Technische Universität München Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Validierung eines Modells zur Vorhersage turbulenten Verbrennungslärms

Anton Winkler

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.–Prof. Dr.–Ing. habil. Heinzpeter Rühmann Prüfer der Dissertation: 1. Univ.–Prof. Dr.–Ing. Thomas Sattelmayer 2. Univ.–Prof. Dr.–Ing. Frank Thiele (Technische Universität Berlin)

Die Dissertation wurde am 24.04.2007 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 26.06.2007 angenommen.

Vorwort

Diese Arbeit entstand am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München und wurde von der deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) als Teil der Forschergruppe "Verbrennungslärm" gefördert.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor Dr.–Ing. Thomas Sattelmayer, für die Betreuung dieser Dissertation und die Übernahme des Hauptreferats. Er zeigte stets reges Interesse am Fortgang meiner Arbeit und stand mir als kompetenter Diskussionspartner immer zur Verfügung. Gleichzeitig gab er mir die Möglichkeit, selbständig zu arbeiten und eigene Lösungsansätze zu entwickeln.

Herrn Professor Dr.–Ing. Frank Thiele danke ich für die Übernahme des Zweitreferats und Herrn Professor Dr.–Ing. habil. Heinzpeter Rühmann für den Vorsitz bei meiner mündlichen Prüfung.

Herrn Dr.–Ing. Christoph Hirsch möchte ich für die wertvollen Diskussionen und Beiträge zum Thema Verbrennungslärm ganz herzlich danken. Nie wurde er müde, theoretische Zusammenhänge einer turbulenten Vormischflamme und akustische Grundlagen zu erklären. Für die Beiträge zur Modellierung turbulenten Verbrennungslärms gebührt Dr.–Ing. Christoph Hirsch mein herzlichster Dank.

Besonders schätzte ich während meiner Zeit am Lehrstuhl das überaus gute Betriebsklima. Dafür möchte ich mich bei allen wissenschaftlichen und nichtwissenschaftlichen Kolleginnen und Kollegen recht herzlich bedanken. Ausdrücklich nennen möchte ich in diesem Zusammenhang Dr.–Ing. Jassin Fritz und Dr.–Ing Martin Kröner, die mir durch die Betreuung meiner Diplomarbeit die zur Anfertigung der Dissertation notwendigen experimentellen Kniffe beibrachten. Nach der Diplomarbeit hatte ich das große Glück, das Thema Verbrennungslärm zusammen mit meinem Kollegen Johann Wäsle bearbeiten zu dürfen. Diese Zusammenarbeit kann ich mir nicht angenehmer und harmonischer vorstellen, und war von Anfang an freundschaftlich geprägt.

Weiterhin danke ich den zahlreichen für mich arbeitenden Studenten, die tat-

kräftig beim Aufbau des Versuchsstandes und der Durchführung von Messkampagnen mitwirkten. Einen besonders wertvollen Beitrag leistete dabei mein späterer Kollege Marco Konle, ohne dessen Hilfe wir die einzelnen Messverfahren sicher nicht so reibungslos in den Griff bekommen hätten.

Abschließend möchte ich mich bei meiner Familie, die mir stets den für den Abschluss der Arbeit notwendigen Ansporn gab, ganz herzlich bedanken. Bleibt noch meine liebe Frau Veronika, die mich stets nach Kräften unterstützte und immer Verständnis aufbrachte, wenn ich mich in unserer Freizeit mit dem Anfertigen der Dissertation beschäftigte. Danke, liebe Veronika.

München, im April 2007

Anton Winkler

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung	5		1
2	Gru	ndlage	en und St	and des Wissens	5
	2.1	Grund	dgleichu	ngen zur Lärmentwicklung von Flammen	5
		2.1.1	Freifeld	lösung der Wellengleichung	5
		2.1.2	Literatu	urüberblick	9
			2.1.2.1	Arbeiten mit theoretischem Schwerpunkt	9
			2.1.2.2	Experimentelle Parameterstudien	12
	2.2	Besch	reibung	turbulenter Strömungen	14
		2.2.1	Physika	lische Grundgleichungen	15
		2.2.2	Phänon	nenologie turbulenter Strömungen	16
		2.2.3	Statistis	sche Beschreibung turbulenter Strömungen	19
			2.2.3.1	Eulersche Sichtweise	19
			2.2.3.2	Lagrange Sichtweise	24
			2.2.3.3	Kopplung von Euler- und Lagrangemaßen	26
	2.3	Wärm	nefreisetz	zung in vorgemischten Flammen	28
		2.3.1	Regime	der vorgemischten Verbrennung	29
		2.3.2	Zusätzli	iche Erhaltungsgleichungen	32
			2.3.2.1	Erhaltungsgleichungen für die Massenbrüche	32
			2.3.2.2	Erhaltungsgleichung für die Energie	33
		2.3.3	Beschre	eibung turbulenter Vormischflammen	34
			2.3.3.1	Modelle auf Basis der G-Gleichung	34
			2.3.3.2	Modelle auf Basis der Fortschrittsvariablen	37
		2.3.4	Modelli	erung von skalaren Spektren	45
			2.3.4.1	Skalare Spektren im Wellenzahlraum	45
			2.3.4.2	Skalare Spektren im Frequenzraum	52

	2.4	Spekt	ralmodel	1	52
		2.4.1	Stochas	tische Beschreibung des Quellterms	53
		2.4.2	Modelli	erung von Wellenzahlspektren	53
		2.4.3	Skalieru	ng der Amplitude	55
		2.4.4	Frequer	z-Wellenzahl-Abbildung	56
	2.5	Ziel d	er Experi	mente	57
3	Vers	suchsa	nlage		59
	3.1	Besch	reibung	der Versuchsanlage	59
	3.2	Versu	chskonfig	gurationen	61
4	Mes	sverfa	hren		65
	4.1	Laser	optischel	Messverfahren	67
		4.1.1	Particle	Image Velocimetry	68
			4.1.1.1	Physikalisches Wirkprinzip	68
			4.1.1.2	Statistische Geschwindigkeitsbestimmung	70
			4.1.1.3	Messtechnische Realisierung	72
		4.1.2	Laserino	duzierte Fluoreszenz	74
			4.1.2.1	Physikalisches Wirkprinzip	74
			4.1.2.2	Messtechnische Realisierung	77
			4.1.2.3	Datennachbearbeitung	78
		4.1.3	Simulta	ner Einsatz von PIV- und LIF-System	82
			4.1.3.1	Synchronisation	82
			4.1.3.2	Trennung der Signale	85
	4.2	Chem	ilumines	zenz	87
	4.3	Akust	ische Me	sstechnik	89
5	Vali	dierun	g einzeln	er Modellannahmen	91
	5.1	Allger	neine Fla	mmencharakteristik	92
		5.1.1	Bestimn	nung der turbulenten Größen	94
		5.1.2	Einfluss	der Frischlufteinmischung	96
		5.1.3	Quantif	izierung der lokalen Wärmefreisetzungsdichte	96
	5.2	Bestir	nmung v	on Wellenzahlspektren	99
	5.3	Dyna	mik der F	ortschrittsvariablen	104
	5.4	Zeitlio	che Kohä	renz der Fortschrittsvariablen	112

6	Gloł	oale Modellabstützung	119
	6.1	Variation des turbulenten Zeitmaßes	120
		6.1.1 Veränderung der thermischen Leistung	120
		6.1.2 Veränderung des Dralls	124
	6.2	Variation des chemischen Zeitmaßes	126
	6.3	Kombinierte Variation beider Zeitmaße	129
7	Zusa	ammenfassung	133
Lit	terat	urverzeichnis	137
A	Anh	ang	149

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

Α	Kontrollfläche [m ²], Modellierungskonstante [-]
A_{21}	Einsteinkoeffizient für spontane Emission [1/s]
B_G	Modellierungskonstante [1/m ^{2/3}]
B_T	Modellierungskonstante [K ² /m ^{2/3}]
B_{12}	Einsteinkoeffizienten für Absorption [m ³ /J-s ²]
B_{21}	Einsteinkoeffizienten für stimulierte Emission [m ³ /J-s ²]
c_1, c_2, c_3	Modellierungskonstanten [-]
С	Schallgeschwindigkeit [m/s], Fortschrittsvariable [-]
c_p	spezifische Wärmekapazität [J/kg-K]
С	Modellierungskonstante [-]
C_T	Modellierungskonstante [1/s]
C_{EBU}	Modellierungskonstante [-]
C_D	Modellierungskonstante [-]
C_s	Skalierungsfunktion [-]
C_c^W	Modellierungskonstante [-]
D	Diffusionskoeffizient [m ² /s], Durchmesser [m]
Da	Damköhlerzahl [-]
d	Durchmesser [m]
$d_{P,Mie}$	normierter Partikeldurchmesser [-]
d, D	Verschiebungsvekoren [m]
Ε	Leistungsdichtespektrum der turb. kinetischen Energie [m ³ /s ²]
E_q	Leistungsdichtespektrum der Wärmefreisetzung [W/m ²]
Ε	Einheitstensor [-]
ſ	Γ_{n}

f Frequenz [1/s], Brennweite [m]

G	Indikatorfunktion des G-Gleichungsmodells [-]	
g	Schwerkraft [m/s ²]	
h	Enthalpie [J/kg], Plancksches Wirkungsquantum [J/kg]	
H_u	unterer Heizwert [J/kg]	
Ι	Schallintensität [W/m ²], Signalintensität [-]	
j	diffusiver Transport [kg/m ² -s]	
k	turbulente kinetische Energie $[m^2/s^2]$, Filterkonstante [-]	
k_1 , k_2	Modellierungskonstanten [-]	
Ka	Karlovitzzahl [-]	
l	Längenmaß [m]	
lt	Längenmaßtensor [m]	
Le	Lewiszahl [-]	
L_W	Schallleistungspegel [dB]	
ṁ	Massenstrom [kg/s]	
M	mittlere Intensität [-]	
Ma	Marksteinzahl [-]	
n	Anzahl Spezies [-], Laufindex [-],	
	Filterkonstante [-], Brechungsindex [-]	
N^\prime , $N^{\prime\prime}$	Rotationsquantenzahl des Grund- bzw. angeregten Zustandes [-]	
N_B	Brayzahl [-]	
N	Zahl der Bildpunkte [-]	
р	Druck [N/m ²]	
р	Drucktensor [N/m ²]	
Ρ	Leistung [W]	
P_2	Prädissoziationsrate [1/s]	
Pr	Prandtlzahl [-]	
Q_{21}	Verlöschrate [1/s]	
Q_R, Q_V	Koeffizient Rotations- bzw. Vibrationsenergietransfer [1/s]	
q	Wärmefreisetzungsdichte [W/m ³]	
r	Radius, Abstand [m]	
r	Abstandsvektor [m]	
$\mathbf{R}_{q,q}$	Korrelationstensor der Wärmefreisetzungsdichte (Euler) [W ² /m ⁶]	
$\mathbf{R}_{\nu,\nu}$	Korrelationstensor der Geschwindigkeit (Euler) [m ² /s ²]	
$R_{c,c}$	Korrelationskoeffizient der Fortschrittsvariablen (Euler) [-]	

Re	Reynoldszahl [-]
S	Bildungsrate reaktiver Skalar [-], Streckung [1/s], Drallzahl [-], Spin [-]
S	Separationsvekor [m]
S	akustischer Quellterm [kg/m³-s²], Brenngeschwindigkeit [m/s],
	Flammenfrontkoordinate [Pixel]
Т	Temperatur [K], Transmissionsgrad [-]
t	Zeit [s]
u'	Schallschnelle [m/s]
ν	skalare Fluidgeschwindigkeit [m/s]
u', v''	Vibrationsquantenzahl des Grund- bzw. angeregten Zustandes [-]
V	Volumen [m ³]
\dot{V}	Volumenstrom [m ³ /s]
V_0	Transferfunktion [-]
W_{2i}	Ionisationsrate [1/s]
v	Fluidgeschwindigkeitsvektor [m/s]
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	Koordinaten im kartesischen Koordinatensystem [m]
x , X	Ortsvektor [m]
У	Molanteil [-]
Y	Massenanteil [-]

Griechische Buchstaben

- *α* Modellierungskonstante [-], Effektivitätsfunktion [-]
- β Modellierungskonstante [-]
- γ Isentropenexponent [-]
- Γ Partikelverteilung [-]
- Γ* Kohärenzfunktion [-]
- δ Flammendicke [m]
- χ Leistungsdichtespektrum (Lagrange) [m²/s]
- χ_q Leistungsdichtespektrum d. Wärmefreisetzung (Lagrange) [W² s/m⁶]
- χ_c Leistungsdichtespektrum d. Fortschrittsvariablen (Lagrange) [s]
- ϵ Dissipation der Turbulenz [m²/s³], Porosität [-]
- ϵ_c Dissipation der Fortschrittsvariablen [1/s]

- ϵ_G Dissipation der Flammenoberfläche [1/s]
- ϵ_T Dissipation der Temperatur [K²/s]
- η inneres Grenzlängenmaß [m]
- ϕ Raumwinkel [rad]
- Φ Korrelationstensor der Geschwindigkeit (Euler) [m⁵/s²]
- *κ* Wellenzahl [1/m], Krümmung [1/m]
- λ Wärmeleitung [W/m-K], Luftzahl [-], Wellenlänge [m]
- μ dynamische Viskosität [kg/m-s]
- ψ reaktiver Skalar [-]
- Π Reibungstensor [N/m²]
- ρ Dichte [kg/m³]
- σ Kontrollfläche im Wellenzahlraum [1/m²], Standardabweichung [-]
- θ Raumwinkel [rad]
- τ Zeitmaß [s], zeitliche Separation [s]
- τ_c charakteristisches Zeitmaß [s]
- *v* kinematische Viskosität [m²/s], Lichtfrequenz [Hz]
- $\dot{\omega}$ Bildungsrate [1/s]
- ω Kreisfrequenz [1/s]
- ζ Wärmefreisetzungsparameter [-]
- ξ Impulsantwortfunktion [-]

Kalligraphische Symbole

\mathscr{L}	Lagrangesches Längenmaß [m]
${\mathscr R}$	Korrelation der Geschwindigkeitsfluktuation (Lagrange) $[m^2/s^2]$
$\mathscr{R}_{c,c}$	Korrelation der skalaren Fluktuation (Lagrange) [-]
${\mathcal T}$	Lagrangesches Zeitmaß [s]

Indices

0 Umgebungsmedium, Betrachtungsort, Bezugsgröße*ac* akustisch

b	verbrannt
bulk	Blockprofil
Br	Brennstoff
С	Fortschrittsvariable
С	Corrsin
char	charakteristisch
chem	chemisch
coh	kohärent
D	Dissipation, Düse
ex	Expansion
f	Flamme
G	Gibson
h	hydraulisch
i	Laufindex
k	Laufindex
Κ	Kern
kol	Kolmogorov
LIF	laserinduzierte Fluoreszenz
L	Lanze
l	laminar
т	modifiziert, Laufindex
M	Markstein
Mie	Mie-Streuung
MB	modellbasiert
max	maximal
min	minimal
n	normiert, Laufindex
P	Partikel
Pix	Bildpunkte
PG	Porengröße
q	Wärmefreisetzung
rms	Root mean square
ref	Referenz
S	Quellterm, Schmid, Skalierung

- Simultane Detektion SD
- turbulent t
- thermisch th
- Т Temperatur
- unverbrannt u

Operatoren

- 0′ Reynolds-Schwankungswert
- Favre-Schwankungswert
- Reynolds-Mittelwert
- $\frac{0''}{0}\\ \frac{\partial}{\partial 0}$ Favre-Mittelwert
- partielle Ableitung
- Differenz Δ
- Tensorprodukt \otimes
- Nabla-Operator ∇
- Faltungsoperator *

1 Einleitung

Der weltweit steigende Energiebedarf entwickelt sich zu einer immer größer werdenden technologischen und wirtschaftlichen Herausforderung. Um der sich abzeichnenden Energiekrise zu begegnen, müssen zum einen neue Quellen erschlossen und zum andern vorhandene Ressourcen möglichst sinnvoll genutzt werden. Neben der gesellschaftlichen Herausforderung, den Energiebedarf zu reduzieren, kommt dabei der effizienten Energieumwandlung aus fossilen Brennstoffen eine zentrale Bedeutung zu, da fossile Brennstoffe die Quelle für 85% der weltweit bereitgestellten Energie sind. Dabei spielen zusätzlich zum Wirkungsgrad die durch die Umsetzung verursachten Emissionen eine wichtige Rolle. Die Emission chemischer Schadstoffe kann z. B. in modernen Gasturbinen durch Realisierung einer mageren Vormischverbrennung bereits erheblich reduziert werden, da hier niedrige Flammentemperaturen die Stickoxidemissionen senken. Die erforderlichen hohen Leistungsdichten dieser Verbrennungssysteme lassen sich nur durch turbulente Strömungen realisieren, da hier die schnelle Durchmischung der Edukte sowie Stabilisierung und Ausbrand der Flamme durch Rückvermischung der heißen Produkte erreicht werden können. Die Natur der turbulenten Strömung, nämlich die stochastischen Schwankungen aller Größen, bedingt aber auch Wärmefreisetzungsschwankungen, die Schallemissionen verursachen. Diese sind z. B. in Haushaltsfeuerungen unerwünscht. In Gasturbinen können sie über Resonanzeffekte der Brennkammerakustik zu erheblichen Druckschwankungen und dadurch hoher mechanischer Belastung führen. Sowohl die Vorherberechnung der Bauteilbelastung als auch die Abstimmung von Akustik und Flamme zur Minimierung der Resonanzamplituden erfordern ein detailliertes Verständnis über die Entstehung des turbulenten Verbrennungslärms.

Dazu ist die Kenntnis des Quellspektrums der Schallleistung, wie es exemplarisch in Abb. 1.1 gezeigt wird, in Abhängigkeit der Verbrennungsparameter



Abbildung 1.1: Typisches Schallleistungsspektrum einer turbulenten Vormischflamme.

notwendig. Eine turbulente Flamme zeigt im Allgemeinen einen Anstieg der Schallleistungsdichte bis zu einer charakteristischen Frequenz f_{char} . Oberhalb der charakteristischen Frequenz nimmt die Leistungsdichte wieder ab.

Die Wechselwirkung von turbulenter Strömung und chemischer Reaktion legt das Spektrum der Wärmefreisetzungsschwankung fest, das in vielen Verbrennungssystemen der wichtigste Quellterm für die Geräuschemissionen ist. Charakteristische Frequenz, spektraler Abfall und integrale akustische Leistung korrelieren dabei mit den Zeit- und Längenskalen der turbulenten Verbrennung in bisher nicht bekannter Weise.

Die physikalischen Wirkmechanismen von der durch turbulente Strömung und chemische Reaktion beeinflussten Verbrennung bis zur Schallemission müssen bekannt sein, um die Lärmentwicklung vorhersagen zu können. Zur Prognose der Schallemission wurde im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit ein Modell entwickelt [34], das die in Abb. 1.2 dargestellte Systematik verfolgt: Entstehung, Ausbreitung und Dämpfung von Schallwellen werden allgemein durch die Wellengleichung beschrieben. Aus der analytischen Lösung der Wellengleichung wird ersichtlich, dass die durch die turbulente Verbrennung verursachte Schallemission vornehmlich durch die Kohärenz der Wärmefreisetzung bestimmt wird. Da sowohl die theoretische als auch die experimentelle Untersuchung von Verbrennungssystemen in orts-



Abbildung 1.2: Systematik zur Vorhersage turbulenten Flammenlärms.

festen Bezugssystemen einfacher ist als in bewegten, wird zur Vorhersage der Schallemission für die lokale Wärmefreisetzungsdichte im Wellenzahlraum ein Spektrum angenommen (*Eulersche Betrachtungsweise*), das sich an der turbulenten kinetischen Energie orientiert, die chemische Reaktion trotzdem aber berücksichtigt. Anschließend wird ausgenutzt, dass in turbulenten Strömungen räumliche Kohärenz mit zeitlicher gekoppelt ist. Damit kann durch eine Frequenz-Wellenzahl-Abbildung der Quellterm des Verbrennungslärms im Frequenzraum formuliert werden (*Lagrangesche Betrachtungsweise*). Die Auswertung der Wellengleichung liefert daraus die durch die Wärmefreisetzungsschwankung verursachte Schallemission.

Die vorliegende Arbeit ist gemäß Abb. 1.2 wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden die wichtigsten physikalischen Zusammenhänge und der aktuelle Stand des Wissens für den Themenkomplex Verbrennungslärm dargestellt. Das Kapitel schließt mit der Präsentation des Modells zur Flammenlärmvorhersage. Zur Validierung des Modells wurde eine Versuchsanlage aufgebaut, die in Kapitel 3 vorgestellt wird. Die für das Modell notwendigen Eingangsgrößen werden durch optische Messverfahren, dargestellt in Kapitel 4, erfasst. Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Bildung der lärmbestimmenden Kohärenzfunktion im Wellenzahlraum und ihrer Transformation in den Frequenzraum. Da die Transformation der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum eine Schlüsselstelle des Modells ist, wurde ein neuartiges Messsystem entwickelt, das die zeitliche Verfolgung von OH-Radikalen, einer für die lokale Temperatur charakteristischen Spezies, in einer Ebene innerhalb der Reaktionszone erlaubt (HS-LIF). Dadurch ist es erstmals gelungen, Lagrangespektren für einen aktiven Skalar experimentell zu erfassen. Da sich abhängig von turbulentem und chemischem Zeitmaß unterschiedliche Flammentypen ausbilden können, wird zur Prüfung des Modells abschließend der Einfluss beider Parameter studiert (Kapitel 6). Der Vergleich zwischen prognostizierten und gemessenen Schallleistungsspektren illustriert, dass durch das entwickelte Vorhersagemodell die Schallemission für verschiedene Flammenregime vorhergesagt werden kann.

2 Grundlagen und Stand des Wissens

Die Wärmefreisetzung turbulenter Vormischflammen wird durch die turbulente Mischung von Produkten und Reaktanden sowie die Reaktionsgeschwindigkeit von Brennstoff und Oxidator bestimmt. Daraus resultieren Wärmefreisetzungsschwankungen, deren Kohärenz die Lärmentwicklung turbulenter Vormischflammen dominiert.

Um die Kopplung zwischen Lärmentwicklung und Wärmefreisetzungsschwankungen darzustellen, werden im ersten Abschnitt die Grundgleichungen zur Lärmentwicklung (Abschnitt 2.1) vor dem Hintergrund bisheriger Arbeiten zum Thema Flammenlärm präsentiert. Aus der Analyse des bisherigen Wissensstandes folgt, dass für die Bestimmung der Lärmemission die Kohärenz der Wärmefreisetzung untersucht werden muss. Diese wird von der Kohärenz der turbulenten Strömung beeinflusst. Die grundsätzlichen Eigenschaften und Größen turbulenter Strömungen (Abschnitt 2.2) sowie Ansätze zur Modellierung einer turbulenten Verbrennung (Abschnitt 2.3) werden in den beiden folgenden Abschnitten aufgezeigt. Das Kapitel schließt mit der Beschreibung eines Flammenlärm-Vorhersagemodells [34] (Abschnitt 2.4) und der Spezifikation der Aufgabenstellung vor dem Hintergrund des aktuellen Forschungsstandes.

2.1 Grundgleichungen zur Lärmentwicklung von Flammen

2.1.1 Freifeldlösung der Wellengleichung

Wie beispielsweise von Klein erläutert wird, lässt sich die durch Verbrennungslärm induzierte Schallentwicklung durch die lineare Wellengleichung beschreiben [42]:

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = s.$$
(2.1)

Während die linke Seite der Gleichung die räumliche und zeitliche Entwicklung der Druckfluktuation p' beschreibt, stellt die rechte Seite den Quellterm s der akustischen Störung dar. Der Quellterm s für reagierende Strömungen setzt sich aus Strömungslärm und thermoakustischem Anteil zusammen [42]. Für große Reynolds-Zahlen sind Viskositätseffekte vernachlässigbar. In diesem Fall kann der strömungsinduzierte Lärmanteil auf turbulenzinduzierte Anteile vereinfacht werden [42] [52]. Innerhalb des thermoakustischen Anteils spielt für kleine Machzahlen die Fluktuation der Wärmefreisetzung die entscheidende Rolle [42]. Beide Annahmen sind bei den im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Konfigurationen in guter Näherung erfüllt. Eine weitere Abschätzung der Größenordnungen liefert die Dominanz der Wärmefreisetzungsfluktuation über den strömungsinduzierten Anteil. Für den Fall der isobaren Verbrennung vereinfacht sich die Wellengleichung somit zu [42]:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' \approx \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \frac{\gamma - 1}{c^2} q' \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\gamma - 1}{c_0^2} q' \right).$$
(2.2)

Die Vereinfachung des Quellterms auf die Wärmefreisetzung ist seit Mitte des 20. Jahrhunderts unumstritten [7,82].

Für den Sonderfall einer frei propagierenden Flamme kann Gleichung 2.2 mit Hilfe einer Green-Funktion am Betrachtungsort x_0 gelöst werden [42]:

$$p'(x_0,t) = \frac{1}{4\pi r} \frac{\gamma - 1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \int q'(x_s,t-\tau) dV.$$
(2.3)

In dieser Gleichung beschreibt r den Abstand zwischen Ort der Wärmefreisetzung x_s und Betrachtungsort x_0 . Aus der Druckfluktuation und der Schallschnelle kann die resultierende akustische Intensität berechnet werden. Diese ergibt sich aus deren Produkt an der Kontrollfläche A [103]. Durch Integration über die Kontrollfläche lässt sich daraus die Schallleistung ermitteln:

$$P_{ac} = \int I(A) dA = \int \overline{p'(A) \cdot u'(A)} dA.$$
(2.4)

Im Fernfeld koppelt eine Druckfluktuation linear an eine Geschwindigkeitsfluktuation. Damit wird Gl. 2.4 zu

$$P_{ac} = \frac{\overline{p'^2}}{\rho_0 c_0} A$$
 mit $A = 4\pi \cdot r^2$. (2.5)

Zusammen mit Gl. 2.3 ergibt sich die Abhängigkeit der Leistung von der Korrelation der Wärmefreisetzungsfluktuation:

$$P_{ac} = \frac{1}{4\pi} \frac{(\gamma - 1)^2}{\rho_0 c_0^5} \frac{\partial}{\partial t_1} \int q'(\mathbf{x}_1, t_1) d\mathbf{x}_1 \frac{\partial}{\partial t_2} \int q'(\mathbf{x}_2, t_2) d\mathbf{x}_2.$$
(2.6)

Die mittlere akustische Leistung ist unabhängig vom Abstand. Die konstanten Parameter γ , ρ_0 und c_0 werden durch das umgebende Medium vorgegeben. Daneben hängt die akustische Leistung vom Produkt der volumetrischen Wärmefreisetzungsfluktuationen an den unterschiedlichen Orten \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 ab. Physikalisch bedeutet dies, dass nur eine korrelierte Schwankung der Wärmefreisetzung zur Emission akustischer Leistung führen kann.

Wenn die Wärmefreisetzungsfluktuation abhängig von Zeit und Ort bekannt ist, kann die akustische Leistung turbulenter Vormischflammen berechnet werden. Da die Wärmefreisetzungsfluktuation turbulenter Flammen von Zufall geprägt ist, schlägt Strahle [91] eine Formulierung der Wärmefreisetzung über Verbundwahrscheinlichkeiten vor¹. Die einzelnen Wärmefreisetzungen innerhalb von Gl. 2.6 sind hängen von den unterschiedlichen Variablen (\mathbf{x}_1, t_1) bzw. (\mathbf{x}_2, t_2) ab. Damit lässt sich Gl. 2.6 umformen zu:

$$P_{ac} = \frac{1}{4\pi} \frac{(\gamma - 1)^2}{\rho_0 c_0^5} \int \int \frac{\partial}{\partial t_1} q'(\mathbf{x}_1, t_1) \frac{\partial}{\partial t_2} q'(\mathbf{x}_2, t_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2.$$
(2.7)

Die beiden Orte \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 sind um \mathbf{r} , die beiden Zeiten t_1 und t_2 um τ voneinander separiert. Terme dieser Art werden im Sinne einer stochastischen Beschreibung durch Verbundwahrscheinlichkeiten

$$\mathbf{R}_{q,q}(\mathbf{x}, t, \mathbf{r}, \tau) = \overline{q'(\mathbf{x}, t)q'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau)}$$
(2.8)

dargestellt. Gleichzeitig gilt [76]:

$$\frac{\partial}{\partial t_1}q'(\mathbf{x}_1, t_1)\frac{\partial}{\partial t_2}q'(\mathbf{x}_2, t_2) = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{q,q}(\mathbf{x}, t, \mathbf{r}, \tau)}{\partial t \partial \tau} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{q,q}(\mathbf{x}, t, \mathbf{r}, \tau)}{\partial \tau^2}.$$
 (2.9)

¹Der Quellterm wird von Strahle zwar anders formuliert, die Vorgehensweise ist aber analog

Unter der Voraussetzung einer ausgebildeten Strömung und ausreichen langer Mittelung (vgl. Gl. 2.8) hängt die Korrelation zweier Größen nicht vom Zeitpunkt der Messung *t* ab. In diesem Fall kann der erste Term der rechten Seite vernachlässigt werden [76]. Nach Normierung und der Substitution der statistischen Größe $\mathbf{R}_{q,q}$ durch die kontinuierliche Kohärenzfunktion $\Gamma^*(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t, \tau)$ [102] ergibt sich:

$$P_{ac} = -\frac{1}{4\pi} \frac{(\gamma - 1)^2}{\rho_0 c_0^5} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int \int q_{rms}^{\prime 2} \Gamma^*(\mathbf{r}, \tau) d\mathbf{r} d\mathbf{x}.$$
 (2.10)

Das Konzept der örtlichen Separation ist in Abb. 2.1 dargestellt. Hierbei wird



Abbildung 2.1: Örtliche Separation zweier Einzelquellen [75].

eine Düse gezeigt, die von einem reaktiven Gemisch mit Massenstrom \dot{m} durchströmt wird. Außerhalb der Düse findet eine Reaktion statt, die zu akustischen Störungen führt. Mit dem in Gl. 2.10 vorgestellten Ansatz werden die beiden Einzelquellen an den Punkten \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 durch die Kohärenzfunktion Γ^* an einem Referenzpunkt \mathbf{x} abhängig von der örtlichen Separation \mathbf{r} dargestellt. Das Konzept der zeitlichen Separation ist analog.

Im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit wurde ein Vorhersagewerkzeug entwickelt, das für die Wärmefreisetzung eine spektrale Verteilung im Wellenzahlraum annimmt und dadurch die Kohärenzfunktion Γ^* festlegt. Anschließend werden die Wellenzahlspektren in den Frequenzraum transformiert und über das Flammenvolumen aufintegriert. Um das entwickelte Modell richtig einordnen zu können, wird nachfolgend der aktuelle Forschungsstand zum Thema Flammenlärm diskutiert.

2.1.2 Literaturüberblick

Zur Vorhersage vorgemischten turbulenten Flammenlärms gibt es schon zahlreiche Veröffentlichungen. Die aus Sicht des Autors für die vorliegende Arbeit bedeutendsten Arbeiten werden im Folgenden in chronologischer Reihenfolge analysiert.

Kernproblem der Arbeiten ist meist das begrenzte Wissen zur Kopplung des akustischen Quellterms an die turbulenten und chemischen Skalen des untersuchten Verbrennungsvorgangs. Diese beschreiben die Mischung von Produkten und Edukten bzw. die Reaktionsparameter des Brennstoff-Luft-Gemisches und dadurch die Kohärenz der Wärmefreisetzung. Diese beeinflusst grundsätzlich sowohl Frequenzbereich als auch die Amplitude des Lärmspektrums.

2.1.2.1 Arbeiten mit theoretischem Schwerpunkt

Bragg [7] führt das Phänomen des Flammenlärms 1963 in einer rein theoretischen Arbeit auf lokale Fluktuationen des Massenstromes zurück. Die Flamme wird von Bragg als Konglomerat einzelner akustischer Quellen interpretiert, deren Superposition über das gesamte Reaktionsvolumen die Lärmemission ergibt. Als charakteristische Länge *r* einer einzelnen Quelle nimmt Bragg die laminare Flammendicke unabhängig von der untersuchten Strömung. Darauf aufbauend wird für die Bestimmung einer charakteristischen Frequenz eine Vorschrift angegeben, die für Kohlenwasserstoffe einige hundert Hertz liefert. Der Einfluss turbulenter und chemischer Skalen auf die lokale Wärmefreisetzung turbulenter Vormischflammen war Anfang der 60er Jahre kaum erforscht und wird auch durch Braggs Modell nicht erfasst. Viele der von Bragg vorgestellten Ideen werden von anderen Autoren in späteren Publikationen aufgegriffen. Auch in Anbetracht der ermittelten Zahlenwerte kann Braggs Modell trotz der unpräzisen Berücksichtigung turbulenter Skalen als Pionierarbeit bezeichnet werden.

Ende der 60er Jahre erscheinen die ersten Veröffentlichungen, die den Quellterm zur Bestimmung der Lärmemission statistisch beschreiben [46,91]. Dieses Konzept war bereits bei der Beschreibung turbulenten Strömungslärms zum Einsatz gekommen [52] und wurde jetzt auch auf Flammen angewandt. Als Ergebnis erhält Strahle [91] eine allgemeine Abhängigkeit der akustischen Leistung von der Kohärenz der akustischen Störung (vgl. Gl. 2.10), die als zweite Zeitableitung der Dichte formuliert wird. Die Form der Kohärenzfunktion war Strahle nicht bekannt. Mangels anderweitiger Information wird von Strahle eine Rechteckfunktion angenommen, die außerhalb des Kohärenzvolumens V_{coh} zu $\Gamma^*(\mathbf{r}, \tau) = 0$ wird. Für das Kohärenzvolumen selbst wird von Strahle der Zusammenhang

$$V_{coh} = k_1 \cdot \delta_1^{3-k_2} \cdot l_t^{k_2}$$
(2.11)

gefordert. Die laminare Flammendicke δ_l und das Makrolängenmaß der turbulenten Strömung l_t werden zur Charakterisierung der chemischen Reaktion bzw. der turbulenten Mischung und damit der wichtigsten physikalischen Prozesse einer turbulenten Verbrennung (Abschnitte 2.2 und 2.3) verwendet. Wenngleich von Strahle das Kohärenzvolumen V_{coh} erstmals mit dem Makrolängenmaß der turbulenten Strömung l_t in Verbindung gebracht wird, bleiben der Vorfaktor k_1 , der Parameter k_2 und damit auch der Einfluss der chemischen Reaktion unklar. Strahle postuliert eine untere Grenzfrequenz, die sich aus dem integralen Längenmaß und der laminaren Flammengeschwindigkeit ergibt [93], sowie einen niederfrequenten, breitbandigen Charakter. Auf dimensionslosen Kennzahlen [92] basierend werden Gesetze für die integrale Leistung sowie die Frequenz der maximalen Schallemission angegeben.

Ab Mitte der 70er Jahre werden die Fortschritte in der Verbrennungsmodellierung zunehmend bei der Vorhersage des Verbrennungslärms berücksichtigt. So wird von Arnold [2] die Faltung der Flammenfront durch die turbulente Strömung und der dadurch bedingt höhere volumetrische Umsatz über eine erhöhte Flammenfläche berücksichtigt. Arnolds Aussagen hinsichtlich der Lärmentwicklung bleiben aber rein qualitativ.

Die Erkenntnis, dass Wärmefreisetzungsspektren sowohl durch turbulente als auch chemische Zeitskalen beeinflusst werden, wird von Stephenson et al. [89] bei der Berechnung lokaler Wärmefreisetzungsspektren aufgegriffen. Der rein qualitative Vergleich mit Lärmspektren liefert allerdings nur eine mäßige Übereinstimmung, der vermutlich auf die mangelnde Berücksichtigung des turbulenten Längenmaßes zurückzuführen ist.

In die gleiche Kategorie ist die Arbeit von Abugov et al. [1] einzuordnen, der die Kopplung von turbulentem Zeitmaß und Lärmemission ebenfalls berücksichtigt. Allerdings bleibt eine Einschränkung auf unendlich schnelle chemische Reaktionen, ebenso wie bei einer Arbeit von Clavin et al. [15] Anfang der 90er Jahre. Nach Clavin et al. hängt die integrale Lärmemission eines Verbrennungsprozesses von der Fluktuation des gesamten Flammenvolumens ab, falls die Wellenlänge des emittierten Schalls im Vergleich zum Verbrennungsprozess groß ist. Basierend auf Skalierungsgesetzen für turbulente Strömungen wird eine Vorschrift für den Frequenzabfall der akustischen Leistung abgeleitet. Dabei werden Spektren im Wellenzahlraum gebildet und durch eine Frequenz-Wellenzahl-Abbildung in den Frequenzraum überführt (vgl. Abb. 1.2). Obwohl der Vergleich mit experimentellen Daten genauso fehlt wie eine Diskussion der integralen Schallleistung, deckt sich Clavins Vorhersage des spektralen Abfalls ~ $f^{-\frac{5}{2}}$ relativ gut mit späteren experimentellen Untersuchungen.

Für Diffusionsflammen wird von Boineau et al. [5, 6] Mitte der 90er Jahre ein Modell entwickelt, das die Kohärenzfunktion in einen zeitlichen und einen räumlichen Anteil separiert [75]. Dadurch gelingt die Berechnung eines Schalldruckspektrums. Nachteilig ist die Annahme eines universellen Spektrums unabhängig vom chemischen Zeitmaß.

Die momentan aktuellsten Arbeiten zur Flammenlärmmodellierung stammen von einer niederländischen Gruppe um Klein [42,43,44]. In numerischen Rechnungen wird das Spektrum der Wärmefreisetzung analog zur turbulenten Strömung im Wellenzahlraum formuliert. Die Spektren werden anschließend in den Frequenzraum überführt. Ähnlich wie bei Strahle [91] (vgl. Gl. 2.11) bleibt auch bei dieser Gruppe die Bestimmung des Kohärenzvolumens, das für die integrale Schallemission maßgebend ist, ungewiss.

Abschließend bleibt festzuhalten, dass es den Autoren in den genannten Publikationen entweder an Wissen zur turbulenten Verbrennung oder verlässlichen experimentellen Daten zur Bestimmung der Kohärenzfunktion (Gl. 2.10) unabhängig vom Verbrennungsregime fehlte. Die Vorhersagekraft der publizierten Theorien ist daher limitiert.

2.1.2.2 Experimentelle Parameterstudien

Die erste experimentelle Untersuchung zum Thema "verbrennungsinduzierte Lärmentwicklung" stammt von Smith und Kilham [87]. Hierbei werden in einer akustisch abgestimmten Umgebung zahlreiche Parameter variiert, darunter die laminare Brenngeschwindigkeit, der Düsendurchmesser und der Durchsatz. Anhand der Ergebnisse wird eine Skalierungsvorschrift entwickelt, die aufbauend auf globalen Größen die integrale akustische Leistung vorhersagt. Die spektrale Verteilung des Schalldruckes ist nach Smith und Kilham immer ähnlich, wenn die Frequenz mit einer nicht näher spezifizierten charakteristischen Zeit normiert wird. Smith und Kilham interpretieren die untersuchte Flamme als Konglomerat unkorrelierter Einzelquellen. Da es der Publikation an einem theoretischen Fundament fehlt, sind die vorgeschlagenen Abhängigkeiten mit Vorsicht zu genießen. Allerdings wurde der Einfluss sowohl von chemischen als auch turbulenten Zeitskalen auf die Lärmentwicklung turbulenter Flammen eindrucksvoll dokumentiert.

Die Idee unkorrelierter Einzelquellen wird von Hurle et al. [37] sowie Briffa et al. [8] aufgegriffen. Durch Integration der Einzelquellen über das Reaktionsvolumen bestätigen Hurle et al. einen Zusammenhang zwischen Druckfluktuation und integraler Wärmefreisetzung, der durch Experimente bestätigt wird. Briffa et al. postulieren eine Skalierung der charakteristischen Frequenz mit dem Durchmesser des verwendeten Brenners, d. h. des turbulenten Zeitmaßes. Allerdings verbleiben in der Skalierungsvorschrift zwei Parameter, die empirisch bestimmt werden müssen.

Mitte der 70er Jahre erweitert die Gruppe um Strahle ihre Arbeiten auf experimentelle Studien [84]. So wird es möglich, sowohl auf globalen Größen [84] als auch auf dimensionslosen Kennzahlen [92] basierend Gesetze für die integrale Leistung sowie die Frequenz der maximalen Schallemission anzugeben. Aufgrund von fehlenden experimentellen Daten können aber immer noch keine Regeln zur Bildung der Kohärenzfunktion angegeben werden. Zur Untersuchung der Zusammenhänge zwischen Lärmemission und Längenmaß der Wärmefreisetzung werden von Mehta et al. [53] zwei Messverfahren entwickelt. Durch die beiden Verfahren kann der Ortsanteil der Kohärenzfunktion bestimmt werden, womit das Primärziel der Forschungsarbeiten erreicht war. Allerdings bleiben die Daten hinsichtlich einer verbesserten Flammenlärmmodellierung nach Wissen des Autors ungenutzt.

Der Einfluss der Brennerdüse auf die Lärmemission wird nachfolgend von Kotake et al. [47] untersucht, wobei sowohl die Länge als auch der Durchmesser der Düse variiert werden. Dabei wird festgestellt, dass die Skalierung der Frequenz maximaler Lärmemission mit Brennerdurchmesser und mittlerer Brenngeschwindigkeit nicht immer zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Ferner werden Lärmspektren präsentiert, die ein unterschiedliches Abfallverhalten je nach Betriebspunkt dokumentieren. Der Autor gibt am Ende empirische Skalierungsregeln für die Lärmentwicklung an. Die Untersuchung belegt, dass zur Vorhersage der Lärmentwicklung sowohl chemische als auch turbulente Skalen eine Rolle spielen müssen.

Eine umfangreiche Datenbasis wird schließlich von Lieuwen et al. im ersten Jahrzehnt des 21. Jahrhunderts in mehreren Publikationen veröffentlicht [51,72,73,74,71]. In den einzelnen Publikationen werden Luftzahl, Durchsatz, Düsengeometrie und Brenngeschwindigkeit variiert. Die einzelnen Spektren werden hinsichtlich Frequenz der maximalen Schallemission und Abfallverhalten untersucht. Während in den ersten Publikationen [72,73] eine Abhängigkeit der Spektren von der Brenngeschwindigkeit negiert wurde, trifft man in späteren Arbeiten auf gegenteilige Ergebnisse [74]. Insgesamt bleibt es bei den Veröffentlichungen um Lieuwen bei qualitativen und empirischen Aussagen.

Das Hauptproblem der in diesem Abschnitt genannten Arbeiten bleibt die Kopplung an ein solides, theoretisches Fundament. Während oftmals empirische Skalierungsregeln formuliert werden, bleibt das Wissen zur Formulierung der lärmbestimmenden Kohärenzfunktion begrenzt. In jedem Fall belegen die genannten Studien, dass zur Flammenlärmvorhersage sowohl chemisches als auch turbulentes Zeitmaß berücksichtigt werden müssen.



Abbildung 2.2: Auskopplung turbulenter Fluktuationen aus der mittleren Strömung und Dissipation der turbulenten kinetischen Energie [68].

2.2 Beschreibung turbulenter Strömungen

Zentrales Merkmal einer Strömung mit ausgebildeter Turbulenz ist die stochastische Fluktuation von Strömungsgrößen. Unter der Voraussetzung hoher Reynoldszahlen kann durch die Existenz von Geschwindigkeitsgradienten die Auskopplung von turbulenten Fluktuationen v' aus der mittleren Strömung, charakterisiert durch die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} (Abb. 2.2), ausgelöst werden. Die Fluktuationen finden dabei in alle drei Raumrichtungen statt. Die turbulente Fluktuation ist in Wirbeln organisiert, die in ihrer räumlichen Ausdehnung maximal das integrale Längenmaß l_t erreichen. Diese werden durch Scherung ständig verkleinert, bis sich ihre kinetische Energie in der Nähe des Kolmogorovmaßes l_{kol} in der Viskosität der Strömung verliert. Der Übergang von den größten zu den kleinsten existierenden Wirbeln verläuft fließend, woraus eine Turbulenzkaskade entsteht, die oft in Form eines Leistungsdichtespektrums dargestellt wird. Kleine Wirbel entsprechen dabei einer hohen, große einer niedrigen Drehfrequenz. Dieser Prozess ist selbstähnlich und kann durch das integrale Längenmaß l_t und die turbulente Geschwindigkeitsfluktuation v' beschrieben werden. Das Verhältnis aus beiden Größen bestimmt das turbulente Zeitmaß τ_t .

Die Kohärenzfunktion wird durch die turbulente Strömung und die daraus resultierende Mischung von Verbrennungsedukten und -produkten entscheidend beeinflusst. Daher werden nachfolgend die wichtigsten physikalischen Zusammenhänge zum Verständnis turbulenter Strömungen dargestellt.

2.2.1 Physikalische Grundgleichungen

Strömungen werden allgemein durch Erhaltungsgleichungen beschrieben. Dadurch kann die Fluidgeschwindigkeit **v** abhängig von Dichte ρ , Druck p, Viskosität μ und Schwerkraft **g** in einem dreidimensionalen Koordinatensystem formuliert werden. Zur Beschreibung isothermer Strömungen müssen die Erhaltungsgleichungen für die Masse und den Impuls berücksichtigt werden.

Die Gleichung zur Beschreibung der Massenerhaltung (*Kontinuitätsgleichung*) lautet [98]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0. \tag{2.12}$$

Innerhalb von Gl. 2.12 beschreibt der erste Term der linken Seite die zeitliche Änderung der Dichte in einem ortsfesten differentiellen Element. Dagegen beschreibt der zweite Term Dichteänderungen durch Zu- bzw. Abströmung aus dem betrachteten Element (*Konvektion*).

Die Bilanz für den Impuls der Strömung ergibt für ein differentielles Element [98]:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla \mathbf{p} + \rho \mathbf{g}.$$
(2.13)

Wiederum beschreibt der erste Term der linken Seite die zeitliche Änderung innerhalb des Elements. Der zweite Term $\nabla(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v})$ behandelt die Konvektion des Impulses. Im ersten Term der rechten Seite $\nabla \mathbf{p}$ sind Impulsänderungen durch in der Strömung existierende Druckgradienten und Reibung zusammengefasst [98]:

$$\mathbf{p} = p\mathbf{E} + \Pi. \tag{2.14}$$

Innerhalb des Reibungsterms Π (Gl. 2.14) tritt dabei die dynamische Viskosität μ des Fluides auf. Die Impulsgleichung wird durch die Berücksichtigung von Schwerkrafteffekten ρ **g** vervollständigt.

Nachfolgend folgt eine phänomenologische Interpretation für den Sonderfall

turbulenter Strömungen, während für detaillierte mathematische Herleitungen auf Sekundärliteratur verwiesen wird [94] [98].

2.2.2 Phänomenologie turbulenter Strömungen

Im Gegensatz zu laminaren Strömungen treten in turbulenten Strömungen Schwankungen mehrerer Strömungseigenschaften auf. Zur Beschreibung turbulenter Strömungen werden die Instantanwerte der einzelnen Größen daher nach Reynolds in einen Mittelwert und eine Schwankungsgröße unterteilt [98]. Dies bedeutet für die Fluidgeschwindigkeit **v**:

$$\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'. \tag{2.15}$$

Dabei bezeichnet

$$\bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{v} dt$$
(2.16)

den Mittelwert, während \mathbf{v}' die Fluktuation der Größe \mathbf{v} bezeichnet. Es ist gängige Praxis, die Intensität turbulenter Fluktuationen durch den rms-Wert (engl. root mean square) zu beschreiben. Der rms-Wert für die Geschwindigkeitskomponente v_1 ist durch

$$\nu_{1,rms}' \equiv \sqrt{\nu_1'^2}.\tag{2.17}$$

definiert. Der Bezug eines rms-Wertes auf den Mittelwert der gleichen Größe liefert die relative Intensität. Im Fall von Geschwindigkeitsschwankungen spricht man vom Turbulenzgrad.

Durch die Kombination von Gleichung 2.15 mit dem Konvektionsanteil aus Gl. 2.13 wird ersichtlich, dass das Auftreten turbulenter Fluktuationen Energie aus der mittleren Strömung auskoppelt:

$$\overline{\rho\nabla[(\bar{\mathbf{v}}+\mathbf{v}')\otimes(\bar{\mathbf{v}}+\mathbf{v}')]} = \rho\nabla(\bar{\mathbf{v}}\otimes\bar{\mathbf{v}}) + \overline{\rho\nabla(\mathbf{v}'\otimes\mathbf{v}')}.$$
(2.18)

Während der erste Term der rechten Seite den mittleren Impulstransport ohne Auftreten von Fluktuationen beschreibt, tritt ein zusätzlicher Term auf, der den zeitlich gemittelten Impuls der Strömung reduziert. Betrachtet man



Abbildung 2.3: Auskopplung von Wirbelbewegungen aus der mittleren Strömung nach [94].

nur zwei Komponenten einer inkompressiblen Strömung, reduziert sich dieser Teil auf:

$$\overline{\nabla(\mathbf{v}'\otimes\mathbf{v}')} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \overline{v_1'v_1'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v_1'v_3'}}{\partial z}\\ \frac{\partial \overline{v_1'v_3'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v_3'v_3'}}{\partial z} \end{pmatrix}.$$
 (2.19)

Hierbei sind die Ausdrücke mit gleichen Geschwindigkeitskomponenten meist vernachlässigbar [94]. Abbildung 2.3 veranschaulicht Gl. 2.19 grafisch. Die Hauptströmungsrichtung $\overline{v_1}(x)$ verläuft horizontal, wobei der Geschwindigkeitsgradient in z-Richtung Strömungsinstabilitäten verursacht. Diese führen zur Ausbildung einer positiven Korrelation der Geschwindigkeitsschwankungen in x- und z-Richtung $\overline{v'_1v'_3}$ (vgl. 2.19), den sogenannten *Reynoldschen Schubspannungen*. Daraus resultieren bei ausreichend hoher Reynoldszahl Wirbelbewegungen, die entsprechend dem auftretenden Geschwindigkeitsgradienten drehen und der mittleren Strömung Energie entziehen. Der Energieinhalt der Wirbelbewegungen wird als *turbulente kinetische Energie* bezeichnet.

Wenngleich auf eine mathematische Herleitung hier verzichtet wird, kann die Dynamik der turbulenten kinetischen Energie durch die Transportgleichung für die Varianz der Geschwindigkeitsfluktuation untersucht werden [94]. Danach ist die Verkleinerung der Wirbel in einer homogenen Scherströmung auf zwei unterschiedliche physikalische Effekte zurückzuführen: Die größte Energiedichte innerhalb des turbulenten Energiedichtespektrums entfällt auf



Abbildung 2.4: Reduktion der Wirbelgröße durch Wirbelstreckung nach [35].

die größten Wirbel, die ihre Energie aus der mittleren Geschwindigkeitsscherschicht beziehen. Gleichzeitig führen Gradienten der mittleren Strömung zu einer Streckung der größten Wirbel. Die Reynoldszahlen sind für diese Wirbelklassen hoch, Reibungseffekte sind daher irrelevant. Damit bleibt mit der Streckung des Wirbels sein Drehimpuls erhalten, während die Wirbelstärke in axialer Richtung steigt und der Querschnitt des Wirbels kleiner wird (Abb. 2.4). Durch die Verkleinerung ist der gestreckte Wirbel in der Lage, selbst die nächst kleinere Wirbelklasse zu strecken. Der Anteil der pro Umdrehung verlorenen kinetischen Energie hängt von der kinetischen Energie selbst ab, während die Zeit für diese Energieabgabe mit der Umlaufzeit des Wirbels τ_t skaliert. Bezieht man die abgegebene Energie auf die Umlaufzeit ergibt sich die Dissipationsrate:

$$\epsilon \approx \frac{v_{rms}^{\prime 3}}{l_t}.$$
(2.20)

Der zweite physikalische Effekt zur Verkleinerung der Wirbel ist durch die Viskosität der Strömung bestimmt, der die Wirbelverkleinerung durch Streckung limitiert. Das begrenzende Längenmaß l_{kol} folgt aus einer Dimensionsanalyse [94]:

$$l_{kol} \equiv \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
(2.21)

Das Kolmogorov-Längenmaß l_{kol} ist das kleinste auftretende Längenmaß turbulenter Strömungen.

2.2.3 Statistische Beschreibung turbulenter Strömungen

Turbulente Strömungen lassen sich durch statistische Methoden quantitativ beschreiben. Da die Wirbelbewegungen meistens innerhalb einer konvektiven Grundströmung stattfinden, haben sich zwei Arten der Beschreibung etabliert [94]:

- Bei der *Eulerschen Betrachtungsweise* ist der Betrachter ortsfest. Hierbei werden meist örtliche Kohärenzen untersucht. Bei der Analyse von zeitlicher Kohärenz wird die detektierte Wirbelbewegung auch von der Konvektion beeinflusst.
- Bei der *Lagrangeschen Betrachtungsweise* bewegt sich der Betrachter mit einem einzelnen Partikel mit. Die Untersuchung Lagranger Kohärenz ist experimentell wesentlich schwieriger, da einzelne Partikel über große Zeiträume verfolgt werden müssen.

Neben den Standardabweichungen einzelner Größen (Gl. 2.17) spielen bei der statistischen Beschreibung Verbundwahrscheinlichkeiten eine wichtige Rolle. Diese erlauben vor allem im Wellenzahlraum eine anschauliche Darstellung des Energieinhaltes einzelner Wirbelklassen.

2.2.3.1 Eulersche Sichtweise

Durch die Bildung von Verbundwahrscheinlichkeiten

$$\mathbf{R}_{\nu,\nu}(\mathbf{x},\mathbf{r},t) = \overline{\mathbf{v}'(\mathbf{x},t)\mathbf{v}'(\mathbf{x}+\mathbf{r},t)}$$
(2.22)

lässt sich die Kohärenz der Geschwindigkeitsfluktuation im Raum erfassen [76]. Der Betrachter bewegt sich bei der Bestimmung Eulerscher Korrelationskoeffizienten nicht (Abb. 2.5). Abbildung 2.5 illustriert die Bildung von Eulerschen Korrelationskoeffizienten grafisch. Dabei ist ein Wirbel dargestellt, der sich abhängig von der Zeit verändert. Zur Bildung der Korrelationskoeffizienten wird ein Referenzpunkt (z. B. x_1) gewählt, bezüglich dessen der Korrelationskoeffizient berechnet werden kann. Der Korrelationskoeffizient nimmt



Abbildung 2.5: Bei der Bildung Euler-Korrelationskoeffizienten ändert sich der Ort des Betrachters nicht.

dabei mit steigender örtlicher Separation **r** der Punkte ab (Gl. 2.22). Aus der Integration der Korrelationskoeffizienten ergibt sich das integrale Längenmaß (auch Makrolängenmaß) l_t , das physikalisch die Abmessung von momentan einheitlich bewegten Fluidmassen bzw. Wirbeln repräsentiert. Eulersche Korrelationskoeffizienten werden auch in der vorliegenden Arbeit berechnet und sind im Kapitel 5 zu sehen. Gleichzeitig wird aus Abb. 2.5 deutlich, dass die Interpretation zeitlicher Kohärenz bei ortsfester Betrachtung schwierig ist, weil sie nicht nur die Veränderung von physikalischen Größen innerhalb des Wirbels erfasst, sondern auch von der Konvektion des Wirbels beeinflusst wird. Falls die Schallintensität von der Fluktuation des gesamten Flammenvolumens abhängt [15], kann aus einer ortsfesten Zeitkorrelation der Quellterm der Lärmemission daher nicht berechnet werden.

Da die Korrelationskoeffizienten von Geschwindigkeitskomponenten und Separationsrichtung **r** abhängen, ergibt sich für das integrale Längenmaß grundsätzlich ein Tensor. Dieser kann nur für den Sonderfall isotroper Strömungen auf einen Skalar l_t reduziert werden, der im Sonderfall homogener Turbulenz ferner ortsinvariant wird. Zusammen mit dem rms-Wert der Geschwindigkeitsschwankung v'_{rms} und der kinematischen Viskosität v lässt sich die turbulente Reynoldszahl

$$Re_t = \frac{\nu'_{rms} \cdot l_t}{\nu} \tag{2.23}$$

errechnen.

Durch eine Fouriertransformation können die Eulerschen Verbundwahrscheinlichkeiten (Gl. 2.22) in den Wellenzahlraum überführt werden. Die Fouriertransformation muss in alle drei Raumrichtungen erfolgen und liefert:

$$\Phi(\mathbf{x},\kappa) = \frac{1}{2\pi^3} \int \int \int \mathbf{R}(\mathbf{x},\mathbf{r},t) e^{-i\kappa \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$
 (2.24)

Der Tensor $\Phi(\mathbf{x}, \kappa)$ kann über eine sphärische Kontrollfläche σ im Wellenzahlraum aufintegriert werden [76, 94]. Im Fall isotroper Strömungen resultiert daraus das Leistungsdichtespektrum der turbulenten kinetischen Energie

$$E(\kappa) = \frac{1}{2} \int \int \Phi(\mathbf{r}) d\sigma \qquad (2.25)$$

abhängig von der Wellenzahl κ . Die Integration des Leistungsdichtespektrums über die Wellenzahl liefert die lokale turbulente kinetische Energie k:

$$k = \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa = \frac{1}{2} \overline{|\mathbf{v}'|^2}$$
(2.26)

Die spektrale Verteilung (Abb. 2.6) der turbulenten kinetischen Energie spiegelt die Produktion und Dissipation turbulenter Fluktuationen (Abschnitt 2.2.2) wider. Geschwindigkeitsgradienten der mittleren Strömung führen zu



Abbildung 2.6: Spektrale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie im Wellenzahlraum nach Gl. 2.29 (Euler).

einer instabilen Scherschicht, durch die die turbulenten Schwankungen entstehen (Produktionsbereich). Die Scherschicht der mittleren Strömung ist im allgemeinen großskalig, weshalb dieser Bereich niedrigen Wellenzahlen zugeordnet werden kann. Genauso wie die Scherschicht sind auch die größten auftretenden Wirbel der Strömung nicht isotrop. Daher ist die spektrale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie im großskaligen Bereich nicht universell, sondern hängt von der untersuchten Strömung ab. Mit abnehmender Größe wird für die Wirbel die turbulenzinduzierte Streckung immer wichtiger. Diese ist nicht richtungsabhängig, weshalb Anisotropie zu kleinen Skalen hin abgebaut wird. Im Bereich isotroper Turbulenz sind die Zeitskalen klein im Vergleich zur mittleren Strömung, d. h. Änderungen der mittleren Strömung werden sofort umgesetzt. Dadurch entsteht ein Gleichgewicht zwischen der mittleren Strömung und der kleinskaligen Fluidbewegung. Innerhalb des Gleichgewichtsbereiches gibt es einen Inertial- oder Trägheitsbereich, dessen spektrale Verteilung zu kleinen Wellenzahlen hin in den Produktions- und zu großen Wellenzahlen hin in den Viskositätsbereich übergeht. Die begrenzenden Längenmaße werden oft inneres (hohe Wellenzahlen, engl. inner cutoff) bzw. äußeres Grenzmaß (niedrige Wellenzahlen, engl. *outer cutoff*) genannt.

Die Bildung eines Modellspektrums für $E(\kappa)$ erfolgt dimensionsanalytisch. Da sowohl die Viskosität als auch die Trägheit der Wirbel das Spektrum bestimmt, muss das Spektrum eine Funktion von Dissipationsrate und Viskosität sein:

$$E = E(\kappa, \nu, \epsilon) \tag{2.27}$$

Im Inertial- oder Trägheitsbereich wird kinetische Energie zwischen den einzelnen Wirbelklassen durch Streckung übertragen, bis sie im Viskositätsbereich schließlich dissipiert wird. Aus dem Energieübergang der mittleren Strömung in den Inertialbereich und schließlich in den Viskositätsbereich lässt sich für den Inertialbereich die Skalierungsregel

$$E = \alpha \epsilon^{\frac{2}{3}} \kappa^{-\frac{5}{3}} \tag{2.28}$$

ermitteln [94]. Der Skalierungsfaktor innerhalb Gl. 2.28 kann durch experimentelle Daten zu α = 1,5 gesetzt werden.

Anschließend kann durch eine Grenzwertbetrachtung für den Produktionsbzw. Dissipationsbereich der jeweilige spektrale Abfall des Inertialbereichs
formuliert werden. Daraus ergibt sich eine Formulierung des Leistungsdichtespektrums, die für alle drei Bereiche gültig ist [94]:

$$E = \alpha \epsilon^{\frac{2}{3}} \kappa^{-\frac{5}{3}} \exp\left[\underbrace{-\frac{3}{2} \alpha (\kappa l_{kol})^{\frac{4}{3}}}_{=f(\kappa l_{kol})} \underbrace{-\frac{3}{2} \pi \beta \alpha^{\frac{1}{2}} (\kappa l_{t})^{-\frac{4}{3}}}_{=f(\kappa l_{t})}\right].$$
 (2.29)

Die beiden Terme innerhalb der Exponentialfunktion können als Hoch- bzw. Tiefpassfilter des Inertialbereiches interpretiert werden. Abbildung 2.7 illus-



Abbildung 2.7: *Modifikation des Inertialbereiches zur Darstellung der Randbereiche.*

triert die Wirkung der Exponentialfunktion.

- Durch den ersten Term $f(\kappa l_{kol})$ fällt die turbulente kinetische Energie stärker als ~ $\kappa^{-5/3}$. Dadurch werden stärker werdende Viskositätseffekte bei kleinen Längenmaßen abgebildet. Der spektrale Abfall der Funktion beginnt um $\kappa l_{kol} \approx 0, 1$.
- Zu niedrigen Wellenzahlen hin muss der Inertialbereich in den Produktionsbereich übergehen. Dies wird durch den zweiten Term $f(\kappa l_t)$ berücksichtigt. Der spektrale Anstieg erstreckt sich von $\kappa l_t = 0$ bis $\kappa l_t \approx 10$.

Die Position beider Filter wird durch die Vorfaktoren α und β festgelegt. Während $\alpha = 1,5$ aus experimentellen Daten folgt, wird $\beta = 0,3$ aus der Integration des Energiespektrums über die Bedingung aus Gl. 2.26 bestimmt [94]. Eine Veränderung der Vorfaktoren verschiebt die Grenzen des Inertialbereiches und ändert den Energieinhalt des Spektrums. Während sich eine Veränderung von α auf beide Grenzen auswirkt, taucht der Vorfaktor β nur beim Übergang in den Produktionsbereich des Spektrums auf. Die Verschiebung der Grenzwellenzahlen abhängig von den Vorfaktoren ist in Abb. 2.7 qualitativ dargestellt.

2.2.3.2 Lagrange Sichtweise

Im Gegensatz zur Eulerschen Sichtweise bewegt sich der Betrachter bei der Bestimmung von Lagrange-Korrelationen mit einem einzelnen Fluidpartikel mit (Abb. 2.8). Ein Fluidpartikel ist dabei als Teil eines Wirbels zu verstehen. Abbildung 2.8 zeigt einen Wirbel, innerhalb dessen sich die physikalischen



Abbildung 2.8: Bei der Bildung von Lagrange-Korrelationskoeffizienten bewegt sich der Betrachter mit einem Fluidpartikel mit.

Größen ändern. Durch Mitbewegung mit einem einzelnen Fluidpartikel können turbulenzinduzierte, zeitliche Kohärenzen separiert werden, ohne dass sie von konvektiven Effekten überlagert werden.

Im Gegensatz zum Eulerschen Längenmaß l_t beschreibt das Lagrange-Längenmaß \mathcal{L}_t die zeitliche Entwicklung eines Fluidpartikels. Zur Bildung einer Verbundwahrscheinlichkeit wird daher die Geschwindigkeit des gleichen Fluidelements zu den Zeitpunkten *t* und $t + \tau$ benötigt:

$$\mathscr{R}_{\nu,\nu}(\tau) = \overline{\mathbf{v}'(t)\mathbf{v}'(t+\tau)}.$$
(2.30)

Aus der Integration der Verbundwahrscheinlichkeit über der Zeit erhält man das Lagrange-Zeitmaß \mathcal{T}_t :

$$\mathcal{T}_t = \int_0^\infty \frac{\overline{\mathbf{v}'(t)\mathbf{v}'(t+\tau)}}{\overline{\mathbf{v}'^2}} d\tau.$$
(2.31)

Im Idealfall homogener Turbulenz ist die Geschwindigkeitsschwankung \mathbf{v}' ortsinvariant. Zusammen mit dem Lagrangeschen Zeitmaß lässt sich daraus das Lagrange-Längenmaß \mathcal{L}_t

$$\mathscr{L}_t = v'_{rms} \mathcal{T}_t \tag{2.32}$$

bilden. Sowohl das Lagrange-Zeitmaß als auch das Lagrange-Längenmaß befinden sich im Regelfall in der gleichen Größenordnung wie die Eulerschen Größen. Da Lagrange-Größen wesentlich schwieriger zugänglich sind als Eulersche, gibt es zahlreiche Versuche, eine Abbildungsvorschrift zwischen beiden zu formulieren (siehe Abschnitt 2.2.3.3).

Analog zu den Eulerschen Spektren können auch die Verbundwahrscheinlichkeiten für die turbulenten Größen gleicher Partikel (Gl. 2.30) fouriertransformiert werden. Man erhält so das Spektrum $\chi(\omega)$ im Frequenzraum:

$$\chi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathscr{R}_{\nu,\nu} e^{-i\omega\tau} d\tau.$$
 (2.33)

Die Aufintegration des Spektrums liefert wiederum die im Falle homogener Turbulenz ortsinvariante turbulente kinetische Energie:

$$\int_0^\infty \chi(\omega) d\omega = \frac{1}{2} |\mathbf{v}'|^2.$$
(2.34)

Abbildung 2.9 zeigt ein Lagrangespektrum für eine turbulente Strömung mit $Re_t = 10000$. Ebenso wie Eulersche Spektren werden Lagrangesche Spektren im niederfrequenten Bereich durch die charakteristischen Größen der turbulenten Strömung bestimmt, während zu hohen Frequenzen hin die Viskosität



Abbildung 2.9: Spektrale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie im Frequenzraum (Lagrange) [94].

an Einfluss gewinnt. Wiederum wird angenommen, dass ein Gleichgewichtsbereich, bestehend aus Inertial- und Viskositätsbereich, existiert. Eine ähnliche Prozedur wie zur Bestimmung der Eulerschen Wellenzahlspektren liefert für den Inertialbereich die Skalierungsregel

$$\chi(\omega) = \beta \epsilon \omega^{-2} \tag{2.35}$$

mit β = 1.8. Wegen der schwierigen messtechnischen Erfassung sind die Übergänge in den Produktions- bzw. Dissipationsbereich nach Wissen des Autors bisher kaum erforscht.

2.2.3.3 Kopplung von Euler- und Lagrangemaßen

Der Zusammenhang zwischen Euler- und Lagrangemaßen wurde bisher vor allem für Geschwindigkeitsschwankungen untersucht.

Die turbulente kinetische Energie lässt sich sowohl durch ein Euler- als auch durch ein Lagrangespektrum darstellen. Hinze [33] benutzt diesen Zusammenhang und approximiert die turbulente kinetische Energie in beiden Bezugssystemen durch Integration von Gl. 2.28 und Gl. 2.35 über den Inertialbereich. Damit erhält er die Skalierungsvorschrift

$$\frac{\nu_{rms}'\mathcal{T}_t}{l_t} = \frac{2}{C},\tag{2.36}$$

wobei die Konstante $C \approx 3...10$ auf experimentelle Daten gestützt wird.

Eine ähnliche Vorgehensweise benutzt Corrsin [18]. Das Lagrangespektrum wird wiederum durch den Inertialbereich ersetzt. Der Inertialbereich wird zu den niedrigen Frequenzen hin durch das charakteristische Zeitmaß \mathcal{T}_t begrenzt. Für niedrigere Frequenzen werden die Amplituden zu 0 gesetzt. Er erhält eine Skalierungsvorschrift zwischen integralem Längenmaß und charakteristischer Frequenze:

$$\frac{v'_{rms}\mathcal{T}_t}{l_t} = \text{konst.}$$
(2.37)

In Corrsins Herleitung enthält das Lagrangespektrum eine unbekannte Skalierungskonstante, so dass der Zusammenhang qualitativ bleibt. In einer zusätzlichen Abschätzung beschränkt sich Corrsin daher darauf, für Eulersches und Lagrangesches Längenmaß lediglich die gleiche Größenordnung zu fordern.

Im Gegensatz zu Corrsin nehmen Tennekes und Lumley [94] für die Amplituden der niedrigen Frequenzen einen konstanten Wert an, der der Energie der charakteristischen Frequenz entspricht. Anschließend werden die Inertialbereiche im Wellenzahl- und Frequenzraum über den Inertialbereich aufintegriert (Gl. 2.28 bzw. Gl. 2.35). Die allgemeine Skalierungsvorschrift liefert dafür:

$$\omega \approx \alpha^{\frac{1}{2}} \epsilon^{\frac{1}{3}} \kappa^{\frac{2}{3}}.$$
 (2.38)

Die Konstante α = 1,5 ist bekannt, womit Gl. 2.38 eine quantitative Abbildung darstellt. Die Umrechnung der integralen Maße liefert [94]:

$$\frac{\nu'_{rms}\mathcal{T}_t}{l_t} \approx \frac{1}{3}.$$
(2.39)

Von Tennekes und Lumley [94] wird herausgestellt, dass der Skalierungsfaktor durchaus Schwankungen unterworfen sein kann.

Die Umrechnung von Euler- in Lagrangegrößen ist bei der Flammenlärmprognose dann von Bedeutung, wenn die Wellenlänge des emittierten Schalls groß im Vergleich zum Verbrennungsprozess ist [15]. Die Wellenlänge λ einer akustischen Störung mit der Frequenz f kann nach Müller et al. [54] über die Schallgeschwindigkeit c_0 berechnet werden:

$$\lambda = \frac{c_0}{f}.\tag{2.40}$$

Unter der Voraussetzung, dass die vom Verbrennungsprozess emittierte Schallleistung um 100 *Hz* ihr Maximum aufweist (vgl. Kapitel 1), ergibt sich mit der Schallgeschwindigkeit in Luft ($c_0 = 344 \frac{m}{s}$ [54]) eine Wellenlänge von $\lambda = 3, 4 m$, deutlich größer als z.B. die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Flammen. Die Vorschrift aus Gl. 2.38 wird mit $\alpha = 1,0$ auch von Clavin et al. [15] verwendet. Allerdings muss betont werden, dass Gl. 2.38 für isotherme Strömungen ohne Rücksicht auf die in einer Verbrennung auftretenden Wechselwirkungen zwischen Strömung und chemischer Reaktion formuliert wurde.

2.3 Wärmefreisetzung in vorgemischten Flammen

Bei Verbrennungsvorgängen ist der isothermen Strömung eine chemische Reaktion überlagert. Bei Luftüberschuss lautet die Reaktionsgleichung für Kohlenwasserstoffe $C_n H_m$:

$$C_{n}H_{m} + \lambda \left(n + \frac{m}{4}\right) \left(O_{2} + \frac{79}{21}N_{2}\right) \to \qquad (2.41)$$
$$nCO_{2} + \frac{m}{2}H_{2}0 + (\lambda - 1) \cdot \left(n + \frac{m}{4}\right) \cdot \left(O_{2} + \frac{79}{21}N_{2}\right) + \frac{79}{21}\left(n + \frac{m}{4}\right)N_{2}.$$

Auf der linken Seite befinden sich die Edukte, bestehend aus Brennstoff und Luft. Sobald das Gemisch Reaktionstemperatur erreicht, findet die Reaktion statt. Als Produkte treten dabei CO_2 , H_2O und, abhängig von der Luftzahl λ , wiederum Luft auf. Da die Reaktion stark exotherm verläuft, ist die Temperatur der Produkte sehr viel höher als die der Edukte. Durch geschickte Rückvermischung der heißen Ab- mit den kalten Frischgasen kann der Verbrennungsprozess stabilisiert werden. Chemische Reaktion und turbulente Strömung müssen also gemeinsam betrachtet werden. Die chemische Reaktion (Gl. 2.41) findet zwischen Molekülen statt und repräsentiert das kleinste Längenmaß eines im Regelfall um mehrere Größenordnungen größeren Verbrennungssystems. Die numerische Berechnung aller für die Wärmefreisetzung relevanten Gleichungen erfordert für ein technisches System daher einen Rechenaufwand, der selbst von modernen Rechnern nicht bewältigt werden kann. An dieser Stelle werden Modelle verwendet, die die Wärmefreisetzung abhängig von den lokalen turbulenten und chemischen Zeitskalen, vorgegeben durch die Reaktionsgleichung, schätzen.

Nachfolgend wird durch einen kurzen Überblick über die Phänomenologie einer turbulenten Verbrennung die Problematik interagierender Zeit- und Längenskalen dargestellt (Abschnitt 2.3.1). Anschließend werden die durch die chemische Reaktion zusätzlich zu berücksichtigenden Erhaltungsgleichungen für die an der Reaktion beteiligten Massenbrüche und die Energie gezeigt (Abschnitt 2.3.2). Ein Kernproblem ist in technischen Anwendungen jeweils die Vorhersage des Quellterms, der die lokale Wärmefreisetzung bestimmt. Im letzten Teil dieses Kapitels werden dafür Modellansätze dargestellt, mit deren Hilfe die Kohärenz der Wärmefreisetzung und die Lärmemission prognostiziert werden kann.

2.3.1 Regime der vorgemischten Verbrennung

Eine der wichtigsten Größen der vorgemischten Verbrennung ist die laminare Brenngeschwindigkeit s_l , mit der die Flammenfront der Dicke δ_l einer ungestreckten laminaren Flamme in Richtung Frischgas propagiert. Um die Interaktion von Turbulenz und chemischer Reaktion zu illustrieren, ist in Abb. 2.10 eine in einer turbulenten Strömung propagierende laminare Flammenfront gezeigt. Hierbei ist erkennbar, dass die laminare Flammenfront durch turbulente Fluktuationen gefaltet wird. Dies führt dazu, dass sich die Kohärenz turbulenter Fluktuationen l_t auf die Wärmefreisetzung abbildet. Gleichzeitig besitzt die Flammenfront aber eine Dicke δ_l , so dass das turbulente Längenmaß nicht die allein bestimmende Größe für die Kohärenz der Wärmefreisetzung sein kann. Die Faltung der Flammenfront durch die in der turbulenten Strömung existierenden Wirbel führt zu einer Vergrößerung der Flammenoberflä-



Abbildung 2.10: Idealisierte vorgemischte Flamme in einem Rohr nach [65].

che und zu einem höheren volumetrischen Umsatz. Die turbulente Flammengeschwindigkeit *s*_t quantifiziert die Oberflächenvergrößerung durch Faltung:

$$s_t = \frac{s_l A_t}{A_l}.\tag{2.42}$$

Abbildung 2.10 zeigt zusammen mit Gl. 2.42 die Definition der turbulenten Brenngeschwindigkeit. Die turbulente Brenngeschwindigkeit bezieht die Flammenoberfläche der durch turbulente Fluktuation v' gefalteten Flamme A_t auf die Querschnittsfläche A_l des betrachteten Bereiches. Durch Skalierung mit der laminaren Brenngeschwindigkeit wird anschließend die erhöhte Reaktionsdichte in eine Reaktionsgeschwindigkeit umgerechnet.

Mit der laminaren Brenngeschwindigkeit und der Flammendicke treten zu den turbulenten charakteristischen Größen zwei weitere. Zusätzlich zur turbulenten Reynoldszahl Re_t (Gl. 2.23) werden mit den chemischen Größen zwei weitere dimensionslose Kennzahlen gebildet, wodurch eine turbulente Verbrennung qualitativ beschrieben werden kann (Abb. 2.11). Die Karlovitzzahl bezieht die Zeitskala der laminaren Flamme auf die Zeitskala der Kolmogorovschwankungen:

$$Ka = \frac{\delta_l}{s_l} \frac{\nu_{kol}}{l_{kol}} = \frac{\delta_l}{s_l} \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}}.$$
(2.43)

Die Damköhlerzahl beschreibt dagegen das Verhältnis aus Umlaufzeit der energietragenden Wirbel und Zeitmaß der laminaren Flamme:

$$Da = \frac{l_t}{\nu'_{rms}} \frac{s_l}{\delta_l}.$$
(2.44)

Ist die charakteristische Zeit der laminaren Flamme

$$\tau_{chem} = \frac{\delta_l}{s_l} \tag{2.45}$$



Abbildung 2.11: Darstellung verschiedener Verbrennungsregime im Borghi Diagramm [98].

kürzer als das Kolmogorovzeitmaß (Ka < 1), so bilden sich auf allen turbulenten Skalen *lokal laminare Vormischflammen* (engl. *flamelet*) [98]. Die Grenzlinie Ka = 1 markiert das Eindringen des kleinsten turbulenten Wirbels in die Flammenfront. Zwischen dem Bereich lokal laminarer Vormischflammen und idealem Rührreaktor dringen dabei Wirbel in die Flammenfront ein, deren Abmessung kleiner als das integrale, aber größer als das Kolmogorovlängenmaß ist. Dies ist der Bereich *verbreiteter Reaktionszonen*. Durch das Eindringen von Wirbeln in die Flammenfront verbreitert sich diese umso stärker, je kleiner die Damköhlerzahl wird. Für Da < 1 ist die Zeit für die chemische Reaktion länger als die Umlaufzeit der energietragenden Wirbel, wodurch das Regime des *idealen Rührreaktors* erreicht wird. Im Bereich des idealen Rührreaktors treten keine Wärmefreisetzungsschwankungen mehr auf.

Die Herausforderung an die Verbrennungsmodellierung liegt in der Formulierung von Modellen, welche möglichst für alle vorgestellten Flammenregime gültig sind.

2.3.2 Zusätzliche Erhaltungsgleichungen

Die gemeinsame Betrachtung von chemischer Reaktion und Strömung geschieht durch Berücksichtigung zusätzlicher Erhaltungsgleichungen für die an der chemischen Reaktion beteiligten Molekülarten und die Energie [98].

2.3.2.1 Erhaltungsgleichungen für die Massenbrüche

Die Erhaltungsgleichungen für die Massenbrüche in einem Gemisch aus mehreren chemischen Spezies *i* lautet [98] [65]:

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} Y_i) = -\nabla \mathbf{j}_i + \dot{\omega}_i.$$
(2.46)

Hierbei bezeichnet *i* die jeweilige Molekülspezies der Reaktion (Gl. 2.41). Der erste Term der linken Seite beschreibt die zeitliche Änderung der Molekülspezies *i* im betrachteten Element, der zweite konvektive Zu- bzw. Abfuhr von Molekülen. Auf der rechten Seite befindet sich die Diffusion von Molekülen aufgrund von Konzentrationsgradienten $\nabla \mathbf{j}_i$, sowie ein Quellterm $\dot{\omega}_i$, der die Entstehung von Molekülen, z. B. aus chemischer Reaktion berücksichtigt. Im einfachsten Fall wird der diffusive Transport durch den Diffusionskoeffizienten der jeweiligen Spezies D_i bezüglich der am meisten vorhanden Molekülspezies angenommen. Ferner wird meist angenommen, dass die molekulare Diffusion mit der thermischen Diffusion skaliert. Mit dem thermischen Diffusionskoeffizienten

$$D_{th} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \tag{2.47}$$

ergibt sich aus dem Verhältnis der beiden Diffusionskoeffizienten die Lewiszahl:

$$Le_i = \frac{D_{th}}{D_i}.$$
(2.48)

Durch obige Annahmen, Gl. 2.12 und Gl. 2.48 wird 2.46 zu:

$$\rho \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla Y_i = \nabla \left(\rho \cdot Le_i D_{th} \cdot \nabla Y_i \right) + \dot{\omega}_i.$$
(2.49)

Die Erhaltungsgleichung 2.49 muss theoretisch für jede an der Reaktion beteiligte Molekülspezies berechnet werden.

2.3.2.2 Erhaltungsgleichung für die Energie

Die Erhaltungsgleichung für die Energie kann aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik hergeleitet werden [95]. Es werden folgende Annahmen getroffen:

- Druckänderungsanteile, Reibungswärme, Strahlungswärme, sowie kinetische und potentielle Energie sind vernachlässigbar.
- Die Wärmekapazitäten der an der Reaktion beteiligten Molekülspezies sind alle gleich und konstant.
- Der Druck ist konstant.
- Das ideale Gasgesetz ist gültig.

Mit Hilfe der Annahmen ergibt sich für die Energieerhaltungsgleichung [65]:

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla T = \nabla (\rho D_{th} \cdot \nabla T) + \dot{\omega}_T$$
(2.50)

mit

$$\dot{\omega}_{T} = -\frac{1}{c_{p}} \sum_{i=1}^{n} h_{i} \dot{\omega}_{i}.$$
(2.51)

Innerhalb der Gleichung 2.50 wird die chemische Reaktion u. a. durch die Änderung der Enthalpie innerhalb des Ausdrucks $-\frac{1}{c_p}\sum_{i=1}^n h_i \dot{\omega}_i$ (Gl. 2.51) berücksichtigt, da sich durch die chemische Reaktion die Temperatur des Gemisches stark erhöht. Ferner ändert sich die Gemischzusammensetzung und somit die Summe der Standardbildungsenthalpien [95].

Die Gleichungen 2.50 und 2.49 weisen die gleiche Struktur auf und können durch die Einführung eines reaktiven Skalars $\psi = \psi(T, Y_i)$ kompakt zu einer Gleichung

$$\rho \frac{\partial \psi_i}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \,\psi_i = \nabla (\rho D_i \cdot \nabla \,\psi_i) + \dot{\omega}_i \tag{2.52}$$

zusammengefasst werden [65]. Die Diffusionskoeffizienten D_i beschreiben die molekulare bzw. die thermische Diffusion, der Quellterm die Bildung bzw. den Abbau des Skalars.

Zur Berechnung der mittleren Wärmefreisetzung wird die Transportgleichung für den reaktiven Skalar ψ_i gemittelt:

$$\psi_i(\mathbf{x},t) = \widetilde{\psi_i(\mathbf{x},t)} + \psi_i''(\mathbf{x},t).$$
(2.53)

Die Favremittelung $\tilde{()}$ entspricht einer Gewichtung der einzelnen Größen mit der instantanen Dichte:

$$\widetilde{\psi_i(\mathbf{x},t)} = \frac{\rho \psi_i(\mathbf{x},t)}{\bar{\rho}}.$$
(2.54)

Gleichung 2.53 wird in Gl. 2.52 eingesetzt und ergibt nach einer zeitlichen Mittelung die Favregemittelte Transportgleichung für den reaktiven Skalar ψ :

$$\bar{\rho}\frac{\partial\tilde{\psi}_{i}}{\partial t} + \bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}}\cdot\nabla\,\tilde{\psi}_{i} = \nabla\overline{(\rho D_{i}\cdot\nabla\,\psi_{i})} - \nabla(\bar{\rho}\widetilde{\mathbf{v}''\psi_{i}''}) + \bar{\rho}\tilde{S}_{i}$$
(2.55)

Die Favremittelung wird für reaktive Strömungen deswegen bevorzugt, weil sich in reaktiven Strömungen die Dichte ändert. Dies führt zu unerwünschten Korrelationen zwischen Dichteschwankung und Geschwindigkeitsschwankung, deren Schließung schwierig ist. Durch eine Favrezerlegung werden diese Terme bei der Angabe einer favregemittelten Transportgleichung für den reaktiven Skalar (Gl. 2.55) ausgeblendet [98].

Kernproblem bei der Auswertung von Gl. 2.55 sind der turbulente Transport des reaktiven Skalars $\tilde{\mathbf{v}'}\psi_i''$ sowie der Quellterm $\bar{\rho}\tilde{S_i}$ [65]. Zur Auswertung von Gl. 2.55 gibt es zwei Lösungsansätze, die im Folgenden kurz vorgestellt werden. Beide können zur Formulierung einer Kohärenzfunktion mit dem Ziel der Flammenlärmvorhersage verwendet werden. Die Beschreibung der Kohärenz erfolgt dabei ähnlich zu Gl. 2.29 im Wellenzahlraum.

2.3.3 Beschreibung turbulenter Vormischflammen

2.3.3.1 Modelle auf Basis der G-Gleichung

Beim G-Gleichungsansatz wird die Flammenfront als Oberfläche G_0 mit unveränderlichen Eigenschaften beschrieben. Die Beschreibung der turbulenten Verbrennung erfolgt durch Lösung einer Transportgleichung [65]

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \nu \nabla G = s_{l,m} |\nabla G| \tag{2.56}$$

für die Flammenoberfläche. Die Bewegung der Flammenfläche wird durch die Konvektivgeschwindigkeit v und die laminare Ausbreitungsgeschwindigkeit der Flamme

$$s_{l,m} = s_l - s_l \kappa l_M - l_M S \tag{2.57}$$

bestimmt. Die laminare Ausbreitungsgeschwindigkeit der Flamme $s_{l,m}$ wird wiederum in erster Näherung von der Flammengeschwindigkeit einer laminaren ungestreckten Flamme s_l , Flammenkrümmung κ und Streckung *S* festgelegt. Durch die Krümmung der Flammenfront wird die Wärmefreisetzung zusätzlich fokussiert bzw. defokussiert [65]. Dadurch verändert sich der Wärmetransport in Richtung des Frischgases und somit die Brenngeschwindigkeit. Auch durch Streckung, d.h. lokal auf die Flamme aufgeprägte Geschwindigkeitsgradienten, können Flammengeschwindigkeit und Diffusionskoeffizienten verändert werden.

Zur Berücksichtigung von Krümmung und Streckung wird die Marksteinzahl Ma als Verhältnis zwischen Marksteinlänge l_M und laminarer Flammendicke δ_l eingeführt:

$$Ma = \frac{l_M}{\delta_l}.$$
(2.58)

Sie ist unter anderem von Druck, Vorwärmung und Gemischzusammensetzung abhängig und quantifiziert Krümmungs- und Streckungseinfluss relativ zur Brenngeschwindigkeit der ungestreckten Flamme.

Peters leitet unter Berücksichtigung von Krümmungs- und Streckungseffekten (Gl. 2.57) eine Erhaltungsgleichung für die Varianz der Flammenfläche *G* her, die er anschließend in den Wellenzahlraum transformiert [63]. Für Wellenzahlen oberhalb der äußeren Grenzfrequenz l_t liefert diese Analyse [63]:

$$E_G(\kappa) = B_G \kappa^{-5/3} \exp\left[-3c_1(l_G \kappa)^{\frac{1}{3}} - \frac{3}{4}c_2(\kappa l_C)^{\frac{4}{3}} - c_3 l_M \kappa\right].$$
 (2.59)

Die physikalischen Effekte, die die laminare Flammengeschwindigkeit s_l bestimmen (Gl. 2.57), finden sich dabei in der spektralen Darstellung (Gl. 2.59) wieder:

• Durch die Flammenfrontgeschwindigkeit wirkt der turbulenten kinetischen Energie eine durch die Flammenfrontgeschwindigkeit induzierte kinetische Energie entgegen. Abbildung 2.12 illustriert die physikalische Bedeutung des Gibsonmaßes l_G . Die Ausbildung einer Turbulenzkaska-



Abbildung 2.12: Interaktion zwischen turbulenter Geschwindigkeitsschwankung und Flammenfrontgeschwindigkeit [62].

de bedingt die simultane Existenz von Wirbeln unterschiedlicher Größe l mit charakteristischer Geschwindigkeit v'. Unter der Voraussetzung, dass die Dissipation (Gl. 2.20) unabhängig von der Wirbelgröße ist, folgt für die charakteristische Länge l einer einzelnen Wirbelklasse [62]:

$$l = \frac{\nu'^3}{\epsilon}.$$
 (2.60)

Gleichzeitig propagiert die Flammenfront mit der laminaren Brenngeschwindigkeit s_l . Wird die laminare Brenngeschwindigkeit s_l für v' in Gl. 2.60 eingesetzt, kann zusammen mit Gl. 2.20 das Gibsonmaß

$$l_G = l_t \left(\frac{s_l}{\nu'_{rms}}\right)^3 \tag{2.61}$$

definiert werden [62], bei dem die Flammenfront mit der turbulenten Strömung interagiert. Durch die Brenngeschwindigkeit s_l wirkt der turbulenten Fluktuation v' eine Kraft entgegen, die, obwohl das Kolmogorovmaß l_{kol} noch nicht erreicht sein muss, eine weitere Faltung der Flammenfront verbietet. Das Gibsonmaß wird nur bei hohen Brenngeschwindigkeiten wirksam. Der Einfluss des Gibsonmaßes auf das skalare Spektrum (Gl. 2.59) wird durch den Vorfaktor c_1 quantifiziert, für den bisher lediglich die Abschätzung $c_1 > 0$ existiert [65].

• Obwohl die Krümmung der Flammenfront im Mittel verschwindet [45], kann die Korrelation aus Fluktuation der Flammenfläche und Krümmung positiv sein. Dieser Effekt wird durch die Markstein-Diffusivität [65]

$$D_M = l_M s_l \tag{2.62}$$

erfasst und führt über eine Dimensionsanalyse zum modifizierten Corrsin-Längenmaß:

$$l_{C,m} = \left(\frac{D_M^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
(2.63)

Die Bestimmung der Marksteinlänge selbst ist leider sehr unsicher, wie zahlreiche Studien belegen [64]. Sie bewegt sich jedoch für Methanflammen im Bereich der Flammenfrontdicke [63]. Unter dieser Voraussetzung entspricht D_M der molekularen Diffusion, womit $l_{C,m} = l_C$ gilt, d. h. für Gl. 2.59 $c_2 \approx 1$.

• Auch die Flammenstreckung kann im Mittel nahezu verschwinden [45], während die Korrelation aus Flammenstreckung und Fluktuation der Flammenfläche positiv bleibt. Dies wird durch die Marksteinlänge l_M erfasst. Da schon die Bestimmung der Marksteinlänge ungewiss ist, ist eine Anpassung der Konstanten c_3 ebenfalls schwierig.

Der Vorfaktor B_G aus Gl. 2.59 wird in Abschnitt 2.3.4 diskutiert.

2.3.3.2 Modelle auf Basis der Fortschrittsvariablen

Alternativ wird der reaktive Skalar ψ_i durch die Fortschrittsvariable c beschrieben, die in adiabaten Systemen als dimensionslose Temperatur verstanden werden kann:

$$c = \frac{T - T_u}{T_b - T_u}.\tag{2.64}$$

Die Favregemittelte Transportgleichung für den reaktiven Skalar *c* lautet unter Vernachlässigung der molekularen Diffusion [65]:

$$\bar{\rho}\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla \ \tilde{c} + \nabla(\bar{\rho}\widetilde{\mathbf{v}''c''}) = \overline{\dot{\omega}_c}.$$
(2.65)

Durch die Auswertung dieser Erhaltungsgleichung (Gl. 2.65) kann die mittlere Temperaturverteilung eines Verbrennungsprozesses bestimmt werden. In numerischen Berechnungen müssen dabei sowohl der turbulente Transport $\nabla(\bar{\rho}\mathbf{v}''c'')$ als auch der die Wärmefreisetzung beschreibende Quellterm $\overline{\dot{\omega}_c} = \bar{\rho}\tilde{S}_c$ modelliert werden, wofür es zahlreiche Ansätze gibt [65]. Da der Quellterm $\overline{\dot{\omega}_c}$ mit der Wärmefreisetzungsdichte skaliert, sind die Ansätze zu seiner Modellierung von besonderem Interesse bei der Flammenlärmprognose.

Zur Beschreibung des Quellterms für die Fortschrittsvariable $\overline{\dot{\omega}_c}$ haben sich drei Strategien etabliert [35]:

- Modelle auf Basis von Verteilungsdichtefunktionen berechnen die lokale mittlere Wärmefreisetzung entweder durch Lösung eines Systems von Transportgleichungen für die Verteilungsdichtefunktionen oder ihre Parametrisierung.
- Modelle auf Basis der Flammenfrontgeometrie beschreiben die Kinematik der Flammenfront. Dafür werden entweder Dynamik und Topologie von Isoflächen oder die zeitliche Entwicklung der Flammenfrontnormalen ausgewertet. Voraussetzung ist ein im Verhältnis zur Turbulenz kurzes chemisches Zeitmaß.
- Modelle auf Basis der skalaren Dissipationsrate koppeln den Reaktionsumsatz an die mittlere skalare Dissipationsrate. Die skalare Dissipationsrate beschreibt den Relaxationsprozess skalarer Fluktuation. Zur Erläuterung ist in Abb. 2.13 eine Flammenfront dargestellt, durch die Edukte (c = 0) und Produkte (c = 1) voneinander getrennt werden. Die skalare



Abbildung 2.13: *Skalare Dissipation durch molekulare Diffusion und turbulente Mischung.*

Fluktuation wird durch den Gradienten des Skalars ∇c charakterisiert, für den in der Flammenfront $\nabla c \neq 0$ gilt. Skalare Fluktuationen können sowohl durch molekulare Diffusion als auch turbulente Mischung abgebaut werden. Im Grenzfall unendlich schneller Chemie wird die mittlere skalare Dissipationsrate von der turbulenten Mischung bestimmt.

Nachfolgend wird auf zwei der zahlreichen Modelle näher eingegangen, da diese auch zur Flammenlärmprognose verwendet werden.

Das Wirbelzerfallsmodell

Das Wirbelzerfallsmodell ist der letztgenannten Gruppe von Modellen zuzuordnen und koppelt die Wärmefreisetzung an die Mischung von Produkten und Reaktanden, d.h. die turbulente Strömung. Die chemische Reaktion bleibt unberücksichtigt.

Die Bildungsrate der Fortschrittsvariablen skaliert linear mit der Wärmefreisetzung und ist durch das Wirbelzerfallsmodell gegeben aus [65]:

$$\overline{\dot{\omega}_c} = C_{EBU} \bar{\rho} \widetilde{\epsilon_c}. \tag{2.66}$$

Hierbei bezeichnet ϵ_c die skalare Dissipationsrate²:

$$\rho \epsilon_c = \rho D \nabla c \nabla c. \tag{2.67}$$

Der Gradient der Fortschrittsvariablen wird von ihrer mittleren Verteilung kaum beeinflusst, d. h.:

$$\nabla(\tilde{c} + c'') \approx \nabla c''. \tag{2.68}$$

Mit der Definition des Favre-Mittelwertes gilt daher für konstante Diffusivität:

$$\overline{\dot{\omega_c}} = \overline{\rho D \nabla c'' \nabla c''} = D \bar{\rho} (\overline{\nabla c''})^2.$$
(2.69)

Die skalare Dissipationsrate kann wiederum durch die Varianz der Fortschrittsvariablen dargestellt werden. Genauso wie die turbulente kinetischen Energie, die durch den rms-Wert der Geschwindigkeitsfluktuation v'_{rms} repräsentiert wird, kann auch die Varianz der Fortschrittsvariablen durch eine

²Mit der Annahme Le = 1 gilt $D \approx D_{th} \approx D_i$

Fourier-Transformation im Wellenzahl- bzw. Frequenzraum berechnet werden. Meist wird zur Darstellung ein Leistungsdichtespektrum (*PSD*) verwendet, dessen Aufintegration über die Wellenzahl bzw. die Frequenz den gesamten Energieinhalt des ursprünglichen Signals widerspiegelt [86]. Durch die spektrale Darstellung der Varianz bei sonst konstanten Größen kann das Spektrum der Wärmefreisetzung ermittelt werden.

Der Zusammenhang zwischen mittlerer Wärmefreisetzung und Varianz der Fortschrittsvariablen kann durch Auswertung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen untersucht werden. Dies erfolgt auch in der vorliegenden Arbeit (Abschnitt 5.3), weshalb die Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen [65] [35]

$$\bar{\rho}\frac{\partial c''^2}{\partial t} + \bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}}\nabla\widetilde{c''^2} + \nabla(\bar{\rho}\widetilde{\mathbf{v}''c''^2}) = -2\bar{\rho}D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^2 + 2\bar{\rho}\widetilde{\mathbf{v}''c''}\nabla\widetilde{c} + 2\bar{\omega}c''.$$
(2.70)

nachfolgend erläutert wird. Die drei Terme der linken Seite beschreiben die lokale Änderung der Varianz der Fortschrittsvariablen, den konvektiven und den turbulenten Transport. Für den Fall einer stationären Grundströmung verschwindet der erste Term der linken Seite ($\frac{\partial \widetilde{c''^2}}{\partial t} = 0$). Ist die Turbulenz ferner homogen, hängt definitionsgemäß die Varianz einzelner Größen nicht vom Ort ab ($\nabla \widetilde{c''^2} = 0$) [94]. Die Terme auf der rechten Seite bedeuten im einzelnen [65]:

- $2\bar{\rho}D_{th}(\nabla c'')^2$ repräsentiert die Dissipation der skalaren Fluktuationen und ist vor allem bei großen Wellenzahlen wirksam. Die skalare Dissipationsrate ist daher sowohl experimentell als auch numerisch nur schwierig bestimmbar.
- Der zweite Term $2\bar{\rho}\mathbf{v}'' c'' \nabla \tilde{c}$ beschreibt die Produktion der skalaren Fluktuationen und ist experimentell bestimmbar. Dafür müssen simultan Informationen aus Fortschrittsvariable und Geschwindigkeit vorliegen.
- Der Reaktionsquellterm $\overline{\dot{\omega}c''}$ erfasst den Einfluss des chemischen Umsatzes auf die Varianz der Fortschrittsvariablen.

Mit der Abschätzung, dass die Produktion der Varianz der Fortschrittsvaria-

blen ihrer Dissipation entspricht [65], vereinfacht sich Gl. 2.70 zu:

$$-2\bar{\rho}D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^2 = 2\bar{\rho}\widetilde{\mathbf{v}''c''}\nabla\tilde{c}.$$
(2.71)

Jetzt wird ein skalares Zeitmaß

$$\tau_D = \frac{\widetilde{c''^2}}{\widetilde{c_c}} \tag{2.72}$$

eingeführt. Damit ergibt sich:

$$-\widetilde{\mathbf{v}''c''}\nabla\widetilde{c} = \frac{1}{\tau_D}\widetilde{c''^2}.$$
(2.73)

Für dieses Zeitmaß wird für den nicht-reaktiven Fall meist eine Skalierung mit dem turbulenten Zeitmaß angenommen:

$$\tau_t = C_D \tau_D. \tag{2.74}$$

Die Kombination der Gleichungen 2.74 und 2.72 führt mit

$$\tau_t = \frac{l_t}{\nu'_{rms}} \tag{2.75}$$

auf:

$$D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^2 = C_D \frac{\nu'_{rms}}{l_t} \widetilde{c''^2}.$$
(2.76)

Somit ergibt sich der Zusammenhang:

$$\bar{q} \sim \bar{\rho} D_{th} \widetilde{(\nabla c'')^2} = C_D \bar{\rho} \frac{v'_{rms}}{l_t} \widetilde{c''^2}.$$
(2.77)

Im Kontext der Flammenlärmprognose wird festgehalten, dass die Wärmefreisetzung mit der Varianz der Fortschrittsvariablen, einem von der turbulenten Strömung transportierten Skalar, abhängt. Falls bekannt ist, wie sich das Spektrum eines transportierten Skalars abhängig von der turbulenten Strömung ausprägt (vgl. Abschnitt 2.3.4), kennt man durch Gl. 2.77 auch das der Wärmefreisetzung.

Hauptproblem des Wirbelzerfallsmodells ist die Unabhängigkeit von chemischen Parametern, was durch das Anpassen von Skalierungskonstanten meistens korrigiert werden muss. Daneben gibt es weitere quantitative und qualitative Unsicherheiten, die nachfolgend analysiert werden.

Quantitative Unsicherheiten

Quantitativ wird die Vorhersagekraft von Gl. 2.76 durch die Wahl des Skalierungsfaktors C_D limitiert. Dazu gibt es sowohl numerische als auch experimentelle Arbeiten

Von Janicka et al. [38] wird das Abheben turbulenter Diffusionsflammen über ein Transport-pdf Verfahren prognostiziert. Dabei werden für Werte um C_D = 2.0 zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. Systematisch wird der Zusammenhang zwischen skalaren und turbulenten Zeitskalen etwa ab Mitte der 90er Jahre untersucht. Den Anfang machen dabei Overholt et al. [60] und Juneja et al. [39]. Dabei wird durch DNS-Rechnungen die Mischung eines, bzw. zweier passiver Skalare untersucht. Für die jeweiligen Konfigurationen werden Skalierungsfaktoren zwischen C_D = 2.0 und C_D = 4.0 [39] bzw. C_D = 1.8 und C_D = 2.5 gefunden. Interessant sind dabei insbesondere die Abhängigkeiten zum integralen Längenmaß [39] und der turbulenten Reynoldszahl [60].

Experimentell tauchen die ersten Erkenntnisse zur Skalierung zwischen turbulentem und skalarem Zeitmaß Ende der 90er Jahre auf [27]. Gagnepain et al. benutzen zur Bestimmung des turbulenten Zeitmaßes Geschwindigkeitszeitreihen, die von verschiedenen ortsfesten Punkten in der Reaktionszone stammen. Das turbulente Zeitmaß wird aus der Autokorrelation der Fluidgeschwindigkeit bestimmt. Gagnepain et al. bestimmen konditionierte turbulente Zeitmaße, indem sie Geschwindigkeitsmesswerte nur berücksichtigen, wenn sich am Messort Abgas befindet. Dem gegenüber steht die Auswertung der gesamten Zeitreihen ohne Rücksicht auf die aktuelle Temperatur am Messort (nicht-konditioniertes turbulentes Zeitmaß). Je nach verwendetem turbulenten Zeitmaß, Versuchskonfiguration und lokaler mittlerer Fortschrittsvariable finden die Autoren Werte zwischen $C_D = 1.0$ und $C_D = 10$. Trotz der großen Schwankungen bewegen sich die meisten Werte allerdings um C_D = 2.5, wenn der Bezug auf konditionierte turbulente Zeitmaße erfolgt. Aufbauend auf einer linearen Kopplung zwischen Temperatur und Reaktionsrate [17] gibt schließlich Peters [65] eine allgemeine Skalierungsregel abhängig von der Damköhlerzahl an, welche zu $0 < C_D < 2.0$ führt. Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass die Skalierung zwischen turbulentem und skalarem

Zeitmaß abhängig von der jeweiligen Konfiguration und schwierig vorherzusagen ist. Es scheint aber wahrscheinlich, dass sich der Skalierungsfaktor um $C_D = 2$ bewegt.

Qualitative Unsicherheiten

Gleichung 2.76 kann auch qualitativ falsche Ergebnisse liefern. Mit Einführung der turbulenten Diffusivität lässt sich Gl. 2.73 umformen zu [65]:

$$(-\widetilde{\mathbf{v}''c''}) \sim C_D^{-1} D_t \nabla \tilde{c}. \tag{2.78}$$

Diese Gleichung ist als Gradiententransportannahme bekannt. Sie wird bei den meisten numerischen Verfahren verwendet, um den Term für den turbulenten Transport zu schließen [35] und wird seit mehreren Dekaden kontrovers diskutiert [55, 50, 13, 25, 65]. Problematisch ist die Verwendung von Gl. 2.78 und damit auch 2.77 insbesondere dann, wenn die Flammenfront im Vergleich zur turbulenten Strömung eine hohe Eigendynamik aufweist. Dies kann dazu führen, dass obige Modelle nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ falsche Ergebnisse liefern. Seit ca. einem Jahrzehnt wird versucht, die Existenz von Gegenstromdiffusion zu prognostizieren. Neben der Detektion des Phänomens der Gegenstromdiffusion durch Experimente gab es in den letzten Jahren verstärkt Versuche, aufgrund numerischer Daten den Umschlag von der Gegenstrom- zur regulären Diffusion vorherzusagen. Dafür wird von Veynante et al. [96] die Bray-Zahl

$$N_B = \frac{\zeta s_l}{2\alpha v'_{rms}} \tag{2.79}$$

mit dem Wärmefreisetzungsparameter ζ eingeführt. Die Brayzahl nimmt im Bereich der Gegenstromdiffusion Werte $N_B > 1$ an. In den darauf folgenden Jahren wird Gl. 2.79 mehrmals von verschiedenen Autoren durch Einführung von Vorfaktoren modifiziert, die zentrale Schwierigkeit blieb allerdings die Bestimmung der Effektivitätsfunktion α [40]. Experimentell ist für die Bestimmung des turbulenten Transportes die simultane Detektion von Fluidgeschwindigkeit und Fortschrittsvariable notwendig, wofür es zahlreiche Möglichkeiten gibt. Anfang der 80er Jahre werden zur Bestimmung der Geschwindigkeit vor allem LDA-Systeme eingesetzt, die durch Kombination mit Raman-, Rayleigh-, CARS oder Mie-Verfahren die Bildung der gewünschten Korrelationen erlauben. Exemplarisch seien an dieser Stelle die Arbeiten von Shepherd et al. [83], Driscoll et al. [21], Dibble et al. [19], Starner et al. [88] und Goss et al. [31] genannt. Mit der Entwicklung bildgebenden Geschwindigkeitsmessverfahren erscheinen Mitte der 90er Jahre schließlich die ersten Veröffentlichungen, in denen simultan zwei planare Messverfahren zum Einsatz kommen. Für die Geschwindigkeitsinformation wird dabei PIV, für die Detektion der Fortschrittsvariablen LIF eingesetzt. Beispiele sind hier die Arbeiten von Frank et al. [24, 25] und Kalt et al. [40]. Alternativ wird die planare Verteilung der Fortschrittsvariable von manchen Autoren auch aus Mie-Streulichtbildern bestimmt. Diese Vorgehensweise ist auch in einer Veröffentlichung dokumentiert, die im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit entstand [66].

Das Verbrennungsmodell nach Schmid

Das Verbrennungsmodell nach Schmid [77, 78] verwendet für die Bildungsrate der Fortschrittsvariable eine quadratische Überlagerung von turbulentem und chemischem Zeitmaß. Dies liefert für die Wärmefreisetzung

$$\overline{q} = 4,96\frac{\epsilon}{k}\overline{c}(1-\overline{c})\cdot\left(\frac{s_l}{\nu'_{rms}} + (1+Da_s^{-2})^{-1/4}\right)^2\cdot\rho_0 Y_{Br}H_u$$
(2.80)

mit

$$Da_s = c_{\epsilon} \frac{k s_l^2}{\epsilon C_c^{W^2} D_{th}}.$$
(2.81)

Die Größen ϵ , k und Da_s müssen lokal ausgewertet werden. Durch die Abhängigkeit von der lokalen Damköhlerzahl berücksichtigt Gl. 2.80 die Limitierung des lokalen Umsatzes durch die Reaktionskinetik, da sich Gl. 2.80 für kleine Da_s-Zahlen zu

$$\overline{q} = 4,96\bar{c}(1-\bar{c})\frac{1}{\tau_{chem}} \cdot \rho_0 Y_{Br} H_u$$
(2.82)

ändert. Dagegen ist für große Damköhlerzahlen die Fluidmechanik entscheidend, was durch ein erweitertes Wirbelzerfallsmodell der Form

$$\overline{q} = 4,96\frac{\epsilon}{k}\overline{c}(1-\overline{c})\cdot\left(\frac{s_l}{\nu'_{rms}}+1\right)^2\cdot\rho_0 Y_{Br}H_u$$
(2.83)

beschrieben wird. Neben der Berechnungsvorschrift für die Wärmefreisetzung schlägt Schmid [77] für die turbulente Flammendicke δ_t

$$\delta_t = \delta_l + l_t (1 + Da_s^{-2})^{\frac{1}{4}} \tag{2.84}$$

und für die turbulente Brenngeschwindigkeit s_t

$$s_t = s_l + \nu'_{rms} (1 + Da_s^{-2})^{-\frac{1}{4}}$$
(2.85)

vor. Die turbulente Flammendicke erreicht im Grenzfall $Da_s \to \infty$ das integrale Längenmaß $\delta_t \approx l_t$, die turbulente Brenngeschwindigkeit $s_t \approx s_l + v'_{rms}$ [77].

Was den Gültigkeitsbereich anbelangt, ist das Verbrennungsmodell nach Schmid dem Wirbelzerfallsmodell durch die in die Berechnung eingehenden Chemie-Parameter weit überlegen.

2.3.4 Modellierung von skalaren Spektren

Die Kohärenz transportierter Skalare wird bereits seit Anfang des vorigen Jahrhunderts untersucht. Dabei wird meist davon ausgegangen, dass sich der transportierte Skalar passiv verhält.

2.3.4.1 Skalare Spektren im Wellenzahlraum

Die ersten Arbeiten zur spektralen Verteilung skalarer Fluktuationen werden Mitte des vorherigen Jahrhunderts veröffentlicht [16] [59]. Aus messtechnischen Gründen wählt Corrsin für den passiven Skalar die Temperatur. Da das Konzept der Turbulenzkaskade von Kolmogorov schon bekannt war, konnte jetzt auch ein Spektrum für einen passiven Skalar abgeleitet werden. Dafür erstellt Corrsin eine Energiebilanz über das gesamte Spektrum, die nachfolgend mittels einer Dimensionsanalyse zu Exponentialgesetzen für den niedrigen (~ κ^2), den mittleren (entspricht dem Inertialbereich) und den hohen Wellenzahlbereich (~ κ^{-7}) führen. Corrsin erhält für den Inertialbereich

$$E_T(\kappa) = B_T \kappa^{-5/3} \tag{2.86}$$

wobei er die hochfrequente Grenze des Inertialbereichs abhängig von Kolmogorovmaß l_{kol} und Prandtl-Zahl Pr formuliert³. Die Kopplung skalarer Spektren an das der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuation nach Corrsin [16, 17] ist bis heute Stand des Wissens. Hinsichtlich des Abfallverhaltens im Inertialbereich gibt es auch in späteren Publikationen keine Abweichungen zu Corrsins Arbeiten (z.B. [65, 94]). Unklarheiten gibt es dagegen beim wirksamen inneren Grenzlängenmaß und der Formulierung des Spektrums zu niedrigen Wellenzahlen (äußeres Grenzlängenmaß) hin.

Äußere Grenzwellenzahl

Der grundsätzliche Zusammenhang zwischen äußerem Grenzlängenmaß des skalaren Spektrums und integralem Längenmaß wird nach Wissen des Autors bei keiner der bisherigen Publikationen in Frage gestellt. Allerdings gibt es mehrere Vorschläge zur Modellierung des Spektrums.

Obwohl Corrsin [16] für niedrige Wellenzahlen einen Anstieg proportional zu κ^2 postuliert, bildet er den niedrigen Wellenzahlbereich in einer graphischen Darstellung durch eine Heaviside-Funktion ab, die direkt in den Inertialbereich übergeht. Der gleiche Ansatz wird auch von Peters [63] verwendet.

Dagegen gelingt Hinze [33] eine Formulierung, die für niedrige Wellenzahlen den von Corrsin geforderten Anstieg proportional zu κ^2 beinhaltet. Dafür wählt er:

$$E_T(\kappa) = E_T\left(\frac{2\pi}{l_t}\right) \cdot 2^{\frac{11}{6}} \frac{\left(\frac{l_t\kappa}{2\pi}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{l_t\kappa}{2\pi}\right)^2\right]^{\frac{11}{6}}}.$$
(2.87)

Falls die Wellenzahl wesentlich größer ist als die Wellenzahl maximaler Energie, geht das vorgeschlagene Spektrum in den auch von den übrigen Autoren geforderten ~ $\kappa^{-\frac{5}{3}}$ -Bereich über.

³Der Bestimmung des Vorfaktors B_T ist ein eigener Abschnitt gewidmet

Alternativ ist für niedrige Wellenzahlen noch eine Modellierung denkbar, die sich an der turbulenten Strömung orientiert. Tennekes und Lumley [94] schlagen dafür die Funktion

$$E_T(\kappa) = B_T \kappa^{-5/3} \exp\left[-\frac{3}{2}\pi\beta\alpha^{\frac{1}{2}}(\kappa l_t)^{-4/3}\right]$$
(2.88)

vor. Diese Vorschrift wurde bereits in Abschnitt 2.2.3.1 diskutiert. Abbildung 2.14 visualisiert die einzelnen Ansätze graphisch.



Abbildung 2.14: Ansätze zur Modellierung von skalaren Spektren im Limit niedriger Wellenzahlen.

Innere Grenzwellenzahl

Die innere Grenzwellenzahl wird durch die Art des transportierten Skalars und dessen Wechselwirkung mit der turbulenten Strömung bestimmt. Das dadurch entstehende hochfrequente Abfallverhalten des Spektrums wird jeweils durch Dimensionsanalyse bestimmt.

Tennekes und Lumley [94] behandeln in ihrer Formulierung der inneren Grenzfrequenz zwei Effekte:

- Das Ende der turbulenten Fluktuation wird im Bereich des Kolmogorov-Maßes l_{kol} aktiv.
- Die ausgleichende Wirkung durch Wärmeleitung findet auf Längenskalen nahe η_T statt. Das Mikrolängenmaß der Temperaturfluktuation ist:

$$\eta_T = \left(\frac{\lambda^3}{\rho^3 c_p^3 \varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
(2.89)

Dies führt auf

$$E_T(\kappa) = E_T(\kappa, \epsilon, \nu, \epsilon_T, \lambda) = B_T \kappa^{-5/3} f(\kappa l_{kol}, Pr)$$
(2.90)

Das entstehende Spektrum erstreckt sich somit vom integralen Längenmaß der Strömung bis zu einem kleinsten Längenmaß, das von der Dissipation der Turbulenzschwankungen und der Diffusion des passiven Skalars, z. B. Wärmeleitung, bestimmt wird [33,94]. Die Relation zwischen η_T und l_{kol} legt fest, welche Bereiche im Spektrum der Temperaturfluktuationen entstehen [94].

In Strömungen mit $Pr \approx 1$ wird der Trägheitsbereich nach Tennekes et al. [94] durch die Wärmeleitung überlagert, bevor Viskositätseffekte wirksam werden⁴. Das Spektrum nimmt dann für hohe Wellenzahlen die Form

$$E_T(\kappa) = B_T \kappa^{-5/3} \exp\left[-\frac{3}{4} \left(\kappa \eta_T\right)^{4/3}\right]$$
(2.91)

an. Gleichung 2.91 lässt für die Temperaturfluktuation zu hohen Wellenzahlen hin nur die Begrenzung durch Wärmeleitung zu.

Zur experimentellen Untersuchung skalarer Wellenzahlspektren bzw. der dafür relevanten Eingangsgrößen haben sich in der Vergangenheit drei Strategien entwickelt:

 Mitte des vorigen Jahrhunderts entstanden einige Publikationen, die sich mit Temperaturspektren beschäftigten. Dazu wurde im Regelfall ein zeitlich auflösendes, ortsfestes Messverfahren eingesetzt [67] [61]. Die Frequenzspektren werden über eine mittlere Konvektivgeschwindigkeit

⁴Die Näherung $Pr \approx 1$ ist auch für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Versuche zulässig.

(*Taylor-Hypothese*) in Wellenzahlspektren umgerechnet. Bei den Untersuchungen handelt es sich stets um passive Skalare, wobei die Gesetzmäßigkeiten aus Gl. 2.90 bestätigt werden. Eine Zusammenfassung der Arbeiten findet sich bei Vinnichenko und Dutton [97]. Da die Arbeiten aus der Meteorologie stammen, sind die charakteristischen Längenmaße im Bereich von mehreren Metern.

- G-Gleichungsmodelle formulieren die instantane Flammengeschwindigkeit abhängig von Krümmung und Streckung. Daher treten ab Anfang der 90er Jahre Publikationen auf, die mit Hilfe von planaren Verfahren die lokale Krümmung der Flammenfront statistisch auswerten [3,14]. Mit steigendem Durchsatz wurde dabei von Cheng et al. [14] eine stärkere Krümmung detektiert, die auf kleiner werdende Grenzlängenmaße zurückgeführt werden.
- Als dritte Strategie wurde die Bestimmung der Grenzwellenzahl über fraktale Analysen verfolgt. Dafür wird mit Hilfe eines planaren Verfahrens die Flammenfront visualisiert. Anschließend wird die Flammenfront durch Polygone approximiert, wobei die einzelnen Seiten jedes Polygons gleich sind. Der Umfang der Polygone nimmt mit der Seitenlänge exponentiell ab, was in einem doppelt logarithmischen Darstellung durch Geraden repräsentiert werden kann. Die Geraden weisen sowohl zu niedrigen als auch zu den großen Wellenzahlen eine Änderung der Steigung auf. Die Steigungsänderungen können als Maß für die Grenzwellenzahlen interpretiert werden. Beispiele finden sich in [28, 11, 29, 12, 49, 10].

Insgesamt bleibt festzuhalten, dass skalare Spektren bereits ausgiebig diskutiert wurden. Während sich die ersten Publikationen mit passiven Skalaren beschäftigten, wurden seit Anfang der 90er Jahre auch Verbrennungssysteme untersucht. Dabei wurde die Abhängigkeit der Grenzwellenzahl vom Gibsonmaß zwar erkannt, der Einfluss auf Wellenzahlspektren hinsichtlich Abfallverhalten blieb aber meist unbehandelt und ist nach Wissen des Autors bis heute nicht vollständig erforscht.

Skalierung der Amplitude

Die einzelnen Formulierungen für skalare Spektren (Gl. 2.86, Gl. 2.59) wurden bisher nur hinsichtlich ihres Abfallverhaltens diskutiert. Zusätzlich tritt jeweils ein Vorfaktor B auf, der nachfolgend analysiert wird.

Skalare Spektren wurden zuerst für einen passiven Skalar formuliert. Corrsin [16] berücksichtigt für die Schätzung des Vorfaktors nur den Inertialbereich und erhält mit der Dissipation der Temperaturvarianz

$$\epsilon_T \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\overline{\partial T}}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i}$$
(2.92)

für den Vorfaktor

$$B_T = A \cdot \epsilon_T \cdot \epsilon^{-1/3} \tag{2.93}$$

Hierbei bleibt die Konstante A unbekannt, soll sich aber um $A \approx 1$ bewegen. Bei Tennekes und Lumley [94] wird ohne Angabe von Quellen A = 0.5 gesetzt.

Ein Jahrzehnt nach seinen ersten Veröffentlichungen zum Thema skalarer Spektren geht Corrsin [17] einen Schritt weiter und gestattet über einen linearen Zusammenhang

$$\dot{\omega}_T = C_T \cdot T \tag{2.94}$$

zusätzlich zum Transport von Temperatur eine Temperaturveränderung, z. B. durch chemische Reaktion. Das Abfallverhalten für hohe Wellenzahlen wird abhängig von Viskosität und Wärmeleitung dimensionsanalytisch hergeleitet. Durch Integration des Spektrums und anschließenden Vergleich mit der Varianz der Temperatur ergibt sich daraus eine Vorschrift für den Vorfaktor B_T . Corrsin selbst stellt in seiner Veröffentlichung heraus, dass das Ergebnis für den Vorfaktor entscheidend von der Form des Spektrums in der Nähe des integralen Längenmaßes abhängt. Da die Meinungen über das skalare Spektrum in der Nähe des integralen Längenmaßes stark differieren (vgl. Abschnitt 2.3.4.1), ist die Übertragbarkeit dieses Ergebnisses generell schwierig.

Von Peters [63] wird Anfang der 90er Jahre herausgearbeitet, dass der Vorfaktor B_G eine Skalierungsvorschrift zwischen turbulentem und skalarem Zeitmaß enthält. Mit

$$B_G = C_s \varepsilon_G \epsilon^{-\frac{1}{3}} \tag{2.95}$$

wird aus dem Integral über alle Wellenzahlen:

$$\epsilon_G = \frac{1,94}{C_s} \cdot \frac{\epsilon}{k} \overline{G'^2}.$$
(2.96)

Für den Fall unendlich schneller Chemie $(Da \rightarrow \infty)$ gilt für die Dissipation gleichzeitig [65]:

$$\epsilon_G = C_D \cdot \frac{\epsilon}{k} \overline{G'^2}.$$
 (2.97)

Daraus folgt für $Da \rightarrow \infty$:

$$C_s = \frac{1,94}{C_D} \approx 1. \tag{2.98}$$

Peters [65] erweitert diesen Ansatz einige Jahre später auf niedrige Damköhlerzahlen. Dazu greift er Corrsins Theorie [17] eines linearen Zusammenhangs zwischen Quellterm $\dot{\omega}_T$ und Temperatur auf und formuliert allgemein einen Zusammenhang zwischen Zeitskalenverhältnis C_D und Damköhlerzahl. Hierbei zeigt sich ein Abnahme der Zeitmaßskalierung C_D mit zunehmender Damköhlerzahl, die wegen des linearen Zusammenhangs zwischen Temperatur und Reaktion gleichzeitig von Peters selbst in Frage gestellt wird.

Physikalisch bedeutet die Skalierung des Spektrums mit C_s , dass durch Aufdicken der Flammenfront die skalare Fluktuation abnimmt. Zur Erläuterung sind in Abb. 2.15 drei Flammenfronten mit unterschiedlichen Damköhlerzahlen dargestellt (vgl. Abschnitt 2.3.1). Die maximale skalare Fluktuation wird er-



Abbildung 2.15: *Abnahme skalarer Fluktuationen durch Aufdicken der Flammenfront.*

reicht, wenn der Verbrennungsprozess im Regime lokal laminarer Vormischflammen propagiert. Mit sinkender Damköhlerzahl gelingt es immer mehr Wirbeln, in die Flammenfront einzudringen und diese aufzudicken (verbreiterte Reaktionszonen). Für das die skalare Fluktuation beschreibende Spektrum bedeutet dies eine Abnahme der Amplitude, die sich gleichmäßig über das gesamte Spektrum erstreckt. Im Grenzfall des idealen Rührreaktors ist keine Fluktuation des Skalares mehr vorhanden ($C_s \rightarrow 0$). Der Skalierungsfaktor C_s wird in Kapitel 6 für verschiedene Versuchskonfiguration quantifiziert.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Amplitudenskalierung skalarer Spektren von großer Unsicherheit geprägt ist. Während es für passive Skalare schon eine relativ umfangreiche Datenbasis gibt, existieren zur Behandlung vorgemischter Flammen vergleichsweise wenig Arbeiten.

2.3.4.2 Skalare Spektren im Frequenzraum

Neben einigen älteren Arbeiten zur Bestimmung von Zeitkorrelationen mit ortsfesten Sensoren [67] [61] gibt es in jüngerer Vergangenheit auch Untersuchungen zur Skalierung von Lagrangespektren passiver Skalare [81] [79]. Dabei stand vor allem Quantifizierung des spektralen Abfalls für statistische höhere Momente (> 2) im Blickpunkt. Der spektrale Abfall ~ ω^{-2} wird für Temperaturspektren bestätigt. Die einzelnen Untersuchungen zur Beschreibung von Lagrangespektren unterliegen aber nach Schmitt [80] bis heute großen Streuungen.

Arbeiten zur Bestimmung von Lagrangespektren aktiver Skalare sind dem Autor der vorliegenden Arbeit nicht bekannt.

2.4 Spektrales Modell zur Vorhersage von turbulentem Verbrennungslärm

Aufbauend auf den vorgestellten Veröffentlichungen wurde im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit ein Modell entwickelt, das die Vorhersage von turbulentem Verbrennungslärm über weite Bereiche des Borghi-Diagramms erlaubt [34].

2.4.1 Stochastische Beschreibung des Quellterms

Zur Beschreibung des akustischen Quellterms wird Strahles Ansatz einer stochastischen Beschreibung [91] aufgegriffen (vgl. Abschnitt 2.1). Dabei wird die Kohärenzfunktion aus Gl. 2.10 durch die spektrale Verteilung der Wärmefreisetzung repräsentiert.

$$P_{ac} = \frac{2\pi}{4\pi\rho_0 c_0} \left(\frac{\gamma - 1}{c_0^2}\right)^2 \int_{V_f} (2\pi f)^2 \left(\chi_q(f)\right)^2 V_{coh} dV_f.$$
(2.99)

Die lokale, spektrale Verteilung der Wärmefreisetzungsdichte $\chi_q(f)$ wird mit dem lokalen Kohärenzvolumen V_{coh} gewichtet. Das Kohärenzvolumen hängt vom integralen Längenmaß, der laminaren Flammendicke und der Kohärenzfunktion ab und wird in Abschnitt 5.1 diskutiert. Die Wärmefreisetzungsspektren werden zuerst im Wellenzahlraum formuliert. Dabei orientiert sich die spektrale Verteilung an der turbulenten kinetischen Energie (vgl. Abschnitt 2.2). Der Geltungsbereich der Kohärenzfunktion wird durch die Berücksichtigung hoher Brenngeschwindigkeit (vgl. Abschnitt 2.3.3) und Skalierung der Amplitude für niedrige Damköhlerzahlen (vgl. Abschnitt 2.3.4) systematisch erweitert. Abschließend erfolgt die Transformation der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum durch eine Frequenz-Wellenzahl-Abbildung (vgl. Abschnitt 2.2.3.3), sowie die Superposition der Einzelquellen über das Flammenvolumen dV_f .

2.4.2 Modellierung von Wellenzahlspektren

Für die Modellierung der Wellenzahlspektren in der Nähe der äußeren Grenzfrequenz werden die Vorschläge von Tennekes et al. [94] (Gl. 2.88) und Peters [65] (Gl. 2.59) kombiniert [34]:

$$E_{q}(\kappa) = \bar{q} \frac{C_{s}C_{D}}{\alpha} \alpha \frac{\epsilon^{2/3}}{k} \kappa^{-5/3} \exp\left[-\frac{3}{2}\pi\beta\alpha^{\frac{1}{2}}(\kappa l_{t})^{-4/3} - \frac{3}{4}(\kappa\eta_{c})^{\frac{4}{3}}\right].$$
 (2.100)

Lokal variieren in Verbrennungsprozessen die lokale Wärmefreisetzungsdichte \bar{q} , die charakteristischen Längenmaße, die turbulente kinetische Energie k, die Dissipationsrate ϵ , sowie die Skalierungsfunktion C_s . Das Wellenzahlspektrum aus Gl. 2.100 orientiert sich an der turbulenten kinetischen Energie und gibt die Kohärenz der Wärmefreisetzung im Bereich lokal laminarer Vormischflammen (vgl. Abschnitt 2.3.1) adäquat wieder. Um den Geltungsbereich auf alle Bereiche des Borghidiagramms zu erweitern, ist eine Funktion C_s notwendig. Diese verkleinert der Amplitude bei Annäherung an den Bereich des idealen Rührreaktors, in dem definitionsgemäß keine Wärmefreisetzungsschwankungen existieren.

Zur Modellierung der inneren Grenzfrequenz werden im Vergleich zu Gleichung 2.59 folgende Modifikationen eingeführt:

- 1. Der Einfluss der Marksteinlänge l_M wird nachfolgend vernachlässigt $(c_3 = 0)$. Dafür sind zwei Gründe maßgebend:
 - die Bestimmung der Marksteinlänge ist immer noch Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten, wobei die Ergebnisse um mehr als 100% streuen [64]. Eine allgemein gültige Anpassung der Konstante c_3 ist daher nicht möglich.
 - Aus bisherigen Arbeiten zum Thema Marksteinlängen geht hervor, dass sich die Marksteinzahl für magere Methan-Vormischflammen zwischen 0 und 1 bewegen dürfte. Die Marksteinlänge sollte daher zumindest im Regime gefalteter Flammenfronten (*Da* → ∞) vernachlässigbar sein, da die übrigen Längenmaße größer sind [65].
- 2. Falls das dreifache Gibsonmaß größer wird als das Corrsinmaß

$$3 \cdot l_G > l_C \tag{2.101}$$

ersetzt das dreifache Gibsonmaß $3l_G$ das Corrsinmaß als Grenzlängenmaß η_c [34]. Änderungen des Abfallverhaltens gegenüber des Corrsin-Maßes l_C bleiben dabei unberücksichtigt.

Wie die Versuche (Abschnitt 6) zeigen, ist trotz dieser Vereinfachungen eine gute Vorhersage der Flammenlärmentwicklung möglich.

2.4.3 Skalierung der Amplitude

Basierend auf dem Verbrennungsmodell nach Schmid [77,78] wurde eine Skalierungsfunktion eingeführt, die die Vorhersage der Lärmemission für kleine Da-Zahlen ermöglicht [34].

Die Varianz einer statistischen Größe kann nach dem Satz von Steiner allgemein über Mittelwerte dargestellt werden. Unter der Annahme einer binären Verteilung der Fortschrittsvariablen ($Da \rightarrow \infty$) folgt für $\bar{c}(1-\bar{c})$:

$$\bar{c}(1-\bar{c}) = \overline{c'^2}.$$
 (2.102)

Zusammen mit dem turbulenten Zeitmaß τ_t kann 2.80 modifiziert werden zu:

$$\overline{q} = 4,96 \frac{1}{\tau_t} \overline{c'^2} \cdot \left(\frac{s_l}{\nu'_{rms}} + (1 + Da_s^{-2})^{-1/4}\right)^2 \cdot \rho_0 Y_{Br} H_u.$$
(2.103)

Durch einen Koeffizientenvergleich mit dem Wirbelzerfallsmodell (Gl. 2.77) kann der Klammerausdruck aus Gl. 2.80 somit als Skalierungsfunktion für die maximal mögliche Varianz interpretiert werden. Für endliche Damköhlerzahlen ergibt sich damit die Vorschrift:

$$C_{s} = \frac{\alpha}{C_{D}} \frac{\overline{\dot{\omega}}(Da_{s})}{\overline{\dot{\omega}}(Da_{s} \to \infty)} = \frac{\alpha}{C_{D}} \frac{\left(\frac{S_{l}}{v'_{rms}} + (1 + Da_{s}^{-2})^{-1/4}\right)^{2}}{\left(\frac{S_{l}}{v'_{rms}} + 1\right)^{2}}.$$
(2.104)

Die Skalierungsfunktion weist qualitativ das gleiche Verhalten auf wie der von Peters [65] gewählte Ansatz (vgl. Abschnitt 2.3.4.1) und ist in Abb. 2.16 dargestellt. Für niedrige Damköhlerzahlen Da_s findet die Verbrennung im Bereich des idealen Rührreaktors statt (Abschnitt 2.3.1) und die Varianz der Fortschrittsvariablen wird durch die Skalierungsfunktion reduziert. Mit zunehmendem turbulenten Zeitmaß relativ zum chemischen Zeitmaß können weniger Wirbeln in die Flammenfront eindringen und diese aufdicken. Dementsprechend nimmt die Skalierungsfunktion größere Werte an. Im Grenzübergang $Da_s \rightarrow \infty$ erreicht die Skalierungsfunktion C_s ihr Maximum, das durch die Konstanten $\alpha = 1,5$ und $C_D = 2$ vorgegeben wird:

$$C_s(Da_s \to \infty) = \frac{\alpha}{C_D} = 0,75.$$
(2.105)

Mit unterschiedlichem Verhältnis s_l / v'_{rms} verschiebt sich die Kurve.



Abbildung 2.16: *Skalierungsfunktion* C_s *abhängig von der Damköhlerzahl Da*_s.

2.4.4 Frequenz-Wellenzahl-Abbildung

Zur Übertragung der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum wird die für isotherme Strömung gültige Frequenz-Wellenzahl-Abbildung (Gl. 2.38) nach Tennekes et al. [94] mit für eine turbulente Verbrennung charakteristischen Größen modifiziert. Sowohl im Frequenz- als auch im Wellenzahlraum muss die turbulente kinetische Energie erhalten bleiben. Wird jeweils nur der Inertialbereich betrachtet, folgt aus Gl. 2.34 bzw. Gl. 2.26 in Kombination mit Gl. 2.35 bzw. Gl. 2.28:

$$\frac{3}{2}\alpha\epsilon^{2/3}\kappa^{-2/3} = \beta\epsilon\omega^{-1}.$$
(2.106)

Die Dissipationsrate wird entsprechend ihrer Dimension durch

$$\epsilon = \frac{\delta_t^2}{\tau_c^3} \tag{2.107}$$

mit

$$\tau_c = \frac{1}{C_D} \frac{\delta_t}{s_t}.$$
(2.108)

ersetzt. Die in Gl. 2.108 vorkommenden Größen δ_t und s_t werden aus Gl. 2.84 und Gl. 2.85 berechnet. Dadurch gehen in die Frequenz-Wellenzahl-Abbildung nicht nur turbulente, sondern auch chemische Parameter ein. Das charakteristische Zeitmaß τ_c geht durch die Skalierung mit $\frac{1}{C_D}$ im Grenzfall unendlich schneller Chemie ($Da \rightarrow \infty$) in das Zeitmaß der skalaren Dissipation (Gl. 2.74) über. Zusammen mit $\beta = \alpha^{\frac{3}{2}}$ [94] ergibt sich:

$$\kappa = \alpha^{3/4} \frac{(2\pi)^{3/2}}{\delta_t} (f \cdot \tau_c)^{3/2}.$$
 (2.109)

Physikalisch bedeutet Gl. 2.109, dass für die Lärmemission die Fluktuation des gesamten Flammenvolumens und nicht seine Konvektion verantwortlich ist (vgl. Abschnitt 2.2.3.3). Gleichung 2.109 fußt auf der Ausbildung eines Inertialbereichs ~ $\kappa^{-5/3}$ im Wellenzahl- und ~ ω^{-2} im Frequenzraum für die Fortschrittsvariable. Mit Gl. 2.109 kann die Transformation

$$\chi_q(\omega) = \frac{3}{2} \frac{\kappa E_q(\kappa)}{2\pi f}$$
(2.110)

vollzogen werden⁵.

2.5 Ziel der Experimente

Im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell entwickelt (Abschnitt 2.4), das die physikalischen Vorgänge von der durch chemische Reaktion überlagerten turbulenten Strömung zur Lärmemission beschreibt [34]. Zur Bildung der lärmbestimmenden Kohärenzfunktion werden dabei drei Annahmen getroffen die im Rahmen der Arbeit überprüft wurden (Abschnitt 5):

- Die Wellenzahlspektren für die Fortschrittsvariablen entsprechen denen der turbulenten Strömung. Die turbulente Strömung ist lokal isotrop.
- Niedrige Damköhlerzahl dicken die Flammenfront auf und reduzieren dadurch Wärmefreisetzungsfluktuationen. Dies wird durch eine Skalierungsfunktion *C*_s beschrieben.
- Zur Transformation der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum wird eine Abbildungsvorschrift verwendet, die sich an isothermen Strömungen orientiert.

⁵Die Vorfaktoren $\alpha^{3/4}$ und $\frac{3}{2}$ aus Gl. 2.109 und Gl. 2.110 sind leicht unterschiedlich zu der von Tennekes et al. [94] angegeben Formulierung und stammen aus der Integration des Wellenzahlspektrums über den Inertialbereich. Allerdings muss betont werden, dass Tennekes et al. [94] einen Fehler von 30% für ihre Gleichungen ausdrücklich zulassen.

Durch die getrennte Überprüfung der einzelnen Annahmen wurde ausgeschlossen, dass durch Überlagerung einzelner Fehler strukturelle Defizite des Modells unerkannt bleiben.

Die Reduktion der Amplitude durch die Skalierungsfunktion C_s und die Frequenz-Wellenzahl-Abbildung (Gl. 2.110) gestatten theoretisch eine Flammenlärmprognose auch außerhalb des Regimes lokal laminarer Vormischflammen. Dadurch hebt sich das vorgestellte Modell deutlich von bisherigen Versuchen zur Vorhersage turbulenten Flammenlärms ab (vgl. Abschnitt 2.1.2). Zur Validierung werden sowohl das chemische als auch das turbulente Zeitmaß variiert, so dass die Vorhersagegenauigkeit in mehreren Verbrennungsregimen (vgl. Abschnitt 2.3.1) untersucht werden kann (Kapitel 6). Der Vergleich zwischen vorhergesagten und gemessenen Schalldruckspektren illustriert, dass der Flammenlärm mit dem vorgestellten Modell immer gut prognostiziert werden kann.
3 Versuchsanlage

3.1 Beschreibung der Versuchsanlage

Zur Validierung des unter Abschnitt 2 vorgestellten Modells wurde eine Versuchsanlage entwickelt und aufgebaut, mit der aerodynamisch stabilisierte turbulente Vormischflammen erzeugt werden können. Die Vormischflamme ist frei brennend, dadurch optisch voll zugänglich und von einer schallschluckenden Kammer umgeben, so dass sich die physikalischen Vorgänge von den Geschwindigkeitsfluktuationen bis zur Schallemission gut untersuchen lassen¹.

Die Versuchsanlage (Abb. 3.1) besteht aus drei Teilen. Brennstoff und Luft werden in einem statischen Mischer (nicht dargestellt) mit einem maximal zulässigen Druck von 16 bar vorgemischt. Nach dem Mischer wird das Brennstoff-Luft-Gemisch in drei gleiche Teile aufgeteilt und der Versuchsanlage zugeführt. Zur Vermeidung von Flammenrückschlägen in die Vormischstrecke und Gewährleistung einer gleichmäßigen Strömung wurde am Eingang des Plenums eine Sintermetallplatte mit einer Porosität von $\epsilon = 46\%$ und einer mittleren Porengröße von $d_{PG} = 32 \mu m$ installiert. Von der Vormischstrecke strömt das Brennstoff-Luft-Gemisch ins Plenum. Stromauf des Drallbrenners werden Seedingpartikel zur optischen Geschwindigkeitsmessung zugeführt, so dass von einer homogenen Verteilung der Partikel in der Strömung ausgegangen werden kann. In das Plenum ragt der für die Versuche verwendete Brenner, der in zwei Ausführungen verwendet wurde. Für die Erzeugung einer verdrallten Strömung (Abb. 3.1, links) wurde ein Drallregister eingesetzt, das die Strömung durch acht in Umfangsrichtung angeordnete Schlitze zwingt. Die Schlitze sind relativ zur Brennerachse angestellt (Abb. 3.1, unten rechts),

¹Im Gegenzug führt das Fehlen einer Brennkammer zum Ansaugen von Frischluft [104]. Darauf wird in Abschnitt 5.1 nochmals eingegangen.



Abbildung 3.1: Versuchsanlage, bestehend aus Vormischstrecke, Plenum und Brenner. Rechts oben ist eine Konfiguration zur Durchführung von Versuchen ohne Drall dargestellt.

wodurch der Strömung eine tangentiale Geschwindigkeitskomponente aufgeprägt wird. Die das Strömungsfeld beschreibende Drallzahl [41] kann durch Veränderung der Schlitzlänge variiert werden. Im Zentrum des Brenners befindet sich eine Lanze, die je nach Drallkonfiguration zur Stabilisierung der Verbrennung mit beiträgt. Düse und Lanze bilden einen annularen Spalt, aus dem das Brennstoff/Luft-Gemisch in die ruhende Umgebung strömt. Zum Betrieb des Brenners ohne Drall wurde das Drallregister durch eine Lanzenaufhängung ohne Drallregister ersetzt (Abb. 3.1, oben rechts).

Abhängig vom durch den Brenner aufgeprägten Geschwindigkeitsprofil bilden sich in der Folge zwei Scherschichten aus, deren Geschwindigkeitsgradienten zu turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen führen. Dabei kann sich der Verbrennungsprozess in der inneren, achsnahen Scherschicht stabilisieren (vgl. Abschnitt 5.1).

Als Brennstoffe kommen im Rahmen der vorliegenden Arbeit sowohl Erdgas als auch Erdgas/Wasserstoff-Mischungen zum Einsatz. Druckluft und Erdgas werden der Hausleitung entnommen. Das Erdgas besteht zu 98,05% (Jahresmittel 2006) aus Methan, die Reinheit des Wasserstoffes beträgt 99,9%. Die Massenströme der einzelnen Medien werden durch thermische Massendurchflussregler der Firma Bronkhorst Mättig GmbH geregelt.

3.2 Versuchskonfigurationen

Das in Abschnitt 2.4 vorgestellte Modell zeichnet sich in erster Linie durch seine Gültigkeit über große Bereiche des Borghidiagramms aus. Zur Validierung der Kohärenzfunktion werden daher Parameter mit dem Ziel großer Zeitmaßveränderungen variiert. Im einzelnen sind dies

- Drall *S*,
- thermische Leistung *P*_{th},
- molarer Wasserstoffanteil y_{H_2} und
- Luftzahl λ .

Zur Veränderung des Dralls wird die freie Schlitzlänge des Drallregisters durch Dralleinsätze teilweise blockiert (Abb. 3.2). Die Schlitzlänge beträgt dabei $64 \ mm$, die Breite der Einsätze beträgt 8 mm (Abb. 3.2). Auf der Unterseite des Drallerzeugers befindet sich eine Bodenplatte, gegen die die Einsätze jeweils verspannt werden. Die Nomenklatur der einzelnen Drallkonfigurationen erfolgt in Anlehnung an bisherige Arbeiten (z.B. [23]) durch die Angabe des Innendurchmessers der Düse D (Abb. 3.1) und der freien Schlitzlänge des Drallregisters. Für Konfigurationen ohne Drall wird die Nomenklatur TD40oD verwendet.

Zur Quantifizierung der Verdrallung dient die dimensionslose Drallzahl *S*. Sie errechnet sich aus dem Verhältnis aus Tangentialimpuls der Strömung relativ zum Axialimpuls. Die Drallzahl nimmt für den verwendeten Brenner mit



Abbildung 3.2: Drallvariation durch Veränderung der freien Schlitzlänge.

Drallkonfiguration	S[-]
TD 4016	0,64
TD 4024	0,59
TD 4032	0,54
TD 4040	0,45
TD 4048	0,37
TD 4064	0,28
TD 40oD	0

Tabelle 3.1: Verwendete Drallkonfigurationen.

kleiner werdender Schlitzlänge zu (Tab. 3.1) [41]. Dabei resultieren aus unterschiedlichen Drallkonfigurationen leicht unterschiedliche Turbulenzgrade. Die Düsenausgangsgeometrie bleibt für alle Versuche unverändert. Die Ortskoordinaten der nachfolgenden Abbildungen werden mit dem Brennerdurchmesser *D*, die Messwerte für die turbulente Flammendicke δ_t und das integrale Längenmaß l_t mit dem hydraulischen Durchmesser $d_h = D - d_L$ entdimensioniert.

Abhängig von Luftzahl λ des Gemisches sowie dessen Wasserstoffanteil y_{H_2} ergeben sich Änderungen der Brenngeschwindigkeit s_l und der laminaren Flammendicke δ_l (Abb. 3.3). Die Reaktion von Brennstoff und Luft erfolgt



Abbildung 3.3: Änderung von laminarer Flammendicke δ_l (Linien) und laminarer Flammengeschwindigkeit s_l (Einzelpunkte) abhängig von der Luftzahl λ für verschiedene Brennstoffzusammensetzungen. Die einzelnen Werte wurden mit dem Programmpaket Chemkin II unter Verwendung des Reaktionsmechanismus GRI3.0 berechnet [85, 48].

durch Erwärmung der Edukte auf Zündtemperatur. Durch Erhöhung des Luftüberschusses λ (Gl. 2.41) steigt die zu erwärmende Masse relativ zum Brennstoff an, wodurch sich die Reaktionsgeschwindigkeit verlangsamt (Abb. 3.3). Alternativ kann die Brenngeschwindigkeit durch Veränderung der Brennstoffzusammensetzung variiert werden, wobei die Brenngeschwindigkeit mit dem Wasserstoffanteil y_{H_2} steigt. Relativ zu den laminaren Brenngeschwindigkeiten s_l zeigen die laminaren Flammendicken umgekehrtes Verhalten. Anhand stark vereinfachender Annahmen (Modell von Spalding, [95]) kann gezeigt werden, dass

$$\delta_l \sim \frac{1}{s_l} \tag{3.1}$$

gilt. Physikalisch bedeutet dies, dass die Energiebilanz über die Flammenfront bei einer erhöhten Brenngeschwindigkeit nur durch einen erhöhten Wärmetransport ausgeglichen werden kann. Dies bedingt einen steileren Temperaturgradienten über die Flammenfront und dadurch eine Reduktion der Flammenfrontdicke δ_l . Dieser Zusammenhang lässt sich qualitativ auch Abb. 3.3 entnehmen. Durch die gewählten Parameter können sowohl die Modellannahmen zur Bildung der Kohärenzfunktion (Abschnitt 5) als auch die Schallemission (Abschnitt 6) über einen großen Teil des Borghidiagramms untersucht werden. Die im Rahmen der Arbeit untersuchten Betriebspunkte sind in Tab. 3.2 aufgelistet.

Versuchs-	Drallkonfigu-	λ[-]	P_{th} [kW]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr. [-]	ration [-]			
1	TD 4016	1,2	60	0
2	TD 4024	1,2	60	0
3	TD 4032	1,0	60	0
4	TD 4032	1,1	60	0
5	TD 4032	1,2	60	0
6	TD 4032	1,3	60	0
7	TD 4032	1,4	60	0
8	TD 4032	1,2	30	0
9	TD 4032	1,2	90	0
10	TD 4032	1,2	60	0,5
11	TD 4032	1,2	60	0,6
12	TD 4040	1,2	60	0
13	TD 4048	1,2	60	0
14	TD 4064	1,2	30	0
15	TD 4064	1,2	60	0
16	TD 40oD	1,0	25	0
17	TD 40oD	1,0	30	0
18	TD 40oD	1,0	35	0

Tabelle 3.2: Betriebspunkte zur Validierung des in Abschnitt 2.4 vorgestelltenLärmmodells.

4 Messverfahren

Die Untersuchung der verbrennungsinduzierten Lärmentstehung erfolgt vorwiegend durch optische Messverfahren. Dadurch können einzelne Messgrößen berührungslos, also ohne Störung der Strömung bestimmt werden. Zur Validierung des in Abschnitt 2.4 präsentierten Lärmmodells sind folgende Größen experimentell zu bestimmen:

- Die Validierung von Gl. 2.100 zur Bestimmung von Wellenzahlspektren erfordert die ortsaufgelöste Detektion der Fortschrittsvariablen $c(\mathbf{x}, t)$. Der Vergleich mit angenommenen Spektren kann nur erfolgen, wenn die lokalen Turbulenz- und Chemieparameter bekannt sind. Die Turbulenz wird durch die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit $v'_{rms}(\mathbf{x})$ und das integrale Längenmaß $l_t(\mathbf{x})$ charakterisiert, während die lokalen Chemieparameter $s_l(\mathbf{x})$ und $\delta_l(\mathbf{x})$ aus der Brennstoffzusammensetzung des Frischgases und der lokalen Luftzahl $\lambda(\mathbf{x})$ berechnet werden. Die Bildung von Wellenzahlspektren und die Berechnung des Längenmaßes l_t erfordern die Berechnung von Korrelationskoeffizienten (Gl. 2.22) und somit ausreichend lange Messreihen.
- Die Skalierungsfunktion $C_s(\mathbf{x})$ wird durch Auswertung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen (Gl. 2.70) kontrolliert. Die Auswertung der Transportgleichung wird durch die simultane Detektion von Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ und Fortschrittsvariable $c(\mathbf{x}, t)$ ermöglicht, während zur Berechnung der Skalierungsfunktion $C_s(\mathbf{x})$ (Gl. 2.104) die turbulenten und chemischen Größen benötigt werden.
- Die Überprüfung der gewählten Frequenz-Wellenzahl-Abbildung bedingt die orts- und zeitabhängige Detektion der Fortschrittsvariablen $c(\mathbf{x}, t)$. Dadurch kann die Bewegung von Flammenregionen rekonstruiert und die Kohärenz im Zeitbereich (analog Gl. 2.30) berechnet werden.

• Das vorgestellte Vorhersagewerkzeug (Abschnitt 2.4) benötigt zusätzlich die lokale Wärmefreisetzungsdichte $\bar{q}(\mathbf{x})$ als Eingangsgröße zur Lärmprognose (Abschnitt 6). Die Wärmefreisetzungsdichte wird aus dem Verbrennungsmodell nach Schmid (Gl. 2.80) bestimmt, welches die lokalen Turbulenz- und Chemieparameter erfordert.

Zur Bestimmung von Fluidgeschwindigkeit und Fortschrittsvariable werden laseroptische Messverfahren eingesetzt (PIV und LIF). Beide beleuchten das zu untersuchende System mit Laserlicht und detektieren die daraufhin vom Verbrennungssystem emittierte Antwort. Da die Beleuchtung planar erfolgt, ist eine eindeutige Zuordnung zwischen Messort und Messsignal möglich.

Die Untersuchung durch optische Messmethoden wird komplettiert durch die Detektion des Flammeneigenleuchtens (Chemilumineszenz). Die Chemilumineszenz wird zweifach benötigt:

- Die Wärmefreisetzung wird in Kapitel 5 mit Hilfe eines Verbrennungsmodells bestimmt. Das Flammeneigenleuchten dient zur Abstützung dieser Prozedur.
- Frei brennende Flammen (Abschnitt 3) saugen unkontrollierter Luft an, die sich mit den Edukten und Produkten in der Reaktionszone vermischt. Durch Auswertung der Chemilumineszenz verschiedener Spezies kann die Luftzahl λ(x) lokal bestimmt werden, wodurch die Berechnung der lokalen Chemieparameter möglich wird.

Das physikalische Grundprinzip der Chemilumineszenz wird dargestellt, während die Bestimmung der lokalen Luftzahl [104] nicht Kern der Arbeit war und daher nicht näher behandelt wird. Die Bestimmung der lokalen Luftzahl ist dennoch zur Ermittlung der lokalen Chemieparameter notwendig.

Die Überprüfung der prognostizierten Schallemission wird durch den Einsatz einer Intensitätssonde ermöglicht.

4.1 Laseroptische Messverfahren

Je nach Wechselwirkung zwischen Materie und Laserlicht sind verschiedene Messverfahren zu unterscheiden:

- Wird das Laserlicht an den Partikeln gestreut, ohne dass Energie mit der Materie ausgetauscht wird, spricht man von elastischer Streuung. Im Zusammenhang mit der Untersuchung von Verbrennungssystemen sind dabei abhängig vom Partikeldurchmesser *d* insbesondere die Rayleigh-Streuung (*d_P* << λ) und die Mie-Streuung (*d_P* ≥ λ) zu nennen [90]. Da in beiden Fällen das einfallende Laserlicht durch die Wechselwirkung mit den Molekülen nicht modifiziert wird, weist die emittierte Strahlung die gleiche Wellenlänge auf wie das einfallende Laserlicht [90]. Die Mie-Streuung wird u.a. zur Bestimmung von Fluidgeschwindigkeiten eingesetzt.
- Bei der Ramanstreuung führt das einfallende Licht zu Schwingungen der Ladungsträger im Molekül mit der Frequenz ω_0 , wobei der quantenmechanische Zustand des Moleküls erhalten bleibt (inelastische Streuung) [90]. Dadurch wird ein Zweipol erzeugt, der im Folgenden Strahlung emittiert. Die Schwingungsfrequenz des Zweipols entspricht im Regelfall der einfallenden Wellenlänge. Dieser wird die molekülspezifische Schwingungsfrequenz ω_K des Kerns überlagert, wodurch das emittierte Licht frequenzverschoben wird. Die Frequenzverschiebung kann sowohl in Richtung von energiereicheren ($\omega_0 + \omega_K$) als auch energieärmeren Wellenlängen ($\omega_0 \omega_K$) erfolgen. Dadurch erfolgt die Einteilung in den Anti-Stokes-Anteil und den Stokes-Anteil der Ramanstreuung. Aus dem Verhältnis zwischen Anti-Stokes- und Stokes-Anteil der Strahlung können Rückschlüsse auf die Temperatur geschlossen werden. Die Einzelanteile können für die Detektion einzelner Spezies eingesetzt werden.
- Im Gegensatz zur Mie-, Raman- und Rayleigh-Streuung gelangen bei der laserinduzierten Fluoreszenz (LIF) die Moleküle durch die Bestrahlung in einen höheren quantenmechanischen Zustand mit eindeutigem Rotations- und Vibrationszustand. Dabei ist die Zeit von der Absorption



Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau zur Bestimmung lärmrelevanter Größen.

bis zur Emission der Photonen wesentlich länger als bei Rayleigh- oder Ramanstreuung und beträgt ca. $10^{-8} - 10^{-5}s$. Das LIF-Signal ist im allgemeinen um mehrere Größenordnungen stärker als Rayleigh- und Ramanstreuung.

Im ersten Teil wird auf die Bestimmung der Fluidgeschwindigkeiten mit Hilfe der Particle Image Velocimetry (PIV) eingegangen, während im zweiten Teil die Detektion der OH-Radikale durch LIF beschrieben wird. Bei beiden Verfahren wird das Laserlicht zu einem Lichtschnitt aufgeweitet (Abb. 4.1). Senkrecht zum Lichtschnitt ist jeweils eine Kamera angeordnet, die die Systemantwort aufnimmt. Die eingesetzten Verfahren liefern somit die planare Geschwindigkeits- bzw. OH-Radikal-Verteilung, wobei die Zeitauflösung jeweils 1 kHz beträgt.

4.1.1 Particle Image Velocimetry

4.1.1.1 Physikalisches Wirkprinzip

Das physikalische Grundprinzip der PIV beruht auf der elastischen Streuung von Laserlicht an Partikeln. Sind diese Partikel Bestandteil einer Strömung und folgen dieser optimal, kann durch die Detektion des Streulichtes zu verschiedenen Zeitpunkten die Geschwindigkeit des Fluides mittels statistischer Verfahren berechnet werden. Die Partikel müssen der Strömung mit Rücksicht auf deren Folgevermögen meist zugesetzt werden, wobei im Rahmen der vorliegenden Arbeit *TiO*₂ als Tracer verwendet wurde.

Das Streuvermögen der einzelnen Partikel hängt ab von [70]

- dem Verhältnis der Brechungsindizes von Partikel und Umgebung,
- der Partikelgröße,
- der Partikelform und
- der Partikelorientierung.

Nachfolgend werden sphärische Partikel betrachtet. Für sphärische Partikel kann die Mie-Theorie angewendet werden. Danach ergibt sich abhängig vom normierten Partikeldurchmesser

$$d_{P,Mie} = \frac{\pi d_P}{\lambda} \tag{4.1}$$

eine unterschiedliche tangentiale Verteilung des Streulichtes. Die Veränderung des Streulichtes findet hierbei in zweierlei Hinsicht statt:

- Das Verhältnis zwischen vorwärtsgestreutem und rückgestreutem Licht steigt mit größerem normierten Partikeldurchmesser *d*_{*P*,*Mie*}.
- Die Zahl der richtungsabhängigen lokalen Maxima und Minima steigt mit größerem normierten Partikeldurchmesser $d_{P,Mie}$, wenn $d_{P,Mie} > 1$ ist [70].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden der Strömung Partikel mit Durchmessern zwischen 1 μm und 10 μm zugesetzt. Abbildung 4.2 zeigt die auf die Minimalemission normierte tangentiale Verteilung des Mie-Streulichtes für ein Partikel mit $d_P = 5 \ \mu m$. Während die Streulichtintensität in Rückwärtsrichtung (180°) relativ niedrig ist, ist in Vorwärtsrichtung die höchste Emission zu erwarten. Aufgrund ihrer Größe und Dichte folgen die Partikel der Strömung gut [103]. Gleichzeitig konnte mit einer relativ zum Lichtschnitt senkrechten Anordnung der Kamera genügend Signal auf dem Bildsensor zur Bestimmung der Geschwindigkeit generiert werden. Die Bildebene gibt somit



Abbildung 4.2: Normierte Verteilung des Mie-Streulichts ($n = 2,7, d_{P,Mie} = 29,8$) [56, 57].

Distanzen aus der Objektebene unverzerrt wider, so dass die Bildauswertung mit einer Standardsoftware erfolgen konnte. Eine ausführlichere Diskussion der verwendeten Partikel findet sich in [103].

4.1.1.2 Statistische Geschwindigkeitsbestimmung

Zur Beleuchtung wird der Laserstrahl in eine Richtung aufgeweitet, wodurch ein Lichtschnitt (Objektebene) entsteht. Das Streulicht der Partikel wird über ein Standardobjektiv auf den Sensor (z.B. CMOS-Sensor) einer Kamera abgebildet (Bildebene). Das 2-dimensionale Bild wird anschließend zur Auswertung in einzelne Bereiche (engl.: interrogation areas) unterteilt. Jeder dieser Bereiche repräsentiert einen Teil der Objektebene.

Zur Geschwindigkeitsbestimmung aus der Bildinformation wird die Verteilung von N Partikeln durch

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{pmatrix}$$

beschrieben [70], wobei X_i den Ortsvektor des Partikels i in der Objektebene darstellt. In der Bildebene wird die Position der einzelnen Partikel durch x_i



Abbildung 4.3: Verschiebung von Partikelabbildern x_i um d [70].

beschrieben. Jede Reflexion eines Partikels entspricht idealerweise einer Deltafunktion $\delta(\mathbf{x})$ auf der Bildebene. Die Intensitätsverteilung des Streulichtes auf der Bildebene wird maßgeblich von zwei Faktoren beeinflusst [70]:

- Abhängig von der Position des Partikels variieren Form und Intensität des Lichtschnittes. Die örtlichen Verhältnisse des Lichtschnittes werden durch die Transferfunktion $V_0(\mathbf{X_i})$ beschrieben.
- Das Objektiv und der Bildsensor induzieren, z.B. durch die begrenzte Anzahl von Pixeln, eine Unschärfe, die durch die Impulsantwortfunktion ξ beschrieben wird.

Damit ergibt sich auf der Bildebene die Intensitätsverteilung [70]:

$$I(\mathbf{x}, \Gamma) = \xi(\mathbf{x}) * \sum_{i=1}^{N} V_0(\mathbf{X}_i) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i).$$
(4.2)

Unter der Voraussetzung, dass die Bilder der einzelnen Partikel nicht überlappen, lässt sich schreiben [70]:

$$I(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{i=1}^{N} V_0(\mathbf{X}_i) \xi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i).$$
(4.3)

Schematisch sind in Abb. 4.3 die Intensitätsbilder zweier aufeinander folgender Partikel-Aufnahmen gezeigt. Zum Zeitpunkt $t = t_0 + \Delta t$ sind die Partikel **X**_i um **D** verschoben, d. h. [70]:

$$\mathbf{X}_{\mathbf{i}}' = \mathbf{X}_{\mathbf{i}} + \mathbf{D},\tag{4.4}$$

$$I'(\mathbf{x},\Gamma) = \sum_{j=1}^{N} V'_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D})\xi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j - \mathbf{d}).$$
(4.5)

Durch den Partikelindex j wird deutlich, dass die Partikel von vornherein noch nicht zugeordnet werden können. Aus den beiden Gleichungen 4.3 und 4.5 lässt sich der Korrelationskoeffizient für die beiden Intensitätsverteilungen berechnen. Unter der Voraussetzung, dass sich Lichtschnitt und Impulsantwortfunktion nicht ändern, ergibt sich mit der Separation **s** in der Korrelationsebene:

$$R_{II}(\mathbf{s},\Gamma,\mathbf{D}) = \frac{1}{a_I} \sum_{i,j} V_o(\mathbf{X}_i) V_o(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \int_{a_I} \xi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \xi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d}) d\mathbf{x}.$$
 (4.6)

Dadurch, dass der Korrelationskoeffizient auch die Korrelationen ungleicher Partikel ($i \neq j$) enthält, enthält der Korrelationskoeffizient einen Rauschanteil, der für die vorliegende Arbeit meist vernachlässigbar war. Aus der Abhängigkeit des Koeffizienten von der Separationsrichtung **s** lässt sich die Verschiebung des Musters berechnen. Durch Skalierung mit dem Zeitversatz der Bilder ergibt sich die aktuelle Geschwindigkeit des Partikelmusters.

Um die Position der Partikel möglichst präzise bestimmen zu können, muss die Beleuchtung so kurz sein, dass die Partikelbewegung innerhalb des Beleuchtungsprozesses vernachlässigbar ist. Außerdem ist zur Auflösung hoher Geschwindigkeiten ein kurzer zeitlicher Abstand der beiden Aufnahmen nötig. Deswegen werden in PIV-Systemen sogenannte Doppelpulslaser eingesetzt. Durch Realisation zweier Laserröhren können zwei Laserpulse, deren Dauer im Bereich von wenigen 100 ns liegt, in kurzem zeitlichen Abstand ausgekoppelt werden.

4.1.1.3 Messtechnische Realisierung

Die Fluidgeschwindgikeit wurde mit Hilfe eines HS-PIV-System der Firma ILA GmbH bestimmt.

Die Anregung des Systems erfolgte durch einen gepulsten Dual Nd:YLF-Laser vom Typ New Wave Pegasus 200. Beide Laserröhren liefern eine Pulsenergie von 10 mJ bei einer Wiederholrate von 1 kHz und einer Wellenlänge λ =527 nm. Die maximale Wiederholrate beträgt 5 *kHz*. Durch die kurze Pulsdauer von 180 ns wird gewährleistet, dass bei den einzelnen Bildaufnahmen keine Parti-



Abbildung 4.4: Funktionsweise des eingesetzten HS-PIV-Systems: Die Kamera arbeitet mit einer konstanten Aufnahmefrequenz.

kelbahnen sichtbar sind. Die beiden Laserstrahlen gelangen über eine Kopplungsoptik in einen Lichtarm, an dessen Ende sich eine Optik zur Erzeugung eines Lichtschnittes befindet. Die Optik ermöglicht für den Lichtschnitt Öffnungswinkel von 10° bis 20° bei einer Lichtschnittdicke bis 0,5 mm. Zur Detektion wurde eine Standard-CMOS-Kamera (Typ Ultima APX) von Photron eingesetzt. Die Kamera bietet bis zu einer Wiederholrate von 2000 Hz die Vollauflösung von 1024·1024 Bildpunkten bei einer Farbtiefe von 10 bit. Durch den Speicher des Prozessors (2,6 GByte) wird der maximal darstellbare Zeitraum bei maximaler Zeitauflösung auf ca. 1 s limitiert. Um die Detektion unerwünschter Information, z. B. Flammeneigenleuchten, zu verhindern, wurde der Kamera ein Interferenzfilter mit einer Zentralwellenlänge von 527 nm \pm 2 nm vorgeschaltet. Der Filter weist eine Maximaltransmission von >85% auf. Innerhalb einer Bandbreite von 10 nm \pm 2 nm wird die Transmission um die Hälfte reduziert.

Zur Synchronisation von Laser und Kamera dient eine Synchronisationseinheit, die sowohl die Auskopplung der Lichtpulse aus dem Laser als auch die Belichtungszeit des Bildsensors steuert. Die Kamera des PIV-Systems (Kam_{*PIV*}, Abb. 4.4) wird dabei kontinuierlich betrieben, während allein durch die zeitliche Abfolge der Laserpulse die zur Auswertung notwendigen kurzen Zeitabstände der Partikelbilder realisiert werden. Die Pulse der beiden Laserröhren werden so gesetzt, dass jedes zweite Bild (2*n* – 1) am Ende der Belichtungszeit belichtet wird (Laserröhre 1, Qsw_{*PIV*,1}). Die Belichtung der darauf folgenden Bilder 2*n* erfolgt jeweils am Anfang (Laserröhre 2, Qsw_{PIV,2}). Daraus ergibt sich jeweils ein Bildpaar, das die Partikelpositionen mit einer definierten zeitlichen Separation ($\Delta t_{min} = 8 \ \mu s$) wiedergibt.

Das Messsystem wird durch die Software VidPIV 4.6 komplettiert, mit der die Auswertung der einzelnen Bildpaare vorgenommen wurde.

4.1.2 Laserinduzierte Fluoreszenz

4.1.2.1 Physikalisches Wirkprinzip

Bei der laserinduzierten Fluoreszenz wird das Laserlicht vom untersuchten System absorbiert, wodurch die bestrahlten Teilchen an Energie gewinnen. Die Absorption hängt von der Wellenlänge des Lichtes und den Systemeigenschaften ab. Im Fall von Verbrennungsvorgängen zählen dazu vor allem die Konzentrationen der unterschiedlichen Moleküle und Atome. Kurz nach der Absorption der Photonen erfolgt die Energieabgabe durch die Teilchen.

Da die Wellenlänge des Laserlichtes bei laserinduzierter Fluoreszenz einem Energieübergang innerhalb eines Moleküls entsprechen muss, kann mit Hilfe eines schmalbandigen Lasers selektiv die Fluoreszenz einer Molekülspezies induziert werden, wobei die Intensität des Fluoreszenzsignals ein Maß für die Spezieskonzentration ist. Für die vorliegende Arbeit kommt der Fortschrittsvariablen *c* eine zentrale Bedeutung zu. Da die Konzentration der OH-Radikale ähnlich wie die Fortschrittsvariable über die Reaktionszone stark ansteigt, kann über das OH Radikal die Fortschrittsvariable bestimmt werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das Fluoreszenzsignal auf eine binäre Information (verbrannt/unverbrannt) reduziert, auch wenn es grundsätzlich möglich ist, Fluoreszenzsignale auch quantitativ zu interpretieren.

Ein energetisch günstiger Übergang ist das $Q_1(6)$ -Band im $A^2\Sigma^+(v'=1) \leftarrow X^2\Pi(v''=0)$ -Übergang, was eine Anregung bei ca. 283 *nm* erfordert. Der Übergang wird anhand der quantenmechanischen Energiezustände des angeregten Moleküls (Abb. 4.5) benannt und wird nachfolgend erläutert. Die beiden Potentialkurven repräsentieren den Grundzustand X bzw. den angereg-



Abbildung 4.5: *Physikalisches Wirkprinzip der laserinduzierten Fluoreszenz* [48].

ten Zustand A des OH-Radikals abhängig vom Kernabstand. Innerhalb dieser beiden Zustände muss der energetische Zustand der Elektronenhülle für das Molekül beschrieben werden. Für einzelne Elektronen eines Atoms erfolgt die Beschreibung der Orbitale durch lateinische Kleinbuchstaben (s, p, d,...). Dagegen werden Mehrelektronensysteme durch lateinische Großbuchstaben dargestellt, die als Überlagerung der Einzelmomente ein resultierendes Moment beschreiben. Der Übergang zu griechischen Großbuchstaben $(\Sigma, \Pi, \Delta, ...)$ macht deutlich, dass mehrere Atome einschließlich ihrer interagierenden Hüllen behandelt werden müssen und gibt ein resultierendes Orbital für dieses Molekül an. Entsprechend der Spinquantenzahl für einzelne Elektronen, muss auch der resultierende Spin der Moleküle beschrieben werden. Dies geschieht über den hochgestellten Faktor 2, der Multiplizität genannt wird und sich aus dem resultierenden Spin S zu 2S + 1 mit S = $\frac{1}{2}$ (OH-Radikal) ergibt. Die Symmetrieeigenschaft der die Elektronenbewegung beschreibenden Wellengleichung wird durch einen hochgestellten Operator (hier "+") beschrieben. Bei Molekülen muss zusätzlich deren Rotation und Vibration miteinbezogen werden. Auch die Vibrationsniveaus sind gequantelt und werden

durch die Vibrationsquantenzahl v spezifiziert [22]. Die Nomenklatur des angeregten Übergangs wird durch die ursprüngliche Rotationsquantenzahl N'', den Unterschied der Rotationsquantenzahlen beider Zustände $\Delta N = N' - N''$ und die Feinstruktur F''F' komplettiert. Diese Werte werden zu $\Delta N_{F''F'}(N'')$ zusammengefasst. Im Allgemeinen wird der Unterschied zwischen den Rotationsquantenzahlen als Übergangszweig bezeichnet (O-Zweig: $\Delta N = -2$, P-Zweig: $\Delta N = -1$, Q-Zweig: $\Delta N = 0$, R-Zweig: $\Delta N = 1$, S-Zweig: $\Delta N = 2$). Falls die die Feinstruktur beschreibenden Quantenzahlen beider Zustände gleich sind, wird oft nur eine der beiden angegeben. Daraus ergibt sich für den im Rahmen der vorliegenden Arbeit angeregten Übergang die Bezeichnung $Q_1(6)$. Die Bestrahlung der OH-Radikale mit Laserlicht muss nicht zwangsweise zur Fluoreszenz führen. Vielmehr teilen sich die Relaxationsvorgänge in mehrere Kategorien auf, die durch Koeffizienten beschrieben werden [90]:

- Die Moleküle können sich durch die Bestrahlung spalten, bevor sie Strahlung emittieren. Dieser Effekt wird Prädissoziation (*P*₂) genannt.
- Die Moleküle können mehrere Photonen absorbieren und dadurch ionisiert werden (*W*_{2*i*}).
- Die Moleküle verlieren ihre Energie durch Stöße mit anderen Molekülen, ohne Strahlung abzugeben. Dieser Vorgang wird durch den Quenchkoeffizienten *Q*₂₁ beschrieben.
- Durch Stöße mit anderen Molekülen kann der elektronische Übergang innerhalb des angeregten Niveaus modifiziert werden (Q_R , Q_V). Nur wenn die Moleküle anschließend in den Grundzustand oder ein ähnliches Niveau zurückfällt, werden spontan Photonen emittiert (A_{21}).
- Die Moleküle fallen nach der Anregung (B_{12}) direkt in einen energetisch niedrigeren Zustand zurück (B_{21}) .

Die Stärke eines Überganges wird von der Größe der einzelnen Koeffizienten, die im Allgemeinen von Druck und Temperatur abhängen [22], beeinflusst. Für das OH-Radikal sind vor allem die Übergänge $A^2\Sigma^+(v'=0) \leftarrow X^2\Pi(v''=0)$ bei 309 *nm* und $A^2\Sigma^+(v'=1) \leftarrow X^2\Pi(v''=0)$ bei 283 *nm* signalstark [90].

4.1.2.2 Messtechnische Realisierung

Während LIF-Systeme mit niedriger Wiederholrate weit verbreitet sind, waren zeitauflösende LIF-Systeme bisher nur mit großem materiellen Aufbau möglich [36]. Seit Anfang dieses Jahrzehnts sind durch die Entwicklung hochrepitierender Lasersysteme kostengünstigere Lösungen möglich. Gleichzeitig stellt das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte System eines der ersten LIF-Systeme dar, das die Detektion langer Zeitreihen ermöglicht [100,101]. Sowohl die Zeitauflösung als auch die Detektion langer Zeitreihen ist zur Untersuchung der Kohärenzfunktion $\chi_q(\omega)$ (Gl. 2.110) notwendig (Abschnitt 5.4).

Als Lichtquelle dient ein frequenzverdoppelter Scanmate 1 Farbstofflaser, der von einem frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser gepumpt wird. Durch die Kombination ist eine schmalbandige Laseremission und somit eine hohe Selektivität gewährleistet.

Der diodengepumpte Nd:YAG-Laser (Lambda Physics Starline) liefert bei 532 nm und einer Wiederholfrequenz von 1000 Hz eine Pulsenergie von 5 mJ. Um die Signalintensität zur Detektion der OH-Radikale ausreichend hoch zu halten, wurde als Farbstoff Rhodamin 6G gewählt, wodurch der Laser von 560 nm bis 585 nm durchgestimmt werden kann. Da dem Farbstofflaser noch eine Frequenzverdopplungseinheit nachgeschaltet ist, ergibt sich ein verfügbarer Wellenlängenbereich von 280 nm bis 293 nm. Rhodamin besitzt die höchste Umwandlungseffizienz (16%) bei 566 nm, weshalb innerhalb der vorliegenden Arbeit der $A^2\Sigma^+(v'=1) \leftarrow X^2\Pi(v''=0)$ Übergang verwendet wurde. Nach der Frequenzverdopplungseinheit beträgt die Laserleistung pro Puls nominal 0,08 mJ. Durch die zahlreichen Komponenten wird die Pulsenergie zwar drastisch reduziert, gleichzeitig ist die Wellenlänge aber in Maßen durchstimmbar. Da das Emissionsspektrum für OH im Bereich des gewählten Überganges extrem nichtlinear verläuft [48], wird dadurch trotzdem eine ausreichende Signalstärke erreicht.

Der Laserstrahl wird mit einer Zylinderlinse ($f = -40 \ mm$) vertikal aufgeweitet und anschließend mit einer sphärischen Linse ($f = 500 \ mm$) gebündelt, wodurch eine nahezu paralleler Lichtschnitt (PLIF) mit ca. 80 mm Höhe entsteht (vgl. Abb. 4.1). Der Fokus wird auf die Brennerachse gelegt. Die Detektion der Fluoreszenz erfolgt mit einer bildverstärkten CMOS-Kamera (APX-Intensified), wobei ein UV-Objektiv der Firma Cerco Sodern (f = 45 mm, 1 : 1,8) verwendet wird. Der Bildverstärker ist mit einer Photokathode S20 und einem Phosphorschirm FS ausgestattet. Die Helligkeit des Phosphorschirms klingt ausreichend schnell ab, so dass auch bei hohen Wiederholraten kaum Nachleuchteffekte auftreten. Da die Kopplung vom Bildverstärker zum CMOS-Sensor fiberoptisch realisert wurde und dadurch sehr effektiv ist, führt die niedrige Leuchtkraft des Phosphorschirms trotzdem zu einer hohen Signalintensität auf dem CMOS-Sensor.

Zur Synchronisation von Laser und Kamera wurde als Mastersignal das Diodenausgangssignal des Nd:YAG-Lasers verwendet, das mit einer konstanten Frequenz von 1 kHz pulst und den beginnenden Aufladevorgang des Nd:YAG-Kristalls anzeigt. Durch Übergabe an den CMOS-Sensor der LIF-Kamera erfolgt die Synchronisation des Bildsensors. Gleichzeitig wird das Diodensignal durch einen Pulsgenerator um ca. 200 μ s verzögert und an den Bildverstärker übermittelt. Die Verzögerung entspricht dem Zeitverzug zwischen dem beginnenden Pumpvorgang durch die Dioden und der Auskopplung des Laserlichts. Durch die Zeitdauer des Pulses wird die Öffnungszeit des Bildverstärkers festgelegt, die für die durchgeführten Versuche auf Δ t=200 ns gesetzt wurde. Dadurch kann die Fluoreszenz der OH-Radikale in ihrer gesamten Intensität erfasst werden, während das Eigenleuchten der Verbrennung vollständig ausgeblendet wird.

4.1.2.3 Datennachbearbeitung

Ziel ist die orts- und zeitabhängige Bestimmung der Fortschrittsvariablen aus der OH-Intensitätsverteilung. Unter der Annahme, dass das Temperaturprofil über der Flammenfront der Konzentration der OH-Radikale folgt, ergibt sich für die Fortschrittsvariable:

$$c = \frac{Y_{OH} - Y_{OH,min}}{Y_{OH,max} - Y_{OH,min}}.$$
 (4.7)

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die laserinduzierte Fluoreszenz zur qualitativen Bestimmung der OH-Verteilung verwendet, d.h. es wurde an-



Abbildung 4.6: Korrektur ungleicher Lichtschnittintensitäten.

genommen, dass die Fortschrittsvariable binär verteilt ist. Die unmittelbare Binarisierung der Rohdaten durch einen Schwellwert liefert im Allgemeinen nur eine mäßige Qualität der Bilder mit hohem Rauschanteil. Deswegen werden die Rohdaten in drei Schritten auf die Binarisierung vorbereitet.

- 1. Als erstes wird die Intensitätsverteilung des Lichtschnittes korrigiert. Dafür werden die Bilder einer Serie aufsummiert und daraus eine mittlere Intensitätsverteilung berechnet. Durch diesen Schritt werden Bereiche intensiviert, in denen das Signal wegen Lichtschnittinhomogenitäten schwach ist. Abbildung 4.6 zeigt die Korrektur der Lichtschnittintensität für ein Beispielbild. Durch die die mittlere Intensitätsverteilung kann ein Gewichtungsfaktor (Abb. 4.6, links) berechnet werden. Anschließend können einzelne Rohbilder mit der lokalen Intensität I₁ (Abb. 4.6, Mitte) entsprechend der lokalen Lichtschnittintensität neu gewichtet werden (I_2 , Abb. 4.6, rechts). Als Ergebnis erscheinen Bereiche in Düsennähe intensiver. Die Umgewichtung erfolgt abhängig von der axialen Koordinate *z*.
- 2. Je nach Bildqualität wird anschließend lokal die Graustufenverteilung nachjustiert (lokale Gammakorrektur [30]). Bereiche mit örtlich hoher Standardabweichung (im Regelfall Rauschen) des Messsignals werden

durch die Korrektur relativ zu jenen geringer Standardabweichung (im Regelfall Signal) abgeschwächt.

Zur lokalen Graustufenkorrektur wird jedes Bild in Quadrate mit Kantenlängen von 2n + 1 Bildpunkten unterteilt [30]. Anschließend werden für die Intensitäten der einzelnen Quadrate Mittelwert und Standardabweichung berechnet. Zusammen mit der mittleren Intensität aller Pixel

$$M = \frac{\sum_{x=1}^{x=N} \sum_{z=1}^{z=N} I_2(x, z)}{1024^2}$$
(4.8)

und der Konstanten *k* ergibt sich die Intensitätsverteilung des neuen Bildes zu

$$I_3(x,z) = k \frac{M}{\sigma(x,z)} (I_2(x,z) - M_{pix}(x,z)) + M_{pix}(x,z)$$
(4.9)

mit

$$M_{pix}(x,z) = \frac{\sum_{x=n}^{x+n} \sum_{z=n}^{z+n} I_2(x,z)}{(2n+1)^2}$$
(4.10)

und

$$\sigma(x,z) = \sqrt{\frac{1}{(2n+1)^2} \sum_{x=n}^{x+n} \sum_{z=n}^{z+n} (I_2(x,z) - M_{pix}(x,z))^2}.$$
 (4.11)

Abbildung 4.7 zeigt ein Beispielbild vor (Abb. 4.7, links) und nach (Abb. 4.7, rechts) Durchführung der lokalen Gammakorrektur. Es ist erkennbar, dass nach der lokalen Gammakorrektur die Rauschanteile gegenüber dem vorherigen Zustand deutlich reduziert sind. Gleichzeitig wird durch den Filter aus Gl. 4.9 eine leichte Unschärfe induziert. Gleichung 4.9 stellt also einen Tiefpassfilter im Wellenzahlraum dar.

 Die Flammenfront ist durch den Intensitätsgradienten des Signals festgelegt. Zur präzisen Abgrenzung zwischen Frisch- und Abgas wird ein Hochpassfilter zur Vergrößerung des Intensitätsgradienten eingesetzt [86]. Dieser besitzt die Form

$$I_4(x,z) = \begin{pmatrix} -\frac{k}{8} & -\frac{k}{8} & -\frac{k}{8} \\ -\frac{k}{8} & k+1 & -\frac{k}{8} \\ -\frac{k}{8} & -\frac{k}{8} & -\frac{k}{8} \end{pmatrix} * I_3(x,z)$$
(4.12)

mit k = 1.



Abbildung 4.7: Lokale Gammakorrektur zur Reduktion von Rauschanteilen; die Fensterbreite wurde auf 7 Bildpunkte (n=3) gesetzt.



Abbildung 4.8: Beispielbild zur Illustration der gesamten LIF-Bildauswertungskette.

4. Abschließend wird für das gesamte Bild ein einheitlicher Schwellwert festgelegt, der über die lokale Fortschrittsvariable entscheidet. Bereiche zwischen Flammenfront und Brennerachse werden aufgefüllt (c = 1).

Beispielhaft ist in Abb. 4.8 das Ergebnis der gesamten Bildbearbeitungskette für ein Rohbild besonders schlechter Qualität dargestellt. Es ist erkennbar, dass intensitätsschwache Bereiche in Düsennähe gut erkannt werden, während Rauschanteile größtenteils ausgefiltert werden. Die Flammenkontur wird insgesamt durch das binarisierte Bild gut wieder gegeben. Da die Bildqualität der Rohdaten in den meisten Versuchsreihen wesentlich besser war als in Abb. 4.8 dargestellt, konnte Schritt 2 der Bearbeitungskette meist weggelassen werden.

4.1.3 Simultaner Einsatz von PIV- und LIF-System

Zur Abstützung der in Abschnitt 2.4 vorgestellten Skalierungsfunktion C_s ist die simultane Detektion von Geschwindigkeit und Fortschrittsvariable notwendig. Dafür müssen LIF- und PIV-System aufeinander abgestimmt werden. Dabei sind zwei Ziele zu erreichen:

- Die Messung von Fortschrittsvariable und Geschwindigkeit muss synchron erfolgen. Die Synchronisation muss dabei zuverlässig sein, weil Bildverstärker durch Überbelichtung (z. B. durch den PIV-Laser) zerstört werden können.
- Zur Bestimmung der Geschwindigkeit werden der Strömung Partikel zugesetzt. Bei der Beleuchtung des Verbrennungssystems mit dem LIF-Laser streuen die Partikel bei der Anregungswellenlänge (Mie) und stören dadurch die LIF-Information. Die Signale der laserinduzierten Fluoreszenz und der Miestreuung müssen voneinander getrennt werden können.

Beide Problemstellungen werden anschließend diskutiert. Es wird gezeigt, dass sowohl die Synchronisation als auch die Trennung der Signale verwirklicht werden konnte.

4.1.3.1 Synchronisation

Die Besetzungsinversion des Nd:YAG-Lasers wird durch Dioden erzeugt. Der Beginn dieses Pumpvorgangs ist ca. 180 μs vor der Lichtemission. Dieser Zeitverzug reicht aus, um das PIV-System rechtzeitig zu starten, so dass eine



Abbildung 4.9: Synchronisation von LIF- und PIV-System.

gleichzeitige Aufnahme von Mie-Streuung und LIF-Signal erfolgen kann. Das Diodenausgangssignal des Nd:YAG-Lasers wird daher als Referenzsignal für die Synchronisation beider Messsysteme gewählt (Abb. 4.9). Die Synchronisation der LIF-Kamera erfolgt wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben (master-to-slave Signal). Gleichzeitig wird das Diodensignal mit einer Verzugszeit von ca. 100 μs an die Synchronisationseinheit des PIV-Systems übergeben (master-to-slave Signal, Abb. 4.9). Von dort werden sowohl PIV-Laser als auch PIV-Kamera gesteuert (jeweils slave-to-slave Signal).

Die Verzugszeit wird so gesetzt, dass die LIF-Aufnahme zwischen den beiden Lichtpulsen eines PIV-Bildpaares erfolgt. Die Einzelpulse jedes PIV-Bildpaares sind jeweils symmetrisch um den zugehörigen LIF-Puls angeordnet. Die zeitliche Separation zu den beiden Laserpulsen beträgt somit ca. $\pm 10\mu s$ für die im Rahmen der Arbeit vorgestellten Versuche. Gleichzeitig ist die Öffnungszeit des Bildverstärkers und die Dauer der Lichtpulse im Bereich von einigen hundert Nanosekunden. Dadurch wird eine Überbelichtung des Bildverstärkers durch einen PIV-Puls ausgeschlossen. Um die Synchronisation zu überprüfen, wird die zeitliche Abfolge der einzelnen Ereignisse mit Hilfe einer Datenerfassungseinheit aufgezeichnet (Abb. 4.10). Die Abtastrate der Datenerfassungseinheit wird auf 400 kHz gesetzt. Zur Überprüfung der Synchronisation werden folgende Signale aufgezeichnet:



Abbildung 4.10: Zeitschrieb zur Überprüfung der Synchronisation von LIFund PIV-System.

- Güteschalter des Nd:YAG-Lasers (QSw_{*LIF*}) und der der Nd:YLF-Röhren (QSw_{*PIV*,1}, QSw_{*PIV*,2}): LIF-Laser und beide Röhren des PIV-Lasers besitzen je einen Güteschalter, der die Auskopplung der Lichtpulse steuert. Die Auskopplung des Lichtpulses kann durch Abgreifen der Spannung *U* an der entsprechenden Schnittstelle nachvollzogen werden. Die Spannung nimmt für die Dauer der Lichtemission den Wert U_{offen} an (Abb. 4.10). Da sich die Pulsdauern im Bereich von einigen 100 ns bewegen, können diese mit der verfügbaren Datenerfassungseinheit nicht aufgelöst werden. Deswegen werden die Ausgangssignale zur Visualisierung auf 100 μ s gestreckt. Es ist erkennbar, dass sich die PIV-Lichtpulse symmetrisch um den LIF-Puls anordnen.
- Öffnungszeit des Bildverstärkers (nicht dargestellt): Der Bildverstärker besitzt einen Ausgang, der mit Aktivität des Bildverstärkers seine Spannung ändert. Die Öffnung erfolgt simultan zum Lichtpuls des LIF-Lasers (QSw_{LIF}) und wird daher nicht dargestellt.
- Start der Aufnahme von LIF- und PIV-Kamera (nicht dargestellt): Vor dem Auslösen einer Aufnahme werden die Speicher der eingesetzten Kamerasysteme kontinuierlich gelöscht und wieder beschrieben. Mit dem Auslösen einer Aufnahme wird dieser Prozess unterbrochen. Dabei wird durch den Triggermodus festgelegt, wie viele Bilder des Speichers ein letztes



Abbildung 4.11: Filter zur Separation des LIF-Signals; Die Intensitäten des LIFbzw. Mie-Signals sind normiert dargestellt.

Mal neu beschrieben werden sollen. Die am Ende der Aufnahme im Speicher befindlichen Bilder können anschließend ausgelesen werden. Mit dem ersten im Speicher behaltenen Bild (Triggermodus Start) wird die Spannung am Ausgang erhöht und bleibt für den gesamten Aufnahmevorgang hoch. Der Beginn der Aufzeichnung muss bei simultanen Messungen bekannt sein, weil sonst die Zuordnung der Bilder zwischen beiden Kameras nicht möglich ist.

Die Synchronisation wird für jeden Messpunkt aufgezeichnet.

4.1.3.2 Trennung der Signale

Durch die Zugabe von Streupartikeln detektiert die LIF-Kamera auch Mie-Streulicht, das durch den LIF-Laser induziert wird. Die Mie-Streuung ist im Allgemeinen wesentlich stärker als das LIF-Signal. Deswegen ist ein Filter notwendig, der zum einen die Kamera vor einer Überbelichtung schützt und zum anderen die durch die Mie-Streuung verursachte Störung des LIF-Signals minimiert.

Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzte Hochpassfilter besitzt die in Abb. 4.11 dargestellte Charakteristik. Abbildung 4.11 zeigt die normier-



Abbildung 4.12: Simultane Detektion von Fortschrittsvariable (Farbcodierung) und Fluidgeschwindigkeit (Pfeile).

ten Strahlungsintensitäten sowohl für das Mie- als auch die LIF-Signal. Hierbei ist die Mie-Streuung als δ -Funktion in der Nähe der Anregungswellenlänge angenommen. Die laserinduzierte Fluoreszenz ist dagegen leicht in Richtung rot frequenzverschoben. Bei der Anregungswellenlänge des LIF-Systems (ca. 283 *nm*) besitzt der Filter eine Transmission unter 5%, während in der Nähe der maximalen Fluoreszenz ($\lambda \approx 310 \text{ nm}$) die Transmission 85% übersteigt (Abb. 4.11). Durch den Filter wird das Signal-Rausch-Verhältnis der LIF-Aufnahmen erheblich verbessert, wenngleich Signaleinbußen in der Nähe der Anregungswellenlänge hinzunehmen sind. Trotzdem bleibt eine eindeutige Identifizierung des LIF-Signals möglich.

Durch den dargestellten Versuchsaufbau können Fortschrittsvariable und Fluidgeschwindigkeit simultan detektiert werden (Abb. 4.12). Abbildung 4.12 zeigt sowohl die Fluidgeschwindigkeiten als auch die Fortschrittsvariablen für einen einzelnen Zeitschritt in der x-z-Ebene. Dabei ist erkennbar, dass die höchsten Fluidgeschwindigkeiten im Bereich |x/D| = 0.2...0.6 auftreten. In dieser Zone hält sich auch die Flammenfront auf. Auf die globale Flammencharakteristik wird in Abschnitt 5.1 näher eingegangen.



Abbildung 4.13: Spektrum der Chemilumineszenz einer Methan-Luft-Flamme nach [32].

4.2 Chemilumineszenz

Während des Verbrennungsvorgangs entstehen zahlreiche angeregte, energetisch instabile Radikale. Beim Übergang in einen stabileren Zustand können diese Photonen emittieren, was als Flammeneigenleuchten wahrgenommen wird. Die Lebenszeit einiger Radikale ist sehr kurz, womit die Emission von Photonen oft mit der instantanen Wärmefreisetzung korreliert wird. Im Falle eingeschlossener Vormischflammen ist über eine empirische Kalibration sogar eine quantitative Aussage hinsichtlich der Wärmefreisetzung möglich [4].

Das Fluoreszenzspektrum vorgemischter Kohlenwasserstoffflammen wird durch die Bildung der Spezies C_2^* , CH^* , CO_2^* und OH^* bestimmt. Falls der Übergang in einen stabilen Zustand durch die Abgabe eines Photons erfolgt, bedeutet dies für das angeregte OH^* -Radikal:

$$OH^* \rightarrow OH + hv$$

Die Photonen der einzelnen Relaxationsreaktionen müssen energetisch einem elektronischen Übergang entsprechen, woraus ein Spektrum für das Flammenleuchten resultiert (Abb. 4.13). Durch seinen dreiatomigen Aufbau existieren für das CO_2^* -Molekül zahlreiche elektronische Zustände. Daraus



Abbildung 4.14: *Planare Verteilung des Flammeneigenleuchtens in der x-z-Ebene.*

resultiert ein breitbandiges Emissionsspektrum, das sich vom UV- bis weit in den sichtbaren Bereich erstreckt. Die übrigen Spezies emittieren dagegen vergleichsweise schmalbandig, wobei die Emission der C_2^* -Moleküle relativ schwach ist. Wegen der Vorteile hoher Intensität und hoher Selektivität wurden in der Vergangenheit daher vor allem CH^* und OH^* als Indikator für die Wärmefreisetzung verwendet [32].

In der vorliegenden Arbeit wird das Eigenleuchten des angeregten Hydroxyl-Radikals OH^* zur lokalen Luftzahlbestimmung (siehe [104]) und zur Lokalisierung der Wärmefreisetzungszone verwendet. Der für OH^* charakteristischen Wellenlängenbereich wird durch einen Interferenzfilter extrahiert, das seine maximale Transmission bei 307,6 nm hat. Innerhalb einer Bandbreite von 20 nm±2 nm wird die Transmission um die Hälfte reduziert. Als Detektor wurde die in Abschnitt 4.1.2 beschriebene bildverstärkte Hochgeschwindigkeitskamera verwendet. Da eine Vormischflamme optisch nicht dicht ist, beinhaltet das von der Kamera detektierte Signal das gesamte Eigenleuchten der Flamme entlang der Sichtachse. Zum Erhalt einer planaren Verteilung wird das von der Kamera detektierte Flammeneigenleuchten daher entabelt [20]. Abbildung 4.14 zeigt die Verteilung des Eigenleuchtens in der x-z-Ebene für die Versuchskonfiguration Nr. 5 nach der Entabelung. Das Eigenleuchten erstreckt sich in axialer Richtung je nach Versuchskonfiguration bis zu $z/D \approx 1, 2... z/D \approx 2$.

4.3 Akustische Messtechnik

Die Lärmemission frei brennender turbulenter Flammen kann grundsätzlich durch Freifeldmikrophone bestimmt werden. Allerdings wird das Schalldrucksignal durch die Akustik der Umgebung maskiert, auch wenn der im Rahmen der vorliegenden Arbeit aufgebaute Versuchsstand in einer schallschluckenden Kammer gekapselt ist. Deswegen wird zur Bestimmung des Schalldrucks eine Intensitätssonde verwendet. Diese besteht aus zwei Freifeldmikrophonen in definiertem Abstand zueinander. Durch Simultanmessung können Schallwellen richtungsabhängig erfasst werden, wodurch in der Datennachbearbeitung unerwünschte Effekte durch die Raumakustik vom Verbrennungslärm separiert werden können.

Die Intensitätssonde besteht aus zwei Kondensatormikrophonen (G.R.A.S. GRA-40AK $\frac{1}{2}''$), die einen weitgehend konstanten Frequenzgang über einen großen Frequenzbereich aufweisen. Die Druckfluktuation wird von einer Membran aufgenommen und in ein elektrisches Signal umgewandelt. Nach einem Vorverstärker gelangen die Signal in einen Hauptverstärker vom Typ Bruel&Kjaer Nexus 2690.

Die Schallintensität wird durch Berechnung der Kreuzkorrelation der beiden Signale unter Berücksichtigung des Mikrophonabstandes ermittelt [103]. Durch Berücksichtigung der von den Schallwellen gekreuzten Kontrollfläche A (Gl. 2.5) erfolgt die Umrechnung auf eine akustische Leistung P_{ac} . Nachfolgend werden akustische Leistungen in dB angegeben. Die Umrechnung erfolgt gemäß

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_{ac}}{P_0}$$
(4.13)

mit der Bezugsleistung $P_0 = 10^{-12} W$. Eine detaillierte Beschreibung der Mikrophonmesstechnik einschließlich der durch die Raumakustik entstehenden Fehler findet sich in [103]. Messverfahren

5 Validierung der Modellannahmen zur Bestimmung der Kohärenzfunktion

In diesem Abschnitt wird die Kohärenz der Wärmefreisetzung untersucht. Nach einem allgemeinen Überblick über das globale Verhalten der untersuchten Flammen (Abschnitt 5.1) werden die in Abschnitt 2.5 aufgezählten Aspekte wie folgt analysiert:

- Mit Hilfe des LIF-Systems wird die örtliche Kohärenz der Fortschrittsvariablen bestimmt. Anschließend erfolgt der Vergleich mit dem Modellspektrum, das durch die lokalen Turbulenzparameter berechnet werden kann.
- Zur Berechnung der Skalierungsfunktion C_s wird das Verbrennungsmodell nach Schmid verwendet. Um Fehler bei der Bestimmung der in das Modell eingehenden Damköhlerzahl zu vermeiden, wird die turbulente Flammendicke aus Messdaten extrahiert und mit einer Berechnungsvorschrift nach Schmid [77] verglichen (Abschnitt A). Außerdem wird die Skalierungsfunktion C_s selbst auf ihre Gültigkeit hin untersucht (Abschnitt 5.3). Dafür wird die Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen ausgewertet.
- Eine Schlüsselstelle innerhalb des Spektralmodells ist die Transformation der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum. Die Annahme eines Inertialbereichs ~ f^{-2} für Lagrangespektren wird mit Hilfe des unter Abschnitt 4 beschriebenen HS-LIF-Systems untersucht (Abschnitt 5.4).

Es konnte gezeigt werden, dass alle getroffenen Annahmen zur Beschreibung des Flammenlärm-Quellterms für die untersuchte Konfiguration gültig sind.

5.1 Allgemeine Flammencharakteristik

Sowohl die Strömungsgeschwindigkeit als auch die Reaktionszone können durch die vorgestellten Messverfahren detektiert werden (Abb. 5.1). Um einen Überblick über den durch den eingesetzten Brenner (vgl. Abschnitt 3) generierten Verbrennungsprozess zu erhalten, wird im ersten Schritt auf das sich ausbildende mittlere Strömungsfeld und die zeitlich gemittelte Lage der Reaktionszone eingegangen. Die Lokalisation der Reaktionszone erfolgt dabei aus der mittleren Fortschrittsvariablen \tilde{c} , die innerhalb der Reaktionszone Werte von $0 < \tilde{c}$ bis $\tilde{c} < 1$ annimmt.

Sowohl die mittleren Geschwindigkeiten als auch die Fortschrittsvariable werden nachfolgend Favregemittelt (Gl. 2.54). Mit der Annahme, dass die Dichte binär verteilt und über das ideale Gasgesetz an die Fortschrittsvariable gekoppelt ist, ergibt sich für die instantane Dichte [65]

$$\frac{\rho}{\rho_u} = \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma(1 - c)} \tag{5.1}$$

mit

$$\gamma = \frac{\rho_u - \rho_b}{\rho_u}.\tag{5.2}$$

Gleichzeitig ist die mittlere Dichte gegeben aus:

$$\bar{\rho} = \rho_u (1 - \bar{c}\gamma). \tag{5.3}$$

Mit der instantanen Dichteinformation lassen sich die Favre-Mittelung und die Berechnung der instantanen Schwankungsgrößen durchführen. Zur Bildung der Mittelwerte werden jeweils ca. 1000 Einzelaufnahmen berücksichtigt.

Durch den Drallbrenner (Abschnitt 3) wird der Strömung ein charakteristisches Geschwindigkeitsprofil aufgeprägt, durch das die Reaktionszone stabilisiert wird. Abb. 5.1 zeigt die mittlere Axialgeschwindigkeit und die mittlere Fortschrittsvariable in der x-z-Ebene (vgl. Kapitel 3). Durch die über den Düsenaustritt gemittelte Geschwindigkeit

$$v_{bulk} = \frac{\dot{V}_D}{A_D}$$
 mit $A_D = \frac{(D^2 - d_L^2)\pi}{4}$ (5.4)



Abbildung 5.1: Vergleich von mittlerer Axialgeschwindigkeit (Einzelpunkte) und Fortschrittsvariable (Linien) für Versuchskonfiguration Nr. 4.

werden die einzelnen Geschwindigkeitswerte entdimensioniert. Nahe der Brennerachse bildet sich eine Rückströmzone aus, die am Brenneraustritt zu negativen axialen Geschwindigkeiten führt (Abb. 5.1). Mit zunehmendem radialen Abstand steigt die Axialgeschwindigkeit an und erreicht bei $x/D \approx 0,5$ ihr Maximum. Durch das aufgeprägte Geschwindigkeitsprofil entstehen zwei Scherschichten, wobei sich die Reaktionszone ($0 < \tilde{c} < 1$) nur an der achsnahen, inneren Scherschicht stabilisiert. An der äußeren Scherschicht dagegen wird bereits am Düsenaustritt durch Einmischung von Umgebungsluft die Reaktionsgeschwindigkeit stark abgesenkt. Als Folge reicht die durch die Reaktion freigesetzte Wärme nicht aus, das nachgeführte Frischgas auf Reaktionstemperatur zu erwärmen. Eine ausführliche Erklärung findet sich in [104, 103]. Aus dem aufgeprägten Geschwindigkeitsprofil resultiert ein Impulsaustausch senkrecht zur Scherschicht, der zu einem Abbau der Geschwindigkeitsgradienten mit zunehmendem Abstand zur Brenneraustrittsebene führt (Abb. 5.1).



Abbildung 5.2: Profile der Geschwindigkeitsschwankung für verschiedene Ebenen für Versuchskonfiguration Nr. 4.

5.1.1 Bestimmung der turbulenten Größen

Aus den planaren Geschwindigkeitsverteilungen können die für die turbulente Strömung maßgebenden Größen v'_{rms} und l_t bestimmt werden. Da das eingesetzte PIV-System keine Information über die Tangentialgeschwindigkeit liefert, wird für die Berechnung der Geschwindigkeitsschwankung die Abschätzung [26]

$$\nu_{rms}' = \sqrt{\frac{2\nu_1'^2 + \nu_3'^2}{3}} \tag{5.5}$$

verwendet. Wie aus den Profilen für die mittlere Axialgeschwindigkeit zu erwarten, erreichen die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen (Abb. 5.2) in den beiden Scherschichten ihr Maximum. Es ist erkennbar, dass der Verlauf der Schwankungswerte vor allem in radialer Richtung starken Gradienten unterworfen ist.

Für die Bestimmung des integralen Längenmaßtensors \mathbf{l}_t müssen theoretisch die Verbundwahrscheinlichkeiten der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten jeweils paarweise in alle drei Koordinatenrichtungen berechnet werden. Der Längenmaßtensor \mathbf{l}_t ist somit mit 18 Elementen besetzt. Dagegen erlaubt das eingesetzte PIV-System nur die planare Detektion von zwei Geschwindigkeitskomponenten. Die Korrelation der einzelnen Geschwindig-


Abbildung 5.3: Anpassen einer einer empirischen Funktion zur Bestimmung des integralen Längenmaßes.

keitskomponenten erfolgt dabei jeweils in Längsrichtung. Anschließend wird der Parameter $l_{t,r}$ aus der Funktion [33]

$$f(r) = e^{-\frac{\pi}{4}\frac{r^2}{l_{t,r}^2}}$$
(5.6)

jeweils so angepasst, dass die quadratische Abweichung zwischen Parameterkurve f(r) und detektierten Korrelationskoeffizienten minimal wird. Abbildung 5.3 zeigt das Vorgehen exemplarisch. Bei minimaler örtlicher Separation der beiden Referenzpunkte (r = 0) nimmt der normierte Korrelationskoeffizient $R_{v_3,v_3,n}$ sein Maximum an. Mit steigendem Abstand sinkt der Korrelationskoeffizient. Die von Hinze [33] vorgeschlagene Funktion (Gl. 5.6) gibt den Verlauf der Korrelationskoeffizienten gut wieder. Durch diese Prozedur erhält man für jeden Messpunkt zwei Werte, deren arithmetischer Mittelwert das integrale Längenmaß festlegt. Die Entwicklung des Längenmaßes in axialer Richtung wird in Abschnitt 5.2 diskutiert.

Mit Hilfe der Fitfunktion aus Gl. 5.6 ist ferner die Berechnung des Kohärenzvolumens möglich. Mit der Einführung von Kugelkoordinaten [69] relativ zum Referenzpunkt gilt für das Kohärenzvolumen:

$$V_{coh} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} f(r) r^2 \sin\theta \,\mathrm{d}r \,\mathrm{d}\theta \,\mathrm{d}\phi.$$
 (5.7)

Die Ausführung der Integration liefert [9]:

$$V_{coh} = 8 \cdot l_t^3. \tag{5.8}$$

Dieses Ergebnis gilt für turbulente Strömungen. Im Falle turbulenter Flammen wird die örtliche Kohärenz durch die laminare Flammenfrontdicke verändert. Deswegen wird nachfolgend für das Kohärenzvolumen die Berechnungsvorschrift

$$V_{coh} = 8 \cdot \delta_t^3. \tag{5.9}$$

verwendet. Da die turbulente Flammendicke δ_t selbst nur schwer zugänglich ist, erfolgt ihre Berechnung mit Hilfe der von Schmid vorgeschlagenen Vorschrift (Gl. 2.84). Dies erfordert die Kenntnis des integralen Längenmaßes l_t , der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit v'_{rms} , sowie der lokalen Chemieparameter s_l und δ_l .

5.1.2 Einfluss der Frischlufteinmischung

Die lokale Luftzahl kann durch Untersuchung des Flammeneigenleuchten bestimmt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass das Eigenleuchten einzelner Spezies abhängig von der Luftzahl ist. Durch Bestimmung des Verhältnisses aus dem Eigenleuchten von OH^* und CH^* kann die Luftzahl abhängig von der axialen Position bestimmt werden [104]. Mit zunehmendem Abstand zum Brenneraustritt zeigt sich eine Zunahme der Luftzahl λ , die im Folgenden durch einen parabolischen Ansatz angenähert wird. Nach der Bestimmung der lokalen Luftzahl (Abb. 5.4) können die chemischen Parameter s_l und δ_l für jede axiale Position aus Chemkin-Daten extrahiert werden (vgl. Kapitel 3).

5.1.3 Quantifizierung der lokalen Wärmefreisetzungsdichte

Zur Bestimmung der lokalen Wärmefreisetzungsdichte wird in eingeschlossenen Konfigurationen oftmals das Flammeneigenleuchten verwendet [23]. Dabei wird durch eine empirischen Kalibration der Zusammenhang zwischen der thermischen Leistung und dem Messsignal [4] hergestellt. Bei frei brennenden Flammen führt die Einmischung von Umgebungsluft allerdings zu



Abbildung 5.4: Berücksichtigung der Luftzahlzunahme in Axialrichtung λ für die Versuchskonfiguration Nr. 5.

einer Erhöhung der lokalen Luftzahl. Weil mit steigender Luftzahl das OH^* -Eigenleuchten der Flamme sinkt, ist eine Kalibrierung auf die abgegebene thermische Leistung schwierig und wird für die vorliegende Arbeit nicht weiter verfolgt.

Dagegen wird in der vorliegenden Arbeit die lokale Wärmefreisetzungsdichte nach Schmid [77, 78] modellbasiert aus den lokalen turbulenten und chemischen Variablen berechnet (Gl. 2.80). Die lokale Wärmefreisetzungsdichte wird so skaliert, dass das Integral über das Flammenvolumen der durch die Massendurchflussregler vorgegebenen thermischen Leistung entspricht:

$$\int_{V} \bar{q} dV = P_{th} \tag{5.10}$$

mit

$$P_{th} = \dot{m}_{Br} H_u. \tag{5.11}$$

Diese Prozedur kann analog auf die Chemilumineszenzintensität angewendet werden, um die lokale Wärmefreisetzungsdichte zu berechnen. Die Ergebnisse beider Methoden sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Es ist erkennbar, dass der radiale Verlauf der Wärmefreisetzung für beide Methoden ähnlich ist (Abb. 5.5). Eine leichte Abweichung ergibt sich erst ab einer Distanz von $z/D \approx 2$, bei der der Großteil der Wärmefreisetzung aber bereits abgeschlossen ist. Unter-



Abbildung 5.5: Bestimmung der Wärmefreisetzungsdichte durch das Verbrennungsmodell nach Schmid (VM) bzw. Chemilumineszenz (CL).

schiedlich ist der axiale Verlauf der Messsignale: Während das Chemilumineszenzsignal sein Maximum bei $z/D \approx 1,5$ aufweist, werden durch das Verbrennungsmodell nach Schmid in Düsennähe (bis $z/D \approx 1$) die höchsten Werte berechnet. Die lokale Erhöhung der Luftzahl (vgl. Abb. 5.4) führt zu einer in Axialrichtung geringer werdenden Flammengeschwindigkeit, die die Wärmefreisetzung in Axialrichtung reduziert.

Da die Kopplung zwischen Chemilumineszenz und Wärmefreisetzung für frei brennende Flammen schwierig ist, wird nachfolgend das Verbrennungsmodell nach Schmid zur Ermittlung der lokalen Wärmefreisetzungsdichte verwendet. Unsicherheiten bei der Bestimmung der Wärmefreisetzungsverteilung wirken sich abhängig von den Gradienten der turbulenten und chemischen Parameter unterschiedlich stark auf die Lärmprognose aus und können nicht allgemeingültig quantifiziert werden. Für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Versuchskonfigurationen ist die Differenz moderat (vgl. [103]).

5.2 Bestimmung von Wellenzahlspektren

Zur Flammenlärmprognose wird für das Spektrum der Fortschrittsvariablen eine Funktion angenommen, die durch die turbulente Strömung festgelegt wird. Nachfolgend wird die Kohärenz der Fortschrittsvariablen durch Auswertung von LIF-Daten untersucht. Die Analyse erfolgt aus zwei Gründen:

• Die Modellierung der äußeren Grenzfrequenz ist unsicher, weil der Längenmaßtensor \mathbf{l}_t auf einen Skalar reduziert werden muss (vgl. Abschnitt 2.2.3.1). Im vorgeschlagenen Modell wird das Längenmaß der Fortschrittsvariable aus dem integralen Längenmaß der turbulenten Strömung abgeleitet, wodurch die Frequenz der maximalen Lärmemission letztendlich festgelegt wird. Der Bildung der Wellenzahlspektren ist die Frequenz-Wellenzahl-Abbildung nachgeschaltet, die sich quantitativ nicht überprüfen lässt. Deswegen ist zur Beurteilung des Spektralmodells die genaue Kenntnis des Makrolängenmaßes der Fortschrittsvariablen l_c relativ zum skalaren, messtechnisch bedingt fehleranfälligen Längenmaß l_t notwendig.

• Das Abfallverhalten von Spektren der Fortschrittsvariable ist noch nicht vollständig erforscht (vgl. Abschnitt 2.3) und muss daher validiert werden.

Es wird gezeigt, dass das Makrolängenmaß für die Fortschrittsvariable mit dem Längenmaß der turbulenten Strömung skaliert. Es wird ersichtlich, dass das angenommene Modellspektrum eine gute Näherung für das Spektrum der Fortschrittsvariablen darstellt.

Zur Bestimmung des Längenmaßes für die Fortschrittsvariable werden die Korrelationskoeffizienten

$$R_{c,c} = \frac{\overline{c''(\mathbf{x}_{ref}, t)c''(\mathbf{x}_{ref} + \mathbf{r}, t)}}{(c''_{rms}(\mathbf{x}_{ref}))^2}$$
(5.12)

in der x-z-Ebene (vgl. Abschnitt 3) bestimmt. Dafür wird auf der Linie ($\bar{c} = 0, 5$) jeweils ein Referenzpunkt (\mathbf{x}_{ref}) gewählt, bezüglich dessen die Verbundwahrscheinlichkeiten in der x-z-Ebene bestimmt werden (Abb. 5.6). Abbildung 5.6



Abbildung 5.6: *Korrelationskoeffizienten relativ zum Punkt* $x_{ref}/D = -0,48$, $z_{ref}/D = 0.75$.

zeigt die planare Verteilung der Verbundwahrscheinlichkeit $R_{c,c}$ relativ zum

Punkt ($x_{ref}/D = -0,48$, $z_{ref}/D = 0.75$). In der Nähe des Referenzpunktes zeigen die Verbundwahrscheinlichkeiten ihr Maximum. Mit zunehmenden Abstand fallen die Korrelationskoeffizienten ab.

Im Ortsraum lässt sich durch Integration über die örtliche Separation r

$$l_c = \int_0^\infty R_{c,c} dr \tag{5.13}$$

das Makrolängenmaß der Fortschrittsvariable berechnen und mit dem integralen Längenmaß vergleichen. Dabei können die Längenmaße für die Fortschrittsvariable abhängig von der Integrationsrichtung r untersucht werden (Gl. 5.12). Dafür wird eine Winkelauflösung von 10° gewählt. Daraus ergeben sich pro Referenzpunkt (x_{ref}, z_{ref}) 36 Werte für das Längenmaß l_c , aus denen Mittelwert und Standardabweichung bestimmt werden können. Sämtliche Referenzpunkte liegen auf der Isolinie $\bar{c} = 0, 5$, die axiale Position ist variabel. Daraus ergeben sich pro Drallkonfiguration mehrere hundert Messwerte. Die errechneten Werte aus den Korrelationskoeffizienten werden mit den Längenmaßen der turbulenten Strömung verglichen (Abb. 5.7). Aus Abb. 5.7 kann man sehen, dass die Längenmaße der Fortschrittsvariable den turbulenten Längenmaßen qualitativ gut folgen. Im Vergleich zu den Längenmaßen der turbulenten Strömung sind die Längenmaße der Fortschrittsvariablen deutlich kürzer. Dieser Skalierungsfehler bewegt sich abhängig vom Drall zwischen 1.4 und 1.9. Für diesen Unterschied kommen aus Sicht des Autors zwei Ursachen in Frage:

- Falls die Flamme mit steigendem radialen Abstand zur Brennerachse, z.B. durch Einmischung, Streckung oder Krümmung (vgl. Abschnitt 2.3.3.1), verlischt, kann das Frischgas nicht mehr auf Reaktionstemperatur gebracht werden. Dadurch wird das Kohärenzgebiet für die Fortschrittsvariable, das nur in der Reaktionszone existieren kann, kleiner als das der turbulenten Strömung.
- Die Kohärenz der Geschwindigkeitsschwankung ist im Allgemeinen abhängig von der Geschwindigkeitskomponente und der Separationsrichtung (vgl. Abschnitt 2.2). Für die Bildung eines integralen Längenmaßes wird der Längenmaßtensor für das integrale Längenmaß auf einen Skalar zurückgeführt werden. Dies ist grundsätzlich fehleranfällig.



Abbildung 5.7: Längenmaßvergleich Fortschrittsvariable und Turbulenz für verschiedene Drallkonfigurationen; die Symbole (+) markieren die Mittelwerte, Fehlerbalken die Standardabweichungen für die richtungsabhängige Bestimmung des Längenmaßes l_c.

Für die Anwendung des Lärmmodells bedeutet dies, dass durch Einsetzen des turbulenten Längenmaßes zwar tendenziell richtige Erkenntnisse gewonnen werden können, eine präzise Vorhersage der Frequenz maximaler Lärmemission alleine aus planaren Geschwindigkeitsinformationen aber schwierig ist. Die Längenmaße der Fortschrittsvariablen sind nur schwach richtungsabhängig. Die Annahme einer isotropen Verteilung der Fortschrittsvariable erscheint somit plausibel.

Das zur Lärmemission verwendete Modellspektrum beschreibt die turbulente Strömung in allen drei Raumrichtungen. Da das in Abschnitt 4.1.2 beschriebene HS-LIF-System nur Informationen aus einer Ebene liefert, ist zur Ermittlung eines dreidimensionalen Wellenzahlspektrums eine Umrechnungsvorschrift notwendig. Zur Berechnung von Wellenzahlspektren aus den Messdaten werden Korrelationskoeffizienten bezüglich einzelner Punkte tangential gemittelt. Anschließend werden die Korrelationskoeffizienten in den Wellenzahlraum transformiert und in 3-D-Spektren umgerechnet.

Die richtige Berechnung 3-dimensionaler Spektren E aus 1-dimensionalen Spektren E_1 ist bereits gut dokumentiert [33]. Nach Hinze [33] gilt:

$$E(\kappa_1, t) = -\kappa_1 \frac{\partial E_1(\kappa_1, t)}{\partial \kappa_1}.$$
(5.14)

Unter der Annahme isotroper Turbulenz

$$E(\kappa_1, t) = E(\kappa_2, t) = E(\kappa_3, t) = E(\kappa, t)$$
(5.15)

liefert Gl. 5.14 eine Umrechnungsvorschrift zur Berechnung 3-dimensionaler Spektren. Die Berechnung eindimensionaler Spektren erfolgt aus den Korrelationskoeffizienten entlang einer - im Falle isotroper Turbulenz - beliebigen Koordinatenachse:

$$E_1(\kappa_1, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{c,c}(x, t) e^{-i\kappa_1 x} dx.$$
 (5.16)

Die 3-dimensionalen Spektren werden auf die Varianz der Fortschrittsvariablen normiert. Abbildung 5.8 zeigt exemplarisch das Spektrum der Fortschrittsvariable aus LIF-Daten im Vergleich zum Modellspektrum gemäß Gl. 2.100. Insgesamt folgen die modellierten Spektren den aus den LIF-Bildern



Abbildung 5.8: *Typisches Wellenzahlspektrum für die Versuchskonfiguration* Nr. 5, z/D = 1.25.

extrahierten Spektren sehr gut (Abb. 5.8). Beide zeigen für niedrige Wellenzahlen einen Anstieg, weisen bei $\kappa l_c \approx 1,3$ ihr Maximum auf und fallen anschließend proportional zu $\kappa^{-\frac{5}{3}}$ ab. Zu niedrigen Wellenzahlen hin folgt das Modellspektrum nur bedingt den Messdaten. Allerdings ist der niederfrequente Anteil ohnehin nicht universell [65] und verdient somit keinen zusätzlichen Modellierungsaufwand.

Sowohl die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit (vgl. Abb. 5.2) als auch das Längenmaß (vgl. Abb. 5.7) hängen vom Ort ab. Die spektrale Verteilung der Fortschrittsvariable ist somit ebenfalls ortsabhängig. Die Übereinstimmung zwischen Spektrum der Fortschrittsvariable und Modellannahme war unabhängig von Referenzpunkt und Versuchskonfiguration stets gut.

5.3 Dynamik der Fortschrittsvariablen

Abhängig von der Damköhlerzahl verändert sich die Kopplung zwischen turbulenter Strömung und Wärmefreisetzung. Während für hohe Damköhlerund Reynoldszahlen der Brennstoffumsatz von der turbulenten Mischung bestimmt wird, wird im Bereich des idealen Rührreaktors die chemische Reaktion zum limitierenden Faktor. Durch eine Überlagerung beider Zeitskalen gelang Schmid [77] die Formulierung eines Modells, das die Wärmefreisetzung unabhängig vom Verbrennungsregime richtig prognostiziert (Gl 2.80). Der Übergang zwischen den einzelnen Regimen wird durch die Skalierung mit

$$\left[\frac{s_l}{\nu'_{rms}} + (1 + Da_s^{-2})^{-\frac{1}{4}}\right]^2$$
(5.17)

erreicht. Der gleiche Ausdruck wird zur Bildung der in Abschnitt 2.4 vorgestellten Skalierungsfunktion C_s für die Flammenlärmprognose benutzt. Sie berücksichtigt, dass mit abnehmender Damköhlerzahl die Flammenfront aufdickt. Dadurch verliert die für das Wirbelzerfallsmodell angenommene bimodale Verteilung der Fortschrittsvariablen an Realität und eine Korrektur für die Varianz der Fortschrittsvariablen wird notwendig.

Durch Untersuchung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen wird die Skalierungsfunktion C_s auf ihre Gültigkeit im Zusammenhang mit der Vorhersage turbulenten Verbrennungslärms untersucht. Die Varianz der Fortschrittsvariablen wird, ähnlich wie die turbulente kinetische Energie, durch die skalare Dissipationsrate abgebaut. Da die skalare Dissipation bei sehr hohen Wellenzahlen auftritt, ist sie mit der in Kapitel 4 vorgestellten Messtechnik nicht zugänglich. Der skalaren Dissipation stehen großskalige Produktionsprozesse gegenüber, die experimentell bestimmbar sind und mit der skalaren Dissipation im Gleichgewicht stehen müssen. Formal entspricht dies der Bestimmung der Dissipation einer turbulenten Strömung gemäß Gl. 2.20. Es ist erkennbar, dass die Skalierungsfunktion bei ausreichend hoher turbulenter Schwankungsgeschwindigkeit die Abweichung der Varianz gut vorhersagt.

Zur experimentellen Untersuchung der Skalierungsfunktion C_s wird die Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen (Gl. 2.70) in Zylinderkoordinaten umgeformt (Abb. 5.9). Mit der Annahme einer im Mittel ro-



Abbildung 5.9: Einführung von Zylinderkoordinaten zur Auswertung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen.

tationssymmetrischen Verteilung der Fortschrittsvariablen¹ erhält man:

$$2\bar{\rho}D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^{2} = -\bar{\rho}\frac{\partial\widetilde{c''^{2}}}{\partial t} + \overline{\dot{\omega_{c}c''}} - \bar{\rho}\left(\widetilde{v_{r}}\frac{\partial\widetilde{c''^{2}}}{\partial r} + \widetilde{v_{z}}\frac{\partial\widetilde{c''^{2}}}{\partial z}\right)$$
(5.18)
$$- \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\bar{\rho}\widetilde{v_{r}'c''^{2}})}{\partial r} + \frac{\partial(\bar{\rho}\widetilde{v_{z}'c''^{2}})}{\partial z}\right) - 2\bar{\rho}\left(\widetilde{v_{r}'c''}\frac{\partial\tilde{c}}{\partial r} + \widetilde{v_{z}'c''}\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}\right).$$

Die einzelnen Terme der rechten Seite wurden wie folgt bestimmt:

• Der erste Term der rechten Seite beschreibt die lokale zeitliche Änderung der Varianz der Fortschrittsvariablen. Da nur ausgebildete turbulente Strömungen untersucht werden, gilt:

$$\bar{\rho}\frac{\partial \widetilde{c''^2}}{\partial t} = 0. \tag{5.19}$$

• die Korrelation aus instantaner Wärmefreisetzung und Fortschrittsvariable wird durch $\overline{\omega_c c''}$ beschrieben. Durch die vorgenommene Binarisierung der Einzelbilder (Abschnitt 4.1.2) ist dieser Term nicht bestimmbar. Der Vergleich mit numerischen Rechnungen [35] liefert die Abschätzung

$$|\overline{\omega}_c c''| \le 100 \frac{1}{s}.$$
(5.20)

$$\nabla = \left(\begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{array} \right)$$

verwendet [69].

¹Zur Umrechnung wird für den Nabla-Operator

Gl. 5.20 gibt den maximalen Fehler für $\tilde{c} \approx 0,5$ an und ist für $\tilde{c} \neq 0,5$ deutlich niedriger [35]. Der Term $\overline{\omega_c c''}$ wird im Zusammenhang mit der numerischen Lösung der favregemittelten Transportgleichung meist vernachlässigt [65] und wird auch bei der nachfolgenden Auswertung nicht berechnet ($\overline{\omega_c c''} = 0$). Er muss aber bei der Interpretation des Ergebnisses berücksichtigt werden.

- $\bar{\rho}\left(\widetilde{v_r}\frac{\partial \widetilde{c''^2}}{\partial r} + \widetilde{v_z}\frac{\partial \widetilde{c''^2}}{\partial z}\right)$ beschreibt den Transport skalarer Fluktuation durch die mittlere Strömung. Die mittlere Dichte $\bar{\rho}$ und die mittleren Geschwindigkeiten $\widetilde{v_r}$ und $\widetilde{v_z}$ werden aus Gl. 5.3 und Gl. 2.54 bestimmt. Die Varianz der Fortschrittsvariablen wird aus dem Satz von Steiner (Gl. 2.102) berechnet. Wegen der Binarisierung der Bilder wird die Varianz der Fortschrittsvariablen überschätzt. Die Auswertung der übrigen Terme zeigt aber, dass der Transport von $\widetilde{c''^2}$ durch die mittlere Strömung für die Gesamtbilanz (Gl. 5.18) ohnehin vernachlässigbar ist.
- Die übrigen beiden Terme der rechten Seite werden aus Messdaten berechnet. Durch die Binarisierung der LIF-Aufnahmen kann wiederum ein Fehler induziert werden. Allerdings sind beide Anteile großskalig [94] [58], so dass der Einfluss der Flammenfrontdicke gering ist. Zur Absicherung wurde die Berechnung beider Terme auch mit einer durch einen Tiefpassfilter künstlich auf ca. 2 mm aufgedickten Flammenfront durchgeführt. Dabei war kein relevanter Einfluss auf das Ergebnis erkennbar.

Für die skalare Dissipationsrate ergibt sich:

$$2\bar{\rho}D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^{2} \approx - 2\bar{\rho}\left(\widetilde{v_{r}'c''}\frac{\partial\tilde{c}}{\partial r} + \widetilde{v_{z}'c''}\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}\right) - \bar{\rho}\left(\widetilde{v_{r}}\frac{\partial\tilde{c''^{2}}}{\partial r} + \widetilde{v_{z}}\frac{\partial\tilde{c''^{2}}}{\partial z}\right) \quad (5.21)$$
$$- \left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{\rho}\widetilde{v_{r}'c''^{2}}\right)}{\partial r} + \frac{\partial\left(\bar{\rho}\widetilde{v_{z}'c''^{2}}\right)}{\partial z}\right)$$

Für die durch simultane Detektion von Geschwindigkeit und Fortschrittsvariable bestimmte Dissipationsrate (Gl. 5.21) wird nachfolgend die Nomenklatur $\epsilon_{c,SD} = D_{th}(\nabla c'')^2$ verwendet. Gleichzeitig kann durch die in Abschnitt 2.4 vorgestellte Skalierungsfunktion C_s die skalare Dissipationsrate modellbasiert berechnet werden ($\epsilon_{c,MB}$). Mit der Skalierungsvorschrift (Gl. 2.104)

$$C_{s} = \frac{\alpha}{C_{D}} \frac{\overline{c''^{2}(Da_{s})}}{\overline{c''^{2}(Da_{s} \to \infty)}} = \frac{\alpha}{C_{D}} \frac{\left(\frac{S_{l}}{\sqrt{2/3k}} + (1 + Da_{s}^{-2})^{-1/4}\right)^{2}}{\left(\frac{S_{l}}{\sqrt{2/3k}} + 1\right)^{2}},$$
(5.22)

dem Wirbelzerfallsmodell (Gl 2.76)

$$D_{th}(\widetilde{\nabla c''})^2 \approx C_D \frac{1}{\tau_t} \overline{c''^2}$$
(5.23)

und dem Satz von Steiner (Gl. 2.102) ergibt sich für endliche Da-Zahlen:

$$\epsilon_{c,MB} = C_D \frac{C_s C_D}{\alpha} \frac{1}{\tau_t} \tilde{c}(1 - \tilde{c}).$$
(5.24)

Zur modellbasierten Bestimmung der Dissipationsrate werden die Parameter v'_{rms} und l_t aus PIV-Daten berechnet. Die chemischen Parameter werden entsprechend der lokalen Luftzahl (vgl. Abb. 5.4) aus Chemkinrechnungen extrahiert, während die mittlere Fortschrittsvariable \tilde{c} aus LIF-Daten bestimmt wird. Die Modellierungskonstanten sind $\alpha = 1,5$ und $C_D = 2$.

Repräsentativ für die untersuchten Konfigurationen² wird nachfolgend das Verhalten der skalaren Dissipationsrate und der Skalierungsfunktion für zwei besonders interessante Versuchskonfigurationen diskutiert (Tab. 5.1).

Versuchs-	Drallkonfigu-	λ[-]	P_{th} [kW]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
4	TD 4032	1,1	60	0
14	TD 4064	1,2	30	0

Tabelle 5.1: Betriebspunkte zur Untersuchung der Skalierungsfunktion C_s.

Die Approximation der skalaren Dissipation $\epsilon_{c,SD}$ nach Gl. 5.21 im Vergleich zum Modell ($\epsilon_{c,MB}$, Gl. 5.24) ist in Abbildung 5.10 für mehrere axiale Positionen dargestellt. Hierbei werden die Parameter v'_{rms} , l_t , s_l und δ_l zur Be-

²Die Betriebspunkte zur Untersuchung der Skalierungsfunktion C_s wurden so gewählt, dass die Spannweite der untersuchten Damköhlerzahlen und Reynoldszahlen möglichst groß war.



Abbildung 5.10: Approximation $\epsilon_{c,MB}$ (Linien) der skalaren Dissipation $\epsilon_{c,SD}$ (Einzelpunkte) durch eine parabolische Verteilung für Versuchskonfiguration Nr. 4.

stimmung von $\epsilon_{c,BM}$ an der Stelle $\tilde{c} = 0,5$ verwendet. Innerhalb der skalaren Dissipationsrate $\epsilon_{c,SD}$ sind der turbulente Transport der Fortschrittsvariablen $2\bar{\rho}\mathbf{v}''\bar{c}''\nabla\tilde{c}$ und der Konvektivanteil $\bar{\rho}\mathbf{\tilde{v}}\nabla \tilde{c}''^2$ dominant. Bei der Verteilung der skalaren Dissipationsrate $\epsilon_{c,SD}$ nach Gl. 5.21 ist eine leichte Schiefe der Verteilung erkennbar. Ähnliches Verhalten wurde auch schon in anderen Arbeiten zur Berechnung des turbulenten Transports beobachtet [25, 66]. Insgesamt ist aber festzuhalten, dass die Modellannahme $\epsilon_{c,MB}$ die Messergebnisse $\epsilon_{c,SD}$ gut approximiert, auch wenn durch die Vernachlässigung von $\overline{\omega_c c''}$ (Gl. 5.20) ein Fehler von maximal 50% möglich ist.

Gleichzeitig ist durch Gl. 5.24 die Berechnung der Skalierungsfunktion $C_{s,SD}$ abhängig von der durch Simultanmessung bestimmten skalaren Dissipationsrate $\epsilon_{c,SD}$ möglich:

$$C_{s,SD} = \tau_t \frac{\alpha}{\tilde{c}(1-\tilde{c})C_D^2} \epsilon_{c,SD}.$$
(5.25)

Der Vergleich mit der Skalierungsfunktion C_s gemäß Gl. 2.104 ist in Abb. 5.11 abhängig von der axialen Position dargestellt. Die Auswertung erfolgt auf der Isolinie $\tilde{c} = 0, 5$. Die Einzelpunkte repräsentieren die Auswertung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen ($C_{s,SD}$), während die durchgezogene Linie für die Modellfunktion (Gl. 5.22) steht (C_s). Beide Metho-



Abbildung 5.11: Abstützung der Skalierungsfunktion C_s für Versuchskonfiguration Nr. 4.

den liefern qualitativ den gleichen Verlauf, auch die quantitative Übereinstimmung ist gut. Mit zunehmendem Abstand zur Brenneraustrittsebene nimmt das Längenmaß l_t zu (vgl. Abb. 5.7), während die turbulente Fluktuation fast konstant bleibt (vgl. Abb. 5.2). Gleichzeitig ist bis $z/D \approx 1$ die Zunahme der Luftzahl durch Frischlufteinmischung gering (Abb. 5.4) und somit das chemische Zeitmaß konstant. Das größer werdende turbulente Zeitmaß führt zu einer Erhöhung der Damköhlerzahl. Da sich auch das Geschwindigkeitsverhältnis s_l/v'_{rms} nicht ändert, nimmt die Skalierungsfunktion größere Zahlenwerte an (vgl. Abb. 2.16). Ab $z/D \approx 1$ wird das chemische Zeitmaß größer und führt bis $z/D \approx 1,2$ in Verbindung mit den ebenfalls größer werdenden turbulenten Zeitmaßen zu beinahe konstanten Damköhlerzahlen. Die Änderung des Geschwindigkeitsverhältnisses s_l/v'_{rms} ist gleichzeitig schwach, woraus annähernd konstante Werte für die Skalierungsfunktion C_s resultieren. Der Anstieg der Damköhlerzahl reicht nicht aus, damit die Skalierungsfunktion C_s ihr Maximum $C_{s,max} = 0,75$ annimmt (vgl. Abb. 2.16).

Wesentlich schwieriger wird die Prognose der Lärmemission bei einer Absenkung der Leistung (Abb. 5.12). Die Leistungsabsenkung relativ zu Versuchskonfiguration 4 führt zu einer Erhöhung des turbulenten Zeitmaßes, während das chemische Zeitmaß beinahe unverändert bleibt. Dies führt zu einer Erhöhung der Damköhlerzahl und somit hohen Werten für die Skalierungs-



Abbildung 5.12: *Abstützung der Skalierungsfunktion C_s für Versuchskonfiguration Nr. 14.*



Abbildung 5.13: Einfluss von Expansionseffekten auf die Korrelation $\overline{v''c''}$ nach [96].

funktion C_s aus Gl. 5.22. Gleichzeitig gewinnen wegen des sinkenden Verhältnisses zwischen turbulenter Geschwindigkeitsschwankung und Brenngeschwindigkeit v'_{rms}/s_l Expansionseffekte an Einfluss [65]. Dadurch geht die enge Kopplung zwischen Geschwindigkeitsfluktuation und Fortschrittsvariable immer mehr verloren. Abbildung 5.13 zeigt zwei in einer turbulenten Strömung propagierende Flammen. Zur Erläuterung wird die den Expansionseinfluss charakterisierende Geschwindigkeit v_{ex} eingeführt. Bei geringem Expansionseinfluss ist diese Geschwindigkeit deutlich geringer als die turbulente Fluktuation v'' (Abb. 5.13, links). Bei Berechnung der Korrelation $\widetilde{\mathbf{v}''c''}$ in einem Kontrollvolumen ergeben sich hohe Werte, da die Fluktuation der Fortschrittsvariablen durch die Turbulenz bestimmt wird. Zunehmender Expansionseinfluss bremst den turbulenzinduzierten Transport der Fortschrittsvariablen dagegen ab. Dies schlägt sich in einer schlechteren Korrelation $\widetilde{\mathbf{v}''c''}$ nieder, die sogar negative Werte annehmen kann [66]. Eine schlechtere Korrelation von Geschwindigkeitsschwankung und Fortschrittsvariable bedingt niedrigere Werte für $C_{s,SD}$. Dagegen fußt die Skalierungsfunktion C_s grundsätzlich auf der Annahme einer positiven Korrelation von Fortschrittsvariable und Geschwindigkeitsfluktuation. Die Expansion wirkt sich auf die Korrelation $\widetilde{\mathbf{v}''c''}$ theoretisch ab einer Brayzahl (Gl. 2.79) $N_B \gtrsim 1$ aus. Hierbei muss angemerkt werden, dass die Bestimmung der Brayzahl schwierig und immer noch Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten ist (vgl. Abschnitt 2.3.3.2).

5.4 Zeitliche Kohärenz der Fortschrittsvariablen

Nachfolgend wird auf die Umrechnung der Wellenzahl- in Frequenzspektren eingegangen. Es wird gezeigt, dass Lagrange-Spektren der Fortschrittsvariablen den gleichen spektralen Abfall ~ ω^{-2} aufweisen wie dies bereits für Geschwindigkeitsspektren publiziert wurde. Die Untersuchung wird erst durch das LIF-System mit einer Wiederholrate von 1 kHz (Abschnitt 4) ermöglicht.

Die Berechnung der skalaren Lagrange-Korrelation

$$\mathscr{R}_{c,c}(\tau) = \overline{c'(\mathbf{x_0}, t)c'(\mathbf{x_1}, t+\tau)}$$
(5.26)

erfordert die orts- und zeitabhängige Detektion der Fortschrittsvariablen. Dabei ist zu beachten, dass Lagrange-Korrelationen im Gegensatz zu Euler-Korrelationen die Verbundwahrscheinlichkeit gleicher Fluidpartikel erfassen, d. h.

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}(\mathbf{x}_0, t) \cdot \tau. \tag{5.27}$$

Das Kernproblem bei der Bestimmung von Lagrangeschen Korrelationskoeffizienten liegt in der richtigen Bestimmung der Orte \mathbf{x}_0 und \mathbf{x}_1 des gleichen Fluidpartikels. Dafür wurde im ersten Versuch das in Abschnitt 4 präsentierte HS-PIV-System eingesetzt. Damit kann theoretisch die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{x}_0, t)$ eines einzelnen Partikels am Ort \mathbf{x}_0 bestimmt werden. Unter der Voraussetzung, dass sich die Geschwindigkeit innerhalb der Verzugszeit τ nicht ändert, ergibt sich daraus der Aufenthaltsort \mathbf{x}_1 zum Zeitpunkt $t + \tau$ (Gl. 5.27). Die Anwendung dieser Prozedur lieferte allerdings unphysikalisch abknickende Partikelbahnen und wurde daher nicht weiter verfolgt. Der Autor vermutet die Ursache in der Extrapolation der Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{x}_0, t)$ über den gesamten Separationszeitraum τ , die sich aus der mangelnden Orts- bzw. Zeitauflösung des eingesetzten Systems ergibt (1,7 mm bzw. 1 ms).

Weil die Bestimmung von Korrelationskoeffizienten für einzelne Fluidpartikel nicht gelang, werden integrale Korrelationskoeffizienten für die gesamte Flammenfront ermittelt. Dabei wird wiederum die Isolinie $\bar{c} = 0,5$ betrachtet. Da das in Abschnitt 4 beschriebene LIF-System nur planare Informationen liefert, werden zur Bestimmung der Lagrange-Korrelation Brennerkonfigurationen ohne Drall verwendet (Tab. 5.2). Die Bestimmung der Korrelationsko-

Versuchs-	Drallkonfigu-	λ[-]	P_{th} [kW]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
16	TD 40oD	1,0	25	0
17	TD 40oD	1,0	30	0
18	TD 40oD	1,0	35	0

Tabelle 5.2: Betriebspunkte zur Untersuchung zeitlicher Kohärenz.

effizienten $\mathcal{R}_{c,c}$ erfolgt in drei Schritten:

- 1. Edukte (c = 0) und Produkte (c = 1) werden durch die Flammenfront abgetrennt. Im ersten Schritt wird die instantane Flammenfrontauslenkung Δr relativ zur Isolinie $\bar{c} = 0,5$ bestimmt (Abb. 5.14). Zur weiteren Auswertung wird entlang der Linie $\bar{c} = 0,5$ die Flammenfrontkoordinate *s* eingeführt. Die gewählte Prozedur liefert für jede Koordinate *s* den Punkt der Flammenfront, der der Isolinie \bar{c} am nächsten liegt. Die instantane Flammenfrontauslenkung $\Delta r(t)$ wurde jeweils für alle Bilder eines Versuches berechnet.
- 2. Im zweiten Schritt wird für jede Instantanauslenkung Δr die Kreuzkorrelation

$$\mathscr{R}_{\Delta r(t),\Delta r(t+\tau)}(\Delta s,\tau) = \sum_{s=\Delta s}^{s=s_{max}-\Delta s-1} \Delta r(t+\tau)_{s+\Delta s} \Delta r(t)_s$$
(5.28)



Abbildung 5.14: Auslenkung der Flammenfront relativ zur Isolinie $\bar{c} = 0, 5$.

relativ zu den nachfolgenden Bildern (1 $ms < \tau < 20 ms$) ausgewertet. Der zu korrelierende Bereich wird durch die Lage der Isolinie $\bar{c} = 0, 5$ und den Messbereich in der x-z-Ebene ($0 \le z/D \le 3$) vorgegeben. Hierbei gilt am unteren Bildrand s = 0, während bei maximalem Abstand zur Brenneraustrittsebene $s = s_{max}$ erreicht wird. Die Kreuzkorrelation nimmt abhängig von der Verschiebung Δs bei bestmöglicher Übereinstimmung der Strukturen ihr Maximum an. Mit der Annahme, dass die Geschwindigkeit der Flammenfront nur schwach von der axialen Position abhängt, erhält man dadurch die relative örtliche Verschiebung Δs der instantanen Flammenfronten zueinander. Da die Bewegung der Strukturen v. a. in Hauptströmungsrichtung erfolgt, ist $\Delta s > 0$. Abbildung 5.15 zeigt die instantane Flammenfront für zwei aufeinanderfolgende Bilder, der Zeitversatz beträgt $\tau = 1 ms$. Ferner ist die durch obige Prozedur ermittelte Verschiebung $\Delta s(\tau)$ zu sehen.

3. Mit der bekannten Verschiebung Δs kann die Bewegung der Flammenfrontauslenkung rekonstruiert werden. Damit erfolgt im letzten Schritt die Bestimmung der Korrelationskoeffizienten gemäß

$$\mathscr{R}_{c,c}(\tau) = \frac{\sum_{s=\Delta s}^{s=s_{max}-\Delta s-1} c'(s+\Delta s,t)c'(s,t+\tau)}{c'_{rms}(s+\Delta s,t)c'_{rms}(s,t+\tau)}.$$
(5.29)

Da der Messbereich des LIF-Systems gleich bleibt und für die Verschie-



Abbildung 5.15: *Korrektur der Verschiebung* ($\tau = 1 ms$).

bung immer $\Delta s > 0$ gilt, verlassen die einzelnen Strukturen mit steigender Zeitseparation den Messbereich. Dieser Prozess verläuft kontinuierlich und führt mit größerer zeitlicher Separation zu immer kleineren vergleichbaren bzw. sinnvoll korrelierbaren Bereichen. Daraus ergeben sich die Grenzen $s = s_{max} - \Delta s - 1$ und $s = \Delta s$ zur Bildung des Korrelationskoeffizienten. Durch die Normierung der Korrelationskoeffizienten wirkt sich dies allerdings lediglich auf das Signal-Rausch-Verhältnis und nicht auf die Verbundwahrscheinlichkeiten selbst aus.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden für die Berechnung von Lagrange-Korrelationen LIF-Sequenzen mit einer Zeitauflösung von 1 *ms* verwendet. Abbildung 5.16 zeigt die Korrelationskoeffizienten $\mathcal{R}_{c,c}(\tau)$ für den Fall der drallfreien Flamme. Die thermische Leistung varriert von $P_{th} = 25 \ kW$ bis $P_{th} = 35 \ kW$. Der Verlauf der Korrelationskoeffizienten zeigt ein für turbulente Strömungen typisches Verhalten [94]: Für die zeitliche Separation $\tau = 0$ ms erreichen die Korrelationskoeffizienten ihr Maximum $\mathcal{R}_{c,c}(\tau) = 1$. Mit zunehmendem zeitlichen Abstand zum Referenzzeitpunkt verformen sich die einzelnen Wirbeln immer stärker. Dies führt dazu, dass die Korrelation mit steigender Separationszeit τ abnimmt, wobei der Korrelationskoeffizient auch negative Werte annehmen kann [94]. In diesem Fall verhält sich die Schwankung gegenphasig relativ zum Referenzpunkt. Für die durchgeführten Messungen ist dies aber kaum nachweisbar.



Abbildung 5.16: Lagrange Korrelationskoeffizienten der Fortschrittsvariablen für verschiedene thermische Leistungen.



Abbildung 5.17: Lagrangespektren der Fortschrittsvariable für verschiedene thermische Leistungen.

Zur Bildung der Spektren werden die normierten Korrelationen in den Frequenzraum überführt. Abbildung 5.17 zeigt die Frequenzspektren für die untersuchten Konfigurationen. Alle drei Spektren zeigen bereits bei einer turbulenten Reynoldszahl $Re_t \approx 500$ den für turbulente Strömungen typischen Abfall ~ f^{-2} , was für den Sonderfall einer turbulenten Verbrennung somit erstmals gezeigt werden konnte. Dies belegt, dass die vorgeschlagene Frequenz-Wellenzahl-Abbildung (Gl. 2.109) für die Fortschrittsvariable qualitativ gültig

$P_{th}[kW]$	$\mathcal{T}_{c}[ms]$	$\frac{\mathcal{T}_{c}v'_{rms}}{l_{t}}$	$\frac{\mathcal{T}_{c}C_{D}s_{t}}{\delta_{t}}$
25	5,8	0,8	1,9
30	4,8	0,8	1,8
35	3,8	0,8	1,6

 Tabelle 5.3: Charakteristische Zeitmaße für die einzelnen Konfigurationen.

ist.

Zur quantitativen Abstützung wird das Lagrange-Zeitmaß aus Messwerten berechnet und mit einer aus der Frequenz-Wellenzahl-Abbildung berechneten Skalierungsvorschrift verglichen. Das Lagrange-Zeitmaß kann durch Integration der Korrelationskoeffizienten

$$\mathcal{T}_c = \int_0^\infty \mathscr{R}_{c,c}(\tau) d\tau \tag{5.30}$$

aus allen drei Versuchen berechnet werden. Der Vergleich mit dem charakteristischen Zeitmaß der turbulenten Strömung τ_t und dem für die Lärmprognose verwendeten Zeitmaß τ_c (Gl. 2.108) ist in Tab. 5.3 dargestellt. Die Bildung integraler Werte für τ_t und τ_c erfolgte mit den Abschätzungen $v'_{rms} =$ $0, 1 v_{bulk}$ [95] und $l_t = 0,25d_h$ [94], zur Berücksichtigung von Einmischeffekten wurde hierbei die mittlere Luftzahl um 0,2 relativ zur Brenneraustrittsebene erhöht. Es ist erkennbar, dass sich die entdimensionierten Zeitmaße nur wenig ändern. Dies gilt sowohl für die Entdimensionierung mit dem turbulenten Zeitmaß τ_t (Gl. 2.75) als auch mit dem charakteristischen Zeitmaß τ_c (Gl. 2.108). Dies spiegelt den erhöhten Durchsatz mit steigender Leistung wider. Damit belegen die Untersuchungen, dass die von Corrsin geforderte Abhängigkeit

$$\frac{\mathcal{T}}{\tau} = \text{konst.}$$
 (5.31)

auch für die Fortschrittsvariable gilt (vgl. Gl 2.37). Die durch Normierung mit τ_t bzw. τ_c ermittelten Skalierungsfaktoren (Tab. 5.3) weichen von der Formulierung nach Tennekes et al. [94] (Gl.2.38) ab.

Der aus den Messdaten berechnete quantitative Zusammenhang zwischen Lagrange-Zeitmaß und charakteristischem Zeitmaß bleibt aus zwei Gründen kritisch zu hinterfragen:

- Mit dem verwendeten Messverfahren lassen sich nur planare Informationen gewinnen. Deswegen ist die Verfolgung von Strukturen bei Drallflammen nicht möglich. Gleichzeitig ist die Zeitauflösung nicht hoch genug, um Flammen mit höheren Durchsätzen zu analysieren. Deswegen bleibt die Anzahl der Messungen begrenzt.
- Die Angabe mittlerer turbulenter Größen für die gesamte Flamme ist grundsätzlich fehleranfällig (vgl. Abschnitte 5.1 und 5.2).

Frühere Publikationen legen aber nahe (vgl. Abschnitt 2.2.3.3), dass sich der Skalierungsfaktor um eins bewegt, ähnlich wie in den durchgeführten Versuchen. Ferner ließ sich die Skalierung des Spektrums für die Fortschrittsvariable proportional zu f^{-2} bestätigen.

6 Globale Modellabstützung

Sowohl die Skalierungsfunktion C_s als auch die Frequenz-Wellenzahl-Abbildung hängen stark von turbulentem und chemischem Zeitmaß ab. Deswegen wurde eine Messkampagne mit dem Ziel starker Zeitmaßveränderungen durchgeführt (Tab. 6.1). Dabei ändert sich mit der thermischen Leistung und der Drallzahl das turbulente Zeitmaß (Tab. 6.1), während eine Variation des Brennstoffes zu einer Veränderung des chemischen Zeitmaßes führt. Unterschiedliche Luftzahlen wirken sich auf beide Zeitmaße aus. Zur Veranschaulichung werden die lokalen Chemie- und Turbulenzparameter entlang der Isolinie $\bar{c} = 0,5$ (Abb. 6.1, links) für eine Konfiguration (Versuchskonfiguration Nr.5, vgl. Tab. 3.2) ins Borghi-Diagramm eingetragen (Abb. 6.1, rechts). Die Damköhlerzahl wird aus den lokalen Zeitmaßen gemäß Gl. 2.44 gebildet.



Abbildung 6.1: Änderung des Flammenregimes abhängig von den einzelnen Versuchsparametern.

Parameter	τ_t	τ_{chem}
therm. Leistung	Х	
Drall	Х	
Brennstoff		Х
Luftzahl	Х	Х

Tabelle 6.1: Variation von turbulentem und chemischem Zeitmaß.

Die Pfeile innerhalb des Borghi-Diagramms (Abb. 6.1, rechts) markieren die Bewegung im Borghi-Diagramm abhängig von den geänderten Parametern (vgl. Kapitel 3). Im Vergleich zu den bisherigen Arbeiten zum Thema turbulenter Flammenlärm wäre eine qualitativ richtige, theoretische Prognose der Schalldruckpegel über einen derart großen Bereich des Borghi-Diagramms (Abb. 6.1) bereits als Erfolg zu werten. Durch das vorgestellte Modell wird außerdem auch quantitativ eine gute Vorhersagequalität erreicht. Die Prognose wird mit Mikrophondaten verglichen.

Abhängig von den Betriebsbedingungen ändert sich die Kohärenz der Fortschrittsvariablen sowohl im Wellenzahl- als auch im Frequenzraum. Die Abhängigkeit der Lärmprognose von der Skalierungsfunktion C_s und dem charakteristischen Zeitmaß τ_c wird für verschiedene Betriebsparameter diskutiert und bewertet.

6.1 Variation des turbulenten Zeitmaßes

Um den Einfluss des turbulenten Zeitmaßes auf die Lärmemission zu studieren, werden sowohl die thermische Leistung als auch die Drallzahl variiert.

6.1.1 Veränderung der thermischen Leistung

Die thermische Leistung wird bei gleichem Brennstoff, konstanter Drallzahl und konstantem Luftüberschuss (Tab. 6.2) variiert. Eine höhere thermische Leistung führt zu einem höheren Durchsatz.

Die Lärmemission wird mit dem Spektralmodell (Abschnitt 2.4) prognos-

Versuchs-	Drallkonfigu-	P_{th} [kW]	λ[-]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
8	TD 4032	30	1,2	0
5	TD 4032	60	1,2	0
9	TD 4032	90	1,2	0

Tabelle 6.2: Betriebspunkte zur Untersuchung der Lärmemission abhängig vonder thermischen Leistung.



Abbildung 6.2: Schallleistungsspektren für verschiedene thermische Leistungen. Die Linien stellen die Modellvorhersagen (−·) bzw. die Mikrophondaten (−) dar.

tiziert. Die Turbulenzparameter (l_t , v'_{rms}) werden aus PIV-Daten (vgl. Abschnitt 5.1.1) und die chemischen Parameter (s_l , δ_l) aus Chemkin-Daten (vgl. Abschnitt 3.2) berechnet. Bei der Berechnung der Chemieparameter wird die Einmischung von Umgebungsluft (vgl. Abschnitt 5.1.2) berücksichtigt. Aus den vier genannten Größen wird auch die lokale Wärmefreisetzungsdichte berechnet (vgl. Abschnitt 5.1.3). Abbildung 6.2 zeigt sowohl die prognostizierten als auch die durch die Intensitätssonde erhaltenen Schallemissionsspektren für die einzelnen Betriebspunkte. Die durch das Spektralmodell prognostizierte Lärmemission wird gemäß Gl. 4.13 für alle nachfolgend gezeigten Spektren in dB umgerechnet. Die einzelnen Verläufe zeigen qualitativ das gleiche Verhalten: Der Schallleistungspegel erreicht im Bereich von einigen hundert Hertz sein Maximum (f_{char}) und fällt sowohl mit fallender als auch steigender

Frequenz ab. Dieses Verhalten wurde bereits in zahlreichen Publikationen dokumentiert (z. B. [51]) und spiegelt das Spektrum der turbulenten kinetischen Energie wider.

Generell ergeben sich Abweichungen zwischen den Modellvorhersagen und den gemessenen Schalldruckspektren in den Extrembereichen. Dies hat zwei Ursachen:

- Die Produktion der skalaren Fluktuation bei niedrigen Frequenzen wird durch das vorgestellte Modell nur bedingt richtig erfasst, weil die verwendete Frequenz-Wellenzahl-Abbildung nur im Inertialbereich gültig ist. Ferner wird durch das vorgeschlagene Wellenzahlspektrum großskalige, nicht-turbulente Kohärenz nicht erfasst. Diese hängt von der jeweiligen Versuchskonfiguration ab, ist nicht universell und wurde in das Spektralmodell daher nicht einbezogen.
- Für hohe Frequenzen (ab ca. 1500 Hz) gewinnen fluidmechanische Anteile an Gewicht. Da fluidmechanische Anteile durch das vorgestellte Modell nicht erfasst werden, zeigt sich bei den Modellspektren ein deutlich stärkerer Abfall als bei den gemessenen Schallleistungsspektren.

Da allerdings die meiste akustische Leistung nahe der charakteristischen Frequenz f_{char} emittiert wird, sind die Fehler an den Rändern des Spektrums als vernachlässigbar einzustufen.

Mit der thermischen Leistung steigen für die gewählten Betriebspunkte der Durchsatz und damit die Geschwindigkeitsfluktuation. Dies führt zu kleineren turbulenten Zeitskalen und höheren charakteristischen Frequenzen. Der Pegelunterschied zwischen prognostiziertem und detektiertem Schalldruckpegel in der Nähe der charakteristischen Frequenz f_{char} beträgt je nach Leistung zwischen 2 dB und 4 dB. Die Abweichung ist vermutlich auf Ungenauigkeiten bei der Berechnung der turbulenten Flammendicke (vgl. Abschnitt A) und der Wärmefreisetzungsverteilung zurückzuführen (vgl. Abschnitt 5.1.3). Das Verhalten der Schallemission wird durch das Spektralmodell qualitativ richtig widergegeben.

Zur Diskussion der einzelnen Betriebspunkte werden die Chemie- und Tur-



Abbildung 6.3: Änderung des turbulenten Zeitmaßes durch Variation der thermischen Leistung.

bulenzparameter ins Borghi-Diagramm eingetragen (Abb. 6.3). Für die Veränderung der Schallemission mit der thermischen Leistung sind zwei Effekte verantwortlich:

• Unter der Voraussetzung einer gleich bleibenden Flammengeometrie steigt mit steigendem Durchsatz die turbulente Brenngeschwindigkeit und damit die Wärmefreisetzungsdichte. Gleichzeitig führt der erhöhte Durchsatz zu einer Absenkung der Damköhlerzahl und niedrigeren Werten für die Skalierungsfunktion C_s , wodurch die höhere volumetrische Wärmefreisetzung teilweise kompensiert wird (Abb. 6.4). Man kann sehen, dass die Skalierungsfunktion C_s für niedrige thermische Leistung beinahe ihr Maximum $C_{s,max} = 0,75$ annimmt (vgl. Abschnitt 2.4.3). Mit kleiner werdender Damköhlerzahl dickt die Flammenfront zunehmend auf, wodurch die Varianz der Fortschrittsvariablen sinkt. Es ist erkennbar, dass die Prognose der akustischen Leistung bei $P_{th} = 30$ kW relativ zu den gemessenen Schalldruckspektren zu niedrigen Frequenzen hin verschoben ist. Der Grund ist vermutlich in der reduzierten Kopplung zwischen Fortschrittsvariable und turbulenter Strömung zu suchen (vgl. Abschnitt 5.3, Abb. 5.12), was zu einer Überbewertung der Skalierungs-



Abbildung 6.4: Axialer Verlauf der Skalierungsfunktion C_s für verschiedene thermische Leistungen.

funktion C_s in brennerfernen Bereichen durch das Modell führt. Da das Längenmaß in axialer Richtung stark ansteigt (vgl. Abb. 5.7) bedeutet dies eine stärkere Gewichtung niederfrequenter Anteile. Trotzdem gibt das Modell den Trend steigender Schallleistung mit steigender thermischen Leistung richtig wieder.

• Gleichzeitig fällt das charakteristische Zeitmaß mit zunehmender Leistung, woraus für steigende Leistung eine höhere charakteristische Frequenz folgt. Dieser Trend wird durch das Modell gut wiedergegeben.

Alternativ kann das turbulente Zeitmaß durch die Drallzahl variiert werden.

6.1.2 Veränderung des Dralls

Während das turbulente Längenmaß primär von der Düsengeometrie abhängt, führen unterschiedliche Drallkonfigurationen zu leicht unterschiedlichen Geschwindigkeitsscherschichten. Daraus resultieren unterschiedliche Geschwindigkeitsschwankungen und veränderte Zeitmaße für die turbulente Strömung. Die Änderung des turbulenten Zeitmaßes durch die Variation der Drallkonfiguration ist allerdings moderat.

Die Schallemission für drei unterschiedliche Drallkonfigurationen ist in Abb.

Versuchs-	Drallkonfigu-	P_{th} [kW]	λ[-]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
2	TD 4024	60	1,2	0
5	TD 4032	60	1,2	0
15	TD 4064	60	1,2	0

Tabelle 6.3: Betriebspunkte zur Untersuchung der Lärmemission abhängig vom Drall.



Abbildung 6.5: Schallemissionsspektren für verschiedene Drallkonfigurationen. Die Linien stellen die Modellvorhersagen (−·) bzw. die Mikrophondaten (−) dar.

6.5 dargestellt. In Abbildung 6.5 sind sowohl die Vorhersagen durch das vorgestellte Modell als auch mit einer Intensitätssonde gemessene Schalldruckverteilungen dargestellt.

Die über das Spektralmodell prognostizierten Spektren zeigen alle im Vergleich zu den Mikrophondaten leicht niedrigere Pegel (2 dB bis 3 dB) in der Nähe der charakteristischen Frequenz f_{char} . Da sich sowohl die Wärmefreisetzungsdichte als auch die Damköhlerzahl, und damit die Skalierungsfunktion C_s , nur schwach ändern, ist auch die Veränderung des Schalldruckpegels schwach. Gleichzeitig ist erkennbar, dass sich wegen der unterschiedlichen turbulenten Zeitmaße die charakteristische Frequenz verschiebt. Auch diese Verschiebung ist marginal. Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass das vorgeschlagene Modell Veränderungen des Schalldruckspektrums aufgrund

Versuchs-	Drallkonfigu-	P_{th} [kW]	λ[-]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
5	TD 4032	60	1,2	0
10	TD 4032	60	1,2	0,5
11	TD 4032	60	1,2	0,6

Tabelle 6.4: Betriebspunkte zur Untersuchung der Lärmemission abhängig vonder Brennstoffzusammensetzung.



Abbildung 6.6: Schallemissionsspektren für verschiedene Brennstoffzusammensetzungen. Die Linien stellen die Modellvorhersagen (−·) bzw. die Mikrophondaten (−) dar.

unterschiedlicher turbulenter Zeitmaße nachbilden kann.

6.2 Variation des chemischen Zeitmaßes

Bei gleicher Drallkonfiguration, konstanter Luftzahl und konstanter thermischer Leistung wird die Brennstoffzusammensetzung (Tab. 6.4) verändert. Dadurch kann der Einfluss des chemischen Zeitmaßes auf die Schallemission untersucht werden. Abbildung 6.6 zeigt sowohl die Prognosen für die Lärmemissionen als auch die gemessenen Schalldruckspektren für verschiedene Brennstoffzusammensetzungen. Die Schallemission wird durch das vorgeschlagene Modell für alle drei Betriebspunkte gut prognostiziert. Dies betrifft



Abbildung 6.7: Änderung des chemischen Zeitmaßes durch Variation der Brennstoffzusammensetzung.

sowohl den Anstieg der Lärmemission als auch die Frequenzverschiebung. Der Schalldruckpegel wird im Bereich der maximalen Emission mit einer Genauigkeit von 2 dB bis 6 dB prognostiziert.

Abhängig vom Wasserstoffanteil ergeben sich Unterschiede zwischen den einzelnen Schallemissionsspektren, die anhand der in das Lärmmodell eingehenden Größen zugeordnet werden können. Zur Diskussion des Brennstoffeinflusses sind in Abb. 6.7 die Verhältnisse von turbulenten und chemischen Geschwindigkeits- bzw. Längenmaßen dargestellt. Die einzelnen Messreihen werden durch Punkte auf der Isolinie $\bar{c} = 0,5$ für verschiedene axiale Positionen (z/D = 0.2...1.5) dargestellt. Da sich der Durchsatz mit zunehmendem Wasserstoffanteil nur schwach ändert, bleiben die turbulenten Skalen für die drei Konfigurationen nahezu gleich. Dagegen sinkt wegen der höheren Brenngeschwindigkeit von Wasserstoff das chemische Zeitmaß, wodurch die Damköhlerzahl steigt. Die Veränderung des Schalldruckspektrums hat zwei Ursachen:

• Die Varianz der Fortschrittsvariablen durch die Skalierungsfunktion C_s wird bei hohem Wasserstoffanteil kaum reduziert ($C_s \approx 0.8 \cdot C_{s,max}$). Da-



Abbildung 6.8: Veränderung der Skalierungsfunktion C_s abhängig von Brennstoffzusammensetzung und axialer Position.

gegen sind die Werte für C_s bei den Methanflammen um ca. 30% niedriger. Dadurch wird die Amplitude des prognostizierten Spektrums deutlich kleiner. Die Reduktion der Schallemission nahe der energietragenden Frequenz beträgt ca. 3 *dB*.

• Zur Umrechnung der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum wird die Zielfrequenz mit einem charakteristischen Zeitmaß τ_c skaliert. Das charakteristische Zeitmaß stellt damit ein Maß für die zu erwartende Frequenz maximaler Emission f_{char} dar [99]. Durch die Zugabe von Wasserstoff erhöht sich die turbulente Brenngeschwindigkeit, während die turbulente Flammendicke sinkt. Dadurch sinkt auch das charakteristische Zeitmaß, was zu höheren charakteristischen Frequenzen führt.

Insgesamt kann die Veränderung der Lärmemission als Funktion des chemischen Zeitmaßes durch das Spektralmodell gut nachvollzogen werden.



Abbildung 6.9: Charakteristisches Zeitmaß τ_c abhängig von Brennstoffzusammensetzung und axialer Position.

Versuchs-	Drallkonfigu-	P_{th} [kW]	λ[-]	<i>y</i> _{<i>H</i>₂} [-]
nr.	ration			
3	TD 4032	60	1,0	0
5	TD 4032	60	1,2	0
7	TD 4032	60	1,4	0

Tabelle 6.5: Betriebspunkte zur Untersuchung der Lärmemission abhängig von der Luftzahl λ .

6.3 Kombinierte Variation von turbulentem und chemischem Zeitmaß

Eine kombinierte Veränderung von chemischem und turbulentem Zeitmaß kann durch Veränderung der Luftzahl erreicht werden. Dafür wird die thermische Leistung P_{th} konstant gehalten.

Abbildung 6.10 zeigt sowohl vorhergesagte als auch gemessene Schallemissionsspektren für verschiedene Luftzahlen. Wiederum zeigt sich das gleiche globale Verhalten der Schalldrücke, sowohl in der Vorhersage als auch in der Mikrophonmessung. Die Abweichung beträgt zwischen 2 dB und 6 dB. Es ist erkennbar, dass mit steigendem Luftüberschuss der Schalldruckpegel abnimmt. Während bei niedrigen Luftzahlen ($\lambda = 1.0$) der prognostizierte Pegel



Abbildung 6.10: Schallemissionsspektren für verschiedene Luftzahlen. Die Linien stellen die Modellvorhersagen (−·) bzw. die Mikrophondaten (−) dar.



Abbildung 6.11: Änderung von turbulentem und chemischem Zeitmaß durch Variation der Luftzahl.

nahe der charakteristischen Frequenz ca. 62 dB beträgt, werden bei $\lambda = 1.4$ ca. 58 dB nicht überschritten. Die Absenkung des Schalldruckpegels ist auf die Annäherung an das Regime des idealen Rührreaktors zurückzuführen (Abb. 6.11). Für die Änderung des Schalldruckspektrums mit steigender Luftzahl


Abbildung 6.12: Veränderung der Skalierungsfunktion C_s abhängig von Luftzahl und axialer Position.

sind gemäß des Spektralmodells zwei Effekte maßgebend:

- Wegen des erhöhten Durchsatzes mit steigendem Luftüberschuss nimmt das turbulente Zeitmaß ab, während das chemische Zeitmaß steigt. Diese beiden Effekte führen zu einer Reduktion der Damköhlerzahl von $Da \approx 3$ $(\lambda = 1,0)$ auf $Da \approx 0,5$ $(\lambda = 1,4)$. Die Annäherung an den Bereich des idealen Rührreaktors führt zu einer Reduktion der Skalierungsfunktion C_s , die durch die übrigen in die Lärmberechnung eingehenden Größen nicht kompensiert werden kann. Abbildung 6.12 zeigt die Skalierungsfunktion abhängig von der Luftzahl. Während für niedrige Luftzahlen $(\lambda = 1,0)$ beinahe der Maximalwert $C_{s,max} = 0,75$ erreicht wird, ist C_s für $\lambda = 1,4$ um das vierfache niedriger.
- Gleichzeitig wird durch das vorgestellte Modell eine Verschiebung der charakteristischen Frequenz prognostiziert. Für niedrige Luftzahlen ist das charakteristische Zeitmaß τ_c noch stark von der turbulenten Strömung beeinflusst. Diese Kopplung nimmt für größere Luftzahlen (λ = 1,4) immer mehr ab. Daraus ergibt sich ein beinahe quadratischer Anstieg, der sich aus den charakteristischen Größen der chemischen Reaktion (Abb. 3.3) ergibt. Diese Frequenzverschiebung wird durch die Mikrophondaten nur bedingt wiedergegeben, wofür in erster Linie Effekte aus der Raumakustik verantwortlich sein dürften.



Abbildung 6.13: Charakteristisches Zeitmaß τ_c abhängig von Luftzahl und axialer Position.

Insgesamt bleibt festzuhalten, dass das vorgestellte Modell in der Lage ist, sämtliche untersuchte Parameterstudien qualitativ richtig wiederzugeben. Dies betrifft sowohl den Schalldruckpegel als auch die charakteristische Frequenz f_{char} . Die Abweichung des Pegels nahe f_{char} mit ca. 2 dB bis 6 dB als außerordentlich niedrig einzustufen.

7 Zusammenfassung

Die Arbeit beschreibt einen Teilaspekt einer größeren Forschungsaktivität, in deren Rahmen ein Modell zur Prognose turbulenten Flammenlärms entwickelt wurde. Zur Vorhersage wird eine analytische Lösung der Wellengleichung verwendet, wobei die akustische Störung durch die Kohärenz der instationären Wärmefreisetzung ausgelöst wird. Diese wird von der turbulenten Strömung beeinflusst. Da die statistische Beschreibung turbulenter Strömungen sowohl im Orts- als auch im Zeitbereich vollzogen werden kann, wird auch die Kohärenzfunktion der Wärmefreisetzung der Einfachheit halber zuerst im Wellenzahlraum berechnet. Dafür wird angenommen, dass die chemische Reaktion im Vergleich zur turbulenten Mischung unendlich schnell abläuft und die Fortschrittsvariable der turbulenten Strömung passiv folgt. Anschließend werden die Wellenzahlspektren so modifiziert, dass der Übergang in das Flammenregime des idealen Rührreaktors und die Eigendynamik der Flammenfront berücksichtigt werden können. Im nächsten Schritt erfolgt die Transformation der Wellenzahlspektren in den Frequenzraum durch eine Frequenz-Wellenzahl-Abbildung. Diese orientiert sich an einer isothermen turbulenten Strömung, wurde aber zur Behandlung turbulenter Flammen verändert. Durch diese Prozedur erhält man für jeden Ort des Flammenvolumens eine frequenzabhängige Darstellung des akustischen Quellterms. Die Superposition der einzelnen Quellterme in Verbindung mit der Wellengleichung liefert die spektrale Verteilung der Schallleistung.

Innerhalb des Vorhersagemodells werden mehrere Annahmen getroffen, die experimentell validiert wurden. Dafür wurden geeignete Messprozeduren entwickelt. Hinsichtlich der lärmbestimmende Kohärenzfunktion lassen sich dadurch drei Aspekte festhalten:

• Es konnte gezeigt werden, dass das Makrolängenmaß der Fortschrittsvariablen mit dem der turbulenten Strömung skaliert. Für die spektrale Verteilung darf ein Modellspektrum für isotrope Turbulenz angenommen werden.

- Im Grenzfall eines idealen Rührreaktors wird wegen fehlender Wärmefreisetzungsschwankungen kein Schall emittiert. Zur Modellierung dieses Grenzfalls wurde eine Skalierungsfunktion *C_s* eingeführt, die die Prognose des Schalldruckpegels für niedrige Damköhlerzahlen erlaubt. Durch Auswertung der Transportgleichung für die Varianz der Fortschrittsvariablen konnte die Gültigkeit der Funktion demonstriert werden.
- Zur Abstützung der im Lärmmodell verwendeten Frequenz-Wellenzahlabbildung wurde ein PLIF-System mit einer Wiederholrate von 1 kHz aufgebaut. Neben der örtlicher Kohärenz der Fortschrittsvariable konnten dadurch erstmals Lagrangespektren für einen aktiven Skalar bestimmt werden. Das angenommene Skalierungsgesetz proportional zu ω^{-2} für das Spektrum der Fortschrittsvariablen konnte verifiziert werden.

Abschließend folgt der Vergleich zwischen prognostizierter und tatsächlicher Schallemission für Flammen mit unterschiedlichen chemischen und turbulenten Zeitskalen. Die Genauigkeit der Lärmberechnung hängt von den nachfolgend aufgezählten drei Effekten ab:

- Das Vorhersagemodell benötigt die lokale Wärmefreisetzungsdichte als Eingangsgröße. Die Bestimmung der Wärmefreisetzungsverteilung ist sowohl experimentell als auch durch numerische Simulation schwierig.
- Zur Berechnung der Skalierungsfunktion C_s wird ein Verbrennungsmodell eingesetzt, wodurch die Vorhersagegenauigkeit eingeschränkt wird. Gleiches gilt für das Kohärenzvolumen und die Eingangsgrößen der Frequenz-Wellenzahl-Abbildung. Das Kohärenzvolumen hängt von der turbulenten Flammendicke δ_t , die Frequenz-Wellenzahl-Abbildung zusätzlich noch von der turbulenten Brenngeschwindigkeit s_t ab.
- Die Richtigkeit der im Modell benutzten Frequenz-Wellenzahl-Abbildung konnte qualitativ nachgewiesen werden. Die durchgeführte

Parameterstudie weist darauf hin, dass der gewählte Ansatz brauchbar ist.

Für die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Versuchskonfigurationen konnte insgesamt eine bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen der gemessenen und der prognostizierten Lärmemission für unterschiedliche Typen turbulenter Vormischflammen erreicht werden. Der Einfluss der Betriebsparameter auf die Lärmspektren und die akustische Leistung wurde immer richtig vorhergesagt. Quantitativ betrug die Abweichung zwischen prognostizierter und gemessener Lärmemission in der Nähe der charakteristischen Frequenz nur wenige Dezibel. Zusammenfassung

Literaturverzeichnis

- [1] ABUGOV, A. I.; OBRZKOV, O. I.: Acoustic Noise in Turbulent Flames. In: *Combustion, Explosion and Shock Waves* 14 (1978), Nr. 5, S. 606–612
- [2] ARNOLD, J. S.: Generation of Combustion Noise. In: J. of Acoust. Soc. Am.
 52 Part 1 Nr. 1 (1972), S. 5–12
- [3] ASHURST, W. T. ; SHEPHERD, I. G.: Flame Front Curvature Distributions in a Turbulent Premixed Flame Zone. In: *Combust. Sci. and Tech.* 124 (1997), S. 115–144
- [4] BÜCHNER, H.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen der Entstehungsmechanismen selbsterregter Druckschwingungen in technischen Vormisch-Verbrennungssystemen, Fakultät für Chemieingenieurwesen, TH Karlsruhe, Diss., 1992
- [5] BOINEAU, P.; GERVAIS, Y.; MORICE, V.: An Aerothermoacoustic Model for Computation of Sound Radiated by Turbulent Flames. In: *Proceedings of Internoise* 96, 1996
- [6] BOINEAU, P. ; GERVAIS, Y. ; TOQUARD, M.: Spatio-Frequential Optical Measurements of Acoustic Sources in a Turbulent Flame. In: *Proceedings of Internoise* 97, 1997
- BRAGG, S. L.: Combustion Noise. In: *J. of the Institute of Fuel* 36 (1963),S. 12–16
- [8] BRIFFA, F. E. J. ; CLARK, C. J. ; WILLIAMS, G. T.: Combustion noise. In: *J. of the Institute of Fuel* 207 (1973), S. 207–216

- [9] BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A.; GROSCHE, G. (Hrsg.); ZIEGLER, V. (Hrsg.); ZIEGLER, D. (Hrsg.): *Taschenbuch der Mathematik*. 25. Auflage. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart/Leipzig und Nauka Verlag Moskau, 1991
- [10] CHEN, Y.-C. ; BILGER, R. W.: Experimental investigation of threedimensional flame-front structure in premixed turbulent combustion, II. Lean hydrogen/air Bunsen flames. In: *Combust. and Flame* 138 (2004), S. 155–174
- [11] CHEN, Y.-C. ; MANSOUR, M. S.: Topology of Turbulent Premixed Flame Fronts Resolved by Simultaneous Planar Imaging of LIPF of OH Radical and Rayleigh Scattering. In: *Experiments in Fluids* 26 (1999), S. 277–287
- [12] CHEN, Y.-C.; MANSOUR, M. S.: Geometric Interpretation of Fractal Parameters Measured in Turbulent Premixed Bunsen Flames. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 27 (2003), S. 409–416
- [13] CHENG, R. K.: Conditional Sampling of Turbulence Intensities and Reynolds Stress in Premixed Turbulent Flames. In: *Combust. Sci. and Tech.* 41 (1984), S. 109–142
- [14] CHENG, R. K.; SHEPHERD, I. G.; BEDAT, B.; TALBOT, L.: Premixed Turbulent Flame Structures in Moderate and Intense Isotropic Turbulence. In: *Combust. Sci. and Tech.* 174 (2002), S. 29–69
- [15] CLAVIN, P.; SIGGIA, E. D.: Turbulent Premixed Flames and Sound Generation. In: *Combust. Sci. and Tech.* 78 (1991), S. 147–155
- [16] CORRSIN, S.: On the Spectrum of Isotropic Temperature Fluctuations in an Isotropic Turbulence. In: *J. of Appl. Physics* 22 (1951), S. 469–473
- [17] CORRSIN, S.: The reactant concentration spectrum in turbulent mixing with a first-order reaction. In: *J. of Fluid Mech.* 11 (1961), S. 407–416
- [18] CORRSIN, S.: Estimates of the Relations between Eulerian and Lagrangian Scales in Large Reynolds Number Turbulence. In: *J. of the Atmospheric Sciences* 20 (1963), S. 115–119

- [19] DIBBLE, R. W.; KOLLMANN, W.; SCHEFER, R. W.: Conserved Scalar Fluxes Measured in a Turbulent Nonpremixed Flame by Combined Laser Doppler Velocimetry and Laser Raman Scattering. In: *Combust. and Flame* 55 (1984), S. 307–321
- [20] DRIBINSKI, V.; OSSADTCHI, A.; MANDELSHTAM, V. A.; REISLER, H.: Reconstruction of Abel-Transformable Images: The Basis-Set Expansion Abel Transform Method. In: *Review of Scientific Instruments* 73 (2002), Nr. 7, S. 2634–2642
- [21] DRISCOLL, J. F.; SCHEFER, R. W.; DIBBLE, R. W.: Mass Fluxes measured in a turbulent nonpremixed flame. In: *19th Symp (Int.) on Combustion*, 1982, S. 477–485
- [22] ECKBRETH, A. C.; SIRIGNANO, W. A. (Hrsg.): Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species. 2nd edition. Gordon and Breach Publishers, 1988. – ISBN 90-5699-532-4
- [23] FISCHER, A.: *Hybride, thermoakustische Charakterisierung von Drallbrennern*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [24] FRANK, J. H.; KALT, P. A. M.; LONG, M. B.: Simultaneous Scalar/Velocity Field Measurements in Turbulent Gas-Phase Flows. In: *Combust. and Flame* 107 (1996), S. 1–14
- [25] FRANK, J. H.; KALT, P. A. M.; W., Bilger R.: Measurements of Conditional Velocities in Turbulent Premixed Flames by Simultaneous OH PLIF and PIV. In: *Combust. and Flame* 116 (1999), S. 220–232
- [26] FRITZ, J.: *Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen*, Technische Universität München, Diss., 2003
- [27] GAGNEPAIN, L.; CHAUVEAU, C.; GÖKALP, I.: A Comparison Between Dynamic and Scalar Timescales in Lean Premixed Turbulent Flames. In: 27th Symp (Int.) on Combustion, 1998
- [28] GÜLDER, Ö. L.; SMALLWOOD, G. J.: Inner Cutoff Scale of Flame Surface Wrinkling in Turbulent Premixed Flames. In: *Combust. and Flame* 103 (1995), S. 107–114

- [29] GÜLDER, Ö. L.; SMALLWOOD, G. J.; WONG, R.; SNELLING, D. R.; SMITH,
 R.: Flame Front Surface Characteristics in Turbulent Premixed Propane/Air Combustion. In: *Combust. and Flame* 120 (2000), S. 407–416
- [30] GONZALEZ, R. C. ; WINTZ, P.: *Digital Image Processing*. 2nd edition. Addison-Wesley Publishing Company, 1987. – ISBN 0-201-11026-1
- [31] GOSS, L. P.; TRUMP, D. D.; ROQUEMORE, W. M.: Combined CARS/LDA instrument for simultaneous temperature and velocity measurements. In: *Experiments in Fluids* 6 (1988), S. 189–198
- [32] HABER, L. C.: An investigation into the origin, measurement and application of chemiluminescent light emissions from premixed flames, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, Virginia, Diplomarbeit, 2000
- [33] HINZE, J. O.; CLARK, B. J. (Hrsg.): *Turbulence*. 2nd edition. Mc Graw-Hill, 1959. ISBN 0-07-029037-7
- [34] HIRSCH, C.; WÄSLE, J.; WINKLER, A.; SATTELMAYER, T.: A Spectral Model for the Sound Pressure from Turbulent Premixed Combustion. In: *31st Symp (Int.) on Combustion*, 2006, S. 1435–1441
- [35] HOFFMANN, A.: *Modellierung turbulenter Vormischverbrennung*, Fakultät für Chemieingenieurwesen, Universität Karlsruhe (TH), Diss., 2004
- [36] HULT, J.; RICHTER, M.; NYGREN, J.; ALDEN, M.; HULTQVIST, A.; CHRIS-TENSEN, M.; JOHANSSON, B.: Application of a high-repetition-rate laser diagnostic system for single-cycle-resolved imaging in internal combustion engines. In: J. of Appl. Optics 41 (2002), Nr. 24, S. 5002–5014
- [37] HURLE, I. R.; PRICE, R. B.; SUGDEN, T. M.; THOMAS, A.: Sound emission from open turbulent flames. In: *Proceedings of the Royal Society of London A* 303 (1968), S. 409–427
- [38] JANICKA, J.; PETERS, N.: Prediction of Turbulent Jet Diffusion Flame Lift-Off Using a pdf-Transport Equation. In: 19th Symp (Int.) on Combustion, 1982
- [39] JUNEJA, A.; POPE, S. B.: A DNS Study of Turbulent Mixing of Two Passive Scalars. In: *Physics of Fluids* 8 (1996), Nr. 8, S. 2161–2184

- [40] KALT, P. A. M.; CHEN, Y.-C.; BILGER, R. W.: Experimental Investigation Of Turbulent Scalar Flux In Premixed Stagnation-Type Flames. In: *Combust. and Flame* 129 (2002), S. 401–415
- [41] KIESEWETTER, F.: *Charakterisierung eines Drallbrenners durch numerische Strömungssimulation*, Lehrstuhl für Thermodynamik, TU München, Diplomarbeit, 2000
- [42] KLEIN, S. A.: *On the Acoustics of Turbulent Non-premixed Flames*, Universität Twente, Diss., 2000
- [43] KLEIN, S. A.; KOK, J. B. W.: Sound Generation by Turbulent Nonpremixed Flames. In: *Combust. Sci. and Tech.* 149/1-6 (1999), S. 267–295
- [44] KOK, J. B. W.; JAGER, B. de: Modeling of Combustion Noise in Turbulent, Premixed Flames. In: *Proceedings of GT2006 ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air*, 2006
- [45] KONLE, M.: Simultane PIV-LIF-Messungen zur Bestimmung der Flammenstreckungsrate, Lehrstuhl für Thermodynamik, TU München, Diplomarbeit, 2005
- [46] KOTAKE, S.; HATTA, K.: On the Noise of Diffusion Flames. In: Bulletin of JSME 8 (1965), Nr. 30, S. 211–219
- [47] KOTAKE, S.; TAKAMOTO, K.: Combustion Noise: Effects of the Shape and the Size of Burner Nozzle. In: *J. of Sound and Vibration* 112 (1987), Nr. 2, S. 345–354
- [48] KRÖNER, M.: Einfluss lokaler Löschvorgänge auf den Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen, Technische Universität München, Diss., 2003
- [49] LEE, D. H.; KWON, S.: Statistical Analysis of the Fractal Nature of Turbulent Premixed Flames. In: *Combust. Sci. and Tech.* 175 (2003), S. 1317– 1332
- [50] LIBBY, P. A.; BRAY, K. N. C.: Countergradient Diffusion in Turbulent Premixed Flames. In: *AIAA Journal* 19 (1981), S. 205–213

- [51] LIEUWEN, T.; RAJARAM, R.: Acoustic Radiation from Premixed Flames Subjected to Convected Flow Disturbances. In: *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-02-0480,* 2002
- [52] LIGHTHILL, M. J.: On Sound Generated Aerodynamically, I. General Theory. In: *Proceedings of the Royal Society of London* Bd. 211, 1951, S. 564–586
- [53] MEHTA, G. K.; RAMACHANDRA, M. K.; STRAHLE, W. C.: Correlations between Light Emission, Acoustic Emission and Ion Density in Premixed Turbulent Flames. In: 18th Symp (Int.) on Combustion, 1981
- [54] MÜLLER, G.; MÖSER, M.: Taschenbuch der Technischen Akustik. Bd. 3., erweiterte und überarbeitete Auflage. Springer Berlin, Heidelberg, New York, 2004
- [55] MOSS, J. B.: Simultaneous Measurements of Concentration and Velocity in an Open Premixed Turbulent Flame. In: *Combust. Sci. and Tech.* 22 (1980), S. 119–129
- [56] MÄTZLER, C.: MATLAB Functions for Mie Scattering and Absorption -Version 2 / Universität Bern. 2002. – IAP Forschungsberichte
- [57] MÄTZLER, C.: Mie Scattering With and Without Diffraction / Universität Bern. 2004. – IAP Forschungsberichte
- [58] MYDLARSKI, L.: Mixed velocity-passive scalar statistics in high-Reynolds-number turbulence. In: J. of Fluid Mech. 475 (2003), S. 173– 203
- [59] OBUKOV, A. M.: Struktur des Temperaturfeldes in turbulenter Strömung.
 In: Nachrichten der Akademie der Wissenschaften der UdSSR geographische und geophysikalische Serie T XIII Nr. 1 (1949), S. 58–69
- [60] OVERHOLT, M. R. ; POPE, S. B.: Direct numerical simulation of a passive scalar with imposed mean gradient in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids* 8 (1996), Nr. 8, S. 3128–3148
- [61] PANOFSKY, H. A.: Spectra of atmospheric variables in the boundary layer. In: *Radio Science* 4 (1969), Nr. 12, S. 1101–1109

- [62] PETERS, N.: Laminar Flamelet Concepts in Turbulent Combustion. In: 21st Symp (Int.) on Combustion. The Combustion Institute, 1986, S. 1231 – 1250
- [63] PETERS, N.: A Spectral Closure for Premixed Turbulent Combustion in the Flamelet Regime. In: *J. of Fluid Mech.* 242 (1992), S. 611–629
- [64] PETERS, N.: Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben Pe 241/9-2
 Turbulente Brenngeschwindigkeit / Institut f
 ür Technische Mechanik.
 1994. Forschungsbericht
- [65] PETERS, N. ; BATCHELOR, G. K. (Hrsg.): *Turbulent Combustion*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 0-521-66082-3
- [66] PFADLER, S.; LEIPERTZ, A; DINKELACKER, F; WÄSLE, J; WINKLER, A; SAT-TELMAYER, T.: Two-dimensional direct measurement of the turbulent flux in turbulent premixed swirl flames. In: 31st Symp (Int.) on Combustion, 2006
- [67] POND, S.; SMITH, S. D.; HAMBLIN, P. F.; BURLING, R. W.: Spectra of Velocity and Temperature Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer Over the Sea. In: *J. of the Atmospheric Sciences* 23 (1966), S. 376–386
- [68] PORUBA, C.: Turbulente Flammenausbreitung in Wasserstoff-Luft-Gemischen, Technische Universität München, Diss., 2003
- [69] RADE, L.; WESTERGREN, B.; VACHENAUER, P. (Hrsg.): Springers Mathematische Formeln. 2nd edition. Springer Verlag, 1997. – ISBN 3-540-62829-0
- [70] RAFFEL, M.; WILLERT, C.; KOMPENHANS, J.; ADRIAN, R.J. (Hrsg.); GHA-RIB, M. (Hrsg.); MERZKIRCH, W. (Hrsg.); ROCKWELL, D. (Hrsg.); WHI-TELAW, J.H. (Hrsg.): *Particle Image Velocimetry*. 1st edition. Springer Berlin, Heidelberg, New York, 1998
- [71] RAJARAM, R.; GRAY, J.; LIEUWEN, T.: Premixed Combustion Noise Scaling: Total Power and Spectra. In: 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA-2006-2612, 2006

- [72] RAJARAM, R. ; LIEUWEN, T.: Parametric Studies of Acoustic Radiation from Premixed Flames. In: *Combust. Sci. and Tech.* 175 (2003), S. 2269– 2298
- [73] RAJARAM, R. ; LIEUWEN, T.: Effect of Approach Flow Turbulence Characteristics on Sound Generation from Premixed Flames. In: *42nd AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, AIAA-2004-0461*, 2004
- [74] RAJARAM, R. ; PREETHAM, P. ; LIEUWEN, T.: Frequency Scaling of Turbulent Premixed Flame Noise. In: 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA-2005-2828, 2005
- [75] RIBNER, H. S.: Quadrupole correlation governing the pattern of jet noise. In: *J. of Fluid Mech.* 38, part 1 (1969), S. 1–24
- [76] ROTTA, J. C.: *Turbulente Strömungen*. B. G. Teubner Stuttgart, 1972. ISBN 3-519-02316-4
- [77] SCHMID, H.-P.: *Ein Verbrennungsmodell zur Beschreibung der Wärmefreisetzung von vorgemischten turbulenten Flammen*, Fakultät für Chemieingenieurwesen, TH Karlsruhe, Diss., 1995
- [78] SCHMID, H.-P.; HABISREUTHER, P.; LEUCKEL, W.: A Model for Calculating Heat Release in Premixed Flames. In: *Combust. and Flame* 113 (1998), S. 79–91
- [79] SCHMITT, F.: Relating Lagrangian passive scalar scaling exponents to Eulerian scaling exponents in turbulence. In: *The European Physics Journal B* 48 (2005), S. 129–137
- [80] SCHMITT, F.: Linking Eulerian and Lagrangian structure functions scaling exponents in turbulence. In: *Physica A* 368 (2006), S. 377–387
- [81] SEURONT, L.; SCHMITT, F.; SHERTZER, D.; LAGADEUE; LOVEJOY, S.: Multifractal intermittency of Eulerian and Lagrangian turbulence of ocean temperature and plankton fields. In: *Nonlinear Processes in Geophysics* 3 (1996), S. 236–246

- [82] SHALABY, H. ; THEVENIN, D. ; BUI, P. ; SCHRÖDER, W. ; MEINKE, M.: DNS/CAA Analysis of the Sound Field Radiated from a Turbulent Premixed Flame. In: 13th International Congress on Sound and Vibration, 2006
- [83] SHEPHERD, I. G. ; MOSS, J. B. ; BRAY, K. N. C.: Turbulent Transport in a confined premixed flame. In: 19th Symp (Int.) on Combustion, 1982, S. 423–431
- [84] SHIVASHANKARA, B. N. ; STRAHLE, W. C. ; HANDLEY, J. C.: Combustion Noise Radiation by Open Turbulent Flames. In: AIAA paper 73-1025, 1973
- [85] SMITH, G. P.; GOLDEN, D. M.; FRENKLACH, M.; MORIARTY, N. W.; EITE-NEER, B.; GOLDENBERG, M.; BOWMAN, C. T.; HANSON, R. K.; SONG, S.; JR., W. C. G.; LISSIANSKI, V. V.; QIN, Z.: *GRI-Mech 3.0.* 1999. – http://www.me.berkeley.edu/
- [86] SMITH, S. W.: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing.* 2nd edition. California Technical Publishing, 1997
- [87] SMITH, T. J. B.; KILHAM, J. K.: Noise Generation by Open Turbulent Flames. In: J. of Acoust. Soc. Am. 35 (1963), Nr. 5, S. 715–724
- [88] STARNER, A. H.; BILGER, R. W.: Joint measurements of velocity and scalars in a turbulent diffusion flame with moderate swirl. In: *21st Symp (Int.) on Combustion*, 1986, S. 1569–1577
- [89] STEPHENSON, J. ; HASSAN, H. A.: The Spectrum of Combustion Generated Noise. In: *J. of Sound and Vibration* 53 (1977), S. 283–288
- [90] STOCKER, R.: Bestimmung verbrennungsrelevanter Größen in Flammen mit laseroptischen Verfahren, Technische Universität München, Diss., 2004
- [91] STRAHLE, W. C.: On Combustion Generated Noise. In: *J. of Fluid Mech.* 49 (1971), Nr. 2, S. 399–414
- [92] STRAHLE, W. C.: Combustion Noise. In: *Prog. Energy Combust. Sci.* 4 (1978), S. 157–176

- [93] Kap. A More Modern Theory of Combustion Noise In: STRAHLE, W. C.: Recent Advances in the Aerospace Sciences. New York, Plenum Press, 1985, S. 103–114. – ISBN A85-47304 23-31
- [94] TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L.: *A First Course in Turbulence*. 11th printing. The MIT Press, 1972. – ISBN 0-262-200198
- [95] TURNS, S. R.: *An Introduction to Combustion*. 2nd edition. Mc Graw-Hill, 2000. – ISBN 0-07-230096-5
- [96] VEYNANTE, D. ; TROUVE, A. ; BRAY, K. N. C. ; MANTEL, T.: Gradient and counter-gradient scalar transport in turbulent premixed flames. In: J. of Fluid Mech. 332 (1997), S. 263–293
- [97] VINNICHENKO, N. K.; DUTTON, J. A.: Empirical studies of atmospheric structure and spectra in the free atmosphere. In: *Radio Science* 4 (1969), Nr. 12, S. 1115–1126
- [98] WARNATZ, J.; MAAS, U.; DIBBLE, R. W.: Verbrennung. 3. Auflage.
 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001. ISBN 3-540-42128-9
- [99] WINKLER, A.; WÄSLE, J.; HIRSCH, C.; SATTELMAYER, T.: Peak Frequency Scaling of Combustion Noise From Premixed Flames. In: *13th International Congress on Sound and Vibration*, 2006
- [100] WINKLER, A. ; WÄSLE, J. ; SATTELMAYER, T.: Investigation of Combustion Noise by Real Time Laser Measurement Techniques. In: *CFA/DAGA Gemeinschaftstagung*, 2004
- [101] WINKLER, A. ; WÄSLE, J. ; SATTELMAYER, T.: Laserinduzierte Fluoreszenz in Echtzeit zur Bestimmung des Flammenlärms. In: *12. Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik, GALA e.V.*, 2004
- [102] WINKLER, A.; WÄSLE, J.; SATTELMAYER, T.: Experimental Investigations on the Acoustic Efficiency of Premixed Swirl Stabilized Flames. In: *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA-2005-2908*, 2005
- [103] WÄSLE, J.: Vorhersage der Lärmemission turbulenter Vormischflammen, TU München, Diss., 2007

[104] WÄSLE, J.; WINKLER, A.; LAUER, M.; SATTELMAYER, T.: Combustion Noise Modeling using Chemiluminescence Data as Indicator for the Heat Release Distribution. In: *ECM Proceedings*, 2007

LITERATURVERZEICHNIS

A Anhang

Die Prognose der Lärmemission hängt von der Bestimmung der Damköhlerzahl

$$Da_s = c_{\epsilon} \frac{\tau_t}{\tau_{chem}}$$

ab. Die Bestimmung der Damköhlerzahl ist aus drei Gründen fehleranfällig:

- Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden zahlreiche frei brennende Flammen untersucht. Dadurch wird von der Reaktionszone unkontrolliert Umgebungsluft angesaugt, wodurch die chemische Reaktion beeinflusst wird.
- Die Beschreibung der turbulenten Strömung erfolgt durch ein einziges turbulentes Längenmaß. Bei anisentropen turbulenten Strömungen wird das Ergebnis von der Reduktion des Längenmaßtensors auf einen Skalar beeinflusst. Dies führt zu Unsicherheiten bei der Bildung des turbulenten Zeitmaßes τ_t .
- Zur Definition eines chemischen Zeitmaßes wurden in der Vergangenheit zahlreiche Kombinationen aus Längen- und Geschwindigkeitsmaßen verwendet. Deswegen ist die Bestimmung des chemischen Zeitmaßes τ_{chem} fehleranfällig.

Für die Berechnung der turbulenten Flammendicke wird von Schmid [77] eine Funktion vorgeschlagen (Gl. 2.84). Hierbei können die relevanten turbulenten Größen direkt aus PIV-Daten extrahiert werden.

Zur Validierung der Berechnungsvorschrift aus Gl. 2.84 wurde die turbulente Flammendicke aus LIF-Daten bestimmt. Dafür wurde die planare Verteilung der mittleren Fortschrittsvariable ausgewertet. Zur Berechnung der turbulenten Flammendicke wird eine Flammenfrontkoordinate *s* entlang der Isolinie



Abbildung A.1: Links: Mittlere Fortschrittsvariable und Flammenfrontkoordinate, rechts \bar{c} über s_{\perp} .



Abbildung A.2: Kalibration des Verbrennungsmodells nach Schmid [77].

 $\bar{c} = 0,5$ eingeführt. Senkrecht dazu wird die turbulente Flammendicke bestimmt (Abb. A.1). Dafür wird analog zu [77] der Bereich berücksichtigt, in dem $0,02 \le \bar{c} \le 0,98$ gilt. Abbildung A.2 zeigt

• die aus der Verteilung der mittleren Fortschrittsvariablen bestimmte Flammendicke $\delta_{t,LIF}$,

- das integrale Längenmaß l_t und
- die aus Gl. 2.84 berechnete Flammenfrontdicke unter Berücksichtigung (δ_t) sowie unter Vernachlässigung der Frischlufteinmischung $(\delta_{t,s_{l,1}})$.

Die Damköhlerzahl ist so hoch, dass die turbulente Flammendicke von der turbulenten Strömung beeinflusst wird. Die einzelnen Kurven zeigen deswegen qualitativ alle ein ähnliches Verhalten. Das integrale Längenmaß steigt bis $z/D \approx 1,5$ an. Über den gesamten Messbereich ist die turbulente Flammendicke deutlich größer als das integrale Längenmaß. Unter Vernachlässigung der Lufteinmischung ist die durch Gl. 2.84 prognostizierte turbulente Flammendicke $\delta_{t,s_{l,1}}$ etwa doppelt so groß wie das integralen Längenmaß l_t . Unter Berücksichtigung der Frischlufteinmischung ergibt sich für die Prognose dagegen ab $z/D \approx 0,75$ eine zusätzliche Vergrößerung der turbulenten Flammendicke. Dieser Trend wird durch die Messergebnisse bestätigt und verdeutlicht die Notwendigkeit, die Frischlufteinmischung bei der Berechnung von Größen aus dem Verbrennungsmodell nach Schmid zu berücksichtigen. Zur Berechnung der Flammendicke δ_t aus Gl. 2.84 wurde hierbei die Modellierungskonstante auf $c_e = 0,3$ gesetzt.

Zur Bestimmung der Modellierungskonstanten wurde die minimale Abweichung zwischen $\delta_{t,LIF}$ und δ_t (Abb. A.2) als Kriterium verwendet. Dabei zeigt sich eine deutliche Veränderung der turbulenten Flammendicke mit unterschiedlicher Konstante c_{ϵ} . Abbildung A.3 zeigt exemplarisch die Prognose der turbulenten Flammendicke für unterschiedliche Modellierungskonstanten c_{ϵ} . Dabei ist erkennbar, dass die Werte um beinahe 100% um den Zielwert streuen, wodurch die Notwendigkeit zur Kalibration des Verfahrens deutlich wird. Die Erhöhung der Skalierungskonstanen c_{ϵ} im Vergleich zu dem von Schmid ermittelten Wert [77] resultiert aus der veränderten Berechnung der laminaren Flammendicke. Während Schmid dafür die molekulare Diffusion verwendet, werden in der vorliegenden Arbeit Chemkin-Daten herangezogen (vgl. Kapitel 3). Die Modellierungskonstante $c_{\epsilon} = 0, 3$ wird in Kombination mit den Chemkindaten für alle in der vorliegenden Arbeit präsentierten Ergebnisse zur Berechnung der Damköhlerzahl Da_s verwendet.



Abbildung A.3: Abhängig von der Modellierungskonstanten c_{ϵ} werden unterschiedliche Werte für die turbulente Flammendicke berechnet.

Generell kann festgehalten werden, dass die Berechnung der turbulenten Flammendicke aus Gl. 2.84 eine zufriedenstellende Genauigkeit erreicht, sobald die Einmischung von Frischluft berücksichtigt wird. Der Fehler bewegt sich bis $\frac{z}{D} = 1,5$ je nach Messpunkt im Mittel zwischen ca. 7% und ca. 39%, wobei der Fehler mit sinkender Luftzahl zunimmt.