

Technische Universität München
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Über die Interaktion von transversalen akustischen Moden, Strömung und drallstabilisierter Flamme in zylindrischen Flammrohren

Joachim Egon Schwing

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Florian Holzapfel

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Jakob Kaltenbach

Die Dissertation wurde am 05.11.2012 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 08.03.2013 angenommen.

Wesentliche Teile dieser Dissertation wurden vom Autor bereits standardmäßig vorab als Konferenz- und Zeitschriftenbeiträge sowie im Rahmen von Berichten veröffentlicht. Alle Vorveröffentlichungen sind entsprechend der gültigen Promotionsordnung ordnungsgemäß gemeldet. Sie sind deshalb nicht zwangsläufig im Detail einzeln referenziert. Vielmehr wurde bei der Referenzierung eigener Vorveröffentlichungen Wert auf Verständlichkeit und inhaltlichen Bezug gelegt.

Significant parts of this Ph.D. thesis were published by the author beforehand in conference proceedings, journal papers, and reports. All of these prior printed publications are registered according to the valid doctoral regulations. However, not all of them are quoted explicitly everywhere as they are part of this present work being official documents. Whether these personal prior printed publications were referenced, depended on maintaining comprehensibility and providing all necessary context.

Kurzfassung

Die wissenschaftliche Untersuchung der Thermoakustik in vorgemischten Flammen beschränkte sich in den letzten Jahrzehnten primär auf niederfrequente Schwingungen. Durch die konsequente Umsetzung der vorgemischten Verbrennung werden aber auch vermehrt hochfrequente Instabilitäten in der Anwendung beobachtet. Hochfrequente akustische Oszillationen sind in Brennkammern in der Regel mit Transversalmoden in Verbindung zu bringen. Die hier vorliegende Arbeit konzentriert sich auf die experimentelle Untersuchung selbsterregter, hochfrequenter Instabilitäten bei Umgebungsdruck. Zur Anwendung kommt eine drallstabilisierte Flamme in einem zylindrischen Flammrohr. Ziel der Arbeit ist, die Wechselwirkung zwischen Akustik und Wärmefreisetzung näher zu charakterisieren. Die Produktion akustischer Energie durch eine fluktuierende Wärmefreisetzung (vgl. Rayleigh-Kriterium) ist leicht zu beschreiben und hinreichend bekannt. Der Einfluss der Akustik auf die Wärmefreisetzung ist aber – für Hochfrequenzinstabilitäten gesprochen – bis dato ungeklärt. Ausgehend von einem Überblick über die in der Literatur beschriebenen Wechselwirkungsmodelle für Längsmoden werden diverse Hypothesen für Transversalmoden zusammengefasst, die in der Literatur vor allem im Zusammenhang mit der Untersuchung von Nachbrennern in Flugtriebwerken und Raketen zu finden sind. Im experimentellen Teil der Arbeit werden Akustik, Flamme und Strömung sowie deren Interaktion charakterisiert: Die Modenform der Akustik wird untersucht, stabile und instabile Betriebsbereiche werden herausgearbeitet, Unterschiede im Flammenverhalten dargestellt und Veränderungen im Strömungsfeld registriert. Aus den Beobachtungen werden plausible – zu den experimentellen Ergebnissen konsistente – Modelle für die Wechselwirkung abgeleitet und abschließend bewertet. Detaillierter betrachtet werden die adiabate Kompression sowie das Verschiebungsmodell: die positive Rückkopplung aufgrund der Verschiebung der Zone der Wärmefreisetzung durch akustische Geschwindigkeitsfluktuationen.

Abstract

In the past decades the scientific work on thermoacoustics in premixed flames concentrated on low-frequency oscillations. Due to the more and more strict application of the premixed combustion the number of observed high-frequency instabilities in practice is rising. In general high-frequency acoustic oscillations are related to transverse modes in combustion chambers. This work concentrates on the experimental investigation of self-excited, high-frequency instabilities at atmospheric pressure. A swirl-stabilized flame in a cylindrical flame tube is investigated. The goal of the work is to further characterize the interaction of acoustics and heat release. The production of acoustic energy by fluctuating heat release (cp. Rayleigh's criterion) is simple to describe and well known. But the influence of the acoustics on the heat release is currently – at least concerning high-frequency instabilities – an open issue. Based on an overview of feedback mechanisms for longitudinal modes described in literature several mechanisms for transverse modes are introduced, primarily discussed in literature related to afterburners in jet engines or rocket motors. But all mechanisms discussed in literature are speculative, none is really proven. In the experimental part of this work acoustics, flame, and flow and their interaction are characterized: The acoustic mode shape is investigated, stable and unstable operating conditions are worked out, differences in the flame behaviour are shown and changes in the flow field are pointed out. Models for the feedback mechanisms – consistent with the experimental results – are derived and evaluated. This part focuses on the adiabatic compression as well as on a displacement model: the positive feedback due to the displacement of the zone of heat release by the acoustic velocity fluctuations.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xv
Symbolverzeichnis	xvii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	5
2.1 Akustik	6
2.2 Thermoakustik	13
2.3 Transversalmoden	19
2.4 Aerodynamisch stabilisierte Drallflammen	21
2.5 FEM in der Akustik	22
2.6 Markov-Ketten-Monte-Carlo Methode	24
3 Versuchsaufbau und Messtechnik	31
3.1 Prüfstand	31
3.2 Drallbrenner	32
3.3 Brennkammer und Einbauten	34
3.4 Optische Messtechnik	37
4 Selbsterregte Instabilitäten	41
4.1 Druckschwankungen	41
4.2 Stabiler und instabiler Betrieb	45
5 Strömung und Flamme	51
5.1 Mie-Streuung und Flammenverhalten	51
5.2 Geschwindigkeitsfeld und Fluktuationen	59
5.3 OH* Chemilumineszenz	64

6	Stabilität und Abklingverhalten	69
6.1	Externe Anregung und Abklingverhalten	69
6.2	Einfluss von Helmholtz-Resonatoren	74
6.3	Technische Vormischung und Brennstoffprofil	76
7	Numerische und analytische Modellierung	79
7.1	Eigenfrequenzen und -moden	83
7.2	Verschiebungsmodell	87
7.2.1	Geschwindigkeitsfeld und Verschiebungsfeld	87
7.2.2	Energiebetrachtung und Wachstumsraten	89
7.3	Adiabate Kompression	99
7.3.1	Flammengeschwindigkeitsbasiertes Modell	100
7.3.2	Rührreaktormodell	102
7.4	Bewertung der Modelle	107
8	Zusammenfassung	109
	ANHANG	111
A	Herleitungen	113
A.1	Analytische Lösung der Wellengleichung in zylindrischen Geometrien	113
A.2	Innere Energie und isentrope Kompression	115
A.3	Gaußinterpolation PIV	116
A.4	Stehende und rotierende T1 Moden	117
B	Ablaufdiagramme	119
B.1	Gibbs-Sampling	119
B.2	PIV	123
C	Weitere Abbildungen	125
C.1	Druckaufnahmen stabiler Betriebspunkte	125
C.2	Mie-Serie	128
C.3	Drallzahl und Flammenform	131
C.4	Druck und Schnelle im Querschnitt	132
	Studentische Arbeiten	135
	Literaturverzeichnis	137

Abbildungsverzeichnis

1.1	Thermo-akustischer Rückkopplungsmechanismus.	3
1.2	Akustischer Druck von Längs- und Quermoden in einem zylindrischen Rohr.	3
2.1	Besselfunktionen und charakteristische Werte/Extrema.	11
2.2	Modenform in zylindrischem Querschnitt für ausgewählte Transversalmoden.	12
2.3	Übersicht über Rückkopplungsmechanismen für longitudinale thermoakustische Instabilitäten.	16
2.4	Charakteristisches Strömungsfeld und Flammenform einer drallstabilisierten Flamme.	22
2.5	Abklingende Sinusfunktion mit Rauschen als exemplarische Rohdaten y über t	25
2.6	Ablaufdiagramm des Gibbs-Sampling Algorithmus.	28
2.7	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abklingrate mittels Gibbs-Sampling und vollparametrisiertem Sampling (exakt).	29
3.1	Schemaskizze des Prüfstands.	32
3.2	Drallerzeuger mit variabler Schlitzbreite/Drallstärke.	33
3.3	Drallerzeuger mit Brennstoffeindüsung.	33
3.4	Drallerzeuger und Brennkammer im Prüfstand.	34
3.5	Einschrauber in die Frontplatte.	35
3.6	Schnittbild eines Helmholtz-Resonators.	36
3.7	Frontplatte mit Messpositionen.	37
3.8	Messaufbau PIV.	39
4.1	Druckschrieb mit Phasenversatz zwischen Sensoren.	42
4.2	Frequenzspektrum des Drucksignals.	44
4.3	Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos. 2.	45

4.4	Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 100°C.	48
4.5	Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 200°C.	48
4.6	Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 300°C.	49
4.7	Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 400°C.	49
5.1	Bildausschnitt für Mie-Aufnahmen und PIV-Daten.	52
5.2	Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung.	53
5.3	Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 9$ mm.	55
5.4	Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 11$ mm.	56
5.5	Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 14$ mm.	56
5.6	Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 9$ mm.	57
5.7	Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 11$ mm.	58
5.8	Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 14$ mm.	58
5.9	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 9 mm.	60
5.10	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 11 mm.	60
5.11	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 14 mm.	61
5.12	Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 9 mm.	62

5.13	Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 11 mm.	63
5.14	Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 14 mm.	63
5.15	Gegenüberstellung der OH* Emission für stabilen (oben) und instabilen (unten) Fall bei identischen Betriebsbedingungen. . . .	66
5.16	Differenz der OH* Emission für stabilen und instabilen Fall bei identischen Betriebsbedingungen.	67
5.17	Zeitreihe der lokalen Druckschwankung und linienintegrierter OH* Chemilumineszenz.	67
5.18	Mittlere und fluktuierende Intensität der linienintegrierten OH* Chemilumineszenz.	68
6.1	Exemplarische Zeitreihe und Approximation aus Messung mit Lautsprecheranregung.	71
6.2	Abklingraten aus Messungen mit Lautsprecheranregung bei verschiedenen Luftzahlen.	72
6.3	Abklingfrequenzen aus Messungen mit Lautsprecheranregung bei verschiedenen Luftzahlen.	73
6.4	Abklingverhalten einer Impulsanregung mit/ohne Helmholtz-Resonatoren.	75
6.5	Einfluss von Helmholtz-Resonatoren auf den stabilen/instabilen Betrieb.	75
6.6	Einfluss der Abmagerung der Kernströmung auf die Stabilität. .	77
7.1	Schemaskizze des Verschiebungsmodells.	81
7.2	Übersicht über modellierte Rückkopplungsmechanismen. . . .	83
7.3	Angenommene Temperaturverteilung für unterschiedliche Drallstärken.	85
7.4	Berechnete Eigenmoden in der Brennkammer für unterschiedliche Drallstärken.	86
7.5	Transformation der Integration über Wärmefreisetzung und Druckfluktuation.	91
7.6	Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für das Verschiebungsmodell.	92

7.7	Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für das Verschiebungsmodell.	93
7.8	Druckfeld mit Geschwindigkeitsvektoren einer rotierenden transversalen Mode plus Verschiebung eines Kreisquerschnitts.	95
7.9	Druckfeld mit Geschwindigkeitsvektoren einer stehenden transversalen Mode plus Verschiebung eines Kreisquerschnitts.	96
7.10	Wachstumsraten der Instabilität unter Annahme einer kreisförmigen Wärmefreisetzungszone.	99
7.11	Laminare Flammengeschwindigkeit als Funktion der Vorheiztemperatur.	101
7.12	Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für fluktuierende Flammengeschwindigkeiten.	103
7.13	Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für fluktuierende Flammengeschwindigkeiten.	103
7.14	Normierte kumulierte mittlere Wärmefreisetzung und normierte Druckfluktuation (Phasenwinkel $\phi = 0$) für adiabate Kompression.	104
7.15	Rayleigh-Integral für adiabate Kompression auf Druckamplitude $\hat{p} = 1 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ normiert als Funktion des Phasenwinkels.	105
7.16	Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für adiabate Kompression.	106
7.17	Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für adiabate Kompression.	106
A.1	Gaußinterpolation bei der Berechnung der Verschiebung.	116
B.1	Detailliertes Ablaufdiagramm des Gibbs-Sampling.	120
B.2	Ablaufdiagramm für Parameterziehung aus unbekannter Verteilungsfunktion.	121
B.3	Ablaufdiagramm zur Berechnung der „Target Distribution“.	122
B.4	Ablaufdiagramm der adaptiven PIV-Auswertung.	123
B.5	Auswahl des Bildausschnitts für die Kreuzkorrelation.	124

C.1	Frequenzspektrum des Drucksignals bei Luftzahl $\lambda = 1,6$	126
C.2	Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos.2 bei Luftzahl $\lambda = 1,6$	126
C.3	Frequenzspektrum des Drucksignals bei Luftzahl $\lambda = 1,7$	127
C.4	Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos.2 bei Luftzahl $\lambda = 1,7$	127
C.5	Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung ($h=11$ mm).	129
C.6	Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung ($h=14$ mm).	130
C.7	Gemittelte OH*-Aufnahmen im Flammrohr bei unterschiedli- chen Drallschlitzweiten h	131
C.8	Mittlere Temperatur im Querschnitt nach dem Flächensprung. .	132
C.9	Druckfluktuationen p'	133
C.10	Schnelleschwankungen normal zur Knotenlinie im Druck. . . .	133

Tabellenverzeichnis

2.1	Parameter zur Berechnung der akustischen Eigenmoden in zylindrischen Geometrien.	11
-----	--	----

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

A	Amplitude	
A	Fläche	m^2
A	Graustufenwerte Bild	
a	Schallgeschwindigkeit	m s^{-1}
$A(r)$	Separierte Funktion	
B	Amplitude	
B	Graustufenwerte Bild	
$B(\varphi)$	Separierte Funktion	
C	Amplitude	
C	Kreuzkorrelation	
$C(z)$	Separierte Funktion	
c_p	Spezifische Wärmekapazität konstanten Drucks	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
d	Thermoakustischer Quellterm	
E	Akustische Energie	J m^{-1}
e	Akustische Energie	J m^{-3}
f	Frequenz	$1/\text{s}$
f	Rechte Seite Differentialgleichungssystem	
h	Drallschlitzweite	m
H_u	Unterer Heizwert	J kg^{-1}
i	Akustischer Fluss	W m^{-1}
i	Imaginäre Einheit	
J	Besselfunktion erster Gattung	
L	(Hals-)Länge	m
L	Differentialoperator	
m	Anzahl Pixel Bildausschnitt	
n	Amplitude im n - τ Modell	
n	Anzahl Pixel Bildausschnitt	

P	Wahrscheinlichkeitsverteilung	
p	Druck	Pa
p	Wahrscheinlichkeitsverteilung	
q	Proposal Distribution	
q	Wärmefreisetzung	$W m^{-3}$
R	Zylinderradius	m
r	Ortskoordinate zylindrisch	m
S	(Hals-)Querschnitt	m
S	Flammengeschwindigkeit	$m s^{-1}$
T	Periodendauer	s
T	Temperatur	K
t	Zeit	s
u	Geschwindigkeit	$m s^{-1}$
V	(Resonator-)Volumen	m^3
v	Geschwindigkeit in y -Richtung	$m s^{-1}$
v	Spezifisches Volumen	$m^3 kg^{-1}$
w	Geschwindigkeit in z -Richtung	$m s^{-1}$
w	Wichtungsfunktion FEM	
x	Ortskoordinate kartesisch	m
x	Parameter aus \mathbf{x}	
y	Funktionswerte	
y	Ortskoordinate kartesisch	m
z	Ortskoordinate kartesisch/zylindrisch	m
\Im	Imaginärteil	
\mathbf{x}	Parametersatz	
\Re	Realteil	

Griechische Buchstaben

α	Acceptance Probability	
α	Charakteristische Werte der Besselfunktion	
α	Exponentielle Abklingrate	1/s
δ	Dirac-Delta Funktion	
δ	Wellenzahl	1/m
κ	Isentropenexponent	
λ	Luftzahl	
μ	Abweichung	

ω	Kreisfrequenz	rad/s
π	Target Distribution	
ρ	Dichte	kg m ⁻³
τ	Zeit	s
τ	Zeitverzug im n - τ Modell	s
φ	Ortskoordinate zylindrisch	rad
ξ_b	Brennstoffmassenbruch im Brennstoff-Luft-Gemisch	

Indizes

0	Resonanz
∞	Umgebung
a	Approximation
a	Index Wellenzahl
c	Index Wellenzahl
c	Kandidat
cut	Cut-on
d	Verschiebung
f	Flamme
i	Laufindex Ortskoordinate
i	Variable Kreuzkorrelation
Im	Imaginärteil einer komplexen Zahl
j	Laufindex Ortskoordinate
j	Variable Kreuzkorrelation
k	Bildpixel
kin	Kinetisch
$krit$	Kritisch: Grenze stabiler/instabiler Betrieb
l	Bildpixel
l	Laminar
m	Ordnung der Besselfunktion
max	Maximalwert der Kreuzkorrelation
pot	Potentiell
Re	Realteil einer komplexen Zahl
ref	Bezugswert
t	Turbulent
u	Unverbrannt

Hochgestellt

'	Schwankungsgröße $\mathcal{O}(1)$
"	Schwankungsgröße $\mathcal{O}(2)$
-	Mittelwert
^	Komplexe Amplitude
~	Amplitude

Physikalische Konstanten

R	Allgemeine Gaskonstante	8,31446 J mol ⁻¹ K ⁻¹
π	Kreiszahl	3,14159

Dimensionslose Kennzahlen

Ma	Machzahl
Re	Reynoldszahl
Sr	Strouhalzahl

Abkürzungen

CFD	Computational Fluid Dynamics
CPIV	Conditioned PIV
FEM	Finite-Element Methode
HF	Hochfrequenz
LEE	Linearisierte Euler Gleichungen
LES	Large Eddy Simulation
LIF	Laser-induzierte Fluoreszenz
PIV	Particle Image Velocimety
PLIF	Planares LIF
PMT	Photomultiplier
RMS	Root Mean Square
T1	Transversalmode erster Ordnung

1 Einleitung

Die vergangenen Jahrzehnte sind von einem stark gestiegenen Umweltbewusstsein in der Gesellschaft geprägt. „Grüne“ Ideen sind von einem Randphänomen zu einem allgemeinen gesellschaftlichen Thema geworden. Der schonende und nachhaltige Umgang mit Ressourcen ist mittlerweile breiter politischer Konsens. Der Begriff „Energiewende“ ist mehr als nur ein populistisches Schlagwort.

Diese Veränderungen stellen ganz unterschiedliche Anforderungen an die Energietechnik und Energieerzeugung. Die Verfügbarkeit regenerativer Energien deckt sich weder zeitlich noch örtlich mit dem Bedarf. Deshalb werden auch in Zukunft konventionelle Kraftwerke eine Rolle in der Energiepolitik spielen, primär solche, die variabel und schnell regulierbar sind – sprich stationäre Gasturbinen und Gas- und Dampfkraftwerke. Werden diese kurz- und mittelfristig weiterhin mit fossilen Brennstoffen, primär Erdgas, betrieben, so steht langfristig auch hier die Brennstoffflexibilität im Vordergrund: Brennstoffe aus der Biomassevergasung und gasförmige Brennstoffe, die bei der Umwandlung regenerativ gewonnener elektrischer Energie in gasförmige Brennstoffe – zum Zwecke der besseren Speicherung – produziert werden. Unberührt davon bleibt die Anforderung an einen schadstoffarmen und flexiblen Betrieb dieser Kraftwerke.

Ein großer Schritt in Richtung schadstoffarmer Betrieb von Gasturbinen war die Einführung der mageren Vormischverbrennung (Lechner und Seume, 2003, S. 406 ff.). Bis vor einigen Jahrzehnten dominierte die Diffusionsflamme, die mit sehr hohen NO_x -Emissionen verbunden ist (Saravanamuttoo et al., 2009, S. 272 ff.). Aktuelle Gasturbinen werden alleine aufgrund gesetzlicher Anforderungen für die NO_x -Emissionen für stationäre Gasturbinen, die weltweit sehr niedrig sind, eigentlich ausschließlich mit Vormischbrennern ausgerüstet (Lefebvre und Ballal, 2010, S. 364 f.). Dennoch gibt es auch im Bereich der Vormischbrenner noch Verbesserungspotential hinsichtlich Emissionen, Stabilität, Flexibilität und Wirkungsgrad. Um einen hohen Wirkungsgrad zu

erzielen, ist aus thermodynamischer Sicht eine hohe Turbineneintrittstemperatur notwendig, die selbst durch die verfügbaren Materialien limitiert ist. Um dabei gleichzeitig die mechanische und thermische Belastung der Bauteile gering zu halten, ist ein gleichmäßiges Temperaturprofil am Turbineneintritt notwendig. In der Praxis wird dies durch den Einsatz von Ringbrennkammern und Rohrbrennkammern bei reduzierter Kühlluftmenge erreicht, siehe Lechner und Seume (2003, S. 470 ff.), Saravanamuttoo et al. (2009, S. 292 ff.) und Lefebvre und Ballal (2010, S. 20 ff.). Als Kühlluft ist dabei die Luft zu betrachten, die primär nicht an der Verbrennung teilnimmt. Im Hinblick auf den Wirkungsgrad und die NO_x -Emissionen ist eine Minimierung der Kühlluft anzustreben.

Die magere Vormischverbrennung ist im Gegensatz zur Diffusionsflamme deutlich schwerer zu beherrschen: Flammenrückschlag, Ausblasen (Betrieb nahe der mageren Löschgrenze) und thermoakustische Instabilitäten können bei der Vormischverbrennung auftreten und grenzen den Betriebsbereich ein. Flammenrückschlag und Ausblasen sollen hier nicht weiter betrachtet werden. Der Fokus der Arbeit liegt auf thermoakustischen Instabilitäten. Als Thermoakustik wird im Allgemeinen die Wechselwirkung zwischen Akustik und Wärmefreisetzung – hier Verbrennung beziehungsweise Flamme – bezeichnet. Gemäß Lechner und Seume (2003, S. 425 ff.) ist im Hinblick auf Akustik und Pulsationen der Flamme und der Strömung zwischen turbulentem Verbrennungslärm (breitbandig), kohärenten Strukturen der Strömung (z.B. Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten), kohärenten Strukturen durch (thermo-)akustische Rückkopplung und selbsterregten Schwingungen zu unterscheiden. Eine Rückkopplung, die zu selbsterregten Schwingungen führen kann, ist in Abb. 1.1 schematisch skizziert: Fluktuationen im Strömungsfeld und der Flamme induzieren akustische Schwankungen. Beeinflusst die Akustik aber auch Strömung oder Flamme, so existiert eine Rückkopplung. Die Rückkopplung kann rein aerodynamischer Natur sein oder durch eine Kopplung des Brennstoff-Injektors mit der Akustik verursacht werden (Lefebvre und Ballal, 2010, S. 300 ff.). Neben der anfachenden Wirkung spielen auch dämpfende Einflüsse – hier sind unter anderem die Kühlluft und Kühlluftbohrungen zu erwähnen – eine wichtige Rolle.

Der Grundlagenteil der Arbeit, Kapitel 2, beginnt mit der mathematischen Beschreibung der Akustik im Allgemeinen und der Unterscheidung von longitudinalen und transversalen Moden im Speziellen, siehe Kapitel 2.1.

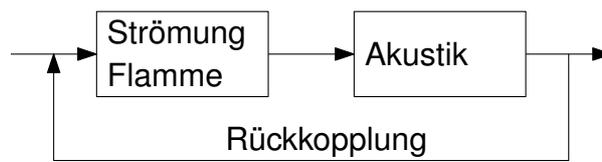
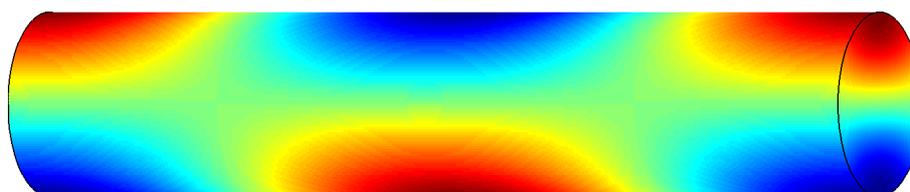


Abbildung 1.1: Thermo-akustischer Rückkopplungsmechanismus.

Im Unterschied zu vielen Vorgängerarbeiten im Bereich „Thermoakustik in Gasturbinen-Brennkammern“ werden hier transversale und nicht longitudinale Moden und entsprechende Rückkopplungsmechanismen untersucht. Transversale Moden zeichnen sich durch deutlich höhere Frequenzen und ein mehrdimensionales Druckfeld aus. Sind longitudinale Moden eindimensional, so besitzen transversale Moden, auch Quermoden genannt, Druckgradienten in mehrere Raumrichtungen. Entsprechende Eigenmoden sind exemplarisch in Abb. 1.2 dargestellt. Rot beziehungsweise blau kennzeichnen Druckmaxima und -minima. Ein Überblick über die Thermoakustik in Gasturbinen-Brennkammern gibt Kapitel 2.2. Bisherige Arbeiten zum Thema transversale akustische Moden – in Gasturbinen-Brennkammern, aber auch in Nachbrennern von Flugtriebwerken – werden in Kapitel 2.3 zusammengefasst. Der Grundlagenteil schließt mit Aspekten zum Thema Drallflammen, FE-Methoden in der Akustik und einer Einführung in die Thematik der Markov-Ketten-Monte-Carlo Methode.



(a) Longitudinale Mode (L1-Mode).



(b) Transversale Mode (T1L1-Mode).

Abbildung 1.2: Akustischer Druck von Längs- und Quermoden in einem zylindrischen Rohr.

Der verwendete experimentelle Aufbau wird in Kapitel 3 beschrieben. Die eingesetzten Messtechniken und Routinen werden erläutert. Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Charakterisierung der beobachteten selbsterregten akustischen Moden mittels Druckmesstechnik. Stabile und instabile Betriebsbereiche werden ermittelt. Die Visualisierung von Strömungsfeld und Flamme mittels optischer Messtechnik wird in Kapitel 5 gezeigt. Stabilitätsreserven, Abklingverhalten und der Einsatz von Dämpfern werden in Kapitel 6 thematisiert. Die numerische und analytische Modellierung der beobachteten Phänomene und deren konsistente Beschreibung sind Bestandteile von Kapitel 7.

Ziel der Arbeit ist es, das Verständnis für den Rückkopplungsmechanismus hochfrequenter Instabilitäten zu verbessern, mögliche Mechanismen mittels diverser Modelle zu veranschaulichen und qualitativ wie quantitativ zu vergleichen. Die Arbeit ist damit ein Baustein auf dem Weg, die Interaktion vollständig zu verstehen, zu beschreiben und eine Vorhersage der Stabilität im Bezug auf Transversalmoden zu ermöglichen.

2 Grundlagen

Ziel des Grundlagenteils ist, neben der Vermittlung von Basiswissen, die Voraussetzungen zur Interpretation der experimentellen Ergebnisse zu schaffen und Grundlagen für die numerische und analytische Modellierung, vgl. Kapitel 7, zu legen. Die theoretischen Grundlagen der Akustik, Kapitel 2.1, beginnen mit der Herleitung der entsprechenden Differentialgleichungen und Differentialgleichungssysteme. Ein besonderes Augenmerk liegt auf den Annahmen und Vereinfachungen, die im Verlauf der Ableitung angewandt werden. Analytische Lösungen sind insbesondere im Hinblick auf die Betrachtung von Dämpfungs- und Wachstumsraten relevant, aber auch zur Beschreibung charakteristischer Modenformen. Energetische Betrachtungen führen unmittelbar zur Thermoakustik (Kapitel 2.2). Das Rayleigh-Kriterium, das die Produktion akustischer Energie aufgrund von Schwankungen in der Wärmefreisetzung beschreibt, wird abgeleitet. Typische Wechselwirkungsmechanismen für Längsmoden, wie bereits in der Einleitung angedeutet, werden zusammengefasst. Im Anschluss wird kurz auf die Beschreibung und Analyse von Systemen mittels Netzwerkmodellen und -methoden und CFD-basierten Verfahren eingegangen.

Aufbauend auf den Literaturüberblick über Längsmoden wird ein historischer Abriss über die wissenschaftlichen Arbeiten zu Transversalmoden (Kapitel 2.3) gegeben. Die ersten Arbeiten dazu reichen bis in die 1950er Jahre zurück. Damals konzentrierten sich die Arbeiten auf die Verbrennung in Nachbrennern und Raketenmotoren. In der jüngeren Vergangenheit sind vermehrt Veröffentlichungen zu hochfrequenten Schwingungen in Gasturbinen-Brennkammern in der Literatur zu finden. Kapitel 2.4 zeigt die wesentlichen Charakteristika einer aerodynamisch stabilisierten Drallflamme in Flammrohren auf. Primär von Bedeutung für die vorliegende Arbeit sind die Temperaturverteilung und die Zonen der Wärmefreisetzung im Flammrohr. Die Interpretation von Ergebnissen aus Untersuchungen bei unterschiedlicher Drallzahl setzt ein – zumindest qualitatives – Verständnis von Drallströmungen voraus.

Eine kurze Einführung in Finite-Element-Methoden, kurz FEM, erfolgt in Kapitel 2.5. Die Einführung beschränkt sich auf das für eine entsprechende Modellierung in Kapitel 7.1 Notwendige, gefolgt von einem Abriss über aktuelle, weiterführende Arbeiten im Kontext FEM und Thermoakustik. Der Grundlagenteil schließt mit Kapitel 2.6, einer Beschreibung von Markov-Ketten-Monte-Carlo Methoden und Gibbs-Sampling zur Auswertung von experimentellen Ergebnissen, insbesondere von Abklingkurven, wie in Kapitel 6 verwendet.

2.1 Akustik

Unter Akustik versteht man kleine Störungen und deren isentrope Ausbreitung in einem Medium, hier Gasen. Kompressible Strömungen werden im Allgemeinen durch die Navier-Stokes Gleichungen beschrieben. Diese beinhalten auch die Entstehung und Ausbreitung von Schall. Vereinfachend kann zur Beschreibung der Akustik – da isentrop – auch vom reibungsfreien Äquivalent zu den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen, den Euler-Gleichungen, ausgegangen werden (Adams, 2006; Sattelmayer, 2008).

Die differentielle Massenerhaltung, auch Kontinuitätsgleichung genannt, lautet

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.1)$$

die reibungsfreie Impulsgleichung kann als

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

formuliert werden und die Energieerhaltung im Rahmen der Euler-Gleichungen schreibt sich

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{a^2} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\kappa - 1}{a^2} q. \quad (2.3)$$

Alle drei Gleichungen zusammen bilden die Euler-Gleichungen.

Unter der Annahme kleiner Störungen ist eine linearisierte Betrachtung möglich. Durch Linearisierung erhält man aus den Euler-Gleichungen die linearisierten Euler-Gleichungen (LEE). Dabei werden die betrachteten Größen in

eine mittlere Größe und Schwankungsgrößen zerlegt. Für Druck p , Dichte ρ und Geschwindigkeit u_i lautet die Zerlegung

$$p = \bar{p} + p' + p'' + \dots, \quad (2.4)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' + \rho'' + \dots, \quad (2.5)$$

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i + u''_i + \dots \quad (2.6)$$

Mittlere Größen sind mit einem horizontalen Strich ($\bar{}$), Schwankungsgrößen erster Ordnung mit einem Strich (\prime) und Schwankungsgrößen zweiter Ordnung mit zwei Strichen ($\prime\prime$) gekennzeichnet. Die Annahme kleiner Störungen entspricht mathematisch der Formulierung

$$p' \ll \bar{p}, \quad (2.7)$$

$$\rho' \ll \bar{\rho}, \quad (2.8)$$

$$u'_i \ll \bar{a}. \quad (2.9)$$

Schwankungen zweiter und höherer Ordnung sind damit vernachlässigbar.

Unter Anwendung dieser Vereinfachung erhält man aus der Massenerhaltung, Glg. (2.1), die linearisierte Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial \rho'}{\partial x_i} + \bar{\rho} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} = 0. \quad (2.10)$$

Aus Glg. (2.2), der Euler-Impulserhaltung, leitet sich die Impulserhaltung der LEE

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.11)$$

ab. Die linearisierte Energieerhaltung lautet

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u'_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \bar{p} \kappa \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + p' \kappa \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = (\kappa - 1) q' \quad (2.12)$$

und leitet sich aus Glg. (2.3) ab. Die Linearisierten Euler Gleichungen, Glg. (2.10) bis Glg. (2.12), beschreiben die Ausbreitung und Entstehung kleiner Störungen. Das heißt mittlere Strömungsgrößen beeinflussen das Verhalten der Störung, aber Störungen haben aufeinander – da linear – und auf die mittlere Strömung keinen Einfluss. Die LEEs beschreiben aber nicht nur isentrope Störungen. Eine Zerlegung in isentrope und nicht-isentrope Anteile ist beispielsweise mittels Akustischer Störungsgleichungen (APE), die aus den LEEs

abgeleitet werden können, möglich (Ewert und Schröder, 2003), sollen aber hier nicht weiter betrachtet werden.

Eine häufig anzutreffende Form, die auch im Folgenden vielfach Anwendung findet, erhält man unter den weiteren Annahmen

$$\bar{u}_i = 0, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = 0. \quad (2.14)$$

Mittlere Strömungsgeschwindigkeiten \bar{u}_i sind vernachlässigbar, also signifikant kleiner als die Schallgeschwindigkeit, und beeinflussen die Ausbreitung der Störung nicht. Die Strömung ist isobar, also der mittlere statische Druck \bar{p} konstant. Mittlere Dichte $\bar{\rho}$, Temperatur \bar{T} und Schallgeschwindigkeit \bar{a} bleiben davon unberührt und können eine Funktion des Ortes sein. Aus Einsetzen von Glg. (2.13) und (2.14) in die Linearisierten Euler Gleichungen, Glg. (2.10) bis (2.12), resultiert die inhomogene Wellengleichung im Zeitbereich

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = \frac{\kappa - 1}{\bar{a}^2} \frac{\partial q'}{\partial t}. \quad (2.15)$$

Die rechte Seite der Gleichung beschreibt die Inhomogenität beziehungsweise den Quellterm. Unter Vernachlässigung der Quellen lässt sich daraus die homogene Wellengleichung im Zeitbereich

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2.16)$$

ableiten.

Mittels harmonischem Ansatz für Druck- und Wärmefreisetzungsschwankung

$$p' = \hat{p} e^{i\omega t}, \quad (2.17)$$

$$q' = \hat{q} e^{i\omega t} \quad (2.18)$$

erfolgt die Transformation vom Zeit- in den Frequenzbereich, vgl. Fourier-Transformation. \hat{p} und \hat{q} sind die komplexen Amplituden der Schwankung und ω die Kreisfrequenz. Damit folgt aus Glg. (2.15) unmittelbar die inhomogene Wellengleichung im Frequenzbereich

$$\frac{-\omega^2}{\bar{a}^2} \hat{p} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = i\omega \frac{\kappa - 1}{\bar{a}^2} \hat{q} \quad (2.19)$$

beziehungsweise aus Glg. (2.16) die homogene Wellengleichung im Frequenzbereich

$$\frac{-\omega^2}{\bar{a}^2} \hat{p} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = 0. \quad (2.20)$$

Glg. (2.20) wird hier als Bestimmungsgleichung für die FEM zur Berechnung von Eigenfrequenzen und Modenformen verwendet.

Eine analytische Lösung von Glg. (2.20) ist im Allgemeinen nur für spezielle Geometrien und unter Annahme einer konstanten mittleren Dichte $\bar{\rho}$ und einer konstanten Schallgeschwindigkeit \bar{a} möglich. Alle analytischen Lösungen und Modelle basieren somit auf der Gleichung

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0. \quad (2.21)$$

Auch wenn obige Gleichung nicht explizit eine konstante Schallgeschwindigkeit \bar{a} fordert, so ist dies in der Regel aus Konsistenzgründen notwendig: Dichte $\bar{\rho}$ und Schallgeschwindigkeit \bar{a} sind voneinander abhängige Größen.

Im Hinblick auf zylindrische Flammrohre empfiehlt sich eine Transformation von Glg. (2.21) in zylindrische Koordinaten. Die entsprechende Formulierung lautet dann

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi^2} - \frac{\partial p'}{\partial z^2} = 0$$

mit der Koordinatentransformation

$$x = r \cos \phi, \quad (2.22)$$

$$y = r \sin \phi, \quad (2.23)$$

$$z = z. \quad (2.24)$$

Der Radius ist mit r bezeichnet und der Winkel mit ϕ . Die z -Koordinate bleibt von der Transformation unbeachtet und entspricht der Zylinderachse. Im Frequenzbereich kann die Gleichung als

$$\frac{\omega^2}{\bar{a}^2} \hat{p} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.25)$$

geschrieben werden. Weitere Informationen zur Lösung von Wellengleichungen in rechteckigen und zylindrischen Geometrien sind in der Literatur in Eriksson (1980), Harrje und Reardon (1972) und Knapp et al. (2005) zu finden.

Glg. (2.25) wird hier mittels Separationsansatz

$$\hat{p} = A(r)B(\phi)C(z) \quad (2.26)$$

gelöst. \hat{p} als Funktion der Koordinaten r , ϕ und z wird als Produkt der Funktionen $A(r)$, $B(\phi)$ und $C(z)$ geschrieben. Eine ausführliche Beschreibung des Lösungswegs ist in Kapitel A.1 im Anhang zu finden.

Die mittels Separationsansatz ermittelte allgemeine analytische Lösung für zylindrische Geometrien lautet

$$\hat{p} = \sum_{m,a} J_m(\delta_a r) \exp(im\phi) (C_{ma,1} \exp(i\delta_c z) + C_{ma,2} \exp(-i\delta_c z)) \quad (2.27)$$

und entspricht der Summe aus den verschiedenen Modenformen, beschrieben durch die Indizes m und a . Der Term $C_{ma,1} \exp(i\delta_c z) + C_{ma,2} \exp(-i\delta_c z)$ entspricht den rechts- und linkslaufenden Wellen und ist identisch zur rein eindimensionalen Lösung für Längsmoden. Das Produkt aus Bessel- und Exponentialfunktion $J_m(\delta_a r) \exp(im\phi)$ ist verantwortlich für Transversal- beziehungsweise Quermoden. Sind für ein- und dieselbe Mode beide Terme nicht konstant, spricht man von gemischten Moden. Diese besitzen Gradienten in z - sowie r - und ϕ -Richtung.

Die Parameter δ_a und δ_c , auch Wellenzahlen genannt, definieren sich aus den Randbedingungen, aus der Lösung (vgl. Kapitel A.1 im Anhang) ergibt sich die Nebenbedingung

$$\delta_a^2 + \delta_c^2 = \frac{\omega^2}{\bar{a}^2}. \quad (2.28)$$

Für die Zylindermantelfläche gilt die Randbedingung einer harten Wand: die Schnelleschwankung beziehungsweise der Druckgradient normal zur Wand verschwindet. Folglich gilt an der Wand $\partial J_m(\delta_a r)/\partial r = 0$. Abb. 2.1 zeigt die Besselfunktionen und visualisiert die charakteristischen Punkte, an denen diese Bedingung erfüllt ist (Rade et al., 2000). Tabelle 2.1 fasst die Punkte zusammen und ordnet die entsprechenden Moden den charakteristischen Lösungen für a und m zu. Der Parameter α_{ma} ist definiert als

$$\alpha_{ma} = \delta_a R. \quad (2.29)$$

R entspricht dem Radius der Zylindermantelfläche. Die Variable m beschreibt die Anzahl der Knotenlinien in Umfangsrichtung und a die Anzahl der Knotenlinien in radialer Richtung.

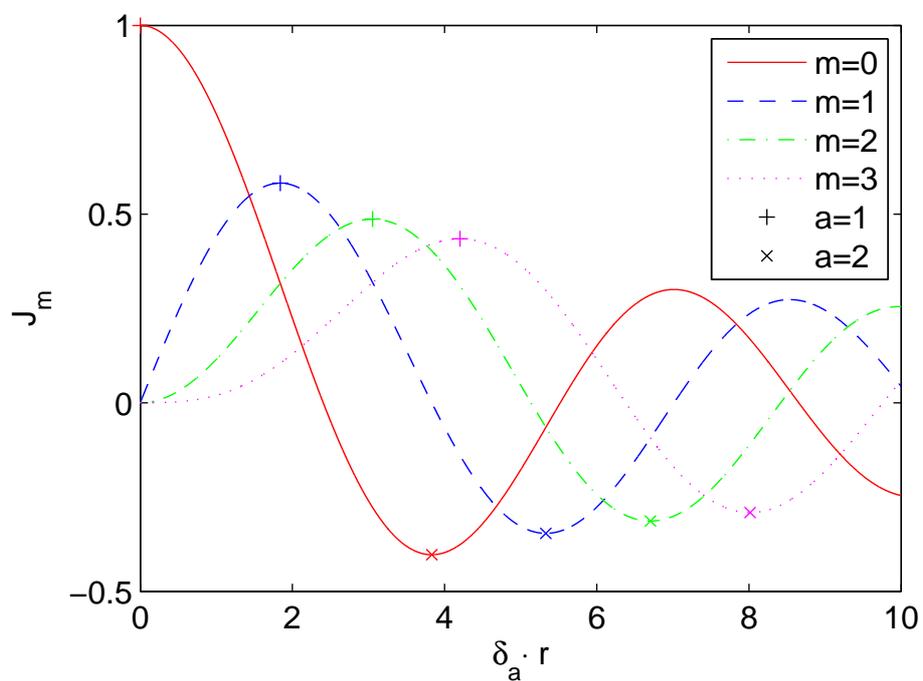


Abbildung 2.1: Besselfunktionen und charakteristische Werte/Extrema.

a	m	α_{ma}	Mode
1	1	1,841	T1
1	2	3,054	T2
2	0	3,832	R1
1	3	4,201	T3
1	4	5,318	T4
2	1	5,331	T1R1
1	5	6,416	T5
2	2	6,706	T2R1
3	0	7,016	R2

Tabelle 2.1: Parameter zur Berechnung der akustischen Eigenmoden in zylindrischen Geometrien.

Die Lösungen für eine reine transversale Mode – ohne Längsanteil – ergibt sich aus Glg. (2.27) mit $\delta_c = 0$. Aufgrund der Nebenbedingung, Glg. (2.28), gilt

$$\delta_a^2 = \frac{\omega^2}{\bar{a}^2}. \quad (2.30)$$

Daraus leitet sich die Eigenfrequenz der Mode

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\delta_a \bar{a}}{2\pi} \quad (2.31)$$

ab. Abb. 2.2 zeigt die Modenform in einem zylindrischen Querschnitt für ausgewählte Transversalmoden.

Die Frequenz der reinen Transversalmode ohne Längsanteil, vgl. Glg. (2.31), wird auch als „Cut-on“ Frequenz

$$f_{cut} = \frac{\omega_{cut}}{2\pi} = \frac{\delta_a \bar{a}}{2\pi} \quad (2.32)$$

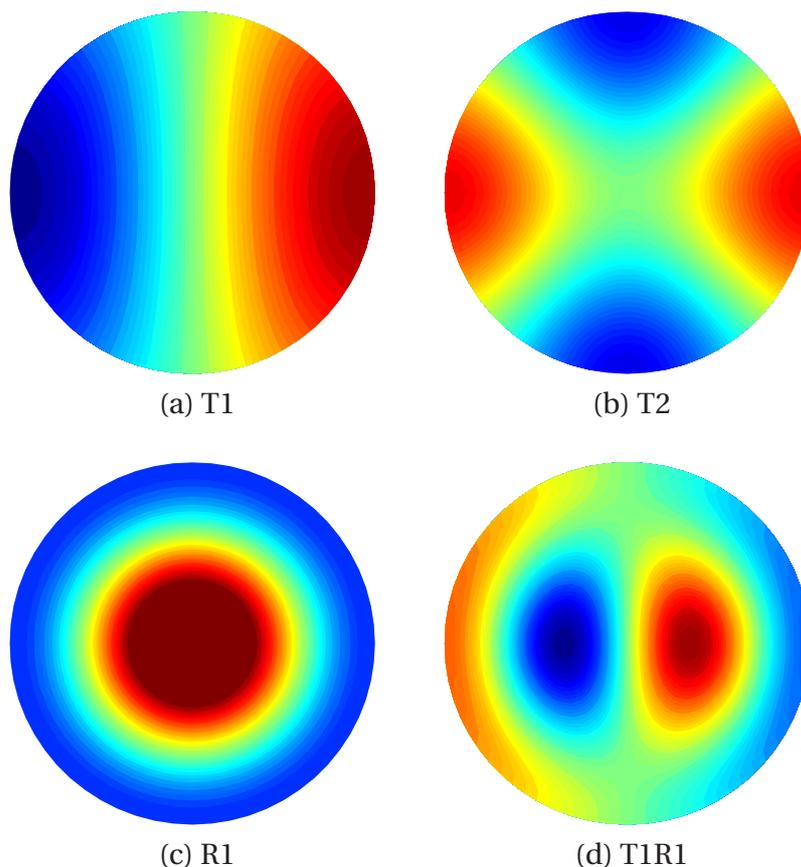


Abbildung 2.2: Modenform in zylindrischem Querschnitt für ausgewählte Transversalmoden.

für Quermoden bezeichnet. Wird eine Quermode bei einer Frequenz f beziehungsweise Kreisfrequenz ω angeregt, so ergibt sich aus der Nebenbedingung, Glg. (2.28),

$$\delta_c^2 = \frac{\omega^2}{\bar{a}^2} - \delta_a^2 \quad (2.33)$$

$$= \frac{\omega^2}{\bar{a}^2} - \frac{\omega_{cut}^2}{\bar{a}^2}. \quad (2.34)$$

Ist die Anregungsfrequenz größer als die „Cut-on“ Frequenz $\omega > \omega_{cut}$, so ist $\delta_c^2 > 0$ und damit die Wellenzahl δ_c reell. Die Transversalmode breitet sich ungedämpft in Längsrichtung aus. Wird die Quermode allerdings bei Frequenzen unterhalb von f_{cut} angeregt, also $\omega < \omega_{cut}$, ist das Quadrat der Wellenzahl $\delta_c^2 < 0$, damit δ_c imaginär. Die Quermode klingt in Längsrichtung ab, vgl. Glg. (2.27).

Für weitere akustische Größen wie Impedanz, Admittanz und Reaktanz, die im Zusammenhang mit Akustik eine Rolle spielen, hier aber keine Verwendung finden, sei auf weiterführende Literatur verwiesen (Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V., 2006; Pieringer, 2008). Eine energetische Betrachtung der Akustik und die Definition akustischer Flüsse erfolgt im Kontext der Thermoakustik, Kapitel 2.2. Details dazu sind auch in Pieringer (2008) zu finden.

2.2 Thermoakustik

Die Thermoakustik beschreibt die Wechselwirkung zwischen Verbrennung – beziehungsweise Wärmefreisetzung im Allgemeinen – und Akustik, vergleiche Abb. 1.1 in der Einleitung. Bestandteil der Wechselwirkung sind die Produktion akustischer Schwankungen durch die Wärmefreisetzung sowie die (Rück-) Wirkung der Akustik auf die Wärmefreisetzung. Der Einfluss von Wärmefreisetzungsschwankungen auf die Akustik ist sowohl in den Linearisierten Euler Gleichungen, Glg. (2.10) bis (2.12), als auch in der inhomogenen Wellengleichung, Glg. (2.15), ersichtlich: als Inhomogenität beziehungsweise Quellterm auf der rechten Seite.

Die Einführung des Begriffs „Akustische Energie“ dient dem leichteren Verständnis und der Beurteilung des thermoakustischen Effekts. Ziel ist eine Beschreibung des Energietransfers aus der Verbrennung in die Akustik. Aus-

gangspunkt ist die Linearisierte Euler-Impulsgleichung im ruhenden Medium, vgl. Glg. (2.16),

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0. \quad (2.35)$$

Multipliziert man die reibungsfreie Impulsgleichung mit der Schnelleschwankung u_i , so erhält man

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2} \right) + u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0. \quad (2.36)$$

Der nach der Zeit abgeleitete Term entspricht einer kinetischen Energie und wird als kinetische akustische Energie bezeichnet:

$$e_{kin} = \frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2}. \quad (2.37)$$

Als Äquivalent zur kinetischen Energie existiert die innere Energie. Ein Ausdruck für die innere akustische Energie kann aus der linearisierten Euler-Energiegleichung, Glg. (2.12), unter Annahme von $\bar{u}_i = 0$ und $\partial \bar{p} / \partial x_i = 0$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{p} \kappa \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = (\kappa - 1) q' \quad (2.38)$$

abgeleitet werden. Multipliziert man diese mit dem Faktor $p' / (\bar{\rho} \bar{a}^2)$, so erhält man

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'^2}{2 \bar{\rho} \bar{a}^2} \right) + p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho} \bar{a}^2} p' q'. \quad (2.39)$$

Der Term $p'^2 / (2 \bar{\rho} \bar{a}^2)$ entspricht dabei der inneren akustischen Energie. Diese ist äquivalent zur Arbeit, die bei einer isentropen Kompression verrichtet wird. Details hierzu sind im Anhang in Kapitel A.2 zu finden.

Die gesamte akustische Energie setzt sich aus kinetischer und innerer Energie zusammen. Nur die innere Energie ist Bestandteil der Euler-Energiegleichung, vergleiche Herleitung, da die kinetische Energie bei der Herleitung der Euler-Energiegleichung aus der Energiebilanz subtrahiert wurde. Die Summe der beiden Energieformen beziehungsweise die Summe der Gleichungen (2.36) und (2.39) ergibt eine Bilanz für die gesamte akustische Energie

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'^2}{2 \bar{\rho} \bar{a}^2} + \frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (p' u'_i) = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho} \bar{a}^2} p' q'. \quad (2.40)$$

Die Bilanz setzt sich zusammen aus der Zeitableitung der akustischen Energie

$$e = \frac{p'^2}{2\bar{\rho}\bar{a}^2} + \frac{\bar{\rho}u_i'^2}{2}, \quad (2.41)$$

dem akustischen Fluss

$$i = p' u_i' \quad (2.42)$$

und einem Quellterm. Weiterführende Herleitungen, unter anderem mit mittleren Strömungsgeschwindigkeiten, sind in Pieringer (2008) ausgeführt.

Unter der Annahme eines verschwindenden akustischen Flusses $i = p' u_i' = 0$ ist die Zeitableitung der akustischen Energie e für vernachlässigbare mittlere Strömungsgeschwindigkeiten ($M \rightarrow 0$) proportional zum Quellterm

$$d = p' q'. \quad (2.43)$$

Ist der Quellterm $d > 0$, dann ist das System instabil, da $\partial e / \partial t > 0$. Die Bedingung

$$\frac{1}{T} \int_V \int_0^T p' q' dt dV > 0 \quad (2.44)$$

ist auch bekannt als Rayleigh-Kriterium (Thomson, 1871). In der Praxis bedeutet ein positives Rayleigh-Integral aber nicht gleichzeitig, dass ein System instabil ist. Vielmehr müssen auch die dämpfenden Effekte im System berücksichtigt und bilanziert werden. Auch der akustische Fluss i über die Systemgrenzen ist in die Bewertung mit einzubeziehen.

Weitaus komplexer als die Interaktion von Druck- und Wärmefreisetzungsschwankung als treibende Kraft gemäß Rayleigh-Kriterium – und in der Regel mathematisch nicht so leicht fass- und formulierbar – ist die Rückkopplung, also der Einfluss der Akustik zurück auf die Verbrennung. Typische Mechanismen für Längsmoden sind Luftzahlschwankungen oder Volumenschwankungen am Brenneraustritt und infolgedessen Schwankungen der Flammenfront (Lechner und Seume, 2003, S. 481 ff.). Ein detaillierter Überblick über Verbrennungsinstabilitäten, Einflussfaktoren und Mechanismen ist in Candel (2002) und Ducruix et al. (2003) zu finden. Beide konzentrieren sich im Allgemeinen auf die phänomenologische Beschreibung der Mechanismen, die in Abb. 2.3 zusammengefasst sind. Für die technische Anwendung und Auslegung bedarf es weiterführender modellbasierter mathemati-

scher Beschreibungsformen. Ziel ist die Stabilitätsanalyse, wie sie beispielsweise mit Netzwerkmodellen durchgeführt werden kann (Polifke, 2004; Sattelmayer und Polifke, 2003a,b).

Primäres Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung und Identifikation von Wechselwirkungsmechanismen für Quermoden – ein entsprechender Überblick über existierende Hypothesen erfolgt in Kapitel 2.3. Längsmoden wurden in der Vergangenheit deutlich intensiver erforscht und in der Literatur behandelt. Da das Verständnis für die Interaktion von akustischen Längsmoden mit Verbrennung und Strömung als Grundlage für die Arbeit im Bereich der Transversalmoden betrachtet werden kann, sollen im Folgenden die wesentlichen Aspekte in Bezug auf Wechselwirkungsmechanismen longitudinaler Moden zusammengefasst werden. Brennstofffluktuationen, respektive die Schwankung der Luftzahl als Ursache für thermoakustische Instabilitäten (Sattelmayer, 2000), sollen allerdings nicht weiter betrachtet werden, da der Prüfstand mit Ausnahme von wenigen Untersuchungen, vgl. Kapitel 6.3, perfekt vorgemischt betrieben wird.

Die unmittelbare Interaktion von Akustik und Verbrennung – beispielsweise Reaktionskinetik und -rate, vor allem aber Straineffekte und die damit verbundenen Variationen der Flammenfläche – kann eine Ursache für Instabilitäten sein. Lieuwen (2001) präsentiert eine Vielzahl theoretischer und analytischer Ansätze zur Beschreibung der Interaktion von Vormischflammen, instationären Strömungen und akustischen Wellen. Eine analytische Betrachtung der Transmission und Reflektion von akustischen Wellen an der Flamme, so-

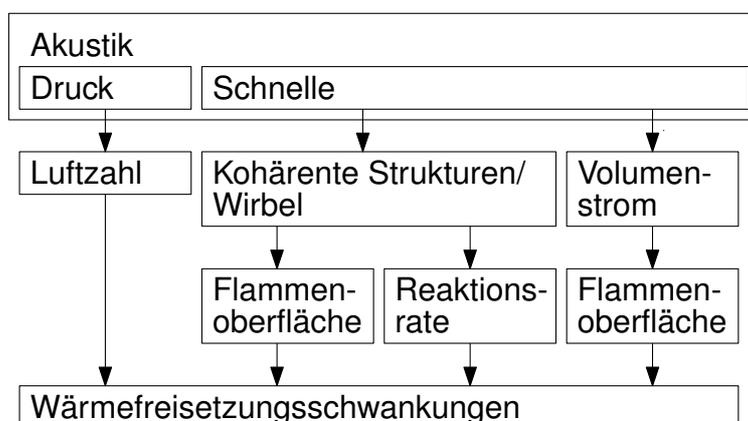


Abbildung 2.3: Übersicht über Rückkopplungsmechanismen für longitudinale thermoakustische Instabilitäten.

wie die Erzeugung von Schallwellen in der Flamme sind in Chu (1953) dargestellt.

Bereits in den 1950er Jahren untersuchte Blackshear (1952) die Wechselwirkung von Akustik und Flammenoberfläche. Die Variation der Flammenoberfläche durch Schwankungen der akustischen Schnelle wird als primär treibender Effekt identifiziert. Putnam und Dennis (1954) stellen aufgrund ihrer experimentellen Arbeiten den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsbeziehungswise Schnelleschwankungen, Wärmefreisetzung und Resonanz heraus. Bloxside und Dowling (1988) beschreiben ein detailliertes analytisches Modell für das Flammenverhalten, wenden dies an, um Eigenmoden und -frequenzen zu berechnen und Instabilitäten bei Änderung der Strömungsgeschwindigkeit, Luftzahl und Geometrie vorherzusagen.

Weg von einer globalen hin zu einer expliziten Beschreibung der Flammenform und -front und deren Kinematik – sprich der instationären, periodischen Faltung der Flamme – im Zusammenhang mit Schnelleschwankungen und periodischen Wirbeln geht die Arbeit von Boyer und Quinard (1990). Eine detaillierte Beschreibung der Kinematik der Flammenfront für laminare Flammen ist auch in Fleifil et al. (1996) zu finden. Schuller et al. (2003b) vergleichen mittels einem ähnlichen Modell unterschiedliche Flammentypen, konische Flammen und V-Flammen, und präsentieren in Schuller et al. (2003a) unter anderem entsprechende experimentelle Resultate. Fleifil et al. (1996) zeigen darüber hinaus, dass sich die fluktuierende Wärmefreisetzung aufgrund kinematischer Effekte mittels Zeitverzugsmodell, dem n - τ -Modell, präzise darstellen lässt. Hirsch et al. (2005) erweitern das kinematische Modell der Flammenfront auf turbulente, vorgemischte Drallflammen und modellieren damit erfolgreich Flammentransferfunktionen. Das Modell ist in der Lage, den Einfluss von Parametern wie der Drallzahl richtig wiederzugeben.

Sowohl experimentelle Arbeiten (Palies et al., 2010) als auch numerische und analytische Betrachtungen (Poinsot und Candel, 1988) zeigen den dominanten Einfluss konvektiver Transportvorgänge. Störungen werden mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit transportiert. Daraus ergibt sich eine Strouhal-Zahl-Abhängigkeit der Flammentransferfunktionen. Die Strouhal-Zahl ist definiert als

$$Sr = \frac{fl}{u} \quad (2.45)$$

und setzt sich zusammen aus Frequenz f , konvektiver Länge l normiert mit der mittleren Geschwindigkeit u . Die konvektive Länge entspricht dabei dem Abstand zwischen dem Ort der Wärmefreisetzung und dem Ort, an dem die Störung induziert wird, z.B. Schwankungen der Drallzahl am Drallerzeuger oder periodisches Wirbelablösen am Brennkammereintritt (Palies et al., 2010). Den Einfluss des periodischen Wirbelablösens, das Wachstum von Wirbeln sowie deren Einfluss auf Mischung und Verbrennung im Hinblick auf thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten untersuchten Poinso et al. (1987) experimentell. Auch Schadow et al. (1989) identifizierten kohärente Strukturen als Treiber für Instabilitäten. Detaillierte Untersuchungen zur Wirbelablösung, Wirbelverbrennung und deren Wechselwirkung mit der Akustik sind in Smith und Zukoski (1985) zu finden.

Alle oben genannten analytisch begründeten und physikalisch motivierten Modelle resultieren auf die eine oder andere Weise in einer Zeitverzugsbasierten Beschreibung. Empirische Zeitverzugsmodelle garantieren deshalb auch eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung (Krebs et al., 2002). Selbst für die Berechnung komplexer Geometrien mittels FEM, vgl. Kapitel 2.5, bietet das (lokale) n - τ -Modell eine zuverlässige Grundlage. Nicoud et al. (2007) berechnen damit Umfangsmoden in einer Ringbrennkammer.

Mittlerweile etabliert ist der Einsatz von Netzwerkmodellen, vgl. Regelungstechnik, zur Vorhersage von Verbrennungsinstabilitäten (Sattelmayer und Polifke, 2003a,b). Systeme werden dabei mittels analytischer Elemente beschrieben. Für die Flamme greift man in der Regel auf experimentell ermittelte Flammentransferfunktionen zurück. Für Details zu Netzwerkmodellen und Flammentransferfunktionen sei auf Alemela (2009), Auer (2006) und Freitag (2009) verwiesen. Neunert (2010) zeigt detailliert die Anwendung von Netzwerkmodellen. Eine Beschreibung der Messung von Flammentransferfunktionen und der Anwendung von Netzwerkmodellen ist in Schuermans (2003) zu finden. Trotz des erfolgreichen Einsatzes dieser Werkzeuge sind die gemachten Vereinfachungen im Auge zu behalten: Dowling (1995) setzt sich kritisch damit auseinander und bewertet typische Annahmen – zum Beispiel Kompaktheit und gegebenenfalls Vernachlässigung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit beziehungsweise detaillierter Strömungsfelder/-profile.

Weiterführende numerische Methoden, die über den hier betrachteten Rah-

men hinausgehen, sind teilweise in Kapitel 2.5 zusammengefasst. Zusätzlich sei noch auf die Bestimmung von Transfermatrizen mittels eine Kombination von CFD und Methoden der Systemidentifikation verwiesen (Gentemann et al., 2003).

2.3 Transversalmoden

Die ersten Veröffentlichungen zu transversalen akustischen Moden im Kontext von Verbrennungsinstabilitäten stammen aus den 1950er Jahren. Das Auftreten von Quermoden in Nachbrennern von Strahltriebwerken wurde vielfach untersucht, da sich Quermoden vorteilhaft auf den Verbrennungswirkungsgrad auswirken (Blackshear et al., 1953). Sie entsprechend zu kontrollieren, um Schäden zu vermeiden, erwies sich allerdings als schwierig. Problematisch ist auch der erhöhte Wärmeübergang an Wänden durch akustische Oszillationen (Zartman und Churchill, 1961).

Blackshear et al. (1953) gelang der experimentelle Nachweis von Transversalmoden (engl. „screeching combustion“) in einem Nachbrennermodell. Hypothesen über die fluktuierende Wärmefreisetzung und den Rückkopplungsmechanismus sind aber rein spekulativ: Die adiabate Kompression – und den daraus resultierenden Einfluss auf die Chemie – sowie die Interaktion von periodischen Wirbeln und Flamme werden diskutiert. Barker (1958) vertritt ein Zeitverzug-basiertes Modell, das das periodische Ablösen von Wirbeln als Ursache für hochfrequente Instabilitäten annimmt. Der Nachweis gelingt, dass das periodische Wirbelablösen akustisch induziert ist. Die Rolle der Wirbel im Hinblick auf den Wechselwirkungsmechanismus kann aber nicht eindeutig geklärt werden. Eine Charakterisierung von HF-Instabilitäten ist auch in Blackman (1961) zu finden: Der Einfluss des Ortes der Wärmefreisetzung wird thematisiert und das Verhältnis aus Dämpfung im System und fluktuierender Wärmefreisetzung, die von der zur Verfügung stehende gesamte Verbrennungsleistung abhängt, wird benannt. Kaskan und Noreen (1955) zeigen eine Vielzahl von Schlieren-Aufnahmen einer durch einen Flammenhalter stabilisierten Flamme und folgern daraus, dass die abgelösten Wirbel mit der Flammenfront interagieren und dass die daraus resultierende Änderung der Flammenoberfläche die Instabilität treibt. In der anschließenden Diskussion, die der Veröffentlichung beigelegt ist, wird dieser Standpunkt aber teilweise

revidiert. Ein NACA Bericht (Lewis Laboratory, 1954) fasst eine Vielzahl von Untersuchungen zum Thema „screeching combustion“ in Rohrbrennern zusammen. Die Schlussfolgerung ist, dass es sich dabei um Transversalmoden beziehungsweise entsprechende Resonanzen bei der Eigenfrequenz handelt. Eine Vielzahl von Designänderungen werden diskutiert, Betriebsbedingungen werden variiert, aber lediglich der Einsatz von Dämpfern führt zu einer signifikanten Reduktion der Instabilitäten. Abschnitte über den Wechselwirkungsmechanismus sind auch hier rein spekulativ.

Die Ergebnisse aus Untersuchungen von Nachbrennern zusammenfassend existieren unterschiedliche Hypothesen für den Wechselwirkungsmechanismus: die adiabate Kompression und deren Einfluss auf die Reaktionskinetik sowie die Interaktion von Wirbeln und Flamme. Der Einfluss von Wirbeln kann sich dabei auf eine Faltung der Flamme und eine periodisch fluktuierende Flammenform und -fläche beschränken oder mittels verbesserter Mischung zu einer konzentrierten „Wirbelverbrennung“ führen.

Die Wirbelverbrennung – also die Interaktion von Flamme und Wirbeln mit konzentrierter Wärmefreisetzung – wird detailliert in Altay et al. (2009) thematisiert. Matveev und Culick (2003) heben im Zusammenhang mit der konzentrierten Verbrennung von heißen Produkten den charakteristischen „lock-in“-Effekt hervor: Durch den Zeitverzug zwischen Wirbelablösung und Verbrennung ergeben sich diskrete bevorzugte Frequenzen. Die periodische Einmischung von verbrannten Produkten in unverbranntes Gemisch wurde auch schon von Rogers (1954) als Ursache für transversale Instabilitäten ins Spiel gebracht. Er diskutiert einen entsprechenden Zeitverzug zwischen Einmischung und Verbrennung, abschließend geklärt werden kann der Einfluss jedoch nicht. Ausführlich diskutiert wird diese Hypothese nochmals in Rogers und Marble (1956).

Ein Großteil der Arbeiten zu Nachbrennern und daraus abgeleiteten Konfiguration stammt aus den 1950er und 1960er Jahren. Literatur zu Quermoden in Gasturbinen-Brennkammern ist eher in der jüngeren Vergangenheit zu finden. Bibik et al. (2008) präsentieren Transversalmoden in einer Mehrbrenneranordnung. Quermoden treten im Experiment in einem breiten Bereich der Betriebsbedingungen auf. In den numerischen Arbeiten zur vorgemischten, aerodynamisch stabilisierten Verbrennung in einem Einzelbrenner veröffentlicht in Huang et al. (2003), Huang et al. (2006) und Huang und

Yang (2009) werden selbsterregte Transversalmoden beobachtet und ein positiver Rayleigh-Index identifiziert. LES Simulationen mit transversaler Anregung zur Identifikation von Wechselwirkungsmechanismen zeigen Ducruix et al. (2005). Wirbelbildung und Mischung werden in der kalten Strömung analysiert. In Rechnungen mit Verbrennung zeigt sich, dass die über Brennkammerhälften integrierten Werte für Wärmefreisetzung und Druck in Phase oszillieren. Eine detaillierte Analyse des Mechanismus erfolgt allerdings nicht. Die experimentelle Charakterisierung eines transversal angeregten Drallströmungsfelds erfolgt in O'Connor et al. (2010) und O'Connor und Lieuwen (2011a,b, 2012).

2.4 Aerodynamisch stabilisierte Drallflammen

Ausschlaggebend für die Orte der Wärmefreisetzung und das Temperaturprofil im Flammrohr ist die Flammenstabilisierung. In der vorliegenden Arbeit werden aerodynamisch stabilisierte Drallflammen in einem zylindrischen Flammrohr untersucht. Eine schematische Skizze der Drallströmung in geschlossenen Geometrien ist in Abb. 2.4 gezeigt. Das Aufplatzen der Wirbelströmung führt zu inneren und äußeren Rezirkulationszonen, die zu einem Rücktransport von heißen Reaktionsprodukten führen. Die Flamme stabilisiert sich in den Scherschichten zwischen heißen Produkten und Frischgas. Dies führt zu den charakteristischen M- oder V-Flammenformen (Durox et al., 2009), die als Schnittbild in Abb. 2.4 angedeutet sind. Die Wärmefreisetzung in der äußeren Scherschicht, also der Unterschied zwischen M- und V-Flamme, hängt vom Grad der Abkühlung der Produkte in der äußeren Rezirkulationszone durch Wärmeverluste an die Wand ab. Einen Überblick über Drallströmungen sowie axiale und radiale Drallerzeuger ist in Lefebvre und Ballal (2010, S. 140 ff.) zu finden. Lechner und Seume (2003, S. 451 ff.) geben einen Überblick über Brennertypen und die Stabilisierung von Flammen. Für theoretische Grundlagen zur Verbrennung und Flammenstabilisierung sei auf Turns (2000) verwiesen.

Grundlagenuntersuchungen an isothermen Drallströmungen führte Maier (1968) durch. Eine wesentliche Aussage ist die Reynoldszahlinvarianz für den turbulenten, verdrallten Freistrahle: Bei konstanter Drallzahl ändert eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit am normierten Strömungsprofil nichts,

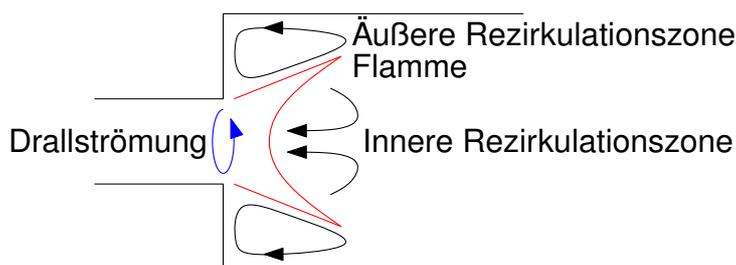


Abbildung 2.4: Charakteristisches Strömungsfeld und Flammenform einer drallstabilisierten Flamme.

zum Beispiel bleibt die Position des Staupunkts unverändert. Beschrieben wird auch der Einfluss der Drallzahl auf Staupunkt, Axial- und Radialprofile. Der Einfluss der Verbrennung ist in Maier (1968) nicht berücksichtigt und in der Regel nicht zu vernachlässigen, tendenzielle Aussagen lassen sich aber trotzdem daraus ableiten: Aufgrund der Beschleunigung in axialer Richtung durch die Temperaturerhöhung bei der Verbrennung vergrößert sich der axiale Impuls während der radiale Impuls unverändert bleibt (Schmid, 1991, S. 36 ff.). Somit führt die Verbrennung zu einem lokalen Absinken der Drallzahl, die isothermen Charakteristika aus Maier (1968) gelten damit auch hier, solange eine Skalierung der Drallzahl gemäß Schmid (1991, S. 38) vorgenommen wird. Folglich können charakteristische Temperaturverteilungen im Flammrohr daraus abgeleitet werden, die zumindest die Tendenzen bei der Änderung der Drallzahl richtig erfassen. Ein qualitativ richtiges Temperaturfeld ist wichtig für FE-Methoden zur Abschätzung von Eigenmoden und -frequenzen und des Einflusses von Strömungsparametern – weniger die Strömungsgeschwindigkeit, da prinzipiell Reynolds-invariant, aber die Drallstärke – auf diese.

2.5 FEM in der Akustik

Die Anwendung der Finite-Element Methode (FEM) beschränkt sich hier auf die Lösung der homogenen Wellengleichung im Frequenzbereich, Glg. (2.20). Die homogene Wellengleichung im Frequenzbereich zählt zu den elliptischen Differentialgleichungen und stellt dabei ein typisches Anwendungsgebiet für die FEM dar (Rade et al., 2000). Im Folgenden werden die wesentlichen Grundlagen der FEM kurz zusammengefasst. Einzelheiten und Hinter-

grundinformationen sind in Hughes (2000) zu finden.

Jede partielle Differentialgleichung beziehungsweise jedes Differentialgleichungssystem, z.B. LEE oder die harmonische Wellengleichung, kann als

$$L(u) = f \quad (2.46)$$

beschrieben werden. L entspricht dem Differentialoperator und u den Unbekannten. f wird als rechte Seite oder – abgeleitet aus der Statik – Kraftvektor bezeichnet. u und f können zeit- und ortsabhängig sein.

Gelöst wird die Differentialgleichung mittels FEM Ansatz, auch Galerkin Ansatz genannt,

$$\int L(u) w dV = \int f w dV. \quad (2.47)$$

Die Gleichung wird mit einer Wichtungsfunktion w multipliziert und über das Volumen V integriert. Folglich ist die Gleichung nicht mehr exakt, sondern nur in einem integralen Sinn zu erfüllen. Das Volumen V wird diskretisiert, für u und w wird eine endliche Zahl von Ansatzfunktionen (Elemente) gewählt und so das kontinuierliche Problem auf ein diskretes Problem reduziert, das mittels Matrix-Vektor-Rechnung gelöst werden kann.

Die Berechnung von Eigenmoden und Druckfeldern bei Frequenzanregung mit Temperaturgradienten aber ohne Hintergrundströmung – wie sie hier verwendet wird – ist unproblematisch und weit verbreitet. In den letzten Jahren wurden vermehrt FE-Ansätze im Frequenzbereich entwickelt, die darüber hinausgehen: Nicoud et al. (2007) implementierten das n - τ -Modell um mittels FEM komplexe Eigenwerte zu ermitteln und Stabilitätsbetrachtungen durchführen zu können. Camporeale et al. (2011) setzten sich detailliert mit dem komplexen Eigenwert-Problem auseinander und entwickelten eine FE-basierte Lösungsstrategie, validierten diese und wendeten sie auf komplexe Geometrien an. Die Leistungsfähigkeit hybrider Ansätze, also entkoppelte Berechnung von Strömungsfeld, Flammenantwort und auf dem Strömungsfeld basierender Akustik, im Vergleich zu direkten LES Simulationen von Strömung und Akustik, ist in Martin et al. (2006) dargestellt. Ein hybrider Ansatz im Zeitbereich unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten wird in Pankiewicz und Sattelmayer (2002) und Pankiewicz (2004) erläutert. Problematisch bei der Simulation von Akustik mit mittlerer Strömung sind Scherschichten und die Entstehung hydrodynamischer Instabilitäten (Prax et al., 2008). Auch

die mittlere Strömung selbst erfordert den Einsatz stabilisierter FEM für die konvektiven Terme (Franca et al., 2003; Wall, 1999). Gikadi et al. (2012) zeigen die Berechnung von Eigenfrequenzen und Stabilität mittels stabilisierter FE Methode für ausgewählte Probleme der Aeroakustik.

2.6 Markov-Ketten-Monte-Carlo Methode

Die Standardmethode zur Bestimmung des Frequenzspektrums aus Druckmessungen ist die Fourier-Transformation (Rade et al., 2000). Die Analyse von ab- und aufklingenden Schwingungen mittels Fourier-Analyse ist möglich; sie ist aber bei schnell abklingenden Signalen mit wenigen Datenpunkten und hohem Rauschen ungenau. Deshalb wird hier zur Bestimmung von Dämpfungs- beziehungsweise Abklingraten eine Methode aus der Bayes'schen Statistik verwendet. Zum Einsatz kommt der Metropolis-Hastings-Algorithmus beziehungsweise das Gibbs-Sampling, eine Sonderform von Metropolis-Hastings. Eine Einführung in statistische Bayes-Methoden zur Approximation von Kurven ist in der Literatur in Bretthorst (1988) verfügbar. Metropolis-Hastings und Gibbs-Sampling gehören zur Klasse der Monte-Carlo Methoden (Robert und Casella, 2010). Für Erläuterungen zum Metropolis-Hastings-Algorithmus sei auch auf Chib und Greenberg (1995) verwiesen. Die Methode selbst geht zurück auf Metropolis et al. (1953) und Hastings (1970). Eine ausführliche Einführung in die Datenanalyse mittels Bayes-Methoden ist in Christensen et al. (2011) zu finden.

Das Gibbs-Sampling wird hier verwendet, um ein Optimierungsproblem, vergleichbar einem „least-squares“-Problem, mit einer Vielzahl an Parametern schnell zu lösen und gleichzeitig ein Gütekriterium für die Lösung in Form von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die einzelnen Parameter zu erhalten. Beispielhaft betrachtet werden soll die Funktion

$$y_{a,i} = \exp(-\alpha t_i) \sin(\omega t_i) \quad (2.48)$$

als Approximation einer Datenbasis D bestehend aus der Zeitreihe t_i und den Werten y_i an den diskreten Stützstellen i . Der Index a steht für „Approximation“. Abb. 2.5 zeigt das Messsignal y_i , das hier künstlich generiert wurde und aus der Überlagerung einer exponentiell abklingenden Sinuskurve und einem weißen Rauschen besteht, und die Approximation $y_{a,i}$. Ziel des Verfahrens ist,

die Abklingrate α und die Kreisfrequenz ω zu optimieren und gleichzeitig eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für beide Parameter anzugeben.

Die Abweichung μ zwischen Signal y_i und Approximation $y_{a,i}$ wird beschrieben durch

$$\mu(\mathbf{x}) = \sum_i |y_i - y_{a,i}(\mathbf{x})|. \quad (2.49)$$

Aus der Abweichung kann dann die sogenannte „Target Distribution“ ermittelt werden, die hier als Gauß-Glockenkurve

$$\pi(\mathbf{x}) = \exp(-\mu^2(\mathbf{x})) \quad (2.50)$$

definiert ist. Die Funktion $\pi(\mathbf{x})$ ist eine nicht normalisierte Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung. \mathbf{x} bezeichnet die Parameter α und ω – mathematisch formuliert: $\mathbf{x} = [\alpha, \omega]$. Begriffe wie „Target Distribution“ werden im Folgenden in ihrer englischen Bezeichnung verwendet, um Wortschöpfungen zu vermeiden und konsistent mit der Literatur zu bleiben. Formal kann die „Target Distribution“ umgeschrieben werden als

$$\pi(\mathbf{x}) \propto P(D|\mathbf{x})P(\mathbf{x}). \quad (2.51)$$

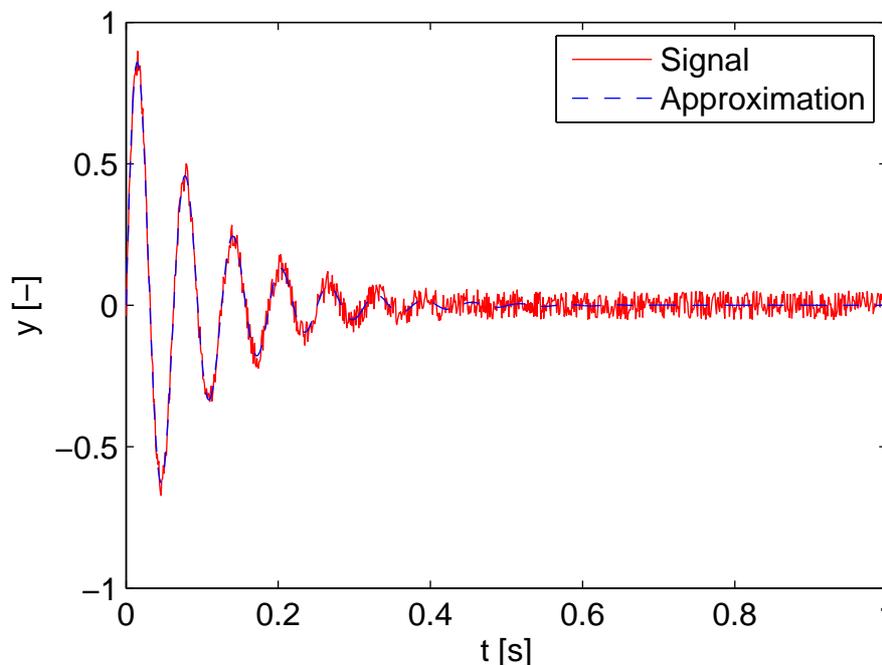


Abbildung 2.5: Abklingende Sinusfunktion mit Rauschen als exemplarische Rohdaten y über t .

Die „Target Distribution“ ist proportional zur Wahrscheinlichkeit für den Parametersatz \mathbf{x} bei einem gegebenen Datensatz D mal der Wahrscheinlichkeit für die Parameter \mathbf{x} . Werden wie hier nur gleichverteilte a-priori Wahrscheinlichkeiten für die Parameter \mathbf{x} verwendet, gilt

$$\pi(\mathbf{x}) \propto P(D|\mathbf{x}). \quad (2.52)$$

Grund für die Verwendung von Markov-Ketten zur Auswertung von $\pi(\mathbf{x})$ beziehungsweise $P(D|\mathbf{x})$ ist die Reduktion des Rechenaufwands: Eine vollparametrisierte Auswertung von $\pi(\mathbf{x})$ in alle Koordinatenrichtungen ist insbesondere bei kontinuierlichen Parametern \mathbf{x} mit einem hohen Aufwand verbunden. Ziel des Metropolis-Hastings Algorithmus ist, zufällige Elemente aus allen möglichen Parametersätzen \mathbf{x} so zu ziehen, dass diese die Verteilung $\pi(\mathbf{x})$ repräsentieren.

Unter einer Markov-Kette versteht man dabei eine Kette von Parametersätzen $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$, die unter Anwendung der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\mathbf{x}_i|\mathbf{x}_{i-1})$ – die Wahrscheinlichkeit \mathbf{x}_i auszuwählen, wenn der aktuelle Wert \mathbf{x}_{i-1} ist – gezogen werden. Um eine Verteilung gemäß $\pi(\mathbf{x})$ sicherzustellen, muss die Sequenz $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ ergodisch sein. Daraus ergibt sich die Bedingung

$$\pi(\mathbf{x}_1)p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) = \pi(\mathbf{x}_2)p(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2) \quad (2.53)$$

für die Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\mathbf{x}_i|\mathbf{x}_{i-1})$, bekannt unter dem Begriff „Detailed Balance“. Dabei ist $\pi(\mathbf{x}_1)$ die (nicht-normalisierte) Wahrscheinlichkeit bei \mathbf{x}_1 zu starten und $p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ die Wahrscheinlichkeit \mathbf{x}_2 zu ziehen, wenn der Ausgangswert \mathbf{x}_1 ist. Für den Beweis, dass eine Markov-Kette ergodisch ist, wenn die „Detailed Balance“, Glg. (2.53), erfüllt ist, sei auf Chib und Greenberg (1995) und Robert und Casella (2010) verwiesen.

Zur Konstruktion einer Markov-Kette gilt es, eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\mathbf{x}_i|\mathbf{x}_{i-1})$ zu finden, so dass die „Detailed Balance“ erfüllt ist. Dazu wird die „Proposal Distribution“ $q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ eingeführt, eine Wahrscheinlichkeit sich nach \mathbf{x}_2 zu bewegen, falls der Ausgangswert \mathbf{x}_1 ist. Der Parametersatz \mathbf{x}_2 wird dann aus der „Proposal Distribution“ $q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ statt aus der unbekanntenen Verteilung $p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ gezogen. Anschließend wird die „Acceptance Probability“ für \mathbf{x}_2 beziehungsweise \mathbf{x}_{2c}

$$\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_{2c}) = \min \left(1, \frac{\pi(\mathbf{x}_{2c})q(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_{2c})}{\pi(\mathbf{x}_1)q(\mathbf{x}_{2c}|\mathbf{x}_1)} \right) \quad (2.54)$$

berechnet. Der Index c steht für Kandidat, engl. „Candidate“. Falls q symmetrisch gewählt wird, vereinfacht sich Glg. (2.54) zu

$$\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_{2c}) = \min \left(1, \frac{\pi(\mathbf{x}_{2c})}{\pi(\mathbf{x}_1)} \right). \quad (2.55)$$

Der Kandidat \mathbf{x}_{2c} wird dann mit der Wahrscheinlichkeit α als $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_{2c}$ akzeptiert. Daraus ergibt sich

$$p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) = q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \quad (2.56)$$

Der Nachweis, dass $p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ als Produkt aus $q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$ und $\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ ergodisch ist, folgt aus Glg. (2.54) multipliziert mit $\pi(\mathbf{x}_1)q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)$, dem Nenner der rechten Seite:

$$\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\pi(\mathbf{x}_1)q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) = \min \left[\pi(\mathbf{x}_1)q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1), \pi(\mathbf{x}_2)q(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2) \right] \quad (2.57)$$

$$= \min \left[\pi(\mathbf{x}_2)q(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2), \pi(\mathbf{x}_1)q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) \right] \quad (2.58)$$

$$= \alpha(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)\pi(\mathbf{x}_2)q(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2). \quad (2.59)$$

Folglich erfüllt $p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) = q(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1)\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ die „Detailed Balance“ und ist damit ergodisch.

Aus dem Metropolis-Hastings Algorithmus abgeleitet werden kann das Gibbs-Sampling. Zentraler Gedanke ist, bei der Ziehung von \mathbf{x}_2 alle Parameter bis auf einen festzuhalten – also immer nur einen Parameter abwechselnd zu variieren. $\pi(x, \mathbf{x}^-)$ ist damit die (nicht-normalisierte) Wahrscheinlichkeitsverteilung des Parameters $x \in \mathbf{x}$, wenn alle anderen Parameter \mathbf{x}^- konstant gehalten werden. Ziel des Gibbs-Sampling ist die Optimierung, so dass das „Acceptance Ratio“

$$\alpha(x_1, x_2|\mathbf{x}^-) = \min \left[1, \frac{\pi(x_2|\mathbf{x}^-)q(x_1|x_2, \mathbf{x}^-)}{\pi(x_1|\mathbf{x}^-)q(x_2|x_1, \mathbf{x}^-)} \right] \quad (2.60)$$

gleich 1 ist. Dadurch reduziert sich die Zahl der nötigen Ziehungen, da jede Ziehung akzeptiert wird. Die Bedingung $\alpha(x_1, x_2|\mathbf{x}^-) = 1$ ist im Allgemeinen nur erfüllt, falls

$$q(x_1|x_2, \mathbf{x}^-) = \frac{\pi(x_1|\mathbf{x}^-)}{\int \pi(x|\mathbf{x}^-)dx}. \quad (2.61)$$

Die Normalisierung mit $\int \pi(x|\mathbf{x}^-)dx$ ist notwendig, sonst ist $q(x_1|x_2, \mathbf{x}^-)$ keine Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Der Ablauf des Gibbs-Sampling ist in Abb. 2.6 schematisch skizziert. Zur Berechnung eines jeden neuen Parametersatzes \mathbf{x} der Markov-Kette wird über die einzelnen Parameter x rotiert. Alle anderen Parameter \mathbf{x}^- werden konstant gehalten. Der neue Parameter x_2 wird aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(x_2, x_1 | \mathbf{x}^-) = q(x_2 | x_1, \mathbf{x}^-) = \frac{\pi(x_2 | \mathbf{x}^-)}{\int \pi(x | \mathbf{x}^-) dx} \quad (2.62)$$

gezogen. Die gleiche Pozedur wird anschließend für den nächsten Parameter aus dem Satz \mathbf{x} durchgeführt.

Für das Ziehen eines Parameters x_2 aus einer beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x_2, x_1 | \mathbf{x}^-)$ existieren eine Vielzahl von Algorithmen (Devroye, 1986). Dieser ist wesentlich verantwortlich für den Rechenaufwand. Hier soll nur exemplarisch auf eine relativ einfache aber dafür rechenintensive Variante eingegangen werden. Die „Inversion Method“ basiert auf der kumulierten Verteilungsfunktion

$$\begin{aligned} f(x | \mathbf{x}^-) &= \int_{x_{min}}^x p(\xi | \mathbf{x}^-) d\xi \\ &= \frac{\int_{x_{min}}^x \pi(\xi | \mathbf{x}^-) d\xi}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \pi(\xi | \mathbf{x}^-) d\xi}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde x_2 durch x ersetzt und x_1 weggelassen, da ohne Einfluss, vgl. Glg. (2.62). Die kumulierte Verteilungsfunktion $f(x | \mathbf{x}^-)$ ist monoton steigend und besitzt einen Wertebereich von 0 bis

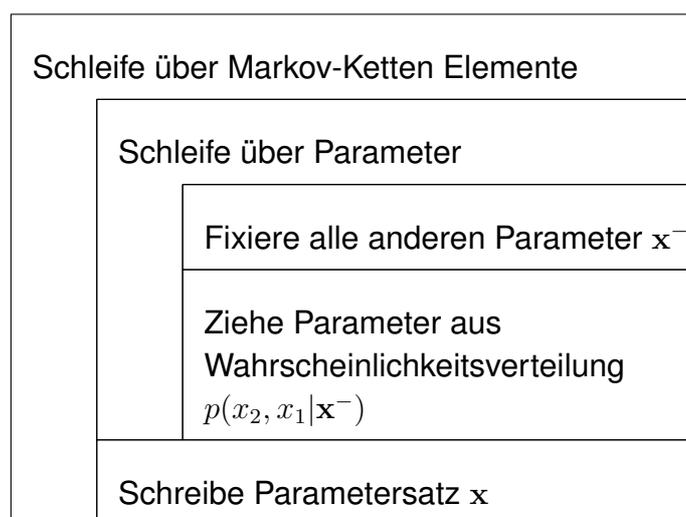


Abbildung 2.6: Ablaufdiagramm des Gibbs-Sampling Algorithmus.

1. Zieht man eine Stichprobe aus dem gleichverteilten Raum $[0, 1]$, setzt diese gleich $f(x|\mathbf{x}^-)$ und berechnet über die Umkehrfunktion der kumulierten Verteilungsfunktion den Parameter x , so ist x entsprechend der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\xi|\mathbf{x}^-)$ verteilt. Da die „Target Distribution“ $\pi(\xi|\mathbf{x}^-)$ in der Regel nicht analytisch beschreib- und integrierbar ist, wird die kumulierte Verteilungsfunktion $f(x|\mathbf{x}^-)$ beziehungsweise deren Umkehrfunktion mittels Monte-Carlo Integration (Rade et al., 2000) ermittelt. Dabei ist nur die Ziehung aus gleichverteilten Räumen notwendig. Detaillierte Ablaufdiagramme sowohl zum Gibbs-Sampling als auch zum Ziehen aus Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in Kapitel B.1 im Anhang zu finden.

Abb. 2.7 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\alpha)$ als Funktion der Abklingrate α . Datengrundlage ist ein verrauschter, abklingender Sinus, vgl. Abb. 2.5. Gezeigt werden sowohl die exakte Kurve für $P(\alpha)$ als auch die Approximation mittels Gibbs-Sampling. Die Übereinstimmung ist als sehr gut zu bezeichnen. Anwendung findet das Gibbs-Sampling in Kapitel 6 zur Bestimmung von Abklingraten aus gemessenen Zeitreihen.

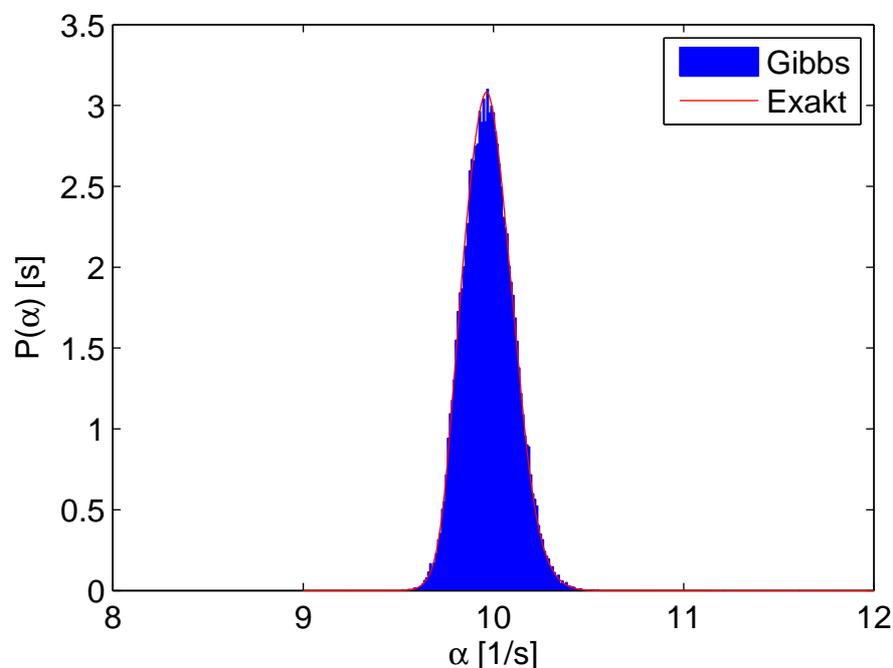


Abbildung 2.7: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abklingrate mittels Gibbs-Sampling und vollparametrisiertem Sampling (exakt).

3 Versuchsaufbau und Messtechnik

Grundlage für die Beobachtungen und Messergebnisse, die in den Kapiteln 4 bis 6 präsentiert werden, ist der verwendete Versuchsaufbau. Selbst kleine geometrische Details können einen Einfluss auf die Akustik haben. Deshalb ist es gerade hier wichtig, Rahmen- und Randbedingungen für die Messung exakt zu beschreiben. Im Folgenden werden daher Prüfstandsaufbau und -konzept erläutert und der modulare Aufbau aus Drallerzeuger, Mischrohr und Flammrohr/Brennkammer beschrieben. Die Frontplatte zwischen Mischrohr und Brennkammer bildet mit ihren sechs Sensorpositionen das zentrale Element für akustische Messungen. Neben dynamischen Druckaufnehmern können die Positionen aber auch mit Thermoelementen, Helmholtz-Resonatoren oder Lautsprechern ausgerüstet werden.

3.1 Prüfstand

Der Prüfstand selbst ist weitestgehend identisch zu der Konfiguration beschrieben in Mayer et al. (2012). Eine schematische Skizze zeigt Abb. 3.1.

Der Aufbau ermöglicht eine variable Brennstoffzufuhr. Der Brenner kann sowohl technisch als auch perfekt vorgemischt betrieben werden. Die zugeführte Luft kann mit Partikeln beladen werden, um partikelbasierte Messmethoden einzusetzen, siehe Kapitel 3.4. Die Brennkammer ist zylindrisch ausgeführt und aus Quarzglas gefertigt. Der Innendurchmesser der Brennkammer beträgt 158 mm. Der Luftmassenstrom wird zwischen 60 g/s und 160 g/s variiert. Die thermische Leistung der Verbrennung ist gemäß Auslegung auf maximal 350 kW bis 400 kW beschränkt. Der Prüfstand kann mit Erdgas und/oder Wasserstoff – der bei Bedarf mit Stickstoff verdünnt wird – betrieben werden. Die gezeigten Ergebnisse beschränken sich aber rein auf Versuche mit dem Brennstoff Erdgas.

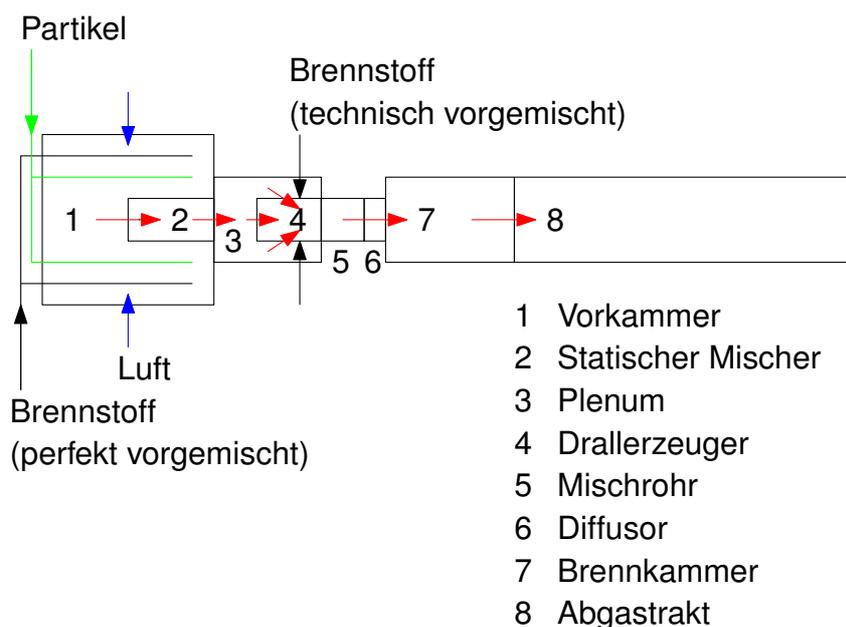


Abbildung 3.1: Schemaskizze des Prüfstands.

3.2 Drallbrenner

Der verwendete Drallbrenner ist für die brennstoffflexible Vormischverbrennung konzipiert. Ziel ist die vorgemischte Verbrennung von Wasserstoff unter Vermeidung von Flammenrückschlägen (Mayer et al., 2012). Auslegung, Konzept und detaillierte Untersuchungen des stationären Strömungsfelds sind in Sangl et al. (2010, 2011) und Sangl (2011) zu finden. Für den perfekt vorgemischten Betrieb ist eine Variation der Drallzahl durch Einbauten in den Drallschlitzen möglich. Verwendet werden die Drallschlitzhöhen 9 mm, 11 mm und 14 mm. Die Höhe 9 mm entspricht der höchsten Drallstärke beziehungsweise Drallzahl. Drallerzeuger und Einlegebleche sind in Abb. 3.2 dargestellt.

Bei technischer Vormischung ist keine flexible Drallgeometrie und damit eine Variation der Drallzahl möglich. Die Brennstoffeindüsung erfolgt isokinetisch, vgl. Abb. 3.3. Durch das Blockieren einzelner Brennstoffbohrungen können Bereiche der Strömung – zum Beispiel der Kern – abgemagert werden.

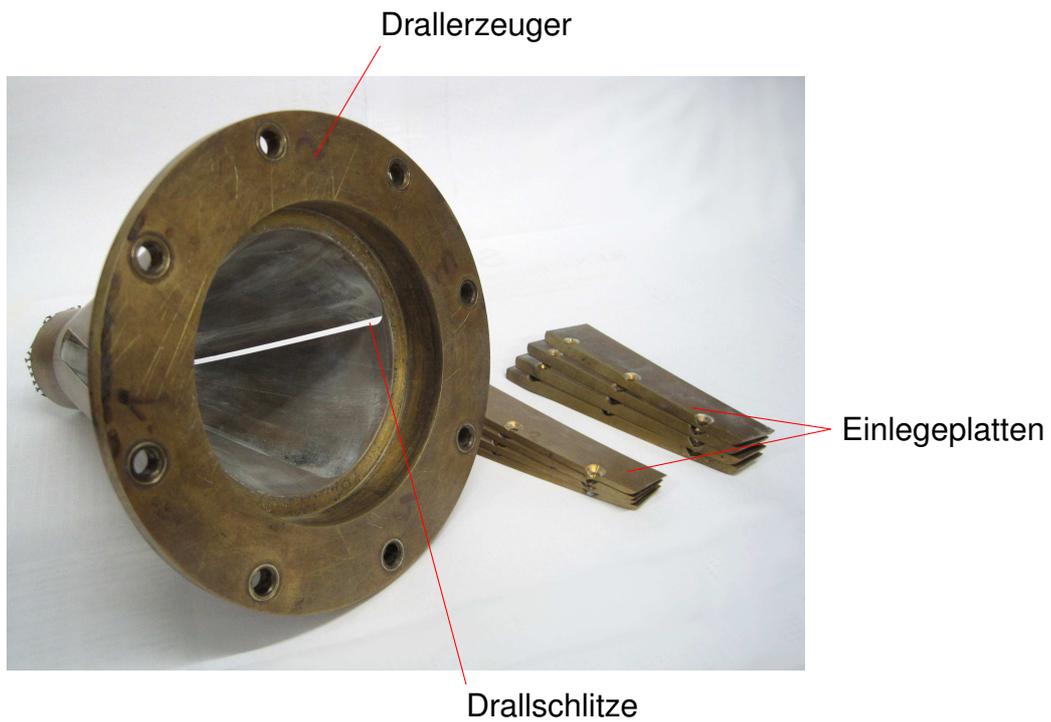


Abbildung 3.2: Drallerzeuger mit variabler Schlitzbreite/Drallstärke.

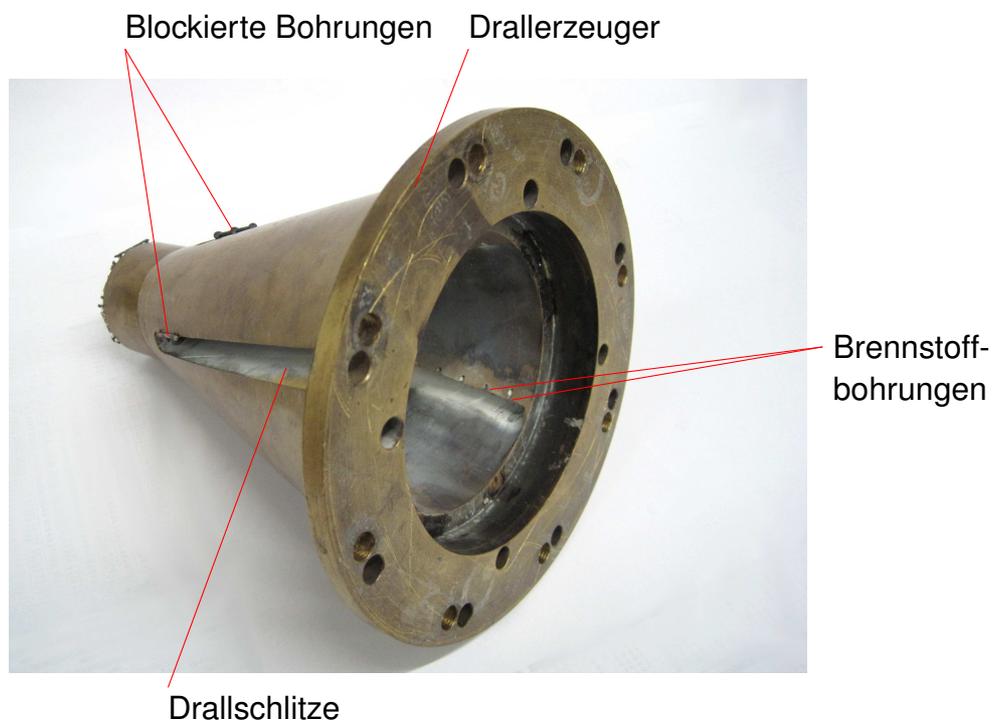


Abbildung 3.3: Drallerzeuger mit Brennstoffeindüsung.

3.3 Brennkammer und Einbauten

Zentrale Komponenten des Prüfstands sind neben dem Drallerzeuger Mischrohr, Frontplatte und Brennkammer beziehungsweise Flammrohr, siehe Abb. 3.4. Die optische Zugänglichkeit ist durch die zylindrische Brennkammer aus Quarzglas mit einem Innendurchmesser von circa 158mm gegeben. Neben der Variation des Innendurchmessers und der Glasdicke aufgrund von Fertigungstoleranzen schränkt vor allem die Glasqualität den Einsatz optischer Messmethoden ein. Reflektion und Brechung von Licht an der gekrümmten Glasoberfläche sind vor allem bei laserbasierten Methoden problematisch. Unter bestimmten Umständen lassen sich diese aber reduzieren oder gar ganz vermeiden, siehe Kapitel 3.4. Dem Vorteil optischer Zugänglichkeit gegenüber steht der Nachteil, den die Verwendung einer Glasbrennkammer mit sich bringt: Sie schränkt den Zugang für nicht-optische Messungen und sonstige Einbauten ein. Ein Zugang in die Brennkammer existiert nur aus dem Abgaskanal oder durch die Frontplatte – dem Flächensprung zwischen Mischrohr und Flammrohr.

Als Einbauten in die Frontplatte werden dynamische Druckaufnehmer, Ther-

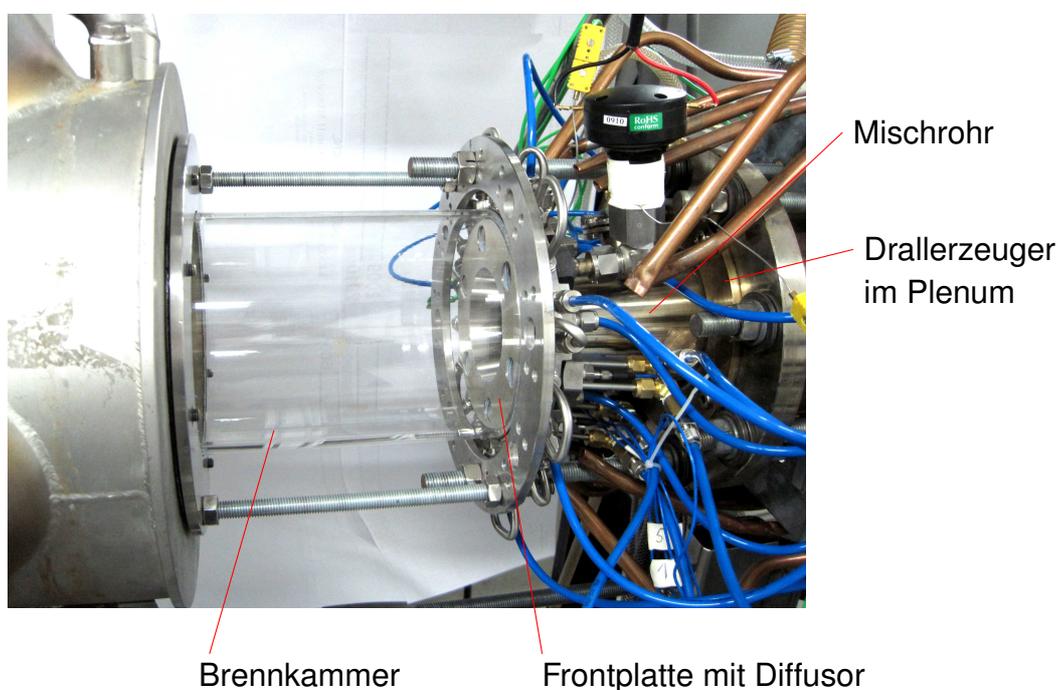


Abbildung 3.4: Drallerzeuger und Brennkammer im Prüfstand.

moelemente, piezoelektrische Lautsprecher und Helmholtz-Resonatoren verwendet. Einen Überblick über die einzelnen Elemente gibt Abb. 3.5. Die verwendeten dynamischen Drucksensoren sind wassergekühlt und vom Typ PCB® J106B/064B06 vom Hersteller PCB Piezotronics Inc. (PCB Piezotronics Inc., 1998, 2004, 2007). Die Drucksensoren sind angeschlossen an eine Simultanmesskarte vom Typ NI™ PCI-4472 von National Instruments. Die Thermoelemente dienen lediglich der Überwachung der Wandtemperatur. Damit wird vermieden, dass die Drucksensoren überhitzen und beschädigt werden. Die piezoelektrischen Lautsprecher sind aus Platzgründen über eine Rohrkrümmung angeschlossen. Dadurch sind die Lautsprecher auch der thermischer Strahlung der Flamme nicht ausgesetzt, und es kann auf eine explizite Kühlung vollständig verzichtet werden. Die Helmholtz-Resonatoren bestehen aus zwei Schrauben, vgl. Abb. 3.6, so dass die Resonanzfrequenz frei einstellbar ist.

Ein Helmholtz-Dämpfer – auch Helmholtz-Resonator genannt – besteht aus einem Volumen, das durch eine dünne Bohrung mit der eigentlichen Geometrie verbunden ist (Lechner und Seume, 2003, S. 485 ff.). Druckschwingungen



(a) Drucksensor



(b) Thermoelement



(c) Helmholtz-Resonator



(d) Lautsprecher

Abbildung 3.5: Einschrauber in die Frontplatte.

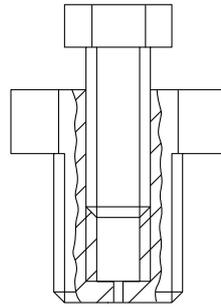


Abbildung 3.6: Schnittbild eines Helmholtz-Resonators.

im durch die beiden Schrauben gebildeten Hohlraum werden durch die Bohrung in das Resonatorvolumen übertragen. Dabei treten in der Bohrung hohe Geschwindigkeiten auf. Aufgrund diverser viskoser Effekte werden die Oszillationen gedämpft. Besonders effektiv ist der Helmholtz-Dämpfer, wenn die Strömungsgeschwindigkeiten in der Bohrung hoch sind, also wenn sich das System in Resonanz befindet. Die Resonanzfrequenz der Helmholtz-Dämpfer kann durch die Formel

$$f_0 = \frac{2}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_0 L}}$$

abgeschätzt werden (Hersh und Walker, 1977). Der Halsquerschnitt der Bohrung ist mit S_0 bezeichnet, das Resonatorvolumen mit V_0 und die korrigierte Halslänge mit L . Bei den hier verwendeten Resonatoren kann das Resonatorvolumen V_0 durch die Einschraubtiefe der zweiten Schraube variiert werden, siehe Abb. 3.5 (c).

In der Frontplatte stehen sechs Einbaupositionen zur Verfügung. Abb. 3.7 zeigt eine Aufnahme vom Flammrohr auf die Frontplatte in den Drallerzeuger. Die einzelnen Einbaupositionen sind mit „Pos. 1“ bis „Pos. 6“ numeriert. Die entsprechende Zuordnung wird im Folgenden konsistent so verwendet. Der Winkel zwischen den einzelnen Sensoren beträgt 60° . „Pos. 1“ ist hier, in Abb. 3.7, mit einem Thermoelement ausgerüstet, „Pos. 2“ bis „Pos. 5“ mit Druckaufnehmern und „Pos. 6“ mit einem Lautsprecher.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass nicht nur Helmholtz-Resonator und Lautsprecher Einfluss auf die Akustik haben, sondern auch die Druckmessung eine invasive Messmethode ist, die die akustische Randbedingung lokal verändert.

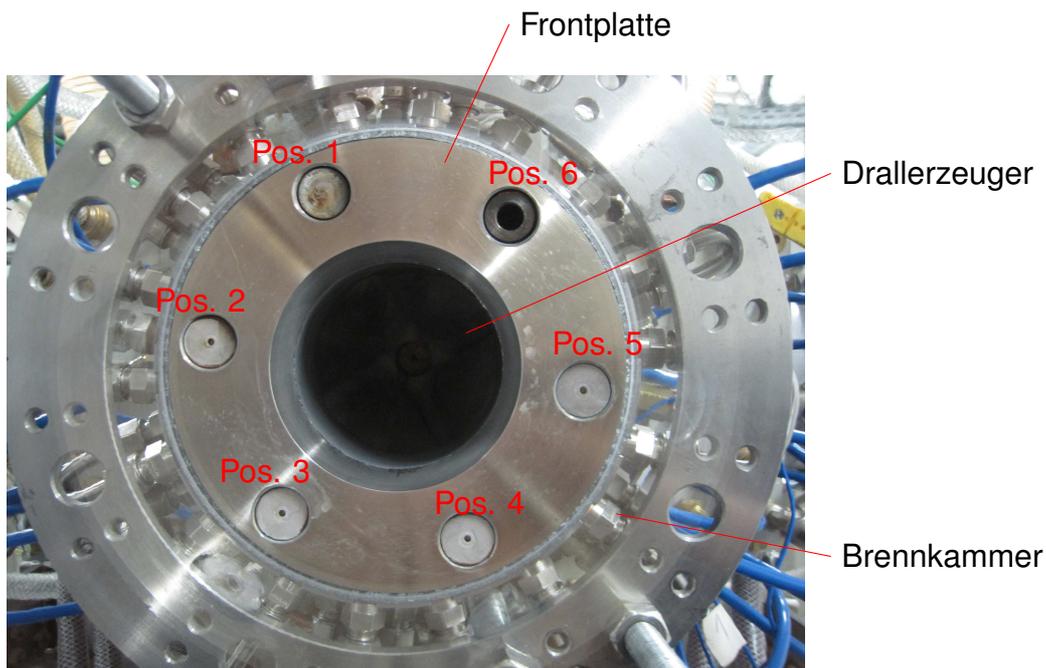


Abbildung 3.7: Frontplatte mit Messpositionen.

3.4 Optische Messtechnik

Als nicht-invasive optische Messmethoden werden die OH^* Chemilumineszenz und partikel- und laserbasierte optische Verfahren verwendet.

Bei Aufnahme der OH^* Chemilumineszenz wird die bandpassgefilterte Eigenstrahlung der Flamme aufgezeichnet (Lauer, 2011). Zum Einsatz kommt ein optischer Bandpassfilter mit einer Zentralwellenlänge von 307 nm und einer Halbwertsbreite von 10 nm. Die verwendete Kamera ist eine bildverstärkte Kamera vom Typ Photron™ FASTCAM-ultima APX II. Für zeitlich hochaufgelöste Aufnahmen wird ein Photomultiplier mit Linienoptik eingesetzt (Schwing et al., 2011; Winkler et al., 2005). Dadurch verschlechtert sich die örtliche Auflösung auf circa 3 mm bis 5 mm in der Flamme. Der Signal-zu-Rausch-Abstand bleibt aber akzeptabel im Vergleich zu zeitlich hochaufgelösten Aufnahmen mit der bildverstärkten Kamera. Um an verschiedenen Positionen in der Flamme zu messen ist eine Traversierung nötig.

Der Aufbau der partikel- und laserbasierten optischen Messmethoden ist in Abb. 3.8 skizziert. Das Einbringen der Partikel in die Strömung erfolgt in der Vorkammer, vgl. Kapitel 3.1 und Abb. 3.1. Das gepulste Laserlicht wird von ei-

nem NewWave™ Pegasus PIV Laser erzeugt. Der Laser besitzt zwei Kavitäten, die jeweils mit einer Pulsfrequenz von bis zu 10kHz betrieben werden können. Das Laserlicht wird durch eine Laseroptik mit Fokussiereinheit und Zylinderlinse in einen Lichtschnitt aufgeweitet. Der Lichtschnitt entspricht der Messebene. Das Streulicht wird von einer Hochgeschwindigkeitskamera vom Typ Photron™ SA 5 aufgezeichnet. Der Lichtschnitt wird hier schräg und nicht senkrecht von oben eingekoppelt, siehe Abb. 3.8. Dadurch tritt kein Laserlicht unten durch die Brennkammer aus, beziehungsweise wird von dort zurückgestreut. Streulicht führt zu einer massiven, unkontrollierten Verbreiterung des Lichtschnitts und erschwert die Messung. Durch die schräge Einkopplung fungieren Mischrohr und Drallerzeuger als Strahlenfalle.

Ausgewertet wird die reine Mie-Streuung beziehungsweise deren Helligkeit. Die Dichte an Partikeln ist im unverbrannten Gas hoch. Durch die Temperaturerhöhung und Expansion während der Verbrennung nimmt die Partikeldichte – in Partikel pro Volumen gerechnet – deutlich ab. Deshalb lassen sich verbranntes und unverbranntes Gas aufgrund der Helligkeit im Mie-Streuungsbild unterscheiden. In Verbindung mit der Geschwindigkeitsmessung wird das Verfahren gelegentlich in der Literatur auch als Conditioned PIV bezeichnet, weil so bei der Auswertung der Aufnahmen beziehungsweise Geschwindigkeitsinformationen explizit zwischen kalten und heißen Bereichen unterschieden wird (Gülder et al., 2000; Pfadler et al., 2007). Aufnahmen der Mie-Streuung können bei der verwendeten Infrastruktur mit Wiederholraten bis 20kHz erfolgen. Für die Auswertung mit dem Verfahren der „Particle Image Velocimetry“ (PIV) werden Doppelbilder benötigt, die dann miteinander korreliert werden. Deshalb reduziert sich die Aufnahmezeit auf 10kHz. Die Zeitabstände der einzelnen Bilder eines Doppelbildpaars sind hier in der Größenordnung von $10\ \mu\text{s}$ und hängen von der räumlichen Auflösung und der Strömungsgeschwindigkeit ab (Konle, 2005; Raffel et al., 1998).

Die Auswertung der PIV Rohdaten erfolgt mittels einer eigenen Implementierung in C++, die auf der frei verfügbaren Bibliothek OpenCV basiert (Bradski, 2000). Dazu werden die Aufnahmen in Bildbereiche unterteilt. Die Größe dieser „Interrogation Areas“ beträgt hier in der Regel $16\text{px} \times 16\text{px}$ oder $32\text{px} \times 32\text{px}$. Die Kreuzkorrelation der Bildausschnitte eines Doppelbildpaars

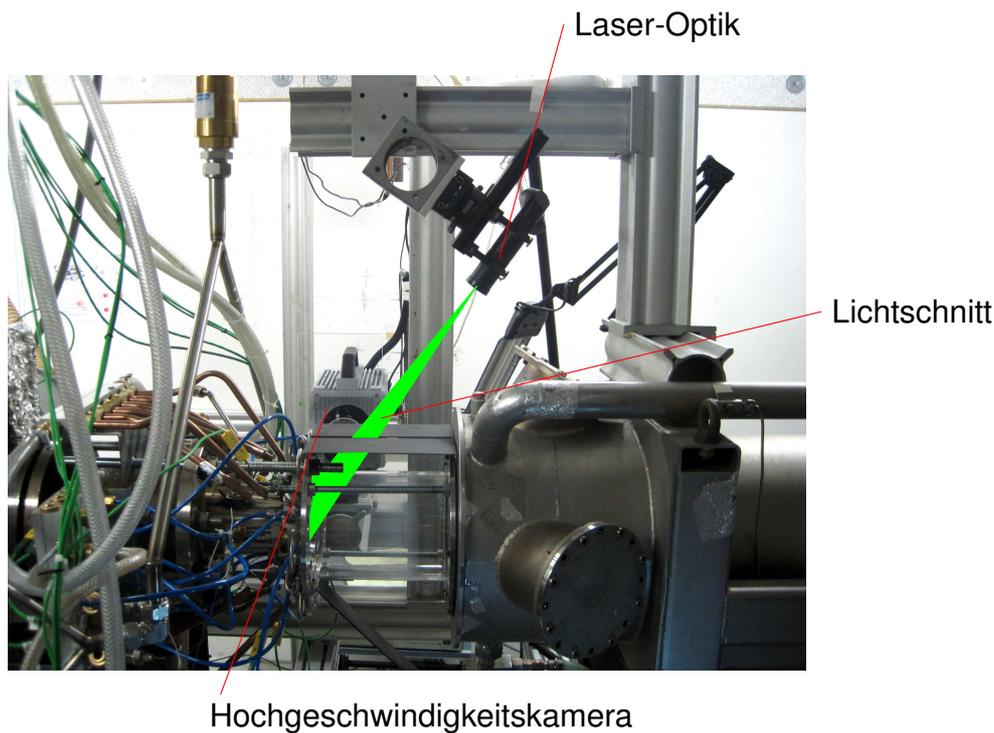


Abbildung 3.8: Messaufbau PIV.

res

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{m-1} A_{k,l} B_{k+i,l+j} \quad (3.1)$$

wird ausgewertet. A bezeichnet die Bildinformation aus dem Teilbild 1, B die entsprechenden Werte aus Teilbild 2. Das Maximum der Kreuzkorrelation C bei den Indizes i_{max} , j_{max} beschreibt die Verschiebung zwischen den Doppelbildern für den ausgewählten Bildausschnitt. Aus der Verschiebung, der Skalierung in px/m und dem Zeitabstand zwischen zwei Bildern kann die Strömungsgeschwindigkeit rekonstruiert werden. Eine Gaußinterpolation der Korrelationswerte C um die Indizes i_{max} , j_{max} des Maximums erhöht die Genauigkeit und vermeidet rein diskrete Geschwindigkeitswerte. Details hierzu sind im Anhang in Kapitel A.3 zu finden. Ein ausführliches Ablaufdiagramm zur PIV Implementierung ist ebenfalls im Anhang, Kapitel B.2, gegeben. Dort sind auch Informationen zum adaptiven, mehrstufigen Verfahren zu finden. Implementiert wurden auch eine absolute und relative Filterung der Geschwindigkeitsfelder. Da die Qualität der Rohdaten aber sehr gut ist, konnte auf deren Anwendung hier gänzlich verzichtet werden.

Zur simultanen Messung von Strömungsfeld und Druckschwankungen wurde

ein luftgespülter Drucksensor verwendet. Dadurch wird ein Eindringen von Partikeln in den Sensor und dessen Beschädigung vermieden. Entsprechende Ergebnisse wurden vorab in Schwing et al. (2011) veröffentlicht.

4 Selbsterregte Instabilitäten

Ziel der Arbeit ist es, grundlegendes Verständnis für den Rückkopplungsmechanismus hochfrequenter Instabilitäten zu schaffen und Modelle zu entwickeln, die mögliche Mechanismen beschreiben. Die Beschreibung der Physik der Wechselwirkung zwischen Akustik und Wärmefreisetzung ist Grundlage dafür, die Stabilität und Stabilitätsreserven für Transversalmoden vorherzusagen. Ein erster Schritt hierzu ist der in Kapitel 4.1 dargestellte experimentelle Nachweis hochfrequenter selbsterregter Instabilitäten beziehungsweise Transversalmoden im Flammrohr. Instabile Betriebspunkte werden aufgenommen und die Akustik bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen charakterisiert. Eigenfrequenzen werden identifiziert und auftretende Modenformen analysiert.

4.1 Druckschwankungen

Die Identifikation von selbsterregten Hochfrequenzinstabilitäten im Experiment erfolgt mittels Druckschrieb. Abb. 4.1 zeigt typische Aufzeichnungen von fünf dynamischen Druckaufnehmern an den Positionen „Pos. 2“ bis „Pos. 6“, vgl. Kapitel 3.3. Der normierte Druck p/p_{ref} ist als Funktion der Zeit t dargestellt. Die Amplitude des Drucksignals liegt typischerweise im Bereich von 2000 Pa bis 10000 Pa. Die normierte Darstellung wurde gewählt, da die absoluten Werte der Sensoren im heißen Betrieb nicht aussagekräftig sind. Die Randbedingungen, vor allem die Temperatur am Quarz des piezoelektrischen Aufnehmers, sind nicht bekannt. Die Phasentreue bleibt davon allerdings unberührt. Deshalb wird im Folgenden vorwiegend mit der Phaseninformation gearbeitet.

Treten selbsterregte hochfrequente Instabilitäten an einem definierten Betriebspunkt auf, bleiben die Amplituden der Oszillationen im Druckschrieb über lange Zeiten annähernd konstant. Ein quasistationärer Punkt ist erreicht.

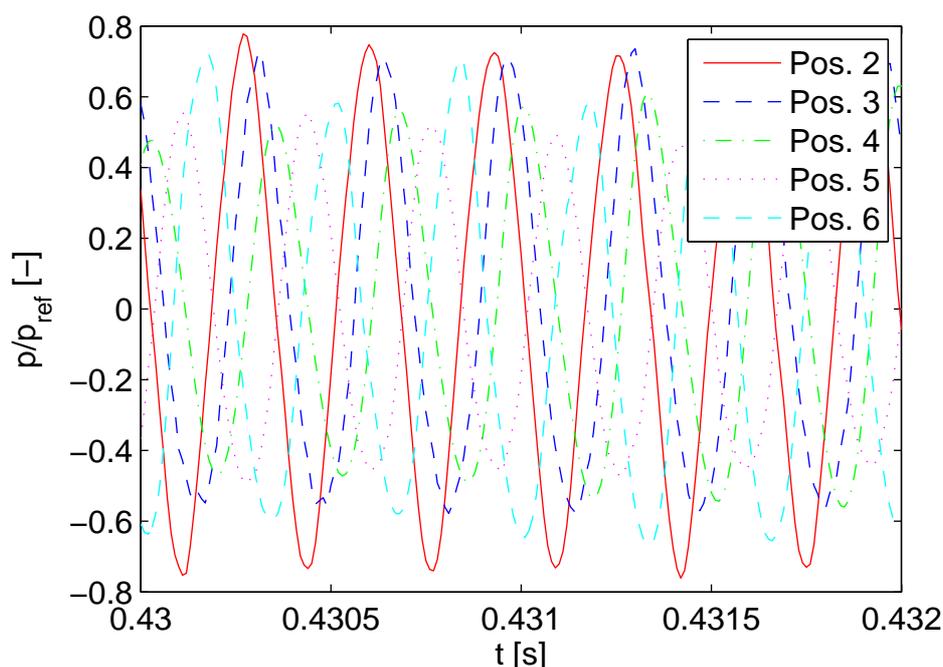


Abbildung 4.1: Druckschrieb mit Phasenversatz zwischen Sensoren.

Schwankungen klingen weder ab noch wachsen sie. Dies wird als Grenzyklus oder engl. „limit cycle“ bezeichnet und resultiert aus einem nichtlinearen Verhalten (Dowling, 1997). Die Charakterisierung der Mode erfolgt anhand der Phaseninformation: Transversalmoden können von Längsmoden aufgrund von Phasendifferenzen zwischen Sensoren an ein- und derselben axialen Position unterschieden werden. Bei longitudinalen Moden ist die Phase für alle Sensoren dort identisch. Bei einer T1 Mode gilt für gegenüberliegende Sensoren, „Pos. 2“ und „Pos. 5“ sowie „Pos. 3“ und „Pos. 6“, eine Phasendifferenz von 180° . Der Druck oszilliert gegenphasig.

Unterschieden werden können ferner rotierende und stehende T1 Moden. Eine rotierende Mode mit in etwa konstanter Rotationsgeschwindigkeit wird hier durch eine Phasendifferenz von 60° – entsprechend dem geometrischen Winkelabstand – zwischen benachbarten Sensoren charakterisiert. Eine rotierende Mode kann in zwei aufeinander senkrecht stehende T1 Moden zerlegt werden, die mit einer Phasendifferenz von 90° oszillieren. Eine konstante Rotationsgeschwindigkeit ergibt sich nur, falls die Amplituden beider Moden identisch sind. Ansonsten schwankt auch die Rotationsgeschwindigkeit periodisch. Hintergrundinformationen und Methoden zur Auswertung dynamischer Druckdaten – insbesondere für Transversalmoden, auch mit nicht-

konstanten Rotationsgeschwindigkeiten – sind detailliert in Gröning (2010) beschrieben. Im Zusammenhang mit der Charakterisierung rotierender und stehender Transversalmoden sei auch auf Noiray et al. (2010, 2011) verwiesen: Aus der Rotation lässt sich auf die (A)Symmetrie von Geometrie und Wärme-freisetzung rückschließen.

Für die Auswertung von Peakfrequenzen und Phasenbeziehungen im quasi-stationären aber instabilen Betrieb bietet sich die Fourier-Transformation an. Druckdaten als Funktion der Zeit $p(t)$ werden in komplexe Amplituden als Funktion der Frequenz $\hat{p}(f)$ transformiert. Komplexe Amplituden mit Realteil $\Re(\hat{p})$ und Imaginärteil $\Im(\hat{p})$ können in Amplitude $|\hat{p}|$ und Phase $\arg(\hat{p})$ zerlegt werden. Diese Darstellung ist im Allgemeinen anschaulicher und wird so im Folgenden verwendet.

Die normierte Amplitude als Funktion der Frequenz ist in Abb. 4.2 dargestellt. Es existiert ein signifikanter Peak bei circa 3000 Hz und damit eine hochfrequente Instabilität. Eine Abschätzung der Eigenfrequenz der T1 Mode mittels Glg. (2.31)

$$f = \frac{\alpha_{11} \bar{a}}{2\pi R} \quad (4.1)$$

ergibt eine Frequenz $f = 2970$ Hz. Angenommen wurden eine mittlere Schallgeschwindigkeit von $\bar{a} = 800$ m/s und ein Brennkammerradius von $R = 0,079$ m. Die Eigenfrequenzen höherer Quermoden liegen deutlich darüber, vgl. Kapitel 2.1. Der Peak bei 3 kHz kann theoretisch auch von einer Längsmode stammen – typischerweise werden diese aber bei hohen Frequenzen stark gedämpft. Eine eindeutige Identifikation als Transversalmode – oder genauer als T1 Mode – kann nur mittels Phaseninformation erfolgen. Weiter sichtbar im Amplitudenverlauf ist ein Anstieg der Amplitude bei etwa 6000 Hz. Dabei kann es sich grundsätzlich um Nichtlinearitäten zu der Oszillation bei 3000 Hz oder um höhere Quermoden handeln. Aus dem Amplitudenverlauf ist dies nicht ersichtlich.

Abb. 4.3 zeigt die entsprechende Phaseninformation zu Abb. 4.2 um die Peakfrequenz 3000 Hz. Die Darstellung ist amplitudengewichtet: Hohe Amplituden sind in intensiven Farben dargestellt, niedrige Amplituden weiß. Die Phasenlage ist beliebig und hängt vom Startzeitpunkt der Messung ab. Um die Darstellung vergleichbar zu machen wurde die Information an „Pos. 2“ als Referenz gewählt. Die Phase des Sensors an „Pos. 2“ ist damit per Definition 0° . Al-

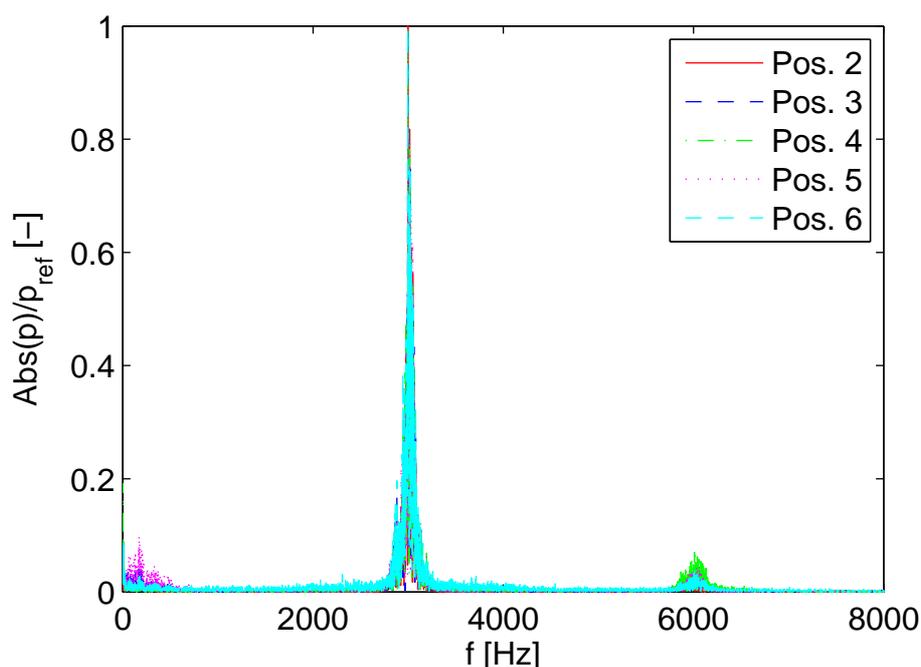


Abbildung 4.2: Frequenzspektrum des Drucksignals.

le anderen Sensoren sind auf „Pos. 2“ bezogen dargestellt. Aus Abb. 4.3 abzulesen ist, dass die Phasendifferenz zwischen „Pos. 2“ und „Pos. 5“ beziehungsweise „Pos. 3“ und „Pos. 6“ jeweils circa 180° beträgt. Eine Phasendifferenz von 180° gegenüberliegender Sensoren ist ein eindeutiger Hinweis auf eine T1 Mode. Sowohl Längs- als auch T2- und R1-Moden zeichnen sich durch 0° Differenz zwischen gegenüberliegenden Sensoren aus. Der Phasenunterschied zwischen benachbarten Sensoren ist annähernd 60° . Daraus ist entsprechend obiger Erläuterung abzuleiten, dass es sich um eine rotierende T1-Mode handelt. Die Rotation erfolgt mit konstanter Phasengeschwindigkeit. Damit entspricht die auftretende Modenform einer Überlagerung von zwei aufeinander senkrecht stehender T1-Moden mit identischer Amplitude und einer Phasendifferenz von 90° .

Die Identifikation der Peakfrequenz und die Analyse der Phaseninformation wurde hier nur für einen instabilen Betriebspunkt exemplarisch diskutiert. Auf eine Darstellung von Frequenz- und Phasenspektrum für weitere Betriebsbedingungen wurde verzichtet, da sich alle instabilen Betriebspunkte, vgl. Kapitel 4.2, analog verhalten.

Auch im Fall, dass die thermoakustische Instabilität nicht präsent ist, also der

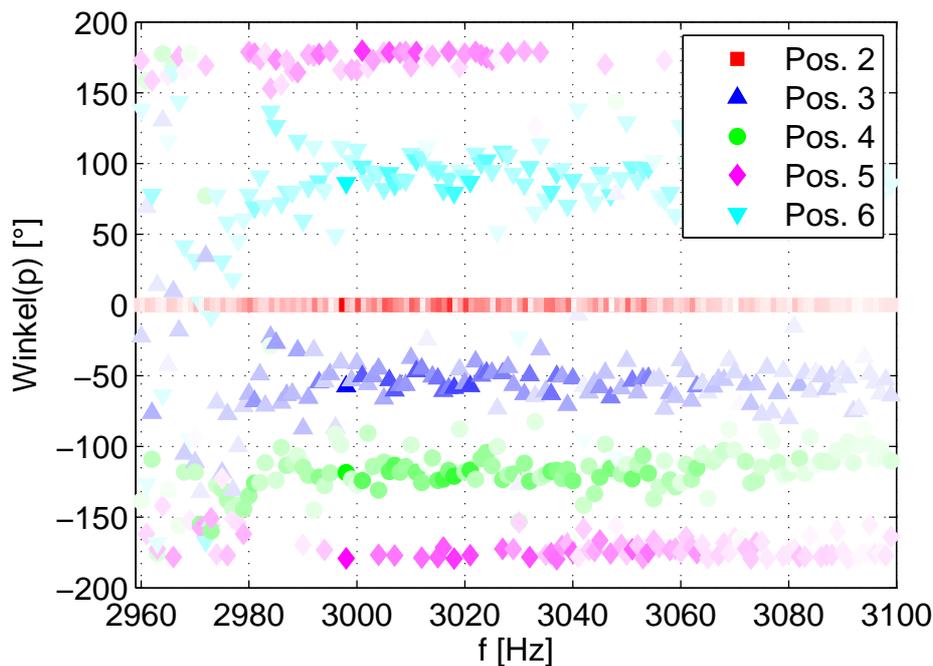


Abbildung 4.3: Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos. 2.

Betriebspunkt stabil ist, ist die Eigenfrequenz der T1-Mode im Experiment eindeutig zu identifizieren. Im Amplitudensignal ergibt sich auch dann ein Peak bei der entsprechenden Frequenz, da der breitbandige Verbrennungslärm hier weniger stark gedämpft wird. Die Amplitude für stabile Konfigurationen liegt aber circa zwei Größenordnungen unterhalb der Amplitude für instabile Fälle. Abbildungen hierzu sind im Anhang in Kapitel C.1 zusammengefasst. Aus dem Phasenbild stabiler Betriebspunkte ist abzulesen, dass die dann auftretende T1-Mode tendenziell eher einer stehenden Mode entspricht und nicht rotiert. Die Eigenmode ist so ausgerichtet, dass ein Druckmaxima mit der Aussparung für den Zündbrenner übereinstimmt. Mit dem Übergang vom stabilen Betrieb zum Auftreten der thermoakustischen Instabilität setzt aber unmittelbar die Rotation der Mode ein.

4.2 Stabiler und instabiler Betrieb

Im Hinblick auf die Entwicklung eines Modells für den Rückkopplungsmechanismus ist die Lage und Anordnung instabiler Betriebspunkte wichtig, das heißt die Feststellung, ob es sich nur um diskrete Betriebszustände, die insta-

bil sind und bei denen selbsterregte, hochfrequente Oszillationen auftreten, oder um kontinuierliche Bereiche handelt. Im Folgenden werden die Einflüsse des Luftmassenstroms, der Vorheiztemperatur und der Drallzahl bei Variation der Luftzahl auf die Instabilität untersucht. Die Ergebnisse wurden vorab in Schwing et al. (2012) veröffentlicht.

Die Unterscheidung stabiler und instabiler Zustände wird anhand der Amplitude vorgenommen. Während sich auch bei stabilen Zuständen ein kleiner Peak bei der Eigenfrequenz durch den turbulenten Verbrennungslärm bildet, tritt eine Instabilität durch sehr hohe Amplituden > 2000 Pa klar in Erscheinung. Die untersuchten Betriebspunkte sind in Abb. 4.4 bis Abb. 4.7 nach der Vorheiztemperatur gegliedert dargestellt. Gezeigt wird die Peak- beziehungsweise Eigenfrequenz f der T1 Mode als Funktion der Luftzahl λ . In allen Diagrammen sind Luftmassenströme von 60 g/s, 80 g/s, 100 g/s und 120 g/s bei Drallschlitzweiten von 9 mm, 11 mm und 14 mm dargestellt. Die Form der Marker ändert sich mit dem Luftmassenstrom und die Drallschlitzweite ist farblich kodiert. Symbole für instabile Betriebspunkte – mit Druckamplituden größer 2000 Pa – sind farblich ausgefüllt, für stabilen Betrieb weiß. Die Sättigung der Farbe entspricht dabei dem Intervall von 0 Pa bis 2000 Pa. Die Amplitude ist jeweils über drei Versuche und fünf Sensoren pro Versuch gemittelt.

Vergleicht man die Abbildungen miteinander und beschränkt sich auf die Eigenfrequenzen, so gilt: Die Eigenfrequenz steigt mit steigender Vorheiztemperatur, vgl. Glg. (2.31)

$$f = \frac{\alpha_{11} \bar{a}}{2\pi R}. \quad (4.2)$$

Die mittlere Schallgeschwindigkeit \bar{a} ist eine Funktion der Temperatur in der Brennkammer und steigt mit steigender Vorheiztemperatur an. Der Luftmassenstrom hat einen geringen Einfluss auf die Eigenfrequenz. Daraus lässt sich rückschließen, dass die mittlere Schallgeschwindigkeit ähnlich bleibt und sich die Temperaturverteilung im Flammrohr nur minimal ändert. In Kapitel 2.4 wurde die Reynoldsinvarianz für das Strömungsfeld diskutiert. Die Ergebnisse für unterschiedliche Luftmassenströme – also Strömungsgeschwindigkeiten und damit Reynoldszahlen – bestätigen diese Approximation. Im Gegensatz dazu sind die Auswirkungen der Drallzahl auf die Peakfrequenz signifikant. Das Strömungsfeld ändert sich, die Flammenposition beziehungsweise die Zone der Wärmefreisetzung verschiebt sich und folglich liegt ein modifiziertes Temperaturprofil in der Brennkammer vor. Eine geringe Drallschlitz-

weite entspricht hier einem hohen Drall. Je größer die Drallzahl, desto stärker ausgeprägt ist die Rezirkulationszone, vgl. Kapitel 2.4, und die Rezirkulation an sich. Die Flamme rückt näher an den Mischrohraustritt, dadurch erhöht sich die mittlere Temperatur im Flammrohr, die Schallgeschwindigkeit steigt und damit konsistent auch die Eigenfrequenz.

Neben der Eigenfrequenz kann aus Abb. 4.4 bis Abb. 4.7 das Stabilitätsverhalten abgelesen werden. Anzumerken ist, dass nicht für alle Kombinationen aus Luftmassenstrom, Drallzahl und Vorheiztemperatur der vollständige Bereich für die Luftzahl λ erfasst ist. Die Luftzahl ist limitiert durch die maximale Leistung 350 kW und die erlaubte Sensortemperatur der dynamischen Druckaufnehmer. Folglich sind in den Diagrammen keine Mess-/Datenpunkte für hohe Vorheiztemperaturen und Luftmassenströme zu finden. Typischerweise liegen die Amplitudenwerte für den stabilen Betrieb unter 20 Pa (weiß gefüllte Symbole) und die Werte für den instabilen Fall bei über 2000 Pa (farbig ausgefüllt). Generell gibt es für jeden Betriebsfall – Kombination aus Luftmassenstrom, Drallzahl und Vorheiztemperatur – eine individuelle kritische Luftzahl λ_{krit} : Bei Luftzahlen $\lambda > \lambda_{krit}$ treten keine Hochfrequenzinstabilitäten auf, bei $\lambda < \lambda_{krit}$ ist die Konfiguration immer instabil. Ablesbar sind folgende Tendenzen: Ein steigender Luftmassenstrom – insgesamt höhere Leistung – macht das System instabiler, das heißt λ_{krit} steigt mit dem Massenstrom. Rechnet man Luftzahl und Luftmassenstrom in eine Leistung um, steigt aber die kritische Leistung mit dem Luftmassenstrom an: Für einen höheren Luftmassenstrom wird eine höhere Leistung benötigt um Instabilitäten zu initiieren. Tendenziell ist das System stabiler je höher die Drallzahl ist. Der Betrieb bei einer Drallschlitzweite von 14 mm ist deutlich instabiler als mit 9 mm. Dieser Trend ist aber vor allem bei geringen Luftmassenströmen ausgeprägt. Bei hohen Massenströmen sind die Unterschiede nur noch marginal. Abschließend sei bemerkt, dass sich beim Wechsel vom stabilen in den instabilen Fall eine leichte Frequenzverschiebung ergibt. Die Eigenfrequenz im instabilen Betrieb ist etwas geringer als im stabilen Fall.

Das Absinken der Eigenfrequenz lässt sich auf folgende Ursachen zurückführen: Mit Eintreten der Instabilität erhöht sich die Wandtemperatur im Experiment. Der durch die Kühlung der Frontplatte abgeführte Wärmestrom steigt und folglich fällt die mittlere Temperatur im Flammrohr. Damit sinkt die mittlere Schallgeschwindigkeit und gemäß Glg. (4.2) auch die Eigenfrequenz. Die Änderung der Flammenform, wie später in Kapitel 5.3 beobachtet, ist eine

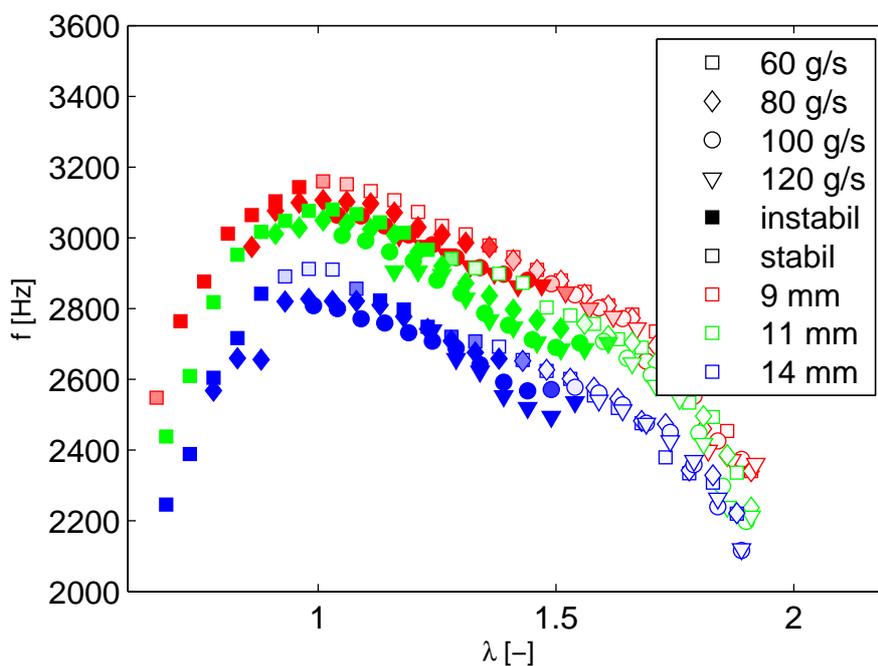


Abbildung 4.4: Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 100°C.

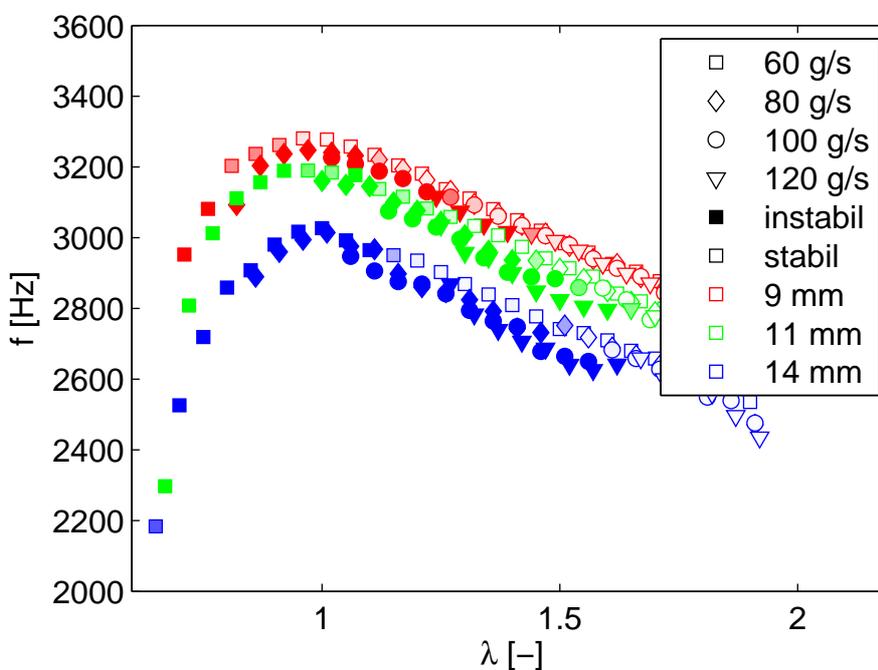


Abbildung 4.5: Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 200°C.

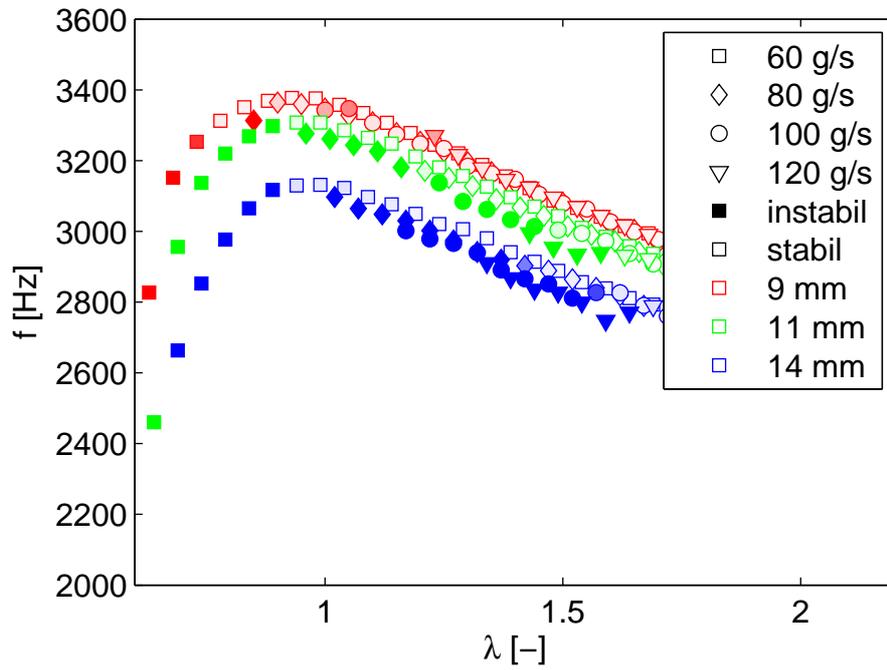


Abbildung 4.6: Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 300°C.

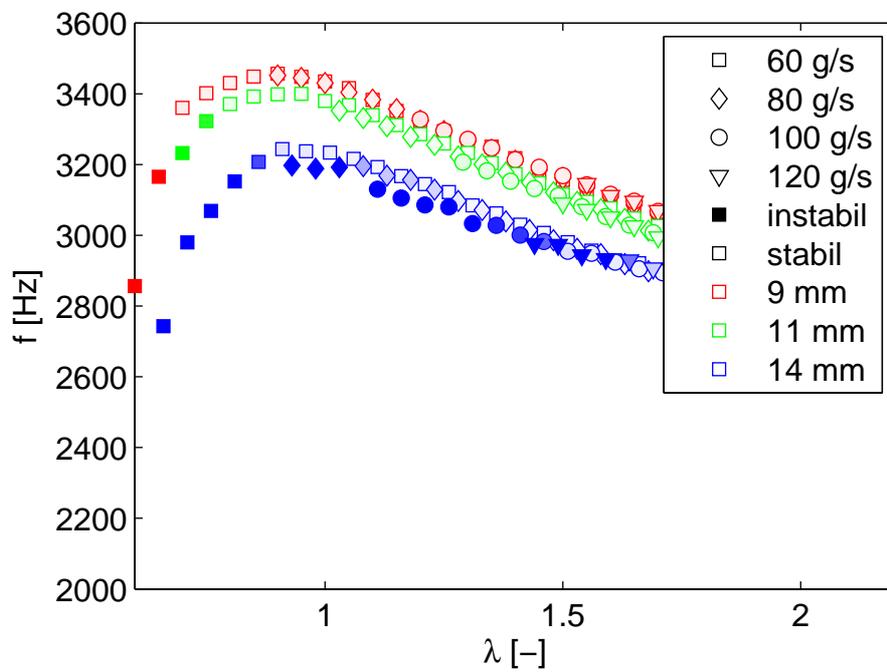


Abbildung 4.7: Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 400°C.

weitere mögliche Ursache hierfür.

Zusammenfassend gilt, dass es sich bei der auftretenden selbsterregten Instabilität immer um eine T1 Eigenmode bei der entsprechenden Eigenfrequenz handelt. Über den longitudinalen Charakter der Transversalmode kann auf Grundlage der vorliegenden Druckmessungen keine Aussage getroffen werden. Der Längsanteil einer Transversalmode wirkt sich auf die Eigenfrequenz aus, vgl. Glg. (2.28), eine Abschätzung des Längsanteils aus der gemessenen Eigenfrequenz ist aber nur möglich, wenn die Temperaturverteilung in der Brennkammer hinreichend genau bekannt ist. Ferner wurde beobachtet, dass hochfrequente Oszillationen über breite Betriebsbereiche auftreten. Im Allgemeinen neigt das System bei Erhöhung der Leistung unter gegebener Kombination von Vorheiztemperatur, Massenstrom und Drallschlitzweite verstärkt zur Instabilität.

5 Strömung und Flamme

Die Existenz hochfrequenter Instabilitäten im Prüfstand wurde in Kapitel 4 unter unterschiedlichsten Betriebsbedingungen nachgewiesen. Dabei treten Transversalmoden – präziser gesagt T1 Moden – im Flammrohr auf. Das Verhalten von Flamme und Strömung unter dem Einfluss von Quermoden wird in Kapitel 5.1 untersucht. Kapitel 5.2 zeigt Aufnahmen des instationären Strömungsfelds und Kapitel 5.3 Chemilumineszenzaufnahmen. Ziel ist die Charakterisierung der Einflüsse, also die Eigenschaften der Strömung im instabilen Betrieb zu beschreiben und Besonderheiten und Veränderungen im Flammenverhalten zu beobachten. Auszüge der hier vorgestellten Ergebnisse wurden in Schwing et al. (2011, 2012) veröffentlicht.

5.1 Mie-Streuung und Flammenverhalten

Der verwendete Aufbau zur Aufnahme der Mie-Streuung wurde in Kapitel 3.4 beschrieben und ist in Abb. 3.8 skizziert. In partikelbeladenen Strömungen kann die Flamme – besser verbranntes und unverbranntes Gemisch – aufgrund von Partikeldichteunterschieden zwischen heißer und kalter Strömung identifiziert werden (Gülder et al., 2000; Pfadler et al., 2007). Die folgenden Untersuchungen beschränken sich auf einen kleinen Bildausschnitt aus dem Flammrohr, der in Abb. 5.1 gezeigt ist. Dieser Ausschnitt wurde gewählt, weil er beide Scherschichten – in der inneren sowie der äußeren Rezirkulationszone – zeigt und gleichzeitig eine detaillierte räumliche Auflösung erlaubt.

Abb. 5.2 zeigt eine Serie von Mie-Streuungsbildern aus dem in Abbildung 5.1 gezeigten Ausschnitt. Auffallend sind kohärente Wirbelstrukturen in der äußeren Scherschicht, die an der Eintrittskante ablösen und mit der Strömung nach rechts konvektiert werden. Die Wirbelbildung geht einher mit dem periodischen Einschluss von verbranntem (dunkel) in unverbranntes Gemisch (hell). In dem in Abb. 5.2 dargestellten Fall für eine Drallschlitzweite von

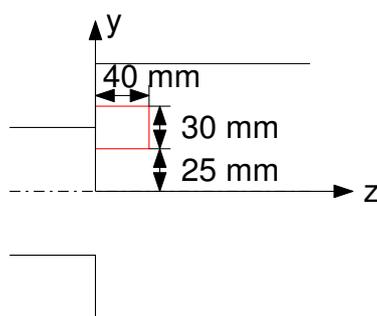
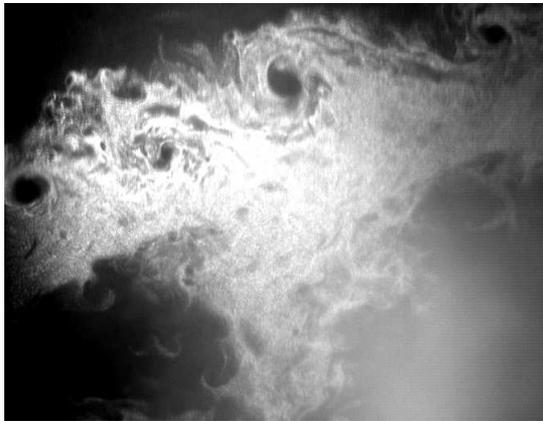


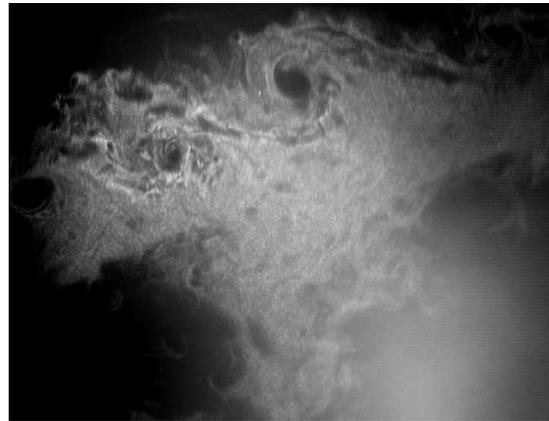
Abbildung 5.1: Bildausschnitt für Mie-Aufnahmen und PIV-Daten.

$h = 9\text{ mm}$ und einem Luftmassenstrom von 80 g/s beträgt der Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Wirbeln circa 1 cm . Bei einer Ablösefrequenz von etwa 3 kHz werden die Wirbel mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 33 m/s konvektiert. Der räumliche Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Wirbeln verringert sich mit der Drallzahl, die konvektive Geschwindigkeit in der Scherschicht nimmt ab. Gleichzeitig reduziert sich die Größe der Wirbel. Entsprechende Aufnahmen für verringerte Drallzahlen sind in Abb. C.5 sowie Abb. C.6 im Anhang zu finden. A priori, also aus den zeitaufgelösten Aufnahmen der Mie-Streuung, lässt sich aber nicht eindeutig sagen, ob die Wirbel akustisch induziert sind oder aus einer rein hydrodynamischen Instabilität herrühren. Ferner ist unklar ob die Wirbel zum Transfer von Verbrennungswärme in akustische Energie beitragen und damit für den Feedback-Mechanismus von Bedeutung sind.

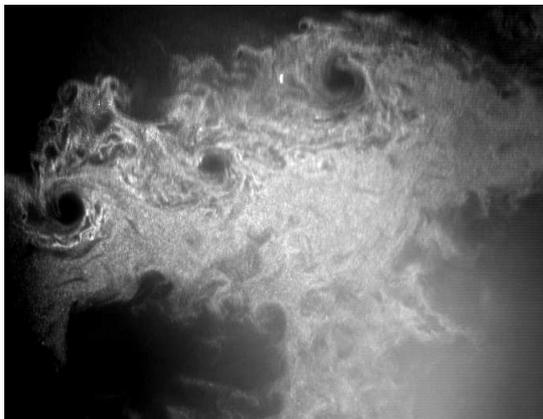
In der Literatur sind beide Phänomene – also die rein hydrodynamische Wirbelablösung aber auch die akustisch induzierte Wirbelbildung – zu finden: Hydrodynamisch verursachte kohärente Strukturen in instationären Drallströmungen in Verbindung mit präzedierenden Wirbelkernen werden in Cala et al. (2006) beschrieben. Im Zusammenhang mit Verbrennung beobachten Ganji und Sawyer (1980) den periodischen Einschluss beziehungsweise das Einrollen von Reaktionsprodukten aufgrund kohärenter Strukturen in einer Stufenströmung. Neben hydrodynamischen Phänomenen – oft im Zusammenhang mit Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten – können auch akustische Effekte eine kohärente Wirbelbildung induzieren. Experimentelle Beobachtungen zum akustisch induzierten Wirbelablösen – allerdings niederfrequente und damit torusförmige und nicht helikale Strukturen – werden in Kang et al. (2007) vorgestellt, vergleichbare LES Daten sind in Menon et al. (2001) zu finden. Helikale Strukturen bei transversaler hochfrequenter Anregung wurden



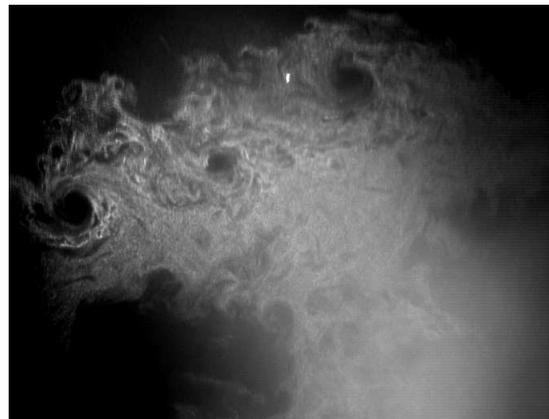
(a) $t = 0\mu s$



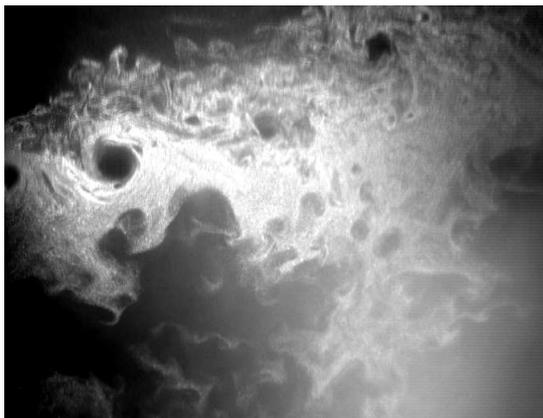
(b) $t = 6\mu s$



(c) $t = 100\mu s$



(d) $t = 106\mu s$



(e) $t = 200\mu s$



(f) $t = 206\mu s$

Abbildung 5.2: Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung.

im Experiment von Paschereit et al. (1999) beobachtet. Den expliziten Unterschied zwischen präzedierenden Wirbelkernen und druckinduzierten helikalen Strukturen zeigen Selle et al. (2006) in LES Rechnungen: Hydrodynamische Instabilitäten sind unabhängig von den akustischen Eigenmoden des Systems, treten aber fast ausschließlich in kalten Strömungen auf. Die detektierte Ablösefrequenz skaliert mit der Strouhalzahl. Die akustisch induzierte Wirbelablösung ist abhängig von der Eigenfrequenz beziehungsweise Eigenmode des Systems und dominiert im Fall mit Verbrennung.

Simultane Aufnahmen der Mie-Streuung und des Drucksignals, vgl. Schwing et al. (2011), zeigen eindeutig die Korrelation von Druckschwankung und Wirbelablösen und bestätigen – wie in der Literatur beschrieben – die akustisch induzierte Wirbelablösung. Die Auswertung mittels PIV, siehe Schwing et al. (2011), verdeutlicht die Interaktion von Scherschicht und akustischer Schelle, die hier zur Wirbelbildung führt. Bereits reine Druckmessungen, vgl. Abb. 4.4 bis Abb. 4.7, zeigen eine kontinuierliche Änderung der Eigenfrequenz mit der Luftzahl trotz konstanten Massenstroms. Eine Strouhalzahl-Abhängigkeit, die zu einem „lock-in“-Effekt und damit konstanten Frequenzen führt, ist nicht zu beobachten. Das periodische Wirbelablösen ist damit akustisch induziert, auf den Beitrag zum thermoakustischen Feedback ist daraus aber nicht zu schließen.

Eine Serie von Mie-Aufnahmen und damit die Auswertung von Instantanbildern liefert einen qualitativen Eindruck. Systematisch ausgewertet werden können solche Aufnahmen mittels Fourier-Transformation: Die Zeitreihe der Graustufenwerte eines jeden Pixels wird individuell in den Frequenzbereich transformiert. Im Amplitudenspektrum kann eine Peakfrequenz ermittelt werden, die hier der Eigenfrequenz der T1 Mode in den Druckmessungen entspricht. Die Phaseninformation bei der Eigenfrequenz ist für unterschiedliche Drallstärken in Abb. 5.3 bis Abb. 5.5 dargestellt. Die Phase ist entsprechend der angegebenen Farbskala kodiert. Die Werte sind auf die Phase des Drucksignals in der Halbebene, in der die Mie-Streuung aufgezeichnet wird, bezogen. Eine Phase von 0 Grad bedeutet, dass ein Pixel der Mie-Bild-Serie „Weiß“ (Unverbrannt) ist, wenn der Druck maximal ist und „Schwarz“ (Verbrannt), wenn der akustische Druck minimal ist. Die Helligkeit der Farbpunkte entspricht der Amplitude: Schwarz ist gleichbedeutend mit verschwindender Amplitude, eine volle Farbsättigung entspricht maximaler Amplitude.

Im Wesentlichen sind in der äußeren Scherschicht zwei Phänomene beobachtbar: Ein kontinuierlicher türkiser Bereich und eine regenbogenfarbene, von der Kante am Eintritt des unverbrannten Gemischs in die Brennkammer ausgehende, Wellenbewegung. Letztere resultiert aus der Wirbelablösung beziehungsweise dem periodischen Einschluss von Verbranntem in Frischgas und dessen konvektivem Transport, wie bereits in den Mie-Bildern, Abb. 5.2, beobachtet. Die kohärente Eindringtiefe der Wirbel – die Länge der regenbogenfarbenen Struktur – ist mit circa 1 cm, in Abb. 5.3 knapp 2 cm, relativ gering. Einzelne Wirbel, vgl. Abb. 5.2, dringen deutlich tiefer ein, die Kohärenz geht aber verloren. Mit steigendem Drall dehnt sich der regenbogenfarbene Bereich. Grund hierfür ist die größere konvektive Geschwindigkeiten in der äußeren Scherschicht, vgl. Kapitel 5.2.

Die kontinuierlichen türkisen Bereiche, die bei der Betrachtung von Instantbildern nicht oder nur bedingt identifizierbar sind, resultieren aus der periodischen Verschiebung der äußeren Scherschicht mit der akustischen Schnelle. Die gesamte Scherschicht und damit die darin stabilisierte Flamme wird aufgrund der akustischen Schnelleschwankungen ausgelenkt. Diese periodische Auf- und Abbewegung ist auch die Ursache für die wellenförmige Bewegung der Wirbel.

Die transversale Auslenkung der Flamme sollte sich auch auf die innere Scherschicht auswirken. Im Fourier-transformierten Mie-Signal ist eine Phasenver-

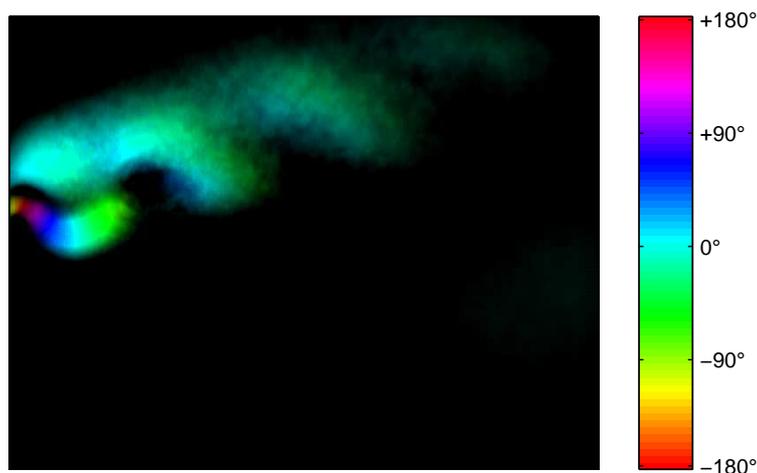


Abbildung 5.3: Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 9$ mm.

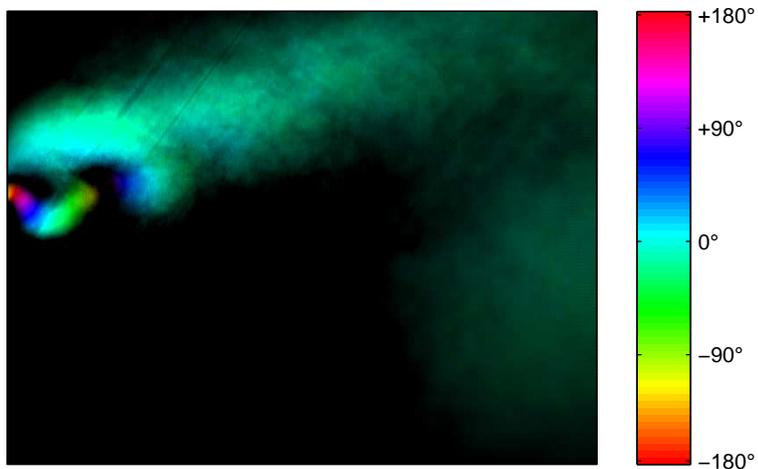


Abbildung 5.4: Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 11$ mm.

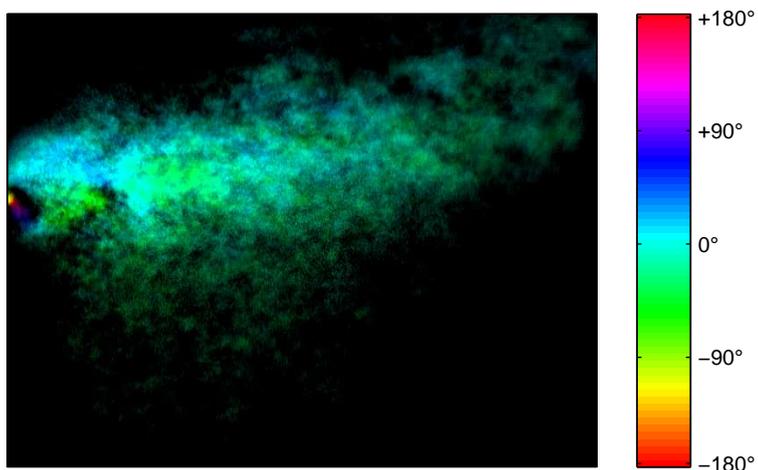


Abbildung 5.5: Amplitudengewichtete Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 14$ mm.

schiebung von 180 Grad in der inneren Scherschicht gegenüber der äußeren Scherschicht zu erwarten. In Abb. 5.3 bis Abb. 5.5 ist dies nicht zu beobachten. Stellt man die Phaseninformation ohne Amplitudengewichtung dar, Abb. 5.6 bis Abb. 5.8, so zeigt sich eine entsprechende Phasenverschiebung. Die innere Scherschicht unterliegt deutlich größeren räumlichen Schwankungen und damit ist die kohärente Amplitude der Fluktuation in der inneren Scherschicht gering. Bei einer Drallschlitzweite von $h = 11$ mm fehlt die Phasenverschiebung allerdings ganz. Die Qualität der Rohbilder ist hier relativ schlecht. Das Signal aus der inneren Scherschicht wird durch die Schwarzkörperstrahlung der Mie-Partikel aus dem gesamten Volumen überlagert. Bei einer Drallschlitzweite von $h = 9$ mm spielt dieser Effekt nur eine geringe Rolle, da die innere Scherschicht im Bildausschnitt bei deutlich größeren Radien zu finden ist. Beide Drallschlitzweiten, $h = 9$ mm und $h = 11$ mm, sind bei einer Luftzahl $\lambda = 1$ aufgenommen. Bei $h = 14$ mm – mit einer Luftzahl $\lambda = 1,4$ aufgezeichnet – spielt die Schwarzkörperstrahlung aufgrund der geringeren Flammentemperatur keine Rolle.

Die periodische Auslenkung der Flamme ist ein zentraler Punkt der Modellierung in Kapitel 7.2. Vergleichbare numerische Ergebnisse mittels LES – allerdings für ein anderes Setup und unter anderen Betriebsbedingungen – zeigen Zellhuber et al. (2012) und bestätigen damit die periodische Auslenkung der Flamme aufgrund transversaler Schnelleschwankungen.

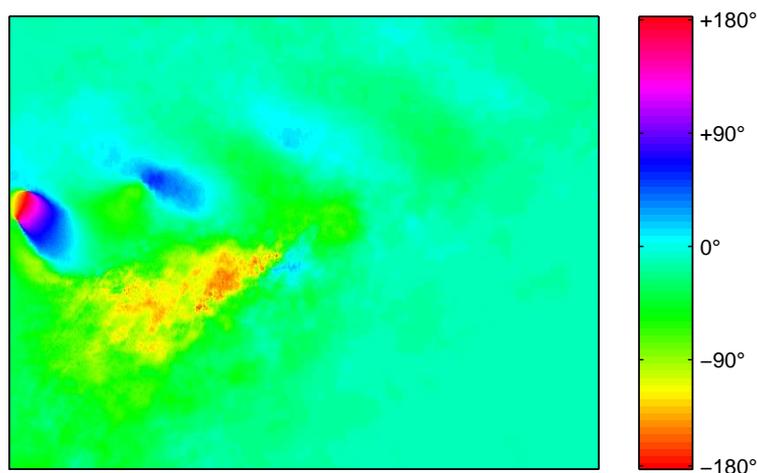


Abbildung 5.6: Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 9$ mm.

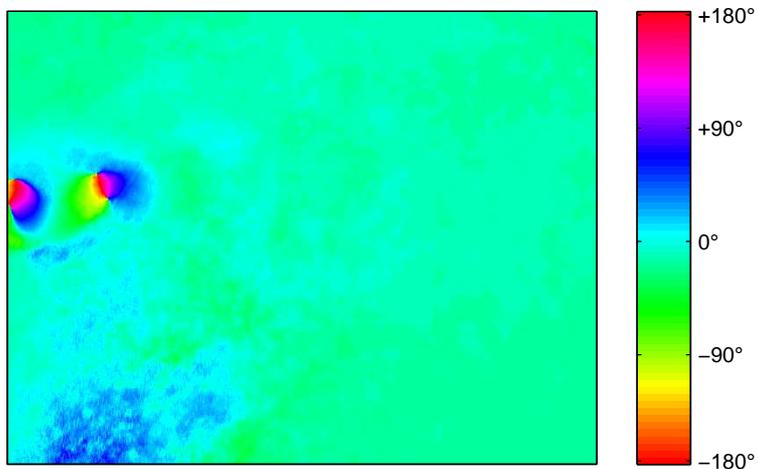


Abbildung 5.7: Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 11$ mm.

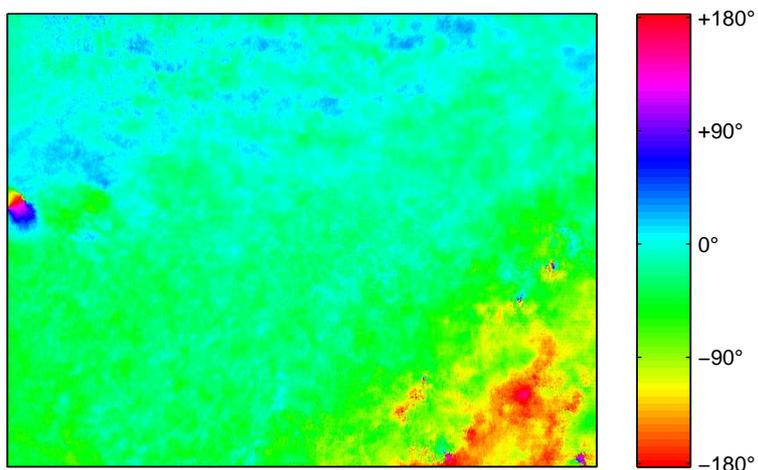


Abbildung 5.8: Phase bei der Peakfrequenz aus der Fourier-Transformation der Mie-Bilder bei einer Drallschlitzweite $h = 14$ mm.

5.2 Geschwindigkeitsfeld und Fluktuationen

Aus Doppelbildern der Mie-Streuung können mittels „Particle Image Velocimetry“ (PIV) Geschwindigkeitsfelder extrahiert werden. Die Grundlagen zum PIV Aufbau und zur Auswertung wurden in Kapitel 3.4 zusammengefasst, für weitere Informationen siehe Raffel et al. (1998). Auf Messungen des gesamten Strömungsfeldes wurde hier verzichtet. Grundlagenuntersuchungen zur Aerodynamik und Mischung des Brenners sind in Sangl et al. (2010, 2011) sowie Sangl (2011) zu finden. Mittelwertbilder und Aufnahmen von Schwankungsgrößen werden dort aufgeführt und analysiert. Die Auswertung hier konzentriert sich auf einen kleinen Ausschnitt der Scherschicht und der Flamme, vgl. Abb. 5.1.

Mittlere Strömungsgeschwindigkeiten in der Scherschicht für unterschiedliche Drallschlitzweiten sind in Abb. 5.9 bis Abb. 5.11 visualisiert. Mit zunehmender Drallstärke nimmt die konvektive Strömungsgeschwindigkeit in der Scherschicht – präziser an der Kante an der die Wirbelablösung induziert wird – zu. Das führt zu unterschiedlichen konvektiven Transportgeschwindigkeiten der Wirbel, wie bereits in Kapitel 5.1 anhand von Abb. 5.3 bis Abb. 5.5 festgestellt. Die gezeigten Geschwindigkeitsfelder sind ungefiltert. Die Abweichungen am rechten Rand in Abb. 5.9, Abb. 5.10 und Abb. 5.11 beruhen auf einer schlechten Korrelation und sind nicht physikalisch.

Neben der mittleren Strömungsgeschwindigkeit liegt der Fokus auf instationären aber periodischen Schwankungen in der Strömung. Dazu werden auch das Geschwindigkeitsfeld beziehungsweise die Zeitreihe der Geschwindigkeitsvektoren Fourier-transformiert und die Schwankungsgeschwindigkeiten – vor allem bei der Resonanzfrequenz – untersucht. Ergebnis der Fourier-Transformation sind komplexwertige Amplituden der Geschwindigkeit für jede Koordinatenrichtung, also \hat{v} in y -Richtung und \hat{w} in z -Richtung. Die komplexen Werte können in Real- und Imaginärteil zerlegt werden:

$$\hat{v}(f) = v_{Re}(f) + i v_{Im}(f) \quad (5.1)$$

$$\hat{w}(f) = w_{Re}(f) + i w_{Im}(f). \quad (5.2)$$

In Abb. 5.12, Abb. 5.13 und Abb. 5.14 sind die Komponenten der Geschwindigkeit als Vektoren $[v_{Re} \ w_{Re}]$ in rot und $[v_{Im} \ w_{Im}]$ in blau bei der Eigenfrequenz der T1 Mode für die verschiedenen Drallstärken dargestellt. Die Phase

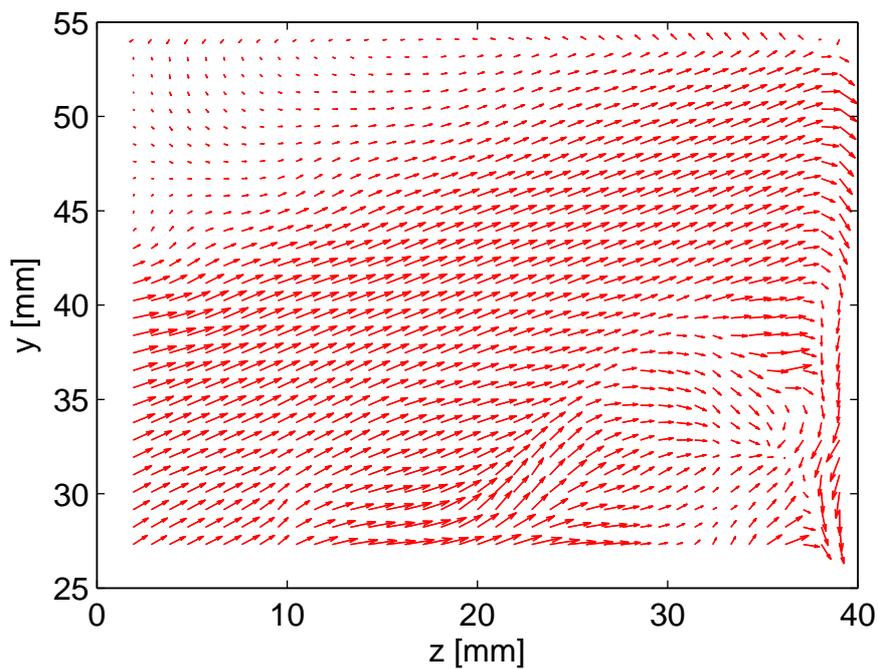


Abbildung 5.9: Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 9 mm.

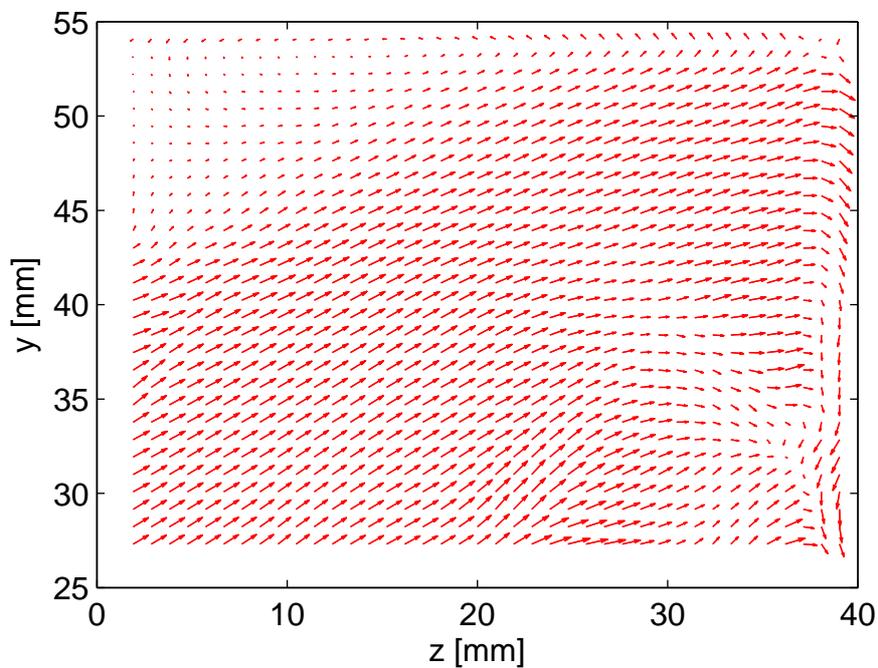


Abbildung 5.10: Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 11 mm.

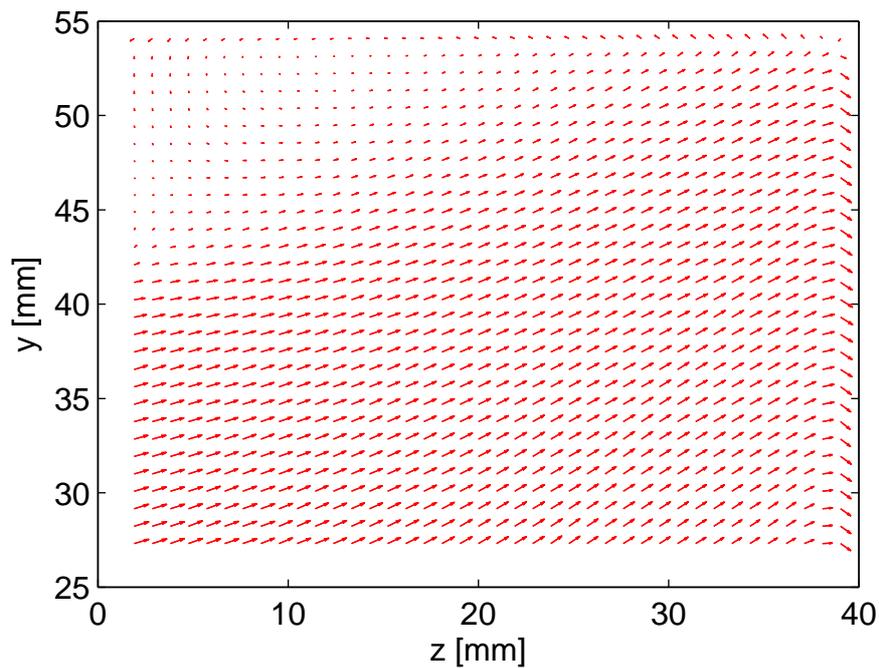


Abbildung 5.11: Mittlere Strömungsgeschwindigkeit aus PIV Messungen bei einer Drallschlitzweite von 14 mm.

ist dabei so gedreht, dass der Realteil, also der Vektor $[v_{Re} \ w_{Re}]$, maximale Fluktuationen in y -Richtung zeigt. Rote beziehungsweise Realteil-Vektoren zeigen damit das charakteristische akustische Schnellfeld für Transversalmoden – im Wesentlichen Geschwindigkeitsfluktuationen in y -Richtung – plus periodische Geschwindigkeitsschwankungen, die damit in Phase sind. Oszillationen mit 90° Phasenversatz werden durch blaue Vektoren, also dem Imaginärteil, repräsentiert.

Dass die beobachteten Moden keine reinen Quermoden sind, sondern einen Längsanteil besitzen, kann aus den Vektoren am rechten oberen Rand schlussgefolgert werden. Die Vektoren sind nach rechts unten statt nur nach unten gedreht. Diese Beobachtung ist konsistent mit späteren numerischen Berechnungen, vgl. Kapitel 7.1. Für ein rein akustisches Geschwindigkeitsfeld müsste der Imaginärteil (blaue Vektoren) verschwinden. Aber insbesondere bei einer hohen Drallzahl, siehe Abb. 5.12, ist dies nicht der Fall. Der Fokus soll dabei nicht auf das rechte untere Eck der Geschwindigkeitsfelder gelegt werden. Aufgrund der intensiven Verbrennung und Wärmefreisetzung ist die Signalqualität dort schlecht und das Rauschen hoch. Aber ausgehend von der Ablösekante bei $z = 0$ mm und $y \approx 40$ mm ist der Einfluss der Wirbel anhand der

blauen Vektoren deutlich sichtbar.

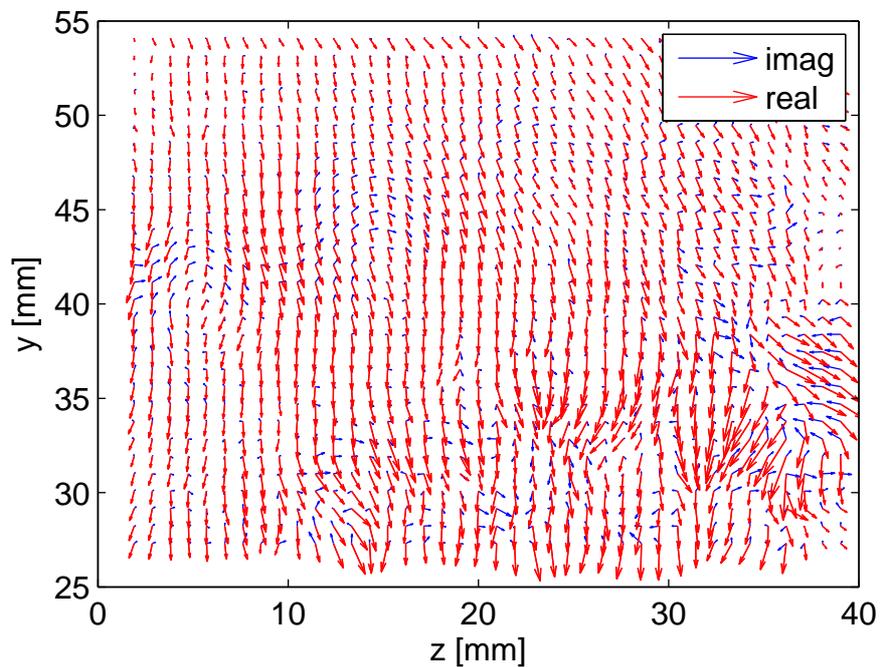


Abbildung 5.12: Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 9 mm.

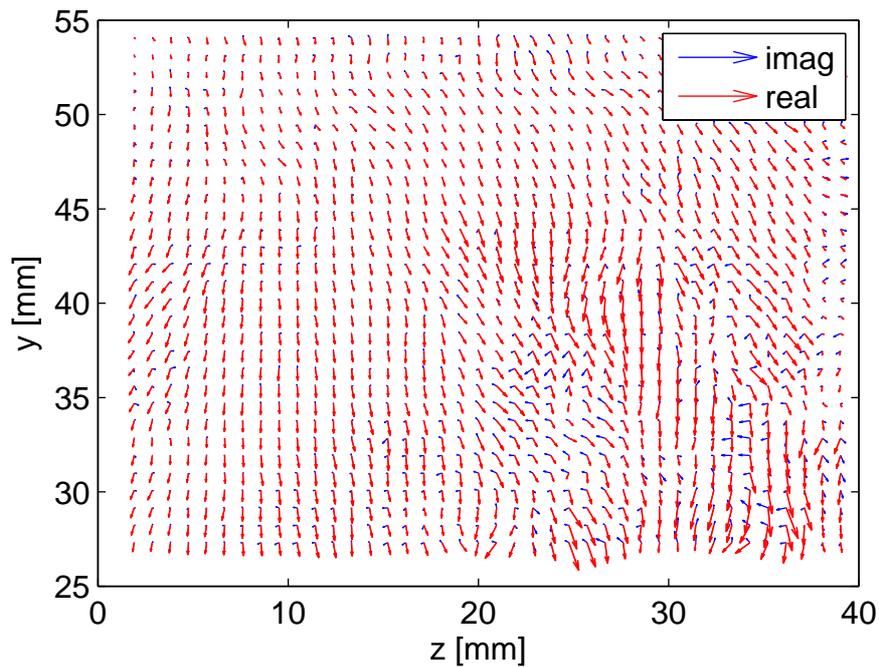


Abbildung 5.13: Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 11 mm.

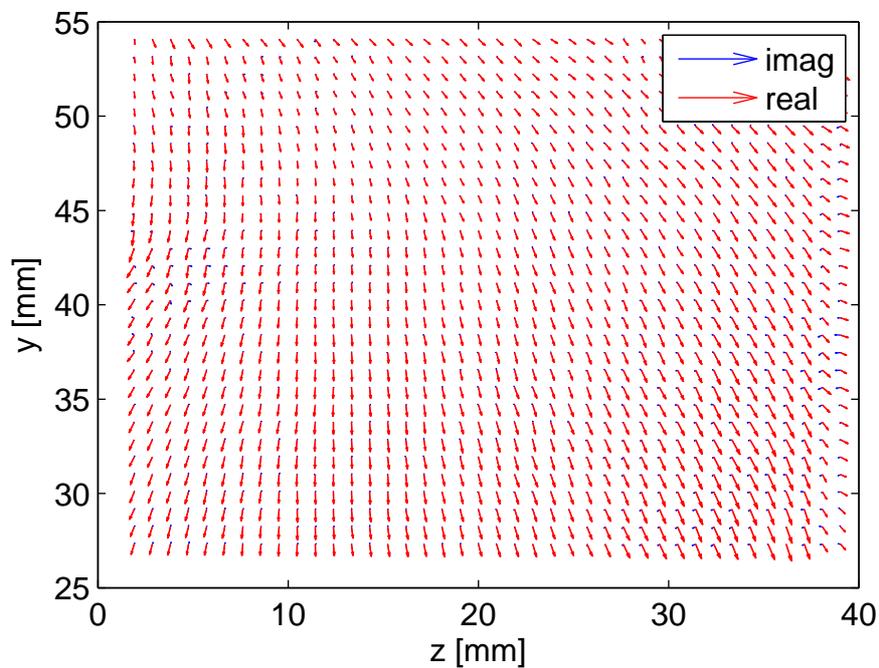


Abbildung 5.14: Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Fourier-Transformation von PIV-Daten bei der Peakfrequenz der T1 Mode bei einer Drallschlitzweite von 14 mm.

5.3 OH* Chemilumineszenz

Die bis dato angewendeten optischen Messverfahren zeigen die akustischen Schnelleschwankungen, identifizieren eine induzierte Wirbelablösung und die periodische Verschiebung der Scherschichten. Daraus lassen sich bereits erste Wechselwirkungsmodelle ableiten, vgl. Kapitel 7. Ausschlaggebend für die thermoakustische Rückkopplung ist aber die Wärmefreisetzung – genauer die Fluktuation der Wärmefreisetzung. Eine direkte Messung der Wärmefreisetzung scheint erstrebenswert, gestaltet sich aber schwierig und ist relativ aufwändig. Das „Heat Release Imaging“ setzt simultane Laser-Induzierte Fluoreszenz (LIF) Messungen von OH und CH_2O voraus. Auf Basis der daraus ermittelten Spezieskonzentrationen kann auf die Wärmefreisetzung rückgeschlossen werden. OH und CH_2O LIF erfordern eine hohe Pulsenergie bei der jeweiligen Anregungswellenlänge um akzeptable aber immer noch geringe Fluoreszenzintensitäten zu erhalten. Allgemeine Grundlagen zu LIF sind in Eckbreth (1996) nachzulesen. Im Zusammenhang mit „Heat Release Imaging“ sei auf Brackmann et al. (2003), Ayoola et al. (2005, 2006) und Gordon et al. (2008) verwiesen. LIF und PIV Messungen mit hoher zeitlicher Repetitionsrate werden in Heeger et al. (2009, 2008) vorgestellt.

Die Aufnahme des Flammenleuchtens, der Chemilumineszenz der Flamme, ist mit einem deutlich geringeren Aufwand möglich. Eine Laseranregung ist nicht notwendig. Ayoola et al. (2006) vergleichen die bandpassgefilterte Chemilumineszenz – also das Eigenleuchten der Flamme bei definierten Wellenlängen – mit der Wärmefreisetzung. Generell ist der Grad der Übereinstimmung gut, einige Zonen der Flamme sind allerdings nicht direkt korrelierbar. Probleme bei der Ermittlung der Wärmefreisetzung aus der orts aufgelösten OH^* Chemilumineszenz zeigen auch Lauer und Sattelmayer (2010). Ein wesentlicher Aspekt ist hier die Turbulenzintensität am Brenneraustritt, die die Chemilumineszenz des OH^* Radikals negativ beeinflusst. Aus dieser Diskussion lässt sich schlussfolgern, dass OH^* als Indikator für die Wärmefreisetzung brauchbar ist – unter dem Bewusstsein, dass es kein exaktes Maß darstellt. Ein weiterer Nachteil des OH^* Leuchtens ist, dass die Aufnahme mittels Kamera oder Photomultiplier mit Linienoptik (Schwing et al., 2011; Winkler et al., 2005) gezwungenermaßen eine linienintegrierte Messung ist. Das Eigenleuchten der Flamme geht immer von der gesamten Flamme aus, während die Anregung bei LIF Messungen nur in der entsprechenden Ebene des Licht-

schnitts erfolgt, das aufgezeichnete Signal also nur aus dieser Ebene stammt. Punktweise Messungen der Chemilumineszenz mittels Cassegrain Optik sind prinzipiell möglich, liefern bei ungünstiger Geometrie wie hier aber auch kein lokales Signal (Akamatsu et al., 1999; Hardalupas et al., 2010). Invasive Messungen mittels Ionisationssonden wurden ebenso erwogen, entsprechende Grundlagen sind in Heald und Wharton (1965) und Hu et al. (1993) zu finden, wurden aber aufgrund der Flammenstabilisierung an der Probe und einer ungenügenden Frequenzauflösung verworfen.

Die Messung der Wärmefreisetzung beschränkt sich damit hier auf die Aufnahme der OH* Emissionen. Die Ergebnisse sind damit nur als Indikator zu werten, da linienintegriert und nicht exakt. Detaillierte Messungen der Wärmefreisetzung sind zukünftigen, weiterführenden Arbeiten vorbehalten. Verwendet wird ein Bandpassfilter, der Wellenlängen um 307 nm mit einer Halbwertsbreite von 10 nm transmittiert.

Änderungen in der Flammenform können aus dem Vergleich der mittleren OH* Emission gefolgert werden, wenn es gelingt, ein- und denselben Betriebspunkt sowohl mit als auch ohne Hochfrequenzinstabilitäten aufzuzeichnen. Die Verwendung von Helmholtz-Resonatoren, vgl. Abb. 3.5, ermöglicht dies, für weitere Details zum Einfluss der Dämpfer sei auf Kapitel 6.2 verwiesen. Abb. 5.15 zeigt exemplarisch die OH* Chemilumineszenz für einen Betriebspunkt. Aufnahmen anderer Betriebspunkte zeigen dasselbe qualitative Verhalten. Die obere Bildhälfte von Abb. 5.15 entspricht dabei dem stabilen Betrieb, die untere Hälfte dem instabilen Fall – also mit Hochfrequenzinstabilität. Maximale Intensität ist rot, keine Intensität blau dargestellt. Leichte Unterschiede in der axialen Flammenposition und der Intensität der Chemilumineszenz in der Scherschicht sind festzustellen.

Die Differenz-Darstellung beider Aufnahmen, Abb. 5.16, zeigt die Unterschiede deutlicher. Blau repräsentiert hier den Fall, dass die Intensität der instabilen Flamme höher ist. Rottöne deuten an, dass die Intensität der stabilen Flamme dominiert. Grüne Bereiche sind neutral, die Intensität beider Flammen ist vergleichbar. Betrachtet man die Brennerachse, sitzt die stabile Flamme näher am Brenneraustritt. In der äußeren Scherschicht ist die instabile Flamme emissionsstärker. Die verbesserte Durchmischung von verbrannten und unverbrannten Gasen durch die Wirbelablösung führt zu einer erhöhten Reaktivität. Als unmittelbare Konsequenz daraus zeigt die stabile Flamme

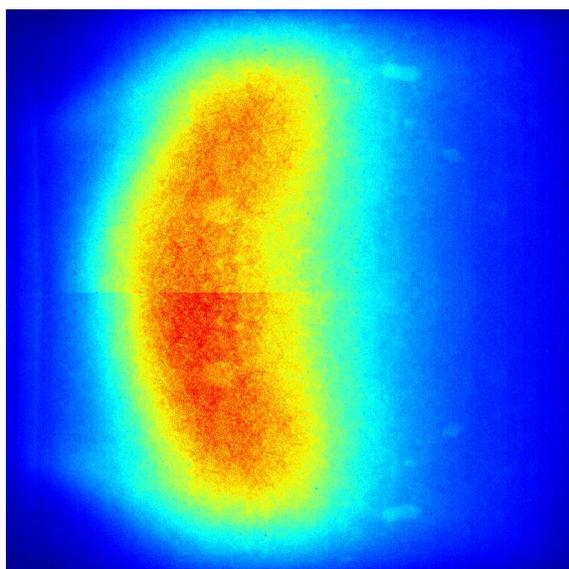


Abbildung 5.15: Gegenüberstellung der OH^* Emission für stabilen (oben) und instabilen (unten) Fall bei identischen Betriebsbedingungen.

me mehr OH^* Chemilumineszenz in den äußeren Bereichen weiter stromab. Durch die erhöhte Reaktivität in der äußeren Scherschicht ist die instabile Flamme kompakter. Inwiefern die Verschiebung der axialen Position der Flamme und die geänderte Flammenform im Allgemeinen auch eine Erklärung für die beobachtete Frequenzverschiebung beim Übergang vom stabilen in den instabilen Betrieb, vgl. Kapitel 4.2, sein könnte, bleibt zu klären.

Treibende Kraft für Instabilitäten sind Fluktuationen der Wärmefreisetzung. Die vorhandene bildverstärkte Kamera erwies sich zur Aufzeichnung von Schwankungsgrößen als ungeeignet, da bei hoher Zeitauflösung das Signal-zu-Rausch-Verhältnis für eine Auswertung nicht ausreicht. Stattdessen wurden Photomultiplier (PMT) mit Linienoptik verwendet. Abb. 5.17 zeigt die Zeitreihe des OH^* Signals aus einem beliebigen Punkt der äußeren Scherschicht – präziser formuliert einer beliebigen Linie durch die äußere Scherschicht – und das entsprechende Drucksignal. Die Sensorpositionen sind so gewählt, dass eine gleichphasige Oszillation einem positiven Rayleigh-Kriterium entspricht. Die Korrelation beider Signale ist eindeutig. OH^* und Druck sind weitestgehend in Phase. Geraten die Signale außer Phase, nimmt die Druckamplitude ab. Ist die Phase wieder (nahezu) identisch, führt dies zu einem Anstieg der Druckamplitude. Dass die Phase weitestgehend identisch ist, bestätigt die Fourier-Transformation längerer Zeitreihen unterschiedli-

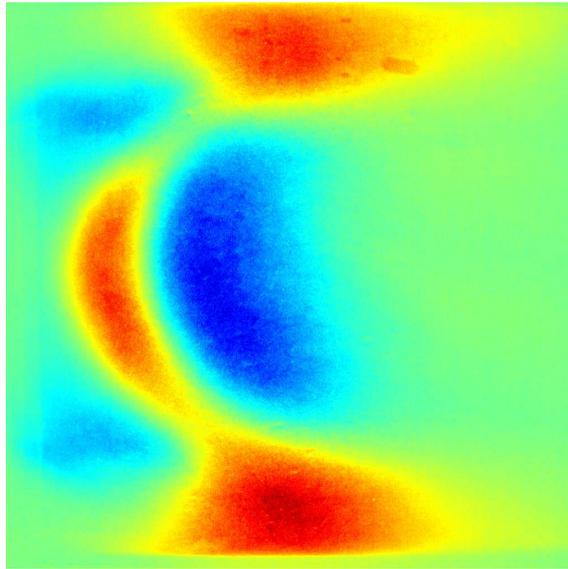


Abbildung 5.16: Differenz der OH* Emission für stabilen und instabilen Fall bei identischen Betriebsbedingungen.

cher Betriebspunkte.

Mittlere OH* Intensitäten und fluktuierende Größen an mehreren Koordina-

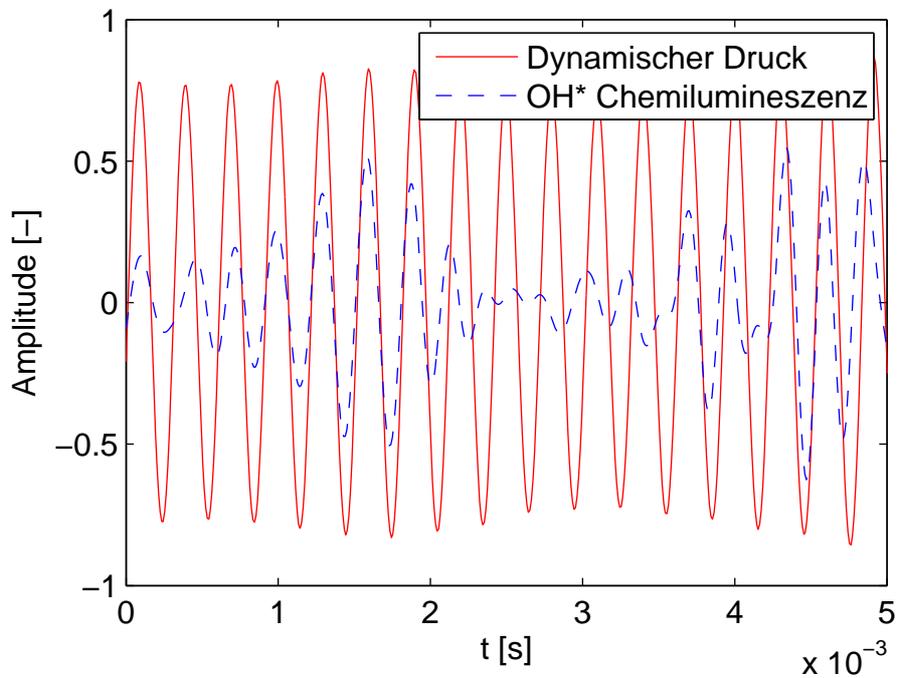


Abbildung 5.17: Zeitreihe der lokalen Druckschwankung und linienintegrierter OH* Chemilumineszenz.

ten sind in Abb. 5.18 zusammengefasst. Die Mittelwerte sollen hier unkommentiert bleiben, da vergleichbar den Kameraaufnahmen in Abb. 5.15. Die stärksten (linienintegrierten) Fluktuationen treten in der Scherschicht auf. Auf der Achse $y = 0$ sind keine Schwankungen detektierbar, da das Signal linienintegriert ist und sich damit positive und negative Fluktuationen vor beziehungsweise hinter der Achse gegenseitig aufheben. Bemerkenswert an dieser Stelle ist, dass die Phase der Schwankungen – hier nicht dargestellt, vgl. Schwing et al. (2012) – in ein- und derselben Bildhälfte identisch, oben ($y > 0$) und unten ($y < 0$) aber gegenphasig, ist. Eine kontinuierliche Phasendrehung wie in der Fourier-Analyse der Mie-Streuung beruhend auf dem konvektiven Transport der Wirbel, vgl. regenbogenfarbene Wellenbewegung in Abb. 5.3, Abb. 5.4 und Abb. 5.5, ist nicht messbar.

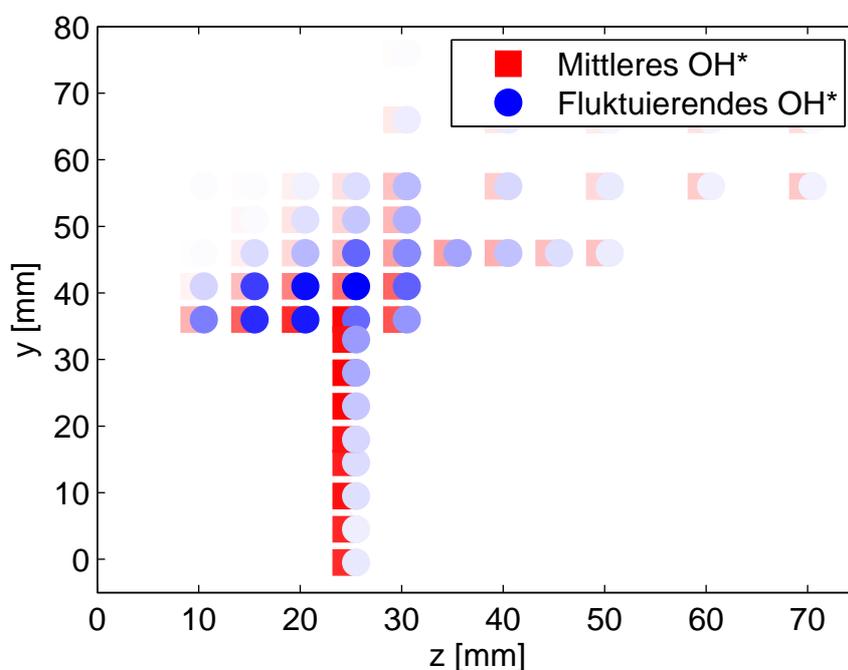


Abbildung 5.18: Mittlere und fluktuiierende Intensität der linienintegrierten OH* Chemilumineszenz.

6 Stabilität und Abklingverhalten

Aus den bisherigen Messungen und Ergebnissen deutet sich an, dass das Stabilitätsverhalten von der thermischen Leistung abhängig ist, vgl. Kapitel 4.2. Verbrennung und Flamme wirken anfachend, eine thermoakustische Kopplung liegt vor. Der anregenden Wirkung gegenüber steht die Dämpfung im System. Definitiv von Bedeutung ist das Gleichgewicht zwischen Anregung und Dämpfung. Offen ist bis dato, ob die Flamme immer anfachend wirkt. Die direkte Messung der anfachenden Wirkung – also des Rayleigh-Integrals – ist nicht möglich, aber aus einer Untersuchung von Stabilitätsreserven und der Auswirkungen zusätzlicher Dämpfung können Rückschlüsse darauf gezogen werden. Stabile Betriebspunkte werden extern angeregt und das Abklingverhalten gemessen. Helmholtz-Resonatoren werden eingesetzt, um die Dämpfung zu erhöhen und den Einfluss der erhöhten Dämpfung auf die kritische Luftzahl λ_{krit} – bei $\lambda < \lambda_{krit}$ ist das System instabil, vgl. Kapitel 4.2 – zu untersuchen und damit eine mögliche Verschiebung des Gleichgewichts von dämpfenden und anfachenden Elementen abzuschätzen.

6.1 Externe Anregung und Abklingverhalten

Die externe Anregung erfolgt mittels Lautsprecher, vgl. Abb. 3.5. Die Eigenfrequenz wird im stabilen Betrieb ohne Anregung aus den dynamischen Druckmessungen ermittelt. Die Anregung erfolgt dann gezielt bei der Eigenfrequenz. Die so erreichten Ausgangsamplituden entsprechen den limit-cycle-Amplituden von selbsterregten Instabilitäten. Die durch den Lautsprecher eingebrachte akustische Energie liefert das notwendige Potential, um die Diskrepanz zwischen Systemdämpfung und thermoakustischer Quelle zu überwinden. Im Fall ohne Flamme sind die erreichbaren Amplituden mindestens eine Größenordnung geringer. Das Anregungssignal wird nach Erreichen eines quasistationären, gesättigten akustischen Feldes plötzlich gestoppt und die Abklingkurve mittels dynamischer Drucksensoren aufgezeichnet. Die Aus-

wertung des abklingenden Signals ist nicht trivial, da Interferenzen mehrerer Frequenzen auftreten können, die Rotationsgeschwindigkeit der Transversalmoden nicht zwingendermaßen konstant ist und sich damit die räumliche Ausrichtung der Druckmoden beliebig verschieben kann. Idealerweise erfolgt die Auswertung der Abklingraten über eine Rekonstruktion des akustischen Feldes beziehungsweise der akustischen Energie im gesamten Volumen. Methoden zur Auswertung und Analyse von Abklingkurven und Dämpfungskoeffizienten sind in Fiala et al. (2011) zusammengefasst. Hier stehen allerdings nur vier Messpositionen – die konstruktionsbedingt auch an ein- und derselben axialen Position sitzen – zur Verfügung. Ferner ist das Volumen nicht isotherm und die Schallgeschwindigkeit nicht konstant. Eine Rekonstruktion des gesamten Druckfeldes aus den vorhandenen Signalen ist daher fragwürdig. Deshalb werden die Datenreihen der einzelnen Sensoren individuell ausgewertet und anschließend verglichen. Die Auswertung erfolgte mittels Bayes'scher Statistik und Markov-Ketten-Monte-Carlo Methoden. Grundlagen zum Gibbs-Sampling sind in Kapitel 2.6 zu finden, verwendet wurde das quelloffene Paket JAGS (Plummer, 2003).

Die Funktion

$$p'(t) = \exp(-\alpha t) (A \cos(2\pi f t) + B \sin(2\pi f t)) \quad (6.1)$$

wurde als Ansatz zur Approximation der Druckschwankungen verwendet. Freie Parameter sind die Abklingrate α , die Amplituden A und B sowie die Frequenz f . Als a-priori Verteilungsfunktion wurde eine Gleichverteilung über sinnvolle, abgeschätzte Bereiche gewählt. Die Startwerte der Ketten sind zufällig aus diesem Bereich gewählt. Eine exemplarische Zeitreihe und die berechnete Kurvenapproximation sind in Abb. 6.1 dargestellt. Zu beobachten ist – wie oben angedeutet – das zwischenzeitliche Aufklingen für ein- und denselben Sensor. Aus der Betrachtung mehrerer Sensoren ist dies auf die beliebige Rotation der Mode zurückzuführen. Die allgemeine Tendenz scheint aber gut getroffen zu sein und Abweichungen bei der Auswertung unterschiedlicher Sensoren sind sehr gering. Gleichzeitig liefern Bayes-Methoden nicht nur einen Wert für die Abklingrate α , die Frequenz f , etc., sondern Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Über die Breite der Verteilung ist damit bereits eine Aussage über die Qualität der Approximation möglich.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abklingrate, Parameter α aus Glg. (6.1), ist für unterschiedliche Luftzahlen bei ansonsten identischen Betriebsbedin-

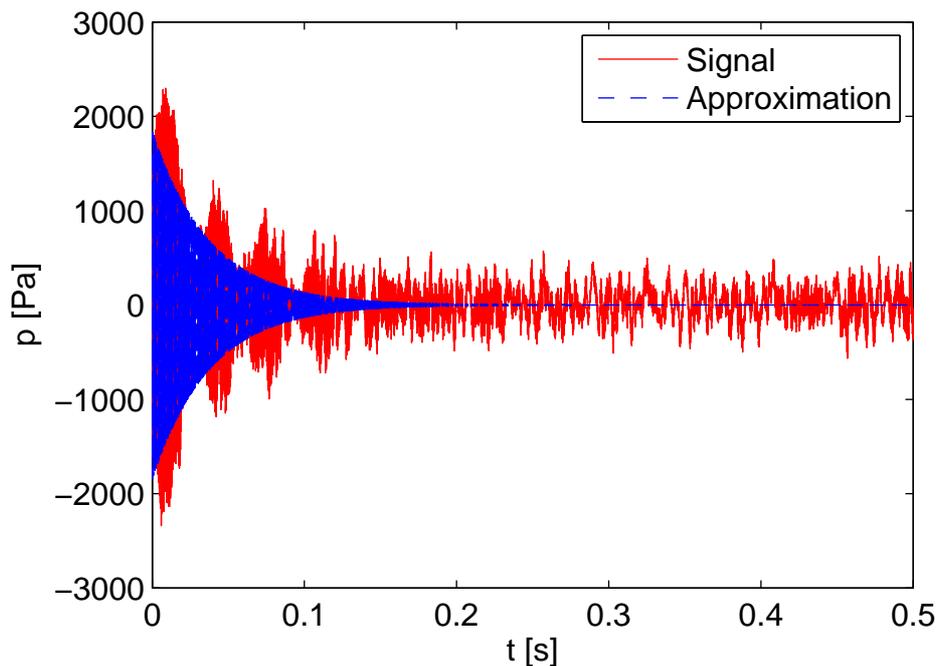


Abbildung 6.1: Exemplarische Zeitreihe und Approximation aus Messung mit Lautsprecheranregung.

gungen in Abb. 6.2 dargestellt. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\alpha)$ als Funktion der Abklingrate α . Die Dämpfungsrate sinkt mit sinkender Luftzahl hin zum instabilen Betrieb. In der gewählten Konfiguration liegt die kritische Luftzahl bei circa $\lambda_{krit} = 1,1$. Die gewählten Parameter sind ein Luftmassenstrom von 80 g/s, eine Vorheiztemperatur von 300°C bei einer Drallschlitzweite von 14 mm. Nach Abb. 4.6 liegt der Transitionsbereich von stabil zu instabil bei $\lambda_{krit} \approx 1,5$. Die Verschiebung zu $\lambda_{krit} \approx 1,1$ ist auf den zusätzlichen dämpfenden Einfluss durch den Einbau des Lautsprechers zurückzuführen und ist unabhängig vom Betriebszustand des Lautsprechers.

Die aus Abb. 6.2 abzulesenden Mittelwerte für die Abklingraten sind $\alpha = 26,51/s$ für die Luftzahl $\lambda = 1,3$, $\alpha = 31,51/s$ bei der Luftzahl $\lambda = 1,4$ sowie $\alpha = 75,51/s$ bei $\lambda = 1,5$. Vergleichbare kalte Messungen ohne Flamme und damit ohne thermoakustischen Quellterm ergeben $\alpha_{tot} = 160\ 1/s$. Dieser Wert soll im Folgenden als erste Abschätzung für die Dämpfung im System betrachtet werden und wird als konstant angenommen. Thermoakustische Instabilitäten treten dann auf, wenn der akustische Quellterm mindestens der Dämpfung im System entspricht $1/2\ 1/E\ dE/dt = \alpha_{tot}$ (Fiala et al., 2011). Das treibende Potential $1/2\ 1/E\ dE/dt$ wird in Kapitel 7 mittels analytischer

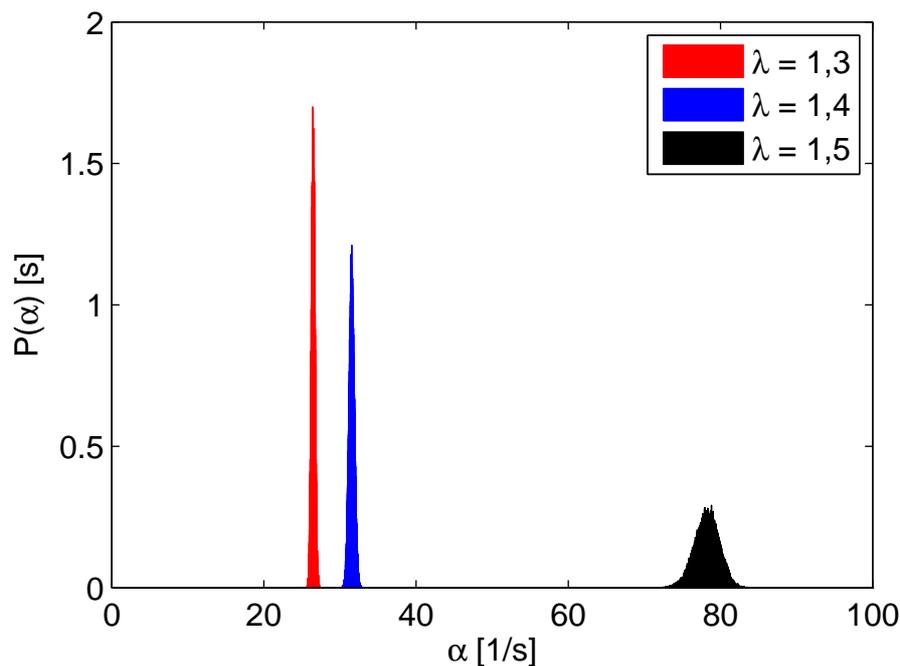


Abbildung 6.2: Abklingraten aus Messungen mit Lautsprecheranregung bei verschiedenen Luftzahlen.

Modelle abgeschätzt. An dieser Stelle soll nur darauf verwiesen werden, dass der mit dem Verschiebungsmodell, vgl. Kapitel 7.2, abgeschätzte Quellterm $1/2 \cdot 1/E \cdot dE/dt \approx 150 \text{ 1/s}$ in etwa der gemessenen Abklingrate α_{tot} entspricht.

Der in Abb. 6.2 betrachtete Fall wird – wie oben bereits erwähnt – in etwa bei $\lambda_{krit} = 1,1$ instabil. Treibende und dämpfende Effekte sind dann im Gleichgewicht $1/2 \cdot 1/E \cdot dE/dt = \alpha_{tot}$. Setzt man die thermische Leistung für $\lambda = 1,1$ zu 100 Prozent, so beträgt die thermische Leistung bei der Luftzahl $\lambda = 1,3$ noch 85 Prozent des Ausgangswertes. Ist die treibende Kraft $1/2 \cdot 1/E \cdot dE/dt$ in erster Näherung direkt proportional zur thermischen Leistung, vgl. Kapitel 7, so gilt bei einer Luftzahl von $\lambda = 1,3$ für die Abklingrate $\alpha = \alpha_{tot} - 1/2 \cdot 1/E \cdot dE/dt = 24 \text{ 1/s}$. Diese einfache Betrachtung sagt für die Luftzahl $\lambda = 1,4$ die Abklingrate $\alpha = 34 \text{ 1/s}$ sowie für $\lambda = 1,5$ den Wert $\alpha = 43 \text{ 1/s}$ vorher. Für die Luftzahlen $\lambda = 1,3$ und $\lambda = 1,4$ stimmen die abgeschätzten Abklingraten gut mit den Messungen überein. Für $\lambda = 1,5$ weicht der Wert aber bereits stark ab: Mit steigender Luftzahl verändert sich die Flammenform. Die Position der Wärmefreisetzung im akustischen Feld verschiebt sich und damit ändert sich auch die Kopplung, vgl. beispielsweise Abb. 7.6 und Abb. 7.12 in Kapitel 7. Die direkte Proportionalität von $1/2 \cdot 1/E \cdot dE/dt$ und der thermischen Leistung ist nicht

mehr gegeben.

Eine weitere Rolle spielt die Signalqualität bei $\lambda = 1,5$. Die Signalbreite in Abb. 6.2 erhöht sich mit der Luftzahl, die Qualität der Abschätzung des Abklingkoeffizienten verschlechtert sich folglich. Bei $\lambda = 1,5$ ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung sehr breit, da zum einen das Ausgangslevel der Druckamplitude geringer ist – der Lautsprecher wurde bei allen Versuchen mit derselben Leistung betrieben – und zum anderen das Signal schnell abklingt, folglich weniger signifikante Datenpunkte in der Zeitreihe zur Verfügung stehen, die eine sinnvolle Korrelation ermöglichen. Bei Luftzahlen $\lambda > 1,5$ war eine Anregung nicht mehr möglich. Die mittels Lautsprecher eingebrachte akustische Energie war nicht ausreichend, um die Diskrepanz zwischen Systemdämpfung und thermoakustischer Quelle auszugleichen.

Dieselbe Tendenz bezüglich Signalqualität ist in Abb. 6.3, der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(f)$ über der Frequenz des abklingenden Signals f , zu sehen. Die Unsicherheiten bei der Frequenz zur Luftzahl $\lambda = 1,5$ sind relativ hoch. Generell gibt Abb. 6.3 aber die Tendenz einer ansteigenden (Eigen-)Frequenz mit der Luftzahl wie erwartet wieder.

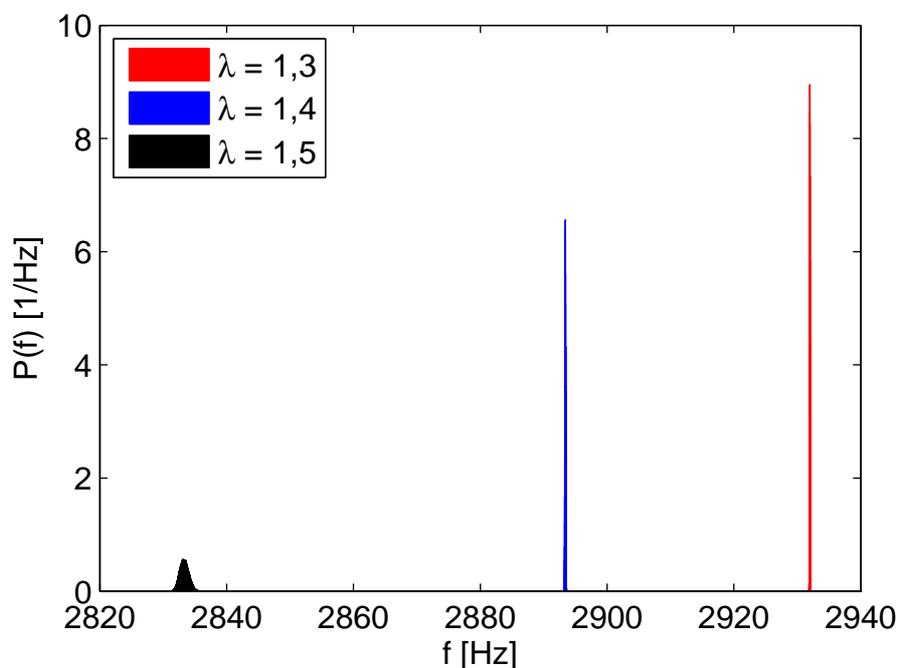


Abbildung 6.3: Abklingfrequenzen aus Messungen mit Lautsprecheranregung bei verschiedenen Luftzahlen.

6.2 Einfluss von Helmholtz-Resonatoren

Ziel der Implementierung von Helmholtz-Resonatoren ist es, zusätzliche Dämpfung in das System einzubringen, den Einfluss auf die Stabilität zu untersuchen und möglicherweise den Stabilitätsbereich zu vergrößern. Im Hinblick auf die Modellierung in Kapitel 7 ist ein möglicher Wettbewerb zwischen Dämpfung und Anregung von Interesse. Indizien für den erfolgversprechenden Einsatz von Dämpfern zeigen frühere Beobachtungen hier: Bei der Implementierung von Drucksensoren wurde ein leichter Einfluss, vor allem aber beim Einsatz von Lautsprechern eine deutliche Veränderung – also eine Verschiebung der kritischen Luftzahl λ_{krit} – registriert. Die industrielle Anwendung und das Grundprinzip des Helmholtz-Resonators sind in Lechner und Seume (2003, S. 485 ff.) erwähnt. Den Einsatz passiver Dämpfer in der Industrie erläutern Lörstad et al. (2009). Ein fluidmechanisches Modell zur Auslegung von Helmholtz-Resonatoren ist in Hersh und Walker (1977) zu finden, vgl. auch Kapitel 3.3.

Die prinzipielle Funktion des Dämpfers gemäß Auslegung zeigt Abb. 6.4. Im stabilen Betrieb wurde durch eine asymmetrisch angebrachte Sprengladung eine Impulsanregung realisiert. Das aufgezeichnete Drucksignal verdeutlicht, dass hochfrequente Oszillationen mit eingebautem Dämpfer (blau) gegenüber ohne (rot) signifikant schneller abklingen.

In Anlehnung an die Messung des Stabilitätsverhaltens in Kapitel 4.2, Abb. 4.4 bis Abb. 4.7, für einen breiten Bereich an Betriebsparametern zeigt Abb. 6.5 die Messung ohne im Vergleich zu mit einem eingebauten Dämpfer beziehungsweise mit zwei Dämpfern. Abb. 6.5 beschränkt sich auf den Vergleich bei einer Drallschlitzweite 14 mm, einer Vorheiztemperatur 300 °C und einem Luftmassenstrom 100 g/s. Dargestellt ist die Eigenfrequenz der T1 Mode über die Luftzahl λ . Farbige gefüllte Marker zeigen dabei einen instabilen Betriebspunkt an, weiß ausgefüllte Markierungen einen stabilen. Die Sättigung der Farbe entspricht Druckamplituden von 0 Pa bis 2000 Pa gemittelt über 3 Messreihen. Ohne Dämpfer (rot) treten hochfrequente Instabilitäten ab einer Luftzahl $\lambda_{krit} \approx 1,7$ auf. Mit einem Dämpfer (grün) verschiebt sich die kritische Luftzahl zu $\lambda_{krit} < 1,6$ und mit zwei Resonatoren bereits zu $\lambda_{krit} \approx 1,1$.

Im Fazit dämpfen Helmholtz-Resonatoren die hochfrequenten Anteile – entsprechend der Auslegung – deutlich, vgl. Abb. 6.4. Der Einsatz einer geringen

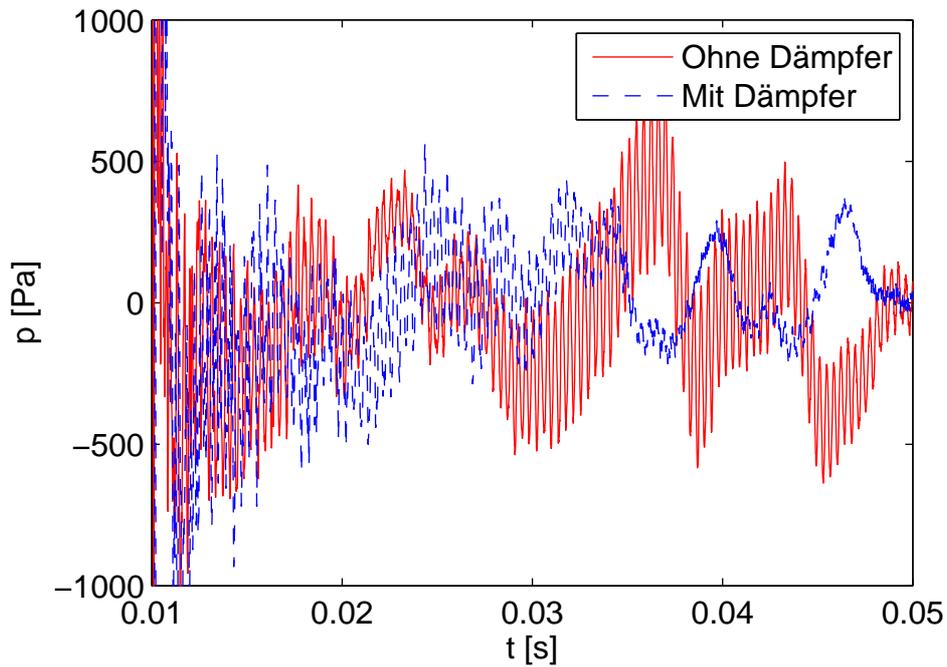


Abbildung 6.4: Abklingverhalten einer Impulsanregung mit/ohne Helmholtz-Resonatoren.

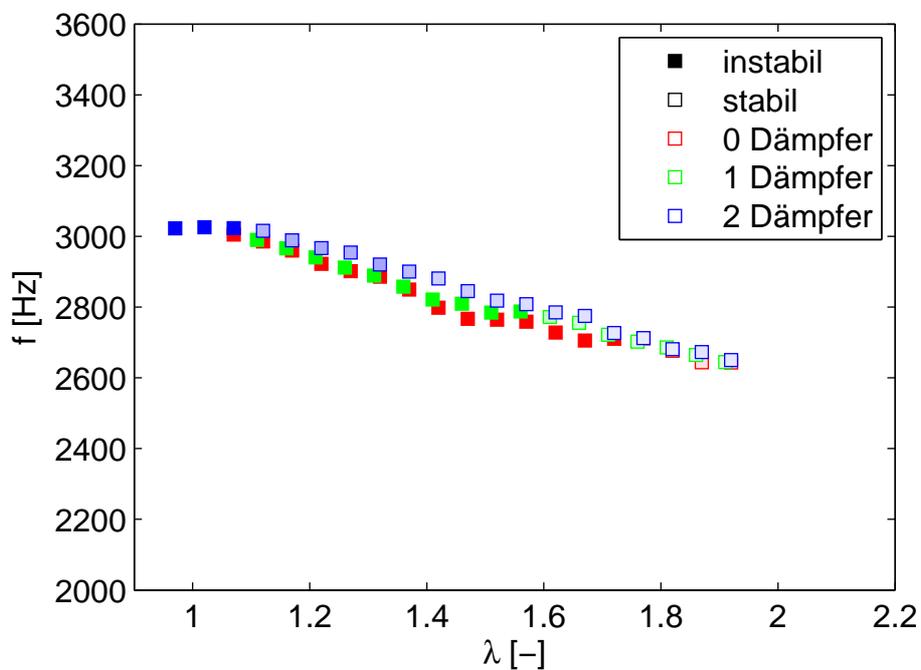


Abbildung 6.5: Einfluss von Helmholtz-Resonatoren auf den stabilen/instabilen Betrieb.

Anzahl von Dämpfern führt bereits zu einer signifikanten Vergrößerung des stabilen Betriebsbereichs. Folglich spielt die akustische Dämpfung eine wesentliche Rolle.

Der Einsatz von Helmholtz-Resonatoren ermöglichte den direkten Vergleich von stabilem und instabilem Betrieb bei identischer Luftzahl, Drallzahl, Vorheiztemperatur und Strömungsgeschwindigkeit. Ein entsprechender Vergleich wurde bereits vorab in Kapitel 5.3 gezeigt. Abb. 5.15 und Abb. 5.16 verdeutlichen Unterschiede in der Flammenform.

6.3 Technische Vormischung und Brennstoffprofil

Mittels technischer Vormischung können Brennstoff- beziehungsweise Mischungsprofile eingestellt werden. Verwendet wird dazu der Brenner mit isokinetischer Brennstoffeindüsung, siehe Abb. 3.3 und Kapitel 3.2. Die Konfigurationen mit (annähernd) homogener Brennstoff-Luft-Mischung wird mit einem Setup mit blockierten Brennstoffbohrungen in der Nähe der Brennerachse verglichen. Dadurch ergibt sich eine abgemagerte Kernströmung während die lokale Luftzahl in den äußeren Bereichen sinkt, das Gemisch also fetter wird. Dadurch ist die äußere Scherschicht, vgl. Abb. 2.4, brennstoffreicher – und damit auch der Bereich in dem die periodische Wirbelablösung stattfindet. Detaillierte Mischungsuntersuchungen wurden hier nicht durchgeführt, weshalb die Ergebnisse nur qualitativ zu betrachten sind.

In Sangl et al. (2010) und Sangl (2011) wurde der Einfluss der blockierten Brennstoffbohrungen auf die Brennstoffkonzentration am Mischrohraustritt experimentell im Wasserkanal untersucht. Das Versperren der Hälfte der Brennstoffbohrungen führte zu radialen Konzentrationsgradienten: Im Kern der Strömung fiel die Konzentration auf etwa 70 Prozent ab. In den Außenbereichen lag die Konzentration bei zirka 120 Prozent der mittleren Brennstoffkonzentration. Ein geringerer Einfluss ist hier zu erwarten, da nur ein Drittel der Bohrungen versperrt wurde.

Abb. 6.6 zeigt exemplarisch die Auswirkung der modifizierten Brennstoffverteilung auf die Stabilität bei einer Vorheiztemperatur von 200°C und einem Luftmassenstrom von 120 g/s. Die x -Achse bezeichnet die globale Luftzahl λ , die im homogenen Fall auch der lokalen Luftzahl entspricht. Die Farbsätti-

gung entspricht wieder der Druckamplitude von 0 bis 2000 Pa. Die Abmagerung der Kernströmung führt zu einer Vergrößerung des stabilen Betriebsbereichs. Die kritische Luftzahl λ_{krit} sinkt von circa $\lambda_{krit} = 1,35$ auf unter 1,2. Gleichzeitig sinkt die Eigenfrequenz und damit die mittlere Schallgeschwindigkeit. Folglich hat die Verlagerung der Wärmefreisetzung nach außen eine Verringerung des Anregungspotentials zur Folge.

Der gleiche Trend zeichnet sich auch für höhere Vorheiztemperaturen und einen geänderten Luftmassenstrom ab. Mit sinkendem Luftmassenstrom verringert sich aber der Einfluss. Die Verschiebung der kritischen Luftzahl λ_{krit} ist deutlich moderater.

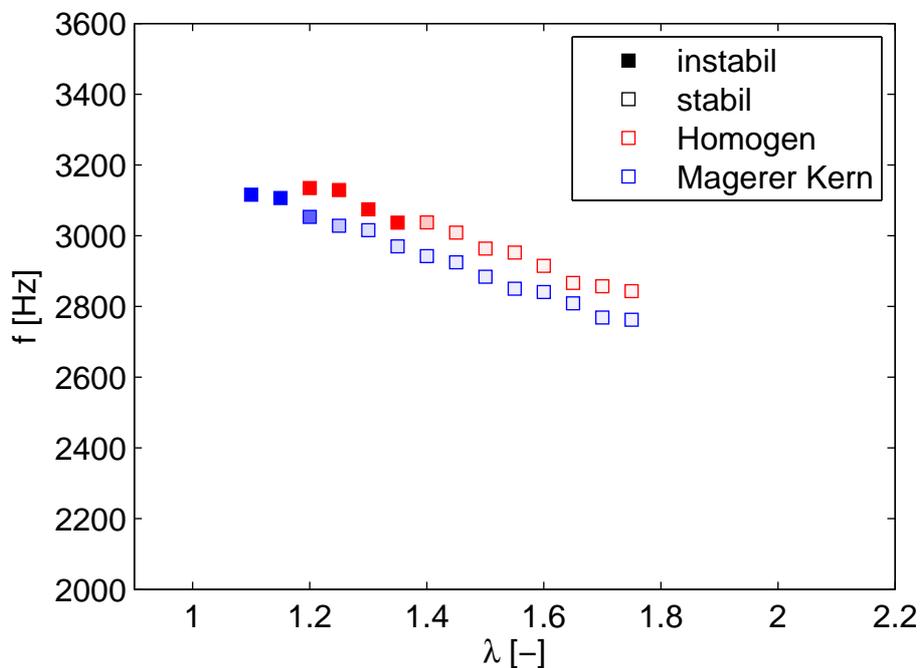


Abbildung 6.6: Einfluss der Abmagerung der Kernströmung auf die Stabilität.

7 Numerische und analytische Modellierung

Die Beschreibung der Realität mittels einfacher Modelle dient dem grundlegenden Verständnis für die beobachteten Zusammenhänge. Ziel ist mittels einfacher analytischer und numerischer Modelle die experimentellen Beobachtungen konsistent beschreiben und erklären zu können – primär qualitativ, aber in begrenztem Ausmaß auch quantitativ. Die Abschätzung der Eigenfrequenzen und Modenform anhand der Drallstärke beziehungsweise -zahl und dem damit verbundenen charakteristischen Temperaturfeld geschieht mittels FEM. Der Einsatz dreidimensionaler numerischer Methoden beschränkt sich damit auf die Berechnung der reinen Akustik. Die Thermoakustik – also die Kopplung zwischen Wärmefreisetzungsschwankungen und Akustik – wird mit einem einfachen, analytischen Modell beschrieben, um den Aufbau von Verständnis für den Rückkopplungsmechanismus zu fördern. Eine quantitative Abschätzung der Stärke der Rückkopplung dient als Bewertungsgrundlage für die Relevanz und als Vergleichsgröße – insbesondere im Hinblick auf die gemessenen Dämpfungsraten.

Die in den Kapiteln 7.2 und 7.3 betrachteten Modelle sind aus den experimentellen Beobachtungen motiviert. Der Auswahl der im Detail analysierten Hypothesen liegen folgende Überlegungen zugrunde: In Kapitel 4.1 wurden T1 Moden als primäre Ausprägung der hochfrequenten Instabilitäten identifiziert. Im Folgenden werden deshalb auch nur diese weiter betrachtet. Rotierende Moden, wie im Experiment beobachtet, werden mit stehenden Modenformen verglichen. Die Instabilitäten treten in einem breiten und kontinuierlichen Betriebsbereich auf, vgl. Kapitel 4.2. Das betrachtete System ist in der Regel bei hohen Luftzahlen λ stabil, verhält sich aber instabil bei hoher Leistung. Die Eigenfrequenz der ersten Transversalmode ändert sich kontinuierlich mit der Luftzahl. Ein „lock-in“-Effekt auf bevorzugte Frequenzen (Matveev und Culick, 2003) ist nicht beobachtbar.

Diskrete Modelle, die zu Instabilitäten bei definierten Frequenzen und unter sehr präzise definierten – also eher diskreten und nicht breiten, kontinuierlichen – Betriebsbedingungen führen, werden nicht näher betrachtet: Diskrete Modelle sind im Allgemeinen von charakteristischen Zeiten – konvektiver Verzugszeit, Zündverzugszeit,... – geprägt (Keller et al., 1990). Die konzentrierte Verbrennung eines Gemischs heißer Reaktanden und Produkte, vgl. Matveev und Culick (2003), führt aufgrund konvektiver Verzugszeiten zu einem „lock-in“-Effekt. Vergleichbar ist das Auftreten diskreter Frequenzen infolge von Selbstzündpeaks (Ni et al., 2000).

Frühere Arbeiten, vgl. Zusammenfassung in Kapitel 2.3, diskutieren primär den Einfluss der akustisch induzierten Wirbelablösung auf die Scherschicht, die Flamme und damit die fluktuierende Wärmefreisetzung. Die Interaktion von Wirbeln und Flamme (Steinberg und Driscoll, 2009) ist definitiv relevant, führt zu einer erhöhten Reaktivität in der äußeren Scherschicht, vgl. Kapitel 5.3, aber deren Einfluss auf die Wärmefreisetzungsschwankungen ist fragwürdig. Die Intensität der Wirbel nimmt mit sinkender Drallzahl stark ab, siehe Kapitel 5.1. Im Gegensatz dazu sind Betriebspunkte mit geringerem Drall insbesondere bei niedrigen Luftmassenströmen tendenziell instabiler, vgl. Kapitel 4.2. Aufnahmen der OH* Chemilumineszenz zeigen eine erhöhte Reaktivität in der Scherschicht aber keinerlei Anzeichen für den konvektiven Transport von Zonen erhöhter Reaktivität. Der periodische Einschluss heißer Produkte in unverbranntes Gemisch führt allgemein – und nicht nur lokal – zu einer besseren Mischung. Die Kohärenz der Wirbel ist relativ kurz. Das Anreichern der äußeren Scherschicht mit Brennstoff und damit eine erhöhte Leistungsabgabe im Bereich der Wirbelstraße, Kapitel 6.3, führt sogar zu einem stabileren Betriebsverhalten. Aufgrund der Beobachtungen ist eine wirbelbasierte Hypothese – wie in den 1950er und 1960er Jahren für Nachbrenner favorisiert – für den hochfrequenten Wechselwirkungsmechanismus hier zumindest anzuzweifeln.

Im Bereich der Raketentriebwerke werden in den letzten Jahren bevorzugt Modelle zur Vorhersage von Instabilitäten in Raketentriebkammern und -injektoren eingesetzt, die auf der Geschwindigkeitskopplung beruhen: Wärmefreisetzungsschwankungen werden von Fluktuationen der akustischen Schnelle verursacht (Richecoeur, 2006). Bereits Keller et al. (1981) beobachteten im Experiment die Auslenkung der an einem Querschnittsprung stabilisierten Flamme aufgrund transversaler Anregung. Der Einfluss der peri-

odischen Verschiebung der Flammenfront auf hochfrequente Oszillationen in aerodynamisch stabilisierten Drallflammen und ein entsprechend positives Rayleigh-Kriterium sind in den numerischen Arbeiten von Huang et al. (2003, 2006) und Huang und Yang (2009) angedeutet. Damit konsistent und von den Aufnahmen der Mie-Streuung, Abb. 5.3 bis Abb. 5.5 in Kapitel 5.1, abgeleitet ist das Verschiebungsmodell für den Rückkopplungsmechanismus. Das Verschiebungsmodell ist schematisch in Abb. 7.1 skizziert.

Das akustische Druckfeld – hier das einer T1-Mode – wird von Geschwindigkeitsfluktuationen – als akustische Schnelle bezeichnet – begleitet. Periodische Schnelleschwankungen beziehungsweise Geschwindigkeiten allgemein führen zu einer Verschiebung. „Reitet“ die Flamme auf der periodischen Verschiebung mit, so wird die Flammenposition zyklisch ausgelenkt. Die rote Linie in Abb. 7.1 kennzeichnet schematisch die Flammenposition, die durchgezogene Linie die aktuelle Position und die gestrichelte die mittlere Position. In Abb. 7.1 (a) ist der akustische Druck in der oberen Hälfte der Brennkammer positiv (+), in der unteren negativ (-). Die Druckdifferenz induziert eine akustische Schnelle v' in negativer y -Richtung. Die akustische Geschwindigkeit v'

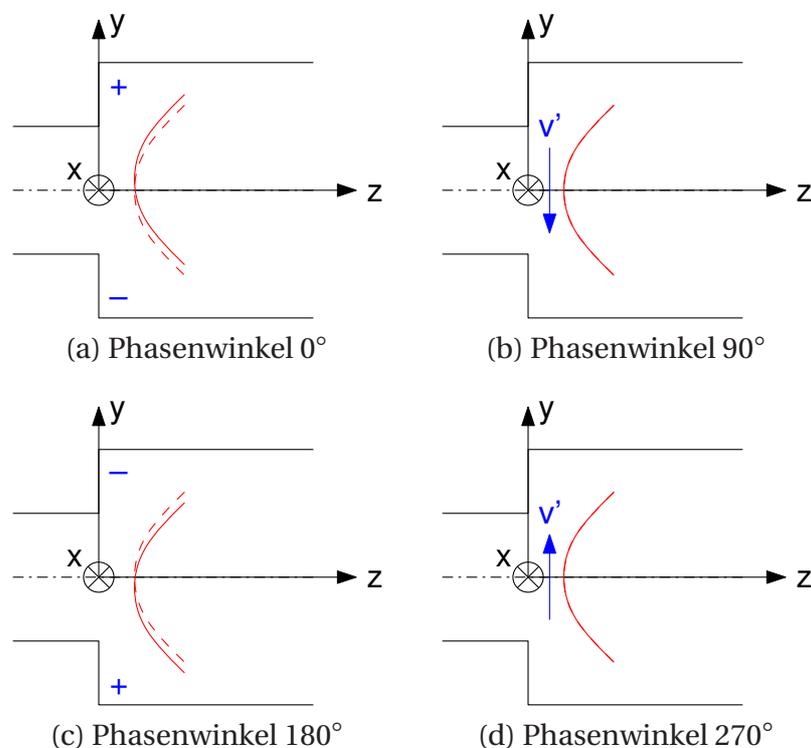


Abbildung 7.1: Schemaskizze des Verschiebungsmodells.

ist maximal bei einem Phasenwinkel von 90° , vgl. Abb. 7.1 (b). Nach einer halben Schwingungsperiode, Abb. 7.1 (c), ist der akustische Druck in der oberen Hälfte minimal und in der unteren maximal. Bei 270° Phasenwinkel erreicht die Schnelleschwankung v' ihr Maximum in positiver y-Richtung. Die akustisch induzierte Verschiebung y' resultiert aus der Schnelleschwankung v' . Die Verschiebung ist das zeitliche Integral der Schnelle: $y' = \int v' dt$. Durch die Integration ergibt sich ein Phasenverzug von 90° für harmonische Schwingungen zwischen Verschiebung und Schnelle. Der Phasenverzug zwischen Druckschwankung und akustischer Schnelle sowie zwischen Schnelle und Verschiebung führt deshalb zu einer Auslenkung der Flamme hin zum höheren Druck. Der zentrale Punkt des Rayleigh-Kriteriums – Druck- und Wärmefreisetzungsschwankung müssen in Phase sein – ist damit immer erfüllt, die Wechselwirkung unabhängig von den Betriebsbedingungen jederzeit positiv. Ziel von Kapitel 7.2 ist den Einfluss der Verschiebung quantitativ abzuschätzen.

Verglichen wird das Verschiebungsmodell mit Modellen, deren thermoakustische Kopplung auf Wärmefreisetzungsschwankungen beruhen, Kapitel 7.3. Druck- und Temperaturfluktuationen beeinflussen die Flammengeschwindigkeit, Dichte und Reaktionskinetik und damit die Wärmefreisetzung. Da Wärmefreisetzungsschwankungen hier durch Druckoszillationen induziert werden, spricht man dabei von der Druckkopplung – im Gegensatz zur Geschwindigkeitskopplung beim Verschiebungsmodell. Abb. 7.2 gibt einen Überblick über die modellierten Mechanismen: Die akustische Schnelle führt über die periodische Verschiebung zu einer thermoakustischen Wechselwirkung. Druckoszillationen beeinflussen sowohl die deflagrative als auch die selbstzündungsgetriebene Flammenausbreitung. Wärmefreisetzungsschwankungen werden hier für die Deflagration über die Flammengeschwindigkeit und die Dichte des Gemischs erfasst. Der Einfluss der Selbstzündung wird auf Basis der Reaktionskinetik ausgewertet. Wärmefreisetzungsschwankungen werden ermittelt, die dann zu einem thermoakustischen Effekt führen.

Die Druckkopplung – sowohl für die Deflagration als auch die Selbstzündung – basieren auf der adiabaten Kompression. Die adiabate Kompression – und damit die isentrope Änderung von Temperatur, Dichte und Druck – wurde bereits in Blackshear et al. (1953) als Ursache für hochfrequente Schwingungen in Betracht gezogen.

Wärmefreisetzungsschwankungen aufgrund der deflagrativen Flammenaus-

breitung werden mit einem Gleichgewichtsmodell abgeschätzt: Es erfolgt eine instantane Anpassung der Flammgeschwindigkeit an die „modifizierte Vorheiztemperatur“ unter Berücksichtigung der fluktuierenden Dichte. Der Einfluss der Vorheiztemperatur auf die Flammgeschwindigkeiten wird aus 1D-Rechnungen extrahiert. Unter der Annahme, dass die Reaktionszeit im Vergleich zur akustischen Zeitskala klein ist, ergibt sich daraus ein geschlossenes analytisches Modell.

Effekte der Selbstzündung werden mittels 0D-Modell eines ideal gerührten Reaktors approximiert. Die Wärmefreisetzung wird hier auch durch die Zeitgeschichte der Schwankung von Systemdruck p und Temperatur T beeinflusst.

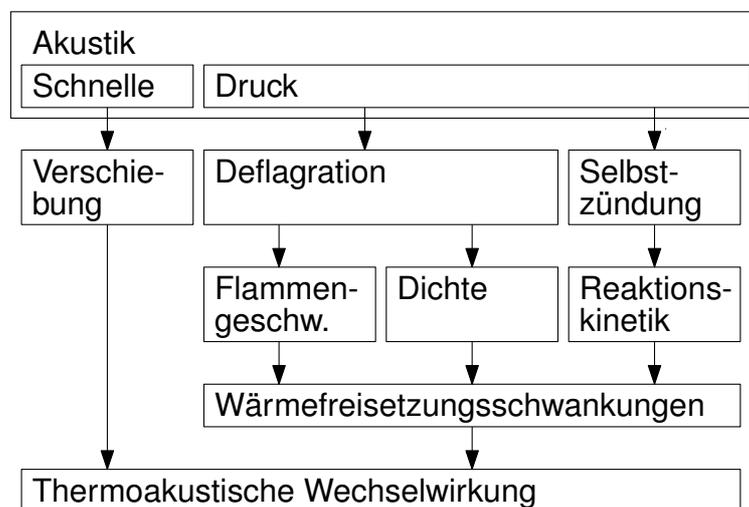


Abbildung 7.2: Übersicht über modellierte Rückkopplungsmechanismen.

7.1 Eigenfrequenzen und -moden

Die Abschätzung der Modenform und Frequenz ist Grundlage der Modellierung der Instabilität. Die analytische Lösung des akustischen Drucks, vgl. Glg. (2.27) in Kapitel 2.1, gibt die Modenform wieder, die Eigenfrequenz von Transversalmoden wird beschrieben durch Glg. (2.31)

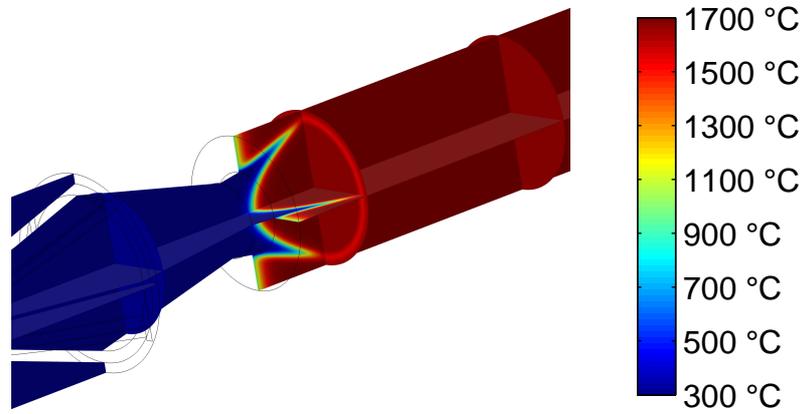
$$f = \frac{\alpha_{ma} \bar{a}}{2\pi R}.$$

Beide Gleichungen gelten nur bei konstanter mittlerer Temperatur und Schallgeschwindigkeit \bar{a} . Unterschiedliche Temperaturverteilungen – zum

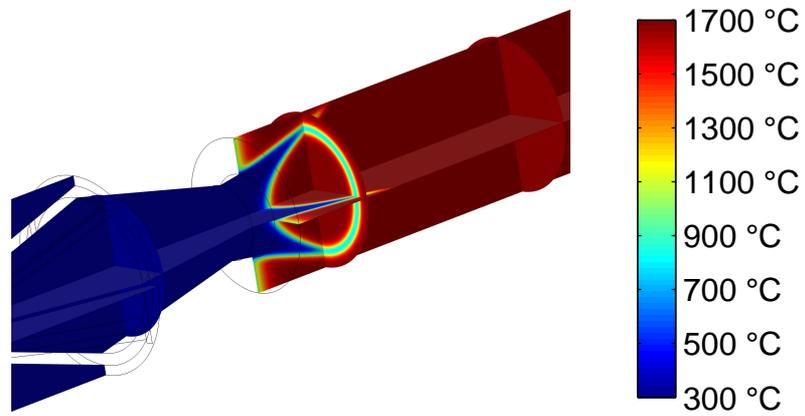
Beispiel durch Variation der Drallzahl – können nur mittels Änderung der mittleren Schallgeschwindigkeit \bar{a} analytisch approximiert werden oder numerisch gelöst und verglichen werden. Gelöst wird die homogene Wellengleichung im Frequenzbereich, Glg. (2.20), mittels Finite-Element Methode, vgl. Kapitel 2.5. Die zugrundeliegenden mittleren Temperaturverteilungen sind in Abb. 7.3 dargestellt. Die Verteilung ist generisch und lehnt sich an Beobachtungen der Flammenform mittels OH^* Chemilumineszenz an, vgl. Abb. C.7 in Kapitel C.3 im Anhang. Die Beobachtungen sind konsistent mit PIV Ergebnissen zum Einfluss der Drallzahl auf die innere Rezirkulationszone in Sangl (2011). Die Drallstärke sinkt in Abb. 7.3 von (a) nach (c), die axiale Position der Flamme rückt weiter in die Brennkammer hinein, der Winkel der äußeren Scherschicht sinkt ab (Hirsch et al., 2005).

Die Analyse der Eigenmoden und -frequenzen mittels FEM auf Grundlage der angenommenen Temperaturverteilungen ist in Abb. 7.4 zusammengefasst. Abb. 7.4 zeigt die Druckverteilung der T1-Moden. Interessant ist, dass primär der vordere Teil der Brennkammer von Bedeutung ist. Die Länge des gesamten Flammrohrs sowie die Auslassrandbedingung sind in der Numerik beinahe irrelevant. Das Abklingen der Mode in Axialrichtung hängt mit dem Temperaturprofil in der Brennkammer zusammen: Im vorderen Teil des Flammrohrs am Querschnittsprung ist die mittlere Temperatur im Querschnitt relativ gering, folglich ist die „Cut-on“ Frequenz f_{cut} – vgl. Kapitel 2.1, Glg. (2.32) und Glg. (2.33) – niedriger als im hinteren Teil der Brennkammer, in dem nur verbranntes Gemisch vorliegt. Folglich breitet sich die Quermode nicht in Längsrichtung aus, sondern klingt entlang der Achse ab. Damit konsistent zeigen Einbauten im hinteren Teil des Flammrohrs am Prüfstand keinerlei Einfluss auf Stabilität und Eigenfrequenz. Der vordere Teil des Flammrohrs ist im Experiment aus Quarzglas gefertigt, vgl. Abb. 3.4. Die Struktur ist damit sehr starr, die Dämpfung gering – im Gegensatz zur porösen Keramik im Abgasstrakt.

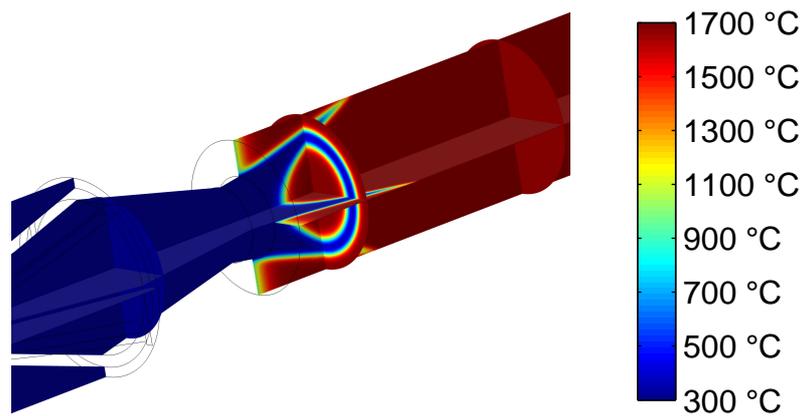
Vergleicht man in Abb. 7.4 die unterschiedlichen Konfigurationen miteinander, sinkt die Eigenfrequenz mit der Drallzahl. Dies ist konsistent zu den experimentellen Ergebnissen in Kapitel 4.2 und zu erklären durch die geringere mittlere Temperatur im vorderen Teil des Flammrohrs. Die kalte Strömung dringt bei geringem Drall weiter in das Flammrohr ein. Gleichzeitig ist damit der Unterschied zwischen mittlerer Temperatur am Eintritt und nach dem Ausbrand bei geringer Drallstärke größer, somit auch der Unterschied



(a) Hohe Drallstärke

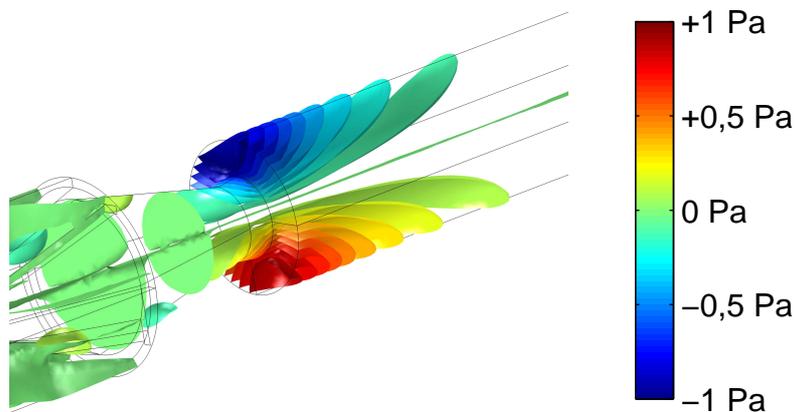


(b) Mittlere Drallstärke

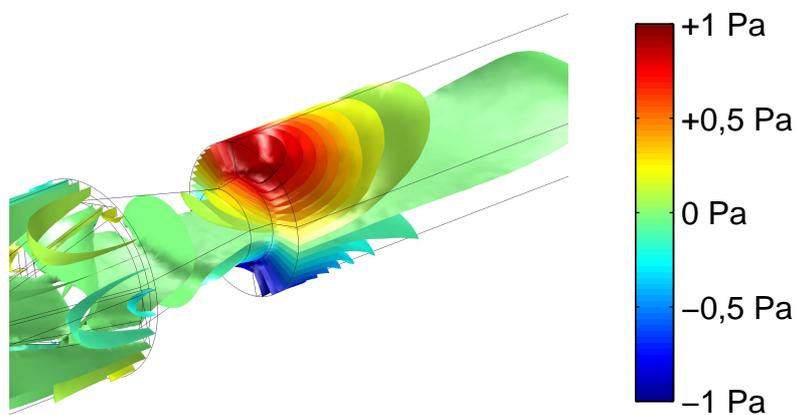


(c) Geringe Drallstärke

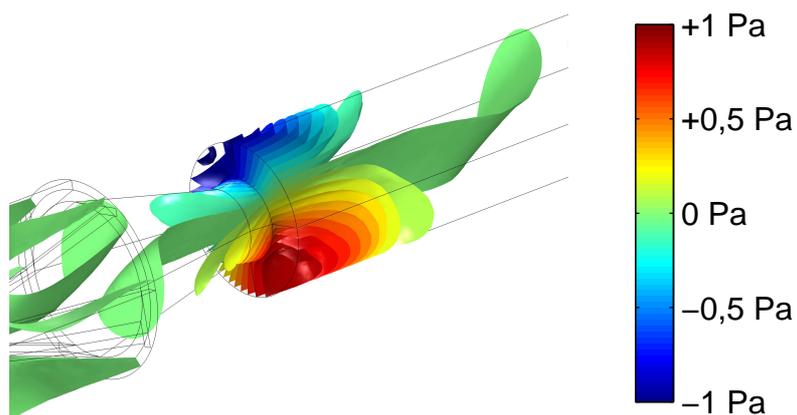
Abbildung 7.3: Angenommene Temperaturverteilung für unterschiedliche Drallstärken.



(a) Hohe Drallstärke (Eigenfrequenz 3147Hz)



(b) Mittlere Drallstärke (Eigenfrequenz 2884Hz)



(c) Geringe Drallstärke (Eigenfrequenz 2674Hz)

Abbildung 7.4: Berechnete Eigenmoden in der Brennkammer für unterschiedliche Drallstärken.

der „Cut-on“ Frequenzen f_{cut} und folglich klingt die Transversalmode bei geringem Drall in Achsrichtung schneller ab. Wichtig für die analytische Modellierung der Thermoakustik ist, dass die Modenform im Querschnitt nicht signifikant von der analytischen Lösung bei konstanter Schallgeschwindigkeit \bar{a} abweicht, vgl. Kapitel C.4 im Anhang.

7.2 Verschiebungsmodell

Ausgehend von den FEM Ergebnissen – die Modenform im Querschnitt entspricht in etwa der analytischen Lösung – basiert das Verschiebungsmodell auf der analytischen Lösung der Wellengleichung für die T1 Mode bei einer mittleren Dichte $\bar{\rho}$ und einer mittleren Schallgeschwindigkeit \bar{a} in einem Rohrquerschnitt. Das Geschwindigkeits- und Verschiebungsfeld wird aus der analytischen Lösung der Druckschwankungen stehender sowie rotierender Moden abgeleitet (Kapitel 7.2.1). Aus der Verschiebung wird die Modulation der Wärmefreisetzung begründet und in Kapitel 7.2.2 wird mittels Energiebetrachtung, Berechnung von Wachstumsraten und der Analyse des Rayleigh-Kriteriums der Einfluss der Verschiebung quantifiziert.

7.2.1 Geschwindigkeitsfeld und Verschiebungsfeld

Ausgangspunkt der Herleitung des Verschiebungsmodells ist die inhomogene Wellengleichung im Zeitbereich, Glg. (2.15),

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \bar{a}^2 \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = (\kappa - 1) \frac{\partial q'}{\partial t}. \quad (7.1)$$

Mittels harmonischem Ansatz

$$p' = \hat{p} e^{i\omega t} \quad (7.2)$$

$$q' = \hat{q} e^{i\omega t} \quad (7.3)$$

erfolgt die Transformation von Glg. (7.1) in den Frequenzbereich. Als inhomogene Wellengleichung im Frequenzbereich wird die Gleichung

$$-\omega^2 \hat{p} - \bar{a}^2 \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = (\kappa - 1) i\omega \hat{q} \quad (7.4)$$

bezeichnet. Eine analytische Lösung von Glg. (7.4) für \hat{p} ist im Allgemeinen nur für die homogene Form, also bei verschwindender rechter Seite, anzugeben. Zur Beschreibung der Modenform für hohe Frequenzen ist das Vernachlässigen der rechten Seite in der Regel unproblematisch, da die linke Seite von Glg. (7.4) proportional zu ω^2 ist und die Inhomogenität auf der rechten Seite nur proportional zu ω . Das heißt mit steigender Frequenz ist die rechte Seite vernachlässigbar und die Eigenmode wird beschrieben durch die homogene Wellengleichung im Frequenzbereich

$$\frac{-\omega^2}{\bar{a}^2} \hat{p} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = 0. \quad (7.5)$$

Glg. (7.5) gibt eine Lösung für den akustischen Druck \hat{p} an. Aus der linearisierten Impulsgleichung, Glg. (2.11), ergibt sich unter Anwendung der im Kontext beschriebenen Annahmen für die Geschwindigkeitsfluktuationen

$$\hat{u}(x, y) = \frac{i}{\bar{\rho}\omega} \frac{\partial \hat{p}(x, y)}{\partial x}, \quad (7.6)$$

$$\hat{v}(x, y) = \frac{i}{\bar{\rho}\omega} \frac{\partial \hat{p}(x, y)}{\partial y}. \quad (7.7)$$

Die Schwankungsgrößen im Zeitbereich

$$p'(x, y, t) = \Re(\hat{p}(x, y) e^{i\omega t}), \quad (7.8)$$

$$u'(x, y, t) = \Re(\hat{u}(x, y) e^{i\omega t}), \quad (7.9)$$

$$v'(x, y, t) = \Re(\hat{v}(x, y) e^{i\omega t}) \quad (7.10)$$

folgen aus dem harmonischen Ansatz.

Die allgemeine Lösung für das Druckfeld \hat{p} aus Glg. (7.5) ist in Glg. (2.27) gegeben. Betrachtet man nur eine einzige Mode, verschwindet die Summe und damit die Superposition. Glg. (2.27) vereinfacht sich zu

$$\hat{p}(x, y) = J_m(\delta_a r(x, y)) \exp(i m \phi(x, y)). \quad (7.11)$$

Die charakteristischen Werte für die T1 Mode sind $m = \pm 1$ und $\delta_a = 1,841/R$ (Harrje und Reardon, 1972), vgl. Kapitel 2.1, und die Druckschwankung wird beschrieben durch

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, y) = & A_+ J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(+i\phi(x, y)) \\ & + A_- J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(-i\phi(x, y)). \end{aligned} \quad (7.12)$$

Die Amplituden der beiden orthogonalen T1 Moden sind mit A_+ und A_- bezeichnet. Stehende Moden zeichnen sich durch $A_+ = A_-$ aus, rotierende Moden mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit durch $A_+ = 0$ oder $A_- = 0$. Details hierzu sind in Kapitel A.4 im Anhang zu finden. Mittels Koordinatentransformation

$$x = r \cos \phi, \quad (7.13)$$

$$y = r \sin \phi \quad (7.14)$$

erfolgt die Umrechnung von Zylinder- in kartesische Koordinaten.

Das Verschiebungsfeld (x_d, y_d) berechnet sich aus der Integration der Schnelleschwankungen

$$x_d(x, y, t) = x + x'(x, y, t) = x + \int_0^t u'(x, y, \tau) d\tau, \quad (7.15)$$

$$y_d(x, y, t) = y + y'(x, y, t) = y + \int_0^t v'(x, y, \tau) d\tau. \quad (7.16)$$

Die Verschiebung in x -Richtung wird durch x_d und die Verschiebung in y -Richtung durch y_d beschrieben.

7.2.2 Energiebetrachtung und Wachstumsraten

Ausgehend von einer mittleren Wärmefreisetzung $q_m(x, y)$, die auf der Verschiebung „reitet“, gilt für die Wärmefreisetzung allgemein

$$q(x, y, t) = q_m(x - x'(x, y, t), y - y'(x, y, t)). \quad (7.17)$$

Analog zum Ansatz Green'scher Funktionen (Rade et al., 2000) lässt sich Glg. (7.17) umformulieren in

$$q(x, y, t) = \int q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) \delta(\tilde{x} - (x - x'(x, y, t)), \tilde{y} - (y - y'(x, y, t))) d\tilde{V}. \quad (7.18)$$

Durch Einsetzen von Glg. (7.18) in Glg. (2.44) erhält man für das Rayleigh-

Integral den Ausdruck

$$\begin{aligned}
\frac{1}{T} \int \int_0^T p' q' dT dV &= \frac{1}{T} \int \int_0^T p' (q - \bar{q}) dT dV \\
&= \frac{1}{T} \int \int_0^T p' q dT dV - \frac{1}{T} \int \underbrace{\bar{q} \int_0^T p' dT dV}_{=0} \\
&= \frac{1}{T} \int \int_0^T p' (x, y, t) q(x, y, t) dT dV \\
&= \frac{1}{T} \int \int_0^T p' (x, y, t) \int q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) \\
&\quad \delta(\tilde{x} - (x - x'(x, y, t)), \tilde{y} - (y - y'(x, y, t))) d\tilde{V} dT dV \\
&= \frac{1}{T} \int \int_0^T \int p' (x, y, t) q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) \\
&\quad \delta(\tilde{x} - (x - x'(x, y, t)), \tilde{y} - (y - y'(x, y, t))) d\tilde{V} dT dV \\
&= \frac{1}{T} \int \int_0^T \int p' (x, y, t) q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) \\
&\quad \delta((\tilde{x} + x'(x, y, t)) - x, (\tilde{y} + y'(x, y, t)) - y) d\tilde{V} dT dV.
\end{aligned} \tag{7.19}$$

Unter der Annahme dass die Flammenfront und damit die Zone der instantanen Wärmefreisetzung dünn ist, gilt $x'(x, y) = x'(\tilde{x}, \tilde{y})$ sowie $y'(x, y) = y'(\tilde{x}, \tilde{y})$. In anderen Worten: Änderungen in der Verschiebung über die Flammendicke l_f

$$\frac{\partial x'}{\partial x} l_f \leq x', \quad \frac{\partial x'}{\partial y} l_f \leq x', \quad \frac{\partial y'}{\partial x} l_f \leq y', \quad \frac{\partial y'}{\partial y} l_f \leq x' \tag{7.20}$$

sind vernachlässigbar. Daraus folgt für das Rayleigh-Integral

$$\begin{aligned}
\frac{1}{T} \int \int_0^T p' q dT dV &= \frac{1}{T} \int \int_0^T \int p' (x, y, t) q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) \\
&\quad \delta((\tilde{x} + x'(\tilde{x}, \tilde{y}, t)) - x, (\tilde{y} + y'(\tilde{x}, \tilde{y}, t)) - y) d\tilde{V} dT dV.
\end{aligned} \tag{7.21}$$

Dieser Schritt ist in Abb. 7.5 veranschaulicht: Anstatt die Wärmefreisetzung zu verschieben und das Integral am ausgelenkten Ort (blau) auszuwerten, werden die Druckfluktuationen auf den mittleren Ort der Wärmefreisetzung (rot) projiziert und das Rayleigh-Kriterium wird dort ausgewertet.

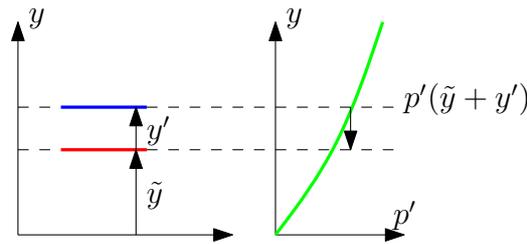


Abbildung 7.5: Transformation der Integration über Wärmefreisetzung und Druckfluktuation.

Das Integral über V in Glg. (7.21) kann dann ausgewertet werden und daraus resultiert

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int \int_0^T p' q dT dV \\ = \frac{1}{T} \int_0^T \int p'(\tilde{x} + x'(\tilde{x}, \tilde{y}, t), \tilde{y} + y'(\tilde{x}, \tilde{y}, t), t) q_m(\tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{V} dT \end{aligned} \quad (7.22)$$

beziehungsweise äquivalent dazu

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int \int_0^T p' q dT dV \\ = \frac{1}{T} \int_0^T \int p'(x + x'(x, y, t), y + y'(x, y, t), t) q_m(x, y) dV dT \end{aligned} \quad (7.23)$$

unter Umbenennung der Integrationsvariablen $(\tilde{x}, \tilde{y}) \rightarrow (x, y)$.

Nimmt man $q_m(x, y) = \tilde{q}$ an, folgt aus Glg. (7.23)

$$\frac{1}{T} \int \int_0^T p' q dT dV = \frac{1}{T} \tilde{q} \int_0^T \int p'(x + x'(x, y, t), y + y'(x, y, t), t) dV dT. \quad (7.24)$$

Wird nicht über das Volumen V integriert, erhält man das lokale Rayleigh-Kriterium

$$\frac{1}{T} \int_0^T p' q dT = \frac{1}{T} \tilde{q} \int_0^T p'(x + x'(x, y, t), y + y'(x, y, t), t) dT. \quad (7.25)$$

Setzt man eine spezifische Wärmefreisetzung von $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ bei Druckamplituden $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ beziehungsweise $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$, vgl. Glg. (7.12), an, lässt sich die anfachende Wirkung der Verschiebung als Funktion des Ortes darstellen und mit anderen Modellen, vgl. Kapitel 7.3.1 und Kapitel 7.3.2, vergleichen. Der Vergleich ist unabhängig von der Größenordnung der Wärmefreisetzung und der Amplitude des Drucks, da alle betrachteten Modelle

im relevanten Bereich in guter Näherung linear sind. Abb. 7.6 zeigt das lokale Rayleigh-Integral

$$\frac{1}{T} \int_0^T p' q' dt \quad (7.26)$$

für rotierende und Abb. 7.7 für stehende Moden. Das gesamte Feld ist positiv, dämpfende Bereiche existieren nicht. Den größten Wert erreicht das Rayleigh-Integral im Zentrum. Dort sind die Schnelleschwankungen maximal und damit die Verschiebungen groß, gleichzeitig existieren große Druckgradienten. Beides ist vorteilhaft für das Antriebspotential des Verschiebungsmodells. Die Zonen am Rand zeichnen sich durch geringe akustische Geschwindigkeiten aus und damit ist deren anfachende Wirkung gering. Im Fall von rotierenden Moden gibt es keine Zonen mit verschwindenden Schnelleschwankungen. Aufgrund der Geschwindigkeitskomponenten tangential zur Wand existiert selbst dort ein geringes Wachstumspotential. An den Positionen der Druckextrema stehender Moden an der Wand ist die akustische Schnelle immer null und damit verschwindet auch das Rayleigh-Integral.

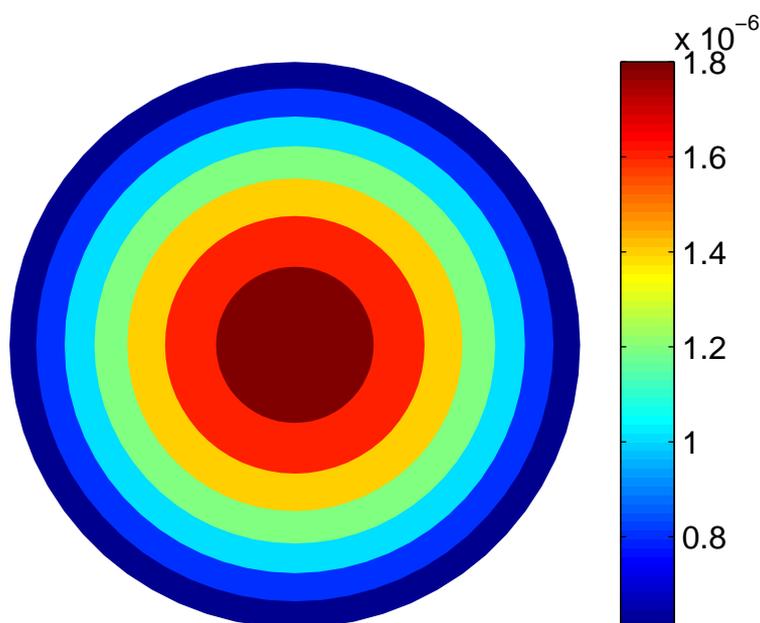


Abbildung 7.6: Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1$ Pa, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1$ W/m³ für das Verschiebungsmodell.

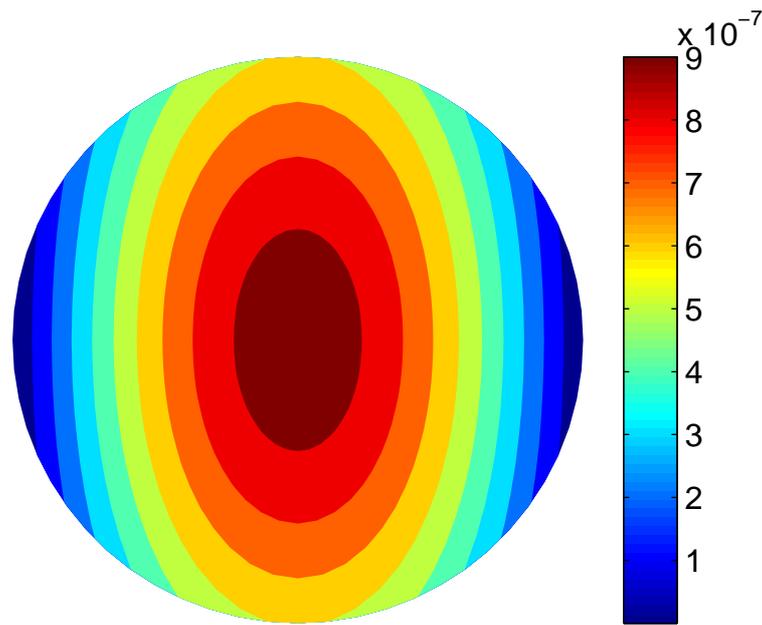


Abbildung 7.7: Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für das Verschiebungsmodell.

Das Verschiebungsmodell ist damit ein klassisches Beispiel für die Geschwindigkeitskopplung in der Thermoakustik. Das größte Wachstumspotential liegt in Bereichen hoher Schnelleschwankungen und großer Druckgradienten.

Konzentriert man die Wärmefreisetzung auf einen Kreis und wertet Glg. (7.23) dafür aus lassen sich für die experimentelle Konfiguration einfach Wachstumsraten abschätzen. Die mittlere, unausgelenkte Flammenposition wird mittels Kreisquerschnitt

$$x_f(\theta) = R_f \cos(\theta), \quad (7.27)$$

$$y_f(\theta) = R_f \sin(\theta) \quad (7.28)$$

approximiert. Die Wärmefreisetzung pro Länge auf dem Kreisring wird durch

$$q_s = H_u S_t \bar{\rho}_u \xi_b \quad (7.29)$$

abgeschätzt. Der untere Heizwert des Brennstoffs, hier Erdgas, ist mit H_u bezeichnet, die turbulente Flammengeschwindigkeit mit S_t , die mittlere Dichte im unverbrannten Gemisch mit $\bar{\rho}_u$ und der Brennstoffmassenbruch im Brennstoff-Luft-Gemisch mit ξ_b .

Nimmt man an, die Zone der Wärmefreisetzung „reitet“ auf der allgemeinen Verschiebung, so ist die Verschiebung der Flamme identisch mit der Verschiebung des Feldes, Glg. (7.15) und Glg. (7.16). Damit ergibt sich für die ausgelenkte Flammenposition

$$x_{f,d}(\theta, t) = x_f(\theta) + \int_0^t u'(x_f(\theta), y_f(\theta), \tau) d\tau, \quad (7.30)$$

$$y_{f,d}(\theta, t) = y_f(\theta) + \int_0^t v'(x_f(\theta), y_f(\theta), \tau) d\tau. \quad (7.31)$$

Der akustische Druck an der neuen – und damit verschobenen Flammenposition – zum Zeitpunkt t ist

$$p'(x_{f,d}(\theta, t), y_{f,d}(\theta, t), t). \quad (7.32)$$

Zur Veranschaulichung sind Druckfeld, Geschwindigkeitsvektoren und Verschiebung der Flammenposition in Abb. 7.8 und Abb. 7.9 dargestellt. Abb. 7.8 zeigt eine rotierende T1 Mode und Abb. 7.9 die entsprechende stehende Konfiguration. Die farbliche Codierung des akustischen Drucks ist wie folgt zu lesen: Rot steht für einen positiven akustischen Druck, blau für einen negativen und in grünen Bereichen ist der akustische Druck zum betrachteten Zeitpunkt null. Für die rotierende Mode, Abb. 7.8, ist der verschobene Kreisring (blau) immer in Richtung positiver Druckfluktuation verschoben. Der Kreisring präzediert um seine unausgelenkte Position (rot).

Für den Fall der stehenden Mode, Abb. 7.9, oszilliert der Kreisring mit dem Druck von rechts nach links und umgekehrt. Auch hier gilt, dass die Verschiebung in Phase mit dem Druck ist, also die Flamme in Richtung des höheren Drucks verschoben ist.

Vernachlässigt man akustische Flüsse und bezieht das Rayleigh-Integral auf die akustische Energie im zylindrischen Rohr, lassen sich daraus Abklingbeziehungsweise Aufklingraten ableiten. Verglichen mit gemessenen Dämpfungsraten, siehe Kapitel 6.1, ergeben diese eine Aussage über die Signifikanz des beschriebenen Verschiebungseffekts.

Die differentielle Form der akustischen Energiegleichung, Glg. (2.40)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p' p'}{2\bar{\rho}\bar{a}^2} + \frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (p' u_i') = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho}\bar{a}^2} p' q' \quad (7.33)$$

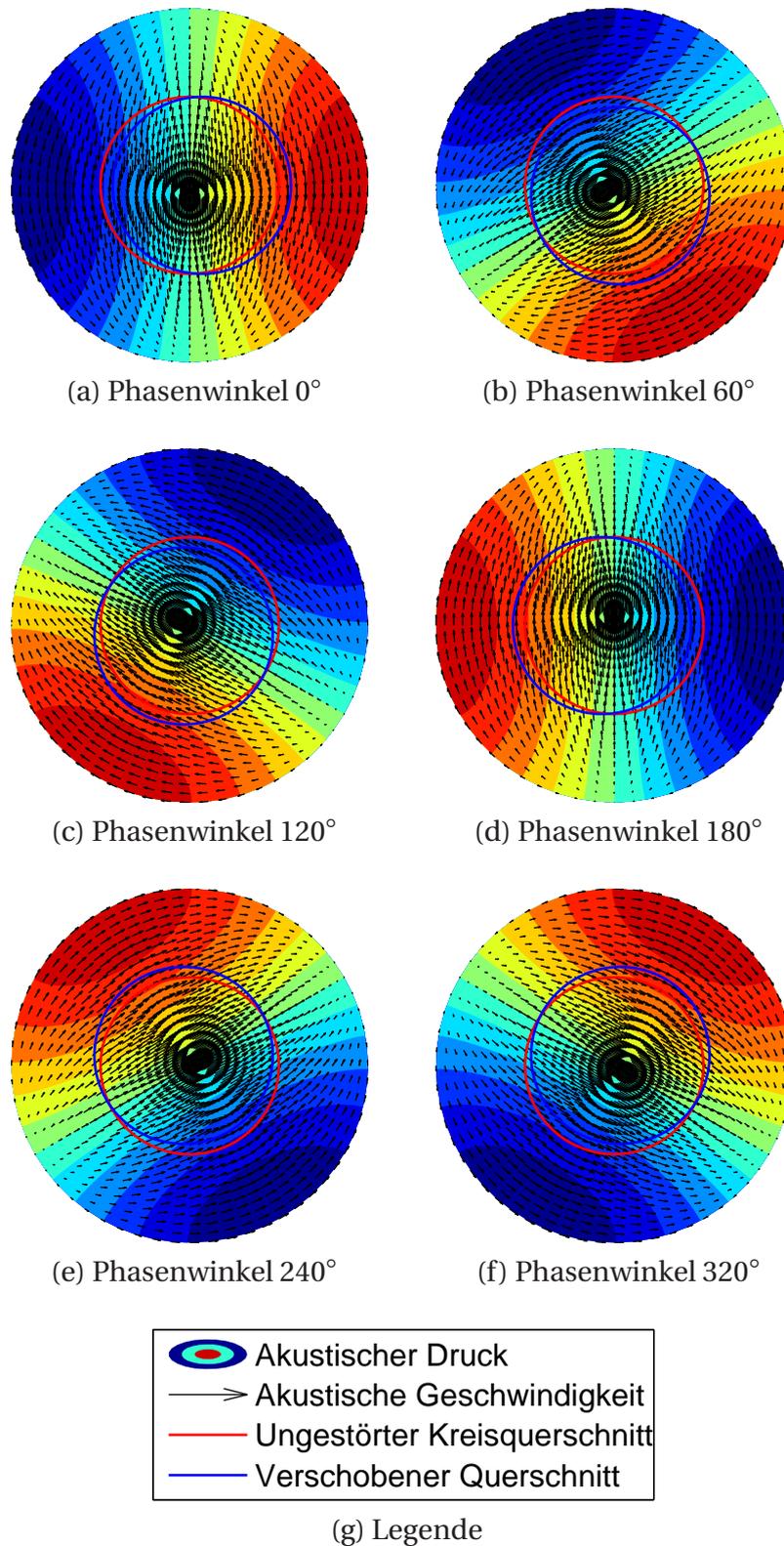


Abbildung 7.8: Druckfeld mit Geschwindigkeitsvektoren einer rotierenden transversalen Mode plus Verschiebung eines Kreisquerschnitts.

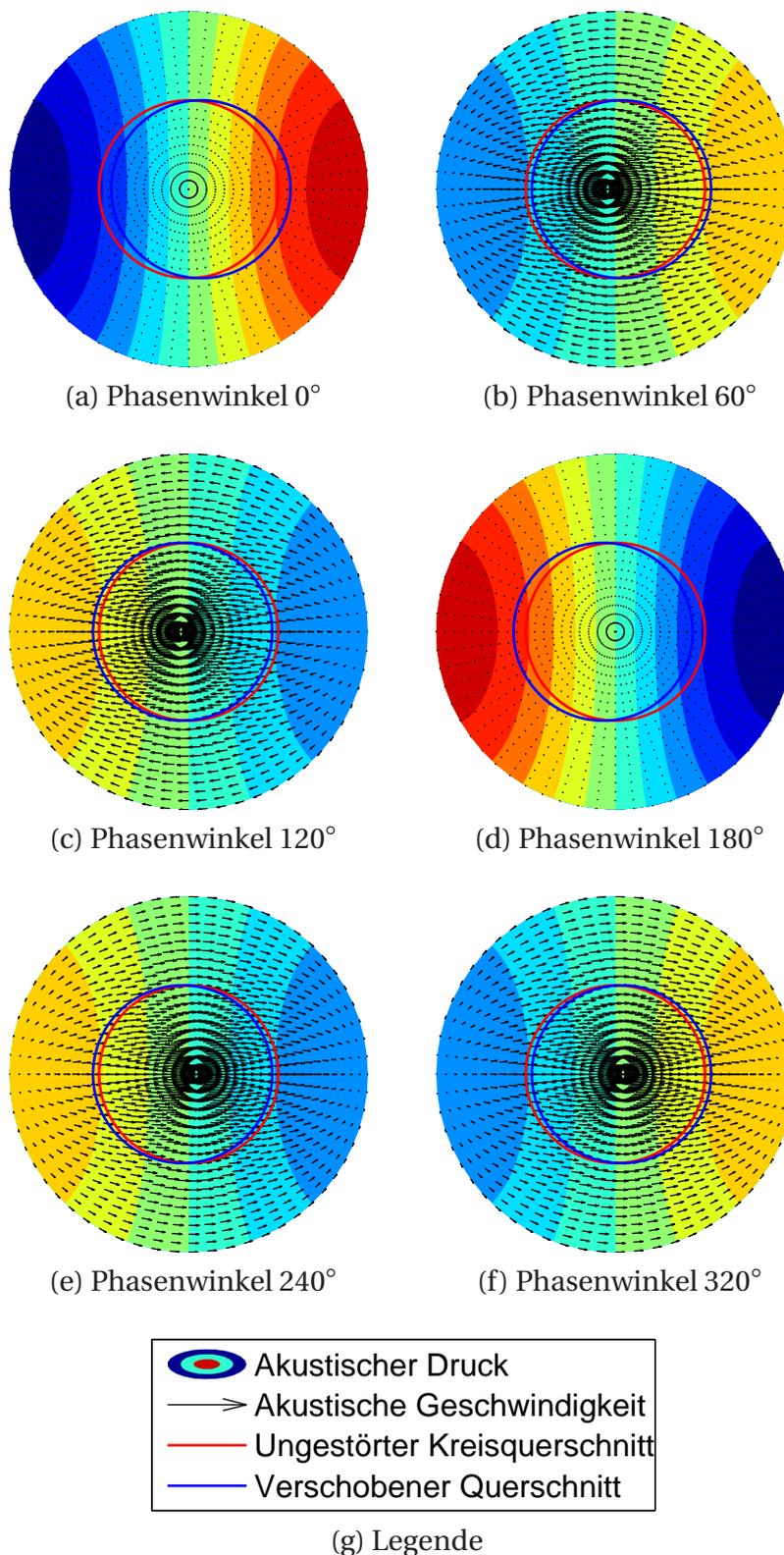


Abbildung 7.9: Druckfeld mit Geschwindigkeitsvektoren einer stehenden transversalen Mode plus Verschiebung eines Kreisquerschnitts.

integriert über einen Kreisquerschnitt unter Annahme verschwindender Gradienten in axialer Richtung, also z -Invarianz, liefert

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\frac{p' p'}{2\bar{\rho}\bar{a}^2} + \frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2} \right) r dr d\phi \\ = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho}\bar{a}^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} p' q' r dr d\phi. \end{aligned} \quad (7.34)$$

Die Annahme von z -Invarianz ist gleichbedeutend mit der Vernachlässigung von akustischen Flüssen über die Ränder und damit dämpfenden Effekten. Die akustische Energie, definiert als Integral über den Querschnitt pro Länge in z -Richtung

$$E = \int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\frac{p' p'}{2\bar{\rho}\bar{a}^2} + \frac{\bar{\rho} u_i'^2}{2} \right) r dr d\phi, \quad (7.35)$$

ist abgeleitet von der spezifischen akustischen Energie e , vgl. Glg. (2.41) in Kapitel 2.2. Angewandt auf Glg. (7.34) ergibt sich für die Zeitableitung der akustischen Energie

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho}\bar{a}^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} p' q' r dr d\phi. \quad (7.36)$$

Die Wachstumsrate ist definiert als Zeitableitung der akustischen Energie bezogen auf die Energie (Fiala, 2010)

$$\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho}\bar{a}^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} p' q' r dr d\phi. \quad (7.37)$$

Das integrale Rayleigh-Kriterium

$$\int_0^R \int_0^{2\pi} (p' q') r dr d\phi = \int_0^R \int_0^{2\pi} ((q - \bar{q}) p') r dr d\phi \quad (7.38)$$

ist zentraler Bestandteil der Wachstumsrate, vgl. rechte Seite von Glg. (7.37).

Für eine kreisringförmige mittlere beziehungsweise ungestörte Wärmefreisetzungszone gilt im Speziellen: Die mittlere Wärmefreisetzung \bar{q} ist symmetrisch. Da das instantane Druckfeld einer T1 Mode asymmetrisch ist, vereinfacht sich das Rayleigh-Integral, Glg. (7.38), zu

$$\int_0^R \int_0^{2\pi} (p' q') r dr d\phi = \int_0^R \int_0^{2\pi} (q p') r dr d\phi. \quad (7.39)$$

Wertet man die Wachstumsrate, Glg. (7.37), unter Annahme einer stöchiometrischen Verbrennung bei Betriebsbedingungen vergleichbar dem Experiment aus, ergeben sich Wachstumsraten $dE/dt/E$ als Funktion der Zeit t wie in Abb. 7.10 dargestellt. Für rotierende Moden ergibt sich keine Zeitabhängigkeit. Die Wachstumsrate stehender Transversalmoden oszilliert. Im rotierenden Fall dreht sich die Wärmefreisetzung synchron mit dem Druck. Die Flamme ist permanent ausgelenkt. Treten bei einer stehenden T1 Mode gerade maximale Geschwindigkeiten auf, ist die Flamme zu diesem Zeitpunkt nicht ausgelenkt und der akustische Druck verschwindet. Folglich ist der Beitrag zum Rayleigh-Kriterium dann gerade null. Die Wachstumsrate der rotierenden Mode entspricht in etwa dem Mittelwert der stehenden – auch wenn wie später ersichtlich das Rayleigh-Integral der rotierenden größer ist: Die rotierende Mode besitzt – im Vergleich zur Stehenden – die doppelte akustische Energie. Wachstumsraten sind proportional zum Rayleigh-Integral, aber auf die akustische Energie normiert, vgl. Glg. 7.37. Folglich stehen unterschiedliche Rayleigh-Integrale aber vergleichbare Wachstumsraten nicht im Widerspruch. Die Größenordnung der berechneten Wachstumsraten ist in etwa vergleichbar mit den gemessenen Dämpfungsraten, siehe Kapitel 6.1. Wichtig beim Vergleich der Werte ist, dass die Wachstumsraten $dE/dt/E$ hier auf Grundlage der akustischen Energie ermittelt wurden, die Abklingraten α in Kapitel 6.1 das Abklingverhalten des Drucks beschreiben. Aus der Herleitung (Fiala, 2010) ergibt sich, dass die energetische Wachstumsrate zweimal so groß ist wie das Druckwachstum. Im Gleichgewicht wäre damit unter Vernachlässigung aller anderen Effekte $dE/dt/E = 2\alpha$. Die Wachstumsrate ist hier unabhängig von der Druckamplitude, da für die akustische Energie $E \propto p'^2$ gilt und im Rayleigh-Integral $p'q' \propto p'^2$ ist (Schwing et al., 2012).

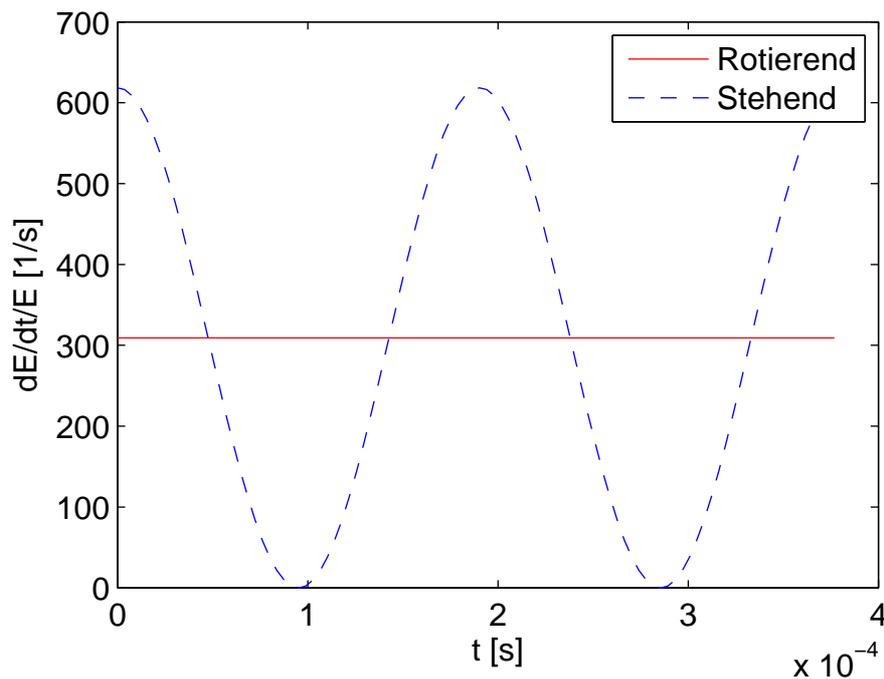


Abbildung 7.10: Wachstumsraten der Instabilität unter Annahme einer kreisförmigen Wärmefreisetzungzone.

7.3 Adiabate Kompression

Die adiabate Kompression wurde als mögliche Ursache für hochfrequente Instabilitäten bereits durch Blackshear et al. (1953) in Betracht gezogen. Je höher die Frequenzen desto schwieriger ist deren tatsächlicher Einfluss aber abzuschätzen. Die Verweilzeit in der Vorwärmzone und die Umsetzung in der Reaktionszone sind größer als die Periodendauer einer Schwingung. In der Literatur sind diverse Studien zum Einfluss von Druckschwankungen auf vorgemischte Flammen zu finden. Die Wechselwirkung von Druckstörungen und vorgemischten Flammen untersuchten Batley et al. (1993). Hood und Frendi (2005) beschreiben den Einfluss periodischer Druckschwankungen auf Vormischflammen. Analytische Modelle zur Frequenzantwort einer laminaren eindimensionalen Flamme sind bereits bei Sklyarov und Furtleov (1975) zu finden. Die Wechselwirkung von Akustik und Gegenstrom-Diffusionsflammen unterschiedlicher Konfiguration und der Einfluss der Reaktionschemie darauf im Zusammenhang mit selbsterregten hochfrequenten Pulsationen werden in Zambon und Chelliah (2006, 2007) beschrieben. Speziell mit der Flammenantwort auf hochfrequente akustische Anregung beschäf-

tigen sich Shreekrishna und Lieuwen (2009).

Die Diskussion hier beschränkt sich – wie bereits erwähnt – auf zwei Grenzfälle: Das quasistationäre Verhalten und den instationären, aber perfekt gerührten Fall. Die quasistationäre Annahme geht davon aus, dass Flamme, Flammengeschwindigkeit und Reaktionsumsatz instantan auf eine isentrope beziehungsweise adiabate Kompression aufgrund von Druckfluktuationen reagieren. Der quasistationäre Fall ist vergleichsweise einfach und mehr als Abschätzung des maximalen Potentials denn als exakte Approximation zu sehen. Der perfekt gerührte Fall berücksichtigt zeitliche Änderungen in Druck und Temperatur bei der Berechnung der Wärmefreisetzung, die deflagrative Flammenausbreitung wird aber nicht abgebildet.

7.3.1 Flammengeschwindigkeitsbasiertes Modell

Ein einfaches Modell der turbulenten Flammengeschwindigkeit ist der so genannte Flamelet Ansatz

$$\frac{S_t}{S_l} = \frac{A_{flamelets}}{\bar{A}} \quad (7.40)$$

(Turns, 2000). Das Verhältnis aus der turbulenten Flammengeschwindigkeit S_t und der laminaren Flammengeschwindigkeit S_l entspricht dem Verhältnis aus der instantanen gekrümmten Fläche $A_{flamelets}$ und der mittleren Flammenfläche \bar{A} . Approximiert werden kann dieses Verhältnis mittels

$$\frac{S_t}{S_l} = 1 + \frac{u'_{RMS}}{S_l} \quad (7.41)$$

(Sattelmayer, 2008; Turns, 2000) durch die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit u'_{RMS} . Ziel ist hier nicht die Suche nach einem möglichst detaillierten Modell für die Flammengeschwindigkeit, sondern nach einer Abschätzung, die eine analytische und damit anschauliche Betrachtung zulässt. Komplexe Modelle für die Flammengeschwindigkeit sind hier nicht zielführend und werden deshalb an dieser Stelle auch nicht betrachtet. Unter Beibehaltung der gleichen mittleren Betriebsbedingungen und damit desselben Turbulenzniveaus für u'_{RMS} können Änderungen in der turbulenten Flammengeschwindigkeit S_t durch $S_t \propto S_l$, was der Annahme $A_{flamelets}/\bar{A}$ ist konstant entspricht, nach oben hin abgeschätzt werden. Die Abschätzung der oberen Grenze er-

folgt, um später das maximale Potential für das Rayleigh-Integral zu identifizieren, ohne die Betrachtung zu stark differenzieren zu müssen. Realistischer wäre auf den ersten Blick die Approximation $S_t \approx u'_{RMS}$, für die adiabate Kompression ist der Zusammenhang aber nicht zielführend.

Laminare Flammengeschwindigkeiten bei unterschiedlichen Vorheiztemperaturen und Umgebungsdruck – wie sie durch isentrope Kompression aus den Referenzbedingungen bei 300°C und 1 bar hervorgehen – wurden in Cantera (Goodwin, 2003) berechnet. Als Reaktionsmechanismus wurde GRI 3.0 (Smith et al., 2012) verwendet. Abb. 7.11 zeigt die laminare Flammengeschwindigkeit S_l mal Dichte ρ als Funktion der Vorheiztemperatur. Für die weitere analytische Betrachtung wurde der quasistationäre Trend aus Abb. 7.11 durch die Zahlenwertgleichung

$$S_l [\text{m/s}] \rho [\text{kg/m}^3] = 0,004243 \cdot T_{vor} [\text{K}] - 1.723952 \quad (7.42)$$

approximiert.

Unter der Annahme dass die Wärmefreisetzung direkt proportional zur laminaren Flammengeschwindigkeit ist, was wie bereits erwähnt einer Abschätzung nach oben hin entspricht – Begründung für diese grobe Abschätzung

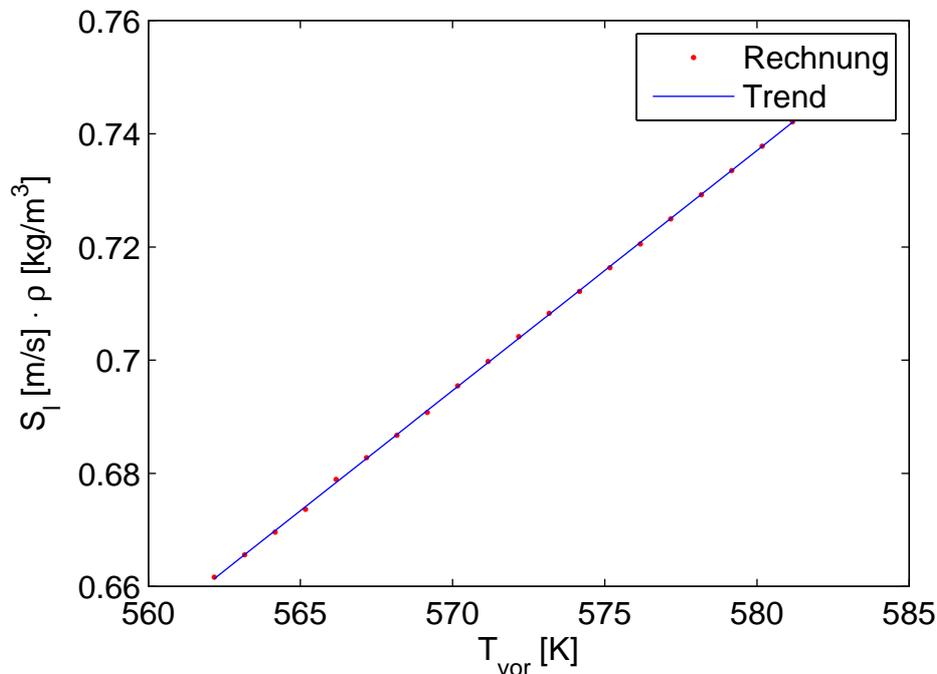


Abbildung 7.11: Laminare Flammengeschwindigkeit als Funktion der Vorheiztemperatur.

oben, gilt abgeleitet von Glg. (7.29) bei konstantem Heizwert H_u und Brennstoffmassenbruch ξ_b für die Fluktuation der Wärmefreisetzung q' der Zusammenhang

$$\frac{q'}{\bar{q}} = \frac{(S_l \rho)'}{\bar{S}_l \bar{\rho}} \quad (7.43)$$

(Polifke, 2004). Die mittlere Flammengeschwindigkeit \bar{S}_l entspricht der laminaren Flammgeschwindigkeit bei der Vorheiztemperatur 300°C und bei einem Umgebungsdruck von 1 bar. Gleiches gilt für die mittlere Dichte $\bar{\rho}$. Die Schwankungen des Produkts aus Flammengeschwindigkeit und Dichte $(S_l \rho)' = S_l \rho - \bar{S}_l \bar{\rho}$ ist ebenfalls darauf bezogen.

Nimmt man eine mittlere Wärmefreisetzung von $\bar{q} = 1 \text{ W/m}^3$ und Druckamplitude $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ beziehungsweise $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$, vgl. Glg. (7.12), an, erhält man mittels Glg. (7.42) und Glg. (7.43) eine geschlossene Beschreibung der Wechselwirkung von Wärmefreisetzung und Akustik unter den getroffenen Annahmen. Die Ergebnisse der lokalen Auswertung des Rayleigh-Kriteriums

$$\frac{1}{T} \int_0^T p' q' dt \quad (7.44)$$

sind in Abb. 7.12 und Abb. 7.13 dargestellt. Abb. 7.12 für eine rotierende T1 Mode ist aufgrund der identischen Normierung der Zahlenwerte direkt vergleichbar mit dem Verschiebungsmodell, Abb. 7.6. Die Ergebnisse des Flammengeschwindigkeits-Modells für die stehende Mode, Abb. 7.13, sind mit Abb. 7.7 zu vergleichen.

Für Druckschwankungen mit Amplituden verschieden von $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ beziehungsweise $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ können die Werte des lokalen Rayleigh-Integrals aufgrund des annähernd linearen Verhaltens sowohl in Abb. 7.6 und Abb. 7.7 für das Verschiebungsmodell als auch in Abb. 7.12 und Abb. 7.13 für das flammengeschwindigkeitsbasierte Modell mit dem Quadrat der entsprechenden Amplitude multipliziert werden.

7.3.2 Rührreaktormodell

Die idealisierte Annahme des quasistationären Verhaltens kann aufgelöst werden, wenn die Verbrennung nicht als Flammenfront, sondern als ideal ge-

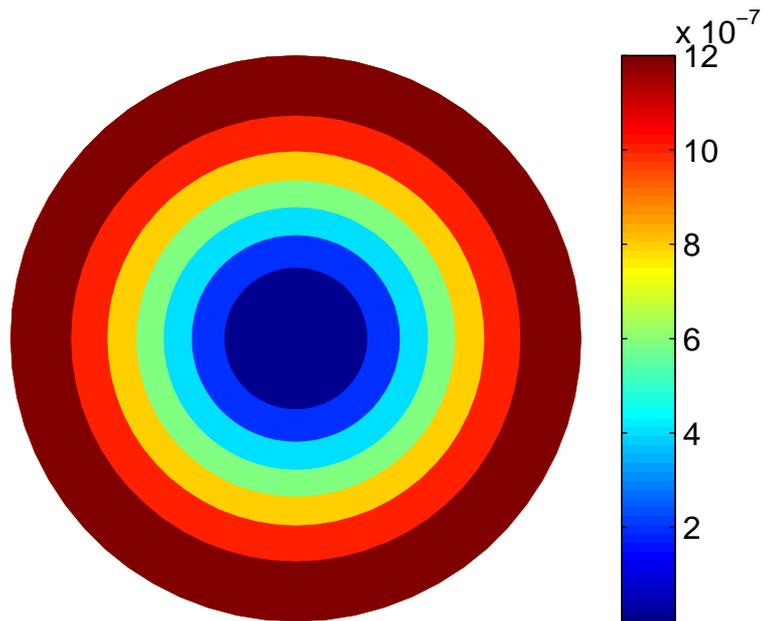


Abbildung 7.12: Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1$ Pa, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1$ W/m³ für fluktuierende Flammengeschwindigkeiten.

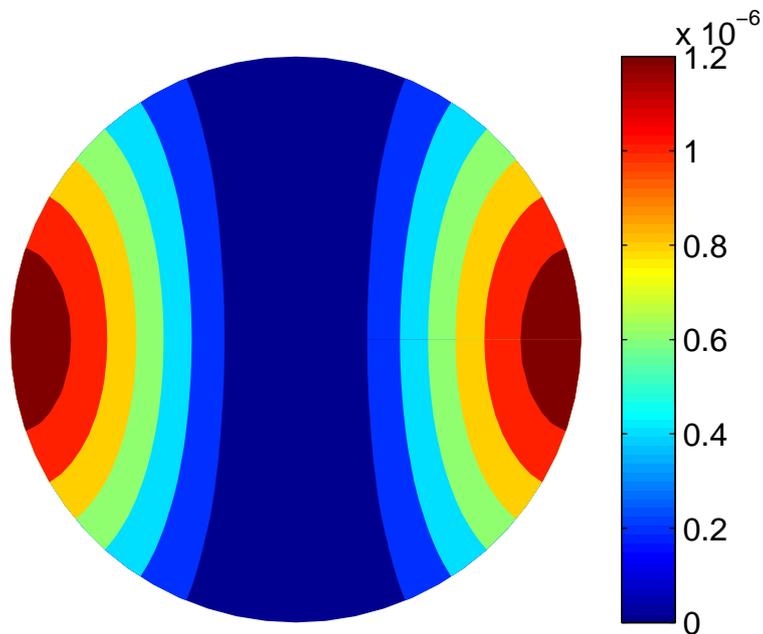


Abbildung 7.13: Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5$ Pa und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1$ W/m³ für fluktuierende Flammengeschwindigkeiten.

rührter Behälter betrachtet wird. Die deflagrative Flammenausbreitung wird dadurch allerdings komplett vernachlässigt, nur Selbstzündvorgänge werden berücksichtigt. Eine detaillierte Beschreibung des Modells ist in Zellhuber et al. (2011) zu finden – inklusive möglicher analytischer Approximationen. Für die Berechnung wird hier exemplarisch eine Mischung aus 50 Prozent Abgas und 50 Prozent Frischgas verwendet. Abgas und Frischgas gehen jeweils von einer stöchiometrischen Mischung von Methan und Luft aus. Für abweichende Mischungsverhältnisse und Luftzahlen ist der beobachtete Effekt in seiner Größenordnung aber vergleichbar. Das Abgas entspricht dem Gleichgewichtszustand der Mischung. Der Reaktorraum mit Frischgas und Abgas wird durch eine flexible aber adiabate Wand mit einer Frequenz von 3 kHz oszillierend bedrückt. Im Reaktorraum entspricht dies, solange keine Stoffumwandlung stattfindet, einer adiabaten, reversiblen – also isentropen – Kompression. Wärmefreisetzung und Druckfluktuation sind exemplarisch in Abb. 7.14 dargestellt. Die Wärmefreisetzung wurde dazu mit dem integralen Wert über den gesamten Reaktionsverlauf normiert. Abb. 7.14 zeigt, dass hier ein Großteil der Wärme in kurzer Zeit freigesetzt wird, aber sich der Zündverzug über mehrere Perioden der Oszillation erstreckt.

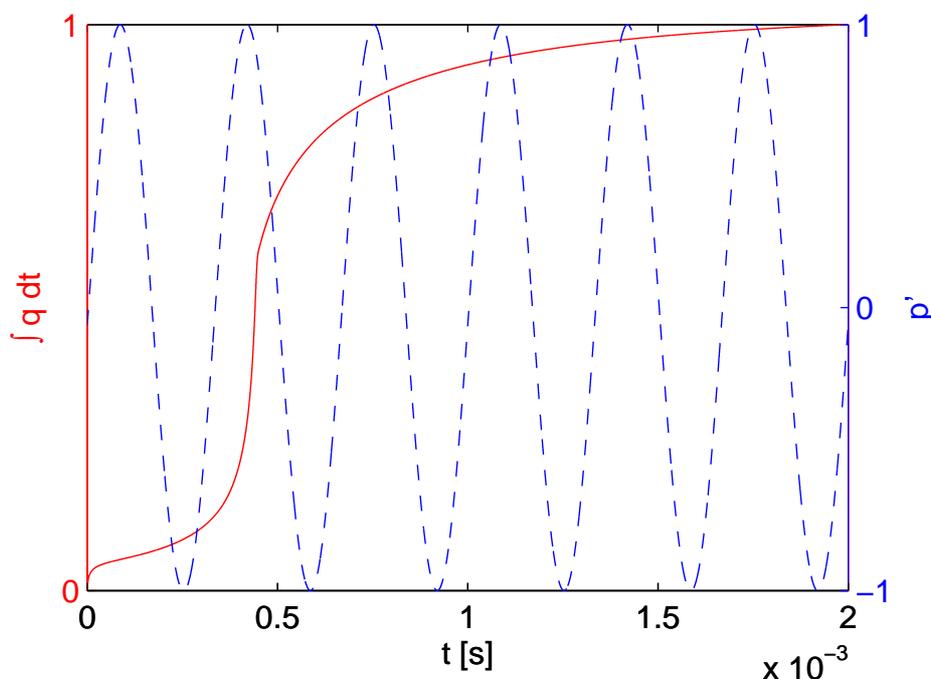


Abbildung 7.14: Normierte kumulierte mittlere Wärmefreisetzung und normierte Druckfluktuation (Phasenwinkel $\phi = 0$) für adiabate Kompression.

Das Rayleigh-Integral als Funktion des Phasenwinkels der Druckschwankung bei der Initialisierung der Mischung zeigt Abb. 7.15. Das Rayleigh-Integral ist dabei auf die gesamte Wärmefreisetzung normiert und mit dem Quadrat der Druckamplitude $|\hat{p}|$ skaliert. Die dargestellte Kurve ist damit in erster Näherung unabhängig von der Druckamplitude selbst, da auch hier – vergleichbar dem Verschiebungsmodell und der Flammengeschwindigkeit – das Rayleigh-Integral mit $|\hat{p}|^2$ skaliert. Alle drei Modelle verhalten sich damit in erster Näherung linear. Der Mittelwert des dargestellten Rayleigh-Kriteriums beträgt $3,6 \times 10^{-9} \text{ W/m}^3 \cdot \text{N/m}^2$ bei einer Druckamplitude von $|\hat{p}| = 1 \text{ Pa}$ und einer Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ und ist deutlich positiv; folglich kann die adiabate Kompression auch hier zu einem Wachstum der Oszillationen im thermoakustischen Sinn führen.

Das Modell des Rührreaktors angewandt auf rotierende und stehende Transversalmoden zeigen Abb. 7.16 und Abb. 7.17. Qualitativ ist das Verhalten ähnlich dem Flammengeschwindigkeits-Modell und damit typisch für die Druckkopplung. Die absoluten Werte des Rayleigh-Integrals liegen aber Größenord-

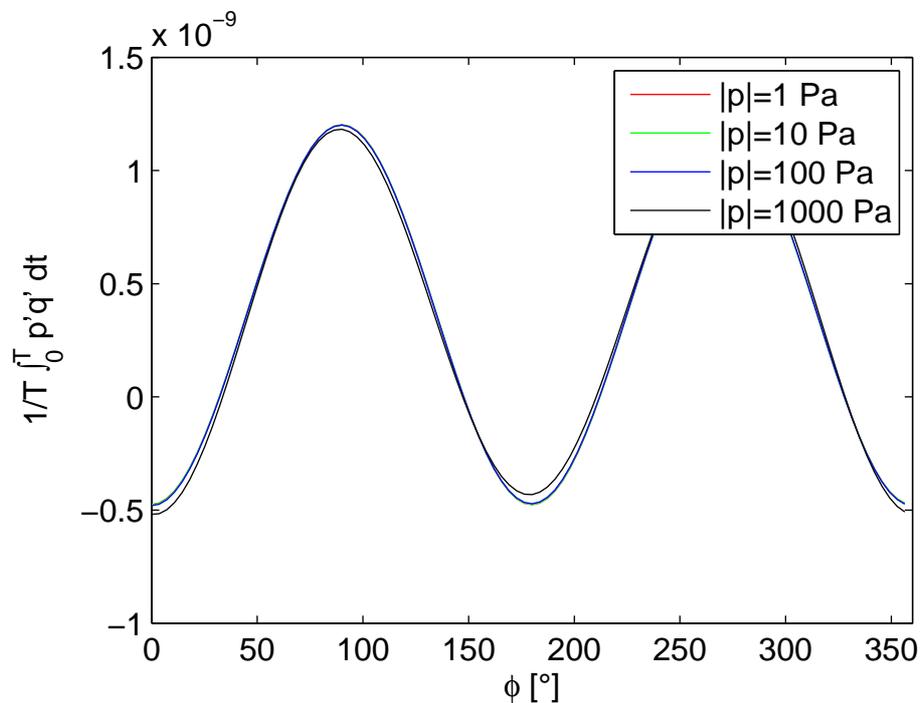


Abbildung 7.15: Rayleigh-Integral für adiabate Kompression auf Druckamplitude $\hat{p} = 1 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ normiert als Funktion des Phasenwinkels.

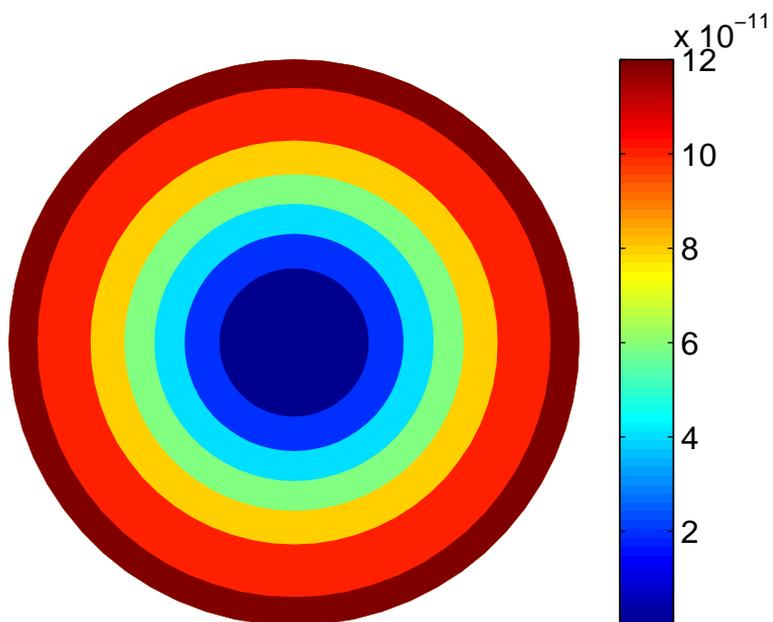


Abbildung 7.16: Lokales Rayleigh-Integral für rotierende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = 1 \text{ Pa}$, $A_- = 0$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für adiabate Kompression.

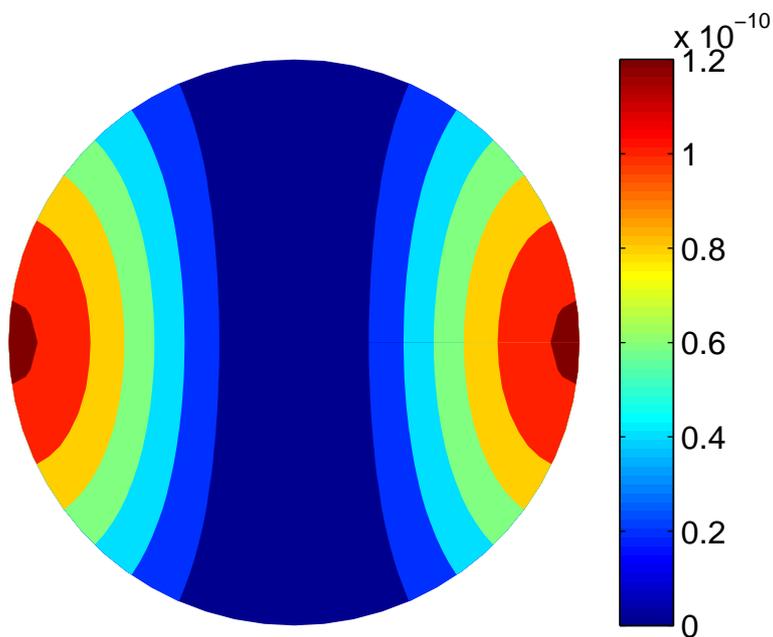


Abbildung 7.17: Lokales Rayleigh-Integral für stehende T1-Mode mit Druckamplitude $A_+ = A_- = 0,5 \text{ Pa}$ und Wärmefreisetzung pro Volumen $\tilde{q} = 1 \text{ W/m}^3$ für adiabate Kompression.

nungen darunter. Effekte der Selbstzündung auf die thermoakustische Wechselwirkung sind gering.

7.4 Bewertung der Modelle

Vergleicht man die Größenordnungen der Rayleigh-Integrale für das Verschiebungsmodell mit den beiden Modellen der adiabaten Kompression, so dominieren das Verschiebungsmodell und das flammengeschwindigkeitsbasierte Modell. Bei normierter Druckamplitude und Wärmefreisetzung liegt das Maximum des Rayleigh-Integrals $1/T \int_0^T p' q' dt$ für das Verschiebungsmodell bei $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2 \cdot \text{W/m}^3$. Das flammengeschwindigkeitsbasierte Modell sagt eine maximale Kopplung von $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2 \cdot \text{W/m}^3$ voraus, beim Rührreaktormodell sind es $1,2 \cdot 10^{-10} \text{ N/m}^2 \cdot \text{W/m}^3$. Das quasistationäre Flammengeschwindigkeitsmodell erzielt ähnliche Werte wie das Verschiebungsmodell, ist aber in vielfacher Hinsicht eine Abschätzung nach oben. Der Rührreaktor sagt eine Wechselwirkung voraus, die Signifikanz ist aber als gering einzuschätzen.

Eine differenziertere Betrachtung des flammengeschwindigkeitsbasierten Modells ergibt, dass etwa 50 Prozent des Beitrags zum Rayleigh-Integral aus quasistationären Schwankungen in der Flammengeschwindigkeit S_t beziehungsweise S_l kommen, die zweite Hälfte tragen Massenstromschwankungen – hier durch die Dichte ρ berücksichtigt – bei. Numerische Arbeiten, die auf Zellhuber et al. (2012) aufbauen, bestätigen den Einfluss der Dichte beziehungsweise Massenstromschwankungen. Induzierte Schwankungen in der Flammengeschwindigkeit existieren, sind aber weniger bedeutend und können abhängig von der Konfiguration anfachend oder dämpfend wirken.

Unabhängig davon unterscheiden sich adiabate Kompression und Verschiebung in der Art der Kopplung: Das Verschiebungsmodell basiert auf der Geschwindigkeits beziehungsweise Schnellekopplung. Im Fall der adiabaten Kompression liegt eine Druckkopplung vor. Treibende Kraft für die thermoakustische Wechselwirkung ist im einen Fall die akustische Schnelle und im anderen die Druckoszillation, vgl. Richecoeur (2006). Das Verschiebungsmodell sagt infolgedessen ein hohes Potential für ein instabiles Verhalten vorher, wenn die Wärmefreisetzung primär in Zonen hoher Schnelleschwankungen stattfindet. Dieses Verhalten stimmt mit den experimentellen Beobach-

tungen überein: Ein geringer Drall führt zu mehr Wärmefreisetzung in der Nähe der Brennerachse und gleichzeitig zu einem instabileren Verhalten. Eine Änderung der radialen Brennstoffverteilung, vgl. Kapitel 6.3, bestätigt dies: Weniger Brennstoff auf der Achse, dafür mehr in den Außenbereichen, führt zu einem stabileren Verhalten und ist damit konsistent mit dem Verschiebungsmodell beziehungsweise der Geschwindigkeitskopplung allgemein.

Aus dem Experiment alleine kann nicht auf die relative Bedeutung der modellierten Effekte für die thermoakustische Kopplung geschlossen werden. Erst die gemeinsame Betrachtung von Modell und Experiment gibt Aufschluss über die Signifikanz: Wachstumsraten, die mit dem Verschiebungsmodell vorhergesagt werden, entsprechen gemessenen Dämpfungsraten. Im Vergleich der unterschiedlichen Wechselwirkungsmodelle dominiert das Verschiebungsmodell – insbesondere unter Berücksichtigung der Tatsache, dass das Flammengeschwindigkeitsmodell eine Abschätzung nach oben ist. Damit sagen die Modelle Tendenzen vorher, die so analog auch durch Experimente mit radialen Profilen in der Brennstoffverteilung nachgewiesen werden konnten: Die Geschwindigkeitskopplung ist stärker ausgeprägt als die Druckkopplung.

8 Zusammenfassung

Im Rahmen der experimentellen Untersuchung des thermoakustischen Verhaltens einer Drallflamme in einem zylindrischen Flammrohr gelang der Nachweis selbsterregter hochfrequenter Instabilitäten. Messungen des akustischen Drucks bestätigen die Existenz von Transversalmoden im Flammrohr. Eine systematische Variation der Betriebsparameter zeigt, dass hochfrequente Oszillationen über einen breiten, kontinuierlichen Betriebsbereich auftreten – vorwiegend bei hoher Leistung. Zeitaufgelöste Aufnahmen von Mie-Streuungsbildern ermöglichen die Identifikation von periodisch ablösenden Wirbeln, aber auch einer periodischen Verschiebung der Scherschichten mit der akustischen Schnelle – also akustisch induziert. Im OH* Signal, das als Indikator für die Wärmefreisetzung verwendet wird, ist die Wirbelstraße nicht detektierbar. Fluktuationen mit konstanter Phase in der Scherschicht und der darin stabilisierten Flamme sind messbar. Die Schwankungen in der OH*-Intensität korrelieren mit dem Drucksignal. Damit kommt die periodische Verschiebung als mögliche Ursache für die Instabilität in Frage, aber andere Möglichkeiten – z.B. chemisch beziehungsweise aus der Reaktion bedingte rein druckabhängige Schwankungen – sind deshalb nicht auszuschließen.

Zur detaillierten Analyse und Abschätzung der Größenordnung beziehungsweise Signifikanz wurden Wechselwirkungsmodelle für die Verschiebung und die adiabate Kompression erstellt. Aus den Modellen wurden Wachstumsraten beziehungsweise Rayleigh-Integrale ermittelt, die mit gemessenen Dämpfungsraten verglichen wurden. Das Verschiebungsmodell sagt ähnliche Werte vorher. Die periodische Verschiebung wäre damit in der Lage, genügend akustische Energie zu produzieren um die Dämpfung des Systems zu überwinden. Das Rayleigh-Kriterium wurde zum Vergleich der unterschiedlichen Modelle miteinander herangezogen: Die anfachende Wirkung aus dem Verschiebungsmodell ist signifikant höher verglichen mit der adiabaten Kompression im Rührreaktor, aber Schwankungen in der Flammengeschwindigkeit und Dichte sind nicht zu vernachlässigen. Zieht man in Betracht, dass das Flammengeschwindigkeitsmodell für die Wechselwirkung eine Abschät-

zung nach oben ist, dominiert aber auch hier die Verschiebung. Versuche mit unterschiedlichen radialen Brennstoffverteilungen bestätigen die Dominanz der Verschiebung.

Ein stichhaltiger experimenteller Nachweis des Verschiebungsmodells beziehungsweise der im thermoakustischen Sinne anfachenden Wirkung der periodischen Verschiebung der Flamme erfordert die lokale Messung der Wärme-freisetzung – in hoher zeitlicher Auflösung. Dies stellt mit Sicherheit eine Herausforderung für zukünftige Arbeiten auf dem Gebiet der transversalen Moden dar, dürfte aber wesentlich zum weiteren Erkenntnisgewinn beitragen.

ANHANG

A Herleitungen

A.1 Analytische Lösung der Wellengleichung in zylindrischen Geometrien

Die homogene Wellengleichung, Glg. (2.25), kann mittels Separationsansatz, Glg. (2.25), gelöst werden. Der Weg zur Lösung in einer zylindrischen Geometrie, Glg. (2.27), ist im Folgenden skizziert:

Ausgangspunkt ist die harmonische Wellengleichung

$$\frac{\omega^2}{\bar{a}^2} \hat{p} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial z^2} = 0. \quad (\text{A.1})$$

Setzt man den Separationsansatz

$$\hat{p} = A(r)B(\phi)C(z) \quad (\text{A.2})$$

in die harmonische Wellengleichung ein, erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{\bar{a}^2} A(r)B(\phi)C(z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A(r)}{\partial r} \right) B(\phi)C(z) \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B(\phi)}{\partial \phi^2} A(r)C(z) + \frac{\partial^2 C(z)}{\partial z^2} A(r)B(\phi) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

beziehungsweise

$$\frac{\omega^2}{\bar{a}^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A(r)}{\partial r} \right) \frac{1}{A(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B(\phi)}{\partial \phi^2} \frac{1}{B(\phi)} + \frac{\partial^2 C(z)}{\partial z^2} \frac{1}{C(z)} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Obige Gleichung kann in die beiden unabhängigen Gleichungen

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A(r)}{\partial r} \right) + \delta_a^2 A(r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B(\phi)}{\partial \phi^2} \frac{A(r)}{B(\phi)} = 0, \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial^2 C(z)}{\partial z^2} + \delta_c^2 C(z) = 0 \quad (\text{A.6})$$

getrennt werden mit der Nebenbedingung

$$\delta_a^2 + \delta_c^2 = \frac{\omega^2}{\bar{a}^2}. \quad (\text{A.7})$$

Glg. (A.5) kann umgeschrieben werden in

$$r^2 \frac{\partial^2 A(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial A(r)}{\partial r} + r^2 \delta_a^2 A(r) + \frac{\partial^2 B(\phi)}{\partial \phi^2} \frac{A(r)}{B(\phi)} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Unter der Annahme

$$B(\phi) = b \exp(im\phi) \quad (\text{A.9})$$

mit $b \in [-\infty, \dots, -1, 0, 1, +\infty]$ gilt

$$\frac{\partial^2 B(\phi)}{\partial \phi^2} \frac{1}{B(\phi)} = -m^2. \quad (\text{A.10})$$

Eingesetzt in Glg. (A.8) folgt

$$r^2 \frac{\partial^2 A(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial A(r)}{\partial r} + (r^2 \delta_a^2 - m^2) A(r) = 0. \quad (\text{A.11})$$

Gemäß Rade et al. (2000) löst die m -te Besselfunktion Glg. (A.5), damit gilt

$$A(r) = a_{1m} J_m(\delta_a r) + a_{2m} Y_m(\delta_a r). \quad (\text{A.12})$$

Die Lösung von Glg. (A.6) ist

$$C(z) = c_1 \exp(i\delta_c z) + c_2 \exp(-i\delta_c z). \quad (\text{A.13})$$

Aus der Kontinuität bei $r = 0$ folgt $a_{2m} = 0$. Die Randbedingung bei $r = R$ entspricht der einer harten Wand und damit gilt

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial r} = B(\phi) C(z) \frac{\partial A(r)}{\partial r} = 0. \quad (\text{A.14})$$

Die Randbedingung ist nur für diskrete Werte von δ_a erfüllt, vgl. Abb. 2.1 und Tab. 2.1.

Zusammengefasst löst

$$\hat{p} = \sum_{m,a} J_m(\delta_a r) \exp(im\phi) (C_{ma,1} \exp(i\delta_c z) + C_{ma,2} \exp(-i\delta_c z)) \quad (\text{A.15})$$

die homogene Wellengleichung in zylindrischen Geometrien unter der Nebenbedingung

$$\delta_c = \sqrt{\frac{\omega^2}{\bar{a}^2} - \delta_a^2}. \quad (\text{A.16})$$

δ_a errechnet sich aus der Modenform und der Randbedingung bei $r = R$. Für m gilt $m \in \{-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty\}$ mit $J_{-m} \equiv J_m$. $C_{ma,1}$ und $C_{ma,2}$ sind komplexe Konstanten und beschreiben die Amplituden der links- beziehungsweise rechtslaufenden Wellen.

A.2 Innere Energie und isentrope Kompression

Die innere akustische Energie, Glg. (2.39), ist äquivalent zur Arbeit aufgrund isentroper Kompression. Die Volumenänderungsarbeit

$$W_v = -\frac{1}{\bar{V}} \int_{\bar{V}}^V p dV \quad (\text{A.17})$$

entspricht der Arbeit, die bei der Kompression des Volumens V geleistet werden muss. Dabei gilt für das differentielle Volumen

$$dV = \frac{\bar{V}}{\bar{v}} dv. \quad (\text{A.18})$$

v ist das spezifische Volumen und der Kehrwert der Dichte $\rho = 1/v$. Für eine isentrope Zustandsänderung gilt

$$p^{1/\kappa} v = \bar{p}^{1/\kappa} \bar{v}, \quad (\text{A.19})$$

$$v = \bar{p}^{1/\kappa} \bar{v} p^{-1/\kappa}. \quad (\text{A.20})$$

Linearisiert man den Zusammenhang um den mittleren Druck \bar{p} erhält man

$$\left. \frac{dv}{dp} \right|_{p=\bar{p}} = \bar{p}^{1/\kappa} \bar{v} p^{-1/\kappa} \frac{-1}{\kappa} \bar{p}^{-1/\kappa-1} = \frac{-\bar{v}}{\bar{p}\kappa}. \quad (\text{A.21})$$

Eingesetzt in Glg. (A.17) ergibt sich für die Volumenänderungsarbeit

$$W_v = -\frac{1}{\bar{V}} \int_0^v p \frac{\bar{V}}{\bar{v}} dv \quad (\text{A.22})$$

$$= -\frac{1}{\bar{V}} \int_0^{p'} p \frac{\bar{V} - \bar{v}}{\bar{v} \bar{p}\kappa} dp \quad (\text{A.23})$$

$$= \frac{p'^2}{2\bar{p}\kappa} = \frac{p'^2}{2\bar{a}^2 \bar{\rho}}. \quad (\text{A.24})$$

Damit entspricht die Volumenänderungsarbeit bei der isentropen Kompression der inneren akustischen Energie.

A.3 Gaußinterpolation PIV

Die Gaußinterpolation bei der Auswertung von PIV Daten vermeidet die Existenz rein diskreter Geschwindigkeitsniveaus – entsprechend ganzzahliger Pixelverschiebungen – und erhöht die Genauigkeit der ausgewerteten Geschwindigkeitsfelder. Die Interpolation ist schematisch in Abb. A.1 skizziert.

Der Ansatz für die Interpolation in den Koordinatenrichtungen i und j basiert auf der Gauß'schen Glockenkurve

$$C(i, j_{max}) = a_i \exp[-b_i (i - i_{int})^2], \quad (\text{A.25})$$

$$C(i_{max}, j) = a_j \exp[-b_j (j - j_{int})^2] \quad (\text{A.26})$$

und geht damit implizit von einer Normalverteilung der Kreuzkorrelation C aus. i_{int} und j_{int} sind die gesuchten Verschiebungen und entsprechen den i - und j -Koordinaten der Maxima. Die Amplitude der Kurve ist mit a und deren Breite mit b bezeichnet. Die Berechnung der Verschiebungen ist im Folgenden exemplarisch für die i -Richtung dargestellt und erfolgt analog für j .

Logarithmiert man den allgemeinen Ansatz für die Gauß'sche Glockenkurve, erhält man die Geradengleichung

$$\ln(C(i, j_{max})) = \tilde{a}_i - b_i (i - i_{int})^2. \quad (\text{A.27})$$

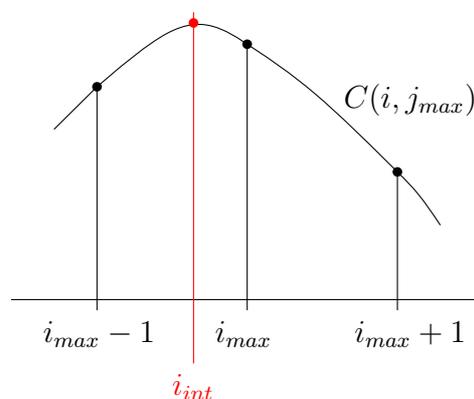


Abbildung A.1: Gaußinterpolation bei der Berechnung der Verschiebung.

Die Konstante \tilde{a} entspricht dem Logarithmus von a . Wertet man die Gleichung an den Stützstellen um das ganzzahlige Maximum der Kreuzkorrelation C aus, erhält man die drei Gleichungen

$$\ln(C(i_{max}-1, j_{max})) = \tilde{a}_i - b_i (i_{max}-1 - i_{int})^2, \quad (\text{A.28})$$

$$\ln(C(i_{max}, j_{max})) = \tilde{a}_i - b_i (i_{max} - i_{int})^2, \quad (\text{A.29})$$

$$\ln(C(i_{max}+1, j_{max})) = \tilde{a}_i - b_i (i_{max}+1 - i_{int})^2. \quad (\text{A.30})$$

Die Konstante b berechnet sich aus zwei mal Glg. (A.29) minus Glg. (A.30) und Glg. (A.28)

$$2\ln(C(i_{max}, j_{max})) - \ln(C(i_{max}+1, j_{max})) - \ln(C(i_{max}-1, j_{max})) = 2b. \quad (\text{A.31})$$

Das interpolierte Maximum der Gauß'schen Glockenkurve i_{int} erhält man durch Subtraktion von Glg. (A.28) von Glg. (A.30)

$$\ln(C(i_{max}+1, j_{max})) - \ln(C(i_{max}-1, j_{max})) = 4b(i_{int} - i_{max}). \quad (\text{A.32})$$

Die Berechnung von j_{int} erfolgt analog.

Damit ergibt sich als Endergebnis für die Gaußinterpolation

$$i_{int} = i_{max} + \frac{\ln(C_{i_{max}-1, j_{max}}) - \ln(C_{i_{max}+1, j_{max}})}{2(\ln(C_{i_{max}-1, j_{max}}) + \ln(C_{i_{max}+1, j_{max}}) - 2\ln(C_{i_{max}, j_{max}}))}, \quad (\text{A.33})$$

$$j_{int} = j_{max} + \frac{\ln(C_{i_{max}, j_{max}-1}) - \ln(C_{i_{max}, j_{max}+1})}{2(\ln(C_{i_{max}, j_{max}-1}) + \ln(C_{i_{max}, j_{max}+1}) - 2\ln(C_{i_{max}, j_{max}}))}. \quad (\text{A.34})$$

A.4 Stehende und rotierende T1 Moden

Geht man von Glg. (7.12)

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, y) = & A_+ J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(+i\phi(x, y)) \\ & + A_- J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(-i\phi(x, y)) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

aus und setzt $A_+ = A_-$ so erhält man

$$\hat{p}(x, y) = A_+ J_1(\delta_a r(x, y)) [\exp(+i\phi(x, y)) + \exp(-i\phi(x, y))]. \quad (\text{A.36})$$

Drückt man die komplexe Exponentialfunktion durch Cosinus- und Sinusfunktionen aus (Rade et al., 2000), ergibt sich daraus

$$\hat{p}(x, y) = 2 \cdot A_+ J_1(\delta_a r(x, y)) \cos(\phi(x, y)). \quad (\text{A.37})$$

Im Zeitbereich, nach Anwendung des harmonischen Ansatzes $p' = \Re[\hat{p} \exp(i\omega t)]$, gilt

$$p' = 2 \cdot J_1(\delta_{ar}(x, y)) \cos(\phi(x, y)) \Re[A_+ \exp(i\omega t)]. \quad (\text{A.38})$$

Glg. (A.38) beschreibt eine stehende Mode.

Setzt man in Glg. (A.35) den Faktor A_- zu null, erhält man

$$\hat{p}(x, y) = A_+ J_1(\delta_{ar}(x, y)) \exp(+i\phi(x, y)). \quad (\text{A.39})$$

Für die Druckfluktuation im Zeitbereich gilt

$$p' = J_1(\delta_{ar}(x, y)) \Re[A_+ \exp(+i\phi(x, y) + i\omega t)]. \quad (\text{A.40})$$

Die Mode rotiert. Für ein rein reelles A_+ ergibt sich

$$p' = A_+ J_1(\delta_{ar}(x, y)) \cos(\phi(x, y) + \omega t). \quad (\text{A.41})$$

B Ablaufdiagramme

B.1 Gibbs-Sampling

Die Grundlagen des Gibbs-Sampling wurden grob in Kapitel 2.6 skizziert. Bei der rechnerischen Umsetzung sind darüber hinaus einige Punkte zu beachten, die im Folgenden skizziert werden. Der Ablauf des Hauptprogramms ist in Abb. B.1 dargestellt. Zur Berechnung muss ein Wertebereich und eine a-priori Verteilungsfunktion der Parameter festgelegt werden. In der Regel wird hier eine Gleichverteilung angenommen, wenn nichts Näheres bekannt ist. In der Praxis problematisch ist die Konvergenz – also die Fragestellung wann die Markov-Kette die „Target Distribution“ π genau genug approximiert. Hierzu gibt es auch in der Literatur keine genauen Angaben. Erfahrungswerte für den individuellen Anwendungsbereich sind nötig. Bei „schlecht“-gewählten Startwerten ist ein sogenannter „burn-in“ notwendig.

Zentraler Punkt des Gibbs-Sampling ist das Sampling aus einer unbekanntem Verteilungsfunktion. Zum Verständnis ist in Abb. B.2 ein einfacher Algorithmus dargestellt, die „Inversion Method“ (Devroye, 1986), die bei hinreichender Genauigkeit aber relativ zeit- und rechenintensiv ist. Die Auswertung der kumulierten Verteilungsfunktion $f(x|\mathbf{x}^-)$, vgl. Glg. (2.63), und deren Umkehrfunktion erfolgt mittels Monte-Carlo Integration (Rade et al., 2000). Die „Anzahl der Parametersamples“ entspricht der Anzahl der Realisierungen, die zur Integration verwendet werden. Die erste Schleife über die „Anzahl der Parametersamples“ berechnet die Normierung $\int_{x_{min}}^{x_{max}} \pi(\xi|\mathbf{x}^-) d\xi$. Die zweite Schleife dient der Integration von $\int_{x_{min}}^x \pi(\xi|\mathbf{x}^-) d\xi$ im Zusammenhang mit der Bildung der Umkehrfunktion, also der Bestimmung von x aus bekanntem $f(x|\mathbf{x}^-)$. Fortschrittlichere Algorithmen sind in JAGS (Plummer, 2003) implementiert und dort nachzulesen oder in Devroye (1986) zu finden.

Die Auswertung der „Target Distribution“ erfolgt gemäß Abb. B.3. Die Verwendung des Absolutwerts und der Gauß’schen Glockenkuve ist beliebig, andere Maße für π sind möglich.

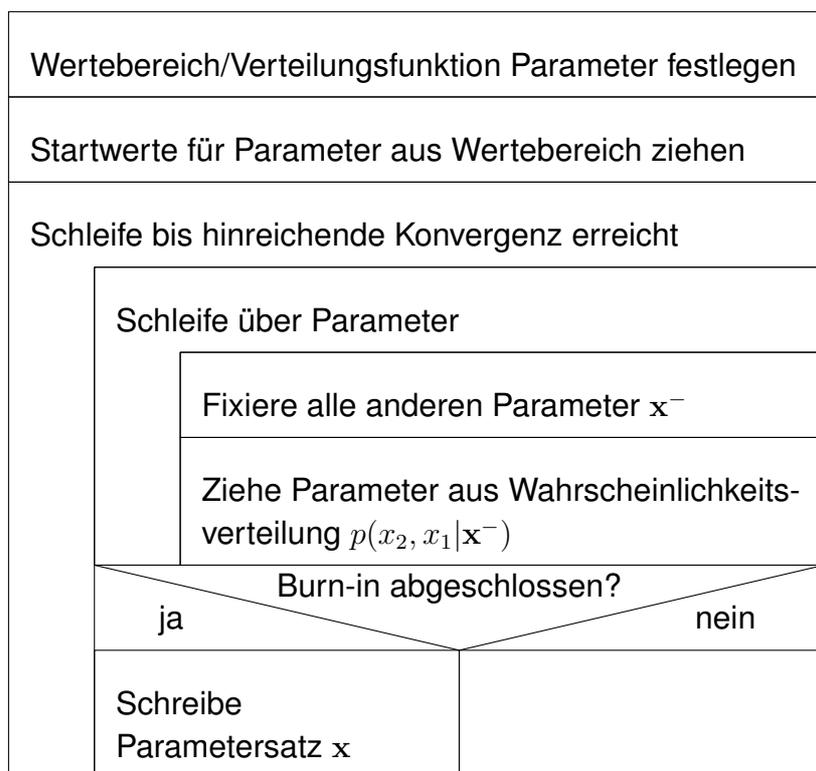


Abbildung B.1: Detailliertes Ablaufdiagramm des Gibbs-Sampling.

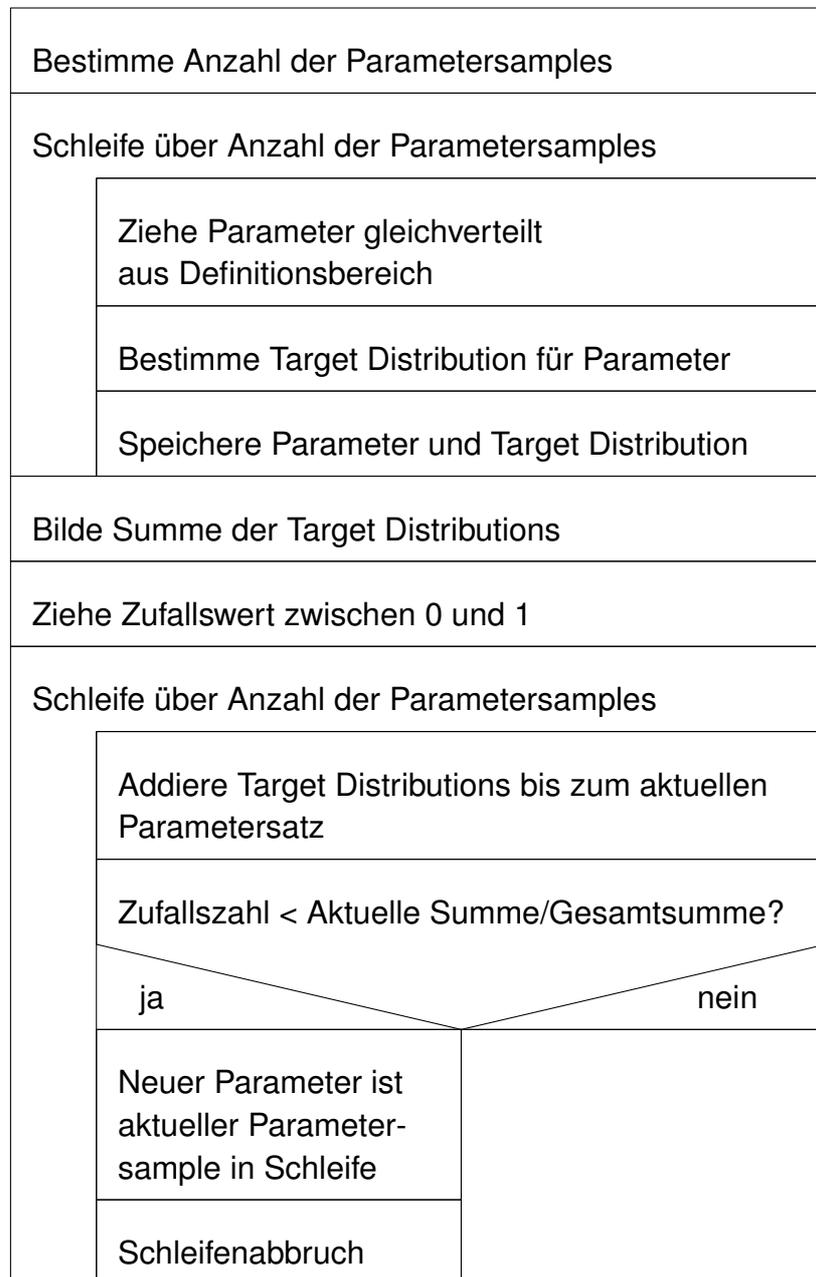


Abbildung B.2: Ablaufdiagramm für Parameterziehung aus unbekannter Verteilungsfunktion.

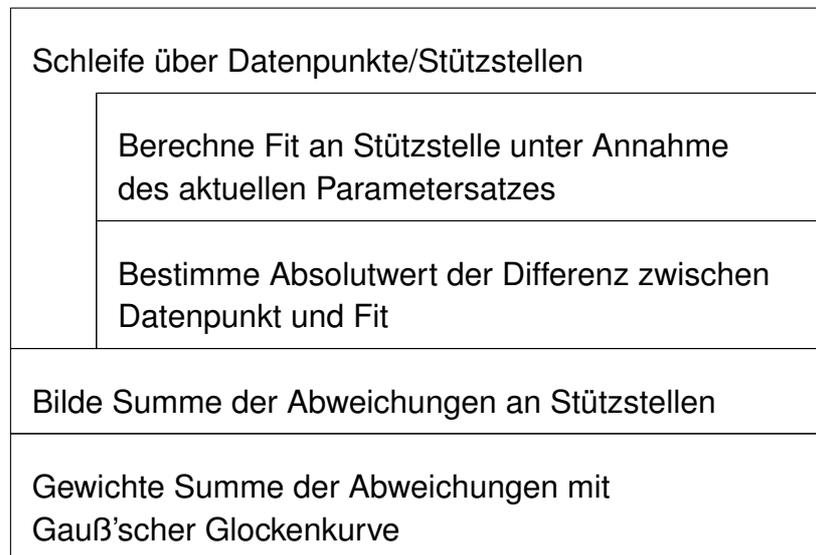


Abbildung B.3: Ablaufdiagramm zur Berechnung der „Target Distribution“.

B.2 PIV

Die Korrelation von Bildpaaren zur Berechnung von Vektorfeldern ist in Abb. B.4 skizziert. Das Ablaufdiagramm enthält bereits die Schritte eines adaptiven Algorithmus. Für einen adaptive Korrelation ist die Prozedur mit verkleinertem Bildausschnitt wiederholt auszuführen.

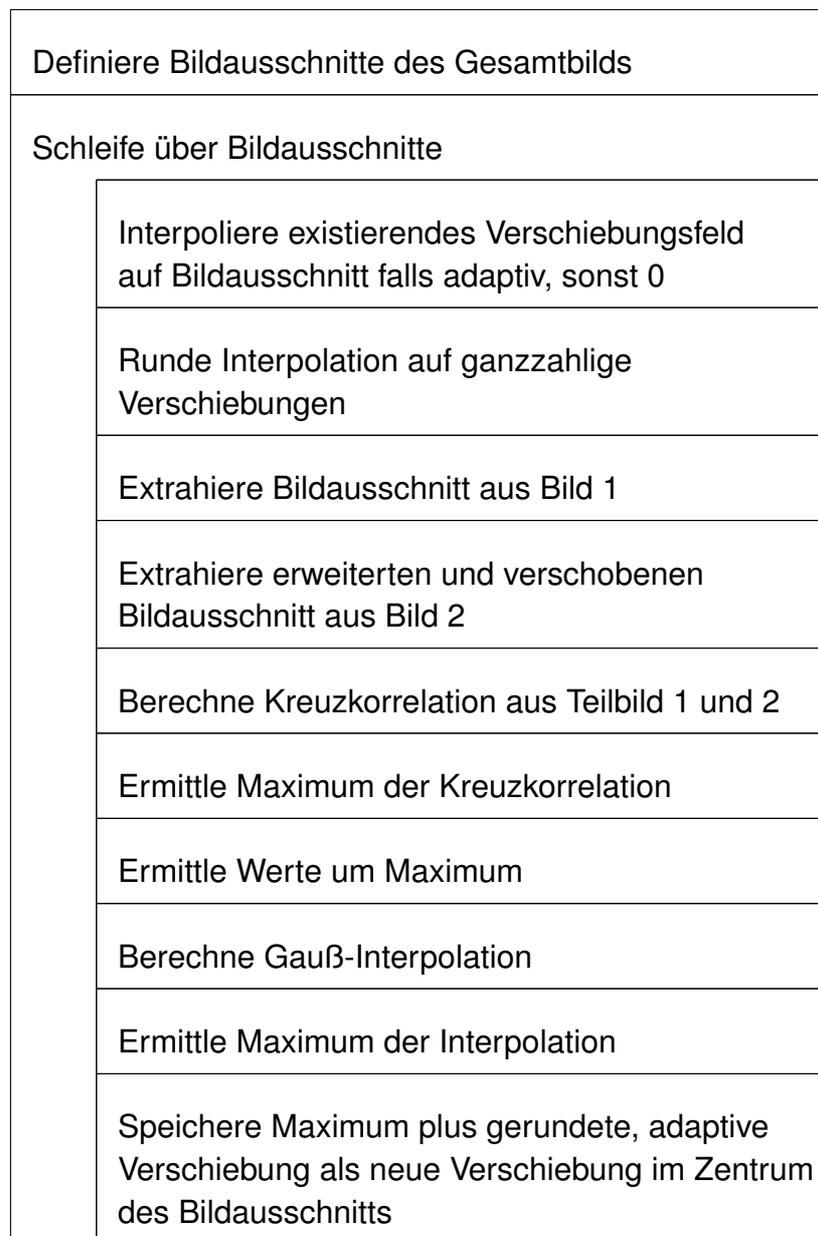


Abbildung B.4: Ablaufdiagramm der adaptiven PIV-Auswertung.

Die Auswahl der Bildausschnitte, sowohl für den nicht-adaptiven Fall als auch für die adaptive Korrelation, zeigt Abb. B.5. Das Teilbild aus Bild 2 ist entsprechend der maximal erwarteten Verschiebung größer als Teilbild 1. Bei der adaptiven Korrelation wird Teilbild 2 entsprechend dem zuvor berechneten Verschiebungsvektor verschoben.

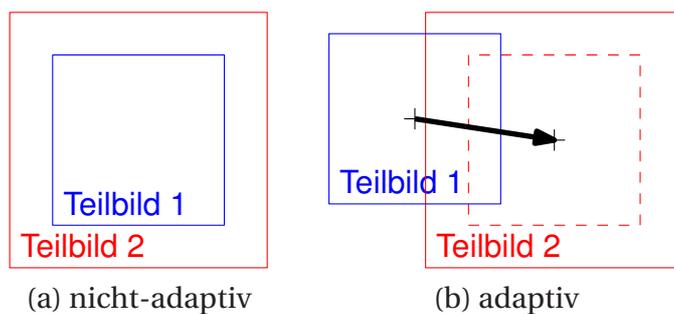


Abbildung B.5: Auswahl des Bildausschnitts für die Kreuzkorrelation.

C Weitere Abbildungen

C.1 Druckaufnahmen stabiler Betriebspunkte

In Anlehnung an die Charakterisierung der instabilen Betriebspunkte in Kapitel 4.1 sind im Folgenden Abbildungen für den stabilen Betrieb zusammengefasst. Abb. 4.2 und Abb. 4.3 zeigen Druck und Phase bei einer Drallschlitzweite von $h = 14\text{ mm}$ für einen Luftmassenstrom von 100 g/s bei einer Vorheiztemperatur von 300°C für die Luftzahl $\lambda = 1,2$. Erhöht man die Luftzahl, so stabilisiert sich die Konfiguration. Hochfrequenzinstabilitäten verschwinden. Amplitudenverlauf und Phasensignal für $\lambda = 1,6$ zeigen Abb. C.1 sowie Abb. C.2. Der Peak in der Amplitude bei der Eigenfrequenz der T1-Mode ist klar erkennbar. Die Phaseninformation liegt bevorzugt um 0° sowie $\pm 180^\circ$, charakteristisch für eine stehende T1-Mode. Pos. 3 liegt nahe der Knotenlinie, die gemessenen Amplituden sind sehr gering und die Phasenauflösung damit gering.

Erhöht man die Luftzahl auf $\lambda = 1,7$ ist die Amplitude der T1-Mode nur noch schwach ausgeprägt, siehe Abb. C.3. Phaseninformationen, vgl. Abb. C.4, sind damit nur noch bedingt brauchbar.

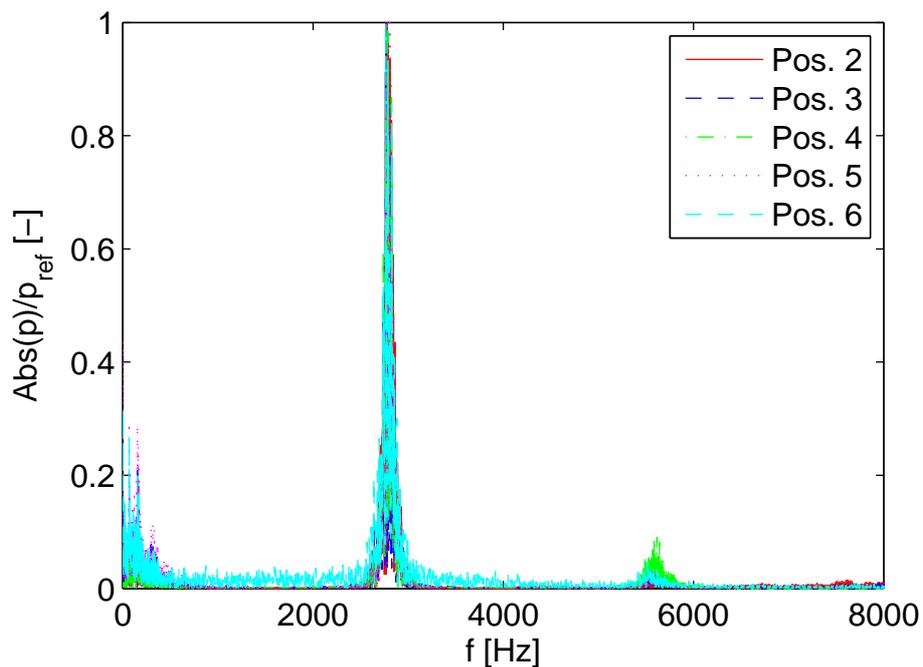


Abbildung C.1: Frequenzspektrum des Drucksignals bei Luftzahl $\lambda = 1,6$.

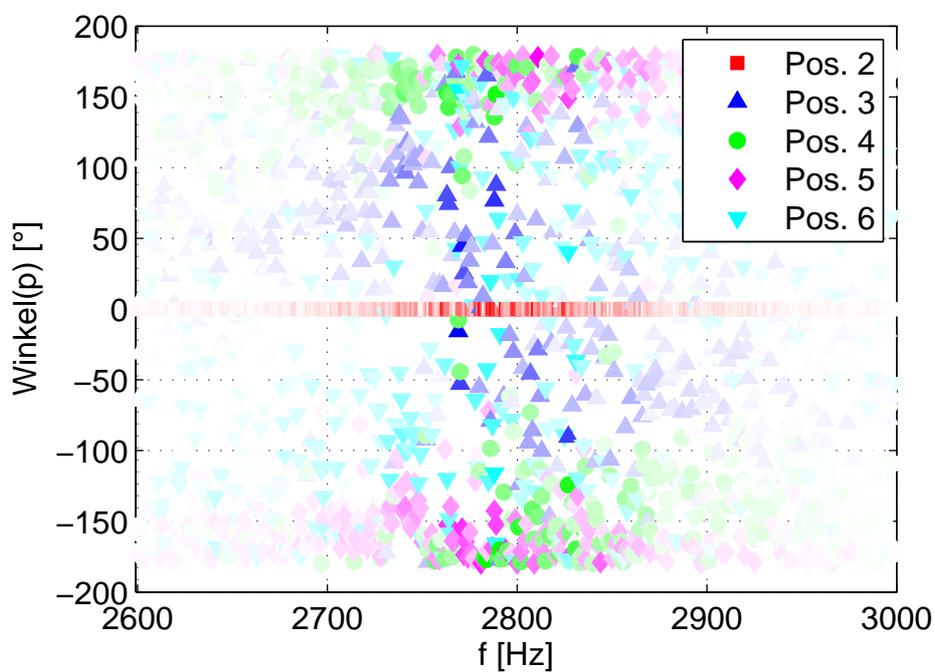


Abbildung C.2: Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos.2 bei Luftzahl $\lambda = 1,6$.

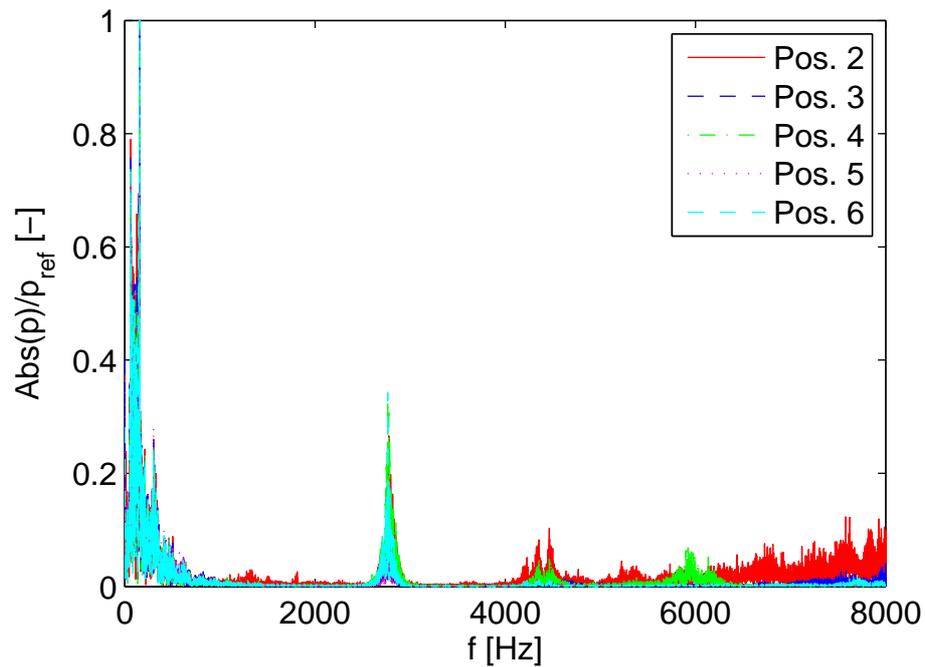


Abbildung C.3: Frequenzspektrum des Drucksignals bei Luftzahl $\lambda = 1,7$.

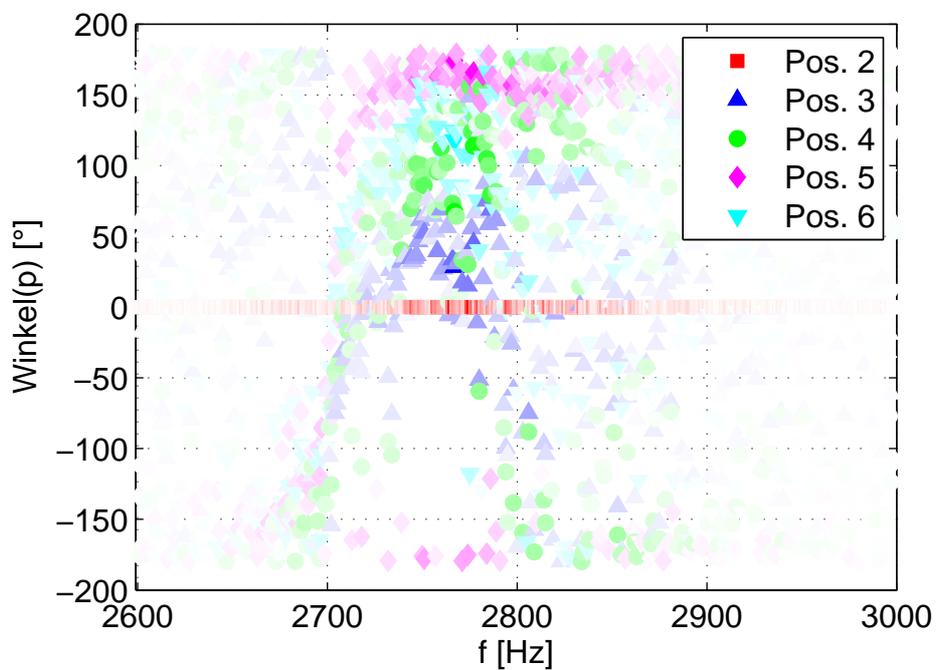
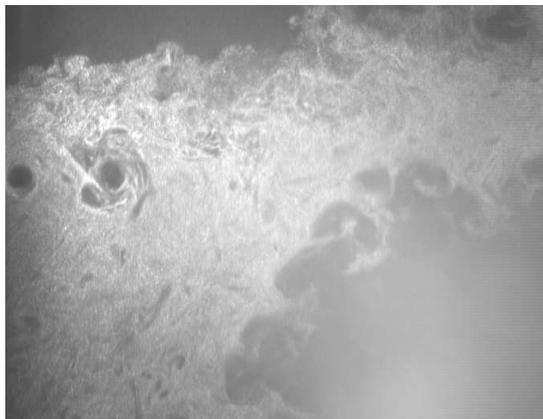


Abbildung C.4: Phasenlage des Drucksignals bezogen auf Phase an Pos.2 bei Luftzahl $\lambda = 1,7$.

C.2 Mie-Serie

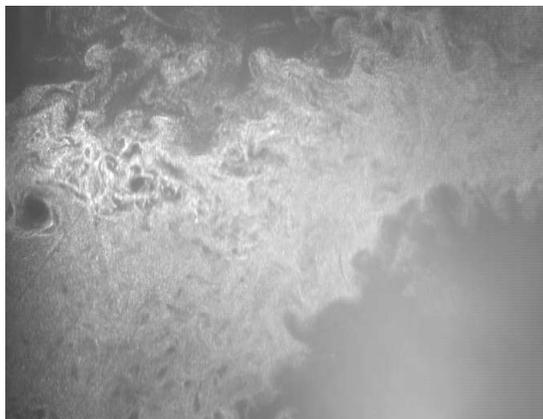
Analog zu Abb. 5.2, einer Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung bei einer Drallschlitzweite von 9 mm, zeigen Abb. C.5 und Abb. C.6 Rohbilder der Mie-Streuung bei reduziertem Drall. Der gewählte Luftmassenstrom beträgt jeweils 80 g/s und die Vorheiztemperatur 300 °C.



(a) $t = 0\mu\text{s}$



(b) $t = 9\mu\text{s}$



(c) $t = 100\mu\text{s}$



(d) $t = 109\mu\text{s}$

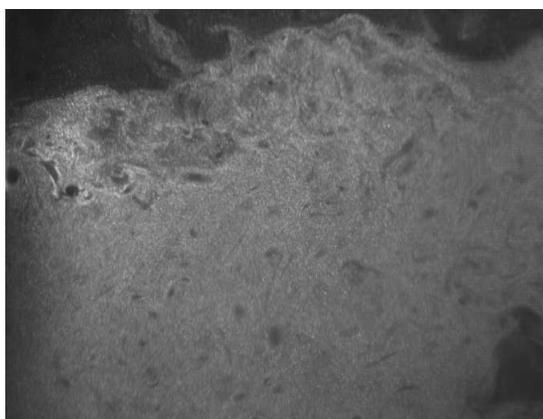


(e) $t = 200\mu\text{s}$



(f) $t = 209\mu\text{s}$

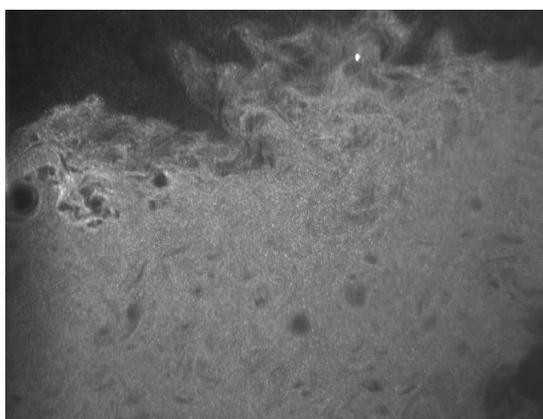
Abbildung C.5: Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung ($h=11\text{ mm}$).



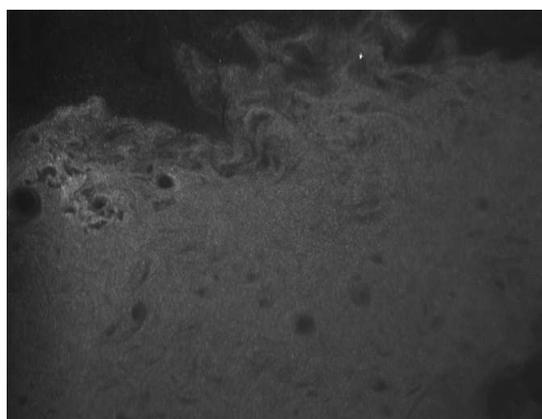
(a) $t = 0\mu s$



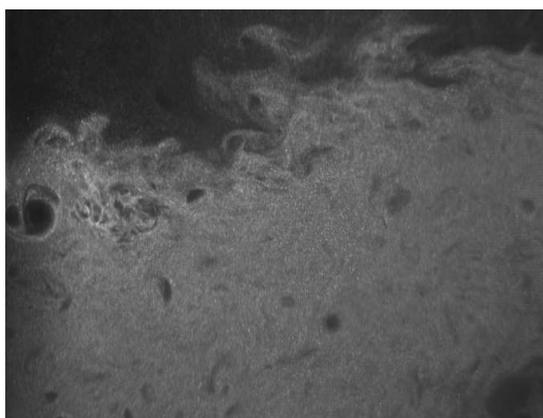
(b) $t = 9\mu s$



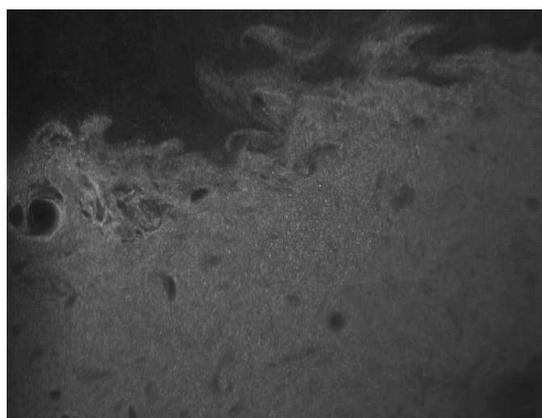
(c) $t = 100\mu s$



(d) $t = 109\mu s$



(e) $t = 200\mu s$



(f) $t = 209\mu s$

Abbildung C.6: Serie von Aufnahmen der Mie-Streuung ($h=14$ mm).

C.3 Drallzahl und Flammenform

Eine Änderung der Drallzahl wirkt sich auf die Flammenform in der Brennkammer aus. Abb. C.7 zeigt gemittelte Aufnahmen der OH* Chemilumineszenz für unterschiedliche Drallstärken.

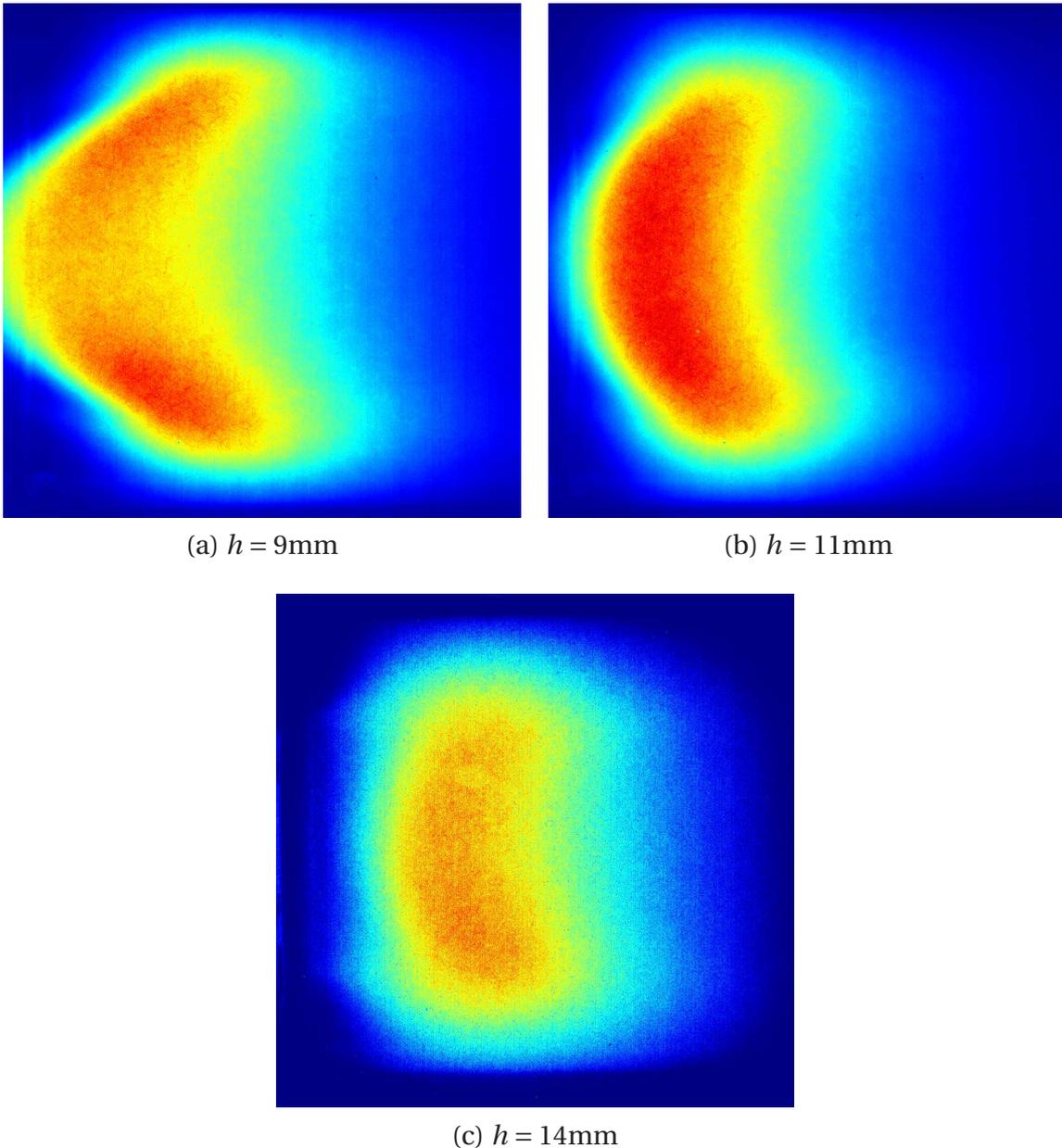


Abbildung C.7: Gemittelte OH*-Aufnahmen im Flammrohr bei unterschiedlichen Drallschlitzweiten h .

C.4 Druck und Schnelle im Querschnitt

Abb. C.8 zeigt das mittlere Temperaturprofil unmittelbar nach dem Flächensprung. Heiße Zonen sind rot dargestellt, kaltes, unverbranntes Gemisch blau.

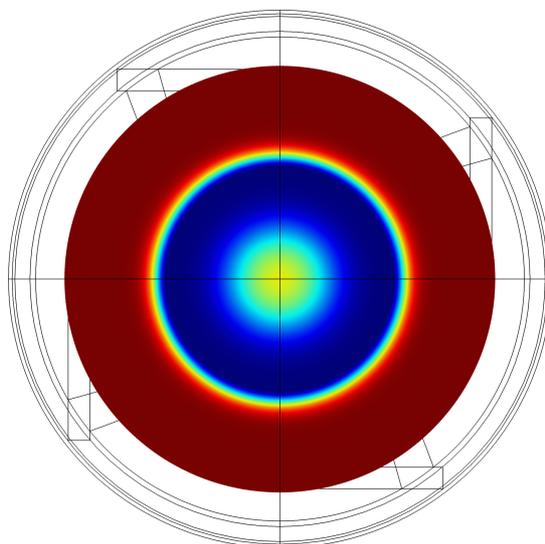


Abbildung C.8: Mittlere Temperatur im Querschnitt nach dem Flächensprung.

Druckfluktuationen unmittelbar nach dem Flächensprung sowie weiter stromab – nach Ende der Flamme bei konstanter mittlerer Temperatur – sind in Abb. C.9 dargestellt. Das Temperaturprofil nach dem Flächensprung, vgl. Abb. C.8, stört die Druckmode, die Form bleibt aber weitestgehend erhalten. Weiter stromab ist die Modenform identisch zur analytischen Lösung, vgl. Abb. 7.4.

Schnelleschwankungen treten in beiden Fällen mit einem Zeitverzug von 90° zu den Druckfluktuationen auf. Abb. C.10 zeigt die Schnelleschwankungen normal zur Knotenlinie des Drucks. Die Modenform bleibt erhalten, unterschiedliche Temperaturniveaus wirken sich primär auf den Betrag der akustischen Schnelleschwankung aus.

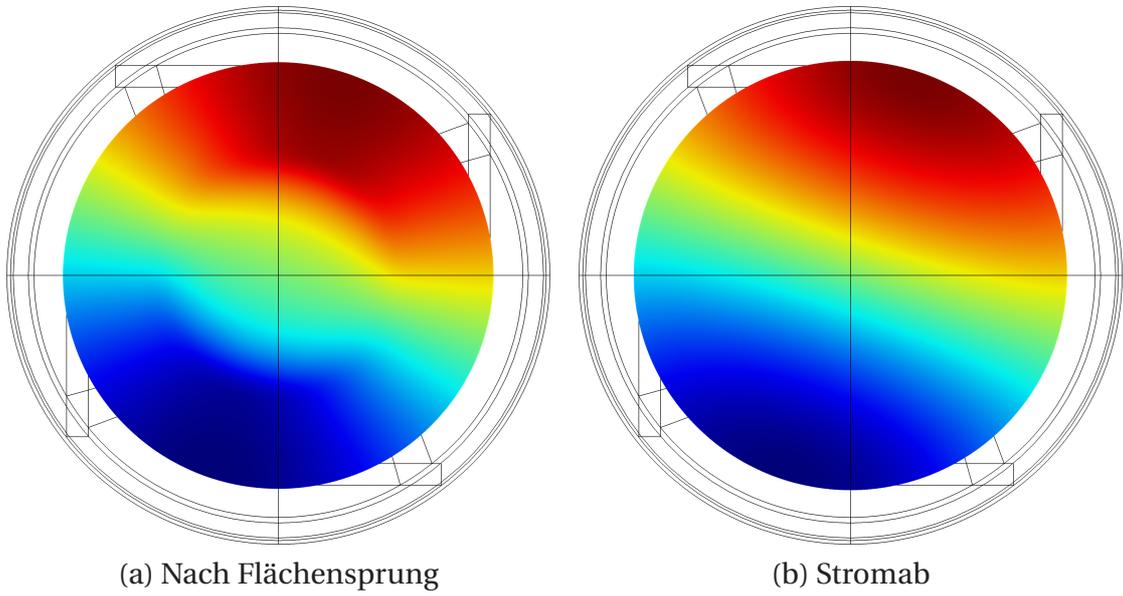


Abbildung C.9: Druckfluktuationen p' .

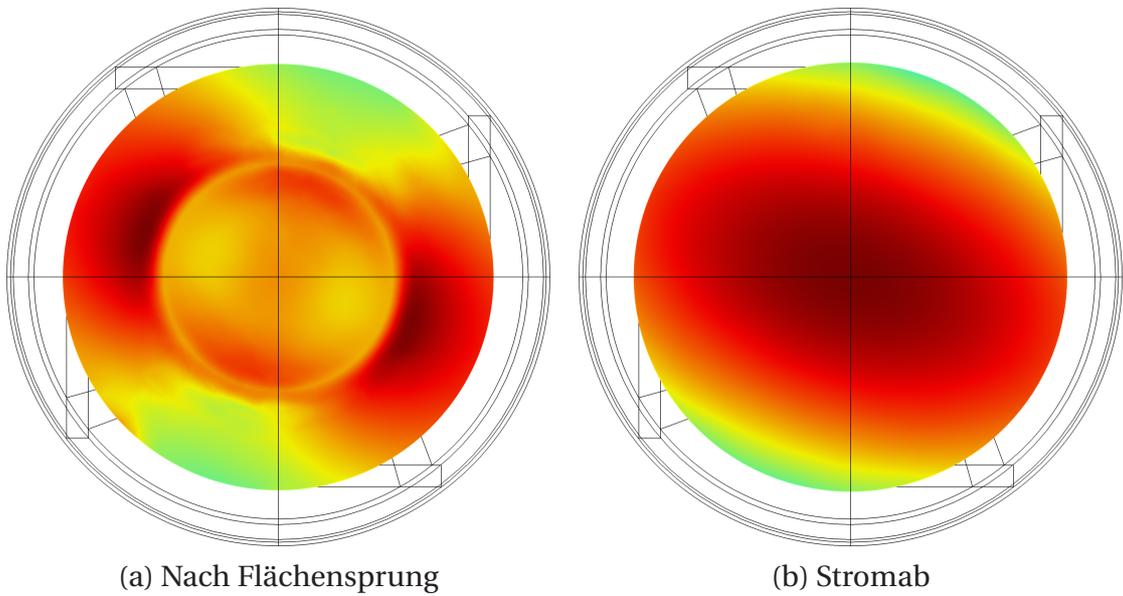


Abbildung C.10: Schnelleschwankungen normal zur Knotenlinie im Druck.

Studentische Arbeiten

Im Rahmen dieser Dissertation entstanden am Lehrstuhl für Thermodynamik in den Jahren 2009 bis 2012 unter wesentlicher wissenschaftlicher, fachlicher und inhaltlicher Anleitung des Autors die im Folgenden aufgeführten studentischen Arbeiten. Ergebnisse aus diesen Arbeiten können in Teilen in das vorliegende Dokument eingeflossen sein. Der Autor dankt hiermit nochmals explizit allen ehemals betreuten Studenten für ihr Engagement bei der Unterstützung dieser wissenschaftlichen Arbeit.

Student	Arbeit
Felix Grimm	<i>Investigation and Modelling of Thermo Acoustic High-Frequency Instability in a Tubular Premixed Combustion System</i> , Diplomarbeit, eingereicht im Oktober 2011.
Stephan Lellek	<i>Messung, Auswertung und Modellierung der OH* Chemilumineszenz bei der Verbrennung mit Hochfrequenzinstabilitäten</i> , Semesterarbeit, eingereicht im Juni 2012.
Florian Albrecht	<i>Rekonstruktion von Druckmoden in zylindrischen Flammrohren</i> , Bachelorarbeit, eingereicht im Juni 2012.
Flavio Di Pietro	<i>Entwurf und Aufbau einer aktiven akustischen Regelung</i> , Semesterarbeit, eingereicht im Juli 2012.
Tim Hake	<i>Auslegung, Implementierung und Test akustischer Dämpfer für thermoakustische Schwingungen in einem Verbrennungsprüfstand</i> , Semesterarbeit, eingereicht im August 2012.

Literaturverzeichnis

- N. A. Adams. *Fluidmechanik 1 - Einführung in die Mechanik der Fluide*. Lehrstuhl für Aerodynamik, Technische Universität München, 2006.
- F. Akamatsu, T. Wakabayashi, S. Tsushima, M. Katsuki, Y. Mizutani, Y. Ikeda, N. Kawahara und T. Nakajima. The development of a light-collecting probe with high spatial resolution applicable to randomly fluctuating combustion fields. *Measurement Science and Technology*, 10:1240–1246, 1999.
- P. Alemela. *Measurement and Scaling of Acoustic Transfer Matrices of Premixed Swirl Flames*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2009.
- H. M. Altay, R. L. Speth, D. E. Hudgins und A. F. Ghoniem. Flame-vortex interaction driven combustion dynamics in a backward facing step combustor. *Combustion and Flame*, 156:1111–1125, 2009.
- M. P. Auer. *Einfluss fluktuierender Brennstoff- und Luftmassenströme auf die Dynamik einer Drallflamme*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2006.
- B. O. Ayoola, R. Balachandran, C. F. Kaminski und E. Mastorakos. Measurement of local heat release rates in a turbulent premixed bluff body stabilised flame with acoustic forcing. In *Proceedings of the European Combustion Meeting 2005*, 2005.
- B. O. Ayoola, R. Balachandran, F. H. Frank, E. Mastorakos und C. Kaminski. Spatially resolved heat release rate measurements in turbulent premixed flames. *Combustion and Flame*, 144:1–16, 2006.
- C. L. Barker. *Experiments concerning the occurrence and mechanism of high-frequency combustion instability*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1958.

- G. Batley, A. McIntosh und J. Brindley. The time evolution of interactions between ultra short length scale pressure disturbances and premixed flames. *Combustion Science and Technology*, 92:367–388, 1993.
- O. Bibik, E. Lubarsky, D. Shcherbik, M. Hadjipanayis und B. T. Zinn. Rotational traveling of tangential wave in multi-injectors LRE combustor simulator. In *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008.
- A. W. Blackman. Studies of screeching combustion and pressure-wave, flame-front interaction. *Combustion and Flame*, 5:175–190, 1961.
- P. L. Blackshear. Driving standing waves by heat addition. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics, 1952.
- P. L. Blackshear, W. D. Rayle und L. K. Tower. Experimental determination of gas motion accompanying screeching combustion in a 6-inch simulated afterburner. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics, 1953.
- G. J. Bloxsidge und A. P. Dowling. Reheat buzz: An acoustically coupled combustion instability. Part 2. Theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 193:445–473, 1988.
- L. Boyer und J. Quinard. On the dynamics of anchored flames. *Combustion and Flame*, 82:51–65, 1990.
- C. Brackmann, J. Nygren, X. Bai, Z. Li, H. Bladh, B. Axelsson, I. Denbratt, L. Koopmans, P.-E. Bengtsson und M. Aldén. Laser-induced fluorescence of formaldehyde in combustion using third harmonic Nd:YAG laser excitation. *Spectrochimica Acta Part A*, 59:3347–3356, 2003.
- G. Bradski. The OpenCV Library. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*, 2000.
- G. L. Bretthorst. *Bayesian Spectrum Analysis and Parameter Estimation*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1988.
- C. E. Cala, E. C. Fernandes, M. Heitor und S. Shtork. Coherent structures in unsteady swirling jet flow. *Experiments in Fluids*, 40:267–276, 2006.
- S. Camporeale, B. Fortunato und G. Campa. A finite element method for three-dimensional analysis of thermoacoustic combustion instability. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 133:011506/1–13, 2011.

- S. Candel. Combustion dynamics and control: Progress and challenges. *Proceedings of the Combustion Institute*, 29:1–28, 2002.
- S. Chib und E. Greenberg. Understanding the metropolis-hastings algorithm. *The American Statistician*, 49:327–335, 1995.
- R. Christensen, W. Johnson, A. Branscum und T. E. Hanson. *Bayesian Ideas and Data Analysis*. CRC Press, 2011.
- B.-T. Chu. On the generation of pressure waves at a plane flame front. In *Fourth Symp. (Intl) on Combustion*, pages 603–612. The Combustion Institute, 1953.
- Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. *DEGA-Empfehlung 101 - Akustische Wellen und Felder*. DEGA, 2006.
- L. Devroye. *Non-Uniform Random Variate Generation*. Springer-Verlag, 1986.
- A. P. Dowling. The calculation of thermoacoustic oscillations. *Journal of Sound and Vibration*, 180:557–581, 1995.
- A. P. Dowling. Nonlinear self-excited oscillations of a ducted flame. *Journal of Fluid Mechanics*, 346:271–290, 1997.
- S. Ducruix, C. Rey und S. Candel. A method for the transverse modulation of reactive flows with application to combustion instabilities. *Combustion Theory and Modeling*, 9:5–22, 2005.
- S. Ducruix, T. Schuller, D. Durox und S. Candel. Combustion dynamics and instabilities: Elementary coupling and driving mechanisms. *Journal of Propulsion and Power*, 19:722–733, 2003.
- D. Durox, T. Schuller, N. Noiray und S. Candel. Experimental analysis of nonlinear flame transfer functions for different flame geometries. *Proceedings of the Combustion Institute*, 32:1391–1398, 2009.
- A. C. Eckbreth. *Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species*. Gordon and Breach Publishers, 1996.
- L. J. Eriksson. High order mode effects in circular ducts and expansion chambers. *Journal of the Acoustic Society of America*, 68:545–550, 1980.

- R. Ewert und W. Schröder. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *Journal of Computational Physics*, 118:365–398, 2003.
- T. Fiala. Bestimmung der Dämpfung akustischer Wellen in einer Raketenkammer. Master's thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2010.
- T. Fiala, R. Kathan und T. Sattelmayer. Effective stability analysis of liquid rocket combustion chambers: Experimental investigation of damped admittances. In *Proceedings of the 62nd International Astronautical Congress*, 2011.
- M. Fleifil, A. M. Annaswamy, Z. A. Ghoneim und A. F. Ghoniem. Response of a laminar premixed flame to flow oscillations: A kinematic model and thermoacoustic instability results. *Combustion and Flame*, 106:487–810, 1996.
- L. P. Franca, G. Hauke und A. Masud. Stabilized finite element methods. In *Finite Element Methods: 1970's and beyond*, 2003.
- E. Freitag. *On the Measurement and Modelling of Flame Transfer Functions at Elevated Pressure*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2009.
- A. T. Ganji und R. F. Sawyer. Turbulence, combustion, pollutant and stability characterization of a premixed, step combustor. Technical report, NASA, 1980.
- A. M. Gentemann, A. Fischer, S. Evesque und W. Polifke. Acoustic transfer matrix reconstruction and analysis for ducts with sudden change of area. In *9th AIAA/CEAS Aeronautics Conference and Exhibit*, 2003.
- J. Gikadi, M. Schulze, J. Schwing, S. Föllner und T. Sattelmayer. Linearized navier-stokes and euler equations for the determination of the acoustic scattering behaviour of an area expansion. In *Proceedings of the 18th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, 2012.
- D. G. Goodwin. An open-source, extensible software suite for CVD process simulation. In *Proceedings of CVD XVI and EuroCVD 14*, pages 155–162, 2003.

- R. L. Gordon, A. R. Masri und E. Mastorakos. Simultaneous Rayleigh temperature, OH - and CH_2O -lif imaging of methane jets in a vitiated coflow. *Combustion and Flame*, 155:181–195, 2008.
- S. Gröning. Berechnung eines Response Faktors in einer Raketenbrennkammer durch Bestimmung des dynamischen Druckfeldes und einem anschließenden Vergleich mit Flammenemissionsmessungen. Master's thesis, RWTH Aachen, 2010.
- O. L. Gülder, G. J. Smallwood, R. Wong, D. R. Snelling, B. M. Deschamps und J.-C. Sautet. Flame front surface characteristics in turbulent premixed propane/air combustion. *Combustion and Flame*, 120:407–416, 2000.
- Y. Hardalupas, C. S. Panoutsos und A. M. K. P. Taylor. Spatial resolution of a chemiluminescence sensor for local heat-release rate and equivalence ratio measurements in a model gas turbine combustor. *Experiments in Fluids*, 49: 883–909, 2010.
- D. T. Harrje und F. H. Reardon. *Liquid propellant rocket combustion instabilities*. NASA, 1972.
- W. K. Hastings. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57:97–109, 1970.
- M. A. Heald und C. B. Wharton. *Plasma Diagnostics with Microwaves*. John Wiley & Sons Inc., 1965.
- C. Heeger, R. Gordon, J. Brübach, A. Dreizler, M. Konle, T. Sattelmayer und M. J. Tummers. Experimental investigation of flashback in a lean premixed swirl combustor: Stability limits and upstream flame propagation. In *22nd international colloquium on dynamics of explosions and reactive systems*, 2009.
- C. Heeger, B. Böhm, I. Boxx, W. Meier, S. F. Ahmed, E. Mastorakos und A. Dreizler. Planar laser diagnostics at high repetition rates: Acquisition and analysis of transient combustion processes. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008*, 2008.
- A. S. Hersh und B. Walker. Fluid mechanical model of the Helmholtz resonator. Technical report, NASA Lewis Research Center, 1977.

- C. Hirsch, D. Fanaca, P. Reddy, W. Polifke und T. Sattelmayer. Influence of the swirler design on the flame transfer function of premixed flames. In *Proc. of ASME Turbo Expo*, 2005.
- C. Hood und A. Frendi. On the interaction of a premixed flame with an acoustic disturbance. In *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 2005.
- Z. Hu, J. R. Laker, E. Mastorakos, C. Valfidis und H. M. Xu. The development and application of a fast-response DC-coupled flame ionization current sensor. *Experiments in Fluids*, 14:316–320, 1993.
- Y. Huang und V. Yang. Dynamics and stability of lean-premixed swirl-stabilized combustion. *Progress in Energy and Combustion Science*, 35:293–364, 2009.
- Y. Huang, H.-G. Sung, S.-Y. Hsieh und V. Yang. Large-eddy simulation of combustion dynamics of lean-premixed swirl-stabilized combustor. *Journal of Propulsion and Power*, 19:782–794, 2003.
- Y. Huang, S. Wang und V. Yang. Systematic analysis of lean-premixed swirl-stabilized combustion. *AIAA Journal*, 44:724–740, 2006.
- T. J. Hughes. *The finite element method*. Dover Publications, 2000.
- D. M. Kang, F. E. C. Culick und A. Ratner. Combustion dynamics of a low-swirl combustor. *Combustion and Flame*, 151:412–425, 2007.
- W. E. Kaskan und A. E. Noreen. High-frequency oscillations of a flame held by a bluff body. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 77:885–895, 1955.
- J. O. Keller, L. Vaneveld, D. Korschelt, G. L. Hubbard, A. F. Ghoniem, J. W. Daily und A. K. Oppenheim. Mechanism of instabilities in turbulent combustion leading to flashback. *AIAA Journal*, 20:254–262, 1981.
- J. O. Keller, T. T. Bramlette, C. K. Westbrook und J. E. Dec. Pulse combustion: The quantification of characteristic times. *Combustion and Flame*, 79:151–161, 1990.
- B. Knapp, M. Oswald und S. Anders. Untersuchungen der tangentialen Moden von hochfrequenten Verbrennungsinstabilitäten in Raketenbrennkammern. *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress*, Band I+II, 2005.

- M. Konle. Simultane PIV-LIF-Messungen zur Bestimmung der Flammenstreckungsrate. Master's thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2005.
- W. Krebs, S. Hoffmann, B. Prade, M. Lohrmann und H. Büchner. Thermoacoustic flame response of swirl flames. In *Proceedings of the ASME TurboExpo 2002*, 2002.
- M. Lauer. *Determination of the Heat Release Distribution in Turbulent Flames by Chemiluminescence Imaging*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2011.
- M. Lauer und T. Sattelmayer. On the adequacy of chemiluminescence as a measure for heat release in turbulent flames with mixture gradients. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 132, 2010.
- C. Lechner und J. Seume, editors. *Stationäre Gasturbinen*. Springer, 2003.
- A. H. Lefebvre und D. R. Ballal. *Gas turbine combustion: Alternative fuels and emissions*. CRC Press, 2010.
- Lewis Laboratory. A summary of preliminary investigations into the characteristics of combustion screech in ducted burners. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics, 1954.
- T. Lieuwen. Theoretical investigation of unsteady flow interactions with a premixed planar flame. *Journal of Fluid Mechanics*, 435:289–303, 2001.
- D. Lörstad, J. Pettersson und A. Lindholm. Emission reduction and cooling improvements due to the introduction of passive acoustic damping in an existing SGT-800 combustor. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009*, 2009.
- P. Maier. Untersuchung isothermer drallbehafteter Freistrahlen. *Forschung im Ingenieurwesen*, 34:133–164, 1968.
- C. E. Martin, L. Benoit und Y. Sommerer. Large-eddy simulation and acoustic analysis of a swirled staged turbulent combustor. *AIAA Journal*, 44:741–750, 2006.
- K. I. Matveev und F. E. C. Culick. A model for combustion instability involving vortex shedding. *Combustion Science and Technology*, 175:1059–1083, 2003.

- C. Mayer, J. Sangl, T. Sattelmayer, T. Lachaux und S. Bernero. Study on the operational window of a swirl stabilized syngas burner under atmospheric and high pressure conditions. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134:031506–1–11, 2012.
- S. Menon, V. Sankaran und C. Stone. Combustion dynamics of swirling turbulent flames. In *ICCS 2001, LNCS 2073*, 2001.
- N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller und E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21:1087–1092, 1953.
- U. Neunert. *Thermoakustische Stabilität einer Reisemobilheizung*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2010.
- A. Ni, W. Polifke und F. Joos. Ignition delay time modulation as a contribution to thermo-acoustic instabilities in sequential combustion. In *Proceedings of ASME Turboexpo 2000*, 2000.
- F. Nicoud, L. Benoit, C. Sensiau und T. Poinso. Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active flames. *AIAA Journal*, 45:426–441, 2007.
- N. Noiray, M. Bothien und B. Schuermans. Analytical and numerical analysis of staging concepts in annular gas turbines. In *n3l - Int'l summer school and workshop on non-normal and non linear effects in aero and thermoacoustics*, 2010.
- N. Noiray, M. Bothien und B. Schuermans. Investigation of azimuthal staging concepts in annular gas turbines. *Combustion Theory and Modelling*, 15(5): 585–606, 2011.
- J. O'Connor und T. Lieuwen. Disturbance field characteristics of a transversely excited burner. *Combustion Science and Technology*, 183:427–443, 2011a.
- J. O'Connor und T. Lieuwen. Further characterization of the disturbance field in a transversely excited swirl-stabilized flame. In *Proceedings of the ASME TurboExpo 2011*, 2011b.
- J. O'Connor und T. Lieuwen. Further characterization of the disturbance field in a transversely excited swirl-stabilized flame. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134:1–9, 2012.

- J. O'Connor, S. Natarajan, M. Malanoski und T. Lieuwen. Disturbance field characteristics of a transversely excited annular jet. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, 2010.
- P. Palies, D. Durox, T. Schuller und S. Candel. The combined dynamics of swirler and turbulent premixed swirling flames. *Combustion and Flame*, 157: 1698–1717, 2010.
- C. Pankiewitz. *Hybrides Berechnungsverfahren für thermoakustische Instabilitäten von Mehrbrennersystemen*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2004.
- C. Pankiewitz und T. Sattelmayer. Time domain simulation of combustion instabilities in annular combustors. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002*, 2002.
- C. O. Paschereit, E. Gutmark und W. Weisenstein. Coherent structures in swirling flows and their role in acoustic combustion control. *Physics of Fluids*, 11:2667–2678, 1999.
- PCB Piezotronics Inc. Piezoelectric sensors for dynamic pressure measurements. Technical report, 1998.
- PCB Piezotronics Inc. High sensitivity dynamic pressure sensors. Technical report, 2004.
- PCB Piezotronics Inc. Model 064b06: Water-cooled adaptor – installation and operating manual. Technical report, 2007.
- S. Pfadler, F. Beyrau und A. Leipertz. Flame front detection and characterization using conditioned particle image velocimetry (CPIV). *Optics Express*, 15: 15444–15456, 2007.
- J. Pieringer. *Simulation selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Raketenschubkammern im Zeitbereich*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2008.
- M. Plummer. Jags: A program for analysis of bayesian graphical models using gibbs sampling. In *Proceedings of the 3rd International Workshop on Distributed Statistical Computation*, 2003.

- T. J. Poinsoot und S. M. Candel. A nonlinear model for ducted flame combustion instabilities. *Combustion Science and Technology*, 61:121–153, 1988.
- T. J. Poinsoot, A. C. Troube, D. P. Veynante, S. M. Candel und E. J. Esposito. Vortex-driven acoustically coupled combustion instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 177:265–292, 1987.
- W. Polifke. *Combustion Instabilities*. Von Karman Institute. in: Advances in Aeroacoustics and Applications, Brussels, BE, 2004. Polif04b.
- C. Prax, F. Golanski und L. Nadal. Control of the vorticity mode in the linearized euler equations for hybrid aeroacoustic prediction. *Journal of Computational Physics*, 227:6044–6057, 2008.
- A. A. Putnam und W. R. Dennis. Burner oscillations of the gauze-tone type. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 26:716–725, 1954.
- L. Rade, B. Westergren und P. Vachenauer. *Springers Mathematische Formeln*. Springer, 2000.
- M. Raffel, C. E. Willert und J. Kompenhans. *Particle Image Velocimetry – A Practical Guide*. Springer, 1998.
- F. Richecoeur. *Expérimentations et simulations numériques des interactions entre modes acoustiques transverses et flammes cryotechnique*. PhD thesis, Laboratoire d'Énergétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion (EM2C) du CNRS et de l'ECP, 2006.
- C. P. Robert und G. Casella. *Introducing Monte Carlo Methods with R*. Springer, 2010.
- D. E. Rogers. An experimental investigation of high frequency combustion instabilities in a fuel-air combustor. Master's thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1954.
- D. E. Rogers und F. E. Marble. A mechanism for high-frequency oscillation in ramjet combustors and afterburners. *Jet Propulsion*, pages 456–462, 1956.
- J. Sangl, C. Mayer und T. Sattelmayer. Dynamic adaptation of aerodynamic flame stabilization of a premixed swirl burner to fuel reactivity using fuel momentum. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, 2010.

- J. Sangl, C. Mayer und T. Sattelmayer. Dynamic adaptation of aerodynamic flame stabilization of a premix swirl burner to fuel reactivity using fuel momentum. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 133, 2011.
- J. Sangl. *Erhöhung der Brennstoffflexibilität von Vormischbrennern durch Beeinflussung der Wirbeldynamik*. PhD thesis, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, 2011.
- H. I. H. Saravanamuttoo, G. F. C. Rogers, H. Cohen und P. V. Straznicky. *Gas Turbine Theory*. Pearson Education Limited, 2009.
- T. Sattelmayer und W. Polifke. Assessment of methods for the computation of the linear stability of combustors. *Combustion Science and Technology*, 175: 453–476, 2003a.
- T. Sattelmayer und W. Polifke. A novel method for the computation of the linear stability of combustors. *Combustion Science and Technology*, 175:477–497, 2003b.
- T. Sattelmayer. Influence of the combustor aerodynamics on combustion instabilities from equivalence ratio fluctuations. In *Proceedings of ASME TurboExpo 2000*, 2000.
- T. Sattelmayer. *Technische Thermodynamik: Verbrennung, Gas-Dampf-Gemische, Gasdynamik*. Lehrstuhl für Thermodynamik, TU München, 2008.
- K. C. Schadow, E. Gutmark, P. T. Parr, D. M. Parr, K. J. Wilson und J. E. Crump. Large-scale coherent structures as drivers of combustion instabilities. *Combustion Science and Technology*, 64:167–186, 1989.
- C. Schmid. *Drallbrenner-Simulation durch Starrkörperwirbel-Strömungen unter Einbeziehung von drallfreier Primärluft und Verbrennung*. PhD thesis, Fakultät für Chemieingenieurwesen, Universität Fridericiana Karlsruhe, 1991.
- B. Schuermans. *Modeling and Control of Thermoacoustic Instabilities*. PhD thesis, Département de Génie Mécanique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2003.
- T. Schuller, D. Durox und S. Candel. Self-induced combustion oscillations of laminar premixed flames stabilized on annular burners. *Combustion and Flame*, 135:525–537, 2003a.

- T. Schuller, D. Durox und S. Candel. A unified model for the prediction of laminar flame transfer functions: Comparisons between conical and v-flame dynamics. *Combustion and Flame*, 134:21–34, 2003b.
- J. Schwing, N. Noiray und T. Sattelmayer. Interaction of vortex shedding and transverse high-frequency pressure oscillations in a tubular combustion chamber. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011*, Vancouver, Canada, 2011. GT2011-45246.
- J. Schwing, F. Grimm und T. Sattelmayer. A model for the thermo-acoustic feedback of transverse acoustic modes and periodic oscillations in flame position in cylindrical flame tubes. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012*, Copenhagen, Denmark, 2012. GT2012-68775.
- L. Selle, L. Benoit, T. Poinsot, F. Nicoud und W. Krebs. Joint use of compressible large-eddy simulation and Helmholtz solvers for the analysis of rotating modes in an industrial swirled burner. *Combustion and Flame*, 145:194–205, 2006.
- Shreekrishna und T. Lieuwen. High frequency premixed flame response to acoustic perturbations. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2009.
- V. A. Sklyarov und V. I. Furletov. Frequency characteristics of a laminar flame. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 15:69–77, 1975.
- D. A. Smith und E. E. Zukoski. Combustion instability sustained by unsteady vortex combustion. In *AIAA/SAE/ASME/ASEE 21st Joint Propulsion Conference*, 1985.
- G. P. Smith, D. M. Golden, M. Frenklach, N. W. Moriarty, B. Eiteneer, M. Goldenberg, C. T. Bowman, R. K. Hanson, S. Song, W. C. Gardiner Jr., V. V. Lissianski, und Z. Qin. Gri-mech 3.0, 2012. URL http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/.
- A. M. Steinberg und J. F. Driscoll. Straining and wrinkling processes during turbulence-premixed flame interaction measured using temporally-resolved diagnostics. *Combustion and Flame*, 156:2285–2306, 2009.
- W. Thomson. Hydrokinetic solutions and observations. *Philosophical Magazine*, 42:362–377, 1871.
- S. R. Turns. *An Introduction to Combustion*. McGraw-Hill, 2000.

- W. A. Wall. *Fluid-Struktur-Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen*. PhD thesis, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, 1999.
- A. Winkler, J. Wäsle und T. Sattelmayer. Experimental investigations on the acoustic efficiency of premixed swirl stabilized flames. In *Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, 2005.
- A. C. Zambon und H. K. Chelliah. Self-sustained acoustic wave interactions with counterflow flames. *Journal of Fluid Mechanics*, 560:249–278, 2006.
- A. Zambon und H. Chelliah. Acoustic-wave interactions with counterflow single- and twin-premixed flames: Finite-rate kinetics, heat release and phase effects. *Proceedings of the Combustion Institute*, 31:1247–1255, 2007.
- W. N. Zartman und S. W. Churchill. Heat transfer from acoustically resonating gas flames in a cylindrical burner. *A.I.Ch.E. Journal*, 7:588–592, 1961.
- M. Zellhuber, V. Bellucci, B. Schuermans und W. Polifke. Modelling the impact of acoustic pressure waves on auto-ignition flame dynamics. In *5th European Combustion Meeting (ECM2011)*, Cardiff, UK, 2011.
- M. Zellhuber, C. Meraner, R. Kulkarni, W. Polifke und B. Schuermans. Large eddy simulation of flame response to transverse acoustic excitation in a model reheat combustor. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012*, 2012.