemperatur einregelte. In der von Leitungswasser durchflossenen Rohrschleife des Thermostaten wurde die überschüssige Wärmemenge abgeführt.

Die Rohrschleife war aus vier Teilen zusammengeschrubt. Als Dichtungen waren Kugel-Kegel-Dichtungen gewählt, die sich bei allen Temperaturen gut bewährten. Das Absperrventil  $f$  und das Manometer  $g$  waren durch dünne Stahlkapillaren mit dem Versuchsrohr verbunden, um die Wärmeableitung durch die verhältnismäßig großen Armaturen möglichst klein zu machen. Das Langrund war durch einen doppelten Alfol-Mantel isoliert.

Das Versuchsrohr wurde über einen Zwischenbehälter gefüllt, der in einer Waage hing, und der seinerseits durch 2 etwa je 1 m lange Stahlkapillaren von 0,46 mm lichtigem Durchmesser gefüllt und entleert wurde. Bei der Berechnung des Füllgewichtes wurde angenommen, daß die Kapillarleitungen, Ventile und das Manometer mit Kondensat von 20° gefüllt waren, für dieses Volumen also  $v_{20^\circ} = 1,64 \text{ dm}^3/\text{kg}$  zugrunde gelegt.

Der Druck wurde mit dem Röhrenfedermanometer  $g$ , das einen Meßbereich bis 200 at hatte, gemessen, die Temperatur durch anfangs 4, später 7 auf das Rohr außen aufgelötete Thermoelemente aus je 0,5 mm starkem Manganin und Konstantandraht. Die Drähte der Thermoelemente waren zur Vermeidung der Wärmeableitung von der Meßstelle mehrfach um das Rohr gewickelt und dann erst herausgeführt. Die Thermokraft wurde mit einem Kompen-

sator in der Schaltung von Lindeck-Rothe bestimmt, und der Kompensationsstrom an einem 10- $\Omega$ -Instrument von Siemens & Halske abgelesen. Bei der Temperaturmessung kam es darauf an, eine kleine Differenz bei hohem Absolutbetrag der Temperatur zu messen. Die übliche Anordnung der Nullstelle in schmelzendem Eis hätte zu große Fehler bei der Bestimmung des  $\Delta t$  ergeben, da der mögliche Fehler des Strommessers etwa 0,2% des Endausschlages betrug. Die Nullstelle wurde daher auf der Temperatur siedenden Chlorbenzols ( $t_{760} = 131,69^\circ \text{C}$ ) gehalten, das durch fraktionierte Destillation vorher von zu leicht und zu schwer siedenden Bestandteilen befreit war. Der Siedethermostat hatte Temperaturschwankungen, die stets unter  $\pm 0,015^\circ \text{C}$  blieben. Diese Konstanz wurde dadurch erreicht, daß der Strahlungsschutz des Thermoelementes als dickwandiges Rohr ausgebildet wurde, das als Wärmespeicher wirkte. Die Genauigkeit der Temperaturmessung wuchs daher bei Annäherung der Meßtemperatur an die Temperatur der Nullstelle und hatte ihr erwünschtes Maximum im kritischen Gebiet des Ammoniaks ( $t_k = 132,9^\circ \text{C}$ ). Die Abhängigkeit der Siedetemperatur des Chlorbenzols vom Barometerstand beträgt 0,049 °C/mm; sie wurde in einer Korrektur berücksichtigt. Bei der großen Reinheit von Gefäß und Flüssigkeit erfolgte das Sieden ohne besondere Vorkehrungen infolge starker Siedeverzüge stoßweise. Dies wurde durch Einbringen von Marmorstückchen in das Gefäß vermieden. Geheizt wurde der Thermostat durch elektrische Strahlungsheizung. Es bestanden keine Bedenken, die Heizung an das Stadtnetz zu legen, da der Thermostat gegen kleine Schwankungen in der Heizleistung unempfindlich war. Gegen Zugluft war er durch einen Mantel aus Alfol geschützt.

Die Temperaturmessung mit der Kompensationsmethode hatte auch den Vorteil, daß infolge der hohen Empfindlichkeit des als Nullinstrument verwendeten Spiegelgalvanometers das Einregeln auf Beharrungszustand bedeutend erleichtert wurde.

Die elektrische Heizleistung der Apparatur wurde mit »Kleinen Präzisions-Meßgeräten« der Firma AEG (Anzeigefehler  $\pm 0,3\%$  des Endausschlages) als Strom- und Spannungsmesser bestimmt.

Das Versuchsrohr wurde vor Inbetriebnahme mit Druckluft von 150 at gefüllt und 10 Tage sich selbst überlassen. Hierbei wurden keine anderen Druckschwankungen beobachtet, als die dem Temperaturgang des Raumes entsprechenden. Die Apparatur war also völlig dicht.

#### 4. Durchführung der Versuche.

Durch Veränderung der Füllung konnte ein beliebiges spezifisches Volumen nassen Dampfes in der Apparatur eingestellt werden. Bei Raumtemperatur ist das in die Rohrschleife eingebrachte Ammoniak zum Teil als Flüssigkeit und zum Teil als Dampf vorhanden, und zwar ist bei der Füllung, die die Erreichung des kritischen Zustandes gestattet, etwa  $\frac{1}{3}$  der Rohrschleife von Flüssigkeit erfüllt. Die ganze Füllung ist als nasser Dampf mit entsprechend hohem Flüssigkeitsanteil anzusprechen, dessen spezifisches Volumen durch das Verhältnis des Fassungsvermögens der Rohrschleife zum eingefüllten Ammoniakgewicht gegeben ist. Die Zustandsänderung beim Anheizen läßt sich im  $p,v$ - oder  $T,s$ -Diagramm als Linie konstanten Volumens leicht verfolgen. Es wurden 4 verschiedene Füllungen untersucht, von denen eine dem kritischen spezifischen Volumen entsprach, die anderen darunter oder darüber lagen. Die Heizleistung lag zwischen 200 Watt und 2000 Watt.

Für jede Füllung wurden in einem Druckbereich zwischen 60 und 150 at bei etwa 5 verschiedenen Drücken, auf die jedesmal eingeregelt wurde, die sich einstellenden Temperaturen bei verschiedenen Heizleistungen gemessen.

In der Nähe des kritischen Druckes schwankte der Druck und die Temperatur zeitlich sehr stark, so daß eine Messung in diesem Gebiet sehr erschwert und teilweise unmöglich gemacht wurde. Diese Schwankungen traten nicht nur beim Aufheizen ein, sondern hielten auch stundenlang danach

noch an. Beim Durchfahren des kritischen Zustandes während des Aufheizens verzögerte sich der Druck- und Temperaturanstieg wegen des Anwachsens von  $\beta$  und  $c_p$  stark. Bei etwa 118 at stieg dann der Manometerzeiger fast plötzlich um etwa 5 at an.

5. Die Versuchsergebnisse.

Die ungenaue Kenntnis der thermischen und kalorischen Zustandsgrößen in der Nähe des kritischen Gebietes machte eine dimensionslose Darstellung der Versuchsergebnisse (etwa gemäß Bild 2 und 3) unmöglich. Es blieb daher nur die Darstellung der unmittelbar gemessenen Größen übrig.

Für den Zusammenhang zwischen der je Zeiteinheit zugeführten Wärme  $W$  und dem sich einstellenden Temperaturunterschied  $\Delta t$  ergibt sich aus (1) bis (3) für laminare Strömung:

$$W = c_p \beta \frac{\gamma_m^2 F h d^2}{\eta} (\Delta t)^2 \dots (11)$$

und für turbulente Strömung im glatten Rohr aus (1), (3) und (7):

$$W = c_p \beta^{4/7} \frac{\gamma_m^{8/7} F h^{4/7} d^{5/7} g^{3/7}}{\eta^{1/7} \cdot 0,316^{4/7} l^{1/7}} (\Delta t)^{11/7}, \frac{11}{7} \approx 1,6 \quad (12)$$

Für turbulente Strömung im rauhen Rohr wird aus (1), (3), (9):

$$W = c_p \beta^{1/2} \gamma_m \left( \frac{h g d F^2}{c l} \right)^{1/2} \Delta t^{1,5} \dots (13)$$

Für den überkritischen Bereich müssen sich also die Versuchsergebnisse in der Form  $W = a \cdot \Delta t^n$  darstellen lassen, wobei  $n = 2$  oder  $n = 1,6$  sein muß, da ein gezogenes Rohr als glatt anzusehen ist.

Die Bilder 5 bis 8 zeigen die Versuchsergebnisse für 4 verschiedene Füllungen der Apparatur in logarithmischer Darstellung.

Für den überkritischen Bereich ergeben sich für  $\ln W = f(\ln \Delta t)$  deutlich Gerade mit der Neigung  $n = 2$  bzw.  $n = 1,6$ , entsprechend den Gl. (11) und (12), da für konstanten Druck als Parameter die übrigen Bestandteile dieser Gleichungen als Konstante anzusehen sind. Die Streuung der Meßpunkte ist wesentlich darauf zurückzuführen, daß nicht stets auf genau den gleichen Druck eingeregelt werden konnte, wodurch besonders  $c_p$  und  $\beta$  nicht genau konstant blieben.

Bei Annäherung an den kritischen Druck scheint bei kleinen Leistungen die Gerade flacher zu verlaufen (s. z. B. Bild 6).

Bei Drücken sehr nahe dem kritischen (etwa  $p = 117 \text{ kg/cm}^2$  in Bild 6) ist die Streuung sehr groß. Die Messungen stellen hierbei Mittelwerte aus den oben beschriebenen, teilweise sehr starken zeitlichen Schwankungen dar. Ein Kurvenverlauf ist hierbei nicht mehr anzugeben.

Bei überkritischen Drücken ist der Temperaturverlauf im unteren Teil des Umlaufs, also bei den Meßstellen 3 bis 7 (Bild 4) ungleichmäßig über die Rohrlänge, indem er nicht, wie man erwarten würde, in Richtung des Umlaufes stetig absinkt, sondern zum Teil wieder ansteigt, und zwar um etwa 0,5% der Mitteltemperatur an dieser Stelle. Dies wird darauf zurückgeführt, daß beim Durchlaufen des gekühlten Rohrteiles nur die äußeren Schichten gekühlt sind und stromabwärts die Rohrwand infolge Turbulenz in unregelmäßigem Austausch mit dem heißen Kern des Versuchsstoffes steht. Um diese Erscheinung genauer zu übersehen, wurden, wie oben erwähnt, drei weitere Thermolemente an diesen Rohrteil angebaut. Zur Auswertung wurde stets die Anzeige des Thermolementes 6 benutzt, das vom Kühlmantel weit genug entfernt lag, so daß hier bereits völlige Durchmischung erfolgt sein dürfte. Die Anzeige von 6 bildete auch einen guten Mittelwert über die Anzeigen der Thermolemente 3 bis 7. Die zeitlichen Schwankungen waren im überkritischen Gebiet weit geringer als in der Nähe des kritischen Druckes.

Bei unterkritischen Drücken ist der Verlauf von  $W = f(\Delta t)$ , wie aus Bild 5 bis 7 ersichtlich, ein ganz anderer. Eine befriedigende theoretische Begründung konnte nicht gefunden werden.

Die Temperaturen im unteren Teil der Apparatur, also die Kondensatablauftemperaturen zeigten hierbei die auch von anderen Verfassern beobachteten zeitlichen Schwankungen wegen des ungleichmäßig verlaufenden Kondensierungsvorganges.

Bei der Füllung, die einem spezifischen Volumen in der Apparatur von  $v_m = 0,81 v_k$  entsprach (Bild 8), reihen sich die Meßpunkte für alle Drücke um eine sehr steile Gerade. Außerdem ist hierbei  $\Delta t$  um Größenordnungen höher als bei den kritischen oder kleineren Füllungen. Wegen der sehr hohen Höchsttemperatur bei diesen Versuchen konnte der Druckbereich der übrigen Versuche nur teilweise durchfahren werden.

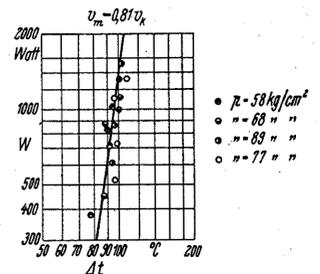
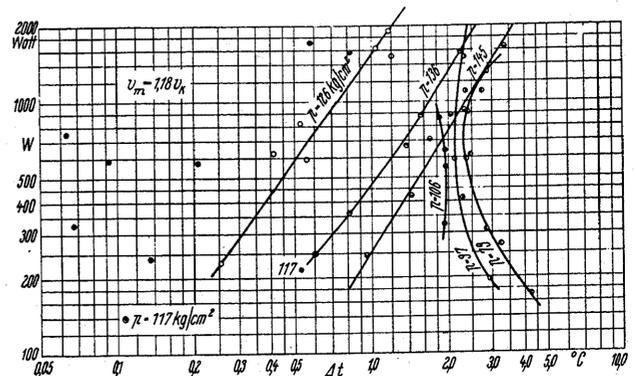
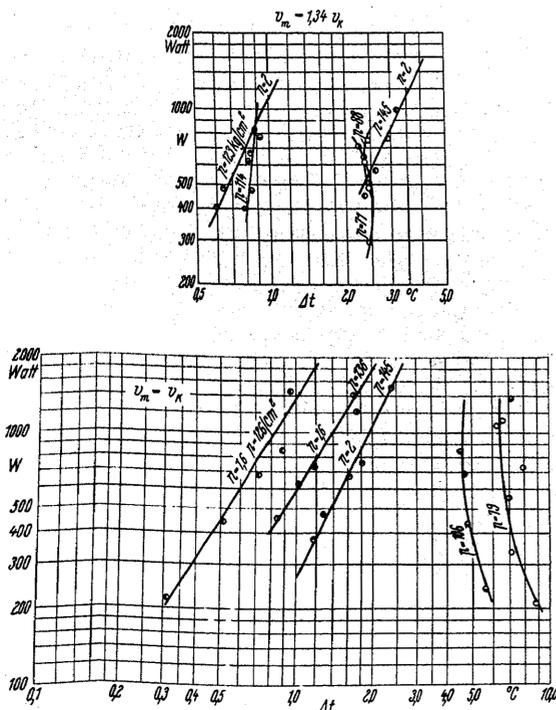


Bild 5 bis 8. Übertragener Wärmestrom  $W$  in Abhängigkeit von Temperaturgefälle  $\Delta t$  und Druck  $p$ . Die Füllung der Apparatur ist gekennzeichnet durch das Verhältnis des spezifischen Volumens der Füllung  $v_m$  zum kritischen spezifischen Volumen  $v_k$ .

- $p = 58 \text{ kg/cm}^2$
- " " " "  $p = 63 \text{ " "}$
- " " " "  $p = 83 \text{ " "}$
- " " " "  $p = 117 \text{ " "}$

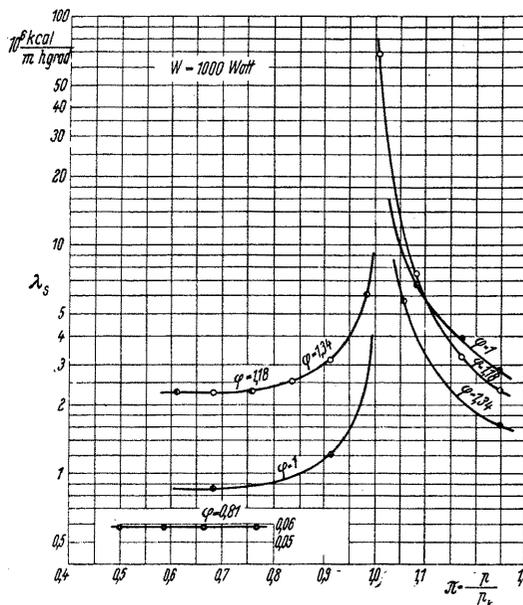
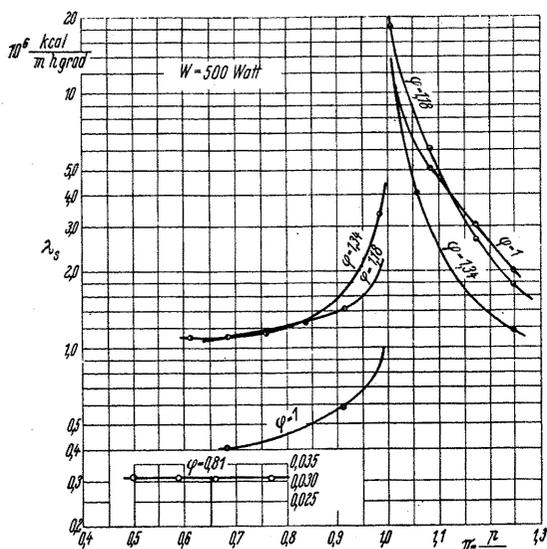


Bild 9 und 10. Scheinbare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_s$  in Abhängigkeit vom reduzierten Druck  $\pi = p/p_k$  und reduzierten Volumen  $\varphi = v_m/v_k$ .

Die Gl. (4), (11) und (12) zeigen, daß die scheinbare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_s$  von  $W$  bzw.  $\Delta t$  abhängt. Dasselbe zeigt auch z. B. Gl. (8), da  $Gr$  auch den Wert  $\Delta t$  enthält. Es wurde für 2 Werte von  $W$ , nämlich  $W = 500$  Watt und  $W = 1000$  Watt aus Bild 5 bis 8 für jeden Druck der zugehörige Wert  $\Delta t$  ermittelt und daraus  $\lambda_s$  errechnet. Das Ergebnis zeigt Bild 9 und 10. Es ist hier  $\lambda_s$  über dem reduzierten Druck  $\pi = \frac{p}{p_k}$  aufgetragen mit dem Parameter  $\varphi = \frac{v_m}{v_k}$  als reduziertem spezifischen Volumen und damit als Kennzeichen der Füllung.

Aus (11), (12) und (4) ergibt sich die scheinbare Wärmeleitfähigkeit für laminare Strömung zu

$$\lambda_s = c_p \beta \frac{\gamma_m^2 h d^2}{\eta \cdot 64} \Delta t \dots \dots \dots (13)$$

und für turbulente Strömung im glatten Rohr zu

$$\lambda_s = c_p \beta^{1/2} \frac{\gamma_m^{3/2} h^{1/2} g^{1/2} d^{5/2} l^{1/2}}{\eta^{1/2} \cdot 0,316^{1/2}} (\Delta t)^{1/2} \dots \dots \dots (14)$$

Da für  $\varphi = \text{const.}$ , was einer bestimmten konstanten Füllung entspricht,  $\gamma_m$  und ebenfalls annähernd die Zähigkeit<sup>2)</sup>  $\eta$  konstant sind, hängt  $\lambda_s$  im wesentlichen nur von den Größen  $c_p$  und  $\beta$  ab, die beide für  $\pi = 1$  unendlich groß werden.

Bild 9 und 10 zeigen Kurven, die dem Verlauf von  $\beta$  und  $c_p$  ähnlich sehen. Eine analytische Behandlung ist nicht möglich, da weder für  $c_p$  noch für  $\beta$  im kritischen Gebiet eine Gleichung angegeben werden kann.

Zu beachten ist der steile Anstieg von  $\lambda_s$  für  $0,95 < \pi < 1$ . Für  $\varphi < 1$  ergeben sich sehr viel kleinere scheinbare Wärmeleitfähigkeiten als für  $\varphi = 1$ . Für  $\varphi > 1$ , z. B.  $\varphi = 1,18$ , ist der Verlauf von  $\lambda_s$  dem für  $\varphi = 1$  sehr ähnlich.

Für die Anwendung ergibt sich daraus, daß der Wärmetransport am besten ist für kritischen oder etwas höheren Druck, bei einem Füllgewicht, das einem mittleren spezifischen Volumen in der Apparatur  $v_m = v_k$  entspricht oder etwas kleiner ist. Zu kleine Drücke und zu große Füllgewichte sind zu vermeiden.

Der starke Abfall für  $\lambda_s$  bei  $\varphi < 1$  erklärt sich dadurch, daß bei diesen Füllungen ein um so größerer Anteil des Versuchsstoffes in der Rohrschlinge als Flüssigkeit vorhanden ist, je höher der Druck wird, bis beim Erreichen der linken Grenzkurve alles flüssig geworden ist. Die sehr viel höhere Zähigkeit der Flüssigkeit wirkt der Ausbildung eines schnellen Umlaufs entgegen.

Die sehr hohen scheinbaren Wärmeleitfähigkeiten von der Größenordnung  $10^7$  kcal/m h grad sollen im folgenden noch etwas näher betrachtet werden.

Einem übertragenen Wärmestrom  $W = 1000$  Watt entspricht bei einem Temperaturunterschied  $\Delta t = 1^\circ \text{C}$  ein  $\lambda_s = 5,52 \cdot 10^6$  kcal/m h grad., wie es etwa in der vorliegenden Arbeit mit  $\varphi = 1$  bei  $\pi = 1,1$  erreicht wird (s. Bild 10). Es soll nachgeprüft werden, wie groß für Wasser von  $60^\circ \text{C}$  die scheinbare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_s$  bei dem gleichen Temperaturunterschied  $\Delta t = 1^\circ \text{C}$  wird.

Für Wasser von  $60^\circ \text{C}$  ist  $\beta = 5,22 \cdot 10^{-4}$  1/grad,  $\nu = 4,8 \cdot 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s; damit wird  $Gr = 13200 \left(\frac{2l}{h}\right)$ , es herrscht also laminare Strömung. Mit  $Pr = 2,99$  und  $\lambda = 0,566$  kcal/m h grad wird nach Gl. (6)  $\lambda_s = 5,26 \cdot 10^4$  kcal/m h grad. Dem entspricht eine übertragene Wärmemenge von  $W = 9,52$  Watt.

Die Steigerung des Wärmetransportes gegenüber Wasser von  $60^\circ \text{C}$  ist also etwa 100fach.

Vergleicht man den Wärmetransport im kritischen Gebiet bei freier Konvektion mit einem System mit Zwangsumlauf, so würde die notwendige Wassergeschwindigkeit sich ergeben zu:

$$w = \frac{W}{c F \gamma \Delta t}$$

Mit  $W = 1000$  Watt,  $\Delta t = 1^\circ \text{C}$ ,  $c = 0,99$  kcal/kg grad,  $\gamma = 983$  kg/m<sup>3</sup> wird  $w = 1,39$  m/s.

Es müssen dabei 865 kg/h Wasser von  $60^\circ$  umgewälzt werden. Die Heiz- und Kühlflächen müssen aber ein Vielfaches von den hier nötigen betragen, da die Wärmeübergangszahlen für Wasser sehr viel kleiner sind als für einen Stoff im kritischen Zustand.

Der Vorteil einer Schwerkraftkühlung mit einem Kühlmittel in der Nähe seines kritischen Zustandes liegt also einmal in den viel kleineren Heiz- und Kühlflächen und zum anderen darin, daß hoher Wärmetransport bei freier Konvektion möglich ist, ohne daß überhaupt eine Umwälzpumpe mit Zu- und Ablauf den apparativen Aufwand vergrößert.

Eine Anwendung wird also vor allem da in Frage kommen, wo hin- und hergehende oder rotierende Maschinenteile thermisch hoch beansprucht werden und Posaunen- oder Stopfbuchsendichtungen für den Kühlmittelumlauf schwer anzubringen sind. Die Kühlwärme kann dann außerhalb an bequem zugänglichen Stellen durch Luft- oder Flüssigkeitskühlung abgeführt werden. Bei rotierenden Teilen tritt an die Stelle der Erdbeschleunigung die Zentrifugalbeschleunigung, die die Trennung der spezifisch schwereren und leichteren Teile besorgt.

<sup>2)</sup> K. Sigwart, Forschung Ing.-Wesen, Bd. 7 (1936), S. 125.

In Kauf genommen werden muß die Beherrschung des hohen Druckes. Allerdings haben die meisten organischen und anorganischen Flüssigkeiten einen kritischen Druck zwischen 40 und 60 kg/cm<sup>2</sup> bei kritischen Temperaturen in einem weiten Bereich, so daß leicht für jeden Zweck ein geeignetes Kühlmittel gefunden werden kann. Dieses muß bei gelegentlichen Überhitzungen noch beständig bleiben.

#### 6. Zusammenfassung.

Für eine Flüssigkeit, die sich in der Nähe ihres kritischen Zustandes befindet, wird in einem Kreislauf die bei freier

Konvektion mögliche Wärmetransportleistung untersucht. Es ergibt sich eine starke Steigerung des Wärmetransportes, die durch das Anwachsen der »scheinbaren Wärmeleitzahl« gekennzeichnet wird. Für homogene Flüssigkeiten wird eine Theorie des konvektiven Wärmetransportes angegeben, die für den überkritischen Bereich durch den Versuch bestätigt wird. Es wird die Abhängigkeit des Wärmetransportes von der Füllung der Apparatur untersucht. Die Möglichkeiten der technischen Anwendung dieses Verfahrens zur Kühlung werden besprochen.