

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Thermoakustische Kopplungsmechanismen in Flüssigkeitsrakentriebwerken

Martin Schmid

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades
eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Oskar J. Haidn

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer

2. Univ.-Prof. Dr. Michael Oswald

Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen

Die Dissertation wurde am 29.04.2014 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 08.07.2014 angenommen.

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München im Rahmen eines von der Raumfahrt-Agentur des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages unter dem Förderkennzeichen 50 RL 1040 geförderten Projektes. Für die Finanzierung und die administrative Begleitung sei herzlich gedankt.

Meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr.–Ing. T. Sattelmayer gilt mein ganz besonderer Dank für sein reges Interesse am Fortgang meiner Arbeit und für die intensiven und richtungsweisenden Gespräche, die mir eine wertvolle Hilfe waren, wie auch für die Freiheit bei der wissenschaftlichen Arbeit und das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Herrn Professor Dr. rer. nat. M. Oswald danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates sowie die interessierte Begleitung meiner Arbeit im Rahmen des REST-Programms und Herrn Professor Dr.–Ing. O. Haidn für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung.

Ebenso möchte ich mich bei Airbus Defence and Space für die Bereitstellung der Testfälle sowie von Teilen des numerischen Modells und die Begleitung der Arbeit bedanken.

Die Routinen der DMD-Analysen wurden freundlicherweise von der Gruppe um Prof. Anderson der Purdue University bereitgestellt. Vielen Dank!

Mein Dank geht auch an meine Kolleginnen und Kollegen, zum einen für die fachliche Unterstützung, zum anderen aber auch für die freundschaftliche Atmosphäre am Lehrstuhl. Weiterhin danke ich den Studenten und wissenschaftlichen Hilfskräften für ihren Einsatz und die tatkräftige Unterstützung.

Ein herzliches Dankeschön geht an die ehemaligen Kollegen Robert Kathan, Daniel Morgenweck und Moritz Schulze für die besonders intensive fachliche Zusammenarbeit sowie das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Ganz herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinen Eltern und Geschwistern für deren Unterstützung auf meinem bisherigen Lebensweg. Ohne euch wäre dieser Weg nicht möglich gewesen!

Liebe Vroni, es gibt nicht genügend Worte, welche deine Bedeutung für mich persönlich und für diese Arbeit ausdrücken könnten. Vielen herzlichen Dank dafür!

München, im Juli 2014

Martin Schmid

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	v
Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xv
Nomenklatur	xvii
1 Einleitung	1
1.1 Verbrennungsinstabilitäten in Raketenbrennkammern	3
1.2 Monomethylhydrazin und Distickstofftetroxid als hypergole Treibstoffkombination	5
1.3 Modellierungsansatz des hybriden CFD/CAA-Verfahrens	6
1.4 Ansatz zur Bestimmung der Flammenantwort auf akustische An- regung	7
1.5 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit	8
2 Grundlagen der Verbrennung, Strömungsberechnung und Ther- moakustik	11
2.1 Grundlagen der Verbrennung flüssiger Treibstoffe in Raketen- brennkammern	11
2.2 Grundgleichungen der Strömungsberechnung mittels CFD	13
2.2.1 Gleichungen und Modelle zur Beschreibung der kontinu- ierlichen Phase	14
2.2.2 Gleichungen und Modelle zur Beschreibung der diskreten Phase	19
2.2.3 Diskretisierung und Lösungsverfahren	24
2.3 Einführung in die Akustik von Raketenbrennkammern	24
2.3.1 Akustische Moden in zylindrischen Geometrien	25

2.3.2	Transversale Moden	27
2.3.3	Konsequenzen für die Berechnung der Flammenantwort	34
2.4	Thermoakustische Kopplung in Raketenbrennkammern	36
2.4.1	Modulation des Injektormassenstroms	39
2.4.2	Modulation der Zerstäubung	40
2.4.3	Direkte Modulation der Verdampfung und Wärmefreisetzung	40
2.5	Modellierung von Transferfunktionen mit Hilfe von Filtern	42
2.5.1	Modellierung im Frequenzbereich	45
2.5.2	Modellierung im Zeitbereich	47
2.5.3	Betrachtung spezieller Filterstrukturen	48
3	Testfallbeschreibung und stationäre Strömung	51
3.1	Beschreibung des Testfalls	51
3.2	Analyse der stationären Strömung	57
4	Modulation des Injektormassenstroms	63
4.1	Grundlagen und Definition der Transferfunktionen	63
4.1.1	Definition der Transferfunktionen	65
4.1.2	Injektoradmittanz bei Flüssigkeiten	67
4.2	Anregung von Massenstromschwankungen	69
4.3	Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung	71
4.3.1	Frequenzspektrum	71
4.3.2	Bestimmung der Transferfunktionen der Verdampfung und Wärmefreisetzung	72
4.3.3	Gleichzeitige Anregung beider Massenströme	75
4.3.4	Überlagerung von Transferfunktionen	77
4.3.5	Systemantwort bei unterschiedlichen Anregeamplituden	79
4.3.6	Detailanalyse mittels DMD	80
4.3.7	Lastpunktabhängigkeit bei simultaner Anregung	82
4.4	Modellierung der Injektorkopplung	84
4.5	Zusammenfassung	87

5	Modulation der Zerstäubung	89
5.1	Grundlagen und Definition der Transferfunktionen	89
5.1.1	Definition der Transferfunktionen	92
5.1.2	Analytisches Schließungsmodell	93
5.2	Anregung von Fluktuationen des Tropfenspektrums	96
5.3	Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung	97
5.3.1	Frequenzspektrum	97
5.3.2	Getrennte Anregung der Durchmesser	98
5.3.3	Gleichzeitige Anregung beider Tropfenspektren	102
5.3.4	Überlagerung der Transferfunktionen	104
5.3.5	Systemantwort bei unterschiedlichen Anregeamplituden	105
5.3.6	Detailanalyse mittels DMD	107
5.3.7	Lastpunktabhängigkeit bei simultaner Anregung	108
5.4	Modellierung der Zerstäubungskopplung	110
5.5	Zusammenfassung	112
6	Einfluss transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung und Verbrennung	115
6.1	Grundlagen	116
6.2	Anregung von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen . .	117
6.3	Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung	119
6.3.1	Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld	119
6.3.2	Analyse der integralen Flammenantwort	123
6.3.3	Analyse des Flammenschwerpunktes	131
6.3.4	Detaillierte Untersuchung des fluktuierenden Feldes . . .	134
6.4	Modellierung der Verschiebung	139
6.4.1	Betrachtung eines einzelnen Injektors	139
6.4.2	Modellierung der Verschiebung in der CAA	144
6.5	Zusammenfassung	147
7	Direkte Modulation der Verdampfung und Verbrennung durch Fluktuationen des Druckes und der axialen Geschwindigkeit	149
7.1	Grundlagen zur Druckkopplung	150
7.2	Anregung von Druckfluktuationen	152
7.2.1	Anregung von Druckfluktuationen mit L-Charakter	152

7.2.2	Anregung von Druckfluktuationen mit T-Charakter	153
7.3	Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung	156
7.3.1	Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld	156
7.3.2	Frequenzspektrum	157
7.3.3	Betrachtung der integralen Antwort	158
7.3.4	Analyse der axialen Verteilung	165
7.3.5	Definition von Transferfunktionen	171
7.4	Modellierung der Druckkopplung	174
7.4.1	Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion	176
7.4.2	Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion	179
7.5	Zusammenfassung	180
8	Relevanz der einzelnen Kopplungsmechanismen	185
9	Zusammenfassung und Ausblick	189
9.1	Zusammenfassung	189
9.2	Ausblick	191
A	Anhang: Stoffdaten der verwendeten Treibstoffe	193
B	Anhang: Grundlagen Akustik	197
C	Anhang: Validierung des Simulationsmodells	201
D	Anhang: Ergänzungen zur Analyse der mittleren Strömung	209
E	Anhang: Ergebnisse der Geschwindigkeitsanregung	213
F	Anhang: Ergänzungen zum Druckanregeverfahren	219
G	Anhang: Validierung der Druckanregung	223
H	Anhang: Weitere Ergebnisse bei Druckanregung	231
I	Anhang: Verzeichnis betreuter Studienarbeiten	237
	Literaturverzeichnis	239

Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau einer Trägerrakete und ihrer Triebwerke	1
1.2	Schema Verbrennungsinstabilitäten	4
1.3	Einspritzkopf	7
2.1	Schema Verbrennung flüssiger Treibstoffe	12
2.2	Druckverteilung T1-Mode	28
2.3	Geschwindigkeitsfeld im Brennkammerquerschnitt	29
2.4	Brennkammernachzahl und axiale Ansatzfunktion	30
2.5	Frequenz und axiale Ansatzfunktion	31
2.6	Frequenz und axiale Ansatzfunktion	31
2.7	Frequenz und axiale Ansatzfunktion	32
2.8	Druckverteilung T1-Mode	33
2.9	Mode und axiale Ansatzfunktion	33
2.10	Injektorpositionen	35
2.11	Überblick Injektorlage	35
2.12	Schema Kopplungsmechanismen	37
2.13	Reelle und komplexe Frequenzebene	44
3.1	Einspritzebene	53
3.2	Gitter im Längsschnitt des Berechnungsgebietes	55
3.3	Durchmesserverteilung	57
3.4	Temperaturfelder der vier Lastpunkte	57
3.5	Tropfenbahnen	58
3.6	Verdampfungsraten	59
3.7	Axialgeschwindigkeit	60
3.8	Wärmefreisetzungsraten der Verbrennung	61
3.9	Wärmefreisetzungsraten der Dissoziation	62
4.1	Schema Injektorkopplung	64

4.2	Frequenzspektrum Injektorkopplung	71
4.3	MMH-Verdampfungstransferfunktion	72
4.4	NTO-Verdampfungstransferfunktion	74
4.5	Flammentransferfunktion	75
4.6	MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung	76
4.7	Wärmefreisetzungsrage bei simultaner Anregung	77
4.8	MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung	78
4.9	Wärmefreisetzungsrage bei simultaner Anregung	79
4.10	Integrale Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregeamplituden	80
4.11	Phasenverteilung der Verdampfungsratefluktuationen	81
4.12	Phasenverteilung der Wärmefreisetzung und Temperatur	82
4.13	Verdampfungsrate von MMH	83
4.14	Verdampfungsrate von NTO	83
4.15	Wärmefreisetzungsrage	84
4.16	Globale Flammenantwort	86
5.1	Schema Modulation der Zerstäubung	90
5.2	Frequenzspektrum Zerstäubung	98
5.3	MMH-Verdampfungstransferfunktion	99
5.4	NTO-Verdampfungstransferfunktion	99
5.5	Flammentransferfunktion	101
5.6	Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate	103
5.7	Fluktuation der NTO-Verdampfungsrate	103
5.8	Fluktuation der Wärmefreisetzungsrage	104
5.9	Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate	105
5.10	Fluktuation der Wärmefreisetzungsrage	106
5.11	Integrale Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregeamplituden	106
5.12	Phasenverteilung der Verdampfungsratefluktuationen	107
5.13	Phasenverteilung der Wärmefreisetzungs- und Temperaturfluk- tuationen	108
5.14	Verdampfungsrate von MMH	109
5.15	Verdampfungsrate von NTO	109
5.16	Wärmefreisetzungsrage	110
5.17	Globale Flammenantwort	111

6.1	Schema transversale Geschwindigkeitskopplung	116
6.2	Geschwindigkeitsanregung schematisch	117
6.3	Mittleres Temperaturprofil	120
6.4	Mittlere MMH-Verdampfungsrate	121
6.5	Mittlere NTO-Verdampfungsrate	121
6.6	Gemittelttes Temperaturfeld im Injektorquerschnitt	122
6.7	Frequenzspektrum transversale Geschwindigkeitsfluktuationen	123
6.8	Phasenbegriff bei doppelter Anregefrequenz	125
6.9	Stokeszahl	126
6.10	MMH-Verdampfungstransferfunktion	127
6.11	MMH-Verdampfungstransferfunktion	128
6.12	NTO-Verdampfungstransferfunktion	129
6.13	Flammentransferfunktion	130
6.14	Flammentransferfunktion	130
6.15	Relative Schwerpunktsverschiebung	132
6.16	Phasenverteilung der Verdampfungsratenfluktuationen	134
6.17	Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsfluktuationen	135
6.18	Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsfluktuationen nahe des Injektors	136
6.19	Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion bei hoher Anrege- amplitude	138
6.20	Schwerpunktsverschiebung	140
7.1	Schema Druckkopplung	150
7.2	Druckanregung schematisch	153
7.3	Mittlerer Temperaturverlauf	157
7.4	Frequenzspektrum Druckkopplung	157
7.5	Druckfluktuation	159
7.6	Geschwindigkeitsfluktuation	160
7.7	Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate	161
7.8	Fluktuation der NTO-Verdampfungsrate	162
7.9	Fluktuation der Verbrennungsreaktion	164
7.10	Fluktuation der Dissoziationsrate	164
7.11	Axialverteilung Druckfluktuationen	166
7.12	Axialverteilung Druckgradientenfluktuationen	167

7.13 Axialverteilung Geschwindigkeitsfluktuationen	168
7.14 Axiale Verläufe der relativen und absoluten Geschwindigkeitsamplituden	168
7.15 Axialverteilung der Wärmefreisetzung der Verbrennung	169
7.16 Axialverteilung der relativen und absoluten Amplituden der Wärmefreisetzungsfuktuationen der Verbrennung	170
7.17 Axialverteilung der Wärmefreisetzungsfuktuationen der Dissoziation	171
7.18 Axialverteilung der relativen und absoluten Amplituden der Wärmefreisetzungsfuktuationen der Dissoziation	171
7.19 Flammentransferfunktion der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A	172
7.20 Flammentransferfunktion der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A1	173
7.21 Flammentransferfunktion der Dissoziation für Lastpunkt A	174
7.22 Flammentransferfunktion der Dissoziation für Lastpunkt A1	175
7.23 Verstärkungsfaktor und Zeitverzug für die Verbrennungsreaktion	177
7.24 Rayleigh-Integrale der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A	178
7.25 Rayleigh-Integrale der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A1	178
7.26 Verstärkungsfaktor und Zeitverzug für die Dissoziationsreaktion	179
7.27 Rayleigh-Integrale der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A	180
7.28 Rayleigh-Integrale der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A1	180
8.1 Rayleigh-Integrale der verschiedenen Kopplungsmechanismen	188
B.1 Radialgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt	197
B.2 Umfangsgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt	198
B.3 Axialgeschwindigkeit im Brennkammerlängsschnitt	199
B.4 Druck im Brennkammerlängsschnitt für L-Moden	199
B.5 Axialgeschwindigkeit im Brennkammerlängsschnitt für L-Moden	200
C.1 Temperaturfeld V5	205
C.2 Vergleich Experiment und Numerik	206
C.3 Massenanteil MMH für V5	206
C.4 Massenanteil NTO für V5	207
C.5 Temperaturfelder der fünf Varianten	208

D.1	Massenanteile MMH	209
D.2	Massenanteile NTO	210
D.3	Massenanteile H ₂ O	211
D.4	Massenanteile OH	211
D.6	Axiale Verteilung der Wärmefreisetzung der Verbrennung	212
D.7	Axiale Verteilung der Wärmefreisetzung der Dissoziation	212
E.1	Mittleres Temperaturprofil bei variierender Anregefrequenz . . .	214
E.2	Mittleres Temperaturprofil bei unterschiedlichen Lastpunkten .	214
E.3	Mittlere MMH-Verdampfungsrate	214
E.4	Mittlere NTO-Verdampfungsrate	215
E.5	Abhängigkeit des Temperaturfeldes von der Anregeamplitude .	216
E.6	Abhängigkeit des Temperaturfeldes von der Anregefrequenz . .	216
E.7	Abhängigkeit des mittleren Temperaturfeldes vom Lastpunkt . .	217
G.1	Validierung der axialen Druckverläufe für T-Moden	224
G.2	Validierung der axialen Druckverläufe für L-Moden	225
G.3	Vergleich der axialen Druckverläufe bei homogener und inhomogener Strömung	226
G.4	Vergleich der axialen Geschwindigkeitsverläufe bei homogener und inhomogener Strömung	228
G.5	Axiale Druckverläufe für longitudinale Moden	229
G.6	Axiale Verläufe der Geschwindigkeitsfluktuationen für Analytik und Numerik	229
H.1	Mittleres Temperaturfeld mit Druckerregung	231
H.2	Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. des lokalen Druckgradienten für Lastpunkt A	233
H.3	Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. des lokalen Druckgradienten für Lastpunkt A1	233
H.4	Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation für Lastpunkt A	235
H.5	Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation für Lastpunkt A1	235
H.6	Antwort der integralen Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregeamplituden	236

Tabellenverzeichnis

2.1	Eigenwerte der Besselfunktion	27
3.1	Übersicht der Lastpunkte	56
3.2	Mittlere Verdampfungszeiten der Lastpunkte	60
4.1	Injektoradmittanzen und -transferfunktionen für Lastpunkt A .	69
4.2	Injektoradmittanzen und -transferfunktionen für Lastpunkt B .	69
4.3	Charakteristische Zeitskalen der Wärmefreisetzungsrate	84
6.1	Vergleich von K und $\tilde{\Delta}_{FI}$	142
A.1	Polynomkoeffizienten der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck von MMH	194
A.2	Polynomkoeffizienten der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck von NTO	194
A.3	Koeffizienten der Viskosität und Wärmeleitfähigkeit von MMH .	195
A.4	Koeffizienten der Viskosität und Wärmeleitfähigkeit von NTO .	195
A.5	Allgemeine Stoffgrößen der flüssigen Treibstoffe	196
A.6	Parameter der Antoine-Gleichung	196
C.1	Übersicht des Validierungsfalles	203
C.2	Übersicht der Varianten des Validierungsfalles	203
I.1	Übersicht betreuter Studienarbeiten	237

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a	[-]	Filterkoeffizient
A	[m ²]	Fläche
A	[-]	Koeffizient der Antoine-Gleichung
A_{EDC}	[-]	Konstante im Eddy-Dissipation-Verbrennungsmodell
A_{FR}	[$\frac{1}{\text{s}}$]	Konstante im Finite-Rate-Verbrennungsmodell
ATF	[-]	Zerstäubungstransferfunktion
b	[-]	Filterkoeffizient
B	[K]	Koeffizient der Antoine-Gleichung
B	[Hz]	Filterbandbreite
c	[-]	Filterkoeffizient
c	[$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	Schallgeschwindigkeit
c_p	[$\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$]	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
C	[K]	Koeffizient der Antoine-Gleichung
C_D	[-]	Widerstandskoeffizient
D	[m]	Durchmesser
D_F	[$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$]	Diffusivität

Nomenklatur

D_{RR}	[m]	Charakteristischer Durchmesser der Tropfenverteilung
e	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Zeitbereich
\vec{e}_y	-	Einheitsvektor in y -Richtung
E_{FR}	$\left[\frac{J}{kg}\right]$	Aktivierungsenergie
E	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Frequenzbereich
ETF	[-]	Verdampfungstransferfunktion
f	[-]	Verteilungsfunktion
f	$\left[\frac{1}{s}\right]$	Frequenz
f_V	$\left[\frac{1}{m}\right]$	Volumenbasierte Verteilung der Tropfendurchmesser
F	[N]	Kraft
F	$\left[\frac{m}{s}\right]$	Stromab laufende Welle
FTF	[-]	Flammentransferfunktion
g	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Zeitbereich
G	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Frequenzbereich
G	$\left[\frac{m}{s}\right]$	Stromauf laufende Welle
h_{tot}	$\left[\frac{J}{kg}\right]$	Massebezogene totale Enthalpie
h	$\left[\frac{J}{kg}\right]$	Massebezogene Enthalpie
h_v	$\left[\frac{J}{kg}\right]$	Spezifische Verdampfungsenthalpie
h	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Zeitbereich
H	[-]	Allgemeine Transferfunktion im Frequenzbereich
ITF	[-]	Injektortransferfunktion

k	$\left[\frac{1}{\text{m}}\right]$	Wellenzahl
k	$[-]$	Zählindex
k_t	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]$	Turbulente kinetische Energie
K	$[-]$	Konstante
K	$[-]$	Anzahl Filterkoeffizienten
l	$[-]$	Zählindex
L	$[-]$	Anzahl Filterkoeffizienten
J_m	$[-]$	Besselfunktion erster Ordnung vom Grad m
m	$[-]$	Azimuthale Ordnung
\dot{m}	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}\cdot\text{m}^3}\right]$	Volumetrischer Verdampfungsmassenstrom
M	$[\text{kg}]$	Masse
\dot{M}	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$	Massenstrom
n	$[-]$	Radiale Ordnung
n	$[-]$	Zeitschrittnummer
n	$[-]$	Filterordnung
n_{rate}	$[-]$	Verhältnis physikalischer zu numerischen Tropfen
\dot{n}	$\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$	Tropfenanzahlstrom
N	$[-]$	Verstärkungsfaktor
\vec{n}	$-$	Vektor normal zum Rand des Berechnungsgebietes
P	$[\text{Pa}]$	Ansatzfunktion der Druckverteilung in axialer Richtung
p	$[\text{Pa}]$	Druck

Nomenklatur

q	[-]	Exponent der Rosin-Rammler-Verteilung
\dot{q}	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3}\right]$	Volumetrische Wärmefreisetzungsrage
\dot{Q}	[W]	Wärmefreisetzungsrage
\dot{Q}_c	[W]	Konvektiv übertragender Wärmestrom
\dot{Q}_v	[W]	Enthalpiestrom durch Verdampfung
r	[m]	Radiale Koordinate
R	[m]	Radius
R^*	[m]	Entdimensionierungsrage
R	[-]	Reflexionsfaktor
R	[-]	Ansatzfunktion der Druckverteilung in radialer Richtung
\mathcal{R}	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$	Gaskonstante
ra	[W · Pa]	Instantanes Rayleigh-Integral
Ra	[W · Pa]	Rayleigh-Integral
s	[-]	Eigenwert der Besselfunktion
s	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$	Spektrale Variable
S_ρ	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	Massenquellterm
\vec{S}_U	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right]$	Vektor der Impulsquellterme
S_h	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3}\right]$	Enthalpiequellterm
T	[K]	Temperatur
T_s	[s]	Akustische Periodendauer
t	[s]	Zeit

\vec{U}^*	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Geschwindigkeitsvektor (instantan)
\vec{U}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Geschwindigkeitsvektor (turbulent gemittelt)
\vec{u}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Vektor der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen
u	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Geschwindigkeit in axialer Richtung
U	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Ansatzfunktion der Geschwindigkeit in axialer Richtung
v	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Geschwindigkeit in radialer Richtung
V	$[\text{m}^3]$	Volumen
V	$\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$	Ansatzfunktion der Geschwindigkeit in radialer Richtung
w	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Geschwindigkeit in azimuthaler Richtung
W	$\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$	Ansatzfunktion der Geschwindigkeit in azimuthaler Richtung
W_i	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right]$	Molare Masse der Spezies i
x	$[\text{m}]$	Axiale Koordinate
x	$[-]$	Eingangssignal im Zeitbereich
X	$[-]$	Eingangssignal im Frequenzbereich
y	$[-]$	Ausgangssignal im Zeitbereich
Y	$[-]$	Ausgangssignal im Frequenzbereich
y	$[\text{m}]$	Koordinate in Richtung des lokalen Druckgradienten
Y_i	$[-]$	Massenanteil der Spezies i
Y	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s Pa}}\right]$	Admittanz
z	$[\text{m}]$	Koordinate normal zum lokalen Druckgradienten
z	$[-]$	Diskrete Frequenz

Griechische Buchstaben

α	[°]	Winkel der Einspritzgeschwindigkeit
β_{FR}	[-]	Konstante im Finite-Rate-Verbrennungsmodell
δ	[°]	Winkel
δt	[s]	Zeitschritt
Δ	[m]	Verschiebung
ϵ	$\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \right]$	Turbulente Dissipationsrate
λ	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$	Wachstumsrate
λ_Q	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \right]$	Wärmeleitfähigkeit
μ	[Pa · s]	Dynamische Viskosität
μ	[m]	Wellenzahlenverhältnis radial
κ	[-]	Wellenzahlenverhältnis axial
ν', ν''	[-]	Stöchiometrische Koeffizienten der Edukte und Produkte
ω	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$	Kreisfrequenz
ω_{Y_i}	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3\cdot\text{s}} \right]$	Speziesquellterm
ϕ	[°]	Phasenverschiebung
ρ	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	Dichte
τ	[s]	Zeitverzug
τ_1	[s]	Linearisierungskoeffizient
τ_t	[Pa]	Spannungstensor

θ	[°]	Umfangskoordinate
Θ	[-]	Ansatzfunktion der Druckverteilung in azimuthaler Richtung
χ	[-]	Molanteil
ξ	[-]	Druckverlustbeiwert
η	[m]	Koordinate
ξ	[m]	Koordinate

Hochgestellte Indizes

A	Zerstäubungskopplung
I	Injektorkopplung
P	Druckkopplung
V	Geschwindigkeitskopplung
FP	Einspritzebene
n	Aktueller Zeitschritt
o	Vorheriger Zeitschritt
CFD	Mittels Strömungssimulation bestimmte Werte
CAA	Werte aus der CAA-Simulation
/	Schwankungsgröße
*	Konjugiert komplexe Größe
±	Positive bzw. negative Koordinatenrichtung
r	Radiale Richtung
x	Axiale Richtung

Tiefgestellte Indizes

<i>m</i>	Azimuthale Ordnung
a	Außen
BK	Brennkammer
BP	Bandpass
co	Cut-On-Frequenz
D	Dissoziationsreaktion
exc	Anregung
fl	Flüssig
Fl	Flamme
i	Innen
Inj	Injektor
max	Maximaler Wert
min	Minimaler Wert
M	MMH
N	NTO
<i>n</i>	Radiale Ordnung
R	Reaktand
RR	Rosin-Rammler
ref	Referenzposition
s	Sättigung
sc	Skalierungsgröße
t	Turbulent
T	Tropfen
TP	Tiefpass
v	Verdampfung
V	Verbrennungsreaktion

Kopfzeiger

-	Zeitlicher Mittelwert
^	Komplexe Größe
~	Entdimensionierte Größe
˘	Werte auf Injektorachse
→	Vektorielle Größe

Operatoren

\Re	Realteil
\Im	Imaginärteil

Abkürzungen

BK	Brennkammer
BP	Bandpass
CAA	Computational Aero Acoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
HF	Hochfrequenz
L	Longitudinal
MMH	Monomethylhydrazin
NTO	Distickstofftetroxid
PIANO	Perturbation Investigation of Aerodynamic Noise
T	Transversal
TP	Tiefpass
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes

Dimensionslose Kennzahlen

Ma	Mach-Zahl
Nu	Nusselt-Zahl
Pr	Prandtl-Zahl
Re	Reynolds-Zahl
Sc	Schmidt-Zahl
Sh	Sherwood-Zahl
St	Stokes-Zahl
We	Weber-Zahl

1 Einleitung

Trägerraketen dienen zum Transport von Menschen und Material in den Welt-
raum. Typischerweise bestehen sie aus mehreren Teilen, den sogenannten
Stufen. Haupt- und Oberstufe der europäischen Trägerrakete Ariane 5 sind in
Abbildung 1.1a gezeigt. Die eigentliche Nutzlast ist an der Spitze der Oberstufe
untergebracht. Die Gesamthöhe beträgt ca. 60 m und die Masse beim Start

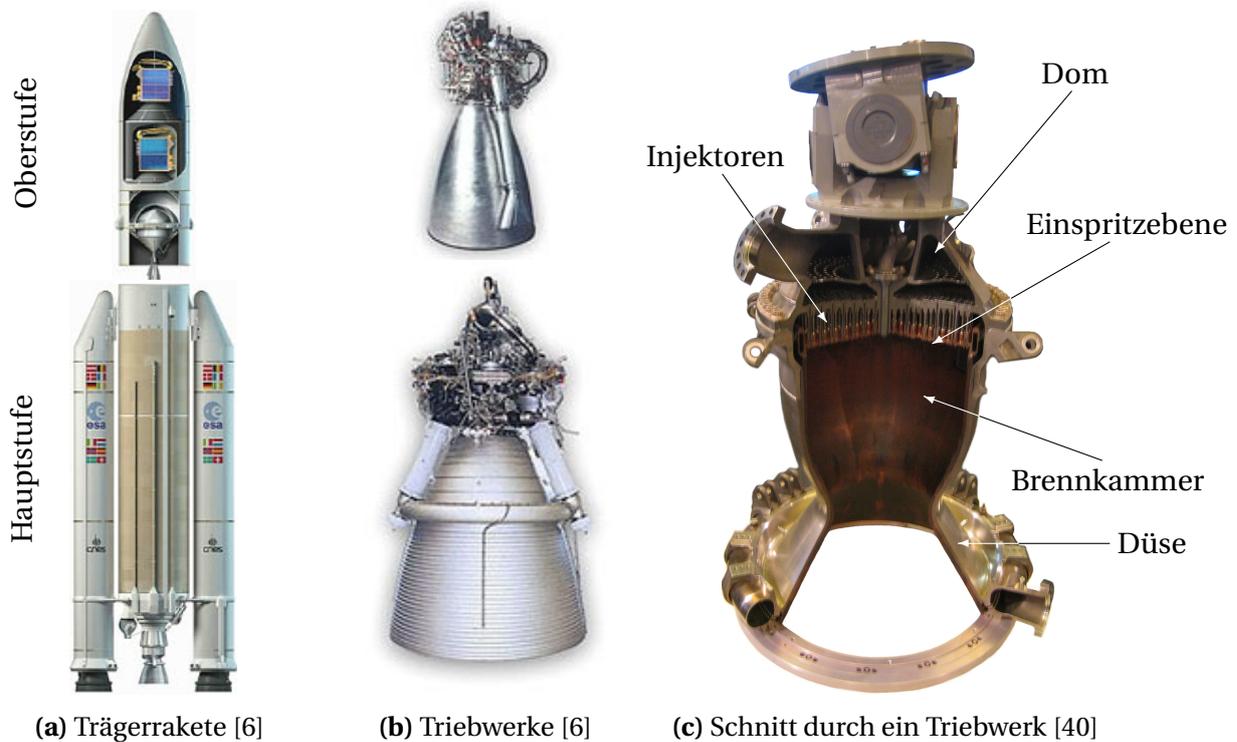


Abbildung 1.1: Aufbau einer Trägerrakete und ihrer Triebwerke

liegt knapp unterhalb von 800 t, wobei die Nutzlast hiervon nur 10 t bis 20 t
ausmacht. Solche Raketen stellen die Grundlage für die heutige Telekommuni-
kation, Erdbeobachtung wie auch Fernerkundung des Weltalls mit Hilfe von
Satelliten dar. Ebenso werden sie zum Aufbau und Betrieb von Raumstatio-
nen sowie die extraterrestrische Forschung mittels Raumfahrzeugen aller Art
verwendet. Den Kern der Trägerraketen bilden die Triebwerke, da diese den

notwendigen Schub zum Verlassen des Erdschwerefeldes liefern. In Abbildung 1.1b sind die Triebwerke der beiden Antriebsstufen der Ariane 5 dargestellt, deren Längen im Bereich von 2 m bis 4 m liegen.

Abbildung 1.1c zeigt einen Schnitt durch ein Hauptstufentriebwerk. Die Treibstoffe werden im Dom auf die verschiedenen Injektoren verteilt und treten dann an der Einspritzebene in die Brennkammer ein. Nach der dortigen Verbrennung und der damit verbundenen Volumenzunahme beschleunigt das Gas im konvergenten Düsenteil, wobei im engsten Querschnitt, dem Düsenhals, die Gasgeschwindigkeit gleich der Schallgeschwindigkeit ist. Im divergenten Düsenteil findet anschließend eine weitere Beschleunigung bei Geschwindigkeiten oberhalb der Schallgeschwindigkeit statt, bevor das Gas das Triebwerk verlässt.

Die Optimierung dieser Antriebe geht bis an die Grenze des technisch Möglichen heran, um den besonderen Herausforderungen der Raumfahrt gerecht zu werden. Besonders anspruchsvoll ist hierbei die Kombination aus der Verbrennung bei hohen Temperaturen und Drücken und der Notwendigkeit einer besonders leichten Bauweise, um möglichst viel Nutzlast befördern zu können. Während des Entwicklungsprozesses stellt die Sicherstellung eines stabilen Verbrennungsprozesses eine besondere Herausforderung dar. Wenn dies nicht gelingt, treten sogenannte thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten auf, die zur Zerstörung des Triebwerkes führen können. Sie ergeben sich durch die Kopplung von Verbrennung und akustischen Fluktuationen in der Brennkammer. Ein besseres Verständnis für diese Kopplung zu entwickeln, ist der zentrale Punkt dieser Arbeit.

Thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten stellen nicht nur in Raumfahrtantrieben, sondern auch in vielen anderen technischen Bereichen eine erhebliche Herausforderung während der Entwicklungsphase dar. So tritt dieses Problem zum Beispiel auch in industriellen Feuerungsanlagen und Gasturbinen auf. Dementsprechend sind sie auch Gegenstand zahlreicher vergangener, aktueller und auch zukünftiger Forschungsarbeiten. In der Vergangenheit waren die Arbeiten insbesondere für Raketentriebwerke entweder auf die akustische Charakterisierung von Verbrennungssystemen begrenzt oder es wurden sehr einfache Modelle für die Beschreibung der thermoakustischen Kopplung

verwendet, welche die Komplexität der Prozesse nur unzureichend abbilden können [17, 18, 32, 82]. Durch die steigenden Kapazitäten der numerischen Berechnungsverfahren ist es möglich, den Detaillierungsgrad und damit auch die Qualität der Stabilitätsanalysen zu verbessern. Hierzu zählt auch die Möglichkeit, durch numerische Verfahren die beschriebene Kopplung zwischen Verbrennung und Akustik, also das Antwortverhalten der Verbrennung auf akustische Anregung, zu analysieren. Hierdurch wird es möglich, die zum Auftreten solcher Instabilitäten notwendige Rückkopplung zu modellieren und quantitative Aussagen über das Stabilitätsverhalten des Gesamtsystems zu generieren.

Im Folgenden werden die Verbrennungsinstabilitäten in Raketenbrennkammern etwas genauer vorgestellt. Ebenso wird die in dieser Arbeit betrachtete Treibstoffkombination beschrieben. Anschließend wird der am *Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München* entwickelte hybride Modellierungsansatz aus Verfahren der numerischen Strömungsmechanik und Thermoakustik vorgestellt. Zum besseren Verständnis der Gesamtzusammenhänge werden anschließend bereits die Grundzüge zur Bestimmung der Flammenantwort in kompakter Form präsentiert.

1.1 Verbrennungsinstabilitäten in Raketenbrennkammern

In Raketenbrennkammern kommen verschiedene Typen von Instabilitäten vor, die sich hauptsächlich in ihrem Frequenzbereich und den betroffenen Komponenten der Rakete unterscheiden. Pogo, Buzzing und Chugging treten typischerweise im Bereich verhältnismäßig kleiner Frequenzen ($f < 1000$ Hz) auf. Hierbei findet immer eine Interaktion des Bedrückungssystem bzw. der Struktur mit der Verbrennung statt. Da diese Frequenzbereiche in der aktuellen Arbeit keine Rolle spielen, werden sie auch nicht weiter erläutert. Es sei lediglich auf entsprechende weiterführende Literatur verwiesen [17, 18, 32, 74]. Diese Arbeit beschäftigt sich mit sogenannten Hochfrequenzinstabilitäten, deren Frequenzen im Bereich von $1000 \text{ Hz} < f < 10000 \text{ Hz}$ liegen. Hierbei spielt die Interaktion von Brennkammerakustik und Verbrennung die entscheidende Rolle.

Die Strömung in technischen Systemen der hier betrachteten Leistungsklasse weist einen hohen zeitlichen Fluktuationsanteil auf, was bedeutet, dass Strömung und Verbrennung turbulent sind. Diese Fluktuationen sind die Ursache für ein signifikantes Lärmspektrum auch im für HF-Instabilitäten relevanten Frequenzbereich. Durch die größtenteils geschlossene Geometrie werden die akustischen Wellen teilweise an den Berandungen reflektiert, was als Brennkammerdynamik bezeichnet wird. Dadurch können sie wiederum mit der Verbrennung interagieren. Dieser Prozess der Interaktion von Akustik und Verbrennung wird durch die Flammendynamik bestimmt. Akustische Energie verlässt die Brennkammer zum Beispiel durch die Düse und den Einspritzkopf, kann aber auch durch Interaktion mit dem Strömungsfeld in innere Energie umgewandelt werden. Schematisch sind diese grundlegenden Zusammenhänge

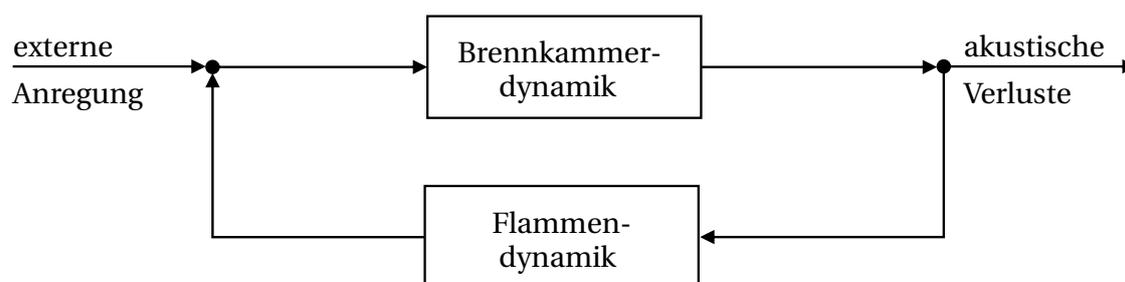


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung von Verbrennungsinstabilitäten [17]
ge der Verbrennungsinstabilitäten in Abbildung 1.2 dargestellt.

Abhängig von der Phasenlage zwischen der Anregung durch akustische Fluktuationen und der Antwort bestehend aus Fluktuationen der Wärmefreisetzung wird der Akustik weitere Energie zugeführt und die Amplitude steigt rasant an. Dies führt sehr schnell zur Zerstörung der Brennkammer durch die steigende thermische und mechanische Belastung, was in der Regel den Misserfolg der gesamten Mission bedeutet. Mathematisch kann die Bedeutung der Phasenlage durch das Rayleigh-Integral (Gleichung 1.1) [58] beschrieben werden.

$$\int_V \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} p' \cdot \dot{q}' dt dV > 0 \quad (1.1)$$

Das Integral beschreibt das Treibpotential von Schwankungen der Wärmefreisetzungsrates, also deren Fähigkeit, akustische Fluktuationen zu verstärken.

Dies ist der Fall, sobald Druck- und Wärmefreisetzungsfluktuationen in Phase sind und das Integral damit positiv wird. Somit kann das Triebwerk potentiell instabil werden. Ist die Stärke der akustischen Verluste geringer als der Antrieb durch die Verbrennung, tritt tatsächlich eine Instabilität auf.

Nach der grundlegenden Einführung in die Thematik der Verbrennungsinstabilitäten werden jetzt bereits Details zu den betrachteten Treibstoffen und der Grundidee dieser Arbeit vorgestellt, woraus in der weiteren Folge die endgültigen Ziele und Anforderungen abgeleitet werden.

1.2 Monomethylhydrazin und Distickstofftetroxid als hypergole Treibstoffkombination

Da Raketentriebwerke insbesondere auch im luftleeren Raum des Weltalls betrieben werden, müssen sowohl Oxidator wie auch Brennstoff in der Rakete mit- und der Brennkammer in geeigneter Form zugeführt werden. Es werden dabei verschiedenste Treibstoffkombinationen verwendet [74]. Monomethylhydrazin (chemische Summenformel CH_6N_2 , Abkürzung MMH) und Distickstofftetroxid (chemische Summenformel N_2O_4 , Abkürzung NTO) bilden eine sogenannte hypergole Treibstoffkombination. Hypergol bedeutet hierbei, dass die Treibstoffe bei Kontakt spontan reagieren, also keine zusätzliche Zündquelle notwendig ist. Dies ist eine insbesondere bei Oberstufen von Raketen gern genutzte Eigenschaft, da kein Zündsystem vorhanden sein muss, was die technische Komplexität und damit die Fehleranfälligkeit gerade auch bei mehrfacher Zündung des Triebwerkes reduziert. Ein weiterer Vorteil von MMH und NTO besteht in der Lagerfähigkeit der Treibstoffe. Sie können bei Raumtemperatur und Umgebungsdruck ohne größeren Aufwand über längere Zeit gelagert werden. Im Gegensatz hierzu muss bei kryogenen Treibstoffen, z. B. Wasserstoff und Sauerstoff, erheblicher Aufwand zur Lagerung betrieben werden, da sie bei sehr tiefen Temperaturen gelagert werden müssen [19].

Aus der Vergangenheit gibt es bereits einige negative Erfahrung mit MMH und NTO bzgl. Verbrennungsinstabilitäten [17, 82], weshalb diese Kombination hier betrachtet wird. Der in dieser Arbeit entwickelte Ansatz zur Bestimmung

der Flammenantwort auf akustische Anregung soll es in Zukunft ermöglichen, das Gesamtverfahren unter zusätzlicher Anwendung numerischer Verfahren zur Stabilitätsanalyse mit Hilfe von Full-Scale-Testdaten zu validieren, welche insbesondere für diese Treibstoffkombination in größerem Umfang vorhanden sind.

1.3 Modellierungsansatz des hybriden CFD/CAA-Verfahrens

Zurzeit und auch in nächster Zukunft sind Strömungssimulationen von kompletten Raketenbrennkammern unter Berücksichtigung aller beteiligten Prozesse für industrielle Anwendungen zu aufwendig. Deswegen wurde am *Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München* ein hybrides Verfahren zur Bestimmung der Verbrennungsstabilität entwickelt, welches aus Methoden der numerischen Strömungsberechnung (CFD) und der numerischen Aeroakustik (CAA) besteht. Schulze et al. [70] beschreiben den generellen Ansatz wie auch die verwendeten Methoden. Zur Simulation der Wellenausbreitung in der Brennkammer wird der vom DLR am *Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik* entwickelte Aeroakustiklöser „PIANO“ [22] verwendet. In der Vergangenheit konnte bereits seine Anwendbarkeit auf diesem Gebiet nachgewiesen werden [39, 49, 50, 54, 55]. Dieser wird in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet und daher auch nicht im Detail erläutert. Er bildet allerdings einen möglichen Anwendungsfall für die entwickelten Modellierungsansätze, woraus sich besondere Anforderungen an die Modellierung ergeben. PIANO selbst verwendet die linearisierten Euler-Gleichungen im Zeitbereich zur Beschreibung der Akustik. Hierbei kann nicht, wie in CFD-Verfahren üblich, explizit eine Wärmefreisetzung durch Verbrennung berechnet werden, weshalb diese durch einen Modellierungsansatz, der später in Kapitel 2.5 erläutert wird, beschrieben werden muss. Alternative Verfahren zur Stabilitätsanalyse beschreiben die Akustik im Frequenzbereich [17, 18, 32], weswegen die Modellierung sowohl im Zeit- wie auch Frequenzbereich möglich sein sollte. Neben den Verfahren zur Beschreibung der Akustik werden bei dem hybriden Ansatz CFD-Verfahren angewendet. Diese werden einerseits benötigt, um die mittlere Strömung für PIANO bereitzustellen. Andererseits werden sie verwendet, um die Antwort der Verbrennung auf akustische Anregung zu bestimmen.

1.4 Ansatz zur Bestimmung der Flammenantwort auf akustische Anregung

In Raketebrennkammern treten sowohl longitudinale als auch transversale Moden auf. Erstere haben einen in der Ebene normal zur Strömungsrichtung konstanten Verlauf der akustischen Fluktuationen, während zweitens signifikante räumliche Variationen in dieser Ebene aufweisen. Transversale Moden sind besonders kritisch bzgl. HF-Instabilitäten in Raketentriebwerken, da diese im Vergleich zu longitudinalen Moden erheblich weniger gedämpft sind, wie die Autoren zahlreicher Veröffentlichungen zeigen [40, 50]. Deshalb ist diese Arbeit auf die Bestimmung der Flammenantwort auf akustische Anregung bei transversalen Moden fokussiert.

Das Einspritzsystem von Raketentriebwerken besteht in der Regel aus vielen einzelnen Injektoren, deren Anzahl von hundert bis zu mehreren tausend variieren kann. Abbildung 1.3 zeigt schematisch den Einspritzkopf eines klassischen Oberstufentriebwerkes. Die geometrischen Größenskalen von Akustik und

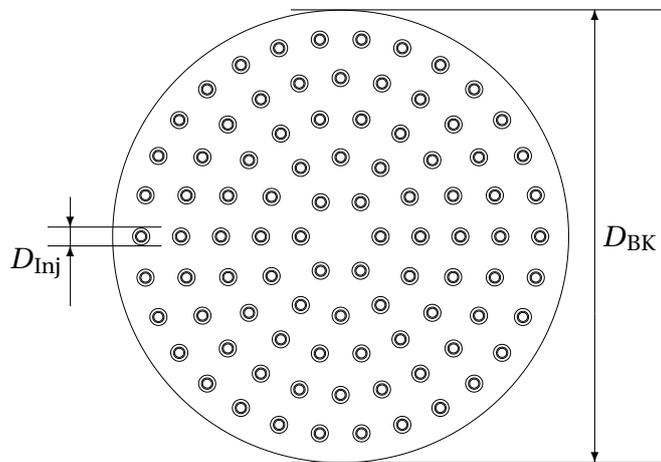


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung eines Einspritzkopfes

Brennkammer sind identisch. Die erste entspricht der akustischen Wellenlänge im Brennkammerquerschnitt, die zweite dem Brennkammerdurchmesser D_{BK} , wobei die Größenordnung jeweils im Bereich einiger Dezimeter liegt. Der Injektordurchmesser D_{Inj} ist typischerweise in der Größenordnung einiger Millimeter, weshalb der Injektor um zwei Größenordnungen kleiner als der Brennkammerdurchmesser und die Wellenlänge der Akustik ist.

Aus diesem Skalenunterschied lässt sich ein Ansatz zur effektiven Bestimmung der Flammenantwort auf akustische Anregung ableiten. Da die Wellenlänge der Akustik viel größer als der Injektordurchmesser ist, kann ein einzelner Injektor zur Untersuchung der Flammenantwort auf akustische Anregung betrachtet werden. Dieser Ansatz wird im Folgenden einerseits verwendet, um ein besseres Verständnis für die auftretenden Kopplungsmechanismen zu bekommen. Andererseits wird mit seiner Hilfe auch die Flammenantwort auf akustische Fluktuationen quantifiziert, um anschließend die akustischen Quellterme bei der Simulation der gesamten Brennkammerakustik mittels PIANO modellieren zu können.

1.5 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

Durch den industriellen Kontext der Arbeit werden einige besondere Rahmenbedingungen definiert:

- Es wird die Treibstoffkombination MMH und NTO betrachtet, da hierfür umfangreiche Full-Scale-Testdaten zur anschließenden Validierung des hybriden Ansatzes vorhanden sind.
- Die angewendeten Methoden und Verfahren müssen von ihrem zeitlichen Aufwand her industriellen Ansprüchen genügen. Dies bedeutet, dass die Antwortzeiten der Verfahren und Methoden im Bereich von wenigen Tagen liegen sollen.

Hieraus lassen sich nun die detaillierten Ziele dieser Arbeit ableiten, welche sich in zwei Teile gliedern lassen:

- Das erste Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der Flammendynamik. Unter der bereits beschriebenen Annahme der Skalentrennung von Akustik und Injektor werden mit Hilfe von Einzelinjektoruntersuchungen die grundlegenden Kopplungsmechanismen bei der Verbrennung flüssiger Treibstoffe analysiert.
- Das zweite Ziel baut auf die Arbeiten von Morgenweck [49] auf und beinhaltet die Entwicklung von Modellen zur Berücksichtigung der Flammen-

dynamik in Akustiksimulationen vollständiger Raketenbrennkammern.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: Nach der Einführung in die Verbrennung flüssiger Treibstoffe in Raketenbrennkammern werden zunächst die in den CFD-Simulationen verwendeten Erhaltungsgleichungen und Zusatzmodelle sowie die Grundlagen der Akustik in Raketenbrennkammern vorgestellt (Kapitel 2). Zum Abschluss des Grundlagenteils werden in Abschnitt 2.4 die wichtigsten Kopplungsmechanismen bei der Verbrennung flüssiger Treibstoffe erläutert und Modellierungsansätze beschrieben. Kapitel 3 zeigt stationäre Ergebnisse von numerischen Strömungssimulationen des Testfalls für die Analysen mit akustischer Anregung. Anschließend folgen in den Kapiteln 4 bis 7 die Ergebnisse der Untersuchungen zum Einfluss von Fluktuationen des Injektor-massenstroms, der Zerstäubung, transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen sowie des Druckes und longitudinaler Geschwindigkeitsfluktuationen. In jedem Kapitel werden zunächst einige Grundlagen sowie die beteiligten Prozesse vorgestellt bevor Anregungsverfahren für die Untersuchungen mit Hilfe von CFD-Simulationen beschrieben werden. Anschließend werden die Ergebnisse der Simulationen präsentiert und diskutiert. Abschließend folgen Ansätze zur Modellierung der entsprechenden Phänomene in der CAA. Zum Abschluss der Arbeit werden die unterschiedlichen Kopplungsmechanismen verglichen (Kapitel 8) sowie Schlussfolgerungen für zukünftige Arbeiten aufgezeigt (Kapitel 9).

2 Grundlagen der Verbrennung, Strömungsberechnung und Thermoakustik

In diesem Kapitel werden zunächst grundlegende Eigenschaften und Prozesse der Verbrennung flüssiger Treibstoffe vorgestellt. Nach der Einführung der in den CFD-Simulationen verwendeten Gleichungen und Modelle werden anschließend Grundlagen der Akustik in Raketenbrennkammern sowie der Beeinflussung der Verbrennung durch akustische Fluktuationen beschrieben. Abschließend werden Ansätze für die Modellierung dieser thermoakustischen Kopplung sowohl im Frequenz- wie auch Zeitbereich aufgezeigt.

2.1 Grundlagen der Verbrennung flüssiger Treibstoffe in Raketenbrennkammern

Den Kern eines Raketentriebwerkes bildet die Brennkammer. Die Treibstoffe, bestehend aus einem Oxidator und Brennstoff, verbrennen dort und erzeugen heißes Abgas, welches anschließend im konvergenten und divergenten Düsenteil beschleunigt wird, um beim Austritt aus dem Triebwerk den notwendigen Schub zu erzeugen. Der Aggregatzustand bei der Einspritzung hängt von den Treibstoffen selbst, dem Brennkammerdruck sowie der Einspritztemperatur ab, wobei zwei Kombinationen besonders häufig auftreten:

- Bei hohen Drücken und niedrigen Temperaturen befinden sich die Treibstoffe im thermodynamisch trans- oder überkritischen Zustand. Dies bedeutet, dass keinerlei Oberflächenspannung auftritt und auch kein Phasenübergang stattfindet.
- Sind der Brennkammerdruck kleiner als der kritische Druck der Treibstoff-

fe und deren Temperatur unterhalb der jeweiligen Sättigungstemperatur, treten diese im flüssigen Zustand in die Brennkammer ein. Die eingebrachten Flüssigkeiten müssen nun vor der Verbrennung zunächst verdampfen. Der Fokus der Arbeit liegt auf dieser Art der Einspritzung.

Abbildung 2.1 zeigt schematisch die an der Verbrennung flüssiger Treibstoffe beteiligten Prozesse, welche im Folgenden erläutert werden, wobei auf Grund der Komplexität und des Umfangs der Thematik nur die wichtigsten Grundzüge präsentiert werden. Für detailliertere Informationen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [34, 44, 74]. Die Treibstoffe werden über Einspritzelemente,

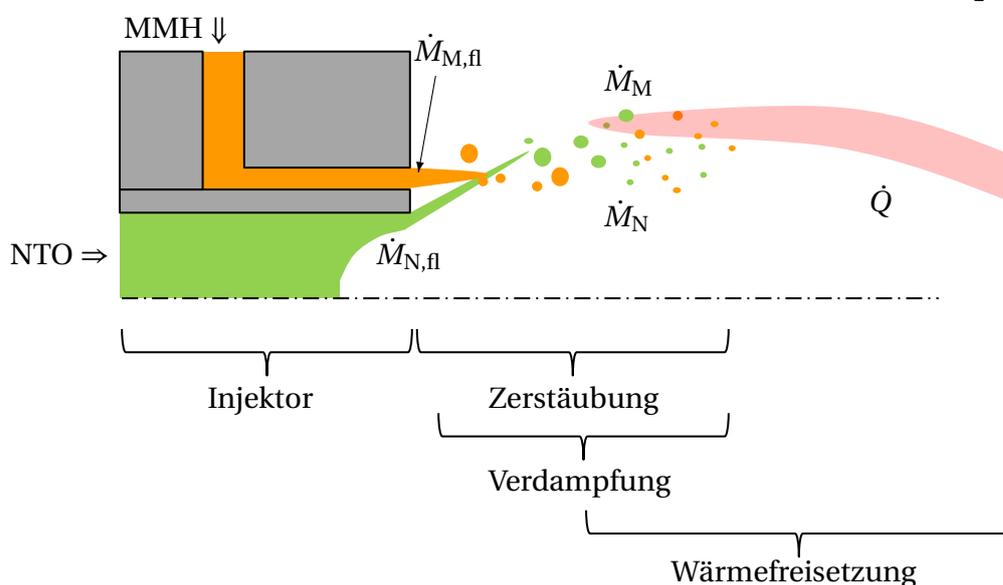


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Verbrennung flüssiger Treibstoffe in Raketenbrennkammern

sogenannte Injektoren, in die Brennkammer eingebracht. Dort zerfallen die einzelnen Jets in kleine Tropfen, welche im Anschluss verdampfen. Der Tropfenzerfall wird hierbei durch zwei Mechanismen bestimmt. Einerseits führt eine Relativgeschwindigkeit zwischen Gas und Flüssigkeit zu Scherkräften, sodass Tropfen entstehen (Primärzerfall) bzw. bereits vorhandene Tropfen weiter zerfallen (Sekundärzerfall). Andererseits werden die Injektoren oftmals so ausgeführt, dass die Flüssigkeitsstrahlen nahe der Einspritzplatte aufeinander treffen, wodurch ebenfalls Tropfen entstehen (Prallzerstäubung). Die Verbrennung selbst wird im Anschluss wiederum durch die Mischung bzw. Reaktionskinetik in der Gasphase bestimmt. Bei der hier betrachteten hypergolen

Treibstoffkombination MMH und NTO treten zusätzlich zu den Gasphasenreaktionen ebenfalls Reaktionen in der flüssigen Phase auf [19], welche jedoch nicht weiter betrachtet werden.

Der Flüssigkeitsmassenstrom der Komponente i am Injektoraustritt wird mit $\dot{M}_{i,fl}$, der Verdampfungsmassenstrom mit \dot{M}_i bezeichnet. Hierbei wird der Brennstoff MMH mit „M“ indiziert, für den Oxidator NTO wird der Index „N“ verwendet. Die integrale Wärmefreisetzung wird durch \dot{Q} beschrieben.

2.2 Grundgleichungen der Strömungsberechnung mittels CFD

Zur Bestimmung der Flammenantwort auf akustische Anregung bei der Verbrennung von flüssigen Treibstoffen finden CFD-Verfahren Anwendung, da nur diese es ermöglichen, explizit Akustik und Verbrennung sowie deren Interaktion detailliert zu analysieren. Hierzu wird das Programmpaket *ANSYS-CFX 14.0* [10] verwendet. Im Folgenden werden nun die notwendigen Gleichungen und Modelle vorgestellt, um die im vorherigen Abschnitt 2.1 präsentierte Verbrennung flüssiger Treibstoffe mit Hilfe numerischer Verfahren der Strömungssimulation zu berechnen.

Die flüssigen Treibstoffe werden als Tropfen mit einer vorgegebenen Durchmesser- und Geschwindigkeitsverteilung in das Berechnungsgebiet eingebracht und als disperse Phase bezeichnet. Die Trajektorien der Tropfen werden durch Erhaltungsgleichungen in einer Lagrange'schen Betrachtungsweise berechnet, was bedeutet, dass ein körperfestes Bezugssystem verwendet wird. Zu jedem Zeitschritt interagieren die Tropfen mit der als kontinuierlich angesehenen Gasphase über Quellterme, wobei sowohl die Tropfen die Gasphase wie auch umgekehrt beeinflussen. Die Interaktion findet somit in beide Richtungen statt. Die Strömung in der Gasphase wird ebenfalls durch Erhaltungsgleichungen beschrieben, welche die übliche Euler'sche und somit ortsfeste Betrachtungsweise verwenden. Der Fokus der folgenden Abschnitte liegt insbesondere auf der Beschreibung der flüssigen Phase sowie deren Interaktion mit der Gasphase. Die vorgestellten Gleichungen und Modelle stammen aus [9], wo auch detailliertere Informatio-

nen und Erläuterungen zu finden sind.

2.2.1 Gleichungen und Modelle zur Beschreibung der kontinuierlichen Phase

Zur Beschreibung der Strömung und Verbrennung in der Gasphase werden verschiedene Gleichungen und Modelle benötigt, welche im Folgenden vorgestellt werden.

2.2.1.1 Erhaltungsgleichungen der Gasphase

Reibungsbehaftete kontinuierliche Strömungen können mit Hilfe von Erhaltungsgleichungen für

- Masse
- Impuls
- Energie

beschrieben werden, welche auch als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet werden [27].

Die mit der zeitlich fluktuierenden Akustik einhergehenden Prozesse sind stark transient, weshalb für die Beschreibung der Gasphase die kompressiblen, instationären Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (URANS) verwendet werden. Der kompressible Charakter der Gleichungen wird insbesondere in Kapitel 7 und bei der Validierung des Simulationsmodells im Anhang C benötigt. Die Verwendung höherwertiger Gleichungssätze, wie sie in der Grobstruktursimulation oder direkten numerischen Simulation [27] Anwendung finden, führt zu einem erheblich höheren numerischen Aufwand. Für das grundlegende Studium der an der Interaktion von Verbrennung und Akustik beteiligten Prozesse sind die URANS-Gleichungen somit ein akzeptabler Kompromiss zwischen Nutzen und Aufwand. Die Untersuchung des Einflusses der Verwendung höherwertiger Gleichungssätze auf die in den Kapiteln 4 bis 7 vorgestellten Ergebnisse bleibt somit ein Ziel zukünftiger Arbeiten.

Die URANS-Gleichungen lassen sich aus den ursprünglichen Navier-Stokes-Gleichungen über die Zerlegung des instantanen Geschwindigkeitsvektors \vec{U}^* in einen über turbulente Zeitskalen gemittelten Wert \vec{U} sowie den Beitrag der turbulenten Fluktuationen selbst \vec{u} herleiten.

$$\vec{U}^* = \vec{U} + \vec{u} \quad (2.1)$$

Die Kontinuitätsgleichung zur Beschreibung der Massenerhaltung ergibt sich damit zu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U}) = S_\rho, \quad (2.2)$$

wobei S_ρ dem Massenquellterm durch Verdampfung entspricht. Die Impulserhaltungsgleichung stellt sich dann folgendermaßen dar:

$$\frac{\partial \rho \cdot \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U} \times \vec{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_t - \rho \cdot \overline{\vec{u} \times \vec{u}}) + \vec{S}_U, \quad (2.3)$$

wobei der Spannungstensor τ_t als

$$\tau_t = \mu \cdot \left(\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T - \frac{2}{3} \cdot \delta \nabla \cdot \vec{U} \right) \quad (2.4)$$

geschrieben werden kann und \vec{S}_U allgemeine Impulsquellterme sind. Die Transportgleichung für die totale Enthalpie ist im Folgenden ebenfalls angegeben:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \cdot h_{\text{tot}}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U} \cdot h_{\text{tot}}) = \nabla \cdot \left(\lambda_Q \cdot \nabla T - \rho \cdot \overline{\vec{u} \cdot h} \right) \\ + \nabla \cdot \left(\vec{U} \cdot \left(\tau_t - \rho \cdot \overline{\vec{u} \times \vec{u}} \right) \right) + \vec{U} \cdot \vec{S}_U + S_h \end{aligned} \quad (2.5)$$

Die totale Enthalpie ist hierbei folgendermaßen definiert:

$$h_{\text{tot}} = h(T, p) + \frac{1}{2} \cdot \vec{U}^2 + k_t \quad (2.6)$$

Die turbulente kinetische Energie k_t wird ebenfalls berücksichtigt:

$$k_t = \frac{1}{2} \cdot \overline{\vec{u}^2} \quad (2.7)$$

Zur Schließung des Gleichungssystems ist noch eine Zustandsgleichung erforderlich, welche den Zusammenhang zwischen Dichte, Temperatur und Druck liefert. Bei den hier betrachteten Fällen ist die Annahme eines idealen Gases für die kontinuierliche Phase immer gerechtfertigt, da nur Konfigurationen mit Systemdrücken weit unterhalb der kritischen Drücke der beteiligten Stoffe betrachtet werden. Ebenso liegen die Temperaturen weit oberhalb der kritischen Temperaturen. Die Zustandsgleichung für ein ideales Gas lautet:

$$\rho = \frac{p}{\mathcal{R} \cdot T} \quad (2.8)$$

Des Weiteren kann durch die Annahme eines idealen Gases ein direkter Zusammenhang zwischen Enthalpie und Temperatur angegeben werden:

$$dh = c_p(T) \cdot dT \quad (2.9)$$

Die Bestimmung der c_p -Werte erfolgt mit Hilfe der NASA-Polynome [47], wodurch die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität berücksichtigt wird. Die Koeffizienten für gasförmiges MMH und NTO sind auf Grund der nicht standardmäßigen Verfügbarkeit im Anhang A.1 angegeben. Diese Koeffizienten wie auch die Werte für die anderen betrachteten Spezies können zum Beispiel in [13] gefunden werden.

Für das in dieser Arbeit verwendete Verbrennungsmodell müssen explizite Gleichungen für die betrachteten Spezies gelöst werden, welche die allgemeine Form einer skalaren Transportgleichung haben [8, 9, 34]:

$$\frac{\partial \rho \cdot Y_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U} \cdot Y_i) = \nabla \cdot \left(\nabla Y_i \cdot \left(\rho \cdot D_F + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \right) + \omega_{Y_i} \quad (2.10)$$

Die Summation über alle Spezies ergibt wiederum die Massenerhaltungsgleichung 2.2. Deswegen muss eine Spezies als Zwangsbedingung angegeben werden, deren Konzentration sich aus der Massenerhaltung und den Konzentrationen der anderen Spezies ergibt. Die betrachteten Spezies werden im weiteren Verlauf dieses Abschnittes präsentiert. In allen Simulationen wird für Stickstoff eine solche Zwangsbedingung gesetzt und für alle anderen werden entsprechende Erhaltungsgleichungen gelöst.

Offen bleibt noch die Modellierung der Reynoldsspannungen ($\rho \cdot \overline{\vec{u} \times \vec{u}}$) und des turbulenten Flussterms ($\rho \cdot \overline{\vec{u} \cdot h}$). Auf diese wird im folgenden Abschnitt eingegangen. Anschließend wird das verwendete Verbrennungsmodell vorgestellt. Letztlich müssen noch die Quellterme zur Interaktion der dispersen und der kontinuierlichen Phase bestimmt werden (Abschnitt 2.2.2).

2.2.1.2 Modellierung der Turbulenz

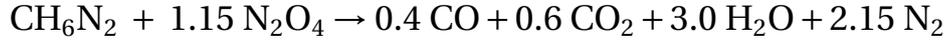
Zur Modellierung der turbulenten Fluktuationen kommt das Shear-Stress-Transport (SST)-Modell [81] zum Einsatz, welches eine Kombination aus zwei unterschiedlichen Ansätzen ist. In Wandnähe wird das k_t - ω -Modell und in der freien Strömung das k_t - ϵ -Modell verwendet. Da dies standardmäßig verfügbare und in der Praxis sehr häufig verwendete Turbulenzmodelle sind, wird hier auf eine detailliertere Beschreibung verzichtet. Mehr Informationen können beispielsweise in [81] und [9] gefunden werden.

2.2.1.3 Modellierung der Verbrennung

Für die Modellierung der Verbrennung der Reaktanten MMH und NTO wird in dieser Arbeit ein Mechanismus mit zwei Globalreaktionen verwendet. Dieser wurde in empirischen Studien unter Anwendung verschiedenster Testfälle beim Projektpartner Airbus Defence and Space entwickelt [37] und zum Beispiel von Aichner [5] und Schmid [63] erfolgreich angewendet. Dort werden weitere Reaktionsgleichungen verwendet, welche jedoch nur für die Modellierung des aus dem Flüssigkeitsfilm an der Brennkammerwand verdampften MMH's benötigt werden. Solche Flüssigkeitsfilme, welche zur Kühlung der Brennkammerwand aufgebracht werden, treten in den in dieser Arbeit betrachteten Einzelinjektoren jedoch nicht auf. Die erste Globalreaktion beschreibt die Reaktion von MMH und NTO zu Kohlenmonoxid, Kohlendioxid, Wasser und Stickstoff. Diese wird in der Folge als Verbrennungsreaktion bezeichnet. Mit Hilfe der zweiten Reaktion, welche mit dem Begriff der Dissoziationsreaktion assoziiert ist, wird die Zersetzung der Wassermoleküle bei hohen Temperaturen abgebildet.

Die Gleichung der Verbrennungsreaktion nimmt die folgende Form an, wobei die Zersetzung von MMH und NTO hier im Unterschied zu Aichner [5] und Schmid [63] nicht betrachtet wird, da diese ebenfalls insbesondere im Bereich

eines Flüssigkeitsfilms von Bedeutung ist.

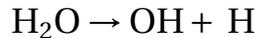


Bei MMH und NTO handelt es sich um eine sogenannte hypergole Treibstoffkombination (siehe auch Abschnitt 1.2). Die Edukte reagieren somit ohne Zufuhr von Zündenergie. Voraussetzung für eine Reaktion ist allerdings eine Mischung auf molekularer Ebene. Zur Modellierung einer solchen Reaktion, welche letztlich nur durch die Mischung der Reaktanten limitiert wird, eignet sich das sogenannte Eddy-Dissipation-Modell von Magnussen [46]. Hierbei wird der Reaktionsquellterm für die einzelnen Spezieustransportgleichungen zu

$$\omega_{Y_i} = (v_i'' - v_i') \cdot \rho \cdot W_i \cdot A_{\text{EDC}} \cdot \frac{\epsilon}{k_t} \cdot \min\left(\frac{Y_R}{v_R' \cdot W_R}\right), \quad (2.11)$$

wobei sich der Index „R“ auf alle Edukte bezieht. Die Reaktion ist somit nur durch das Vorhandensein der Edukte limitiert.

Als zweite Reaktion wird die Dissoziation von Wasser berücksichtigt:



Da die Geschwindigkeit dieser Reaktion eine sehr starke Temperaturabhängigkeit aufweist, wird sie mittels des Arrheniusansatzes modelliert. Der Quellterm für die Speziegleichung ergibt sich aus folgendem Ausdruck:

$$\omega_{Y_i} = (v_i'' - v_i') \cdot \frac{\rho \cdot Y_{\text{H}_2\text{O}}}{W_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot W_i \cdot A_{\text{FR}} \cdot T^{\beta_{\text{FR}}} \cdot e^{-\frac{E_{\text{FR}}}{\mathcal{R} \cdot T}} \quad (2.12)$$

wobei für $A_{\text{FR}} = 3.5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\beta_{\text{FR}} = 0$ und $E_{\text{FR}}/\mathcal{R} = 52900 \text{ K}$ gewählt wurden. Diese Werte stammen aus dem in [14] beschriebenen Reaktionsmechanismus. Eine Berücksichtigung der turbulenten Mischung ist für diese Reaktion nicht notwendig, da es sich um die Zersetzung eines einzelnen Moleküls handelt. Einflüsse der turbulenten Fluktuation der Temperatur auf den Reaktionsquellterm werden ebenfalls vernachlässigt. Diese Reaktion ist im Gegensatz zur zunächst vorgestellten stark exothermen Verbrennungsreaktion eine endotherme Reaktion.

In Kapitel 3 werden die Felder der zwei Reaktionsraten vorgestellt. Sie liefern beide einen signifikanten Beitrag zur integralen Wärmefreisetzung und müssen daher auch berücksichtigt werden. Eine getrennte Betrachtung ist notwendig, da die erste Reaktion durch die Mischung der Edukte bestimmt wird, die zweite jedoch kinetisch kontrolliert ist.

2.2.2 Gleichungen und Modelle zur Beschreibung der diskreten Phase

In Abschnitt 2.2.1 wurden die notwendigen Gleichungen und Modelle für die kontinuierliche Phase vorgestellt. Im Folgenden werden nun die Bewegungsgleichungen für die diskrete Phase sowie die entsprechenden Modelle zur Beschreibung der Interaktion der diskreten mit der kontinuierlichen Phase eingeführt. Die Tropfen werden in einer Lagrange'schen Betrachtungsweise in einem körperfesten Bezugssystem berechnet. Dies bedeutet, dass jeder einzelne Tropfen entlang seiner Trajektorie verfolgt wird.

2.2.2.1 Bewegungsgleichungen der flüssigen Phase

Die zeitliche Änderung der Tropfenposition lässt sich mit Hilfe der Tropfengeschwindigkeit \vec{U}_T bestimmen:

$$\frac{d\vec{x}_T}{dt} = \vec{U}_T \quad (2.13)$$

Durch eine vorwärts Euler-Integration mit dem Zeitschritt δt kann aus der alten Position \vec{x}_T^0 die neue Partikelposition \vec{x}_T^n bestimmt werden. Hierbei wird jeweils die Tropfengeschwindigkeit aus dem vorherigen Zeitschritt \vec{U}_T^0 verwendet.

$$\vec{x}_T^n = \vec{x}_T^0 + \vec{U}_T^0 \cdot \delta t \quad (2.14)$$

Die Tropfengeschwindigkeit selbst kann wiederum aus der Impulserhaltung für den Tropfen bestimmt werden. Die Änderung der Tropfengeschwindigkeit ergibt sich aus der Summe der auf den Tropfen einwirkenden Kräfte.

$$\frac{d\vec{U}_T}{dt} = \frac{1}{M_T} \vec{F} \quad (2.15)$$

Effekte durch Gravitation und Kräfte auf Grund der Rotation des Berechnungsgebietes (Zentripetal- und Coriolis-Kräfte) können vernachlässigt werden. Ebenso wird die virtuelle Massenkraft¹ und Kräfte auf Grund von Druckgradienten² sowie Basset-Kräfte³ nicht berücksichtigt. Übrig bleibt nur der Einfluss des aerodynamischen Widerstandes, welcher für einen kugelförmigen Tropfen wie folgt beschrieben werden kann:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot A_T \cdot |\vec{U} - \vec{U}_T| \cdot (\vec{U} - \vec{U}_T) \quad (2.16)$$

wobei C_D der Widerstandskoeffizient und A_T die effektive Tropfenquerschnittsfläche sind. C_D wird nach dem Ansatz von Schiller-Naumann [62] modelliert:

$$C_D = \max\left(\frac{24}{\text{Re}} \cdot (1 + 0.15 \cdot \text{Re}^{0.687}), 0.44\right) \quad (2.17)$$

Gleichung 2.15 ist ein Beispiel einer generischen Transportgleichung der folgenden Form:

$$\frac{d\vec{U}_T}{dt} = \frac{(\vec{U} - \vec{U}_T)}{\tau_1} \quad (2.18)$$

wobei τ_1 ein Linearisierungskoeffizient ist. Die analytische Lösung hierzu lautet:

$$\vec{U}_T = \vec{U} + (\vec{U}_T^0 - \vec{U}) \cdot e^{-\frac{\delta t}{\tau_1}} \quad (2.19)$$

Zur Berechnung von τ_1 werden die Fluideigenschaften, z. B. Dichte und Viskosität, vom Anfang des Zeitschritts und aus der Umgebung des Tropfens herangezogen, wobei von den Gitterpunkten zur exakten Tropfenposition interpoliert wird. Der Linearisierungskoeffizient τ_1 wird mit Hilfe von folgender

¹ Diese Kraft entsteht durch die Beschleunigung der virtuellen Masse im vom Tropfen eingenommenen Volumen. Sie spielt nur eine Rolle, wenn die bewegte Fluidmasse größer als die Tropfenmasse selbst ist, zum Beispiel im Fall der Modellierung der Bewegung von Blasen. Solche System werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

² Diese Kräfte entstehen durch Druckgradienten des Fluides in der Tropfenumgebung, welche sich durch die Beschleunigung des Fluides ergeben. Sie sind nur signifikant, wenn die Fluidichte vergleichbar oder größer der Tropfendichte ist. Dies ist in den hier betrachteten Systemen nicht der Fall.

³ Diese Kräfte sind nur bei großen relativen Beschleunigungen von Bedeutung und können somit vernachlässigt werden [16,33].

Beziehung berechnet

$$\tau_1 = \frac{2 \cdot M_T}{C_D \cdot \rho \cdot A_T \cdot |\vec{U} - \vec{U}_T|} = \frac{4 \cdot \rho_T \cdot D_T}{3 \cdot C_D \cdot \rho \cdot |\vec{U} - \vec{U}_T|} \quad (2.20)$$

und der Impulsquellterm innerhalb eines bestimmten Volumens, welches zum Beispiel eine numerische Rechenzelle darstellt, ergibt sich somit zu:

$$\int_V \vec{S}_U \, dV = -\vec{F} \quad (2.21)$$

2.2.2.2 Modellierung der Tropfenverdampfung

Der Massenquellterm für die Gasphase ergibt sich aus der Verdampfung der flüssigen Tropfen, wobei die Modellierung aus [2–4] zum Einsatz kommt. Die Grundannahme für das hier betrachtete Modell ist eine innerhalb des Tropfens konstante Temperatur. Dies beruht auf der Annahme einer unendlich schnellen thermischen Mischung durch Diffusion oder Konvektion innerhalb des Tropfens. Es ist somit ein “infinite conductivity model“. Die Tropfentemperatur selbst kann zeitlich variieren und ergibt sich aus dem Gleichgewicht des Wärmestroms aus der Umgebung sowie der zum Phasenübergang benötigten Verdampfungsenthalpie.

Der konvektiv an den Tropfen übertragende Wärmestrom ergibt sich zu

$$\dot{Q}_C = \pi \cdot D_T \cdot \lambda_Q \cdot Nu \cdot (T - T_T) \quad (2.22)$$

wobei die Nusselt-Zahl wie folgt berechnet wird (mit $Pr = \mu \cdot \frac{c_p}{\lambda_Q}$):

$$Nu = 2 + 0.6 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.23)$$

Der gesamte Enthalpiestrom durch Verdampfung ergibt sich aus dem Verdampfungsmassenstrom sowie der spezifischen Verdampfungsenthalpie:

$$\dot{Q}_v = \frac{dM_T}{dt} \cdot h_v \quad (2.24)$$

Letztlich kann die Änderung der Tropfentemperatur aus dem Gleichgewicht

der oben beschriebenen Enthalpieströme bestimmt werden:

$$M_T \cdot c_{p,T} \cdot \frac{dT_T}{dt} = \dot{Q}_C + \dot{Q}_v \quad (2.25)$$

Der Energiequellterm für die Gasphase innerhalb eines bestimmten Volumens, z. B. einer numerischen Rechenzelle, ergibt sich zu:

$$\int_V S_h \, dV = -\dot{Q}_C \quad (2.26)$$

Die verdampfende Tropfenmasse taucht hier nicht explizit auf, da sie in der totalen Enthalpie mit berücksichtigt wird.

In den in dieser Arbeit betrachteten Fällen werden die Tropfen immer mit einer Temperatur unterhalb der Sättigungstemperatur eingespritzt, was dazu führt, dass diese nicht überschritten werden kann. Sie nähert sich dieser lediglich asymptotisch an. Die Änderung der Tropfenmasse ergibt sich nach dem sogenannten Film-Modell zu

$$\frac{dM_T}{dt} = \pi \cdot D_T \cdot \rho \cdot D_F \cdot Sh \cdot \frac{W_i}{W_G} \cdot \ln \left(\frac{1 - \chi_s}{1 - \chi_v} \right), \quad (2.27)$$

wobei die Sherwood-Zahl Sh folgendermaßen gebildet wird:

$$Sh = 2 + 0.6 \cdot Re^{0.5} \cdot \left(\frac{\mu}{\rho \cdot D_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.28)$$

W_i und W_G sind die Molmassen des Dampfes der Spezies i sowie der Mischung der kontinuierlichen Phase. $\chi_s = \frac{p_v}{p}$ ist der Gleichgewichtsmolanteil der verdampfenden Spezies an der Tropfenoberfläche und χ_v der Molanteil der verdampfenden Spezies im umgebenden Gas. Der Dampfdruck p_v kann mit Hilfe der Antoine-Gleichung bestimmt werden:

$$p_v = p_{sc} \cdot e^{\left(A - \frac{B}{T_T + C} \right)} \quad (2.29)$$

Die Werte der Koeffizienten p_{sc} , A , B und C für die hier betrachteten Treibstoffe MMH und NTO befinden sich im Anhang A.3. Der Massenquellterm für die Gasphase innerhalb eines bestimmten Volumens, beispielsweise einer

numerischen Rechenzelle, kann aus der zeitlichen Änderung der Tropfenmasse berechnet werden:

$$\int_V \vec{S}_\rho \, dV = -\frac{dM_T}{dt} \quad (2.30)$$

2.2.2.3 Berücksichtigung des Tropfenspektrums

Mit den gerade beschriebenen Gleichungen und Modellen kann der Tropfentransport sowie deren Verdampfung in einem allgemeinen Berechnungsgebiet beschrieben werden. Die Tropfen müssen dazu an definierten geometrischen Positionen initialisiert werden, d. h. ihre Geschwindigkeiten, Massenströme sowie initiale Tropfendurchmesser müssen angegeben werden. Im Allgemeinen variieren die Tropfen nach ihrer Entstehung sowohl in Größe wie auch Geschwindigkeit. Vereinfachend wird hier angenommen, dass alle Tropfen die gleichen Geschwindigkeiten haben, welche allerdings von der jeweiligen Einspritzposition abhängen kann. Das initiale Durchmesserspektrum der Tropfen wird mittels der Rosin-Rammler-Verteilung abgebildet, welche in ihrer volumenbasierten Formulierung folgendermaßen lautet [34, 44]:

$$f_V(D_T) = \frac{q}{D_T} \cdot \left(\frac{D_T}{D_{RR}}\right)^q \cdot e^{-\left(\frac{D_T}{D_{RR}}\right)^q} \quad (2.31)$$

In der Lagrange'schen Betrachtungsweise der Tropfen müssen für jeden Tropfen die Bewegung wie auch die Verdampfung berechnet werden. Dies würde auf Grund der Vielzahl an physikalischen Tropfen einen zu großen numerischen Aufwand bedeuten. Daher werden üblicherweise eine gewisse Anzahl an physikalischen Tropfen zu einem numerischen Tropfen zusammen gefasst. Alle diese physikalischen Tropfen verhalten sich analog zu dem betrachteten numerischen. Es kann somit ein Verhältnis von physikalischem zu numerischem Tropfenstrom gebildet werden.

$$n_{\text{rate}} = \frac{\dot{n}}{\dot{n}_{\text{CFD}}} \quad (2.32)$$

Dieses Verhältnis stellt eine Eingangsgröße der numerischen Simulation dar. Es muss ausreichend klein gewählt werden, um genügend Tropfenbahnen zu be-

trachteten, sodass sich ein konsistentes Verhalten ergibt. Dies kann empirisch analog zur Gitterkonvergenz untersucht werden.

Die oben hergeleiteten Quellterme S_h , \vec{S}_U und S_ρ werden für die Berechnung der kontinuierlichen Phase über alle numerischen Tropfen in der Gitterzelle aufsummiert.

2.2.3 Diskretisierung und Lösungsverfahren

Um die oben vorgestellten Gleichungen auf einem diskreten Gitter mit Hilfe von numerischen Verfahren lösen zu können, müssen sie in eine diskrete Form überführt werden. Details zur Diskretisierung und den verwendeten Lösungsverfahren können unter [9] nachgelesen werden. ANSYS CFX verwendet ein gekoppeltes Lösungsverfahren, welches Massen- und Impulserhaltung simultan löst, wobei die Gleichungen hierfür in einer impliziten Form diskretisiert werden.

2.3 Einführung in die Akustik von Raketenbrennkammern

Raketentriebwerke bestehen in der Regel aus einem zylindrischen Teil, der Brennkammer, gefolgt von einem konvergenten und einem divergenten Düsenteil (siehe Abbildung 1.1c). Bei der Untersuchung von Verbrennungsinstabilitäten ist es ausreichend, nur die Brennkammer und den konvergenten Düsenteil zu betrachten, da akustische Wellen aus dem divergenten Teil auf Grund der dortigen Überschallströmung nicht mehr in die Brennkammer zurück propagieren können. Der konvergente Düsenteil kann mit Hilfe eines analytischen Ansatzes von Bell und Zinn [11] beschrieben werden [40]. Für die Berechnung der Flammenantwort ist dieser Bereich allerdings nicht von Bedeutung, da die Verbrennung in der Regel vor dem Eintritt in den konvergenten Düsenteil abgeschlossen ist. Die Akustik im zylindrischen Teil kann für eine homogene Strömung mit Hilfe analytischer Beziehungen beschrieben werden [26, 40, 51]. Diese werden im Folgenden vorgestellt, um einen Eindruck von den akustischen Moden in der Brennkammer zu vermitteln und um daraus einen Ansatz zur effektiven Bestimmung der Flammenantwort auf akustische Anregung

abzuleiten. Eine detaillierte Herleitung kann in [40] gefunden werden. Diese basiert auf der Zerlegung der instantanen Feldgrößen (Druck, Temperatur, Dichte, Geschwindigkeiten) in einen zeitlichen Mittelwert und einen zeitabhängigen Fluktuationsanteil mit anschließender Linearisierung der in Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Navier-Stokes-Gleichungen. Dabei werden eine homogene und eindimensionale mittlere Strömung angenommen sowie viskose Effekte vernachlässigt.

2.3.1 Akustische Moden in zylindrischen Geometrien

Für einen Zylinder mit homogener mittlerer Strömung in rein axialer Richtung kann das Druckfeld ausgehend von der Wellengleichung mit mittlerer Strömung durch folgenden Separationsansatz beschrieben werden [26, 40]:

$$\hat{p}(x, r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{mn}(x) \cdot R_{mn}(r) \cdot \Theta_{mn}(\theta) , \quad (2.33)$$

wobei $\hat{p}(x, r, \theta)$ die komplexe Druckamplitude ist. Sie ergibt sich aus der Überlagerung einer unendlichen Anzahl von Modenformen. Die Druckfluktuation folgt nach dem harmonischen Ansatz hieraus zu $p' = \Re(\hat{p}(x, r, \theta) \cdot e^{i\omega t})$. m und n sind die azimuthale und radiale Ordnung. Mit ihrer Hilfe können die Modenformen in entsprechende Klassen eingeteilt werden. Dies wird zum Beispiel von Kathan [40] detailliert beschrieben. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der longitudinalen ($m = 0$ und $n = 0$) und ersten transversalen ($m = 1$ und $n = 0$) Modenklasse, deren räumliches Aussehen in den folgenden Abschnitten analysiert wird.

$$\frac{\partial \vec{U}'}{\partial t} + (\bar{u} \nabla) \vec{U}' = -\frac{1}{\bar{\rho}} \nabla p' \quad (2.34)$$

Mit Hilfe der linearisierten Impulserhaltungsgleichung 2.34 können die Geschwindigkeiten in axialer, radialer und Umfangsrichtung berechnet werden:

$$\hat{u}(x, r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} U_{mn}(x) \cdot R_{mn}(r) \cdot \Theta_{mn}(\theta) \quad (2.35)$$

$$\hat{v}(x, r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} V_{mn}(x) \cdot \frac{dR_{mn}(r)}{dr} \cdot \Theta_{mn}(\theta) \quad (2.36)$$

$$\hat{w}(x, r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W_{mn}(x) \cdot \frac{R_{mn}(r)}{r} \cdot \frac{d\Theta_{mn}(\theta)}{d\theta} \quad (2.37)$$

Die Ansatzfunktion für die Druckverteilung in axialer Richtung ergibt sich mit Hilfe der Riemann-Invarianten zu

$$P_{mn}(x) = \bar{\rho} \cdot c \cdot \left(\hat{F}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + \hat{G}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^- x} \right) \quad (2.38)$$

mit den axialen Wellenzahlen

$$k_{mn}^{\pm} = \frac{k}{1 - \text{Ma}^2} \left(-\text{Ma} \pm \sqrt{1 - \left(\frac{k_{mn}^r}{k} \right)^2 (1 - \text{Ma}^2)} \right). \quad (2.39)$$

\hat{F}_{mn} und \hat{G}_{mn} stellen dabei die komplexwertigen Amplituden der stromauf und -ab laufenden Wellen im Ursprung des Koordinatensystems dar, welcher mit der Einspritzebene zusammen fällt. Die Ansatzfunktionen der Geschwindigkeitsverteilungen können wiederum mit Hilfe der Impulserhaltung (Gleichung 2.34) bestimmt werden.

$$U_{mn}(x) = \kappa_{mn}^+ \cdot \hat{F}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + \kappa_{mn}^- \cdot \hat{G}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^- x} \quad (2.40)$$

$$V_{mn}(x) = \mu_{mn}^+ \cdot \hat{F}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + \mu_{mn}^- \cdot \hat{G}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^- x} \quad (2.41)$$

$$W_{mn}(x) = \mu_{mn}^+ \cdot \hat{F}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + \mu_{mn}^- \cdot \hat{G}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^- x} \quad (2.42)$$

Effekte durch die mittlere Strömung werden in den Hilfsvariablen κ_{mn}^{\pm} und μ_{mn}^{\pm} berücksichtigt.

$$\kappa_{mn}^{\pm} = \frac{k_{mn}^{\pm}}{k - \text{Ma} \cdot k_{mn}^{\pm}} \quad (2.43)$$

$$\mu_{mn}^{\pm} = \frac{-i}{k - \text{Ma} \cdot k_{mn}^{\pm}} \quad (2.44)$$

Die Ansatzfunktion in radialer Richtung ist für eine harte Brennkammerwand ohne Absorber folgendermaßen definiert:

$$R_{mn}(r) = J_m(k_{mn}^r r) \quad (2.45)$$

Die Wellenzahl in radialer Richtung ergibt sich durch folgenden Ausdruck:

$$k_{mn}^r = \frac{s_{mn}}{R_{BK}} \quad (2.46)$$

In Tabelle 2.1 sind die entsprechenden Eigenwerte der Besselfunktion für die longitudinale sowie die ersten drei transversalen Moden angegeben. Die An-

Tabelle 2.1: Eigenwerte der Besselfunktion

Mode	m	n	s_{mn}
L	0	0	0.0
T1	1	0	1.8412
T2	2	0	3.0541
T3	3	0	4.2013

satzfunktion in Umfangsrichtung folgt aus der Schließungsbedingung ($\Theta_m(\theta) = \Theta_m(\theta + 2\pi)$) zu:

$$\Theta_m(\theta) = \cos(m\theta + \delta_m) \quad (2.47)$$

δ_m ist ein Korrekturwinkel zur Ausrichtung der Mode im Koordinatensystem. Die Cut-On-Frequenz einzelner Moden ergibt sich hierbei zu:

$$\omega_{mn}^{\text{co}} = c \cdot \frac{s_{mn}}{R_{BK}} \cdot \sqrt{1 - \text{Ma}^2} \quad (2.48)$$

Sie beschreibt die Frequenz, ab der die axialen Wellenzahlen aus Gleichung 2.39 rein reel werden, also nicht mehr räumlich gedämpft und somit ausbreitungsfähig sind. Rein physikalisch gesehen bedeutet dies, dass erst oberhalb dieser Frequenz signifikante Amplituden der Moden innerhalb einer Brennkammer auftreten können.

2.3.2 Transversale Moden

Die erste Modenklasse mit transversalem Anteil ist besonders gefährlich hinsichtlich dem Auftreten von Verbrennungsinstabilitäten, da die akustischen Verluste über die Düse hierfür besonders niedrig sind [40], weshalb diese fokussiert bei der Analyse der Flammendynamik betrachtet wird. Unter Anwendung

der Gleichungen aus Abschnitt 2.3.1 wird im Folgenden nun das akustische Feld in einer Brennkammer analysiert, welches für eine gegebene Konfiguration (Brennkammerdurchmesser und Schallgeschwindigkeit) insbesondere durch die Parameter Frequenz und Brennkammermachzahl sowie den Randbedingungen bestimmt wird.

2.3.2.1 Modenform im Querschnitt

Wie aus Gleichungen 2.45 und 2.47 ersichtlich ist, haben Frequenz, Mach-Zahl sowie Randbedingungen am Brennkammerein- und -austritt keinerlei Einfluss auf die Modenform im Brennkammerquerschnitt. Ebenso ist die Form unabhängig von der axialen Koordinate. Lediglich die absolute Fluktuationsamplitude und -phase ändert sich in axialer Richtung. Abbildung 2.2 zeigt den entdimensionierten Realteil der Druckverteilung im Brennkammerquerschnitt. Die Amplitude ist im oberen und unteren Bereich der Brennkammer

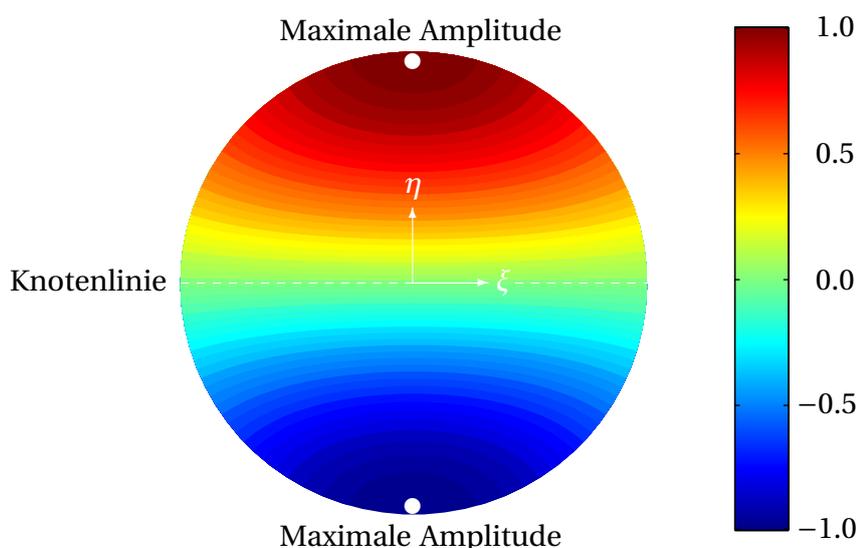


Abbildung 2.2: Druckverteilung der T1-Mode im Brennkammerquerschnitt

maximal, im Zentrum befindet sich eine Knotenlinie mit verschwindender Druckamplitude. Die Phase ändert sich hier um 180° .

Die Absolutgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt ist in Abbildung 2.3 darstellt. Sie ergibt sich durch die vektorielle Überlagerung der beiden Geschwindigkeitskomponenten, welche im Anhang B gezeigt sind. Der Farbverlauf gibt die entdimensionierte Amplitude an. Überlagert sind die entspre-

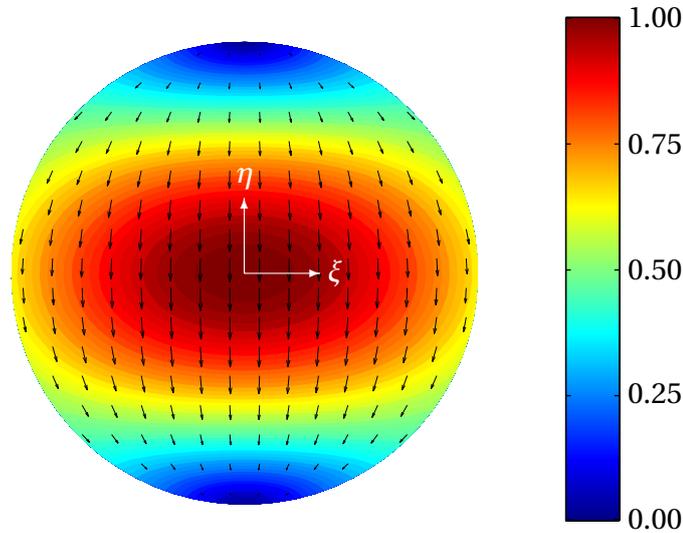


Abbildung 2.3: Geschwindigkeitsfeld im Brennkammerquerschnitt

chenden Geschwindigkeitsvektoren zu sehen. Die Amplitude wird im Zentrum maximal, allerdings treten auch am Rand der Brennkammer im Bereich der Druckknotenlinie signifikante Amplituden auf. Die Minima der Geschwindigkeitsamplituden fallen mit den Maxima der Druckamplituden zusammen und die Geschwindigkeitsvektoren richten sich parallel zu den Druckgradienten aus.

2.3.2.2 Modenform in axialer Richtung

Gleichung 2.38 kann folgendermaßen umformuliert werden

$$P_{mn}(x) = \bar{\rho} \cdot c \cdot \hat{G}_{mn} \cdot \left(R_{mn}^{\text{FP}} \cdot e^{-ik_{mn}^{x+}x} + e^{-ik_{mn}^{x-}x} \right), \quad (2.49)$$

wobei der Reflexionsfaktor an der Einspritzplatte als

$$R_{mn}^{\text{FP}} = \frac{\hat{F}_{mn}}{\hat{G}_{mn}}$$

definiert ist. Ebenso können die axialen Wellenzahlen (Gleichung 2.39) in

$$k_{mn}^{x\pm} = \frac{s_{mn}}{R_{\text{BK}}} \cdot \frac{\tilde{f}}{\sqrt{1 - \text{Ma}^2}} \cdot \left(-\text{Ma} \pm \sqrt{1 - \tilde{f}^{-2}} \right). \quad (2.50)$$

überführt werden, sodass das Verhältnis der Frequenz zur Cut-On-Frequenz $\tilde{f} = f/f_{\text{co}}$ auftritt. Betrachtet man die axiale Ansatzfunktion P_{mn} nun als Funk-

tion einer entdimensionierten axialen Koordinate x/R_{BK} , so sind nur noch die Einflussparameter Ma , \tilde{f} sowie R_{mn}^{FP} vorhanden. Im Folgenden wird nun die axiale Ansatzfunktion für Variationen der Einflussparameter genauer betrachtet, um deren Einfluss auf die Modenform zu zeigen. Die dargestellte axiale Ausdehnung entspricht dabei der Größenordnung üblicher Brennkammerlängen. Die weiteren Parameter werden aus für Raketenbrennkammern typischen Wertebereichen gewählt und die Amplitude ist mit dem Maximalwert der in jedem Diagramm betrachteten Kurven entdimensioniert.

Abbildung 2.4 zeigt den Einfluss der Machzahl in der Brennkammer auf die axiale Ansatzfunktion (Gleichung 2.49). Hierbei wird $\tilde{f} = 1$ und R_{mn}^{FP} als energie-neutrale Randbedingung abhängig von der Machzahl gewählt. Dies bedeutet, dass keinerlei akustische Energie über diese Berandung transportiert wird. In diesem Fall lautet der Reflexionsfaktor [40]:

$$R_{mn}^{FP} = \frac{1 - Ma}{1 + Ma} \quad (2.51)$$

Dadurch sinkt die Amplitude des Reflexionsfaktors mit steigender Machzahl und die Phase ist immer gleich null. Die Amplitude der Ansatzfunktion sinkt

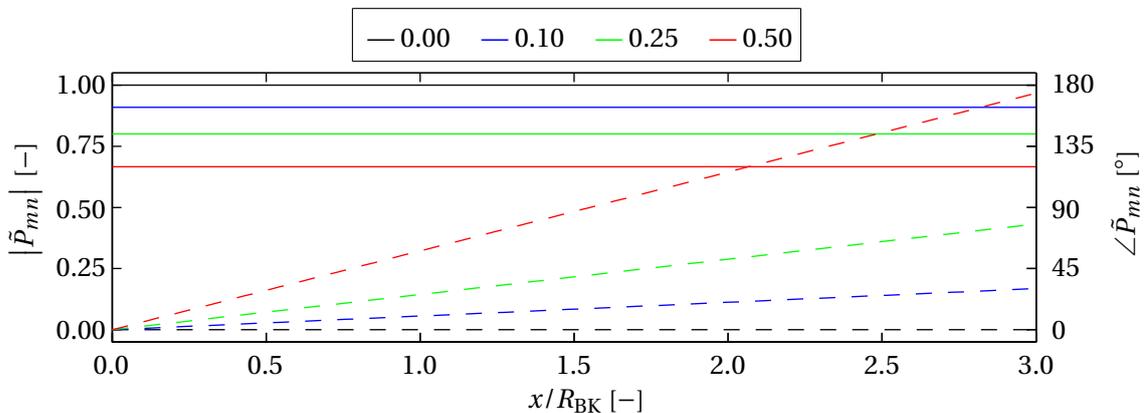


Abbildung 2.4: Einfluss der Brennkammermachzahl auf die axiale Ansatzfunktion (— Amplitude, -- Phase)

mit steigender Machzahl durch die fallende Amplitude des Reflexionsfaktor. Zusätzlich nimmt die Phasenänderung entlang der axialen Richtung bei steigender Machzahl zu. Dies bedeutet, dass das Druckfeld bei Machzahlen größer null nicht mehr mit konstanter Amplitude entlang der Brennkammerachse fluktuiert, sondern Druckgradienten in axialer Richtung auftreten. Laut Gleichung

2.34 sind diese auch immer mit Geschwindigkeitsfluktuationen verbunden.

Nun wird der Einfluss des Verhältnisses f/f_{co} auf die Modenform in axialer Richtung betrachtet (Abbildung 2.5). Hierzu wird die Machzahl zu $Ma = 0.25$

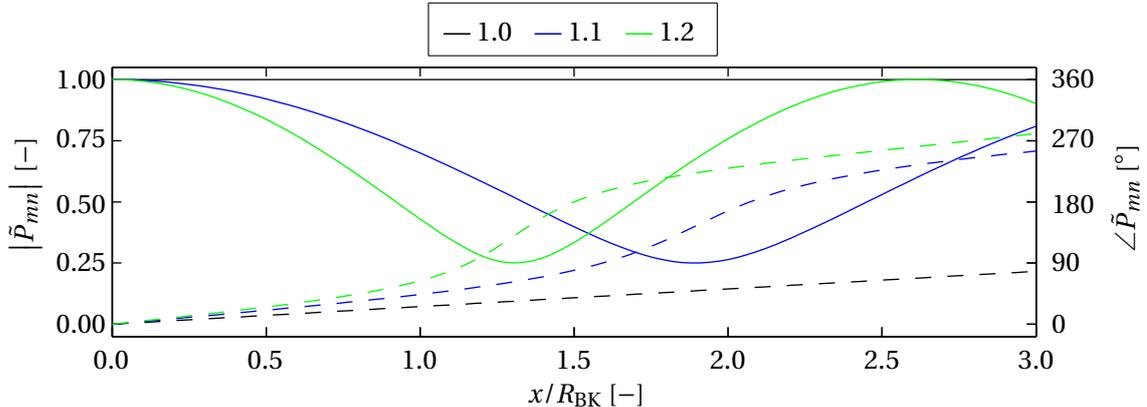


Abbildung 2.5: Einfluss der Frequenz auf die axiale Ansatzfunktion

und der Reflexionsfaktor als energieneutral ($R_{mn}^{FP} = 0.6$) gewählt. Bei steigendem Verhältnis der Frequenz zur Cut-On-Frequenz nimmt sowohl die Variation der Amplitude wie auch der Phase in axialer Richtung zu. Dies führt wiederum zu Gradienten der Druckfluktuationen und somit zu wachsenden Geschwindigkeitsfluktuationen.

Abbildungen 2.6 und 2.7 zeigen den Einfluss der Randbedingung am Übergang Injektor zu Brennkammer auf die axiale Ansatzfunktion. Hierbei wird die Machzahl zu $Ma = 0.25$ gewählt. Das Verhältnis der Frequenz zur Cut-On-Frequenz beträgt $\tilde{f} = 1$ bzw. $\tilde{f} = 1.1$. Für $\tilde{f} = 1$ gilt $k_{mn}^{x+} = k_{mn}^{x-}$, da der Wurzelausdruck in

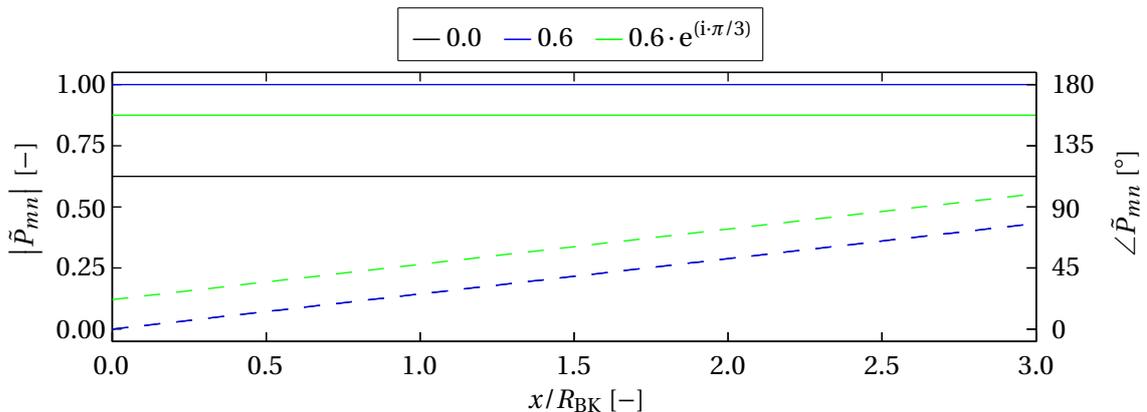


Abbildung 2.6: Einfluss der Randbedingungen auf die axiale Ansatzfunktion:
 $\tilde{f} = 1$

Gleichung 2.50 zu null wird. Hierdurch vereinfacht sich die axiale Ansatzfunktion aus Gleichung 2.49 zu

$$P_{mn}(x) = \bar{\rho} \cdot c \cdot \hat{G}_{mn} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} \cdot (R_{mn}^{\text{FP}} + 1). \quad (2.52)$$

Die Amplitude ist somit unabhängig von der axialen Richtung. Eine andere Randbedingung in der Einspritzebene führt zu einer Änderung der Amplitude und zusätzlich ergibt sich für komplexwertige Reflexionsfaktoren (grüne Kurve) ein konstanter Phasenversatz im Vergleich zu reellwertigen Reflexionsfaktoren (blaue und schwarze Kurven).

Betrachtet man eine Frequenz oberhalb der Cut-On-Frequenz, wie z.B. $\tilde{f} = 1.1$ in Abbildung 2.7, ergibt sich ein anderes Bild. Hier ändern sich sowohl

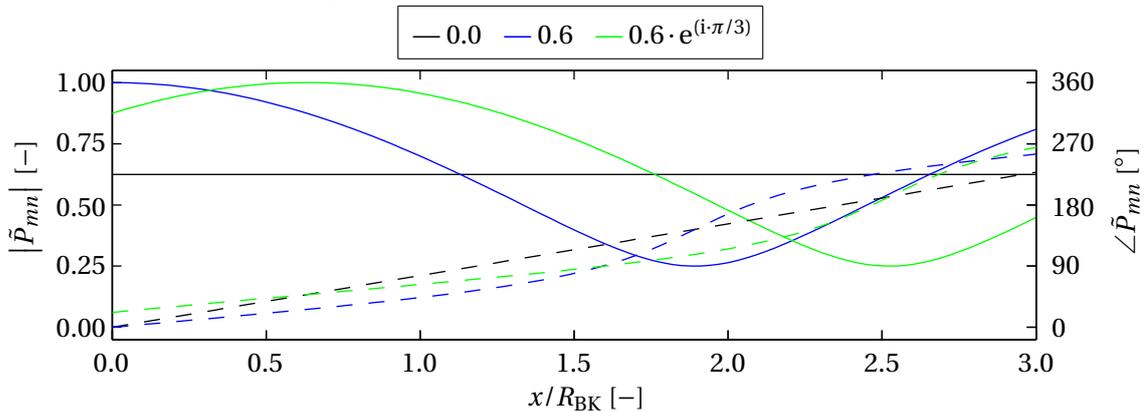


Abbildung 2.7: Einfluss der Randbedingungen auf die axiale Ansatzfunktion:
 $\tilde{f} = 1.1$

Amplitude und Phase durch eine Änderung des Reflexionsfaktors.

Die gewählten Werte der Randbedingungen entsprechen einem nicht-reflektierenden [40] ($R_{mn}^{\text{FP}} = 0.0$) bzw. energieneutralen ($R_{mn}^{\text{FP}} = 0.6$) Rand. Der gewählte Phasenwinkel stellt lediglich ein Beispiel für dessen Einfluss dar. Physikalisch werden die Randbedingungen durch Variation der Injektorgeometrie sowie Düsenkontur (für die stromab gelegene Randbedingung) beeinflusst. Ebenso kann das Strömungsfeld in Injektornähe einen Einfluss auf die Randbedingung für die Akustik haben.

In Abbildung 2.8 wird nun die amplitudengewichtete Phase des Druckfeldes im Brennkammerlängsschnitt dargestellt. Hierzu werden folgende Parameter

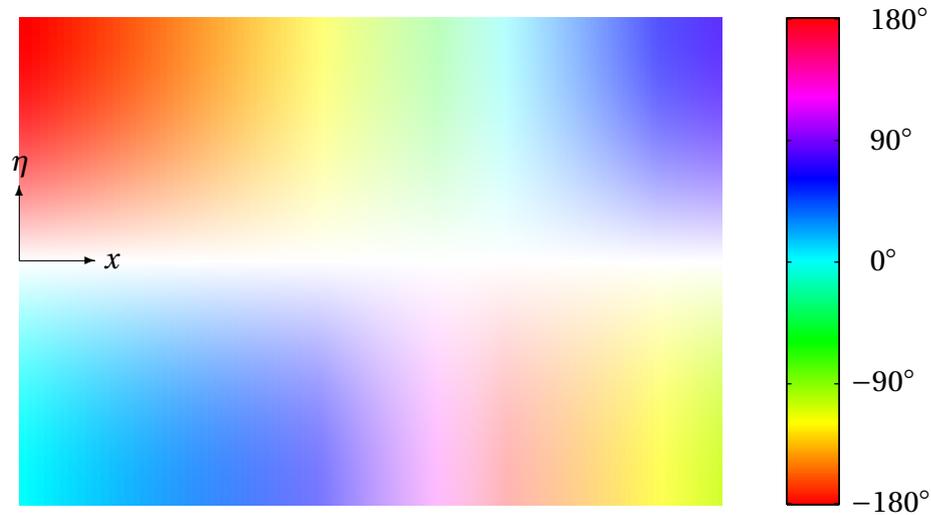


Abbildung 2.8: Druckverteilung der T1-Mode im Brennkammerlängsschnitt

verwendet: $Ma = 0.25$, $\tilde{f} = 1.1$ und $R_{mn}^{FP} = 0.6$. Dies entspricht wieder einer energieneutralen Randbedingung. Erkennbar ist hierbei die Variation der Amplitude in radialer und axialer Richtung (Veränderung der Farbintensität). Des Weiteren ist durch den Farbverlauf die Änderung der Phasenlage offensichtlich. Diese Verteilung zeigt nochmals die aus den vorherigen Abbildungen gewonnenen Erkenntnisse der Einflussparameter auf die axiale Modenform.

Zum Abschluss wird nun noch der Unterschied zwischen einer longitudinalen und transversalen Mode bei sonst gleichen Randbedingungen betrachtet (Abbildung 2.9). Die Parameter wurden zu $Ma = 0.25$ und $\tilde{f} = 1.1$ gewählt, wobei eine energieneutrale Eintrittsrandbedingung verwendet wird. Bei der longitu-

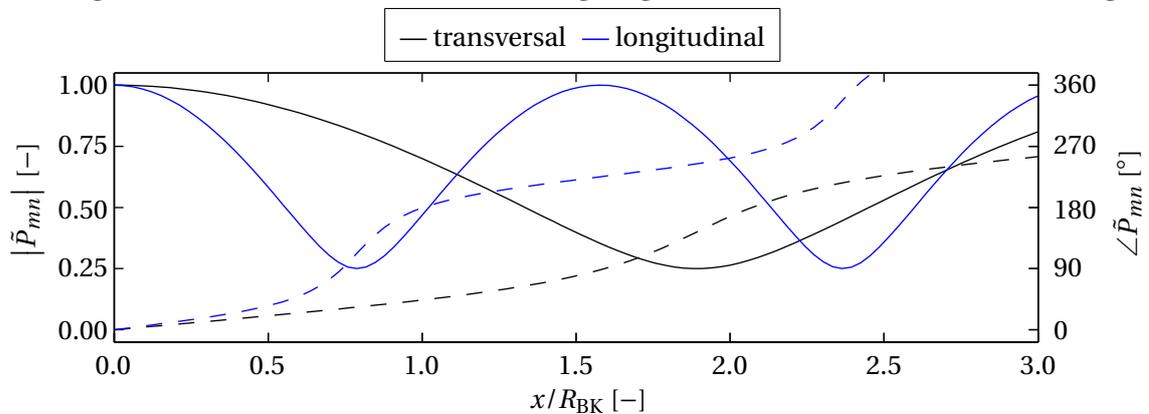


Abbildung 2.9: Einfluss der Mode auf die axiale Ansatzfunktion

dinalen Mode verändern sich Amplitude und Phase erheblich stärker in axialer

Richtung, die Druckgradienten sind also größer. Somit ergeben sich bei der longitudinalen Mode auch stärkere Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung.

Im Anhang B sind zum detaillierteren Verständnis weitere Abbildungen der räumlichen Verteilungen der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen akustischer Moden in Raketenbrennkammern zu finden.

Bisher wurde der Einfluss eines inhomogenen Strömungsfeldes in der Brennkammer auf die Modenform vernachlässigt. Im Detail ist dies Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten. Erste Ergebnisse zur Beeinflussung der Modenform durch axiale Gradienten finden sich in [38]. Durch die Berücksichtigung eines axialen Temperaturgradienten ergeben sich schwingungsfähige Moden bei den unterschiedlichen Cut-On-Frequenzen im kalten und heißen Bereich der Brennkammer. Diese Moden sind etwas stärker gedämpft als die Mode ohne axialen Temperaturgradienten. Für die Berücksichtigung weiterer Details müssen die Ergebnisse der Untersuchungen zu dieser Thematik abgewartet werden.

2.3.3 Konsequenzen für die Berechnung der Flammenantwort

Im vorherigen Abschnitt 2.3.2 wurden die Eigenschaften akustischer Moden in Raketenbrennkammern vorgestellt, woraus sich interessante Folgerungen für die Bestimmung der Flammenantwort ergeben. Hierfür spielt insbesondere die Lage von Druck- und Geschwindigkeitsmaxima eine große Rolle, da dies Regionen mit der stärksten Interaktion von Akustik und Wärmefreisetzung sind. Abbildung 2.10 zeigt eine Einspritzplatte, welcher die Druckverteilung einer T1-Mode überlagert wurde. Es sind nochmals die Bereiche mit hoher Druck- bzw. Geschwindigkeitsamplitude markiert. Die Verteilung der Druck- und Geschwindigkeitsamplituden wurde bereits in den Abbildungen 2.2 und 2.3 beschrieben.

Im Allgemeinen besteht das Einspritzsystem einer Raketenbrennkammer aus 100 bis 1000 Injektoren. Somit ist die Dimension eines einzelnen Injektors erheblich kleiner als der Brennkammerdurchmesser, welcher charakteristisch für die Wellenlänge der akustischen Mode im Brennkammerquerschnitt ist. Ein

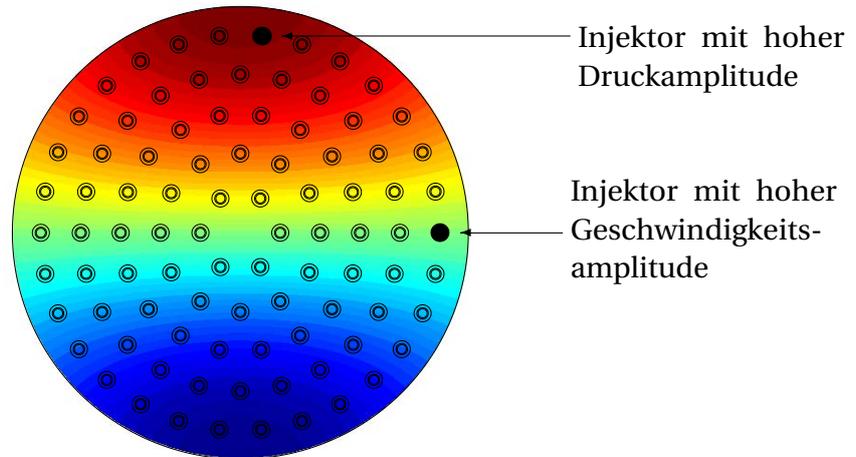


Abbildung 2.10: Charakteristische Injektorpositionen einer T1-Mode

Injektor ist somit kompakt gegenüber der Akustik. Es können nun unterschiedliche Injektoren im Bereich hoher Druck- bzw. Geschwindigkeitsfluktuationen betrachtet werden, um deren Antwortverhalten zu studieren. Abbildung 2.11 zeigt die Lage der betrachteten Injektorpositionen, wobei das Druck- und Geschwindigkeitsfeld entlang der Umfangsrichtung auf dem äußeren Radius abgewickelt wurde. Zur Bestimmung der Flammenantwort werden die Position

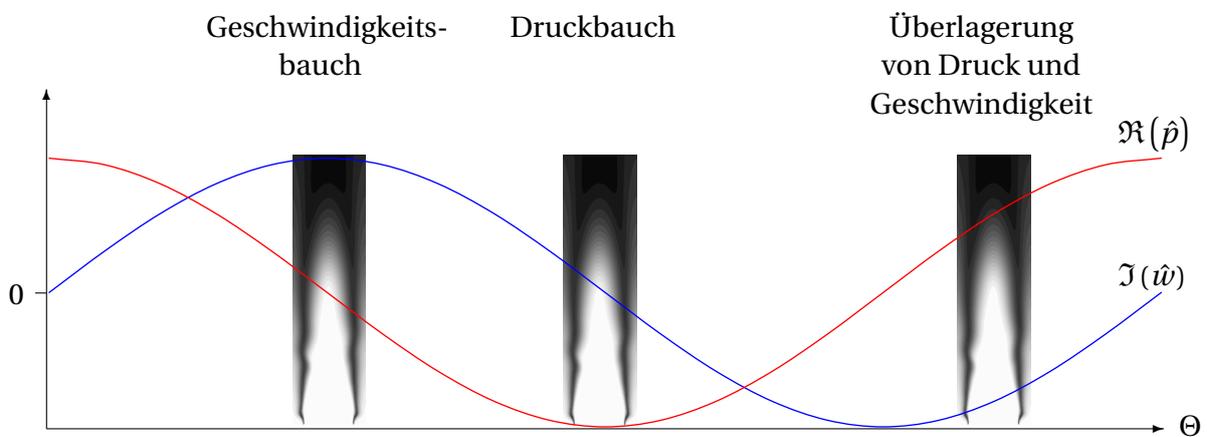


Abbildung 2.11: Skizze der Injektorlagen

mit reinen Druckfluktuationen sowie die Position mit reinen Geschwindigkeitsfluktuationen betrachtet. Die gesamte Antwort eines Injektors ergibt sich im linearen Fall anschließend durch die Überlagerung der Antwortverhalten auf Druck- bzw. Geschwindigkeitsfluktuationen, wie es in Abbildung 2.11 rechts zu sehen ist.

Wie in Abschnitt 2.3.2 zu sehen war, können die Druck- und Geschwindigkeitsamplituden auch für transversale Moden signifikant in axialer Richtung

variieren. Üblicherweise wird die Länge einer Raketenbrennkammer so ausgelegt, dass die Verbrennung kurz vor Erreichen des konvergenten Düsentails abgeschlossen ist. Die Flammenlänge liegt damit in der Größenordnung der Brennkammerlänge, weshalb die Flamme in axialer Richtung nicht als kompakt angesehen werden kann, wohingegen sie im Querschnitt kompakt gegenüber der Akustik ist. Dies wird insbesondere in Kapitel 7 von Bedeutung sein.

2.4 Thermoakustische Kopplung in Raketenbrennkammern

Nach der Einführung in die Grundlagen akustischer Moden in Raketenbrennkammern werden in diesem Abschnitt nun die Kopplungsmechanismen bei der Verbrennung flüssiger Treibstoffe vorgestellt, wobei die folgenden betrachtet werden:

- Modulation des Injektormassenstroms
- Modulation der Zerstäubung
- direkte Modulation der Verdampfung und Verbrennung durch transversale Geschwindigkeitsfluktuationen bzw. Druck- und longitudinale Geschwindigkeitsfluktuationen
- Verschiebung des Flammenschwerpunktes

Diese bilden einen Großteil der bereits u. a. in [7, 17, 32, 71, 82, 83] beschriebenen Kopplungsmechanismen ab. Sie sind schematisch in Abbildung 2.12 dargestellt, wobei jeweils die akustischen Fluktuationen des Drucks (p') und der axialen (u') sowie transversalen (w') Geschwindigkeiten die Ausgangspunkte für die Rückkopplungsmechanismen bilden. Diese akustischen Fluktuationen haben einen Einfluss auf die unterschiedlichen Prozesse, welche von den Treibstoffen auf dem Weg von der Einspritzung bis zur vollständigen Verbrennung durchlaufen werden. So modulieren sie zum Beispiel den Injektormassenstrom, welcher in der Konsequenz zu einer fluktuierenden Verdampfung und Verbrennung führt. Dem Rayleigh-Integral folgend wird somit die Wärmefreisetzungsrates als Antwortgröße betrachtet, da sie letztlich zu einer Verstärkung oder Dämpfung der akustischen Fluktuationen führen kann. Bevor die einzelnen Mechanis-

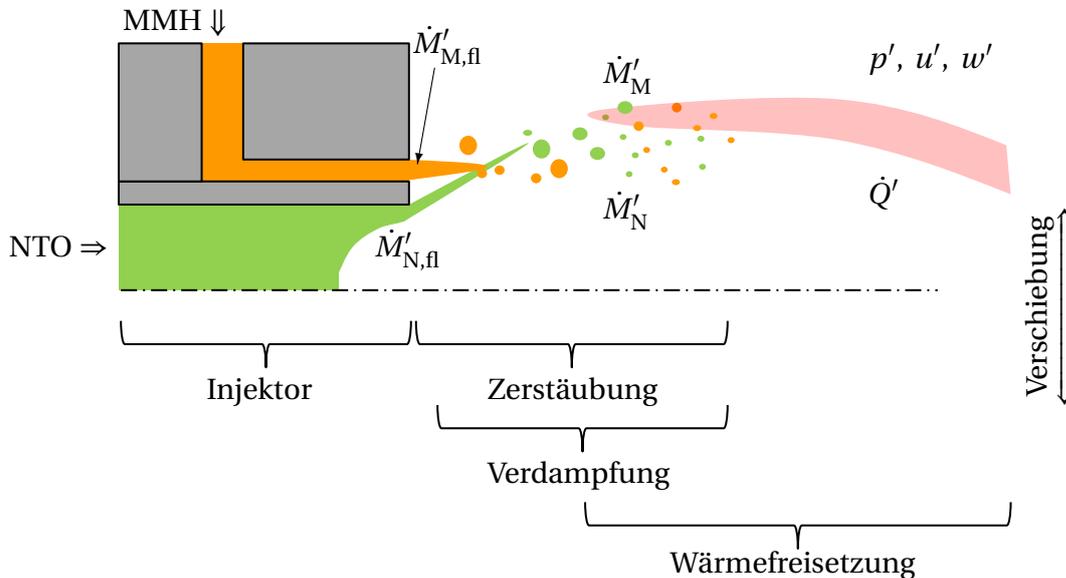


Abbildung 2.12: Schematische Darstellung der Kopplungsmechanismen

men erläutert werden, wird zunächst das Rayleigh-Integral (Gleichung 2.53) eines einzelnen Injektors unter Annahme der charakteristischen Größenunterschiede von Akustik und Verbrennung in Raketenbrennkammern betrachtet. Es kann als ein Maß für das Potential eines Injektors zur Verstärkung oder Dämpfung von thermoakustischen Schwingungen angesehen werden:

$$\text{Ra}_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} \dot{q}' \cdot p' \, dV \, dt \quad (2.53)$$

$$= \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} (\dot{q} - \bar{\dot{q}}) \cdot p' \, dV \, dt \quad (2.54)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{V_{\text{Inj}}} \Re(\hat{q} \cdot \hat{p}^*) \, dV \quad (2.55)$$

Gleichung 2.55 verwendet die komplexen Amplituden im Frequenzbereich anstatt der Fluktuationsgrößen im Zeitbereich.

Bei der Betrachtung der akustischen Moden in der gesamten Brennkammer in Abschnitt 2.3 wurde ein globales x, η, ξ -Koordinatensystem verwendet. Bei der nun folgenden Untersuchung einzelner Injektoren wird dagegen ein lokales x, y, z -Koordinatensystem betrachtet. Dessen Ursprung liegt ebenfalls in der

Einspritzebene. Die y -Richtung wird so gewählt, dass sie mit der Richtung des lokalen Druckgradienten des betrachteten Injektors zusammenfällt. Die z -Richtung zeigt in die Richtung normal zum lokalen Druckgradienten. Die akustischen Fluktuationsgrößen variieren somit nur noch in der y -Richtung und werden als konstant in die z -Richtung angenommen.

Wie bereits in Abschnitt 2.3.3 gezeigt wurde, sind die Längenskalen eines einzelnen Injektors erheblich kleiner als die der akustischen Fluktuationen. Daher kann der Druck als Taylorreihe erster Ordnung [53] um die Injektorachse entwickelt werden:

$$p' = \check{p}' + \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y \quad (2.56)$$

Mit $\check{}$ werden die jeweiligen Größen auf der Injektorachse bezeichnet, welche bei einem linearen Verlauf gleich der über den Injektorquerschnitt gemittelten Werte sind. Da der Druck nicht konstant entlang der Injektorachse ist, kann er zunächst nicht aus dem Integral heraus gezogen werden.

$$\text{Ra}_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} (\dot{q} - \bar{q}) \cdot \left(\check{p}' + \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y \right) dV dt \quad (2.57)$$

$$= \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} \left[\dot{q} \cdot \check{p}' + \dot{q} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y + \bar{q} \cdot \check{p}' + \bar{q} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y \right] dV dt \quad (2.58)$$

Die letzten beiden Summanden können vernachlässigt werden, da sie im zeitlichen Mittel zu null werden, woraus folgt:

$$\text{Ra}_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} \dot{q} \cdot \check{p}' dV dt + \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} \dot{q} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y dV dt \quad (2.59)$$

\check{p}' ist über den Querschnitt konstant, weshalb die Integrale folgendermaßen umformuliert werden kann:

$$\text{Ra}_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{L_{\text{Inj}}} \underbrace{\check{p}' \int_{A_{\text{Inj}}} \dot{q} dA}_{\text{Term 1}} dx dt + \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{L_{\text{Inj}}} \underbrace{\frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \int_{A_{\text{Inj}}} \dot{q} \cdot y dA}_{\text{Term 2}} dx dt \quad (2.60)$$

Es ergeben sich somit zwei Beiträge zum Rayleigh-Integral, wobei der erste die Druckfluktuation selbst beinhaltet (Term 1) und der zweite durch den Druckgradienten in transversaler Richtung bestimmt wird (Term 2). Die komplexwertigen Frequenzspektren der beiden Flächenintegrale der Terme 1 und 2 im Vergleich zu den Druckoszillationen ergeben sowohl Absolutwert als auch Vorzeichen des Rayleigh-Integrals. Dies wird im Verlaufe der Arbeit mehrfach im Detail für die einzelnen Kopplungsmechanismen untersucht, welche nun beschrieben werden.

2.4.1 Modulation des Injektormassenstroms

Akustische Fluktuationen aus der Brennkammer können durch die Injektoren stromauf in den Dom propagieren. Abhängig vom statischen Druckverlust über die Injektoren sowie den akustischen Eigenschaften des Doms selbst, können hierdurch ebenfalls akustische Schwingungen im Dom induziert werden. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn die Eigenfrequenzen des Doms und der Brennkammer weitestgehend übereinstimmen. Dies kann trotz der stark unterschiedlichen Temperaturen auftreten, da die Treibstoffe im Dom flüssig sind und damit eine hohe Schallgeschwindigkeit haben, wodurch diese in einer ähnlichen Größenordnung wie diejenige der heißen Verbrennungsprodukte in der Brennkammer liegen kann. In diesem Fall ist die Interaktion des aus Dom und Brennkammer bestehenden gekoppelten akustischen Systems besonders stark. Im Rahmen dieser Arbeit wird diese sogenannte Domkopplung nicht im Detail betrachtet. Unter gewissen Vereinfachungen lässt sie sich bei der nachfolgend beschriebenen Injektorkopplung berücksichtigen, da dies letztlich nur zu einem variierendem Druck am Injektoreintritt führt und dieser im Rahmen der Injektortransferfunktion berücksichtigt werden kann (mehr Details hierzu in Abschnitt 4.1).

Selbst bei konstantem Druck im Dom bilden Injektoren und Brennkammer ein gekoppeltes akustisches System. Der Massenstrom durch die Injektoren wird durch den Druckunterschied am Injektorein- und austritt bestimmt. Ein fluktuierender Druck in der Brennkammer führt zu einem variierenden Druckunterschied und somit zu einer Fluktuation der Austrittsgeschwindigkeit des Fluides wie auch zu einer Variation des Injektormassenstroms. Detailliert wird

dieses Phänomen in Kapitel 4 betrachtet.

2.4.2 Modulation der Zerstäubung

In Abschnitt 2.1 wurde bereits erwähnt, dass der Strahlzerfall stark vom Geschwindigkeitsunterschied zwischen der eintretenden Flüssigkeit und dem umgebenden Gas abhängt. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde, können akustische Fluktuationen in der Brennkammer zu Fluktuationen der Injektoraustrittsgeschwindigkeit und somit zu einer variierenden Relativgeschwindigkeit führen. Ebenso wird die Relativgeschwindigkeit von den akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen des umgebenden Gases beeinflusst. Dies betrifft somit sowohl den Primär- als auch Sekundärzerfall, welcher zu einem fluktuierenden Tropfenspektrum und damit in der Folge zur Modulation der Verdampfung und Verbrennung führt. Eine detaillierte Betrachtung dieser Kopplungsart erfolgt in Kapitel 5.

2.4.3 Direkte Modulation der Verdampfung und Wärmefreisetzung

Direkte Modulation der Verdampfung und Verbrennung bedeutet, dass sich akustische Fluktuationen direkt auf diese Prozesse auswirken, ohne Umweg über den Injektormassenstrom oder die Zerstäubung. Analog zu dem im Abschnitt 2.3.3 vorgestellten Prinzip der Betrachtung unterschiedlicher Injektorpositionen kann diese Kopplungsart weiterhin in den Einfluss der Fluktuationen der transversalen Geschwindigkeit auf der einen Seite und des Druckes sowie der longitudinalen Geschwindigkeit auf der anderen Seite unterteilt werden.

2.4.3.1 Einfluss der transversalen Geschwindigkeit

Neben dem bereits vorgestellten Einfluss auf die Zerstäubung verändern transversale Geschwindigkeitsfluktuationen die konvektive Wärme- und Stoffübertragung zwischen Gas und Tropfen und üben somit einen direkten Einfluss auf die Verdampfung aus, wodurch in der Folge dann auch die Verbrennung fluktuieren kann. Die Verbrennung selbst kann auch durch die Beeinflussung der Mischung der Reaktanden verändert werden. Dies wird in Kapitel 6 analysiert.

In [71–73, 83] konnte bei Gasturbinenbrennern gezeigt werden, dass transversale Geschwindigkeitsfluktuationen zu einer Verschiebung der Flamme führen und dies ein inherenter Treiber für akustische Instabilitäten ist. Die dort entwickelten Konzepte werden in dieser Arbeit auf die in Raketentriebwerken typischen Bedingungen übertragen und entsprechend analysiert. An dieser Stelle wird allerdings nur kurz die Grundidee erläutert:

Nimmt man vereinfachend an, dass der Druck entlang der Injektorachse konstant ist, kann der Term 2 in Gleichung 2.60 in ein Volumenintegral überführt werden. Wird dieses mit der mittleren Wärmefreisetzung entdimensioniert, erhält man einen Ausdruck für den Schwerpunkt der Flamme:

$$\Delta'_{\text{Fl}} = \frac{\int_{V_{\text{Inj}}} \dot{q} \cdot y \, dV}{\frac{1}{T_s} \int_{T_s} \int_{V_{\text{Inj}}} \dot{q} \, dV \, dt} \quad (2.61)$$

Mit Hilfe des zeitlichen Verlaufs des Schwerpunktes kann nun untersucht werden, inwiefern akustische Geschwindigkeitsfluktuationen die Flamme verschieben und sich somit letztlich auf die thermoakustische Kopplung auswirken. Zusätzlich kann noch eine relative Schwerpunktsverschiebung angegeben werden, welche das Verhältnis der Schwerpunktsverschiebung zur akustischen Verschiebung $\hat{\Delta}$ an einer Referenzposition auf der Brennkammerlängsachse x_{ref} angibt. Diese lautet im Frequenzbereich:

$$\tilde{\Delta}_{\text{Fl}} = \frac{\hat{\Delta}_{\text{Fl}}}{\hat{\Delta}(x = x_{\text{ref}})} \quad (2.62)$$

Die akustische Verschiebung ergibt sich aus dem zeitlichen Integral der Geschwindigkeitsfluktuation bzw. im Frequenzbereich zu [41]:

$$\hat{\Delta} = \frac{\hat{w}}{i \cdot \omega} \quad (2.63)$$

Damit lässt sich der zweite Teil des Rayleigh-Integrals aus Gleichung 2.60 fol-

gendermaßen ausdrücken:

$$\text{Ra}_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \cdot \bar{Q} \int_{T_s} \Delta'_{\text{ref}} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot \tilde{\Delta}_{\text{Fl}} dt \quad (2.64)$$

Im Detail werden diese Größen in Abschnitt 6.3.3 analysiert.

2.4.3.2 Einfluss des Druckes und der longitudinalen Geschwindigkeit

Die Verdampfung der Tropfen wird direkt durch den fluktuierenden Umgebungsdruck beeinflusst, da sich dadurch das Verhältnis zwischen Dampf- und Gasdruck ändert. Ebenso sind akustische Druckfluktuationen immer mit isentropen Temperatur- und Dichtefluktuationen verbunden [26, 40, 51]. Diese ändern die Wärmeübertragung vom Gas an den Tropfen, wodurch sich wiederum die Tropfentemperatur und damit der Dampfdruck ändert. Wie bei der transversalen Geschwindigkeitsfluktuation wird durch longitudinale Geschwindigkeitsfluktuationen die konvektive Stoffübertragung moduliert. In Folge der fluktuierenden Verdampfung ist eine Modulation der Verbrennung möglich. Der direkte Einfluss von Druck- und longitudinalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung und Verbrennung wird in Kapitel 7 betrachtet. Diese Effekte werden gemeinsam studiert, da, wie in Abschnitt 2.3 gezeigt wurde, deren räumliche Verteilung sehr stark aneinander gekoppelt ist.

2.5 Modellierung von Transferfunktionen mit Hilfe von Filtern

Mit Hilfe des in Abschnitt 2.3.3 vorgestellten Ansatzes der Betrachtung unterschiedlicher Positionen einzelner Injektoren kann die Flammenantwort auf akustische Anregung bestimmt werden, wobei die in Abschnitt 2.4 vorgestellten Phänomene betrachtet werden. Nach einer solchen Analyse mittels analytischer und numerischer Verfahren ist das Verhalten der Flamme bei verschiedenen Anregefrequenzen in Form von Transferfunktionen $\hat{G}(s)$, also eines Amplitudenverhältnisses sowie eines Phasenverzuges zwischen Anregung $\hat{X}(s)$ und Antwort $\hat{Y}(s)$ bekannt (Gleichung 2.65), wobei $s = \lambda + i \cdot \omega$ die spektrale

Variable ist.

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{Y}(s)}{\hat{X}(s)} \quad (2.65)$$

Sie stellt eine Erweiterung des in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten harmonischen Ansatzes dar. Mit ihrer Hilfe können in der Zeit harmonische Fluktuationen mit zusätzlich exponentiell variierender Amplitude beschrieben werden. Gleichung 2.66 gibt die Beziehung hierfür am Beispiel des Druckes an:

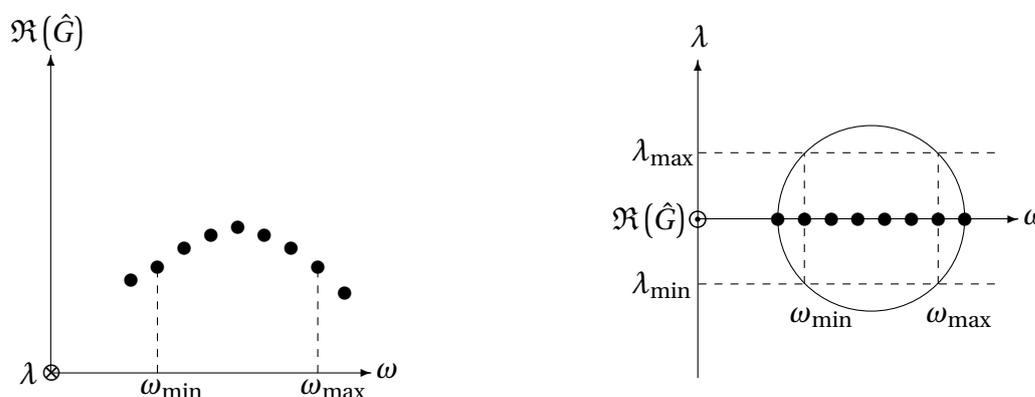
$$p' = \Re(\hat{p} \cdot e^{(s \cdot t)}) \quad (2.66)$$

$\omega = 2\pi \cdot f$ steht für die Oszillationsfrequenz, welche oft auch als reelle Frequenz bezeichnet wird, und λ für die Wachstumsrate, die mit dem Begriff der komplexen Frequenz assoziiert ist. Letztere gibt im Rahmen einer Stabilitätsanalyse eines Triebwerkes an, ob die Druckfluktuationen im zeitlichen Verlauf stärker ($\lambda > 0$) oder schwächer ($\lambda < 0$) werden. Aus Gründen des Umfangs und der Komplexität kann hier keine umfangreiche Einführung in die Thematik der Signalverarbeitung gegeben werden, welche die Grundlage für die Modellierung komplexer System mit Hilfe von Transferfunktionen bildet. Weitere Grundlagen finden sich zum Beispiel in [52].

Die mittels Transferfunktionen abgebildete Flamme ist allerdings nur ein Teilelement, welches bei der Bestimmung der Stabilität von Raketenbrennkammern betrachtet werden muss. Es existieren verschiedene Ansätze, um die Stabilität von komplexen Systemen im Frequenz- wie auch im Zeitbereich zu bestimmen. Die in den folgenden Kapiteln entwickelten Transferfunktionen zur

gestellten gekoppelten Ansatz aus CAA und CFD (siehe Abschnitt 1.3) und somit im Zeitbereichsverfahren PIANO verwendet werden. Dies bedeutet allerdings, dass das frequenzabhängige Verhalten durch entsprechende Verfahren in den Zeitbereich transformiert werden muss. Morgenweck [49] wendet hierzu Ansätze aus der digitalen Signalverarbeitung [52] an. In diesem Kapitel wird dieser Ansatz auf die Modellierung der Flammenantwort übertragen. Als Erweiterung zu den von ihm vorgestellten Randbedingungen wird hier noch auf eine Besonderheit bei der Flammenmodellierung eingegangen. In der Regel wird die Flammenantwort aus Effizienzgründen nur bei einer geringen Anzahl von

Frequenzen bestimmt. Beispielhaft ist dies in Abbildung 2.13a für den Realteil einer Transferfunktion dargestellt. Dennoch muss für die Übertragung vom



(a) Transferfunktion als Funktion der reellen Frequenz

(b) Transferfunktion in der Ebene aus reeller und komplexer Frequenz

Abbildung 2.13: Betrachtung der reellen und komplexen Frequenzebenen

Zeit- in den Frequenzbereich das gesamte Verhalten approximiert werden, da im Zeitbereich grundsätzlich alle Frequenzen auftreten können. Diese Auswirkungen werden ebenfalls im Folgenden diskutiert. Zunächst wird jedoch die Modellierung im Frequenzbereich vorgestellt, da die Ergebnisse dieser Arbeit in Form von Transferfunktionen auch im Frequenzbereich verwendet werden können.

Folgende Grundannahme wird bei der Modellierung immer verwendet: Aus analytischen Abschätzungen zum Beispiel mittels der Cut-On-Frequenz (Gleichung 2.48) oder aus reinen Akustiksimulationen ohne Rückkopplungsmodell ist ein kritischer Frequenzbereich bekannt, welcher hinsichtlich seiner Wachstums- oder Dämpfungsraten untersucht werden soll. A priori kann für diesen Frequenzbereich ein aus technischer Sicht interessierender Bereich für die Dämpfungsraten angegeben werden. Ein Ansatz hierzu findet sich in [56], wodurch sich für Oszillationsfrequenzen in der Größenordnung von 3000 Hz maximale Dämpfungsraten im Bereich von $\lambda_{\min} = -200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ bis $\lambda_{\min} = -500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ergeben. Größere Werte bedeuten ein extrem stabiles Verhalten des Triebwerkes und sind daher von geringerer Relevanz. Für die Wachstumsraten kann eine ähnliche Größenordnung angenommen werden, da größere Wachstumsraten auf Grund des extrem schnellen Anstiegs der Amplituden mit ausreichender Genauigkeit auf ein problematisches Verhalten des Triebwerkes hinweisen.

Daher ist eine Einschränkung auf den genannten Bereich der Wachstums- bzw. Dämpfungsraten ausreichend. Es kann somit in der komplexen Frequenzebene ein Gebiet definiert werden, in welchem die Transferfunktionen gültig sein müssen. Dieses ist als gestricheltes Rechteck in Abbildung 2.13b dargestellt. Dieser Bereich ist unabhängig davon, ob die eigentliche Simulation der akustischen Wellenausbreitung in der Brennkammer im Zeit- oder Frequenzbereich durchgeführt wird.

2.5.1 Modellierung im Frequenzbereich

Im Folgenden wird ein Ansatz zur Modellierung von Transferfunktionen im Frequenzbereich vorgestellt. Im Fokus steht hierbei die Ausdehnung des Gültigkeitsbereiches von rein reellen Frequenzen ω , bei denen in der Regel die Transferfunktionen bestimmt werden, in die Richtung des komplexen Frequenzanteils λ . Schmid et al. [66] stellen hierzu erstmals einen Ansatz vor. Die in den folgenden Kapiteln definierten Transferfunktionen werden mit Hilfe von Anregungsrechnungen bei diskreten Einzelfrequenzen bestimmt, welche sinnvollerweise den gesamten interessierenden Frequenzbereich auf der reellen Frequenzachse abdecken, wie es in Abbildung 2.13a dargestellt ist. Ein Ansatz zur Verwendung dieser Daten in Simulationen der gesamten Brennkammer besteht in deren Interpolation mit Hilfe eines Polynomansatzes in $i \cdot \omega$:

$$\hat{G}(i \cdot \omega) = \sum_{k=1}^K \hat{c}_k \cdot (i \cdot \omega)^k \quad (2.67)$$

Dieses Polynom stellt nun einen Filter mit den komplexwertigen Koeffizienten \hat{c}_k dar, welcher allerdings keinerlei Kausalitätsbedingungen [52] erfüllen muss, da er nur im Frequenzbereich verwendet wird. Allerdings werden die Referenzdaten im gesamten interessierenden reellen Frequenzbereich korrekt abgebildet. Die Transferfunktion in Form des Filters kann nun ebenfalls bei komplexen Frequenzen ausgewertet werden. Schmid et al. [66] konnten zeigen, dass damit ein kreisförmiges Gebiet in der komplexen Frequenzebene mit ausreichender Genauigkeit abgebildet werden kann. Dieser Kreis ist in Abbildung 2.13b eingezeichnet. Der charakterisierte Bereich auf der reellen Frequenzachse muss nun ausreichend breit gewählt werden, dass er das ge-

samte aus technischer Sicht interessierende Gebiet (gestricheltes Rechteck in Abbildung 2.13b) beinhaltet. Damit ist eine ausreichende Genauigkeit des Filters im gesamten Frequenzbereich sichergestellt.

Im Allgemeinen ist die Transferfunktion nicht im gesamten Frequenzbereich bekannt. Es stellt sich nun die Frage, inwiefern sich Abweichungen des angepassten Filters vom unbekanntem tatsächlichen Verhalten auf die Qualität der Modellierung auswirken, d. h. in einem Frequenzbereich, welcher nicht charakterisiert wurde, welcher aber auch für die Stabilitätsanalyse unbedeutend ist. Mit Hilfe einer fiktiven Fehlerfunktion $\hat{E}(s)$ kann eine neue Transferfunktion $\hat{H}(s) = \hat{G}(s) \cdot \hat{E}(s)$ gebildet werden. Diese hat die Eigenschaft, dass sie in einem gewissen Frequenzbereich das Systemverhalten korrekt wieder gibt, da dort $\hat{E}(s) = 1$ ist. Außerhalb dieses Frequenzbereiches nimmt die Fehlerfunktion beliebige Werte an. Berechnet man nun die Antwort des Systems \hat{Y} auf ein Eingangssignal \hat{X} mit der Frequenz s_0 , so ergibt sich folgende Systemantwort:

$$\hat{Y}(s) = \hat{H}(s) \cdot \hat{X}(s) \cdot \delta(s - s_0) = \hat{G}(s_0) \cdot \hat{E}(s_0) \cdot \hat{X}(s_0) \cdot \delta(s - s_0). \quad (2.68)$$

Es fällt auf, dass lediglich der Fehler bei der gewählten Eingangsfrequenz für den Fehler des Ausgangssignals entscheidend ist. Wird der Gültigkeitsbereich von $\hat{H}(s)$, also der Bereich, in dem die Fehlerfunktion eins ist, so gewählt, dass er die interessierenden Frequenzen beinhaltet, wird das Systemverhalten korrekt abgebildet. Abweichungen der approximierten Transferfunktion außerhalb dieses Frequenzbereiches beeinflussen das Ergebnis nicht. Hierbei wurde keinerlei Einschränkung von s_0 auf rein reelle Frequenzen vorgenommen. Dies bedeutet, dass sichergestellt sein muss, dass auch das Transferverhalten im komplexen Frequenzbereich korrekt wiedergegeben wird, wenn man an komplexen Eigenfrequenzen und damit an Wachstumsraten des Gesamtsystems interessiert ist.

Mit dem vorgestellten Ansatz kann nun einerseits die Breite des zu charakterisierenden Frequenzbereichs bestimmt werden. Andererseits können mit seiner Hilfe Transferfunktionen im Frequenzbereich sehr einfach modelliert werden. Somit können die in den Kapiteln 4 bis 7 aufgestellten Transferfunktionen in Stabilitätsanalysen verwendet werden.

2.5.2 Modellierung im Zeitbereich

Nach der Beschreibung eines Ansatzes zur Modellierung von Transferfunktionen im Frequenzbereich findet nun der Übergang zur Modellierung von Transferfunktionen im Zeitbereich statt. Nach [52] und [49] kann das frequenzabhängige Verhalten von Transferfunktionen im diskreten Zeitbereich mittels digitaler Filter abgebildet werden. Im diskreten Frequenzbereich lässt sich die Transferfunktion mit Hilfe eines rationalen Polynomansatzes beschreiben:

$$\hat{G}(z) = \frac{\sum_{k=0}^K b_k z^{-k}}{\sum_{l=0}^L a_l z^{-l}} = \frac{\hat{Y}(z)}{\hat{X}(z)} \quad (2.69)$$

Dieser kann nun analytisch in den diskreten Zeitbereich übertragen werden:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} \left(\sum_{k=0}^K b_k \cdot x[n-k] - \sum_{l=1}^L a_l \cdot y[n-l] \right) \quad (2.70)$$

Die Herausforderung besteht nun darin, die reellwertigen Filterkoeffizienten b_k und a_k im Frequenzbereich zu bestimmen. In [49] wird beschrieben, dass dies insbesondere dann schwierig wird, wenn nur wenige Frequenzen bekannt sind und/oder kein direkter kausaler Zusammenhang zwischen Systemeingang und -ausgang besteht. Auf diese Problematik wird nochmals genauer in Abschnitt 7.4 eingegangen.

Nach der Definition des Filteransatzes soll analog zur Modellierung im Frequenzbereich untersucht werden, inwiefern sich Modellierungsfehler außerhalb des bekannten Frequenzbereichs auf die Qualität des Antwortsignals im Zeitbereich auswirken. Hierzu wird eine sinngemäße Argumentationskette wie im Frequenzbereich verwendet. Es werden die gleichen Definitionen der Transferfunktion sowie des Systemein- und -ausgangs verwendet. Im kontinuierlichen Zeitbereich kann das Antwortverhalten $y(t)$ folgendermaßen formuliert werden:

$$y(t) = h(t) \star x(t) = g(t) \star e(t) \star x(t) \quad (2.71)$$

$x(t) = \Re(\hat{X} \cdot e^{(s_0 \cdot t)})$ ist ein monofrequentes Eingangssignal und \star steht für die

Faltungsoperation. Die Laplace-Transformation ergibt hierfür:

$$\mathcal{L}(y(t)) = \hat{Y}(s) = \hat{G}(s) \cdot \hat{E}(s) \cdot \hat{X}(s) = \hat{G}(s_0) \cdot \hat{E}(s_0) \cdot \hat{X}(s_0) \cdot \delta(s - s_0) \quad (2.72)$$

Die inverse Laplacetransformation führt wieder zurück zu einer Beschreibung im Zeitbereich:

$$\mathcal{L}^{-1}(\hat{Y}(s)) = \Re(\hat{G}(s_0) \cdot \hat{E}(s_0) \cdot \hat{X}(s_0) \cdot e^{(s_0 \cdot t)}) \quad (2.73)$$

Auch hier ist wiederum erkennbar, dass der Fehler im Ausgangssignal wiederum nur vom Fehler bei der Eingangsfrequenz abhängt. Dies zeigt ebenfalls, dass letztlich verschiedenartige Impulsantworten existieren können, die allerdings bei der Faltung mit Signalen aus einem gewissen Frequenzbereich die gleiche Antwort liefern.

Die von Schmid et al. [66] und hier aufgezeigten Eigenschaften lassen einige Schlüsse hinsichtlich der Verwendung von an wenigen Frequenzpunkten bekannten Transferfunktionen zur Bestimmung von Wachstumsraten in Stabilitätsanalysen zu:

- Eine Bestimmung der Flammenantwort an einer einzelnen Frequenz ist im Allgemeinen nicht ausreichend, da hierdurch keinerlei Aussage über den Verlauf in Richtung der reellen Frequenz und damit auch nicht in Richtung der komplexen Frequenz gemacht werden kann.
- Wird die Flammenantwort im Bereich der interessierenden reellen Frequenzen in analytischer Form korrekt bestimmt, wird auch das Verhalten bei komplexen Frequenzen richtig wiedergegeben, so lange die Wachstumsraten innerhalb des a priori definierten komplexen Frequenzbereichs bleiben. Für technische Fragestellungen ist dies absolut ausreichend.
- Diese Aussagen gelten für Stabilitätsanalysen sowohl im Zeit- wie auch Frequenzbereich.

2.5.3 Betrachtung spezieller Filterstrukturen

Nachdem nun die Modellierungsansätze im Allgemeinen eingeführt und auf ihre Eignung zur Anwendung in Stabilitätsanalysen hin untersucht wurden,

werden im Folgenden nun einige Spezialfälle betrachtet, welche in den Kapiteln 4 bis 7 Anwendung finden. Die präsentierten Modellierungsansätze stellen im Sinne der Signalverarbeitung Filter dar, welche ein Eingangssignal, z. B. akustische Druckfluktuationen, in ein Ausgangssignal, z. B. Wärmefreisetzungsfuktuation, überführen. Daher wird im Folgenden auch der Begriff des Filters für die Modellierung der Transferfunktionen verwendet.

2.5.3.1 Verstärkungsfaktor und Zeitverzug

In Analogie zum ursprünglichen N - τ -Modell nach Crocco [15] kann als einfachster Spezialfall ein Filter mit nur einem von null verschiedenen Koeffizienten im Zähler von Gleichung 2.69 mit der Amplitude N bei dem definierten Zeitverzug τ verwendet werden. Der große Vorteil dieses Modells liegt in der einfachen Bestimmung der Koeffizienten, welche sich bei einer definierten Frequenz ω_0 direkt aus den Frequenzverläufen ableiten lassen:

$$N = |\hat{G}(\omega_0)| \quad (2.74)$$

$$\tau = \frac{\angle \hat{G}(\omega_0)}{\omega_0} \quad (2.75)$$

Dieser Filter hat im gesamten Frequenzbereich eine konstante Amplitude $|\hat{G}(\omega)| = N$ und einen linearen Phasenverlauf $\angle \hat{G}(\omega) = \tau \cdot \omega$.

2.5.3.2 Tiefpass

Konvektiv dominierte Prozesse haben oft einen Tiefpasscharakter, d. h. dass die Amplitude des Übertragungsverhalten mit steigender Frequenz stark abnimmt und sich die Phase zu verändern beginnt. Im einfachsten Fall kann ein solches Verhalten folgendermaßen mathematisch beschrieben werden

$$\hat{G}(s) = K \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{\text{TP}}}\right)^{-n_{\text{TP}}}, \quad (2.76)$$

wobei $\omega^{\text{TP}} = 2\pi \cdot f^{\text{TP}}$ die Cut-Off-Frequenz des Filters, n_{TP} dessen Ordnung und K ein Skalierungsfaktor darstellen.

2.5.3.3 Bandpass

Eine weitere Möglichkeit der Modellierung im Zeitbereich besteht aus Bandpassfiltern. Diese haben die Eigenschaft, dass sie in einem gewissen Frequenzband eine signifikante Übertragungsamplitude liefern, außerhalb dieses Bereiches jedoch kein Signal übertragen. Hierfür lautet die mathematische Formulierung wiederum:

$$\hat{G}(s) = K \cdot \frac{s \cdot \frac{2\pi \cdot B}{\omega_{BP}^2}}{1 + s \cdot \frac{2\pi \cdot B}{\omega_{BP}^2} + s^2 \cdot \frac{1}{\omega_{BP}^2}} \quad (2.77)$$

mit der Bandbreite B und der Passfrequenz $f_{BP} = \frac{\omega_{BP}}{2\pi}$. Einerseits kann mit diesem Filter eine Übertragungsfunktion abgebildet werden, welche in einem breiten Frequenzbereich bekannt ist und das für diesen Filter charakteristische Verhalten aufweist. Andererseits kann er verwendet werden, wenn die Transferfunktion nur an wenigen Frequenzpunkten bekannt ist und sich daher zum Beispiel eine Modellierung mittels des Zeitverzugsmodells anbietet. Dieses hat allerdings den Nachteil, dass es auch bei Frequenzen außerhalb des bekannten Frequenzbereichs ein signifikantes Übertragungsverhalten liefert und daher zu einem instabilen Verhalten in diesem Bereich führen kann. Dies kann mittels eines Bandpassfilters verhindert werden, wenn der Passbereich auf den bekannten Frequenzbereich eingeschränkt wird.

3 Testfallbeschreibung und stationäre Strömung

Numerische Strömungssimulationen bilden die Basis zur Untersuchung des Einflusses von akustischen Fluktuationen auf die Verbrennung in Flüssigkeitsrakentriebwerken anhand der Treibstoffkombination MMH und NTO. Die theoretischen Grundlagen, Gleichungen und benötigten Schließungsmodelle zur Beschreibung der kontinuierlichen und der dispersen Phase wie auch der Verbrennung wurden bereits in Abschnitt 2.2 vorgestellt. Im Folgenden wird der Testfall eingeführt, welcher auch in den Untersuchungen der dynamischen Antwort der Verdampfung und Verbrennung verwendet wird. Die dafür benötigten Eingangsgrößen stammen aus [35]. Anschließend wird das stationäre Strömungsfeld für vier unterschiedliche Lastpunkte analysiert. Die grundsätzliche Anwendbarkeit eines solchen numerischen Modells zur Simulation der Verbrennung von MMH und NTO wurde bereits von mehreren Autoren nachgewiesen [5, 42, 43, 63]. In Anhang C wird das hier verwendete Simulationsmodell mit Hilfe von experimentellen Daten validiert sowie der Einfluss der Tropfeninitialisierung aufgezeigt.

3.1 Beschreibung des Testfalls

In Abschnitt 2.3 wurde bereits die Grundidee der Bestimmung der dynamischen Flammenantwort mit Hilfe von Einzelinjektorsimulationen skizziert. Daher wird im Folgenden auch nur ein solcher Einzelinjektor vorgestellt. Die genaue Anordnung in der Brennkammer spielt bei der Bestimmung der dynamischen Flammenantwort keine Rolle, sondern tritt erst wieder bei der Bestimmung der Gesamtstabilität des Triebwerkes in Erscheinung, was allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet wird. Die Querschnittsfläche des Berechnungsgebietes des Einzelinjektors entspricht der Fläche des gesam-

ten Brennkammerquerschnittes geteilt durch die Anzahl der Injektoren. Somit ergeben sich im Einzelinjektor vergleichbare Strömungsbedingungen wie in der Brennkammer. Die Länge des Gebietes entspricht in etwa der Distanz von der Einspritzebene bis zum Düsenhals des Triebwerkes. Der Einzelinjektor wird als Ausschnitt aus einem Ensemble vieler Injektoren betrachtet. Daher ist es sinnvoll, an den Rändern parallel zur Strömungsrichtung periodische Ränder zu verwenden, um somit den Einfluss benachbarter Injektoren abbilden zu können. Solche Ränder lassen sich besonders effektiv mit Hilfe eines sechseckigen Querschnitts darstellen, da somit gegenüberliegende Seiten eine Periodizität aufweisen und sich die fiktive gesamte Einspritzebene aus Einzelinjektoren zusammensetzen lässt. Die im Folgenden angegebenen Geometrie Größen sind mit dem äquivalenten Radius der Querschnittsfläche entdimensioniert, welcher in der Größenordnung von 10 mm liegt.

Abbildung 3.1a zeigt die Draufsicht auf die Einspritzebene. Zu erkennen ist zunächst die äußere sechseckige Begrenzung, wobei zusätzlich auch der äquivalente Kreisquerschnitt mit dem Entdimensionierungsradius R^* angegeben ist. Der zu dem Kreis gehörende Durchmesser wird im Laufe der Arbeit als Injektordurchmesser bezeichnet. Zusätzlich ist ein weiterer Kreis mit dem Radius $\tilde{R}_{a,M} = 0.26$ sichtbar, welcher die gesamten Einspritzpositionen einschließt. Dieser Bereich ist nochmals detaillierter in Abbildung 3.1b zu sehen. Innerhalb dieses Kreises liegen Schlitze, durch welche das flüssige MMH in die Brennkammer eingebracht wird. Weiter innerhalb liegt ein Kreisring mit den Radien $\tilde{R}_{i,N} = 0.066$ und $\tilde{R}_{a,N} = 0.099$ (siehe auch Abbildung 3.1c), durch den das ebenfalls flüssige NTO einströmt. Der NTO-Injektor selbst ist kein Kreisring, sondern besteht aus der gesamten Fläche innerhalb des äußeren Radius des Kreisrings. Der Kreisring bildet sich jedoch, da das NTO mit einer signifikanten Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung durch den Injektor strömt. Dadurch rotiert das Fluid um die Injektorachse und es bildet sich im Zentrum eine Rückströmung aus, sodass die Flüssigkeit letztlich nur durch den Kreisring in die Brennkammer eintritt. Der Innendurchmesser stammt aus [35] und kann mit Hilfe von CFD-Simulationen der Injektorinnenströmung bestimmt werden.

Das im weiteren Verlauf verwendete Koordinatensystem ist ebenfalls in Abbildung 3.1a eingezeichnet. Der Ursprung liegt in der Mitte des Injektors, die

axiale Richtung wird durch die x -Koordinate abgebildet. Sowohl y - wie auch z -Achse liegen in der Ebene senkrecht zur Injektorachse. In Abschnitt 2.4 wurde bereits die Lage des lokalen Koordinatensystems des Einzelinjektors im Vergleich zum globalen Koordinatensystem der gesamten Brennkammer erläutert.

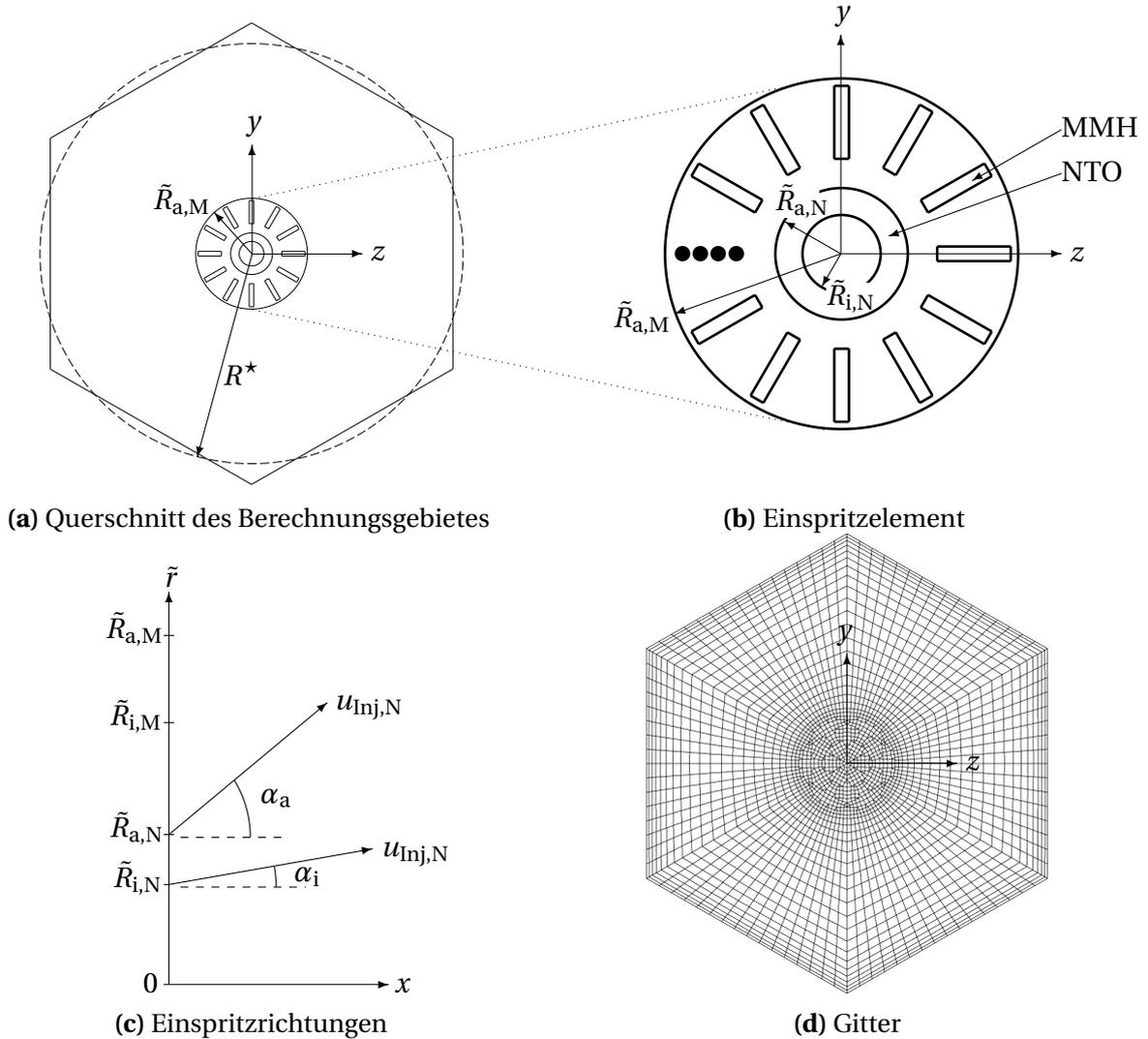


Abbildung 3.1: Einspritzebene

Die einzelnen oben beschriebenen Schlitze und der Kreisring sind erheblich kleiner als das Berechnungsgebiet. Um diese explizit durch das numerische Gitter aufzulösen, wäre eine große Anzahl an Gitterzellen notwendig und die Gittergenerierung würde auf Grund der komplexen Struktur einen großen Aufwand erfordern. Daher wird dieser Ansatz nicht verfolgt, sondern die Einspritzpositionen der dispersen Phase werden gitterunabhängig definiert. Dies

bietet die Möglichkeit, erheblich einfachere sowie gröbere Gitter zu verwenden um damit den Aufwand bei der Erstellung zu reduzieren und die Qualität zu erhöhen, da weniger verzerrte Zellen auftreten.

Die Einspritzpositionen werden im Folgenden an Hand von Abbildung 3.1c erläutert, welche nochmals im Detail den Bereich der Tropfeneinspritzung zeigt. Die NTO-Tropfen werden auf dem vorher beschriebenen Kreisring initialisiert. Sie haben hierbei eine Umfangsgeschwindigkeit von u_Θ und einen linear entlang des Radius von α_i zu α_a variierenden Winkel zur Injektorachse. Der Index i gibt den Wert auf dem Innenradius, der Index a den Wert auf dem Außenradius des Kreisrings an. Der Betrag der Geschwindigkeit aus axialer und radialer Richtung $u_{\text{Inj},N}$ ist unabhängig vom Radius, sodass sich durch den variierenden Winkel eine zunehmende radiale Komponente mit steigendem Radius ergibt und die axiale Komponente entsprechend abnimmt. Diese Art der Initialisierung wurde gewählt, um die in [35–37] beobachteten Sprays gut abzubilden. Auf diese Weise kann ein kegelförmiges Spray mit definierten Einspritzwinkeln erzeugt werden. Ebenso konnte das Simulationsmodell mit dieser Definition an Hand einer Einzelinjektorbrennkammer validiert werden. Die entsprechenden Ergebnisse sind im Anhang C zu finden.

Die Schlitze zur Initialisierung der MMH-Tropfen können nicht direkt als Rechtecke abgebildet werden, da diese Art der Initialisierung bei dem verwendeten Programmpaket nicht möglich ist. Daher werden sie mit Hilfe von vier Kreisen abgebildet, sodass deren Einhüllende wiederum das Rechteck ergibt und fast die gesamte Rechteckfläche ausgefüllt ist. Dies ist beispielhaft für einen Schlitz in Abbildung 3.1b dargestellt. Die MMH-Tropfen treten innerhalb eines Kegelstumpfes mit einem Öffnungswinkel von 5° mit der Geschwindigkeit $u_{\text{Inj},M}$ in das Berechnungsgebiet ein.

Nach der Beschreibung der Tropfeninitialisierungen für NTO und MMH werden nun die Randbedingungen für die Gasphase in der Einspritzebene vorgestellt. Außerhalb des Kreises mit dem Radius $\tilde{R}_{a,M}$, welcher alle Einspritzpositionen einschließt, wird eine reibungsbehaftete Wand als Randbedingung verwendet. Detaillierte Untersuchungen zu der Randbedingung im Bereich der Tropfeninitialisierung ($r < \tilde{R}_{a,M}$) führten zu dem Ergebnis, dass die Definition als normale reibungsbehaftete Wand zu numerischen Problemen führt. Sta-

bile Ergebnisse konnten mit der Fixierung der Geschwindigkeiten innerhalb des Kreises zu null erzielt werden. Diese Randbedingung ist der reibungsbehafteten Wand sehr ähnlich. Allerdings zeigt das Turbulenzmodell hier ein anderes Verhalten, da keine spezielle Wandbehandlung stattfindet. Eine weitere Möglichkeit wäre die Behandlung als reibungsfreie Wand, sodass auch Geschwindigkeiten parallel zur Wand möglich sind. Dies zeigt jedoch keinen Unterschied zur Fixierung der Geschwindigkeiten zu null, wie sie in den folgenden Simulationen verwendet wurde. Daher wurde diese Art der Randbedingung verwendet. Das Gitter in der Einspritzebene ist in Abbildung 3.1d dargestellt. Es verändert sich nicht in axialer Richtung.

Ein Längsschnitt durch das Gitter ist in Abbildung 3.2 dargestellt, wobei nicht die gesamte Länge des Berechnungsgebiet gezeigt ist. Die höchste Auflösung



Abbildung 3.2: Gitter im Längsschnitt des Berechnungsgebietes

in axialer Richtung wurde in Injektornähe gewählt, da dort erheblich größere lokale Gradienten zu erwarten sind. In axialer Richtung homogenisiert sich die Strömung immer mehr, sodass eine geringere Auflösung ausreichend ist. Wie bereits am Anfang dieses Kapitels erwähnt wurde, werden an den Rändern parallel zur Strömungsrichtung Periodizitätsrandbedingungen verwendet. Disperse wie auch kontinuierliche Phase können diese überströmen und treten am gegenüberliegenden Gitterpunkt wieder in das Berechnungsgebiet ein. Insgesamt besteht das Gitter aus ca. 450000 Elementen.

Am Austritt des Berechnungsgebietes wird der Druck fest vorgegeben. Die Gitterunabhängigkeit konnte durch Variation des Gitters in allen Raumrichtungen festgestellt werden.

Tabelle 3.1 gibt die Werte der Initialbedingungen der Tropfen für vier verschiedene Lastpunkte (A, A1, A2, B) an. Ebenso sind dort weitere für die Lastpunkte charakteristische Größen angegeben. Die dort angegebenen Werte stammen

aus [35]. Die Lastpunkte A und B unterscheiden sich sowohl im Gesamtmassestrom wie auch im Verhältnis Oxidator zu Brennstoff O/F , was konsequenterweise zur Folge hat, dass auch der mittlere Brennkammerdruck variiert. Das stöchiometrische Oxidator-Brennstoff-Verhältnis für MMH und NTO liegt bei 2.5 [19], was bedeutet, dass in den hier betrachteten Testfällen brennstoffreiche Bedingungen vorliegen, wie es allgemein in Raketentriebwerken üblich ist [19]. Die Lastpunkte A1 und A2 haben die gleichen globalen Bedingungen wie Lastpunkt A. Sie unterscheiden sich jedoch in der Tropfeninitialisierung. Der Lastpunkt A1 hat im Vergleich zu A kleinere Tropfen, wohingegen die Einspritzgeschwindigkeit beim Lastpunkt A2 verdoppelt und der innere NTO-Einspritzwinkel reduziert wurde. Diese Variation dient dazu, die Sensitivität der Flammenantwort bzgl. der Initialisierung zu testen. Die Einspritztemperatur beträgt bei allen Lastpunkten und bei beiden Treibstoffen 300 K. Ebenso wird der Exponent der Rosin-Rammler-Verteilung unabhängig vom Lastpunkt und für beide Treibstoffe zu $q = 3$ gesetzt. In den vier Lastpunkten tauchen

Tabelle 3.1: Übersicht der Lastpunkte

LP		A		A1		A2		B	
\bar{p}	[bar]	11		11		11		9.86	
O/F	[-]	2.05		2.05		2.05		1.93	
		MMH	NTO	MMH	NTO	MMH	NTO	MMH	NTO
\dot{M}	[g/s]	23.2	47.5	23.2	47.5	23.2	47.5	21.8	42.2
D_{RR}	[μm]	15	20	10	15	15	20	15	20
u_{inj}	[m/s]	21	33	21	33	42	66	21	33
α_i	[$^\circ$]		15		15		5		15
α_a	[$^\circ$]		38		38		38		38
u_Θ	[m/s]		5		5		5		5

Tropfengrößenspektren mit mittleren Durchmessern von $10 \mu\text{m}$, $15 \mu\text{m}$ und $20 \mu\text{m}$ auf. Die sich ergebenden volumenbasierten Verteilungen (Gleichung 2.31) sind in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Position des Maximalwertes der Verteilung wächst mit steigendem mittleren Durchmesser. Zusätzlich erhöht sich die Spreizung der Verteilung.

In ausführlichen Studien wurden Diskretisierung und Konvergenz sowie Zeitschritt hinsichtlich der Konsistenz der Ergebnisse evaluiert. Sowohl für die

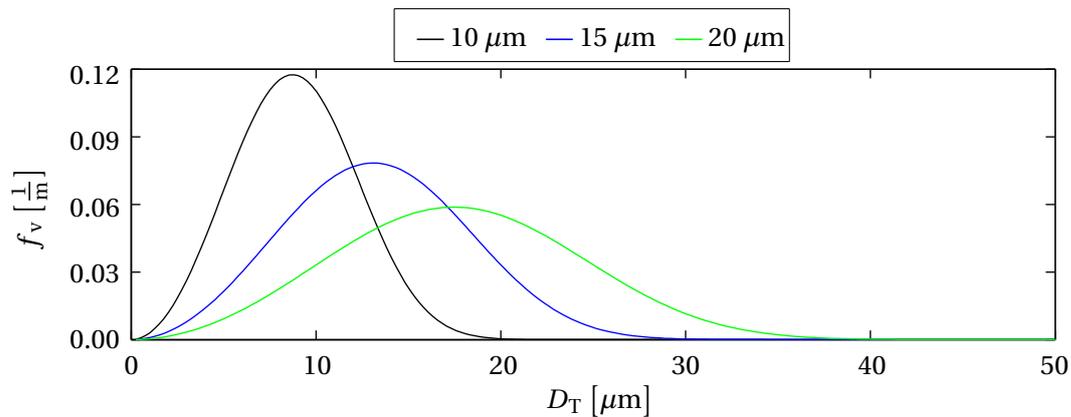


Abbildung 3.3: Rosin-Rammler-Verteilung für verschiedene charakteristische Durchmesser

räumliche als auch zeitliche Diskretisierung wird ein Verfahren erster Ordnung verwendet. In den transienten Simulationen wird der Zeitschritt zu $2 \cdot 10^{-5}$ s gesetzt und für beide Treibstoffe werden jeweils 3000 numerische Tropfenbahnen berechnet.

3.2 Analyse der stationären Strömung

Im Folgenden werden nun die Ergebnisse der stationären Simulationen der vier Lastpunkte mit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Geometrie sowie den Randbedingungen und der Tropfeninitialisierung vorgestellt.

Das Temperaturfeld der vier Lastpunkte im Längsschnitt (xy -Ebene) ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Minimaltemperatur liegt im Bereich von 300 K,

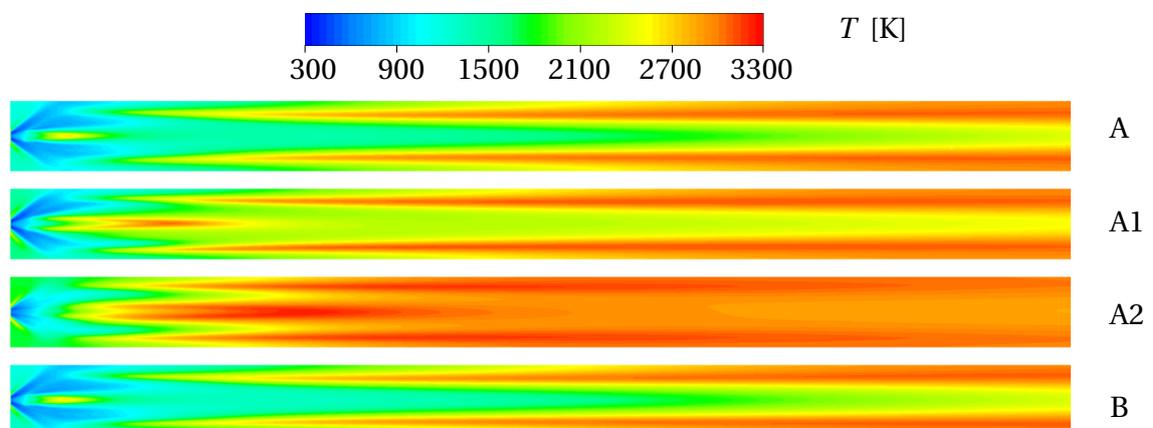


Abbildung 3.4: Temperaturfelder der vier Lastpunkte

was der Einspritztemperatur der flüssigen Treibstoffe entspricht. Die maximale Temperatur beträgt ungefähr 3300 K. Dies entspricht in guter Näherung der Gleichgewichtstemperatur dieser Treibstoffe bei den betrachteten Drücken und Massenstromverhältnissen. Deutlich ist eine kegelförmige Flamme zu erkennen, welche im vorderen Bereich durch die Verdampfung und weiter stromab durch die Diffusion der Treibstoffe dominiert wird. Ebenso bildet sich im Zentrum nahe des Injektors ein weiterer Bereich hoher Temperatur aus. Er entsteht an der Scherschicht aus gasförmigem MMH und NTO. Je stärker die NTO-Tropfen in der Nähe der Injektorachse verdampfen, desto ausgeprägter ist dieser Bereich und entsprechend schneller und vollständiger ist die Verbrennung. Detailliert wird dies im Anhang D mit Hilfe der Felder der Spezieskonzentrationen erläutert. Die Lastpunkte A und B unterscheiden sich kaum, da sie die gleiche Tropfeninitialisierung haben und diese das Strömungsfeld bestimmt. Die leichte Variation des O/F sowie die Änderung des Druckes und der Massenströme hat damit im betrachteten Bereich keinen großen Einfluss auf die mittlere Strömung. Einen erheblich größeren Einfluss hat die Variation der Tropfeninitialisierung (Lastpunkte A, A1 und A2). Je kleiner die Tropfen (Lastpunkt A1) bzw. je höher deren Einspritzgeschwindigkeit (Lastpunkt A2) sind, desto schneller verdampfen sie und desto näher sitzt die Flamme an der Einspritzebene, da die Verbrennung im Zentrum verstärkt wird.

Abbildung 3.5 zeigt beispielhaft einige Tropfenbahnen von MMH (rot) sowie NTO (gelb) für den Lastpunkt A. Die Farbgebung der Ebenen stellt hier wieder-

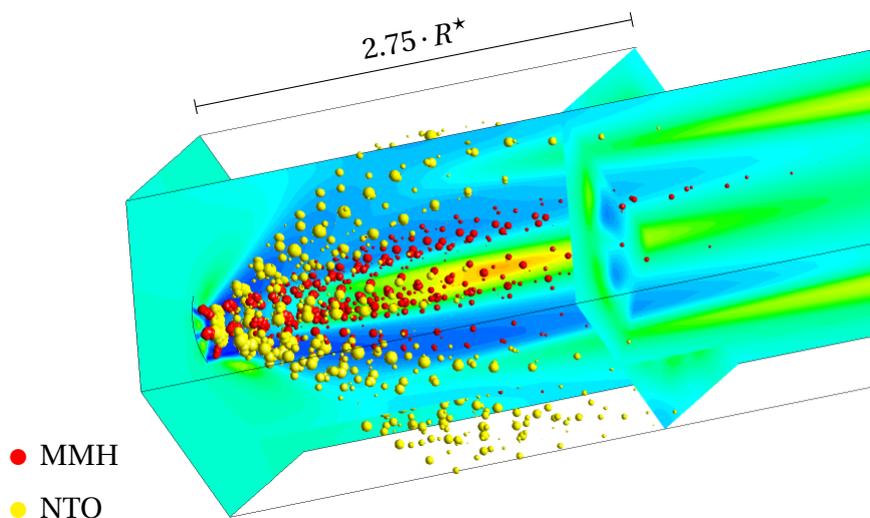


Abbildung 3.5: Tropfenbahnen von Lastpunkt A

um die Temperatur dar. Gezeigt ist nur der Bereich nahe der Einspritzebene. Die Größe der Kugeln ist proportional zum Tropfendurchmesser. Deutlich sind die sternförmig angeordneten MMH-Einlässe erkennbar. Die Tropfenbahnen verlaufen entsprechend der Initialisierung größtenteils in axialer Richtung ohne starke Strahlaufweitung. Die auf einem Kreisring initialisierten NTO-Tropfen bewegen sich erheblich stärker in radialer Richtung und treffen teilweise auf die Berandung des Berechnungsgebietes. Hierbei ist deutlich der Einfluss der in Abbildung 3.1c dargestellten Einspritzwinkel zu erkennen. Der Verlauf der Tropfenbahnen wird einerseits von der Initialisierung bestimmt, andererseits folgen insbesondere die kleineren Tropfen immer stärker den Stromlinien.

Die Felder der spezifischen Verdampfungsraten von MMH und NTO sind in Abbildung 3.6 in logarithmischer Skala wiederum in der xy -Ebene gezeigt. Deutlich ist nochmals die erheblich stärkere Strahlaufweitung von NTO sowie

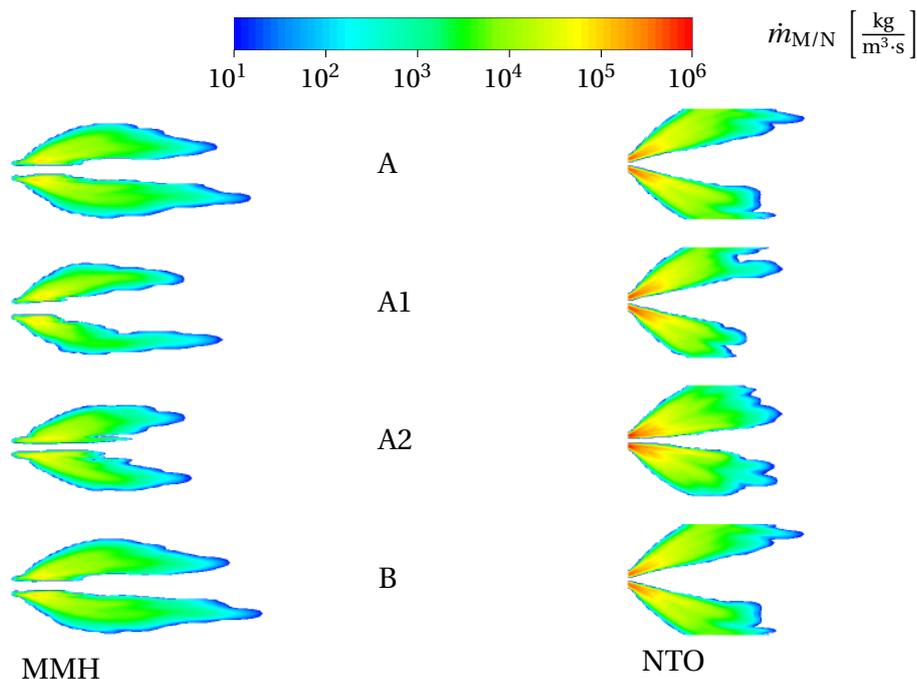


Abbildung 3.6: Verdampfungsraten der beiden Treibstoffe für die vier Lastpunkte

die schnellere Verdampfung bei den Lastpunkten A1 und A2 im Vergleich zu A zu erkennen. Die gesamte Verdampfung ist nach ca. 1.5 Injektordurchmessern stromab der Einspritzung abgeschlossen. Danach wird die Verbrennung rein durch die Vermischung der Treibstoffe bestimmt.

Aus den Simulationen lassen sich für die einzelnen Tropfenbahnen die Zeiten von der Einspritzung bis zur vollständigen Verdampfung ermitteln. Diese sind auf Grund des initialen Tropfenspektrums und der variierenden Umgebungsbedingungen der einzelnen Tropfenbahnen nicht konstant. Allerdings bilden sie eine kontinuierliche Verteilung um einen charakteristischen Mittelwert. Die entsprechenden Werte sind für die beiden Treibstoffe und die vier Lastpunkte in Tabelle 3.2 angegeben. Zusätzlich sind dort auch Frequenzen angegeben, welche dem Inversen der jeweiligen Verdampfungszeit entsprechen. Die Zeitskalen liegen in der Größenordnung von 0.5 ms, was mit den Periodendauern des typischen Frequenzbereichs von HF-Instabilitäten (1 kHz bis 10 kHz) überein stimmt. Dadurch lässt sich jetzt schon die Vermutung ableiten, dass diese Zeitskala einen bedeutenden Einfluss auf die später analysierten Kopplungsmechanismen haben wird. Die axiale Geschwindigkeitskomponen-

Tabelle 3.2: Mittlere Verdampfungszeiten der Lastpunkte

LP	A		A1		A2		B	
	MMH	NTO	MMH	NTO	MMH	NTO	MMH	NTO
$\bar{\tau}_v$ [ms]	0.72	0.48	0.60	0.43	0.36	0.24	0.74	0.48
$f_{\bar{\tau}_v}$ [Hz]	1389	2083	1678	2326	2770	4174	1349	2074

te ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Der Maximalwert liegt bei ca. $250 \frac{m}{s}$, was

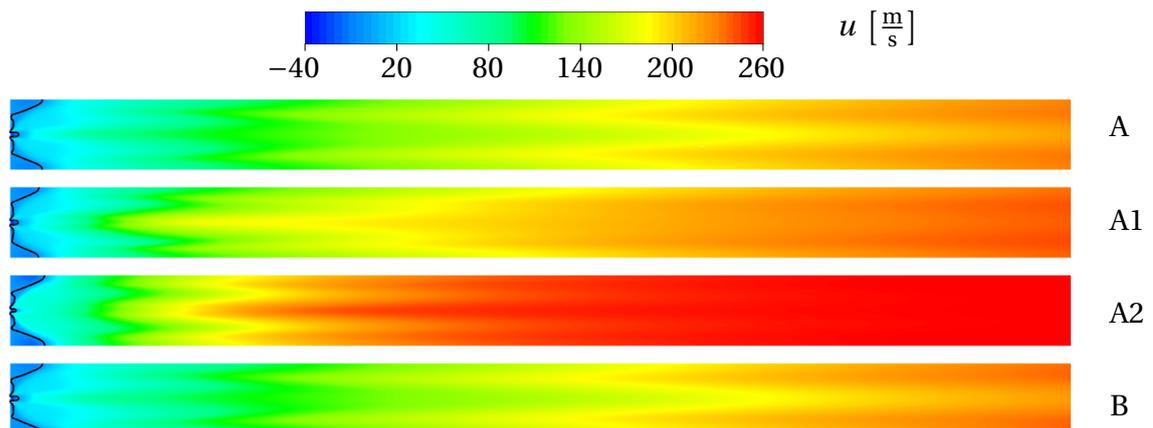


Abbildung 3.7: Verteilung der Axialgeschwindigkeit der vier Lastpunkte einer maximalen Machzahl um ca. 0.25 entspricht. In schwarz sind Linien mit einer Geschwindigkeit von $0 \frac{m}{s}$ gezeigt. Sie deuten somit den Beginn von Rückströmgebieten an. Diese befinden sich radial außerhalb des Gebietes der

Tropfeninitialisierung und haben eine Ausdehnung in axialer Richtung von ca. $0.25 \cdot R^*$. Die Axialgeschwindigkeiten der verschiedenen Lastpunkte stromab der Verdampfungs- und Reaktionszone, also in der zweiten Hälfte des Berechnungsgebietes, lassen sich durch die unterschiedlichen Temperaturen erklären, welche in Abbildung 3.4 gezeigt wurden. Der Lastpunkt A2 hat beispielsweise eine deutlich homogenere Verbrennung und damit höhere Temperaturen und Geschwindigkeiten.

Zum Abschluss werden nun noch die Wärmefreisetzungsraten der beiden betrachteten Reaktionen analysiert. Abbildung 3.8 zeigt die Werte der spezifischen Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungsreaktion in logarithmischer Skala. Die Bereiche maximaler Wärmefreisetzung befinden sich im Gebiet der

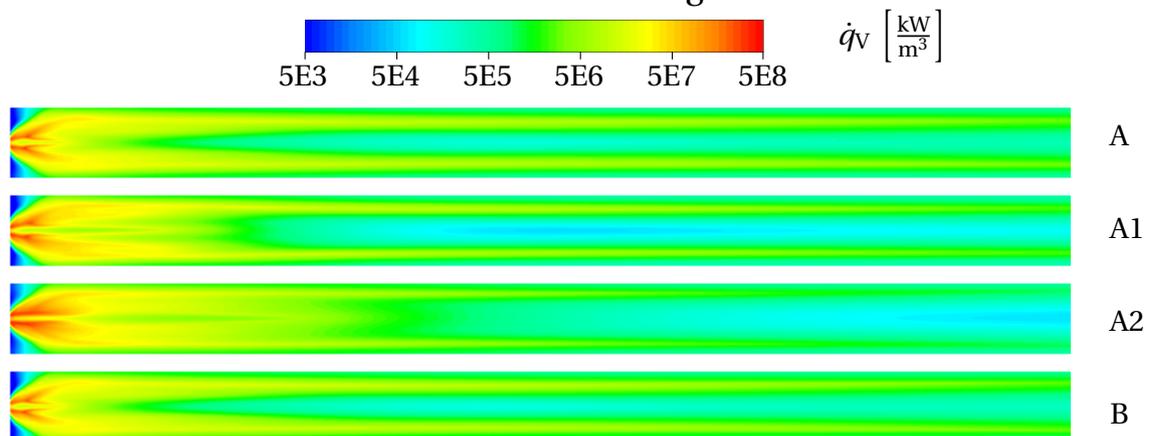


Abbildung 3.8: Spezifische Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungsreaktion für die vier Lastpunkte

MMH-Verdampfung. Das Integral über das gesamte Berechnungsgebiet liefert Werte in der Größenordnung von 450 kW.

Der Betrag der spezifischen Wärmefreisetzungsrates der Dissoziationsreaktion ist in Abbildung 3.9 gezeigt. Im Gegensatz zur Verbrennungsreaktion ist diese Reaktion endotherm. Der integrale Wert des gesamten Berechnungsgebietes liegt in der Größenordnung von -50 kW und ist somit betragsmäßig ungefähr eine Größenordnung kleiner als die integrale Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion. Die Dissoziationsreaktion ist kinetisch kontrolliert, sie läuft daher erst bei hohen Temperaturen ab ca. 3000 K ab. Deswegen tritt sie erst stromab der eigentlichen Verbrennungszone auf.

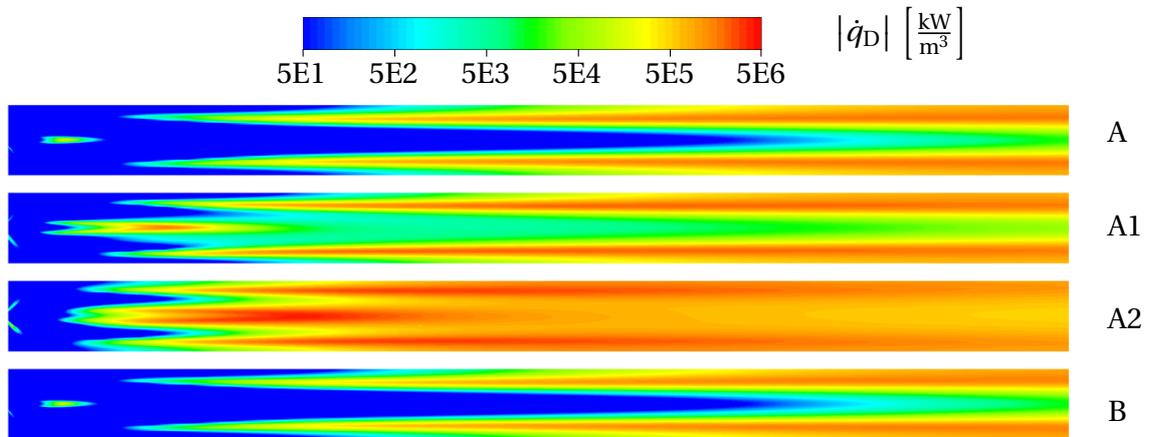


Abbildung 3.9: Spezifische Wärmefreisetzungsrate der Dissoziationsreaktion für die vier Lastpunkte

In Anhang D werden noch die Felder der Massenanteile der betrachteten Spezies und eine Einteilung des Berechnungsgebietes in einzelne Segmente präsentiert. Diese dienen der Auswertung der Ergebnisse in den Kapitel 4 bis 7. Zusätzlich sind noch die axialen Verläufe der Wärmefreisetzungsraten der zwei Reaktionen dargestellt.

Aus [35] ist bekannt, dass die Frequenz der T1-Mode für diesen Testfall bei ca. 3250 Hz liegt. Daher liegt dieser Frequenzbereich auch im Fokus der weiteren Untersuchungen zur thermoakustischen Kopplung.

4 Modulation des Injektormassenstroms

Die in Raketentriebwerken auftretenden Kopplungsmechanismen und die globalen Zusammenhänge wurden bereits in Abschnitt 2.4 vorgestellt. In diesem Kapitel wird nun detailliert die Injektorkopplung sowie die damit verbundene Modulation des Injektormassenstroms untersucht. Nach der Einführung der Grundlagen und Transferfunktionen wird eine Anregungsmethode für CFD-Simulationen präsentiert. Mit deren Hilfe können die nicht analytisch beschreibbaren Transferfunktionen bestimmt werden. Anschließend werden die Ergebnisse und deren Konsequenzen für die thermoakustische Kopplung gezeigt. Abschließend wird die Modellierung dieser Kopplungsart in CAA-Simulationen vollständiger Raketenbrennkammern beschrieben.

4.1 Grundlagen und Definition der Transferfunktionen

In Abbildung 4.1 ist schematisch die Wirkungsweise der Injektorkopplung, also die Auswirkungen einer Druckfluktuation in der Brennkammer auf den Injektor sowie deren Konsequenzen für die Verdampfung und Verbrennung, zu sehen. Der hochgestellte Index „I“ der in diesem Kapitel verwendeten Variablen weist auf den Zusammenhang mit der Injektorkopplung hin. Eine Druckfluktuation in der Brennkammer führt abhängig von der Injektordynamik, welche durch eine Injektoradmittanz Y_i^I beschrieben werden kann, zu einer Fluktuation der Geschwindigkeit am Injektoraustritt $\hat{u}_{i,fl}^I$. Der Domdruck wird als konstant angenommen, wobei sein Einfluss in das im weiteren Verlauf beschriebene Konzept ohne großen Aufwand mit aufgenommen werden kann. Die Geschwindigkeitsfluktuation führt direkt zu einer Modulation des in die Brennkammer eintretenden Massenstroms $\hat{M}_{i,fl}^I$. Abhängig von der Dynamik der Verdampfung $ETF_{i,i}^I$ stellt sich nun eine Fluktuation der Verdampfungsrates \hat{M}_i^I ein. Ebenso kann zunächst einmal nicht ausgeschlossen werden, dass sich die Fluktuati-

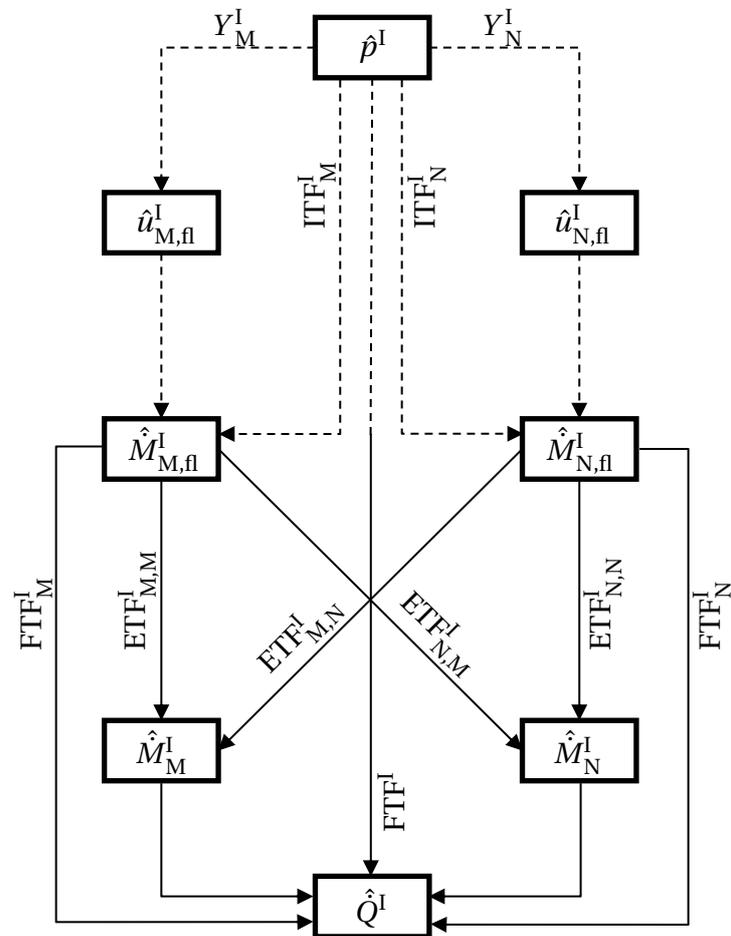


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Injektorkopplung

on des Massenstroms der Komponente j auf den Verdampfungsmassenstrom der Komponente i auswirkt. Dies wird wiederum mit einer entsprechenden Transferfunktion $ETF_{i,j}^I$ beschrieben. Der Verdampfungsmassenstrom bewirkt dann einer Flammentransferfunktion FTF_i^I folgend eine Fluktuation der Wärmeabfuhr \hat{Q}^I . Die Bedeutung der anderen Transferfunktionen wird im weiteren Verlauf des Kapitels erläutert. Weitere Auswirkungen der Fluktuation der Einspritzgeschwindigkeit, z. B. auf die Zerstäubung, werden in diesem Kapitel nicht betrachtet.

Zur Modellierung der Injektorkopplung müssen alle oben genannten Transferfunktionen bekannt sein. Unter gewissen Annahmen ist es möglich, die in Abbildung 4.1 gestrichelt dargestellten Zusammenhänge mit Hilfe analytischer Ausdrücke zu beschreiben, welche nach der detaillierten Definition der

einzelnen Transferfunktionen im Folgenden vorgestellt werden. Alle anderen Transferfunktionen, welche als durchgezogene Linien dargestellt sind, können mit Hilfe des im vorherigen Kapitel vorgestellten CFD-Modells berücksichtigt werden. Die höherwertige Auswertung mittels CFD wird soweit möglich verwendet, um detaillierte Eindrücke von der Dynamik der jeweiligen Prozesse zu bekommen. Die notwendigen Anregeverfahren werden in Abschnitt 4.2 erläutert bevor in Abschnitt 4.3 die Ergebnisse der Analysen vorgestellt werden.

4.1.1 Definition der Transferfunktionen

Die Fluktuation der Verdampfungsrate der Komponente i^4 lässt sich ausgehend von einer Druckfluktuation folgendermaßen mit Hilfe der Injektoradmittanz darstellen (Gleichung 4.1):

$$\tilde{\dot{M}}_i^I = \frac{\hat{\dot{M}}_i^I}{\bar{\dot{M}}_i} = \left(\bar{u}_{i,fl}^{-1} \cdot Y_i^I \cdot \text{ETF}_{i,i}^I + \bar{u}_{j,fl}^{-1} \cdot Y_j^I \cdot \text{ETF}_{i,j}^I \right) \cdot \tilde{\hat{p}}(x_{\text{ref}}) \cdot \bar{p} \quad (4.1)$$

$\tilde{\hat{p}}(x_{\text{ref}})$ bezeichnet eine entdimensionierte Druckfluktuation an einer Referenzposition. Auf die Wahl dieser Position wird nochmals genauer in Abschnitt 4.4 eingegangen. Alternativ lässt sich die Fluktuation des Massenstroms auch mit Hilfe einer Injektortransferfunktion darstellen:

$$\tilde{\dot{M}}_i^I = \frac{\hat{\dot{M}}_i^I}{\bar{\dot{M}}_i} = \left(\text{ITF}_i^I \cdot \text{ETF}_{i,i}^I + \text{ITF}_j^I \cdot \text{ETF}_{i,j}^I \right) \cdot \tilde{\hat{p}}(x_{\text{ref}}) \quad (4.2)$$

Die Injektoradmittanz (Gleichung 4.3) beschreibt ähnlich wie die Injektortransferfunktion (Gleichung 4.4) die Dynamik des Injektors.

$$Y_i^I = \frac{\hat{u}_{i,fl}^I}{\hat{p}^I(x_{\text{ref}})} \quad (4.3)$$

$$\text{ITF}_i^I = \frac{\tilde{\hat{M}}_{i,fl}^I}{\tilde{\hat{p}}^I(x_{\text{ref}})} \quad (4.4)$$

⁴ i steht entweder für Brennstoff MMH (Index M) oder den Oxidator NTO (Index N).

Die zwei Alternativen sind für inkompressible Medien äquivalent zueinander. Für kompressible Fluide berücksichtigt die Injektortransferfunktion hingegen zusätzlich noch den Effekt einer fluktuierenden Dichte. Gleichungen 4.5 und 4.6 bilden die Dynamik der Verdampfung ausgehend von der Fluktuation des Flüssigkeitsmassenstroms der Komponente i bzw. j ab:

$$\text{ETF}_{i,i}^I = \frac{\tilde{M}_{i,i}^I}{\tilde{M}_{i,\text{fl}}^I} \quad (4.5)$$

$$\text{ETF}_{i,j}^I = \frac{\tilde{M}_{i,j}^I}{\tilde{M}_{j,\text{fl}}^I} \quad (4.6)$$

Wie bereits erläutert wurde, können die Injektortransferfunktionen nicht mit Hilfe des CFD-Modells bestimmt werden, da nur disperse flüssige Phasen berücksichtigt werden können, nicht aber die kontinuierliche Flüssigkeitsströmung innerhalb des Injektors. Allerdings lässt sich unter gewissen Annahmen ein analytischer Ausdruck herleiten, welcher im nächsten Abschnitt 4.1.2 vorgestellt wird.

Die Verdampfungsrate der Komponente i hängt im Allgemeinen auch von der Fluktuation der Verdampfung der Komponente j ab. Die oben vorgestellte Definition der Transferfunktion $\text{ETF}_{i,j}^I$ ausgehend vom Flüssigkeitsmassenstrom der Komponente j vereinfacht die Bestimmung der Transferfunktionen im Vergleich zu einer Definition ausgehend vom Verdampfungsmassenstrom der Komponente j erheblich, da keine interne Rückkopplung mehr auftritt. Es müssen in der Folge zwei MISO⁵-Systeme charakterisiert werden. Diese lassen sich direkt aus zwei getrennten Rechnungen bestimmen, wobei jeweils nur ein Massenstrom angeregt wird. Der Verdampfungsmassenstrom ergibt sich dann zu:

$$\tilde{M}_i^I = \tilde{M}_{i,\text{fl}}^I \cdot \text{ETF}_{i,i}^I + \tilde{M}_{j,\text{fl}}^I \cdot \text{ETF}_{i,j}^I \quad (4.7)$$

Die Flammentransferfunktionen können entweder bezogen auf die Fluktuation des Flüssigkeits- oder Verdampfungsmassenstrom aufgestellt werden, wobei

⁵ Multiple Input, Single Output, Details hierzu finden sich in [45].

die erste Variante gewählt wird. Einerseits ist der Vorteil, dass die individuellen Flammentransferfunktionen analog zu den Verdampfungstransferfunktionen direkt aus den Rechnungen mit Anregung der einzelnen Flüssigkeitsmassenströme bestimmt werden können. Bezöge man die Transferfunktionen auf den Verdampfungsmassenstrom, so wäre dies nicht mehr so einfach möglich, da nur der Flüssigkeitsmassenstrom aber nicht der Verdampfungsmassenstrom individuell angeregt werden kann. Eine weitere Begründung für diese Wahl wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels geliefert. Die integrale Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates lässt sich somit folgendermaßen mit Hilfe der Flammentransferfunktionen abbilden:

$$\tilde{Q}^I = \tilde{Q}_M^I + \tilde{Q}_N^I = \tilde{M}_{M,fl}^I \cdot \text{FTF}_M^I + \tilde{M}_{N,fl}^I \cdot \text{FTF}_N^I \quad (4.8)$$

Die Definition der Flammentransferfunktionen ist daher wie folgt:

$$\text{FTF}_i^I = \frac{\tilde{Q}_i^I}{\tilde{M}_{i,fl}^I} \quad (4.9)$$

4.1.2 Injektoradmittanz bei Flüssigkeiten

Verfahren zur detaillierten Beschreibung der Injektordynamik werden z. B. von Hutt und Rucker in [82] beschrieben. Im Folgenden wird eine einfache Abschätzung der Injektoradmittanz bei Flüssigkeiten vorgestellt. Dies ist möglich, sofern die Wellenlaufzeit innerhalb des Injektors sehr kurz im Vergleich zur auftretenden Eigenfrequenz der Brennkammer ist. MMH und NTO haben große Schallgeschwindigkeiten (Größenordnung $c \approx 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), da sie als Flüssigkeiten den Injektor durchströmen. Des Weiteren ist der Injektor im betrachteten Testfall relativ kurz (Größenordnung $L \approx 0.01 \text{ m}$). Somit lässt sich folgende Abschätzung für die Wellenlaufzeit innerhalb des Injektors treffen:

$$\tau_{\text{Inj}} = 2 \cdot \frac{L}{c} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (4.10)$$

Diese ist erheblich kleiner als die akustische Periodendauer der im Fokus stehenden T1-Mode ($T_s = 3250^{-1} \text{ s} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$). Hieraus folgt eine näherungsweise instantane Antwort des Injektors auf Druckfluktuationen in der Brennkammer.

Aus dem stationären Betrieb kann ein Druckverlustbeiwert für den Injektor bestimmt werden:⁶

$$\bar{p}_{\text{Dom}} - \bar{p}_{\text{Inj}} \approx \bar{p}_{\text{Dom}} - \bar{p}_{\text{BK}} = \Delta\bar{p}_{\text{Inj}} = \frac{\bar{\rho}_{\text{fl}}}{2} \cdot \bar{u}_{\text{fl}}^2 \cdot (1 + \xi) \quad (4.11)$$

Akustische Druckfluktuationen in der Brennkammer wirken sich nun folgendermaßen auf die Geschwindigkeit am Injektoraustritt aus:

$$\bar{p}_{\text{Dom}} - (\bar{p}_{\text{BK}} + p') = \Delta\bar{p}_{\text{Inj}} - p' = \frac{\bar{\rho}_{\text{fl}}}{2} \cdot (1 + \xi) \cdot (\bar{u}_{\text{fl}} + u'_{\text{fl}})^2 \quad (4.12)$$

$$= \Delta\bar{p}_{\text{Inj}} \cdot \left(1 + \frac{u'_{\text{fl}}}{\bar{u}_{\text{fl}}}\right)^2 \quad (4.13)$$

Hierbei wurde ein konstanter Domdruck angenommen. Dies liefert einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen, wobei angenommen wird, dass der Druckverlustbeiwert nicht durch die akustischen Fluktuationen beeinflusst wird:

$$1 - \frac{p'}{\Delta\bar{p}_{\text{Inj}}} = \left(1 + \frac{u'_{\text{fl}}}{\bar{u}_{\text{fl}}}\right)^2 \quad (4.14)$$

Dies ist insbesondere dann nicht mehr der Fall, wenn $p' > \Delta\bar{p}_{\text{Inj}}$, da dann der Brennkammerdruck kurzfristig höher ist als der Domdruck, was zum Anhalten der Strömung bis hin zur Strömungsumkehr führen kann. Solche Größenordnungen sind durchaus realistisch, da der Druckverlust in der Regel im Bereich von $\frac{\Delta\bar{p}_{\text{Inj}}}{\bar{p}_{\text{BK}}} \approx 10\% \dots 20\%$ liegt. Bei den sogenannten Bomb-Tests, welche zur nicht-linearen dynamischen Beurteilung der Triebwerke verwendet werden, wird eine Anregung in ähnlicher Größenordnung angestrebt [56]. Der Fokus liegt hier allerdings auf linearen, spontanen Instabilitäten, weshalb diese Amplitudenbereiche nicht weiter betrachtet werden.

Eine Linearisierung und Transformation in den Frequenzbereich führt zu fol-

⁶ Bei der folgenden Herleitung wird der Übersichtlichkeit halber keine Indizierung der Komponente verwendet. Sie gilt in gleichem Sinne für Brennstoff und Oxidator. Ebenso wird der Exponent „I“ weg gelassen.

gendem Zusammenhang:

$$\tilde{u}_{\text{fl}} = \frac{\hat{u}_{\text{fl}}}{\bar{u}_{\text{fl}}} = -\frac{\hat{p}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} = -\frac{\hat{p}}{\bar{p}_{\text{BK}}} \cdot \frac{\bar{p}_{\text{BK}}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} = -\frac{\bar{p}_{\text{BK}}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} \cdot \tilde{p} \quad (4.15)$$

Die Injektoradmittanz kann also folgendermaßen definiert werden:

$$Y^{\text{I}} = \frac{\hat{u}_{\text{fl}}}{\hat{p}(x_{\text{ref}})} = -\frac{\bar{u}_{\text{fl}}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} \quad (4.16)$$

Für die Injektortransferfunktion ergibt sich damit der entsprechende Ausdruck:

$$\text{ITF}^{\text{I}} = \frac{\hat{\tilde{M}}_{\text{fl}}}{\tilde{p}(x_{\text{ref}})} = -\frac{\bar{p}_{\text{BK}}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} = Y^{\text{I}} \cdot \frac{\bar{p}_{\text{BK}}}{\bar{u}_{\text{fl}}} \quad (4.17)$$

Bei dem hier betrachteten Testfall ergeben sich damit die folgenden Werte für die jeweiligen Admittanzen bzw. Transferfunktionen für die drei Variationen des Lastpunktes A (A, A1 und A2) (Tabelle 4.1) sowie für den Lastpunkt B (Tabelle 4.2):

Tabelle 4.1: Injektoradmittanzen und -transferfunktionen für Lastpunkt A

	$\Delta \tilde{p}_{\text{Inj},i} [-]$	$Y_i^{\text{I}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{bar}} \right]$	$\text{ITF}_i^{\text{I}} [-]$
MMH	0.41	-1.47	-1.22
NTO	0.65	-0.90	-0.76

Tabelle 4.2: Injektoradmittanzen und -transferfunktionen für Lastpunkt B

	$\Delta \tilde{p}_{\text{Inj},i} [-]$	$Y_i^{\text{I}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{bar}} \right]$	$\text{ITF}_i^{\text{I}} [-]$
MMH	0.40	-1.59	-1.25
NTO	0.56	-1.04	-0.89

4.2 Anregung von Massenstromschwankungen

In den vorherigen Abschnitten wurden vier Transferfunktionen zur Beschreibung der Verdampfungsdynamik ($\text{ETF}_{\text{M,M}}^{\text{I}}$, $\text{ETF}_{\text{M,N}}^{\text{I}}$, $\text{ETF}_{\text{N,N}}^{\text{I}}$ und $\text{ETF}_{\text{N,M}}^{\text{I}}$) bei fluktuierendem Flüssigkeitsmassenstrom definiert. Ebenso wurden zwei Flam-

mentransferfunktionen (FTF_M^I und FTF_N^I) definiert, welche den dynamischen Zusammenhang zwischen der fluktuierenden Verdampfung und der folgenden Verbrennung, wiederum bei einem variierenden Flüssigkeitsmassenstrom, liefern. Ebenso wurden analytische Zusammenhänge zwischen den akustischen Druckfluktuationen in der Brennkammer sowie dem fluktuierenden Flüssigkeitsmassenstrom (ITF_M^I und ITF_N^I) hergeleitet. Die Charakterisierung der nicht analytisch bestimmbar Transferfunktionen soll im weiteren nun mittels CFD-Simulationen erfolgen. Hierzu wird der in Form von dispersen flüssigen Tropfen in das Berechnungsgebiet eingebrachte Massenstrom harmonisch bei einer definierten Frequenz f_{exc} angeregt. Die jeweilige Amplitude $\left| \tilde{M}_{M,\text{fl}}^I \right|$ bzw. $\left| \tilde{M}_{N,\text{fl}}^I \right|$ sowie die relative Phase $\angle \tilde{M}_{M,\text{fl}}^I$ können dabei unabhängig voneinander vorgegeben werden.

$$\dot{M}_{M,\text{fl}} = \bar{M}_{M,\text{fl}} \cdot \left(1 + \left| \tilde{M}_{M,\text{fl}}^I \right| \cdot \sin \left(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t - \angle \tilde{M}_{M,\text{fl}}^I \right) \right) \quad (4.18)$$

$$\dot{M}_{N,\text{fl}} = \bar{M}_{N,\text{fl}} \cdot \left(1 + \left| \tilde{M}_{N,\text{fl}}^I \right| \cdot \sin \left(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t \right) \right) \quad (4.19)$$

In den im folgenden Abschnitt 4.3 gezeigten Ergebnissen der Simulationen mit Massenstromanregung wird der integrale Verdampfungsmassenstrom bzw. die integrale Wärmefreisetzung ausgewertet und direkt oder in Form der oben vorgestellten Transferfunktionen präsentiert. Hierzu wird aus dem Zeitsignal der Auswertegröße mittels einer Fast-Fourier-Transformation [41] Amplitude und Phase bei der Anregefrequenz gewonnen. Die Gesamtdauer des Zeitsignals entspricht einem ganzzahligen Vielfachen der Anregungsperiodendauer. Eine Variation der verwendeten Gesamtdauer des Zeitsignals hat ergeben, dass ca. 25 Perioden eine angemessene Genauigkeit des Ergebnisses garantieren. Die Anzahl an Perioden wurde jeweils so gewählt, dass durch den verwendeten Zeitschritt in der CFD die Gesamtdauer genau abgebildet werden kann. Hierdurch wird sichergestellt, dass die Anregefrequenz bei der Auswertung möglichst exakt getroffen wird.

4.3 Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung

Im Folgenden werden nun die Ergebnisse der Simulationen mit Massenstromanregung vorgestellt. Der Massenstrom der Tropfen beim Eintritt in das Berechnungsgebiet wird mittels der Gleichungen 4.18 und 4.19 angeregt, sodass sich ein harmonisch in der Zeit mit einer definierten Frequenz fluktuierender Massenstrom ergibt. Es wird zunächst nur der Lastpunkt A2 betrachtet, da dieser bei Vorstudien im interessierenden Frequenzbereich von 3250 Hz (siehe Kapitel 3) die signifikanteste Antwort geliefert hat. Erst in Abschnitt 4.3.7 werden die Ergebnisse verschiedener Lastpunkte miteinander verglichen.

4.3.1 Frequenzspektrum

Zunächst wird für eine Rechnung das gesamte Frequenzspektrum der Verdampfungsraten von MMH und NTO sowie der Wärmefreisetzung ausgewertet. Hierzu wird der Lastpunkt A2 mit simultaner Anregung beider Massenströme mit einer Amplitude von jeweils 5% bei einer Anregungsfrequenz von 1000 Hz betrachtet. Abbildung 4.2 zeigt deutliche Amplituden der Verdampfungsraten von MMH und NTO bei der Anregungsfrequenz. Es sind keine signifikanten Anteile bei den höheren Harmonischen der Anregungsfrequenz erkennbar. Die Wärmefreisetzung antwortet ebenfalls nur mit der Anregungsfrequenz, wobei die Amplitude deutlich geringer ist als bei den Verdampfungsraten.

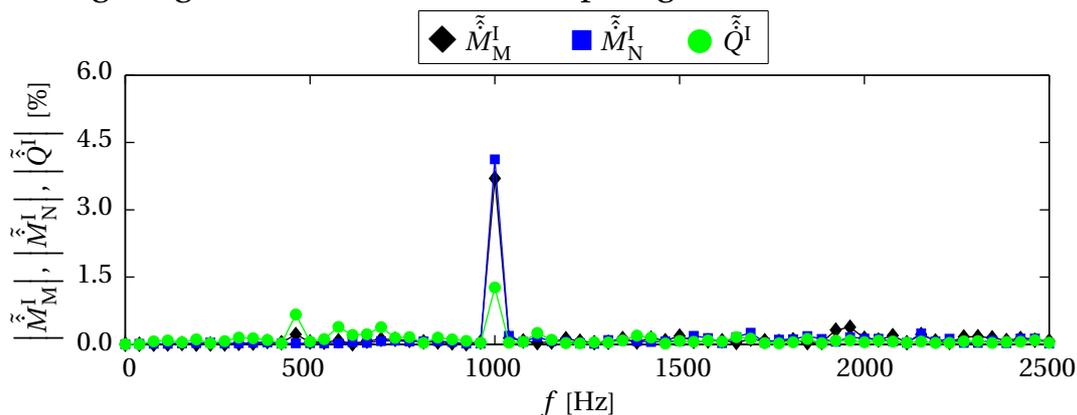


Abbildung 4.2: Frequenzspektrum bei simultaner Anregung der beiden Massenströme

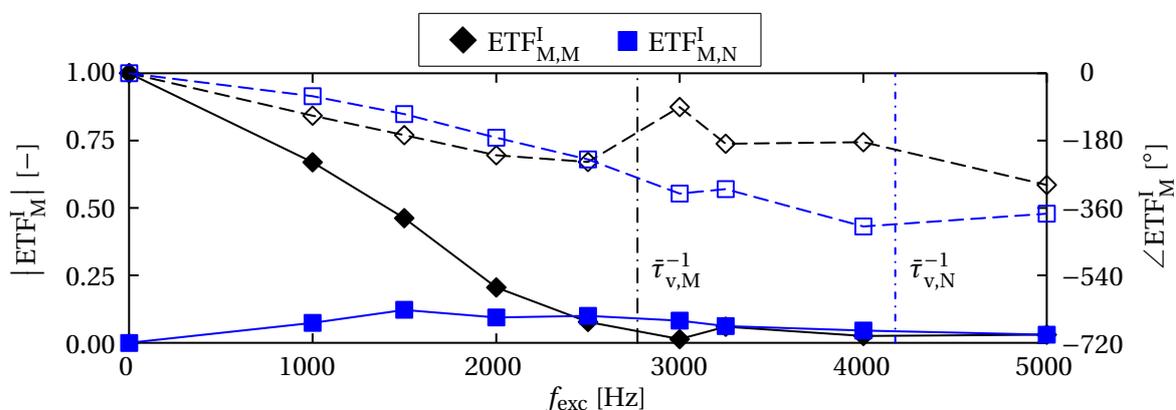


Abbildung 4.3: MMH-Verdampfungstransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

4.3.2 Bestimmung der Transferfunktionen der Verdampfung und Wärmefreisetzung

Nachdem im vorherigen Abschnitt gezeigt werden konnte, dass eine Anregung des Flüssigkeitsmassenstroms zu einer Antwort der Verdampfung und der Wärmefreisetzung bei der gleichen Frequenz führt, sollen die Abhängigkeiten nun genauer untersucht werden. Hierzu werden die Massenströme in getrennten Simulationen angeregt und unabhängig voneinander ausgewertet, wie sich die jeweilige Anregung auf die Verdampfung von MMH und NTO sowie die Wärmefreisetzung auswirkt. Dies geschieht in der Form von Transferfunktionen, welche in den Gleichungen 4.5, 4.6 und 4.9 definiert wurden.

4.3.2.1 Verdampfungstransferfunktion

Abbildung 4.3 zeigt die Transferfunktionen für die MMH-Verdampfung als Funktion der Anregungsfrequenz bei Anregung des MMH-Massenstroms $ETF_{M,M}^I$ sowie des NTO-Massenstroms $ETF_{M,N}^I$. Die durchgezogenen Linien stellen die Amplituden-, die gestrichelten Linien die Phasenverläufe dar. $|ETF_{M,M}^I|$ beginnt bei 1, da eine Erhöhung des MMH-Massenstroms auch zu einer analogen Erhöhung der Verdampfungsrate führt. $|ETF_{M,N}^I|$ hingegen beginnt bei 0, da eine statische Änderung des NTO-Massenstroms keine Auswirkungen auf die globale MMH-Verdampfungsrate hat. Mit steigender Frequenz fällt $|ETF_{M,M}^I|$

recht stark ab, wobei sie im Bereich der charakteristischen Frequenz von MMH ($\bar{\tau}_{v,M}^{-1} = 2770$ Hz, Tabelle 3.2) ein konstant niedriges Niveau erreicht. $\left| \text{ETF}_{M,N}^I \right|$ hingegen hat ein Maximum von 0.1 im Bereich dieser charakteristischen Frequenz und bei noch höheren Frequenzen die gleiche Amplitude wie $\text{ETF}_{M,M}^I$. Die Phase von $\text{ETF}_{M,M}^I$ zeigt unterhalb der charakteristischen Frequenz einen linearen Verlauf mit einem konstanten Zeitverzug von $\tau_{M,M} = 0.3$ ms. Dieser Zeitverzug ist etwas kleiner als die mittlere Verdampfungszeit der MMH-Tropfen ($\bar{\tau}_{v,M} = 0.36$ ms). Bei höheren Frequenzen knickt sie jedoch ab und verläuft erheblich flacher. Die Phase von $\text{ETF}_{M,N}^I$ zeigt einen ähnlichen Verlauf. Bei kleinen Frequenzen ist ein konstanter Abstand von $\angle \text{ETF}_{M,M}^I - \angle \text{ETF}_{M,N}^I = 50^\circ$ erkennbar. Interessant ist der Punkt bei 3000 Hz. Dort ist $\left| \text{ETF}_{M,M}^I \right|$ fast null, die entsprechende Phase somit nur ungenau zu bestimmen. Dennoch sind um diesen Punkt herum in beiden Verläufen Phasensprünge zu erkennen, wobei dieser bei $\text{ETF}_{M,M}^I$ ausgeprägter ist als bei $\text{ETF}_{M,N}^I$ und folgendermaßen erklärt werden kann: Bei kleinen Frequenzen ist die Änderung des Massenstroms erheblich langsamer als die Konvektionszeit der Tropfen. Dadurch führt zum Beispiel eine Erhöhung des Massenstroms zu einem integralen Anstieg der Tropfenanzahl und damit auch der Verdampfungsrate. Bei einer Reduktion des Massenstroms sinken konsequenterweise Tropfenanzahl und Verdampfungsrate. Je näher die Anregeperiodendauer der charakteristischen Tropfenverdampfungszeit kommt, desto stärker werden z. B. die hohe Tropfenanzahl bei erhöhtem Massenstrom durch die folgende Verringerung der Tropfenanzahl ausgeglichen. Positive und negative Bereiche der Fluktuationen der Verdampfungsrate heben sich somit teilweise auf. So ist auch der Phasensprung zu erklären, da sich bei höheren Frequenzen wieder mehr als eine Anregeperiode der Massenstromfluktuation als Information in den Tropfenanzahlen wieder findet. Ähnliche Beobachtungen wurden bereits mehrfach bei konvektiv dominierten Prozessen im Zusammenhang mit Verbrennungsinstabilitäten gemacht, so z. B. von Schuller et al. [69].

Analog zum vorherigen Absatz zeigt Abbildung 4.4 nun die Transferfunktion der NTO-Verdampfungsrate bei Anregung des NTO-Massenstroms $\text{ETF}_{N,N}^I$ sowie des MMH-Massenstroms $\text{ETF}_{N,M}^I$. Der Gleichanteil, also der Wert der Transferfunktionen bei $f_{\text{exc}} = 0$ Hz, ergibt sich durch eine gleichartige Argu-

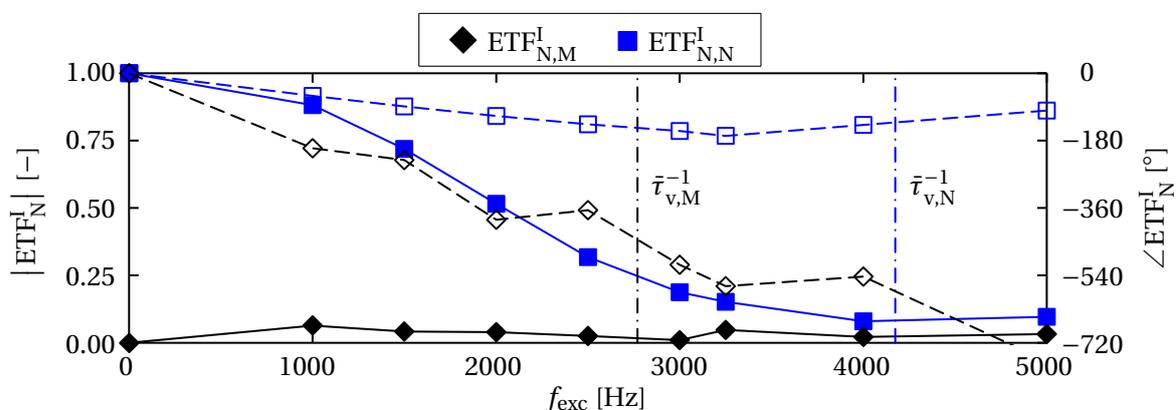


Abbildung 4.4: NTO-Verdampfungstransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

mentation wie bei der MMH-Verdampfung. Ebenso ist wieder ein starker Abfall von $\left|ETF_{N,N}^I\right|$ hin zur charakteristischen Frequenz von $\bar{\tau}_{v,N}^{-1} = 4174$ Hz (Tabelle 3.2) erkennbar. Unterschiede im Vergleich zum vorherigen Abschnitt ergeben sich jedoch beim Verlauf von $\left|ETF_{N,M}^I\right|$. Hierbei ist die maximale Amplitude nur ungefähr halb so groß wie bei der MMH-Verdampfung, die NTO-Verdampfung reagiert also erheblich schwächer auf eine Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate als umgekehrt. Die Phase von $ETF_{N,N}^I$ läuft erheblich flacher als die Transferfunktionen des MMH. Der entsprechende Zeitverzug des linearen Verlaufs bei kleinen Frequenzen ist $\tau_{N,N} = 0.15$ ms. Auch dieser Zeitverzug liegt wiederum nur leicht unterhalb der charakteristischen Tropfenverdampfungszeit von NTO ($\bar{\tau}_{v,N} = 0.24$ ms). Der Phasensprung ist hier nicht so ausgeprägt wie bei der MMH-Verdampfung, jedoch auch zu erkennen, wobei die Begründung für diesen analog zur MMH-Verdampfung ist. $\angle ETF_{N,M}^I$ wird auf Grund der sehr geringen Amplituden und der damit verbundenen steigenden Ungenauigkeit bei der Auswertung nicht genauer betrachtet.

4.3.2.2 Flammentransferfunktion

In Abbildung 4.5 sind die beiden Flammentransferfunktionen, welche in Gleichung 4.9 definiert wurden, zu sehen, wobei nochmals daran erinnert sei, dass die Transferfunktion auf die Fluktuation des Flüssigkeitsmassenstrom bezogen ist. Aus den Verdampfungstransferfunktionen ist bekannt, dass diese mit steigender Frequenz stark abfallen. Dies gilt auch für die Flammentransferfunk-

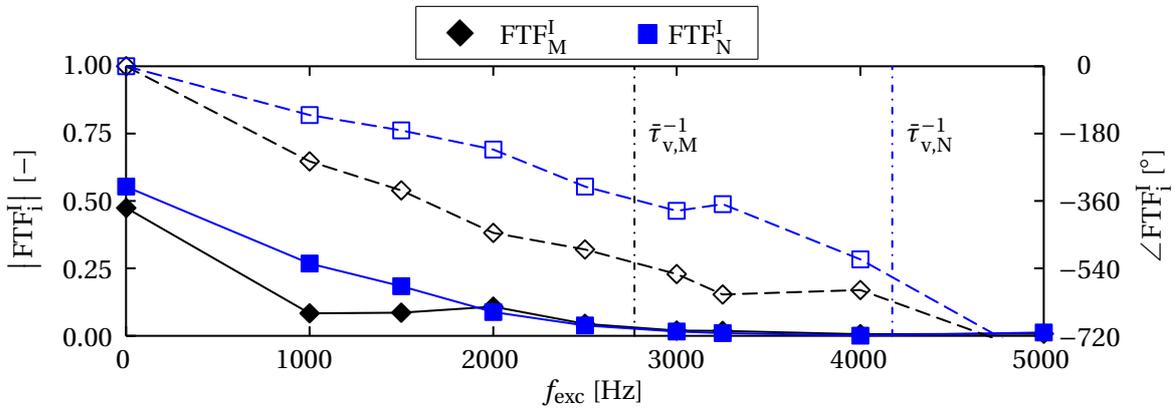


Abbildung 4.5: Flammentransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

tionen, wobei der Abfall noch stärker ist, sodass bei einer Frequenz von 3000 Hz kaum noch eine Amplitude sichtbar ist. Auch der Phasenabfall ist erheblich steiler, was auf einen größeren Zeitverzug als bei den Transferfunktionen der Verdampfung hinweist. Aus dem Phasenverlauf kann seine Größenordnung zu 0.4 ms bestimmt werden. Dieser größere Zeitverzug entsteht, da sich die Fluktuation des Flüssigkeitsmassenstroms mit den Tropfen bewegt und nach der Verdampfung zusätzlich noch in die Reaktionszone konvektieren muss. Bei 3000 Hz wird die Amplitude der MMH-Verdampfungsratenfluktuation zu null (siehe vorheriger Abschnitt 4.3.2.1). Die Bestimmung einer Flammentransferfunktion bezogen auf den Verdampfungsmassenstrom wäre somit nicht möglich. Daher ist die im Zusammenhang mit Gleichung 4.9 getroffene Wahl sinnvoll, die FTF auf den Flüssigkeitsmassenstrom zu beziehen. Die Betrachtung von integralen Werten ist die Ursache für die Unterschiede in den Flammentransferfunktionen bezogen auf den Gas- bzw. Flüssigkeitsmassenstrom, da durch die Integration lokale Effekte verschwinden. Der integrale Verdampfungsmassenstrom wird zu null trotz den lokal existierenden Fluktuationen der Verdampfungsrate.

4.3.3 Gleichzeitige Anregung beider Massenströme

Nun soll der Einfluss der gleichzeitigen Anregung beider Massenströme mit einem relativen Phasenverzug der Anregung von 0° (grüne Kurve) und 90° (rote Kurve) untersucht werden. Hierzu werden wiederum die Verdampfungs-

raten für MMH- bzw. NTO sowie die Wärmefreisetzungsrate ausgewertet. Als weiterer Vergleich sind in den folgenden Abbildungen jeweils noch die Antworten der Verdampfung bzw. Wärmefreisetzungsrate bei getrennter Anregung als schwarze bzw. blaue Kurve gezeigt. Der Amplitudenverlauf ist wiederum als durchgezogene, die Phase als gestrichelte Linie dargestellt.

4.3.3.1 Antwort der Verdampfungsrate

Abbildung 4.6 zeigt entsprechende Ergebnisse für die MMH-Verdampfungsrate. Ein Phasenverzug der Anregung wirkt bei $f_{\text{exc}} < \bar{\tau}_{v,M}^{-1}$ dämpfend, bei höheren

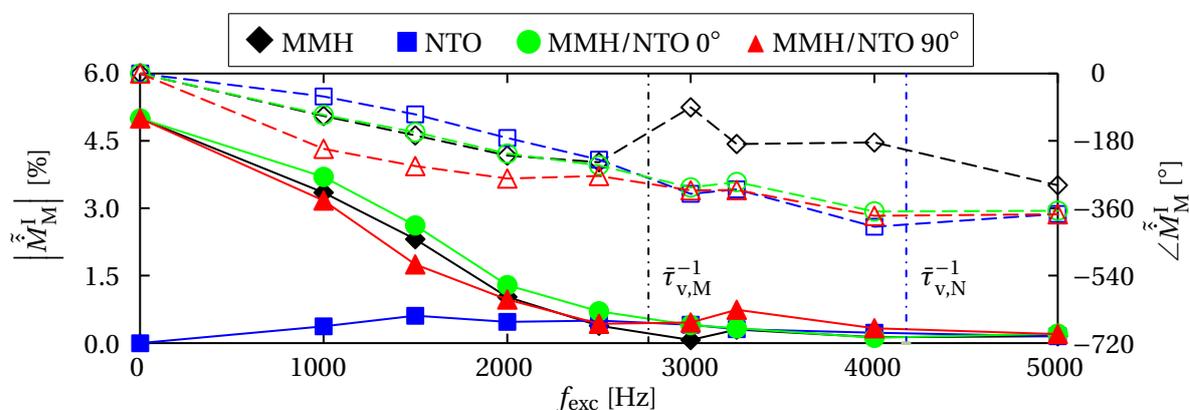


Abbildung 4.6: Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

Frequenzen verstärkend. Ebenso ergibt sich zunächst eine Phasenverschiebung analog zur Anregung (90°), bei höheren Frequenzen ist die Phase unabhängig von der Phase der Anregung. Die Phase ist dann ähnlich wie bei der reinen NTO-Anregung. Hieraus kann gefolgert werden, dass die MMH-Verdampfung bei niedrigen Frequenzen durch die eigene Anregung, bei hohen Frequenzen aber durch die NTO-Verdampfung bestimmt wird. Es lässt sich nicht genau sagen, ob dies durch die geringe MMH-Amplitude im Vergleich zur NTO-Amplitude bei höheren Frequenzen verursacht wird oder ob die kürzere Periodendauer bei höheren Frequenzen dafür sorgt, dass Temperaturfluktuationen der Verdampfung nicht mehr durch turbulente Diffusion oder Konvektion ausgeglichen werden können.

Eine analoge Analyse der NTO-Verdampfungsrate (nicht dargestellt) zeigt, dass die simultane Anregung unabhängig von der Phasenlage kaum Einfluss

auf die NTO-Verdampfung hat. Die NTO-Verdampfung wird lediglich durch die eigene Anregung bestimmt. Dies lässt sich damit begründen, dass der NTO-Massenstrom im Mittel ungefähr doppelt so hoch ist wie der MMH-Massenstrom und ist bereits in den Transferfunktionen in Abbildung 4.4 zu erkennen.

4.3.3.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrates

Der Einfluss der simultanen Anregung ist insbesondere bei kleinen Frequenzen erkennbar (Abbildung 4.7). Interessant ist jedoch eher die Tatsache, dass der

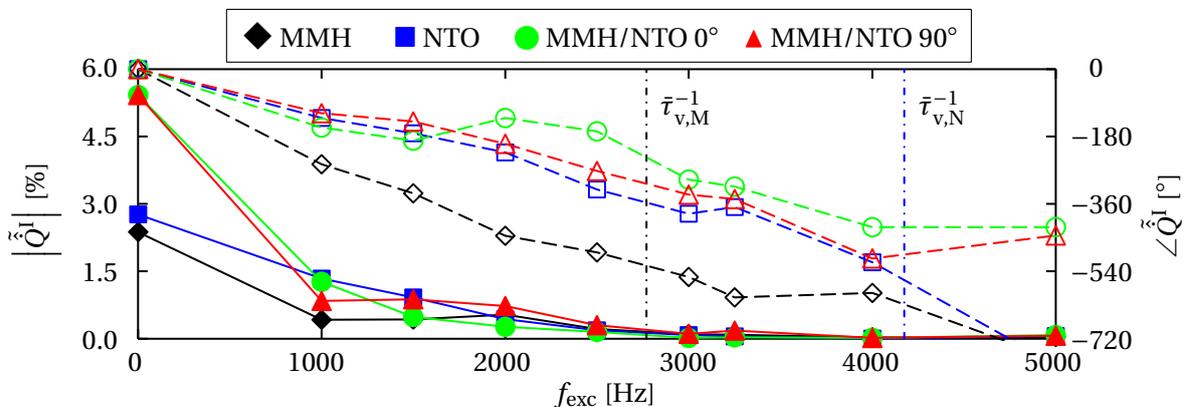


Abbildung 4.7: Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

Phasenverlauf für simultane Anregung sehr gut mit der reinen NTO-Anregung übereinstimmt. Dies bedeutet, dass die Verbrennung in dem betrachteten Lastpunkt hauptsächlich durch die NTO-Verdampfung beeinflusst wird. Dies könnte auf die insgesamt brennstoffreichen Betriebsbedingungen zurück zu führen sein. Nur bei mittleren Frequenzen ergibt sich eine gewisse Abweichung, was mit den hohen Amplituden von FTF_M^I in diesem Bereich zusammen passt (siehe Abbildung 4.5). Ebenso wird hier nochmals deutlich, dass die Wärmefreisetzung schnell auf ein geringes Niveau abfällt.

4.3.4 Überlagerung von Transferfunktionen

Mit Hilfe der in Abschnitt 4.1.1 definierten Transferfunktionen soll nun untersucht werden, ob sie sich bei gleichzeitiger Anregung der beiden Massenströme linear überlagern lassen. Hierzu werden die Verdampfungsrates für MMH- bzw.

NTO sowie die Wärmefreisetzungsrates bei simultaner Anregung mit gleicher Amplitude aber ohne Phasenverzug sowie mit einem Phasenverzug von 90° als Referenzlösungen verwendet. Die Verdampfungs- und Wärmefreisetzungsrates werden dann mit Hilfe der Transferfunktionen analytisch berechnet. Die Referenzlösung der Simulationen wird hierbei mit „CFD“ bezeichnet, die analytisch bestimmte Antwort mit „TF“.

4.3.4.1 Antwort der Verdampfungsrate

Abbildung 4.8 zeigt die MMH-Verdampfungsrate bei gleichzeitiger Anregung und mit einer Phasendifferenz von 90° . Es ist deutlich erkennbar, dass die

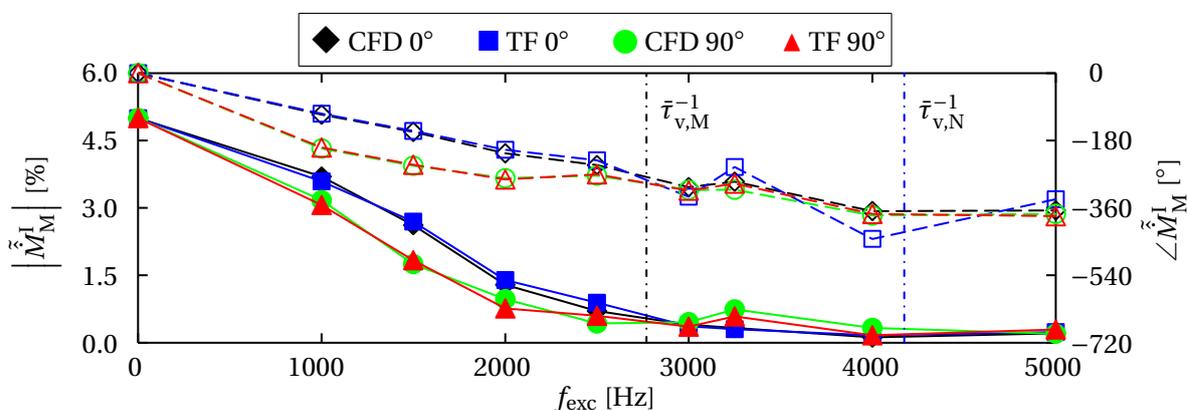


Abbildung 4.8: Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

lineare Überlagerung der Transferfunktionen die Ergebnisse der Simulationen gut wieder geben. Bei höheren Frequenzen gibt es auf Grund von sehr kleinen Antwortamplituden und damit größeren Ungenauigkeiten bei der Auswertung teilweise Abweichungen.

Wie bereits in Abschnitt 4.3.2.1 erläutert wurde, wird die NTO-Verdampfung nur von der eigenen Anregung beeinflusst, weshalb kaum ein Einfluss der gleichzeitigen Anregung zu erkennen ist. Die analytische Überlagerung kann die Ergebnisse der simultanen Anregung gut wieder geben, wobei die Ergebnisse hier nicht explizit angegeben werden.

4.3.4.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrates

Abbildung 4.9 zeigt, dass ein Phasenverzug durchaus einen Einfluss auf die Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates bei gleichzeitiger Anregung hat, insbesondere bei mittleren Frequenzen. Die Rekonstruktion ist größtenteils möglich.

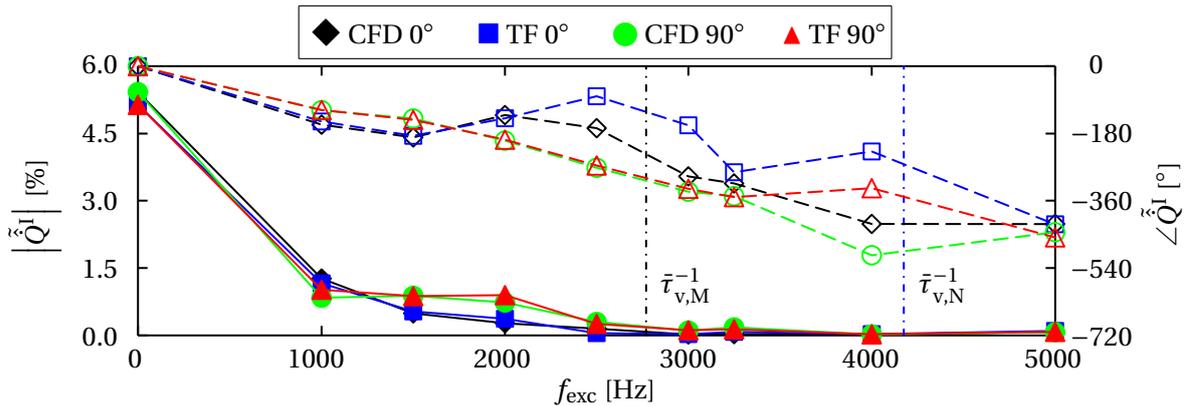


Abbildung 4.9: Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

Bei höheren Frequenzen ergeben sich stärkere Abweichungen, was jedoch auf die kleinen Amplituden und der damit ungenauen Auswertung zurück zu führen ist.

4.3.5 Systemantwort bei unterschiedlichen Anregeamplituden

Das Systemverhalten bei unterschiedlichen Anregeamplituden wird anhand der bereits betrachteten Konfiguration analysiert. Die Flüssigkeitsmassenströme des Lastpunktes A2 werden mit einer Frequenz von 3250 Hz und unterschiedlichen Amplituden von $\left| \tilde{M}_{M,\text{fl}} \right| = \left| \tilde{M}_{N,\text{fl}} \right| = 0\% \dots 20\%$ simultan angeregt. Als Systemantwort werden die integralen Verdampfungsrates sowie die gesamte Wärmefreisetzungsrates betrachtet (Abbildung 4.10). Zur deutlicheren Darstellung ist die Amplitude der Wärmefreisetzung mit einem Faktor 10 skaliert. Für die Verdampfungsrates kann ein lineares Verhalten beobachtet werden, da die Amplituden gleichmäßig mit der Anregung ansteigen und die Phasenwerte konstant bleiben. Die Wärmefreisetzung zeigt ein leicht abweichendes Verhalten, was jedoch auf die insgesamt sehr schwache Antwort und damit eine steigende Ungenauigkeit bei der Auswertung zurück zu führen ist. Insgesamt

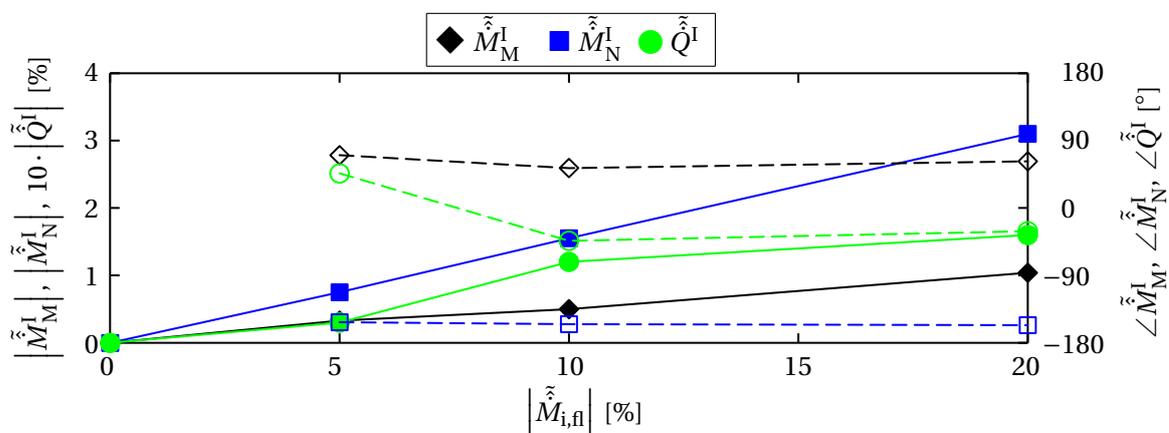


Abbildung 4.10: Antwort der integralen Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregeamplituden (— Amplitude, -- Phase)

kann für das System bei der betrachteten Frequenz und Anregeamplitude ein lineares Verhalten angenommen werden.

4.3.6 Detailanalyse mittels DMD

In den vorherigen Abschnitten konnten die bei der Massenstromanregung ablaufenden Prozesse durch die Analyse der verschiedenen Transferfunktionen bereits teilweise identifiziert werden. Im Folgenden werden nun für einen Anregungsfall die fluktuierenden Felder mittels DMD⁷ analysiert, welche die komplexen Modenformen bei definierten Frequenzen liefert. Gezeigt wird immer die amplitudengewichtete Phase für die Anrefrequenz von 3250 Hz. Die Farbe entspricht der lokalen Phase der Fluktuation und die Intensität gibt die dazugehörige Amplitude wieder. Je schwächer die Farbe ist, desto geringer ist die lokale Fluktuationsamplitude. Schwarze Bereiche ergeben sich durch eine Amplitudenskalisierung. Hierbei werden Werte oberhalb eines bestimmten Grenzwertes abgeschnitten, damit lokale Maxima nicht zu stark in Erscheinung treten und großflächige Fluktuationen, welche den integralen Wert dominieren, nicht mehr erkennbar sind. Betrachtet wird eine simultane und gleichphasige Anregung mit $|\hat{M}_{M,fl}^I| = |\hat{M}_{N,fl}^I| = 5\%$.

Bei der MMH-Verdampfung (Abbildung 4.11 links) ist auffallend, dass die akus-

⁷ Dynamic Mode Decomposition; Details zu dem Verfahren finden sich u.a. in [67, 80].

tische Periodendauer sowie die Tropfenverdampfungszeit sehr ähnlich sind, da entlang der Tropfenbahnen einmal das gesamte Farbspektrum durchlaufen wird. Ebenso ist erkennbar, dass die NTO-Verdampfung einen Einfluss hat, da

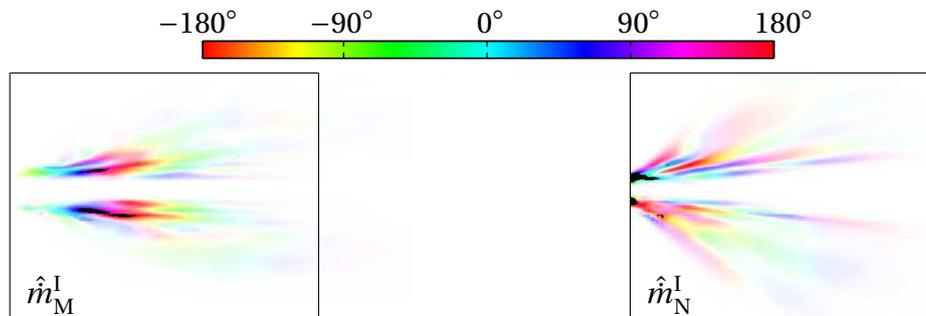


Abbildung 4.11: Amplitudengewichtete Phase der MMH- (links) und NTO-Verdampfungsratenfluktuation (rechts)

es lokal im Bereich starker NTO-Amplituden zu abrupten Phasenänderungen der MMH-Verdampfung kommt. Amplitude und Phase sind nicht symmetrisch zur Injektorachse, da die MMH-Einspritzung nicht rotationssymmetrisch ist (siehe Kapitel 3) und nur eine finite Anzahl an repräsentativen Tropfenbahnen abgebildet wird, wie in Abschnitt 2.2 erläutert wurde. Daher ist das gesamte Strömungsfeld und somit auch das fluktuierende Feld nicht symmetrisch. Die Umrandung entspricht dem ersten Segment aus Abbildung D.5 im Anhang. Die axiale Ausdehnung der Fluktuationen ist somit auf einen äquivalenten Injektordurchmesser stromab der Einspritzung limitiert. Auch im NTO-Feld aus Abbildung 4.11 (rechts) sind konvektiv dominierte Strukturen zu erkennen. Dies wird wiederum durch die kontinuierliche Phasenänderung in Strömungsrichtung deutlich. Die axiale Ausdehnung ist ebenfalls auf eine ähnliche Länge limitiert.

Für die Wärmefreisetzungsraten ergeben sich im Bereich hoher Amplituden der Verdampfungsraten ebenfalls signifikante Amplituden (Abbildung 4.12 links). Dies zeigt deutlich die direkte Kopplung der Verdampfung und Verbrennung. Des Weiteren sind die Fluktuationen hier homogener und haben auch stromab der Verdampfungsfluktuationen noch eine signifikante Amplitude, wobei die maximale Ausdehnung in axialer Richtung nicht weit über den ersten Injektordurchmesser hinaus geht und somit auf das erste Segment (Abbildung D.5) limitiert ist. Dies ist durch die Konvektion der Reaktanten und deren turbulente Diffusion begründet.

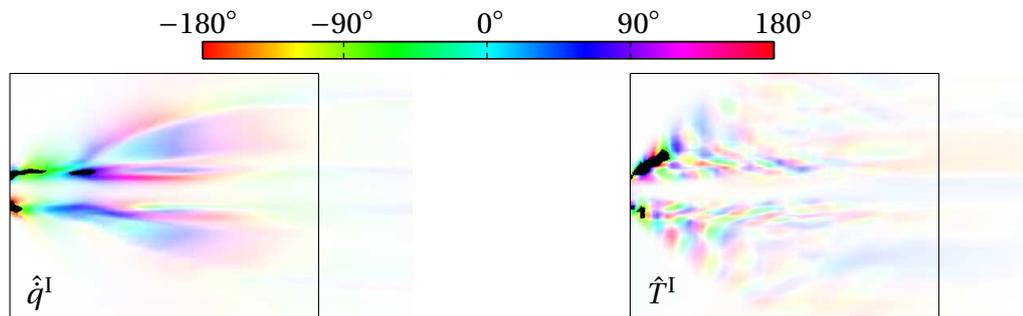


Abbildung 4.12: Amplitudengewichtete Phase der Wärmefreisetzungs- (links) und Temperaturfluktuation (rechts)

Abbildung 4.12 rechts zeigt die amplitudengewichteten Phasen der Temperaturfluktuationen. Hier fällt insbesondere die erheblich kürzere Wellenlänge der Fluktuationen auf. Als Wellenlänge kann der Abstand in Strömungsrichtung gleichfarbiger und daher gleichphasiger Bereiche betrachtet werden. Dies ist auf die geringe Konvektionsgeschwindigkeit der Gasphase im Vergleich zur Tropfengeschwindigkeit zurück zu führen. Die Temperaturfluktuationen stammen hauptsächlich aus den starken NTO-Fluktuationen im Bereich der Einspritzung und konvektieren dann stromab mit der Gasgeschwindigkeit. Sie könnten somit eine Ursache für die beschriebene Beeinflussung der MMH-Verdampfung durch die Fluktuationen der NTO-Verdampfungsrate sein.

4.3.7 Lastpunktabhängigkeit bei simultaner Anregung

Bisher wurde lediglich der Lastpunkt A2 betrachtet. Im Folgenden werden die Verdampfungsraten sowie die Wärmefreisetzungsrate für verschiedene Lastpunkte miteinander verglichen.

4.3.7.1 Antwort der Verdampfungsrate

Abbildung 4.13 zeigt Amplitude (durchgezogene Linie) und Phase (gestrichelte Linie) für die verschiedenen Lastpunkte als Funktion des Produktes $f_{\text{exc}} \cdot \bar{\tau}_{\text{v,M}}$. Die mittlere Tropfenverdampfungszeit $\bar{\tau}_{\text{v,M}}$ wurde als charakteristische Zeit für die Skalierung der Ergebnisse verwendet. Es ist klar erkennbar, dass die Amplitude im Bereich von $f_{\text{exc}} \cdot \bar{\tau}_{\text{v,M}} \approx 1$ stark abfällt. Ebenso stimmen die Phasen insbesondere für kleine Frequenzen sehr gut überein. Die jeweils verwendeten Verdampfungszeiten sind in Tabelle 3.2 zu finden. Zwischen den Lastpunkten variieren sie ungefähr um einen Faktor zwei. Die mittlere Tropfenverdamp-

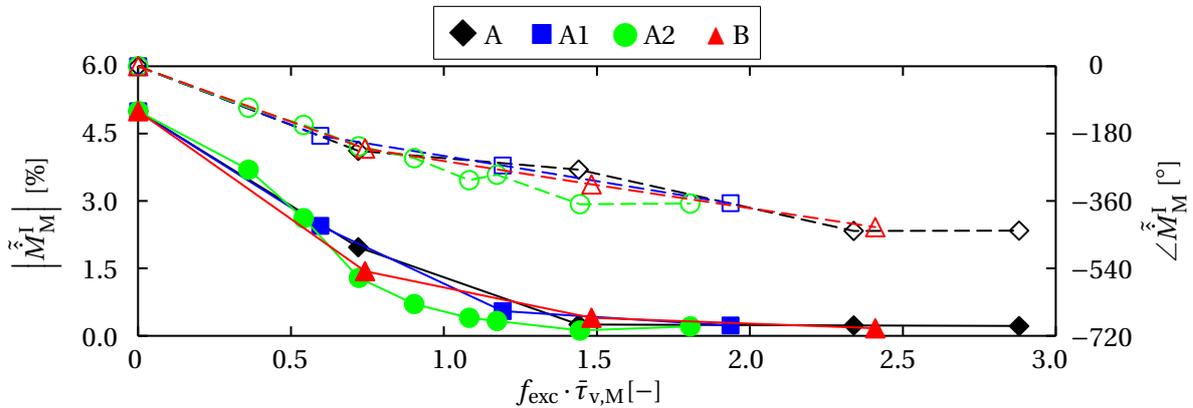


Abbildung 4.13: Verdampfungsrate von MMH (— Amplitude, -- Phase)

fungszeit ist also der richtige Skalierungsparameter, da sie der charakteristischen Konvektionszeitskala entspricht und somit die Überlagerung positiver und negativer Beiträge beschreibt (siehe Abschnitt 4.3.2).

Abbildung 4.14 zeigt wiederum die Amplitude und Phase der NTO-Verdampfungsrate als Funktion der entdimensionierten Anregungsfrequenz $f_{exc} \cdot \bar{\tau}_{v,N}$. Nochmals wird der starke Abfall mit steigender Anregungsfrequenz deut-

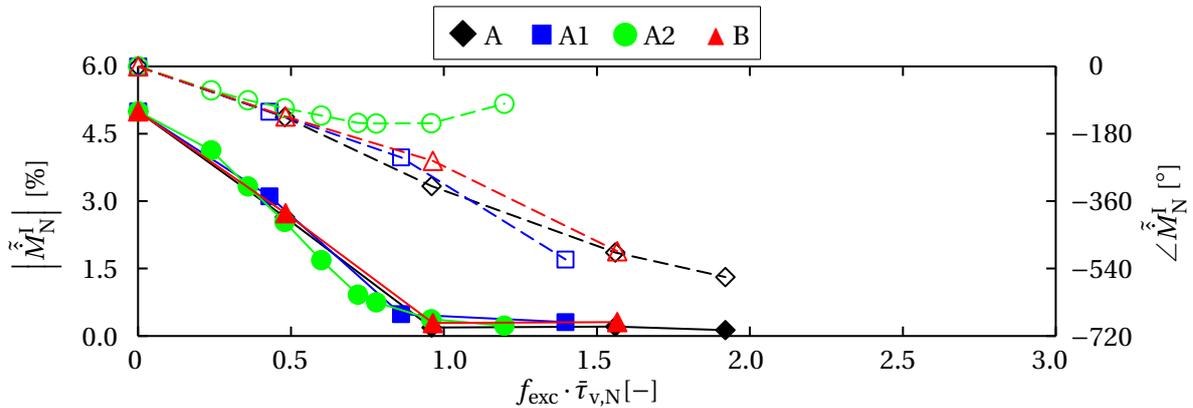


Abbildung 4.14: Verdampfungsrate von NTO (— Amplitude, -- Phase)

lich. Die Phasenverläufe der einzelnen Lastpunkte lassen sich mit Hilfe der Tropfenverdampfungszeit in Einklang bringen. Bei höheren Frequenzen treten durchaus Abweichungen auf. Dies ist allerdings insbesondere durch die bereits erwähnte steigende Ungenauigkeit der Auswertung auf Grund sinkender Amplituden bedingt.

4.3.7.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrate

Amplitude und Phase der Wärmefreisetzungsrate sind in Abbildung 4.15 dargestellt. Aus den CFD-Rechnungen kann nicht direkt eine charakteristische

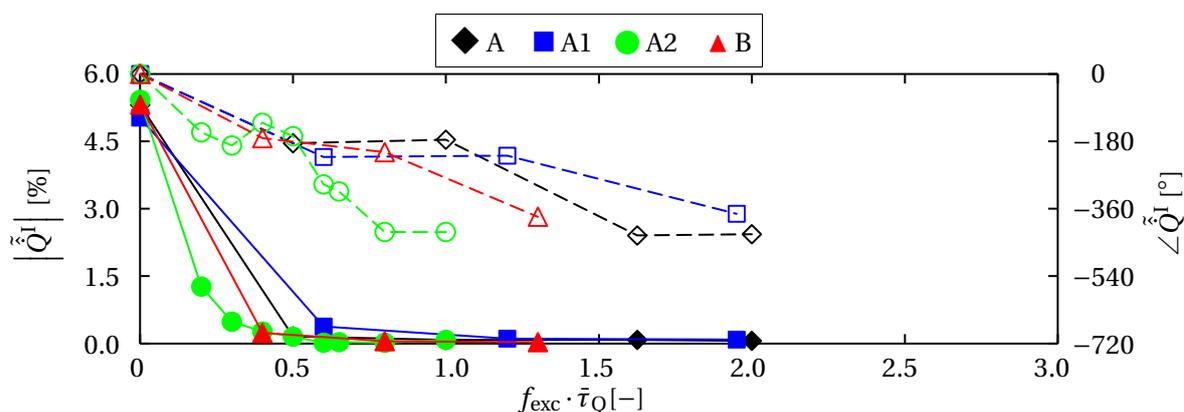


Abbildung 4.15: Wärmefreisetzungsrate (— Amplitude, -- Phase)

Zeit ausgewertet werden. Daher wurde hier ein anderer Ansatz verfolgt: Aus den Phasenverläufen wurden entsprechende Zeitverzögerungen ermittelt und zur Skalierung der Ergebnisse verwendet. Die jeweiligen Werte sind in Tabelle 4.3 aufgeführt. Die Übereinstimmung ist deutlich schlechter als bei den Ver-

Tabelle 4.3: Charakteristische Zeitskalen der Wärmefreisetzungsrate

Lastpunkt	A	A1	A2	B
Zeitverzug $\bar{\tau}_Q$ [ms]	0.5	0.6	0.2	0.4

dampfungsraten. Dies liegt einerseits an der nur ungenauen Abschätzung der charakteristischen Zeiten aus den Phasenverläufen. Des Weiteren konnte bereits gezeigt werden, dass sowohl die MMH- als auch die NTO-Verdampfung einen Einfluss auf die Verbrennung haben. Die jeweilige Stärke ist frequenzabhängig. Somit gibt es keinen klar dominierenden Zeitverzug, wie er bei der Tropfenverdampfung durch die konvektive Zeit der Tropfen gegeben ist.

4.4 Modellierung der Injektorkopplung

In Abschnitt 4.1 und in Abbildung 4.1 wurde der grundlegende Zusammenhang zwischen Druckfluktuationen und der Modulation des Injektormassenstroms

dargestellt. Anschließend wurden die einzelnen Transferfunktionen definiert sowie mittels analytischer Korrelationen und CFD-Simulationen bestimmt. Zum Abschluss der Untersuchungen der Injektorkopplung wird nun ein Modellierungsansatz zur Berücksichtigung dieser Kopplungsart in CAA-Simulationen der gesamten Brennkammer präsentiert. Dabei sind insbesondere die in Folge der Modulation des Injektormassenstroms auftretenden Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrates von Bedeutung. Gleichung 4.20 gibt den globalen Zusammenhang zwischen Druck- und Wärmefreisetzungsfuktuationen an. Dieser ist ebenfalls in Abbildung 4.1 dargestellt. Es finden die Definitionen der einzelnen Transferfunktionen aus Abschnitt 4.1.1 Anwendung:

$$\text{FTF}^I = \frac{\tilde{\dot{Q}}^I}{\tilde{\hat{p}}^I(x_{\text{ref}})} \quad (4.20)$$

$$= \text{FTF}_M^I \cdot \text{ITF}_M + \text{FTF}_N^I \cdot \text{ITF}_N \quad (4.21)$$

Diese Flammentransferfunktion verwendet eine Druckfluktuation an einer bestimmten Referenzposition als Eingangsgröße. Sinnvollerweise ist diese in Injektornähe zu wählen, da dies der Bereich ist, welcher die Injektordynamik beeinflusst. In Abschnitt 4.3.6 konnte gezeigt werden, dass die axiale Ausdehnung der Wärmefreisetzungsfuktuationen gering ist. Somit kann angenommen werden, dass die Druckfluktuationen an der Referenzposition auch für das sich ergebende Rayleigh-Integral bestimmend sind, weshalb sich Gleichung 2.55 folgendermaßen vereinfachen lässt:

$$\text{Ra}^I = \frac{1}{2} \cdot \bar{\dot{Q}} \cdot \bar{p} \cdot \Re(\tilde{\dot{Q}} \cdot \tilde{\hat{p}}^*) \quad (4.22)$$

Hieraus lässt sich unter Anwendung der Definition der Flammentransferfunktion ein entdimensioniertes Rayleigh-Integral ableiten:

$$\tilde{\text{Ra}}^I = \frac{\text{Ra}^I}{\frac{1}{2} \cdot \bar{\dot{Q}} \cdot \bar{p}} = \Re(\text{FTF}^I) \cdot |\tilde{\hat{p}}|^2 \quad (4.23)$$

Abbildung 4.16 zeigt nun die Amplitude dieser Flammentransferfunktion als schwarze durchgezogene und die Phase als schwarze gestrichelte Linie als Funktion der Anregungsfrequenz. Es ist wieder deutlich der starke Abfall mit stei-

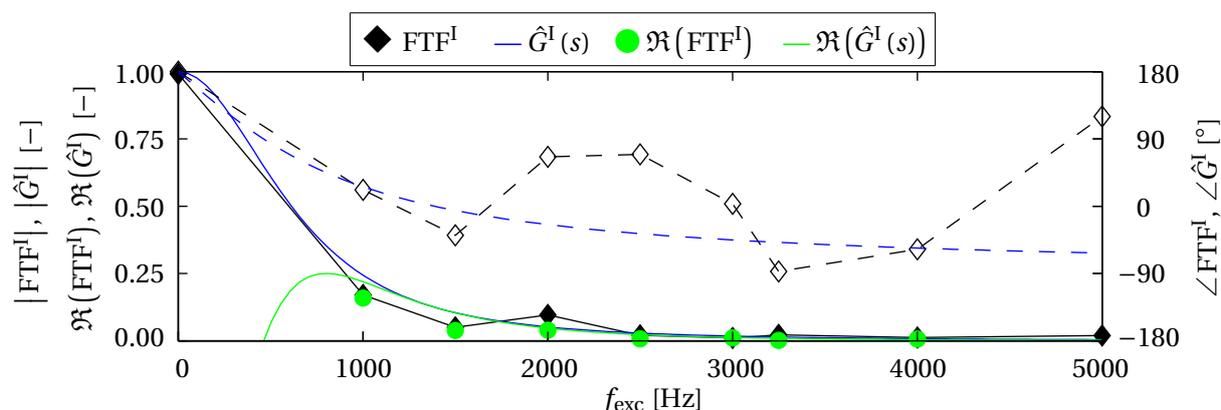


Abbildung 4.16: Globale Flammenantwort als Transferfunktion und Filter
(— Amplitude, -- Phase)

gender Frequenz sichtbar. Auf Grund dieses charakteristischen Verhaltens wird ein Tiefpass $\hat{G}^I(s)$ nach Gleichung 2.76 als Ansatzfunktion zur Modellierung gewählt. Der mit einer Cut-Off-Frequenz von $f_{\text{TP}} = 800$ Hz und einer Ordnung $n_{\text{TP}} = 3$ generierte Filter, welcher als blaue Kurve in Abbildung 4.16 dargestellt ist, stimmt in der Amplitude im gesamten Frequenzbereich mit den Datenpunkten der Transferfunktion überein. In der Phase ist im Bereich signifikanter Amplituden ebenfalls eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Bei geringeren Amplitudenwerten treten von 2000 Hz bis 3000 Hz Abweichungen auf. Der plötzliche Phasenanstieg der FTF^I entsteht durch die ab dieser Frequenz äquivalente Amplitude aber unterschiedliche Phase der individuellen Flammentransferfunktionen der beiden Treibstoffe, wie in Abbildung 4.5 gezeigt wurde.

Aus Gleichung 4.23 wird deutlich, dass der Realteil der Flammentransferfunktion das Vorzeichen und die Stärke des Einflusses der Druckfluktuationen bestimmt, weshalb er sich zur Beurteilung der Filterqualität eignet. In Abbildung 4.16 sind deshalb zusätzlich der Realteil der Transferfunktion als grüne Kreissymbole und des Tiefpasses als grüne Linie dargestellt. Es ist insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen, was bedeutet, dass die Abweichungen in der Phase zwischen Transferfunktion und Filter keinen großen Einfluss haben.

Die Modulation des Injektormassenstroms lässt sich somit mit Hilfe eines einfachen Tiefpasses ausreichend genau abbilden. Dieser Filter kann nun so-

wohl im Frequenz- wie auch Zeitbereich zur Betrachtung der Stabilität der gesamten Brennkammer angewendet werden. Zur genaueren Abbildung der Frequenzabhängigkeit bei Analysen im Frequenzbereich kann auch das Interpolationsverfahren aus Abschnitt 2.5 angewendet werden.

4.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Produkt aus Anregfrequenz und mittlerer Verdampfungszeit $f_{exc} \cdot \bar{\tau}_v$ bestimmend für die Transferfunktion der Verdampfung bei einem fluktuierenden Eingangsmassenstrom ist. Die Auswirkungen auf die Wärmefreisetzung sind auch bei geringen Frequenzen schwächer als auf die Verdampfungsrate und nehmen mit steigender Anregfrequenz weiter ab. Des Weiteren konnte festgestellt werden, dass die relative Amplitude und Phase zwischen den Fluktuationen von MMH und NTO einen Einfluss auf die Verdampfungsraten hat.

In dem in dieser Arbeit betrachteten Frequenzbereich von ca. 3250 Hz ist der Einfluss der Massenstromfluktuation am Injektorausstritt als gering einzuschätzen, da die charakteristischen Zeiten der Verdampfung und Verbrennung größer als die akustische Periodendauer sind. Wenn sich die mittlere Verdampfungszeit jedoch auf Grund einer starken Störung zum Beispiel durch den Puls in Bomb-Tests [56] stark reduziert, kann dieser Kopplungsmechanismus eine durchaus signifikante Rolle spielen.

Zusätzlich zu den oben genannten Ergebnissen gilt es noch anzumerken, dass bei den vorgestellten Simulationen mit Massenstromanregung kein Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld festgestellt werden konnte.

Letztlich steht nun eine geschlossene Logik von der theoretischen Analyse dieser Kopplungsart über die Definition der Transferfunktionen inklusive deren Bestimmung mittels analytischer oder numerischer Verfahren bis hin zur Modellierung in der Stabilitätsanalyse der gesamten Brennkammer zur Verfügung. Der Vergleich hinsichtlich der Relevanz für die thermoakustische Kopplung mit den anderen Kopplungsmechanismen wird in Kapitel 8 dargestellt.

Die vorgestellte Methodik der Anregung einzelner Frequenzen hat ein deut-

liches Bild des Frequenzverlaufs der einzelnen Transferfunktionen ergeben. Allerdings ist deren Bestimmung aufwendig, da viele einzelne Rechnungen notwendig sind. Dies ließe sich durch Anwendung von Verfahren aus dem Bereich der Systemidentifikation [45, 76] deutlich beschleunigen.

5 Modulation der Zerstäubung

Die Treibstoffe werden durch Injektoren in die Brennkammer eingebracht. Dort zerfallen die Flüssigkeitsstrahlen auf Grund von Scherkräften zwischen der flüssigen und gasförmigen Phase, welche insbesondere durch die Relativgeschwindigkeit bestimmt werden [34, 82]. Ebenso erfolgt die Zerstäubung durch gezieltes Aufeinandertreffen der Strahlen, was bereits in Abschnitt 2.1 erläutert wurde. Im Folgenden wird nun detailliert analysiert, wie sich akustische Fluktuationen auf die Zerstäubung und in der Folge dessen auf die Verdampfung und Wärmefreisetzung auswirken. Das Vorgehen ist dabei analog zur Injektor-kopplung im vorherigen Kapitel 4. Zunächst werden einige Grundlagen sowie die notwendigen Transferfunktionen und analytischen Schließungsmodelle präsentiert. Anschließend wird ein Verfahren zur Untersuchung der Auswirkungen von Fluktuationen der Zerstäubung mittels CFD-Simulationen präsentiert. Abschließend werden die Ergebnisse der Simulationen dargestellt und analysiert sowie ein Modellierungsansatz für die Wärmefreisetzungsfuktuationen auf Grund der Modulation der Zerstäubung in CAA-Simulationen von Raketendbrennkammern vorgestellt.

Die Modulation der Zerstäubung durch akustische Fluktuationen wurde bereits von mehreren Autoren experimentell untersucht, so z. B. in [25, 28, 75], wobei die untersuchten Injektoren und Frequenzbereiche nicht direkt mit dem hier betrachteten Testfall vergleichbar sind.

5.1 Grundlagen und Definition der Transferfunktionen

Der Primärzerfall eines Flüssigkeitsstrahls wird abhängig vom Injektortyp durch die Einspritzgeschwindigkeit sowie die Relativgeschwindigkeit zwischen unterschiedlichen Flüssigkeitsstrahlen bzw. zum umgebenden Gas bestimmt. Abbildung 5.1 zeigt schematisch, wie sich akustische Fluktuationen auf die Zer-

stäubung auswirken können. Einerseits kann die Relativgeschwindigkeit zwi-

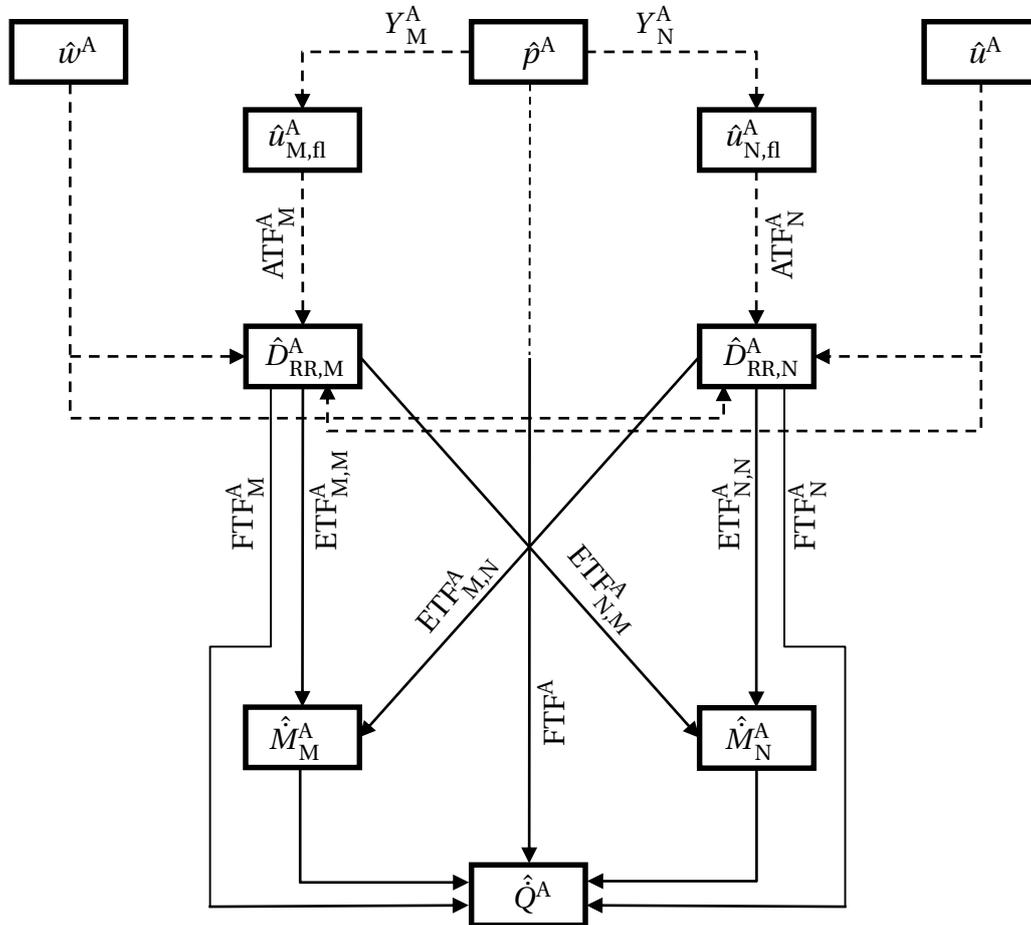


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der Modulation der Zerstäubung

schen Flüssigkeit und Gas durch akustische Geschwindigkeitsfluktuationen in der Gasphase \hat{w} und \hat{u} verändert werden. Andererseits führen Druckfluktuationen in der Brennkammer analog zur Injektorkopplung zu einer Modulation der Einspritzgeschwindigkeit der flüssigen Phase. Unabhängig davon, ob nun eine fluktuierende Einspritzgeschwindigkeit oder Relativgeschwindigkeit betrachtet wird, die Konsequenz ist immer eine variierende Zerstäubung, wodurch sich eine fluktuierende Verteilung der Tropfendurchmesser ergibt. Ausgedrückt wird dies durch einen zeitlich fluktuierenden charakteristischen Durchmesser der Rosin-Rammler-Verteilung $\hat{D}_{RR,i}^A$. Dieser kann in der Folge zu einer Modulation der Verdampfungsraten führen, da die Verdampfung der einzelnen Tropfen sehr stark von deren Oberfläche und damit vom Durchmesser abhängt. Ebenso wird durch die oszillierende Durchmesser-Verteilung die Gesamtzahl der pro

Zeitschritt eingebrachten Tropfen verändert, da der Massenstrom konstant gehalten wird. Hierdurch ändert sich wiederum die Gesamtoberfläche der eingebrachten Tropfen. Analog zur Massenstromfluktuation besteht ebenfalls die Möglichkeit, dass sich die variierenden Verdampfungsraten gegenseitig beeinflussen. Letztlich wird die Wärmefreisetzung durch die zeitlich fluktuierende Verdampfung moduliert. In diesem Abschnitt werden die Variablen mit einem hochgestellten Index „A“ gekennzeichnet, um deren Zusammenhang mit der Modulation der Zerstäubung deutlich zu machen. Der Massenstrom wird in diesem Abschnitt als konstant angesehen, um rein den Effekt einer fluktuierenden Zerstäubung studieren zu können.

Bisher wurde nur der Einfluss akustischer Fluktuationen auf den Primärzerfall erläutert. An dieser Stelle wird noch kurz eine Überlegung zum Einfluss der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Gasphase auf den Sekundärzerfall angestellt. Wie bereits in Abschnitt 2.4 beschrieben wurde, ändert sich durch Geschwindigkeitsfluktuationen in der Gasphase die Relativgeschwindigkeit und damit der Wärme- und Stofftransport zwischen Gasphase und flüssigen Tropfen. Dieser Effekt wird detailliert in den Kapiteln 6 und 7 betrachtet. Ebenso wird wie gerade beschrieben der Primärzerfall durch die geänderte Relativgeschwindigkeit beeinflusst. Andererseits können die Geschwindigkeitsfluktuationen zu einer Deformation der Tropfen und damit zum Sekundärzerfall führen. Insbesondere kommen hierfür transversale Geschwindigkeitsfluktuationen in Betracht, da diese auch nahe der Einspritzplatte große Amplituden haben können ($10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)⁸. Ebenso bewirken sie zweimal pro Periode eine starke Scherwirkung auf die Tropfen, was somit durchaus einen signifikanten Einfluss auf das Tropfenspektrum und damit die Tropfenverdampfungszeit haben könnte. Mit Hilfe von CFD-Verfahren und unter Anwendung von Sekundärzerfallsmodellen kann dies untersucht werden, geht aber über den Umfang dieser Arbeit hinaus.

⁸ Flüssiges MMH und NTO haben eine Oberflächenspannung in der Größenordnung von $30 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$ [19]. Unter Berücksichtigung der charakteristischen strömungsmechanischen und geometrischen Größen ergeben sich Weber-Zahlen [44], welche deutlich über 100 liegen können. Dies bedeutet, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen einen erheblichen Einfluss auf den Sekundärzerfall haben.

5.1.1 Definition der Transferfunktionen

Zur Modellierung der oben beschriebenen Prozesse werden im Folgenden verschiedene Transferfunktionen aufgestellt, welche entweder analytisch oder mittels CFD-Simulationen bestimmt werden. Bei dem hier betrachteten Injektor wird der Strahlzerfall durch das Aufeinanderprallen der beiden Flüssigkeitsstrahlen bestimmt. Daher ist für die Zerstäubung die Einspritzgeschwindigkeit von zentraler Bedeutung, weshalb bei der Modellierung des Strahlzerfalls auch nur der Effekt einer fluktuierenden Einspritzgeschwindigkeit berücksichtigt wird. Das Konzept ist aber auch in der Lage, weitere Prozesse zu berücksichtigen, sofern Schließungsmodelle für die Modellierung der fluktuierenden Durchmesser-Verteilung aufgestellt werden können.

Gleichung 5.1 beschreibt die Modulation der Verdampfungsrate der Komponente i \tilde{M}_i^A ausgehend von einer Druckfluktuation $\tilde{p}(x_{\text{ref}})$ in der Brennkammer.

$$\tilde{M}_i^A = \frac{\hat{M}_i^A}{\bar{M}_i} = \left(\bar{u}_{i,\text{fl}}^{-1} \cdot Y_i^A \cdot \text{ATF}_i^A \cdot \text{ETF}_{i,i}^A + \bar{u}_{j,\text{fl}}^{-1} \cdot Y_j^A \cdot \text{ATF}_j^A \cdot \text{ETF}_{i,j}^A \right) \cdot \tilde{p}(x_{\text{ref}}) \cdot \bar{p} \quad (5.1)$$

Die Admittanz ist analog zu derjenigen der Massenstromfluktuation definiert:

$$Y_i^A = Y_i^I = \frac{\hat{u}_{i,\text{fl}}^A}{\tilde{p}(x_{\text{ref}})} = -\frac{\bar{u}_{\text{fl}}}{2 \cdot \Delta \bar{p}_{\text{Inj}}} \quad (5.2)$$

Daher kann auch die analytische Modellierung aus Gleichung 4.16 übernommen werden. Die entsprechenden Werte für MMH und NTO sowie für die verschiedenen Lastpunkte finden sich in den Tabellen 4.1 und 4.2. Die Zerstäubungstransferfunktion ATF_i^A beschreibt den Zusammenhang zwischen einer Fluktuation der Einspritzgeschwindigkeit und der daraus folgenden Änderung des charakteristischen Durchmessers der Rosin-Rammler-Verteilung:

$$\text{ATF}_i^A = \frac{\tilde{D}_{\text{RR},i}^A}{\tilde{u}_{i,\text{fl}}^A} \quad (5.3)$$

Für sie wird im folgenden Abschnitt ein analytisches Schließungsmodell vorgestellt. Die Verdampfungstransferfunktionen $\text{ETF}_{i,i}^A$ und $\text{ETF}_{i,j}^A$ werden ana-

log zur Untersuchung der Modulation des Injektormassenstroms in Kapitel 4.3.2.1 mittels CFD-Simulation bestimmt. Hierzu wird in Abschnitt 5.2 ein Anregeverfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe den CFD-Simulationen definierte Fluktuationen der Tropfenspektren aufgebracht werden können.

$$\text{ETF}_{i,i}^A = \frac{\tilde{M}_{i,i}^A}{\tilde{D}_{RR,i}^A} \quad (5.4)$$

$$\text{ETF}_{i,j}^A = \frac{\tilde{M}_{i,j}^A}{\tilde{D}_{RR,j}^A} \quad (5.5)$$

Die Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate kann ebenfalls in Abhängigkeit der beiden fluktuierenden Tropfenspektren modelliert werden (Gleichung 5.6)

$$\tilde{Q}^A = \tilde{D}_{RR,M}^A \cdot \text{FTF}_M^A + \tilde{D}_{RR,N}^A \cdot \text{FTF}_N^A, \quad (5.6)$$

wobei die Flammentransferfunktionen als

$$\text{FTF}_i^A = \frac{\tilde{Q}_i^A}{\tilde{D}_{RR,i}^A} \quad (5.7)$$

definiert sind. Auch diese können aus den CFD-Rechnungen mit einer aufgetragten Fluktuation des Durchmesserpektrums bestimmt werden.

5.1.2 Analytisches Schließungsmodell

Nach der Definition der Transferfunktionen wird nun ein analytisches Schließungsmodell für die Modellierung der Zerstäubung vorgestellt. Auf Grund der Komplexität der beteiligten Prozesse können nicht alle Details im Rahmen dieser Arbeit berücksichtigt werden. Das im Folgenden vorgestellte Modell dient somit lediglich zu einer groben Abschätzung des Einflusses akustischer Fluktuationen auf die Zerstäubung und ermöglicht die Schließung des präsentierten Ansatzes. In zukünftigen Arbeiten ist dadurch ein Ansatz für ein vertieftes Studium des Einflusses akustischer Fluktuationen auf den Strahler-

fall vorhanden.⁹

Verschiedene Autoren [30, 34, 82] verwenden entweder die Weber-Zahl [44] zur Charakterisierung des Strahlzerfalls und zur Abschätzung eines mittleren Tropfendurchmessers oder geben zumindest einen proportionalen Zusammenhang zwischen Einspritzgeschwindigkeit und mittlerem Tropfendurchmesser an. Allgemein lässt sich dieser Bezug folgendermaßen darstellen, wobei der charakteristische Tropfendurchmesser der Rosin-Rammler-Verteilung D_{RR} (Gleichung 2.31) als bestimmende Größe für das Spray verwendet wird:

$$D_{RR} \propto u_{fl}^k \quad (5.8)$$

Das Schließungsmodell basiert auf der Annahme eines quasi-stationären Primärzerfalls, was bedeutet, dass die Zeitskala des Tropfenzerfalls erheblich kleiner als die akustische Periodendauer sein muss. Eckstein [25] beschreibt in seiner Arbeit einen analogen Ansatz und validiert ihn auch mit experimentellen Daten, wenn auch für einen gänzlich unterschiedlichen Injektortyp und kleinere Frequenzen. Aus Gleichung 5.8 lässt sich ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen Fluktuationen der Einspritzgeschwindigkeit und des mittleren Durchmessers der Tropfenverteilung herleiten [25]:

$$\frac{D'_{RR}}{\bar{D}_{RR}} = \left(1 + \frac{u'_{fl}}{\bar{u}_{fl}}\right)^k - 1 \quad (5.9)$$

Nach einer Linearisierung und Transformation in den Frequenzbereich ergibt sich somit folgender Zusammenhang:

$$\tilde{D}_{RR} = \frac{\hat{D}_{RR}}{\bar{D}_{RR}} = k \cdot \frac{\hat{u}_{fl}}{\bar{u}_{fl}} = k \cdot \tilde{u}_{fl} \quad (5.10)$$

Die Transferfunktion der Zerstäubung kann nun folgendermaßen dargestellt werden:

$$ATF = \frac{\tilde{D}_{RR}}{\tilde{u}_{fl}} = k \quad (5.11)$$

Der Exponent der Proportionalitätsbeziehung zwischen Tropfendurchmes-

⁹ Der Übersichtlichkeit halber wird auf den Index i sowie den Exponenten A verzichtet.

ser und Einspritzgeschwindigkeit (Gleichung 5.8) entspricht somit der Transferfunktion der Zerstäubung. Bei dem hier verwendeten Injektortyp ist die Prallzerstäubung durch das Aufeinandertreffen der Brennstoffstrahlen auf den Kegel des flüssigen Oxidators (siehe Kapitel 3) bestimmend für den Primärzerfall. In [30] wird für einen ähnlichen Injektortyp für den Exponenten eine Größenordnung von $k \approx -1$ angegeben. Fluktuationen des mittleren Durchmessers und der Einspritzgeschwindigkeit sind somit in Gegenphase und deren Amplituden ähnlich hoch. Diese Transferfunktion ist in diesem Fall somit unabhängig vom betrachteten Treibstoff bzw. Lastpunkt. Bei anderen Injektortypen kann sich hier allerdings ein grundlegend anderes Verhalten ergeben. Insbesondere das Vorzeichen des Exponenten kann sich ändern, wodurch sich ein gleichphasiges Verhalten von Geschwindigkeits- und Durchmesserfluktuationen ergibt. Entsprechende Beispiele des Exponenten für andere Injektortypen sind zum Beispiel in [82] angegeben. Die physikalische Ursache für das grundlegend verschiedene Verhalten unterschiedlicher Injektortypen ist in den für den Strahlzerfall bestimmenden Prozessen zu finden. Bei der Prallzerstäubung führt eine Erhöhung der Einspritzgeschwindigkeit tendenziell zu kleineren Tropfen, da sich der Impuls beim Aufeinandertreffen der Strahlen erhöht. Bei Koaxial-Elementen, bei denen die Scherwirkung zwischen den beiden Treibstoffen den Strahlzerfall bestimmt, kann eine Erhöhung der Einspritzgeschwindigkeit jedoch stabilisierend wirken.

Definiert man nun ausgehend von den Gleichungen 5.2 und 5.11 analog zur Injektortransferfunktion in Gleichung 4.4 eine Transferfunktion für den direkten Zusammenhang zwischen den Druckfluktuationen in der Brennkammer und den Fluktuationen des mittleren Durchmessers, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\frac{\tilde{D}_{\text{RR}}}{\tilde{p}} = \frac{\bar{p} \cdot Y \cdot \text{ATF}}{\bar{u}_{\text{fl}}} = -\frac{\text{ATF}}{2 \cdot \Delta \tilde{p}_{\text{Inj}}} \quad (5.12)$$

Hierbei fällt auf, dass diese Transferfunktion nur noch vom relativen Injektordruckverlust abhängt. Je höher dieser Druckverlust wird, desto geringer sind die Auswirkungen akustischer Druckfluktuationen in der Brennkammer auf den Primärzerfall. Die Druckverluste für die einzelnen Lastpunkte und

Treibstoffe finden sich in den Tabellen 4.1 und 4.2.

Die zeitabhängige experimentelle Bestimmung von Tropfenspektren bei den für HF-Instabilitäten typischen Frequenzen ist extrem aufwändig, weshalb insbesondere für den hier betrachteten Injektortyp keine experimentell validierten Transferfunktionen für den Primärzerfall vorhanden sind. Somit ist der vorgestellte quasistationäre Ansatz die einzige Abschätzungsmöglichkeit. Hier bieten sich für zukünftige Arbeiten interessante Möglichkeiten zum detaillierten Studium des Einflusses akustischer Fluktuationen auf den Primär- wie auch Sekundärzerfall.

5.2 Anregung von Fluktuationen des Tropfenspektrums

Im vorherigen Abschnitt wurden analytische Beziehungen ausgehend von akustischen Druckfluktuationen bis zum charakteristischen Durchmesser der Tropfenverteilung hergeleitet. In Analogie zu den Massenstromschwankungen soll der Effekt eines fluktuierenden charakteristischen Durchmessers auf die Verdampfung und Verbrennung, also die Bestimmung von $ETF_{i,i}^A$, $ETF_{i,j}^A$ sowie der FTF_i^A , mit Hilfe von CFD-Simulationen erfolgen. Hierzu muss dem charakteristischen Tropfendurchmesser der Rosin-Rammler-Verteilung eine definierte Fluktuation aufgeprägt werden. Dies erfolgt analog zur Anregung der Massenströme im vorherigen Kapitel. Ein harmonisch in der Zeit mit definierter Frequenz fluktuierender Durchmesser wird dem mittleren Durchmesser überlagert.

$$D_{RR,M}^A = \bar{D}_{RR,M} \cdot \left(1 + \left| \tilde{D}_{RR,M}^A \right| \cdot \sin \left(2\pi \cdot f_{exc} \cdot t - \angle \tilde{D}_{RR,M}^A \right) \right) \quad (5.13)$$

$$D_{RR,N}^A = \bar{D}_{RR,N} \cdot \left(1 + \left| \tilde{D}_{RR,N}^A \right| \cdot \sin \left(2\pi \cdot f_{exc} \cdot t \right) \right) \quad (5.14)$$

Vier verschiedene Parameter bestimmen die Anregung:

- Anregfrequenz f_{exc}
- Anregeamplitude MMH $\left| \tilde{D}_{RR,M}^A \right|$
- Anregeamplitude NTO $\left| \tilde{D}_{RR,N}^A \right|$

- Relative Phase der Anregung $\angle \tilde{D}_{RR,M}^A$

Die Anregung erfolgt somit mit einer definierten Frequenz, Amplitude und Phase. Ausgewertet werden jeweils die Verdampfungsraten von MMH und NTO sowie die Wärmefreisetzungsraten. Hiermit können dann die gewünschten Verdampfungs- und Flammentransferfunktionen bestimmt werden.

5.3 Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung

In den vorherigen Abschnitten wurden Transferfunktionen zur Modellierung des Effektes einer fluktuierenden Zerstäubung vorgestellt. Ausgehend von akustischen Druckfluktuation in der Brennkammer konnten analytische Abschätzungen zur Bestimmung der Fluktuation des charakteristischen Tropfendurchmessers formuliert werden. Analog zur Massenstromanregung werden nun im Folgenden die Auswirkungen dieser Durchmesserfluktuationen mit Hilfe von CFD-Simulationen unter Anwendung der Anregeverfahren (Gleichungen 5.13 und 5.14) untersucht. Zunächst wird das gesamte Frequenzspektrum betrachtet, bevor die einzelnen Transferfunktionen analysiert werden. Anschließend wird der Einfluss einer simultanen Anregung mit unterschiedlicher Phasenlage untersucht und die Überlagerung der Transferfunktionen überprüft. Mittels DMD werden die Strömungsfelder detailliert betrachtet und zum Abschluss werden verschiedene Lastpunkte verglichen. Außer in Abschnitt 5.3.7 wird immer der Lastpunkt A2 verwendet, da dieser bei Vorstudien im interessierenden Frequenzbereich von 3250 Hz (siehe Kapitel 3) die signifikanteste Antwort geliefert hat.

5.3.1 Frequenzspektrum

Zunächst wird in Abbildung 5.2 das gesamte Spektrum bei der simultanen Anregung beider Tropfendurchmesser mit einer Frequenz von $f_{exc} = 1000$ Hz und einer Amplitude von 5% dargestellt. Es ist klar zu erkennen, dass sowohl die Verdampfungsraten von MMH und NTO wie auch die Wärmefreisetzungsraten mit der selben Frequenz antworten. Es sind keine signifikanten Amplituden bei anderen Frequenzen erkennbar.

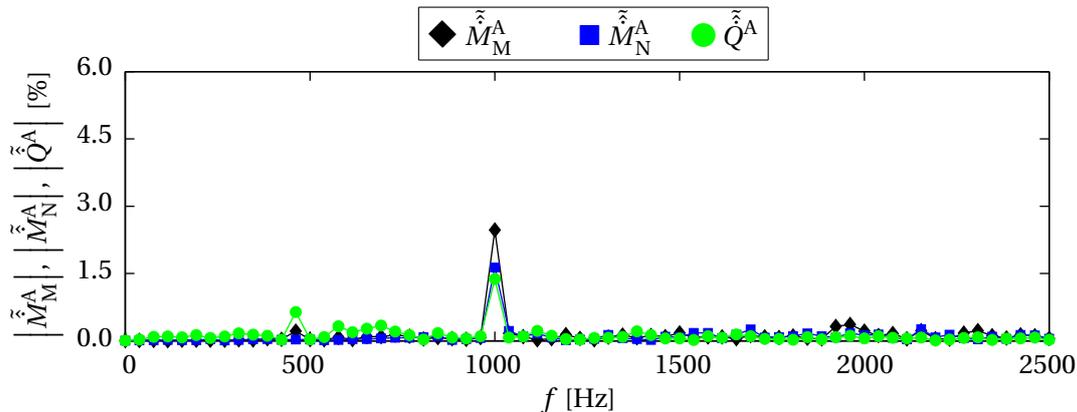


Abbildung 5.2: Frequenzspektrum bei simultaner Anregung der beiden Durchmesser- messerverteilungen

5.3.2 Getrennte Anregung der Durchmesser

Im Folgenden werden nun die Verdampfungs- und Flammentransferfunktionen durch getrennte Anregung der beiden Tropfendurchmesser mit einer Amplitude von 5% bei unterschiedlichen Frequenzen bestimmt.

5.3.2.1 Verdampfungstransferfunktionen

Die Verdampfungstransferfunktionen, also die entdimensionierte Antwort der MMH-Verdampfung, bei Anregung des mittleren Durchmessers von MMH $ETF_{M,M}^A$ und bei Anregung des NTO $ETF_{M,N}^A$ sind in Abbildung 5.3 gezeigt. Die Amplitude ist als durchgezogene, die Phase als gestrichelte Linie dargestellt. Beide Transferfunktionen beginnen für eine verschwindend kleine Frequenz bei einer Amplitude von null, da sich der integrale Verdampfungsmassenstrom nicht ändert, so lange alle Tropfen verdampfen. $|ETF_{M,M}^A|$ steigt zunächst an und hat ein Maximum von 0.57 bei einer Frequenz von 1500 Hz. Anschließend fällt die Amplitude stark ab, bevor sie ab 3250 Hz auf einem niedrigen Niveau von ca. 0.1 bleibt. Die Phase verläuft nahezu linear. Die Transferfunktion bei Anregung des NTO-Durchmessers $ETF_{M,N}^A$ zeigt ein ähnliches Verhalten, das Maximum ist jedoch erheblich kleiner und nicht so ausgeprägt, sondern konstant im gesamten Frequenzbereich von 1000 Hz bis 3000 Hz. Die Phase verläuft etwas steiler. Ab 3000 Hz haben beide Transferfunktionen eine ähnlich große Amplitude. Die sich aus der Phase ergebenden Zeitverzögerungen liegen für MMH-Anregung bei $\tau_{M,M} \approx 0.2$ ms, für NTO-Anregung bei $\tau_{M,N} \approx 0.2$ ms.

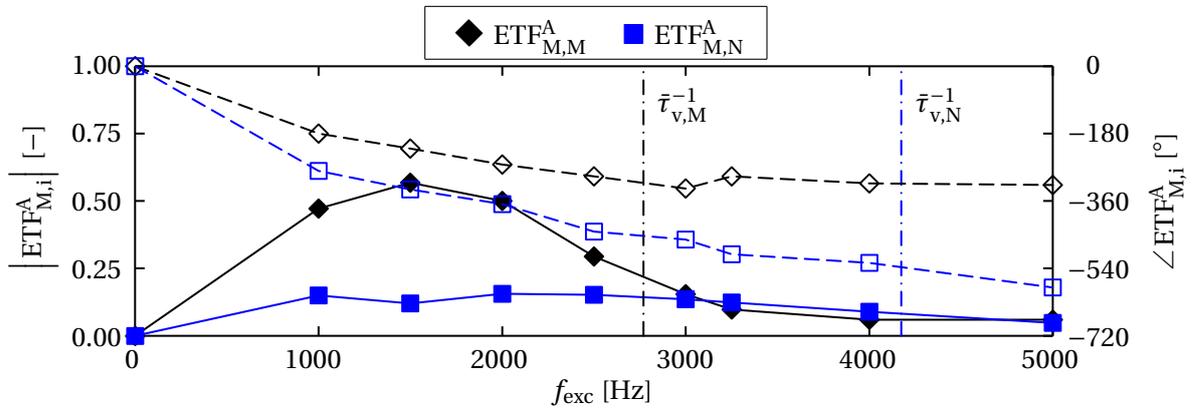


Abbildung 5.3: MMH-Verdampfungstransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

Abbildung 5.4 zeigt die Transferfunktion der NTO-Verdampfungsrate bei MMH-Anregung $ETF_{N,M}^A$ sowie bei NTO-Anregung $ETF_{N,N}^A$. $ETF_{N,N}^A$ zeigt ein ähnliches Bild wie $ETF_{M,M}^A$ in der vorherigen Abbildung. Das Maximum ist jedoch etwas breiter und flacher, der Abfall bei höheren Frequenzen daher auch nicht so stark. $ETF_{N,M}^A$ hingegen hat im gesamten Frequenzbereich eine sehr geringe Amplitude, die NTO-Verdampfung wird somit kaum durch die Anregung des MMH-Durchmessers beeinflusst. Dieses Ergebnis konnte schon in ähnlicher Weise bei der Anregung der Massenströme gefunden werden. Aus den Phasenverläufen lässt sich wiederum ein Zeitverzug bei NTO-Anregung ($\tau_{N,N} \approx 0.15$ ms) bestimmen. Die Zeitverzögerungen aller Phasenverläufe liegen in der Größenordnung der mittleren Verdampfungszeiten (Tabelle 3.2). Auf Grund der geringen Amplitude wird die Phase der NTO-Verdampfung bei MMH-Anregung nicht genauer ausgewertet.

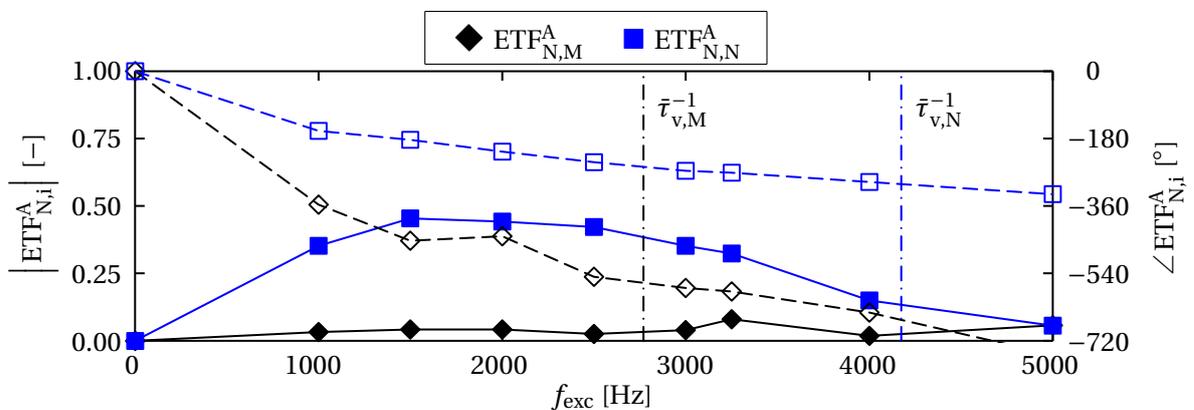


Abbildung 5.4: NTO-Verdampfungstransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

Bei stationären Änderungen der Tropfendurchmesser ergibt sich, wie bereits erläutert wurde, keine Änderung des integralen Verdampfungsmassenstroms. Die Modulation des Verdampfungsmassenstroms bei dynamischer Variation der Tropfendurchmesser ergibt sich durch die Fluktuation der Tropfenoberfläche, welche für den Wärme- und Stofftransport zwischen Tropfen und Umgebung bestimmend ist. Die Verdampfung und das Strömungsfeld brauchen nach der Änderung des Durchmesserpektrums eine gewisse Relaxationszeit, um sich an die neuen Tropfendurchmesser anzupassen. Ist nun die Periodendauer der Anregung in der Größenordnung dieser Relaxationszeit, ergibt sich eine dynamische Antwort der Verdampfungsrate. Bei Periodendauern, welche erheblich kleiner als die Relaxationszeit sind, heben sich wiederum positive und negative Anteile der Modulation der Verdampfungsrate auf. Deshalb tendieren die Amplituden der Transferfunktionen bei hohen Frequenzen gegen null. Die Ursache für die gegenseitige Beeinflussung der Verdampfungsraten kann nicht definitiv geklärt werden. Vermutlich sind hierfür jedoch Fluktuationen der Temperatur und der Spezieskonzentrationen verantwortlich, welche durch die Anregung des einen Tropfendurchmessers ausgelöst werden und dann in der Konsequenz die andere Verdampfungsrate beeinflussen. Ein Indiz zur Bestätigung dieser Vermutung liefern die Phasenverläufe der Transferfunktionen in den Abbildungen 5.3 und 5.4. Der Phasenverlauf der MMH-Verdampfung bei Anregung des NTO-Durchmessers ist steiler als derjenige der MMH-Verdampfung bei MMH-Anregung. Die entsprechende Verdampfungsrate von NTO zeigt bei NTO-Anregung einen ähnlichen Verlauf. Der Abstand steigt von ca. 100° auf ca. 180° im betrachteten Frequenzbereich an. Dies lässt sich mit Hilfe der geäußerten Vermutung erklären. Bei einer Verstärkung der Verdampfung der NTO-Verdampfung durch eine entsprechende Durchmesserfluktuation sinkt die Temperatur in der Umgebung der Tropfen, weshalb sich die MMH-Verdampfung verlangsamt. Mit steigender Frequenz nimmt dieser Effekt zu, da weniger Zeit zum konvektiven und diffusiven Ausgleich der Temperaturfluktuationen aus dem umgebenden Gas bleibt. Dieser Effekt wird durch den erläuterten Phasenverlauf abgebildet. In weiteren Arbeiten ergeben sich hier interessante Ansätze zur detaillierten Untersuchung dieser Interaktion.

5.3.2.2 Flammentransferfunktion

Aus der getrennten Anregung des MMH- bzw. NTO-Durchmessers können mittels Gleichung 5.7 die beiden Flammentransferfunktionen bestimmt werden, welche in Abbildung 5.5 dargestellt sind. Bei kleinen Frequenzen dominiert der Einfluss der NTO-Spektrums, bei höheren Frequenzen dominieren die Auswirkungen des variierenden MMH-Durchmessers. Es werden maximale Amplituden im Bereich von 0.25 erreicht. Die Phase verläuft deutlich steiler, was auf einen größeren Zeitverzug hinweist. Dieser entsteht durch die zusätzliche Konvektionszeit der Fluktuationen nach der Verdampfung in die Reaktionszone. Dieses Verhalten lässt sich nicht mit den Transferfunktionen der Verdampfung erklären, da hier die MMH-Verdampfung bei kleinen Frequenzen überwiegt. Ab 2500 Hz ist die Antwort der NTO-Verdampfung stärker. Dieses Verhalten ist gerade invers zu den Verläufen der Flammentransferfunktionen. Somit müssen dynamische Prozesse im Bereich der Konvektionszone der Treibstoffe nach der Verdampfung in die Flammenzone die Ursache für diesen Frequenzverlauf sein.

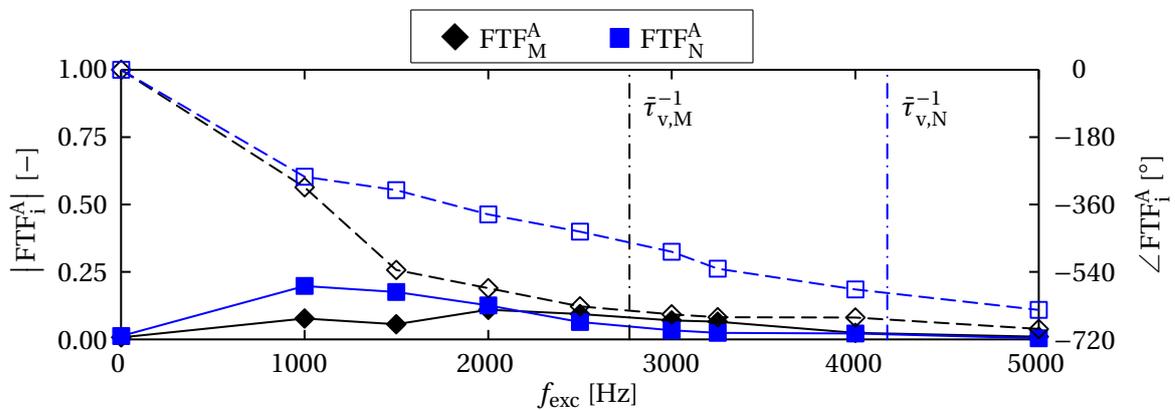


Abbildung 5.5: Flammentransferfunktion (— Amplitude, -- Phase)

Das dynamische Verhalten der Verdampfung wie auch der Wärmefreisetzung ähnelt dem bei Massenstromanregung (Abschnitt 4.3.2). Es gibt dominante Zeitverzögerungen, welche sich aus den Tropfenverdampfungszeiten ergeben. Auch der Abfall im Bereich der charakteristischen Frequenzen der Tropfenverdampfung ist vorhanden. Ein großer Unterschied besteht jedoch im Verhalten für verschwindende Frequenzen. Während bei Massenstromanregung hier ein steiler Anstieg zu erkennen ist, fällt die Antwort bei Anregung des Tropfenspektrums

stark ab. Das dynamische Verhalten durch die Modulation des Tropfenspektrums liefert bei mittleren Frequenzen signifikant höhere Amplituden als eine statische Änderung der mittleren Durchmesser.

5.3.3 Gleichzeitige Anregung beider Tropfenspektren

Im vorherigen Abschnitt 5.3.2 wurden die Transferfunktionen aus der getrennten Anregung von MMH und NTO bestimmt. Im Folgenden wird nun der Einfluss der simultanen Anregung beider Durchmesser ohne Phasenverzug und mit einem Phasenverzug von 90° untersucht. Die Nomenklatur ist analog zu Abschnitt 4.3.3. Die gewählten Testfälle dienen insbesondere auch als Grundlage zur Überprüfung der Linearität der zu Grunde liegenden physikalischen Prozesse, was in Abschnitt 5.3.4 an Hand der Überlagerung der Transferfunktionen aus dem vorherigen Abschnitt 5.3.2 untersucht wird.

5.3.3.1 Antwort der Verdampfungsrate

Bei kleinen Frequenzen hat die simultane Anregung ohne Phasenverzug keinen Einfluss, erst ab 2500 Hz ergeben sich signifikante Abweichungen, wobei die zusätzliche NTO-Anregung hierbei dämpfend wirkt (Abbildung 5.6). Ab dieser Frequenz haben die beiden Transferfunktionen von MMH ($ETF_{M,M}$ und $ETF_{M,N}$, Abbildung 5.3) eine ähnliche Größenordnung und eine Phasendifferenz von ca. 140° . Die durch die zusätzliche Fluktuation des NTO-Durchmessers und damit auch der NTO-Verdampfungsrate ausgelösten Temperaturfluktuationen dämpfen das Anwachsen der MMH-Verdampfung durch die Fluktuation des MMH-Durchmessers ab. Ein Phasenverzug der Anregung von 90° wirkt dagegen im gesamten Frequenzbereich verstärkend, da er zu einer konstruktiven Überlagerung der MMH-Verdampfungsraten auf Grund von MMH- bzw. NTO-Anregung führt. Daher liegt auch der Phasenverlauf zwischen den Werten bei reiner MMH- bzw. NTO-Anregung.

Die simultane Anregung hat im gesamten Frequenzbereich einen vernachlässigbaren Einfluss auf die NTO-Verdampfung (Abbildung 5.7). Dies liegt an der geringen Amplitude von $ETF_{N,M}$ im gesamten Frequenzbereich.

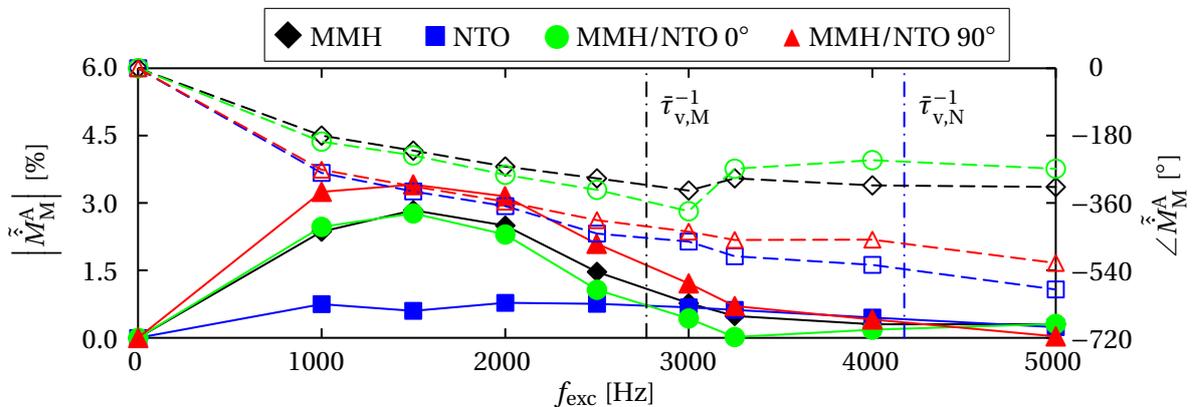


Abbildung 5.6: Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

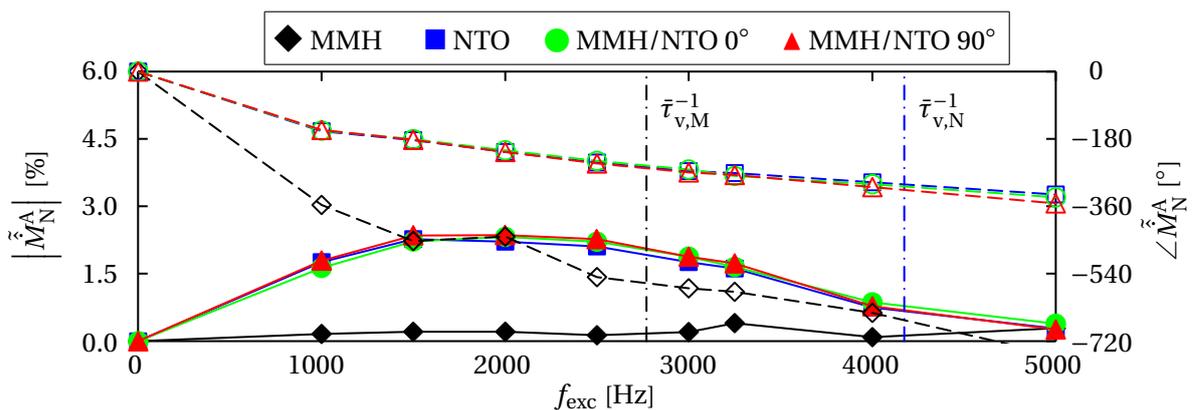


Abbildung 5.7: Fluktuation der NTO-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

5.3.3.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrates

Abbildung 5.8 zeigt die Antwort der Wärmefreisetzungsrates auf getrennte und simultane Anregung der Durchmesser. Bei kleinen Frequenzen ist der Verlauf bei simultaner und gleichphasiger Anregung ähnlich dem Verlauf bei reiner NTO-Anregung, bei höheren Frequenzen ist ein ähnlicher Phasenverlauf wie bei reiner MMH-Anregung zu erkennen. Dies entspricht dem grundsätzlichen Verlauf der Flammentransferfunktionen aus Abbildung 4.5. Der Phasenverzug in der Anregung verstärkt insbesondere im Bereich von 2000 Hz die Antwort der Wärmefreisetzungsrates.

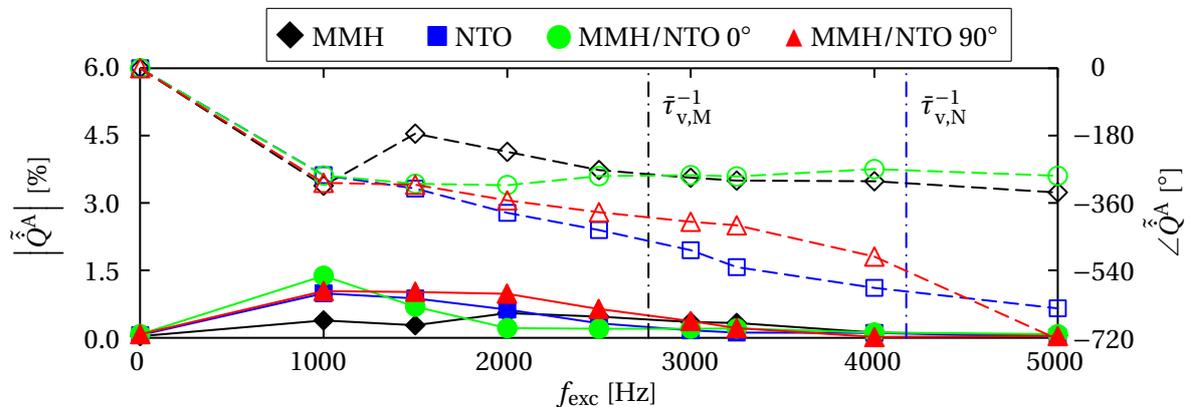


Abbildung 5.8: Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

5.3.4 Überlagerung der Transferfunktionen

Im vorherigen Abschnitt 5.3.3 konnte gezeigt werden, dass die simultane Anregung der beiden Tropfendurchmesser mit unterschiedlicher Phasenlage durchaus einen signifikanten Einfluss auf die Verdampfungs- und Wärmefreisetzungsrates haben kann. Sofern die betrachteten Amplituden klein genug und die Systemantwort daher im linearen Bereich liegt, sollte sich dieses Verhalten mit Hilfe der Transferfunktionen abbilden lassen. Dies wird nun im Folgenden überprüft. Die Nomenklatur ist dabei analog zum Abschnitt 4.3.4.

5.3.4.1 Antwort der Verdampfungsrate

Abbildung 5.9 zeigt deutlich, dass sich das unterschiedliche Verhalten auf Grund der simultanen Anregung mit Hilfe der Transferfunktionen abbilden lässt. Lediglich im höheren Frequenzbereich ergeben sich gewisse Abweichungen, diese können aber auf die geringen Amplituden und damit ungenaue Auswertung zurück geführt werden. Es ist auch nochmals deutlich der Effekt der Phasenverschiebung der Anregung von 90° zu erkennen. Auf Grund dieser Verschiebung ergeben sich um 25% höhere Amplituden.

$ETF_{N,M}^A$ hat im gesamten Frequenzbereich eine geringe Amplitude, weshalb kein signifikanter Einfluss der simultanen Anregung auftritt, wie in Abbildung 5.7 gezeigt wurde. Das Verhalten der NTO-Verdampfung kann somit unabhän-

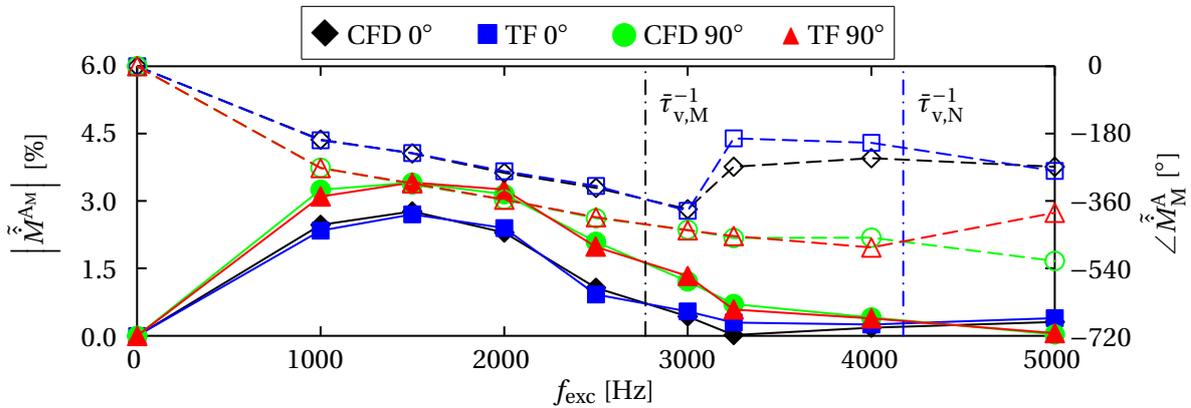


Abbildung 5.9: Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

gig von der Fluktuation der MMH-Anregung mit $\text{ETF}_{N,N}^A$ abgebildet werden und wird hier nicht mehr explizit dargestellt.

5.3.4.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrates

Abbildung 5.10 zeigt die Antwort der Wärmefreisetzungsrates wiederum als Ergebnis von CFD-Simulationen und als Rekonstruktionen mit Hilfe der Flammentransferfunktionen. Es wird deutlich, dass sowohl Amplitude wie auch Phase zwischen CFD und Rekonstruktion für beide unterschiedlichen Phasen der Anregung übereinstimmen. Die Antwort der Flamme liegt somit noch im linearen Bereich. Der Einfluss der Phasenverschiebung wird nochmals deutlich, welcher sich jedoch mit der Frequenz von dämpfend nach verstärkend ändert. Auf Grund der bereits erläuterten komplexen Interaktionsmechanismen kann hierfür allerdings keine detaillierte Erklärung angegeben werden.

5.3.5 Systemantwort bei unterschiedlichen Anregeamplituden

Das Systemverhalten bei unterschiedlichen Anregeamplituden wird anhand der bereits betrachteten Konfiguration analysiert. Die mittleren Durchmesser der Rosin-Rammler-Verteilungen des Lastpunktes A2 werden mit einer Frequenz von 3250 Hz und unterschiedlichen Amplituden von $|\tilde{D}_{M,RR,exc}| = |\tilde{D}_{N,RR,exc}| = 0\% \dots 25\%$ simultan und ohne Phasenverzug angeregt. Als Systemantwort werden die integralen Verdampfungsrates sowie die gesamte

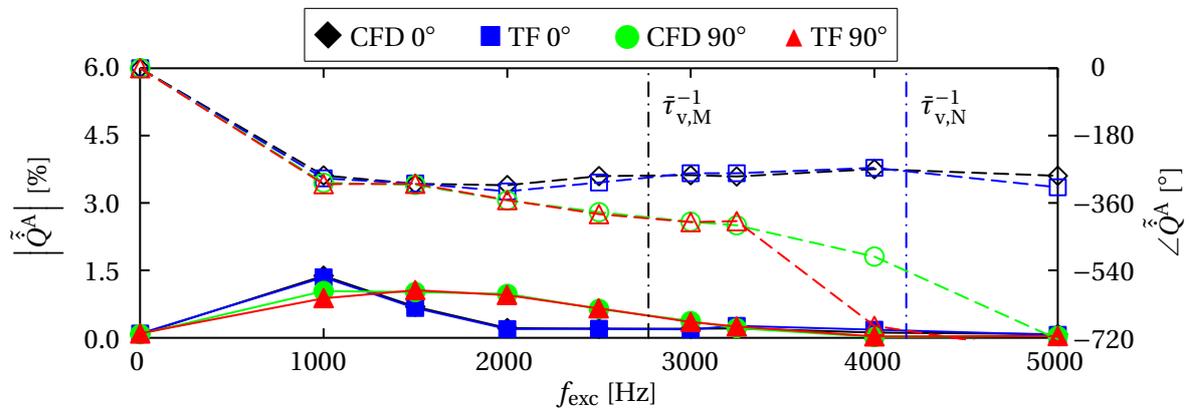


Abbildung 5.10: Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate bei simultaner Anregung (— Amplitude, -- Phase)

Wärmefreisetzungsrate betrachtet (Abbildung 5.11). Die Amplitude der NTO-Verdampfungsrate ist zur besseren Erkennbarkeit mit einem Faktor 0.1 skaliert. Für alle Amplitudenverläufe ist ein linearer Anstieg mit wachsender Anregungsamplitude zu erkennen und die Phasenwerte der Fluktuationen der NTO-Verdampfung wie auch der Wärmefreisetzungsrate sind konstant. Der Phasenverlauf der MMH-Verdampfung zeigt ein anderes Verhalten, was allerdings auf die sehr schwache Antwortamplitude zurück zu führen ist. Insgesamt kann für das System bei dieser Frequenz und den betrachteten Anregungsamplituden ein lineares Verhalten festgestellt werden.

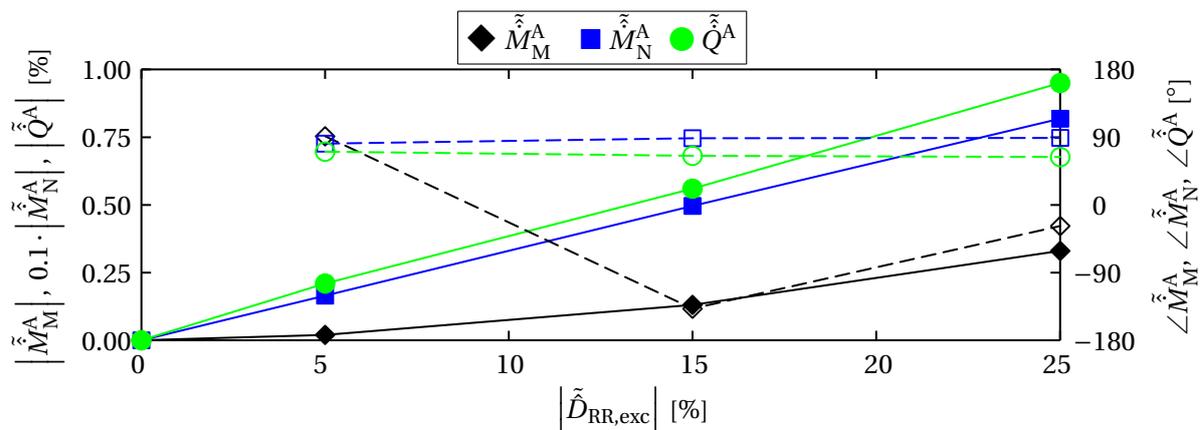


Abbildung 5.11: Antwort der integralen Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregungsamplituden (— Amplitude, -- Phase)

5.3.6 Detailanalyse mittels DMD

Um ein detaillierteres Verständnis für die Fluktuationen zu bekommen, werden die aus den CFD-Simulationen generierten Strömungsfelder mittels DMD analysiert. Details zu der Methode finden sich in Abschnitt 4.3.6. Es wird der Lastpunkt A2 bei einer Anregungsfrequenz von 3250 Hz, simultaner Anregung beider Durchmesser mit der gleichen Amplitude von $|\tilde{D}_{RR,M}^A| = |\tilde{D}_{RR,N}^A| = 25\%$ sowie einem Phasenverzug von $\angle \tilde{D}_{RR,M}^A = 90^\circ$ betrachtet. Diese Parameter wurden gewählt, um bei einer Frequenz im besonders interessierenden Frequenzbereich um die 3250 Hz möglichst starke Antwortamplituden zu erhalten, da sich damit auch die Qualität der Auswertung verbessert.

Abbildung 5.12 zeigt die Ergebnisse für die beiden Verdampfungsraten. Der schwarze Rahmen kennzeichnet das erste Segment aus Abbildung D.5. Im achsnahen Bereich ist bei der MMH-Verdampfung (links) deutlich zu erkennen, dass die Tropfenverdampfungszeit und Periodendauer sehr ähnlich sind, da einmal das gesamte Farbspektrum durchlaufen wird. Ein ähnliches Verhalten ist bei der NTO-Verdampfung (rechts) zu erkennen. Die axiale Ausdehnung der Fluktuationen beschränkt sich für beide Treibstoffe auf den ersten Injektordurchmesser stromab der Einspritzung.

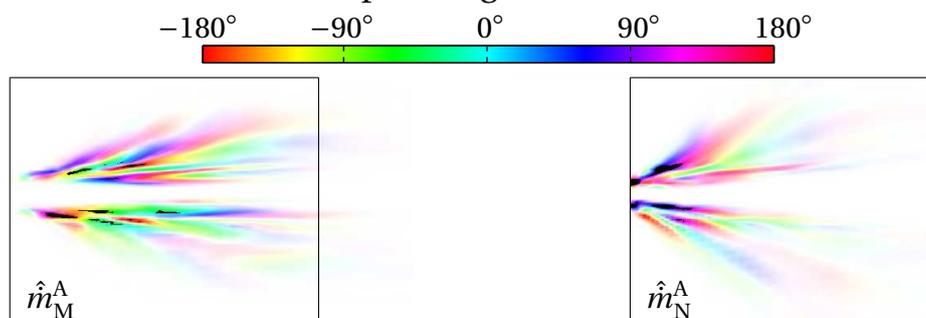


Abbildung 5.12: Amplitudengewichtete Phase der MMH-(links) und NTO-Verdampfungsratenfluktuation (rechts)

Abbildung 5.13 zeigt die Ergebnisse der DMD-Analyse für die Wärmefreisetzungs- (links) sowie Temperaturfluktuationen (rechts). Bei den Wärmefreisetzungsfluktuationen zeigen sich im achsnahen Bereich sehr hohe Amplituden mit konvektivem Phasencharakter. Auffällig ist bei den Temperaturfluktuationen wiederum die relativ kurze Wellenlänge, was

auf die geringe Gasgeschwindigkeit in diesem Bereich zurück zu führen ist. Die Temperaturfluktuationen bilden sich durch die NTO-Verdampfung an der Einspritzung und konvektieren dann stromab. Ein ähnliches Verhalten konnte bereits bei der Modulation des Injektormassenstroms festgestellt werden (Abschnitt 4.3.6). Die axiale Ausdehnung der Wärmefreisetzungs- und Temperaturfluktuationen ist auf das erste Segment beschränkt (schwarze Umrandung).

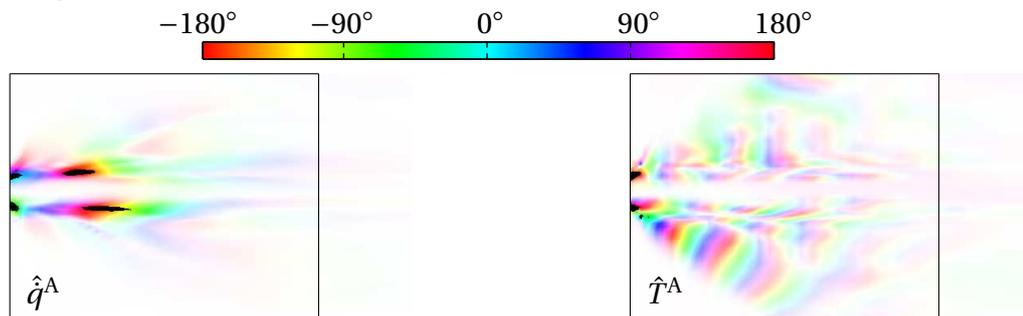


Abbildung 5.13: Amplitudengewichtete Phase der Wärmefreisetzungs- (links) und Temperaturfluktuation (rechts)

5.3.7 Lastpunktabhängigkeit bei simultaner Anregung

In den vorherigen Abschnitten 5.3.2 bis 5.3.6 wurde nur der Lastpunkt A2 betrachtet. Im Folgenden soll nun untersucht werden, inwiefern sich die gewonnenen Erkenntnisse auf andere Betriebsbedingungen übertragen lassen. Dazu werden wiederum Amplitude und Phase der Fluktuationen der Verdampfungsraten und der Wärmefreisetzungsrate bei simultaner und gleichphasiger Anregung mit verschiedenen Frequenzen bei den Lastpunkten A und A2 und einer Anregeamplitude von 5% betrachtet.

5.3.7.1 Antwort der Verdampfungsrate

Die Ergebnisse der Verdampfungsrate werden als Funktion einer entdimensionierten Anregungsfrequenz präsentiert. Als charakteristische Zeitskala zur Entdimensionierung wird die mittlere Verdampfungszeit der jeweiligen Tropfen (siehe Tabelle 3.2) verwendet.

Es zeigt sich für die MMH-Verdampfungsrate (Abbildung 5.14) im Bereich von $f_{exc} \cdot \bar{\tau}_{v,M} = 1.0 \dots 1.5$ ein deutlicher Abfall der Amplitude. Im Gegensatz

zur Massenstromanregung, wo eine sehr gute Skalierung möglich war (Abbildung 4.13), lassen sich die Verläufe der beiden Lastpunkte jedoch mit der gewählten Zeitskala nicht in perfekte Übereinstimmung bringen. Dies liegt an der starken Beeinflussung der MMH-Verdampfung durch die fluktuierende NTO-Verdampfung.

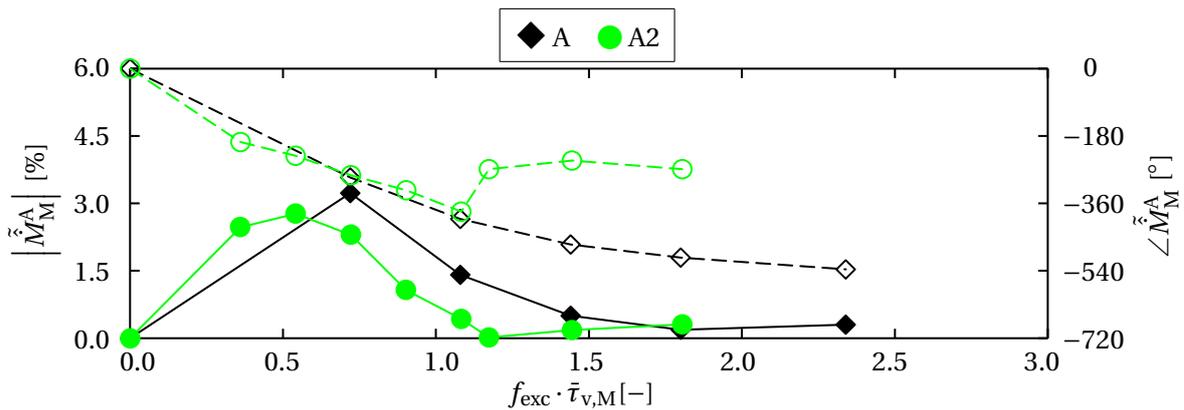


Abbildung 5.14: Verdampfungsrates von MMH (— Amplitude, -- Phase)

Auch in Abbildung 5.15 wurde die mittlere Verdampfungszeit der NTO-Tropfen als charakteristische Zeitskala verwendet. Die Übereinstimmung zwischen den beiden Lastpunkten ist erheblich besser als bei der MMH-Verdampfung. Dies lässt sich durch die geringere Beeinflussung der NTO-Verdampfung durch eine fluktuierende MMH-Verdampfung erklären. Die Antwort hängt wiederum stark vom Produkt $f_{exc} \cdot \bar{\tau}_{v,N}$ ab. Im Bereich von $f_{exc} \cdot \bar{\tau}_{v,N} \approx 1$ ergibt sich ein starker Abfall der Amplitude. Die Tropfenverdampfungszeit ist also die bestimmende Zeitskala für das betrachtete dynamische System.

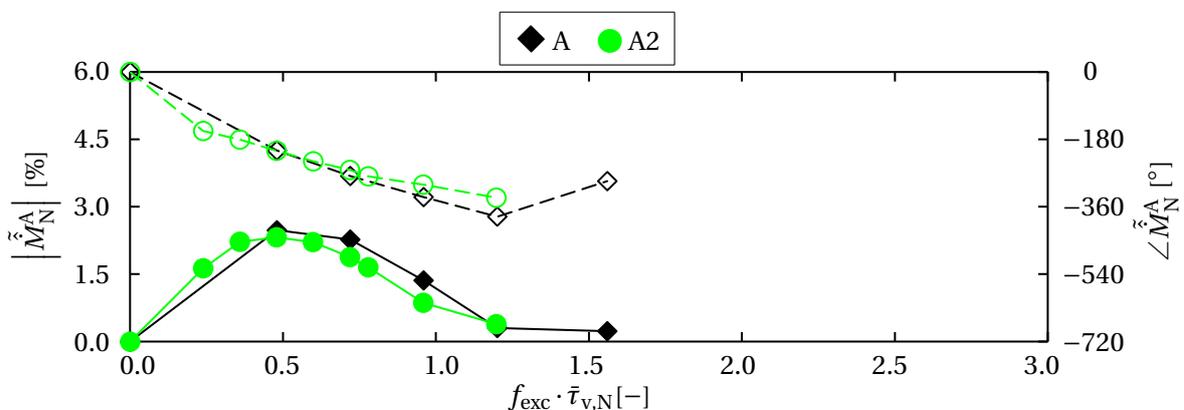


Abbildung 5.15: Verdampfungsrates von NTO (— Amplitude, -- Phase)

5.3.7.2 Antwort der Wärmefreisetzungsrate

Abbildung 5.16 zeigt Amplitude und Phase der Wärmefreisetzungsfluktuationen für die beiden Lastpunkte A und A2 als Funktion der Anregfrequenz. Es ist klar zu erkennen, dass sich insbesondere die Phasenverläufe durch keinerlei Skalierung der Anregfrequenz in Übereinstimmung bringen lassen, da die Phase von Lastpunkt A einen kontinuierlichen Abfall zeigt, wohingegen die Phase von Lastpunkt A2 ab 1000 Hz konstant bei ca. -270° verläuft. Für die Amplituden zeigt sich für beide Lastpunkte ein Maximum bei 1000 Hz sowie ein anschließender Abfall. Der Gleichanteil, also die Amplitude bei $f_{\text{exc}} = 0$ Hz, ist jedoch bei beiden Lastpunkten unterschiedlich, da bei Lastpunkt A am Ende des Simulationsgebietes noch nicht alle Treibstoffe reagiert haben (siehe Anhang D) und somit durch eine Änderung der Tropfendurchmesser auch integral mehr Wärmefreisetzungsrate erfolgen kann. Beim Lastpunkt A2 hat jedoch bereits aller Treibstoff reagiert, sodass eine Änderung der Tropfendurchmesser nur einen minimalen Einfluss auf die integrale Wärmefreisetzungsrate hat (siehe auch Abschnitt 3.2).

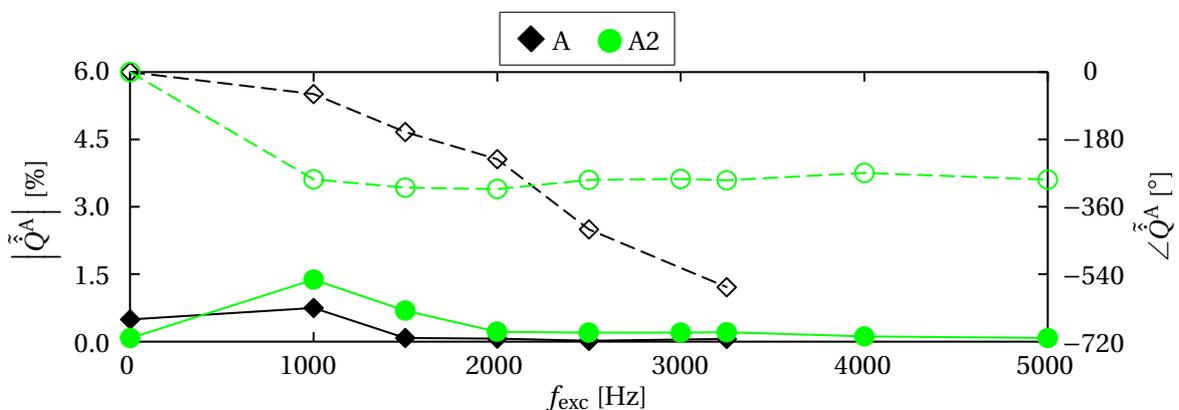


Abbildung 5.16: Wärmefreisetzungsrate (— Amplitude, -- Phase)

5.4 Modellierung der Zerstäubungskopplung

Die grundlegenden Zusammenhänge zwischen den akustischen Fluktuationen in der Brennkammer und deren Auswirkung auf die Zerstäubung werden in Abbildung 5.1 beschrieben. Die Druckfluktuationen in der Brennkammer bilden den Ausgangspunkt für eine Modulation der Zerstäubung. Nach der

anschließenden Definition der Transferfunktionen (Abschnitt 5.3.2) wurden diese teils analytisch (Abschnitt 5.1.2) und teils numerisch (Abschnitt 5.3.2) bestimmt. Gleichung 5.15 beschreibt den globalen Zusammenhang zwischen Druckfluktuationen in der Brennkammer und den sich daraus ergebenden Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrate auf Grund der Modulation der Zerstäubung und ist ebenfalls in Abbildung 5.1 dargestellt. Sie lässt sich mit Hilfe der Transferfunktionen aus Abschnitt 5.1.1 bestimmen.

$$\text{FTF}^A = \frac{\tilde{Q}^A}{\tilde{p}^A} \quad (5.15)$$

$$= \text{FTF}_M^A \cdot \text{ATF}_M \cdot Y_M^A \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{u}_{fl,M}} + \text{FTF}_N^A \cdot \text{ATF}_N \cdot Y_N^A \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{u}_{fl,N}} \quad (5.16)$$

$$= \text{FTF}_M^A \cdot \frac{\text{ATF}_M}{-2 \cdot \Delta \tilde{p}_{Inj,M}} + \text{FTF}_N^A \cdot \frac{\text{ATF}_N}{-2 \cdot \Delta \tilde{p}_{Inj,N}} \quad (5.17)$$

Abbildung 5.17 zeigt Amplitude und Phase dieser Transferfunktion als schwarze Linien für den Lastpunkt A2. Ein signifikanter Maximalwert ist bei 1000 Hz

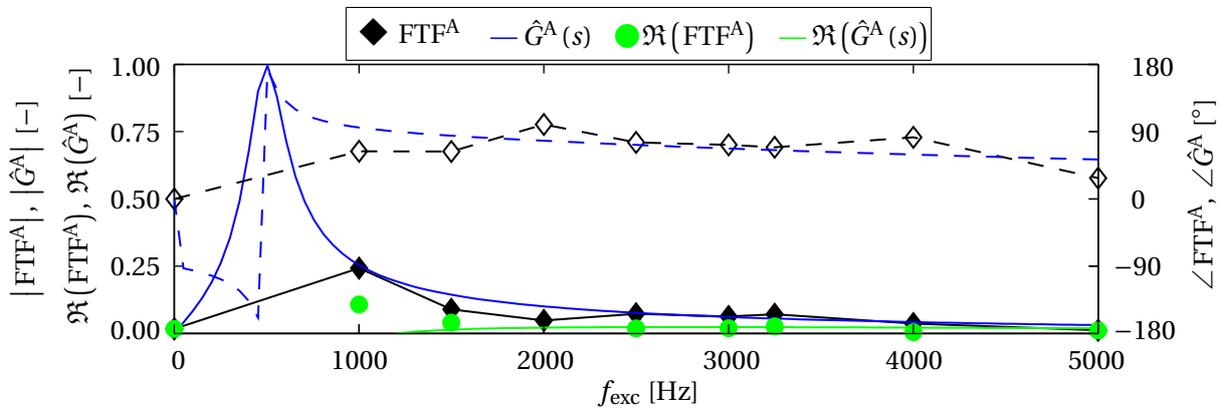


Abbildung 5.17: Globale Flammenantwort als Transferfunktion und Filter
(— Amplitude, -- Phase)

zu erkennen. Anschließend tritt eine fast konstante Amplitude von ca. 0.05 auf. Die Phase liegt in diesem Bereich etwas unter 90° . Aus der Kombination eines Tiefpasses (Gleichung 2.76) mit den Parametern $f_{TP} = 6000$ Hz und $n_{TP} = 1$ sowie eines Bandpasses (Gleichung 2.77) mit $f_{BP} = 500$ Hz, $B = 200$ und $K = -1.0$ kann das Verhalten der Transferfunktion mit guter Genauigkeit als Filter $\hat{G}^A(s)$ abgebildet werden, dessen Amplitude und Phase als blaue Kurven dargestellt sind. Im Bereich unterhalb von 1000 Hz tritt im Filter eine deutliche Überhö-

hung auf, wobei hier keinerlei Daten der Transferfunktion vorliegen, sodass auch keine Aussage über die Qualität des Filters in diesem Bereich gemacht werden kann. Dieser Frequenzbereich liegt allerdings auch außerhalb des in dieser Arbeit im Fokus stehenden Frequenzbereichs, welcher in Abschnitt 3.2 präsentiert wird.

Auf Grund der Ähnlichkeit der Phänomene kann der Einfluss der Modulation der Zerstäubung auf die thermoakustische Kopplung mit einem Rayleigh-Integral analog zu dem bei der Modulation des Injektormassenstroms vorgestellten Ausdruck (Gleichung 4.23) beschrieben werden. Das bedeutet, dass auch bei der Modulation der Zerstäubung der Realteil der Flammentransferfunktion sowohl Vorzeichen als auch Stärke der Kopplung bestimmt. Dieser ist in grün in Abbildung 5.17 als durchgezogene Linie für den Filter und als kreisförmige Symbole für die Transferfunktion dargestellt. Erst unterhalb von 2500 Hz treten größere Abweichungen auf. Dieser Frequenzbereich spielt im betrachteten Testfall jedoch keine Rolle. Oberhalb dieser Frequenz ergibt sich eine gute Übereinstimmung der Transferfunktion und des Filters.

Durch die Kombination eines Tief- und eines Bandpasses kann das Frequenzverhalten der Transferfunktion, welche Wärmefreisetzungsfuktuationen auf Grund der Modulation der Zerstäubung zu Druckfluktuationen in der Brennkammer korreliert, abgebildet werden. Der sich ergebende Filter kann nun sowohl im Frequenz- wie auch Zeitbereich zur Stabilitätsanalyse der gesamten Brennkammer herangezogen werden. Zusätzlich kann bei Analysen im Frequenzbereich auch das Interpolationsverfahren aus Abschnitt 2.5 angewendet werden, was eine sehr genaue Abbildung der Frequenzabhängigkeit erlaubt und dabei sehr einfach an die Referenzdaten angepasst werden kann.

5.5 Zusammenfassung

Die Antwort der Verdampfungsraten auf eine Fluktuation des mittleren Durchmessers zeigt ein Bandpassverhalten. Dies bedeutet, dass sie stark von der konvektiven Zeitskala der Tropfen beeinflusst wird. Für den Lastpunkt A2, für den die Tropfengeschwindigkeit künstlich erhöht und damit die Verdampfungszeit erheblich reduziert wurde, zeigen sich durchaus signifikante Amplituden

im interessanten Frequenzbereich (3000 Hz bis 4000 Hz). Die Wärmefreisetzungsrates zeigt ein ähnliches Verhalten, wobei die statische Antwort bei stationärer Änderung des mittleren Durchmessers stark vom betrachteten Lastpunkt abhängt.

Analog zur Massenstromanregung (siehe Abschnitt 4.5) kann also auch bei der Modulation der Zerstäubung durch eine geringfügige Änderung der mittleren Verdampfungszeit eine signifikante thermoakustische Kopplung entstehen.

Abschließend kann festgehalten werden, dass für den Effekt von akustischen Fluktuationen in der Brennkammer auf die Modulation der Zerstäubung und deren Auswirkungen auf die Wärmefreisetzungsrates nun ein geschlossener Modellierungsansatz vorliegt. Dieser umfasst die Definition verschiedener Transferfunktionen sowie analytische und numerische Verfahren zu deren Bestimmung wie auch die Definition eines Filters zur Modellierung des Effektes sowohl im Frequenz- wie auch Zeitbereich. Ein Vergleich mit den anderen Kopplungsmechanismen wird in Kapitel 8 vorgestellt.

Zusätzlich zu den gezeigten Ergebnissen gilt für die Fluktuation der Tropfendurchmesser die gleiche Beobachtung wie bei der Massenstromanregung bzgl. des Einflusses auf das mittlere Strömungsfeld. Die Anregung des mittleren Durchmessers hat im betrachteten Frequenz- und Amplitudenbereich keine signifikanten Auswirkungen auf das mittlere Strömungsfeld.

Auf Grund des nun bekannten Verhaltens können für die Untersuchung des Einflusses der Modulation der Zerstäubung nun auch Verfahren der Systemidentifikation zum Einsatz kommen, was eine erhebliche Reduktion der notwendigen Simulationen bringt. Details hierzu wurden bereits in Abschnitt 4.5 erläutert.

6 Einfluss transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung und Verbrennung

Transversale akustische Moden haben immer signifikante Geschwindigkeitsfluktuationen in der Ebene senkrecht zur Injektorachse zur Folge, wie im Abschnitt 2.3 gezeigt wurde. Je nach Lage des Injektors in dieser Ebene ergeben sich stärkere Anteile der Geschwindigkeiten in radialer bzw. Umfangsrichtung. Die Überlagerung der beiden Anteile ist im Folgenden mit dem Begriff der transversalen Geschwindigkeitsfluktuation assoziiert. In Abschnitt 2.4 wurde das lokale Koordinatensystem des Einzelinjektors eingeführt. Dessen y -Richtung zeigt in die Richtung des lokalen Druckgradienten und stimmt somit immer mit der lokalen effektiven Geschwindigkeitsrichtung übereinstimmt. Die Nomenklatur für die Geschwindigkeitsfluktuationen ergibt sich aus der in Abbildung 2.10 erläuterten Position des hier betrachteten Einzelinjektors am Rand der Brennkammer auf der Druckknotenlinie und somit im Bereich hoher transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen.

Analog zu den vorherigen Kapiteln 4 und 5 wird im Folgenden zunächst nochmals auf die grundlegenden Einflüsse der transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf die an der Verdampfung und Verbrennung beteiligten Prozesse eingegangen. Ebenso werden Auswertegrößen für die anschließenden CFD-Rechnungen eingeführt. Nach der Vorstellung eines geeigneten Verfahrens zur Anregung transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen in einer Simulation werden die Ergebnisse der Analysen vorgestellt. Im letzten Abschnitt werden dann entsprechende Modellierungsansätze entwickelt.

6.1 Grundlagen

Abbildung 6.1 zeigt schematisch den Einfluss transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung bzw. Wärmefreisetzung. Durch die Geschwindigkeit ändert sich der konvektive Wärme- und Stofftransport zwischen den flüssigen Tropfen und der Gasphase, sodass sich eine Fluktuation der Tropfenverdampfungsrate ergibt. Ähnlich wie in den vorherigen Kapiteln kann die fluktuierende Verdampfung dann die Wärmefreisetzung beeinflussen. Die transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen können aber auch direkt auf die Verbrennung einwirken, indem sie zum Beispiel die Mischung der Treibstoffe ändern. Ebenso können sie zu einer räumlichen Verschiebung des Wärmefreisetzungsfeldes führen. Alle diese Prozesse können direkt aus den CFD-Simulationen ausgewertet werden. Es sind also keinerlei analytische Schließungsmodelle notwendig, wie sie in Kapitel 4 für die Beschreibung der Injektordynamik und in Kapitel 5 für die Dynamik der Zerstäubung eingeführt wurden. Der hochgestellte Index „V“ weist auf Größen im Zusammenhang mit der Anregung transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen hin.

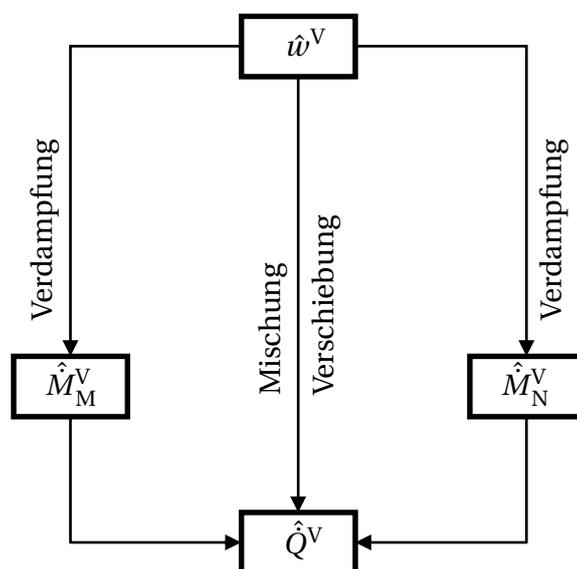


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der transversalen Geschwindigkeitskopplung

Im Folgenden wird nun ein Anregeverfahren vorgestellt, welches es erlaubt, transversale Geschwindigkeitsfluktuationen in ein Simulationsgebiet einzu-

bringen.

6.2 Anregung von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen

Zur Untersuchung der oben beschriebenen Prozesse sollen dem Berechnungsgebiet harmonisch in der Zeit fluktuierende Geschwindigkeiten in transversaler Richtung mit einer definierten Frequenz f_{exc} und Amplitude $|\hat{w}|$ aufgeprägt werden (Gleichung 6.1).

$$w' = |\hat{w}| \cdot \sin(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t) \quad (6.1)$$

Entsprechende Geschwindigkeitsfluktuationen entstehen im Feld, wenn ein harmonisch in der Zeit fluktuierender Quellterm S_{U_y} in der Impulserhaltungsgleichung senkrecht zur Hauptströmungsrichtung eingebracht wird. Durch die Verwendung von periodischen Rändern parallel zur Hauptströmungsrichtung folgen keinerlei Druckfluktuationen, da das Fluid beim Überströmen des Randes auf der anderen Seite des Berechnungsgebietes wieder einströmt. Hierbei zeigen die Geschwindigkeiten im gesamten Gebiet immer in die gleiche

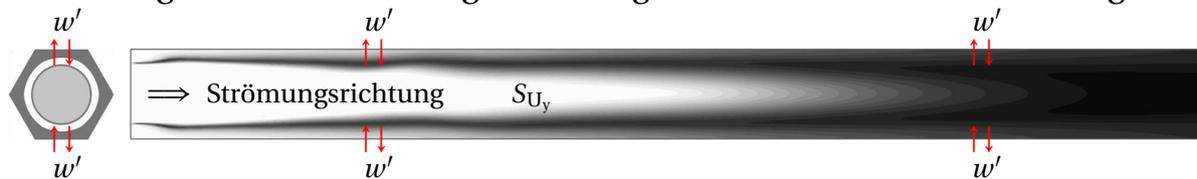


Abbildung 6.2: Geschwindigkeitsanregung schematisch

Richtung, was bedeutet, dass sie die gleiche Phase haben (Abbildung 6.2).

Der Quellterm kann unter der Annahme einer homogenen mittleren Strömung wie folgt hergeleitet werden: Ein Impulsquellterm stellt eine volumenbezogene Kraft dar und kann somit als das Produkt aus Dichte und Beschleunigung berechnet werden. Die Beschleunigung ergibt sich wiederum aus der zeitlichen Ableitung der Geschwindigkeitsfluktuation. Die Dichte selbst ist unabhängig von der Zeit, da reine Geschwindigkeitsfluktuationen ohne Druckfluktuationen

betrachtet werden.

$$S_{U_y} = \frac{F}{V} = \bar{\rho} \cdot \frac{\partial w'}{\partial t} \quad (6.2)$$

Dies führt zu folgendem Ausdruck für den Quellterm:

$$S_{U_y} = |\hat{w}| \cdot \bar{\rho} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t) \quad (6.3)$$

In den im Folgenden betrachteten reaktiven CFD-Simulationen ergibt sich eine lokal variierende Dichte. Daher stellt sich die Frage, welche Dichte im Impulsquellterm genau zu verwenden ist. Diese kann entweder als die lokale Dichte oder als eine globale Referenzdichte angenommen werden. Im ersten Fall ergibt sich eine über das gesamte Berechnungsgebiet konstante Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuation, wohingegen im zweiten Fall die Amplitude des Impulsquellterms im Berechnungsgebiet konstant ist. Die zweite Variante gibt die Bedingungen in der Raketenbrennkammer besser wieder, da durch die Akustik ein über die Injektorbreite konstanter Impulsquellterm aufgeprägt wird. Die Folge hiervon ist, dass Regionen mit unterschiedlichen Dichten unterschiedlich große Geschwindigkeitsamplituden haben. Dies wiederum kann zu lokal fluktuierenden Mischungsverhältnissen führen.

Um eine gemeinsame Basis zwischen der Kopplung zu lokalen Druckfluktuationen in den Kapitel 4, 5 und 7 und der Anregung von transversalen Geschwindigkeiten in diesem Kapitel zu schaffen, wird die Geschwindigkeitsamplitude in eine äquivalente Druckamplitude überführt. Dies erfolgt entsprechend Abbildung 2.10 und unter Anwendung von Gleichungen 2.33 und 2.42. Folgende Formulierung des Quellterms (Gleichung 6.5) wird letztlich verwendet:

$$S_{U_y} = \frac{|\hat{p}|}{\bar{c} \cdot s_{mn}} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t) \quad (6.4)$$

$$= \frac{|\hat{p}| \cdot \bar{\rho}}{\bar{c} \cdot s_{mn}} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_{\text{exc}} \cdot t) \quad (6.5)$$

Durch die Umrechnung in eine äquivalente Druckamplitude muss die mittlere Dichte nicht mehr explizit vorgegeben werden.

6.3 Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung

Im Folgenden werden nun die Ergebnisse der verschiedenen Simulationen mit einer fluktuierenden transversalen Geschwindigkeit vorgestellt. Aus den Zeitreihen der Auswertegrößen werden mittels FFT-Analyse komplexe Amplituden im Frequenzbereich gewonnen. Deren Skalierung erfolgt mit Hilfe einer äquivalenten Druckamplitude, wobei die komplexen Werte folgendermaßen zusammenhängen:

$$\tilde{\hat{p}} = \frac{\hat{p}}{\bar{p}} = \frac{\hat{w} \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{2}} \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{c} \cdot s_{mn}}{\bar{p}} \quad (6.6)$$

Dies entspricht der entsprechenden Druckamplitude im Druckbauch bei der Betrachtung eines Injektors nahe der Brennkammerwand im Bereich hoher Geschwindigkeitsamplituden, welcher in Abbildung 2.11 mit Geschwindigkeitsbauch bezeichnet ist. Die Beziehung kann aus den Gleichungen in Abschnitt 2.3.1 für die erste transversale Mode unter Vernachlässigung einer mittleren Strömung hergeleitet werden. Die Geschwindigkeit zur Amplitudenskalierung wird an einer Referenzposition auf der Injektorachse bei $x_{\text{ref}} = 250$ mm ausgewertet. Druck und Geschwindigkeit sind in der Zeit um 90° verschoben und stehen in einem festen Amplitudenverhältnis.

Zunächst wird der Einfluss der Geschwindigkeitsanregung auf das mittlere Feld analysiert. Anschließend wird die integrale Flammenantwort betrachtet, bevor der Flammenschwerpunkt im Fokus steht. Zum Abschluss wird der Einfluss der transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf die detaillierten Strömungsfelder wiederum mit Hilfe von DMD-Analysen aufgezeigt.

6.3.1 Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld

Im Folgenden wird der Einfluss einer Geschwindigkeitsfluktuation senkrecht zur Injektorachse auf das mittlere Strömungsfeld dargestellt. Hierzu wird das dreidimensionale und transiente Strömungsfeld der Simulation an 600 Positionen entlang der Achse im Querschnitt senkrecht zur Injektorachse gemittelt. Anschließend wird der zeitliche Mittelwert dieser axialen Profile gebildet. Es ergeben sich somit im Querschnitt und zeitlich gemittelte axiale Profile.

6.3.1.1 Abhängigkeit der axialen Verteilung von der Anregeamplitude

Zur Analyse der Abhängigkeit von der Anregeamplitude wird der Lastpunkt A bei $f_{exc} = 3250$ Hz und Amplituden von $\tilde{p} = 3\% \dots 20\%$ betrachtet (Abbildung 6.3). Die gestrichelte Linie stellt in den folgenden Abbildungen immer den Fall ohne Anregung dar, die durchgezogenen Linien entsprechen den angegebenen Amplituden. Die Anregeamplitude hat einen starken Einfluss auf die mittlere axiale Temperaturverteilung. Die Flamme verschiebt sich mit steigender Amplitude in Richtung des Injektors, wodurch sich zwischen 50 mm und 100 mm stromab der Einspritzung eine Temperaturerhöhung in der Größenordnung von 1000 K ergibt.

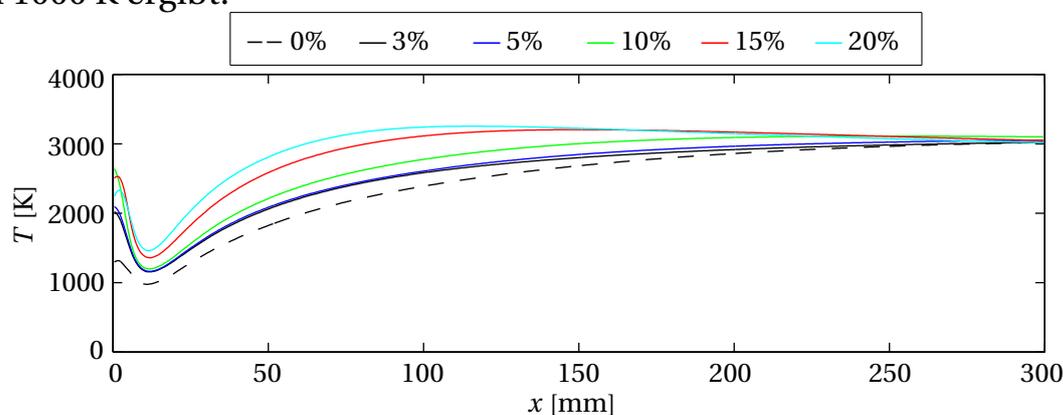


Abbildung 6.3: Abhängigkeit des mittleren Temperaturprofils von der Geschwindigkeitsamplitude

Die Verschiebung der mittleren Flammenposition in Richtung des Injektors wird bei Betrachtung eines zeitlich gemittelten Temperaturfeldes in der Ebene parallel zur Anregung nochmals deutlicher. Diese Ergebnisse sind in Anhang E zu finden. Dort sind ebenfalls die Auswirkungen unterschiedlicher Anregfrequenzen dargestellt, wobei deren Einfluss gering ist. Ebenso wird das Verhalten der verschiedenen Lastpunkte erläutert. Dieses ist ähnlich dem hier gezeigten des Lastpunktes A.

Die Abbildungen 6.4 und 6.5 zeigen die entsprechenden Profile der Verdampfungsraten von MMH und NTO, wobei nur ein kleiner Teil der gesamten Brennkammer dargestellt ist. Die Änderung der axialen Verteilung ist bei weitem nicht so stark wie bei der Temperaturverteilung. Dennoch ist auch hier eine Konzentration der Verdampfung nahe der Einspritzung zu erkennen. Die Ver-

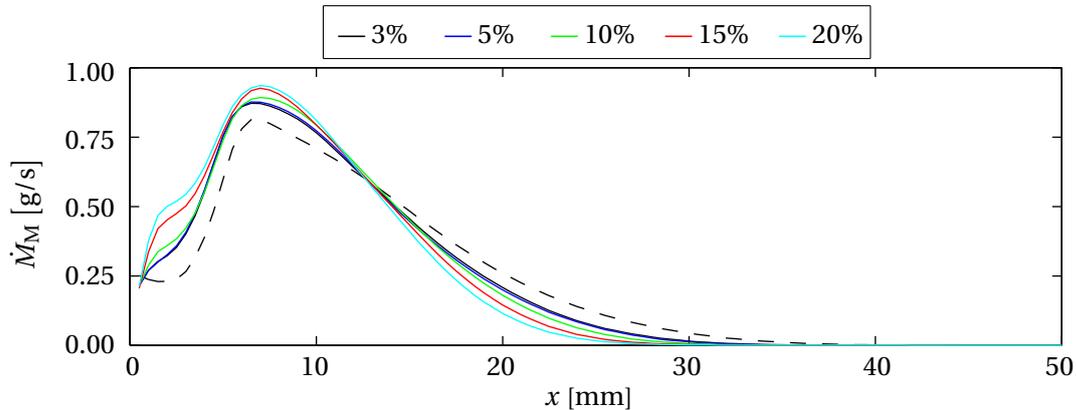


Abbildung 6.4: Abhängigkeit der mittleren MMH-Verdampfungsrate von der Geschwindigkeitsamplitude

kürzung der Flamme ergibt sich somit durch eine schnellere Verdampfung der Treibstoffe sowie durch eine bessere Durchmischung der gasförmigen Phase. Diese entsteht, da die Geschwindigkeitsamplitude von der lokalen Dichte abhängt, wie in Abschnitt 6.2 erläutert wurde. Somit entstehen durch Dichtegradienten auch räumliche Gradienten der transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen, was zu einer besseren Durchmischung durch die Verstärkung der Scherschichten im Bereich von Dichtegradienten führt. Die Auswertung

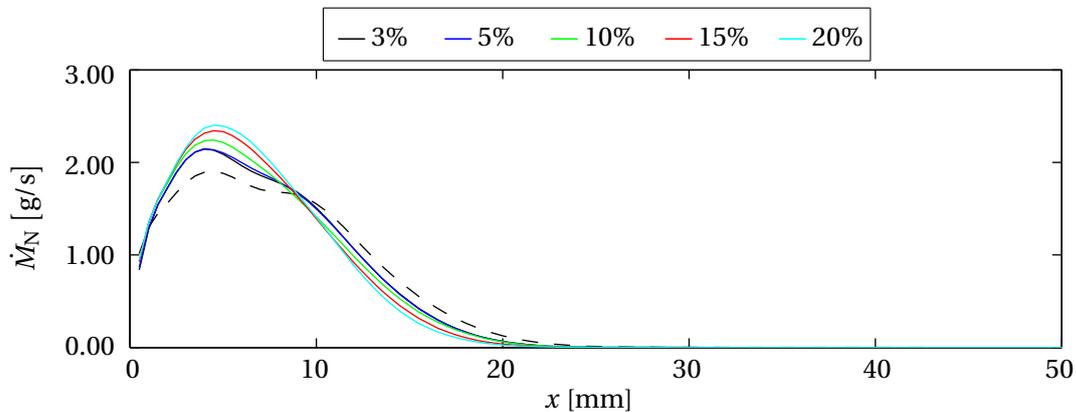


Abbildung 6.5: Abhängigkeit der mittleren NTO-Verdampfungsrate von der Geschwindigkeitsamplitude

der mittleren Verdampfungszeiten mit Anregung zeigt, dass sich diese durch die Anregung um bis zu 18% (MMH) und 12% (NTO) im Vergleich zu den stationären Werten aus Tabelle 3.2 verringern. Dies zeigt nochmals, dass die Verkürzung der Flamme sowohl auf eine schnellere Verdampfung wie auch eine verbesserte Mischung in der Gasphase zurück zu führen ist.

Unter nicht-reaktiven Bedingungen wurde dieses Verhalten bereits von mehreren Autoren [20, 21, 68] experimentell wie auch numerisch beobachtet. Ebenso sind einige Studien mit Verbrennung verfügbar [31, 48, 60, 61], welche ebenfalls die Verkürzung der Flamme unter dem Einfluss transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen zeigen.

6.3.1.2 Betrachtung des mittleren Feldes im Injektorquerschnitt

In den vorherigen Abschnitten wurden die gemittelten Felder im Injektorlängsschnitt betrachtet. Nun wird das gemittelte Temperaturfeld im Injektorquerschnitt bei ca. einem halben äquivalenten Durchmesser des Berechnungsgebietes stromab der Einspritzebene analysiert (Abbildung 6.6). Dies ist eine bei-

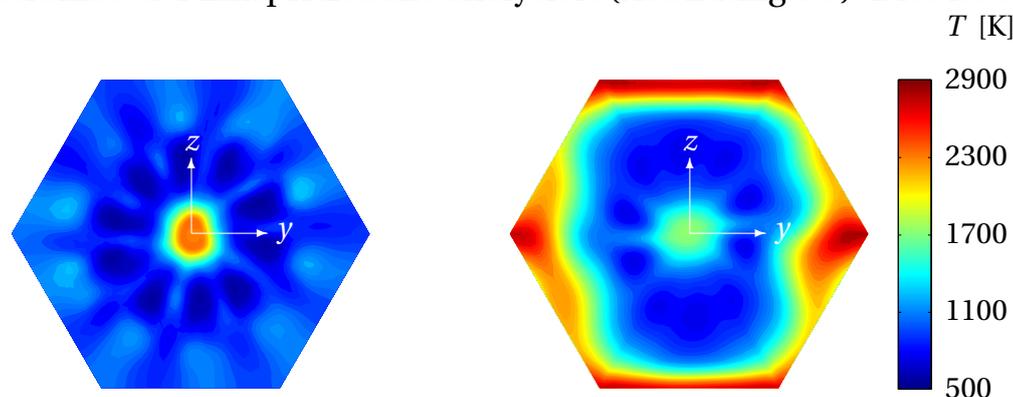


Abbildung 6.6: Gemitteltes Temperaturfeld im Injektorquerschnitt ohne (links) und mit (rechts) Anregung

spielhafte Position im Bereich hoher Wärmefreisetzungsraten und starker Gradienten im mittleren Strömungsfeld. Betrachtet wird der Lastpunkt A bei einer Anregeamplitude von $\tilde{p} = 20\%$ und einer Anregefrequenz von $f_{exc} = 3250$ Hz. Das Temperaturfeld ist im Vergleich zum rotationssymmetrischen Feld ohne Anregung in Richtung der Geschwindigkeitsanregung (y -Richtung) stark abgeflacht. Dies gilt in analoger Weise für die Verdampfung und Wärmefreisetzung. Eine solche Abflachung wurde u. a. von Schmid und Sattelmayer [64] beobachtet. Sie tritt entlang der gesamten Reaktionszone auf und ist auf die unterschiedlich starken Verschiebungsamplituden in Bereichen verschiedener Dichten zurück zu führen. Des Weiteren ist hier an der insgesamt höheren Temperatur nochmals zu erkennen, dass die Flamme mit Anregung erheblich näher am Injektor sitzt.

6.3.2 Analyse der integralen Flammenantwort

Nach der Analyse des Einflusses auf das mittlere Strömungsfeld wird nun die integrale Antwort der Verdampfung und Wärmefreisetzung auf transversale Geschwindigkeitsfluktuationen untersucht.

6.3.2.1 Betrachtung des gesamten Frequenzspektrums

Zunächst wird das gesamte Frequenzspektrum der Verdampfungs- und Wärmefreisetzungsfluktuationen analysiert, wobei der Lastpunkt A bei einer Anregefrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz und einer Amplitude von $\tilde{p} = 20\%$ betrachtet wird (Abbildung 6.7). Bei dieser hohen Anregeamplitude sind Frequenzanteile

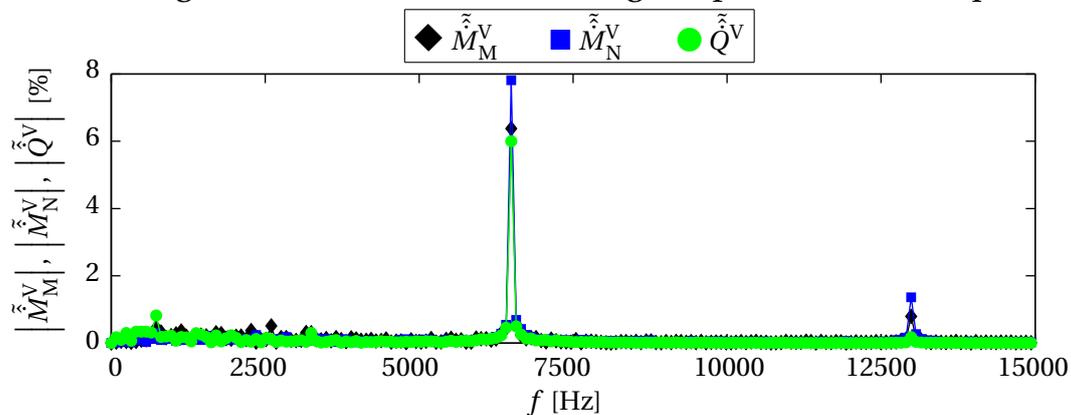


Abbildung 6.7: Frequenzspektrum bei Anregung transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen

bei der doppelten und der vierfachen Anregefrequenz sichtbar. Bei geringeren Amplituden ist nur ein Anteil bei der doppelten Frequenz vorhanden. Keine signifikanten Antwortamplituden treten dagegen bei der Anregefrequenz selbst auf. Dies lässt sich durch die Symmetrie der Anregung erklären. Der Injektor selbst weist eine fast komplette Rotationssymmetrie auf. Lediglich die MMH-Einspritzung erfolgt an diskreten Schlitzen, diese sind jedoch auch wiederum symmetrisch angeordnet (siehe Kapitel 3). Für die Verdampfungsrate ist die Richtung der Geschwindigkeitsfluktuation unbedeutend, lediglich der Betrag ist entscheidend. Daher ergibt sich das beobachtete Antwortverhalten bei der doppelten Frequenz und deren Vielfachen. Auch das Wärmefreisetzungsfeld kann als größtenteils rotationssymmetrisch angesehen werden. Daher ergibt sich in Abbildung 6.7 auch das erwartete Bild für das Frequenzspektrum der

integralen Wärmefreisetzungsfluktuation, da sich Effekte durch die Geschwindigkeitsfluktuationen zweimal pro Periode auf die Flamme auswirken.

In Abschnitt 2.4 wird beschrieben, dass Anregung und Antwort die gleiche Frequenz haben müssen, damit im linearen Fall eine konstruktive thermoakustische Kopplung entstehen kann. Die Antwort bei höheren Harmonischen der Anregefrequenz erlaubt somit keine direkte Kopplung der integralen Antwort auf Grund transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen. Um das oben beschriebene Antwortverhalten dennoch systematisch quantifizieren zu können, wird im Folgenden analog zu den vorherigen Abschnitten eine Verdampfungs- und Flammentransferfunktion bei Geschwindigkeitsanregung definiert. Deren Amplituden ergeben sich aus Gleichungen 6.7 und 6.8. Die Besonderheit liegt hierbei in der Korrelation von komplexen Amplituden bei zwei verschiedenen Frequenzen. Während die Systemantwort (Verdampfungs- bzw. Wärmefreisetzungsrate) bei der doppelten Anregefrequenz ausgewertet wird, wird der Systemeingang (äquivalente Druckamplitude) bei der Anregefrequenz betrachtet.

$$|\text{ETF}_i^V| = \frac{|\tilde{M}_i(2 \cdot f_{\text{exc}})|}{|\tilde{p}(f_{\text{exc}})|} \quad (6.7)$$

$$|\text{FTF}^V| = \frac{|\tilde{Q}(2 \cdot f_{\text{exc}})|}{|\tilde{p}(f_{\text{exc}})|} \quad (6.8)$$

Die Phasendifferenz ergibt sich dann aus folgender Beziehung, welche sich über die Betrachtung von Zeitverzügen herleiten lässt:

$$\angle \text{FTF}^V = \angle \tilde{Q}(2 \cdot f_{\text{exc}}) - 2 \cdot \angle \tilde{p}(f_{\text{exc}}) \quad (6.9)$$

Der Unterschied zum üblichen Phasenverständnis besteht im zusätzlichen Faktor zwei, welcher sich aus dem Verhältnis der betrachteten Frequenzen ergibt. Die relative Phase bezieht sich hierbei auf die doppelte Frequenz. Bei der folgenden Betrachtung der integralen Antwort wird immer diese Definition der Phase verwendet. In analoger Weise zur Flammentransferfunktion lässt sich die Phase der Verdampfungstransferfunktionen für beide Komponenten definieren.

Die Bedeutung der Phase zwischen entdimensionierten Signalen mit unterschiedlichen Frequenzen wird in Abbildung 6.8 anhand der Wärmefreisetzungsrates (farbige Linien) erläutert. Die Kurven entsprechen unterschiedlichen relativen Phasenverzügen zwischen der Wärmefreisetzung und dem Druck. Ebenso ist noch der Verlauf der Geschwindigkeitsfluktuation dargestellt, welche die gleiche Frequenz wie der Druck hat, aber um 90° zu diesem verschoben ist. Den Funktionswert aller Kurven bildet eine entdimensionierte Zeit. Ein Phasenverzug von 0° bedeutet, dass Druck und Wärmefreisetzung in Phase sind. Der Druck erreicht somit seine Extrema zu dem Zeitpunkt, an dem die Wärmefreisetzung ihren Maximalwert erreicht. Die Extrema der Geschwindigkeit sind somit in Phase mit den Minimalwerten der Systemantwort. Bei einer Phasenlage von -180° ist die Situation bzgl. der Lage der Maxima der Wärmefreisetzung sowie der Extrema von Druck und Geschwindigkeit gerade vertauscht. Die anderen Phasenlagen stellen entsprechende Zwischenpositionen dar. Die Wärmefreisetzung wird hier nur beispielhaft als Systemantwort verwendet, die Aussagen gelten aber allgemein für jede beliebige Systemantwort, so zum Beispiel auch für die Verdampfungsrates. Diese Erkenntnisse sind wichtig für die Interpretation der im weiteren Verlauf vorgestellten integralen Systemantworten.

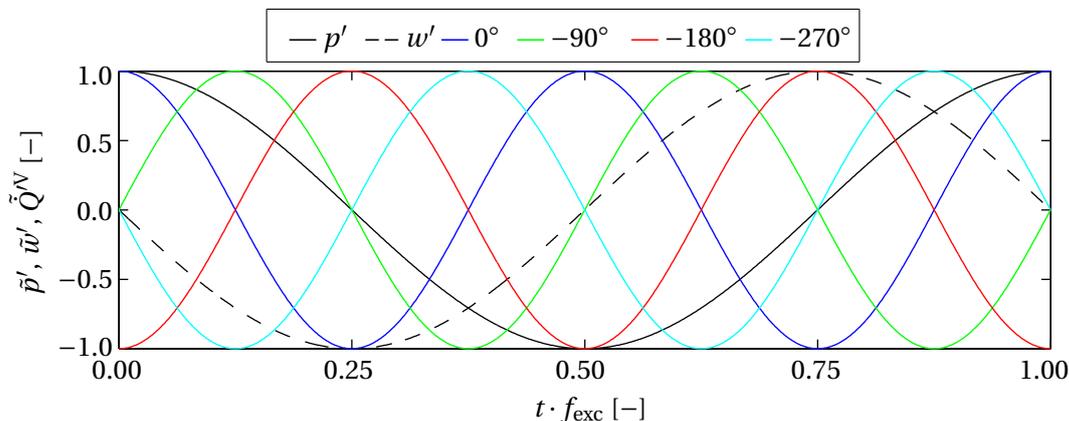


Abbildung 6.8: Zeitverlauf bei verschiedenen Phasen zwischen einfacher und doppelter Anregungsfrequenz

Ein weiterer wichtiger Parameter bei der Interaktion von Tropfen und akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen ist die Stokeszahl, welche ein Zeitmaß für die Tropfenträgeit mit einer charakteristischen Strömungszeit vergleicht. Diese Zeitskala kann im betrachteten Fall der akustischen Fluktuationen als

die halbe Periodendauer der Anregung angesehen werden. Die Stokes-Zahl ist somit folgendermaßen definiert [12]:

$$\text{St} = \frac{\tau_T}{\frac{T_s}{2}} = \frac{\frac{\rho_T \cdot D_T^2}{18 \cdot \mu}}{\frac{1}{2 \cdot f}} \quad (6.10)$$

Bei kleinen Stokes-Zahlen, also kleinen Durchmessern und Frequenzen, folgen die Tropfen den akustischen Fluktuationen. Mit größer werdender Stokes-Zahl, sprich steigendem Durchmesser oder wachsender Frequenz, können die Tropfen immer weniger den akustischen Fluktuationen folgen. Abbildung 6.9 zeigt die Stokeszahlen von MMH und NTO für die im Folgenden betrachteten Anregfrequenzen als Funktion des Tropfendurchmessers. Wie aus Gleichung 6.10

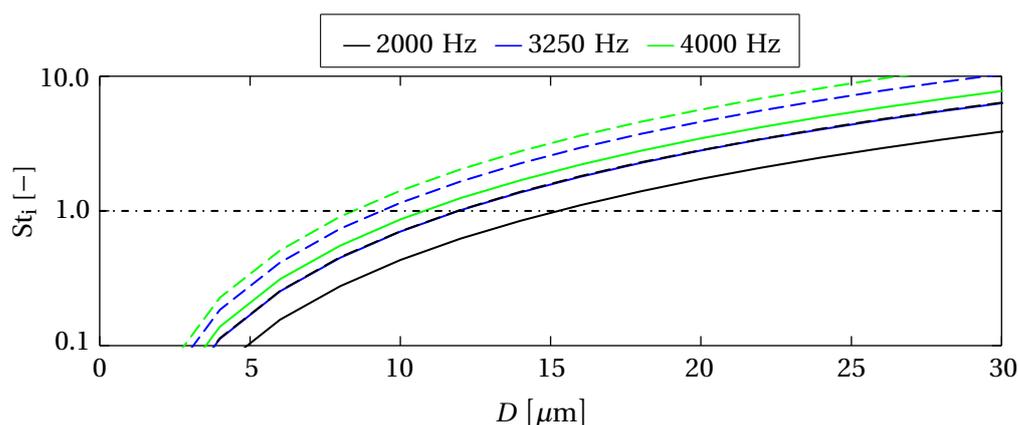


Abbildung 6.9: Stokeszahl für verschiedene MMH- (durchgezogene Linien) und NTO-Tropfendurchmesser (gestrichelte Linien) sowie Anregfrequenzen

ersichtlich ist, geht die Frequenz linear, der Durchmesser quadratisch ein. Der Unterschied zwischen den Treibstoffen ergibt sich durch die unterschiedliche Flüssigkeitsdichte. Tendenziell hat MMH auf Grund der geringeren Dichte auch kleinere Stokeszahlen. Ebenso sind die Tropfendurchmesser von MMH bei der Einspritzung geringer (siehe Tabelle 3.1). Die MMH-Tropfen folgen daher stärker den akustischen Fluktuationen. Die lokale Stokeszahl ändert sich entlang der Flugbahn eines Tropfens, da der Durchmesser durch die Verdampfung abnimmt. Für beide Treibstoffe gilt aber, dass sich die Stokeszahlen im betrachteten Durchmesser- und Frequenzbereich in der Größenordnung von

$St_i \approx 1$ befinden. Die charakteristische Zeitskala für die Tropfenträgheit und die Periodendauer der Anregung sind also in der gleichen Größenordnung.

Basierend auf diesen Definitionen werden nun die Antworten der Verdampfungsraten und Wärmefreisetzung auf transversale Geschwindigkeitsfluktuationen genauer analysiert.

6.3.2.2 Antwort der Verdampfungsrate

Die Abhängigkeit der oben definierten MMH-Verdampfungstransferfunktion von der Anregeamplitude für eine Anregfrequenz von $f_{exc} = 3250$ Hz ist in Abbildung 6.10 dargestellt. Amplitude und Phase der Transferfunktion ändern sich nur leicht mit der Anregeamplitude, das System kann also als linear angesehen werden. Dieses Verhalten ist unabhängig vom betrachteten Lastpunkt. Auf die genaue Abhängigkeit vom Lastpunkt wird im Folgenden eingegangen. Eine analoge Aussage gilt für die Verdampfungstransferfunktion von NTO, welche hier nicht dargestellt ist. Auch diese zeigt ein lineares Verhalten im betrachteten Amplitudenbereich.

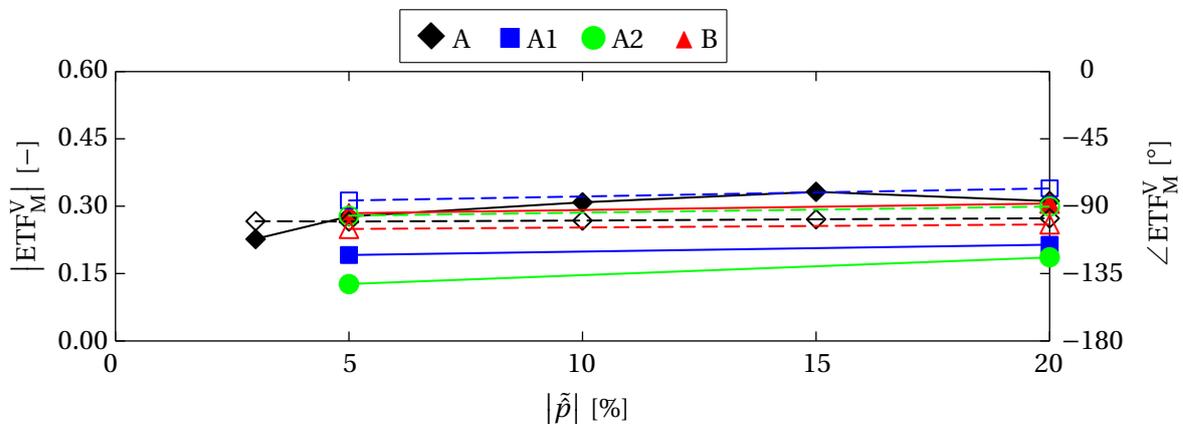


Abbildung 6.10: Abhängigkeit der MMH-Verdampfungstransferfunktion von der Anregeamplitude für $f_{exc} = 3250$ Hz (— Amplitude, -- Phase)

Abbildung 6.11 zeigt die Frequenzabhängigkeit der Verdampfungstransferfunktion für MMH für verschiedene Lastpunkte bei einer Anregeamplitude von $\tilde{p} = 20\%$. Die Amplitude steigt mit wachsender Frequenz, da die Stokeszahl entsprechend größer wird. Dies bedeutet, dass die Tropfen somit relativ zur akustischen Fluktuation träger werden, wodurch sich eine größere Relativege-

geschwindigkeit ergibt. Der Lastpunkt hat einen signifikanten Einfluss auf die

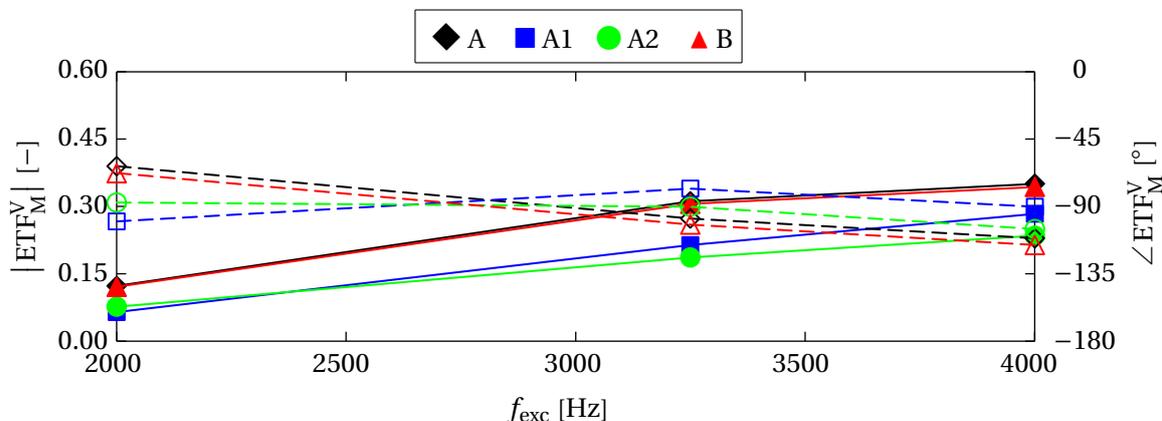


Abbildung 6.11: Abhängigkeit der MMH-Verdampfungstransferfunktion von der Anregungsfrequenz für $\tilde{p} = 20\%$ (— Amplitude, -- Phase)

Systemantwort. Von Lastpunkt A nach A1 verringert sich die Tropfengröße. Hierdurch sinkt die Stokeszahl, die Tropfen folgen stärker den akustischen Fluktuationen, weshalb die Verdampfungsrate schwächer auf die Anregung reagiert. Durch die Erhöhung der Einspritzgeschwindigkeit von Lastpunkt A nach A2 wirken sich akustische Geschwindigkeitsfluktuationen schwächer auf die Verdampfungsrate aus, da die mittlere Relativgeschwindigkeit bei A2 größer ist. Hierdurch ist die Änderung der Relativgeschwindigkeit zwischen Tropfen und Gas durch die akustische Anregung geringer. Diese Relativgeschwindigkeit bestimmt jedoch den konvektiven Wärme- und Stofftransport zwischen Tropfen und Gas. Lastpunkte A und B unterscheiden sich kaum, da hierbei die selben Parameter für die Einspritzung verwendet wurden. Die Phase liegt im Bereich von -90° und sinkt leicht mit steigender Frequenz für Lastpunkte A und B. Für die Lastpunkte A1 und A2 ist die Abhängigkeit von der Frequenz geringer und befindet sich nahezu konstant bei -90° . Sie liegt damit im Bereich großer Beschleunigungen der Gasphase. Zu diesem Zeitpunkt ändert sich die Geschwindigkeit der Gasphase sehr stark. Da die Tropfen der Gasphase nicht mehr folgen können, ergeben sich somit große Relativgeschwindigkeiten und entsprechend hohe Amplituden.

Abbildung 6.12 zeigt die Frequenzabhängigkeit der Verdampfungstransferfunktion für NTO. Es ist ebenfalls ein deutlicher Anstieg mit der Anregungsfrequenz zu erkennen. Die Begründung ist analog zur MMH-Verdampfung, da mit wachsen-

der Frequenz die Stokeszahl steigt. Die Tropfen werden daher relativ zur akustischen Fluktuation träger, wodurch sich eine größere Relativgeschwindigkeit ergibt. Die Antwort ist auch insgesamt stärker als bei der MMH-Verdampfung, da die Tropfen größer und somit gegenüber der Akustik träger sind. Für die Abhängigkeit der NTO-Verdampfungstransferfunktion vom Lastpunkt ergibt sich das bereits von der MMH-Verdampfung bekannte Verhalten. Die Phase der NTO-Verdampfungstransferfunktion liegt insgesamt niedriger als bei der MMH-Verdampfung, was zur Tendenz der sinkenden Phase mit steigender Stokes-Zahl passt.

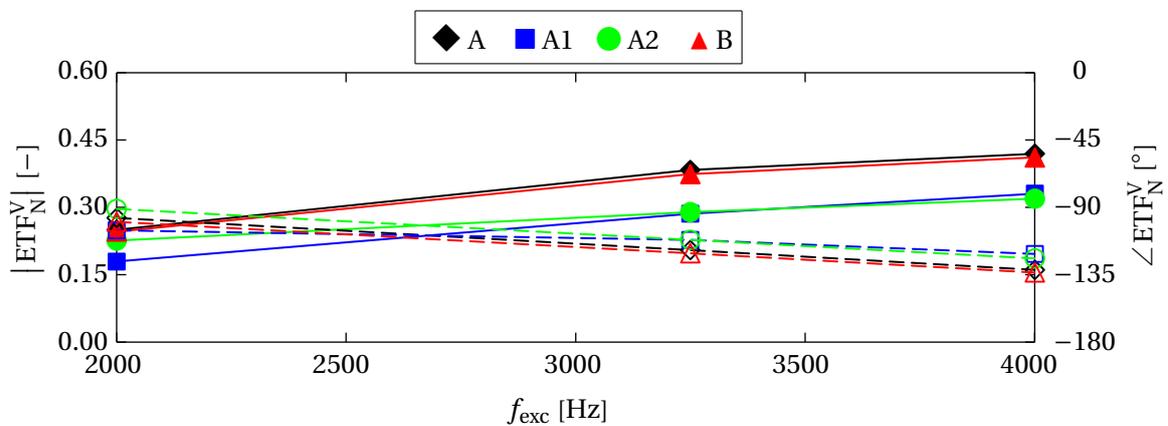


Abbildung 6.12: Abhängigkeit der NTO-Verdampfungstransferfunktion von der Anregungsfrequenz für $\tilde{p} = 20\%$ (— Amplitude, -- Phase)

6.3.2.3 Antwort der Wärmefreisetzungsrate

Die Frequenzabhängigkeit der Flammentransferfunktion ist in Abbildung 6.13 dargestellt. Es ist ein leichter Abfall der Antwort mit steigender Frequenz zu erkennen, was sich somit von den Verdampfungsraten unterscheidet. Dies könnte darauf zurück zu führen sein, dass die Verschiebung der Gasphase bei konstanter Geschwindigkeitsamplitude mit steigender Frequenz proportional zu f^{-1} abfällt. Diese Abhängigkeit ergibt sich aus der zeitlichen Integration der Geschwindigkeitsfluktuationen (Gleichung 2.63). Auf Grund der inhomogenen Dichteverteilung treten auch räumlich verteilte Verschiebungsamplituden auf. Da diese den Mischungsprozess beeinflussen, könnte der Abfall der Verschiebungsamplitude eine Erklärung für das beobachtete Verhalten der Flammentransferfunktion sein. Das Maximum der Flammentransferfunktion ist in Phase mit den Extrema der Geschwindigkeit, da die Phase der FTF im Bereich von

-180° liegt.

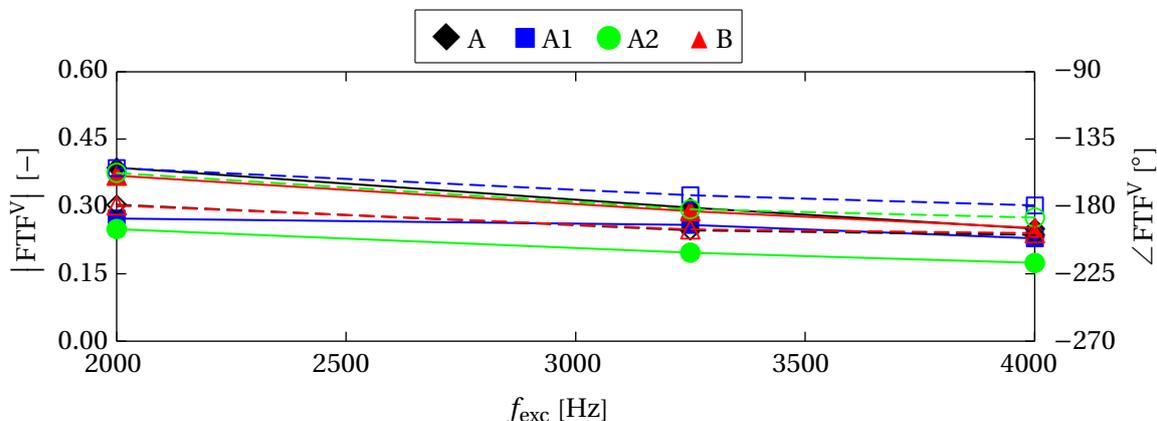


Abbildung 6.13: Abhängigkeit der Flammentransferfunktion von der Anregungsfrequenz für $\tilde{p} = 20\%$ (— Amplitude, -- Phase)

Abbildung 6.14 zeigt die Amplitudenabhängigkeit der Antwort der Wärmefreisetzungsrate. Tendenziell sinkt die Antwort mit steigender Anregungsamplitude. Allerdings kann weder für die Amplitudenabhängigkeit des Lastpunktes A noch für die Lastpunktabhängigkeit ein eindeutiger Trend festgestellt werden. Bei hohen Amplituden sinkt die Antwortamplitude mit kürzer werdender Flamme (von Lastpunkt A über A1 nach A2), allerdings gilt dieser Trend nicht mehr bei kleineren Amplituden. Die Phase steigt leicht mit steigender Amplitude. Das Verhalten von Amplitude und Phase ist somit konsistent zur oben geäußerten Hypothese des Einflusses der Verschiebung auf die Mischung.

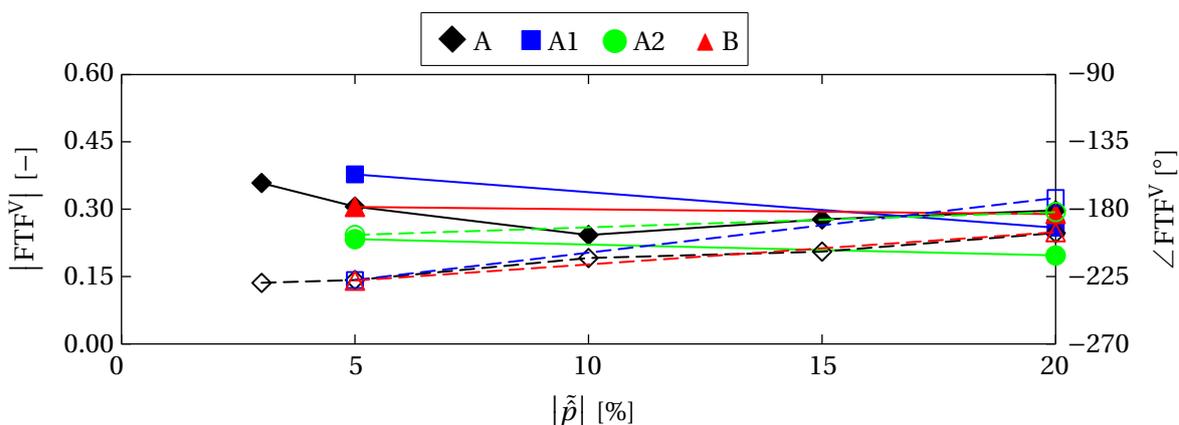


Abbildung 6.14: Abhängigkeit der Flammentransferfunktion von der Anregungsamplitude für $f_{exc} = 3250$ Hz (— Amplitude, -- Phase)

Die Auswertung der Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrates in den einzelnen Segmenten aus Abbildung D.5 im Anhang zeigt, dass die stärksten absoluten Fluktuationen der Wärmefreisetzung innerhalb von 2 bis 3 äquivalenten Injektordurchmessern stromab der Einspritzung, also im Bereich der größten mittleren Wärmefreisetzung, auftreten. Auf eine detailliertere Darstellung der axialen Verteilung der Wärmefreisetzungsfuktuationen wird an dieser Stelle verzichtet. Entsprechende Untersuchungen könnten in zukünftigen Arbeiten allerdings interessante Einblicke in die beschriebenen Zusammenhänge geben.

6.3.3 Analyse des Flammenschwerpunktes

Nach der Auswertung der integralen Antwort folgt nun die Betrachtung der zeitabhängigen Lage der Flamme. In Abschnitt 2.4.3.1 wird eine Kenngröße zur Quantifizierung der Verschiebung des Flammenschwerpunktes eingeführt (Gleichung 2.62). Sie beschreibt die Verschiebung des Flammenschwerpunktes im Verhältnis zur akustischen Verschiebung an einer Referenzposition. Die Referenzposition wird im Folgenden wie bereits im vorherigen Abschnitt 6.3.2 zu $x_{\text{ref}} = 250 \text{ mm}$ gewählt. In diesem Bereich sind die Treibstoffe fast vollständig verbrannt und es treten keine großen Temperatur- und Dichtegradienten mehr auf, weshalb der Punkt als Referenzposition geeignet ist. In Abschnitt 6.3.2 wurde gezeigt, dass die integrale Antwort der Flamme auf transversale Geschwindigkeitsfluktuationen hauptsächlich mit der doppelten Anregefrequenz fluktuiert. Der Flammenschwerpunkt hingegen oszilliert mit der Anregefrequenz. Somit können sowohl die Verschiebung des Flammenschwerpunktes ($\hat{\Delta}_{\text{Fl}}$) als auch die akustische Verschiebung an der Referenzposition ($\hat{\Delta}$) in Form ihrer komplexen Amplituden bei der Anregefrequenz ausgewertet werden. Dadurch ergibt sich für die relative Verschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}$ ein komplexer Wert, dessen Amplitude und Phase in Abbildung 6.15 als Funktion der Amplitude der akustischen Verschiebung dargestellt sind. Diese wird durch die Anregeamplitude, welche zwischen $\tilde{p} = 3\%$ und $\tilde{p} = 20\%$ liegt und in der Abbildung angegeben ist, und durch die Anregefrequenz bestimmt (siehe Gleichung 2.63). Die Symbolgröße gibt die äquivalente Druck- bzw. somit auch die Geschwindigkeitsamplitude der Anregung an. Die Form der Symbole entspricht jeweils einer bestimmten Anregefrequenz und die Farbe kennzeichnet die unterschiedlichen Lastpunkte.

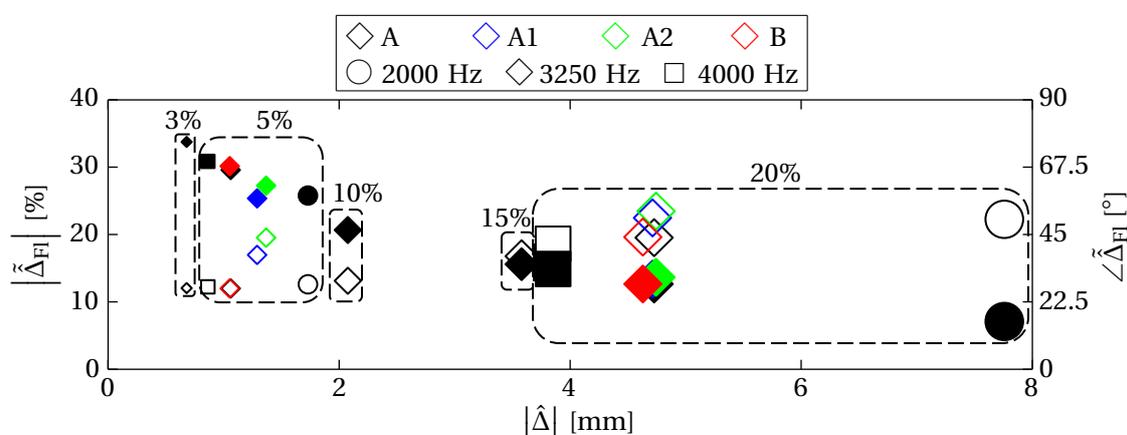


Abbildung 6.15: Relative Schwerpunktsverschiebung (■ Amplitude, □ Phase)

Die Amplitude der relativen Verschiebung sinkt mit steigender Anregeamplitude von ca. 30% bei $\tilde{p} = 3\%$ bzw. $|\hat{\Delta}|$ im Bereich von 1 mm auf ca. 10% bei $\tilde{p} = 20\%$ und akustischen Verschiebungen von 5 mm bis 8 mm. Dies hat eine Abschwächung der Verschiebungskopplung bei hohen Amplituden zur Folge. Sie steigt mit steigender Frequenz für konstante Geschwindigkeitsamplitude (also gleiche Symbolgröße), da die Verschiebung Δ bei konstanter Geschwindigkeitsamplitude mit f^{-1} sinkt, wie aus Gleichung 2.63 ersichtlich ist. Das Frequenzverhalten lässt sich also durch den generellen Trend erklären, dass die relative Schwerpunktsverschiebung für steigende akustische Verschiebung sinkt. Der Lastpunkt hat einen gewissen Einfluss, da sich hierdurch die mittlere Dichte ändert und somit auch die Geschwindigkeitsamplitude trotz konstanter äquivalenter Druckamplitude variiert, was bereits in Abschnitt 6.2 erläutert wurde.

Die Phase zwischen Flammenverschiebung und akustischer Verschiebung steigt mit wachsender Amplitude und leicht mit sinkender Frequenz, wobei sie generell zwischen 0° und 90° liegt. Allerdings ist sie weder gleich der Phase der Verschiebung (0°) noch der Geschwindigkeit (90°). Die Phase korreliert mit der Flammenlänge. Bei kleinen Amplituden besteht ein signifikanter Unterschied in der Flammenlänge der Lastpunkte A, A1 und A2. Daher sind hier auch zwischen den verschiedenen Lastpunkten deutliche Unterschiede in der Phase zu erkennen. Bei höheren Amplituden dominiert die akustische Anregung die Flammenlänge, die Unterschiede zwischen den Lastpunkten verringern sich.

Daher sinken auch die Unterschiede in den Phasen. Die Phase tendiert für eine sinkende Flammenlänge in Richtung der Phase der Geschwindigkeit 90° .

Die Verlagerung des Schwerpunktes kann einerseits durch eine transversale Verschiebung der Reaktionszone ausgelöst werden. Andererseits kommen auch bzgl. der Injektorachse unsymmetrische Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrates als Ursache in Betracht. Deren zeitliche und räumliche Verteilung hat direkte Auswirkungen auf die Lage des Flammenschwerpunktes. Die Überlagerung der beiden Phänomene ergibt letztlich den zeitlichen Verlauf der Flammenverschiebung. Die in Abbildung 6.15 dargestellte relative Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}$ bezieht die Verlagerung des Flammenschwerpunktes auf die akustische Verschiebung. Würden keine unsymmetrischen Fluktuationen auftreten und die Reaktionszone exakt der akustischen Verschiebung folgen, müsste für alle Amplituden $|\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}| = 1$ und $\angle \tilde{\Delta}_{\text{Fl}} = 0^\circ$ sein. Dies ist selbst für kleine Anregungsamplituden nicht der Fall, was bedeutet, dass sich der Schwerpunkt auch dann schon aus einer Überlagerung der beiden Phänomene ergibt. Das Auftreten integraler Fluktuationen konnte bereits im vorherigen Abschnitt 6.3.2 gezeigt werden, wobei noch keinerlei Aussage über die räumliche Verteilung gemacht wurde. In Abschnitt 6.2 wurde erläutert, dass sich durch die räumliche Variation der Dichte auch entsprechende Verteilungen der Geschwindigkeits- und Verschiebungsamplituden ergeben. Bei steigender Anregungsamplitude ergibt sich eine wachsende Differenz der Verschiebung in Bereichen unterschiedlicher Dichte, wodurch stärkere Wärmefreisetzungsfuktuationen entstehen. Dadurch hat dieser Effekt einen zunehmenden Einfluss auf die Schwerpunktslage und führt zu dem in Abbildung 6.15 gezeigten Verhalten. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden diese beiden Effekte noch detaillierter betrachtet.

Auch Hardi [31] und Richecoeur [60, 61] haben in ihren experimentellen Arbeiten die Verschiebung der Flamme beobachtet. Eine detaillierte Quantifizierung, wie sie hier präsentiert wird, ist jedoch im Experiment auf Grund der komplexen Bedingungen nicht möglich. Hardi gibt ebenfalls eine ähnliche Größenordnung und einen leichten Phasenverzug der akustischen und Flammenverschiebung an.

6.3.4 Detaillierte Untersuchung des fluktuierenden Feldes

Im Folgenden werden nun die fluktuierenden Felder der beiden Verdampfungsraten sowie der Wärmefreisetzungsraten der beiden Reaktionen mittels DMD analysiert. Details zur DMD-Analyse finden sich in Abschnitt 4.3.6. In den jeweiligen Abbildungen ist die amplitudengewichtete Phase der betrachteten Fluktuationsgröße des Lastpunktes A bei einer Anregfrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz sowie einer äquivalenten Druckamplitude von $\hat{p} = 20\%$ gezeigt. Die Farbe gibt somit die Phasenlage, die Intensität die Amplitude an. Zur Verdeutlichung wurden die Amplituden skaliert. Bereiche mit einer höheren Amplitude sind somit übersättigt und in den Bildern schwarz dargestellt. Die Phase der Geschwindigkeitsanregung liegt bei 0° .

Abbildung 6.16 zeigt die entsprechenden Felder für die Verdampfungsraten von MMH (links) sowie NTO (rechts). Die Umrandung entspricht dem ersten

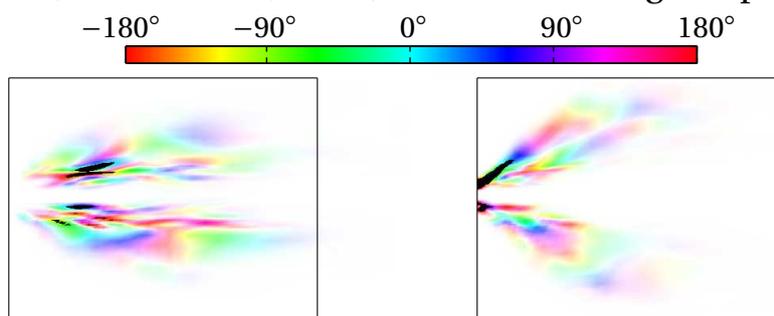


Abbildung 6.16: Amplitudengewichtete Phase der MMH-(links) und NTO (rechts)-Verdampfungsratenfluktuation

Segment aus Abbildung D.5 im Anhang. Auffällig ist insbesondere die Phasendifferenz von 180° zwischen Bereichen oberhalb und unterhalb der Injektorachse, was klar die Vermutung bzgl. der Injektorachse unsymmetrischer Fluktuationen bestätigt. Zusätzlich ergeben sich auch konvektive Strukturen, wie sie bereits in den Analysen zur Modulation des Massenstroms (Abschnitt 4.3.6) und der Zerstäubung (Abschnitt 5.3.6) beobachtet werden konnten. Diese sind an der kontinuierlichen Farbänderung in Strömungsrichtung zu erkennen. Die in Abschnitt 6.3.2 vorgestellten Verdampfungstransferfunktionen wurden mit Hilfe der integrierten Verdampfungsraten gebildet und ergeben sich somit aus den hier gezeigten räumlichen Verteilungen der Fluktuationen. Die gesamte axiale Ausdehnung der Fluktuationen beschränkt sich auf einen Bereich

innerhalb eines äquivalenten Injektordurchmessers stromab der Einspritzung. Abbildung 6.17 oben zeigt die amplitudengewichtete Phase der Wärmefreisetzungsfrequenzen der Verbrennungsreaktion. Überlagert ist wiederum die Einteilung in Segmente aus Abbildung D.5, wobei nur die ersten 6 gezeigt sind, da weiter stromab keine signifikanten Amplituden mehr auftreten. In

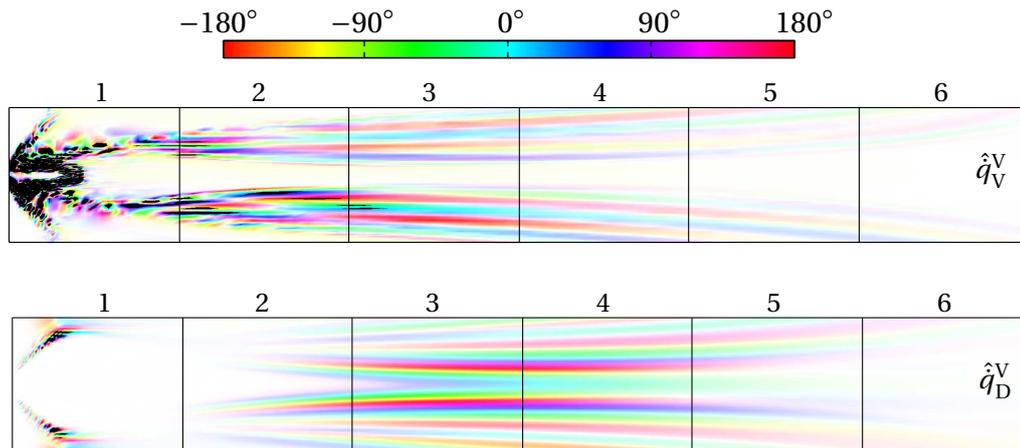


Abbildung 6.17: Amplitudengewichtete Phase der Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungs- (oben) und Dissoziationsreaktion (unten)

den Bereichen 2 bis 5 sind deutliche Strukturen erkennbar, welche auf eine Verschiebung der Wärmefreisetzungszone in transversaler Richtung hindeuten. Dies ist durch die kontinuierliche Phasenänderung senkrecht zur mittleren Strömung erkennbar. In Abbildung 3.8 ist zu erkennen, dass die Wärmefreisetzung in diesen Segmenten in der Scherschicht um den Kern aus gasförmigem MMH erfolgt. Durch die Verschiebung dieser Reaktionszonen folgen lokale Fluktuationen in den Bereichen hoher Wärmefreisetzungsgradienten, welche zu den gezeigten Strukturen führen. Eine Untersuchung der Verschiebung des Flammenschwerpunktes entlang der Achse in den einzelnen Segmenten im Vergleich zur integralen Verschiebung des Schwerpunktes ergab, dass die größten Beiträge in den ersten 3 Segmenten stromab der Einspritzung auftreten. Insbesondere im ersten Segment sind in Abbildung 6.17 jedoch keine Verschiebungsstrukturen zu erkennen, weshalb dieser Bereich im weiteren Verlauf des Abschnittes noch weiter untersucht wird.

In den Segmenten 2 bis 5 in Abbildung 6.17 zeigen sich ebenfalls deutliche

Verschiebungsstrukturen im Feld der Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion. Diese ergeben sich wieder aus der Verlagerung der in Abbildung 3.9 gezeigten Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion in der Scherschicht. Eine segmentweise Betrachtung der Schwerpunktsverschiebung ergab, dass in den Segmenten 1 und 2 der Schwerpunkt alleine durch die Verbrennungsreaktion bestimmt wird. Im Anhang D ist ersichtlich, dass weiter stromab beide Reaktionen gleich bedeutend aber mit unterschiedlichem Vorzeichen sind. Der Beitrag dieser Bereiche zur integralen Schwerpunktsverschiebung ist allerdings unbedeutend auf Grund der insgesamt niedrigen Wärmefreisetzungsrates.

Bei kleineren Anregeamplituden sind die Flammen erheblich länger, weshalb auch weiter stromab noch relevante Schwerpunktsverschiebungen auftreten. Diese sind fast in Phase mit der akustischen Verschiebung. Bei der Analyse mittels DMD (nicht dargestellt) ergeben sich ähnliche Strukturen wie oben beschrieben.

Abbildung 6.18 zeigt die amplitudengewichtete Phase der Fluktuation der Wärmefreisetzung durch die Verbrennungsreaktion im Detail für den Bereich nahe des Injektors. Die Umrandung gibt das erste Segment an. Es sind insbesondere sehr nahe des Injektors lokal stark variierende Phasenwerte zu erkennen, wodurch sich die entsprechenden Beiträge bei der Integration gegenseitig aufheben. Dennoch ergibt sich im Integral eine signifikante Verschiebung des Schwerpunktes, welche in der DMD-Analyse nicht zu erkennen ist. Die DMD scheint somit bei sehr hohen lokalen Fluktuationsamplituden von diesen dominiert zu werden, sodass lokale Verschiebungseffekte nicht mehr abgebildet werden.

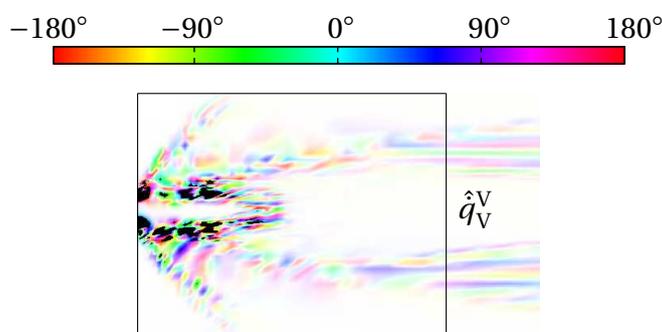


Abbildung 6.18: Amplitudengewichtete Phase der Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungsreaktion nahe des Injektors

Um ein noch detaillierteres Verständnis für die Vorgänge, welche zur Verlagerung des Flammenschwerpunktes führen, zu bekommen, wird diese im Folgenden anhand von Schnitten der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion erläutert. Abbildung 6.19 zeigt den Lastpunkt A bei einer Anregefrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz sowie einer Anregeamplitude von $\tilde{p} = 20\%$, wobei eine logarithmische Farbskala verwendet wird. Dabei werden zwei unterschiedliche Ebenen ausgewertet. Einmal ist ein Querschnitt durch die Strömung bei ca. einem halben äquivalenten Durchmesser des Berechnungsgebietes stromab der Einspritzung zu sehen. Sie liegt damit im ersten Segment, wo die Ursache der Schwerpunktsverschiebung bisher noch nicht genau identifiziert werden konnte. Des Weiteren ist wiederum die xy -Ebene zu sehen, welche parallel zur Richtung der Geschwindigkeitsanregung ist und durch die Injektorachse geht. Es sind analog zu Abbildung 6.17 lediglich die ersten sechs Segmente abgebildet. Zusätzlich sind ebenfalls die Vektoren der Geschwindigkeitsanregung eingezeichnet und die Werte der Flammenschwerpunktsverschiebung, der Geschwindigkeitsfluktuation an der Referenzposition ($x_{\text{ref}} = 250$ mm) sowie die Phase innerhalb der akustischen Periode angegeben, wobei 0° der Phase der maximalen akustischen Verschiebung entspricht. Die Phase wird hier nur als ungefährender Wert angegeben, da sie auf Grund des gewählten Zeitschrittes nicht exakt getroffen wird. Die zwei horizontalen Striche im ersten Segment entsprechen der mittleren Flammenposition und dienen als Referenz für die Verschiebung der Flamme.

In den Bildern sind deutlich die beiden beschriebenen Phänomene, welche zur Verlagerung des Flammenschwerpunktes führen, zu erkennen. Einerseits ist die Auslenkung der Reaktionszone in Phase mit der akustischen Verschiebung, deren Maximalwerte bei $\phi \approx 0^\circ$ und $\phi \approx 180^\circ$ auftreten. Des Weiteren sind lokale Fluktuationen der Wärmefreisetzung zu erkennen, welche zu den Fluktuationen der integralen Wärmefreisetzung führen, die in den Abbildungen 6.13 und 6.14 dargestellt sind. Da diese unsymmetrisch zur Injektorachse sind, tragen sie auch zur Verlagerung des Schwerpunktes bei. Durch die Überlagerung der beiden Effekte ergibt sich dann der erläuterte Amplituden- und Phasenverlauf aus Abbildung 6.15. Die Verlagerung des Schwerpunktes ergibt sich somit sowohl durch die Verschiebung der Reaktionszone als auch durch unsymmetrische Wärmefreisetzungsfuktuationen.

Einfluss transversaler Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung und Verbrennung

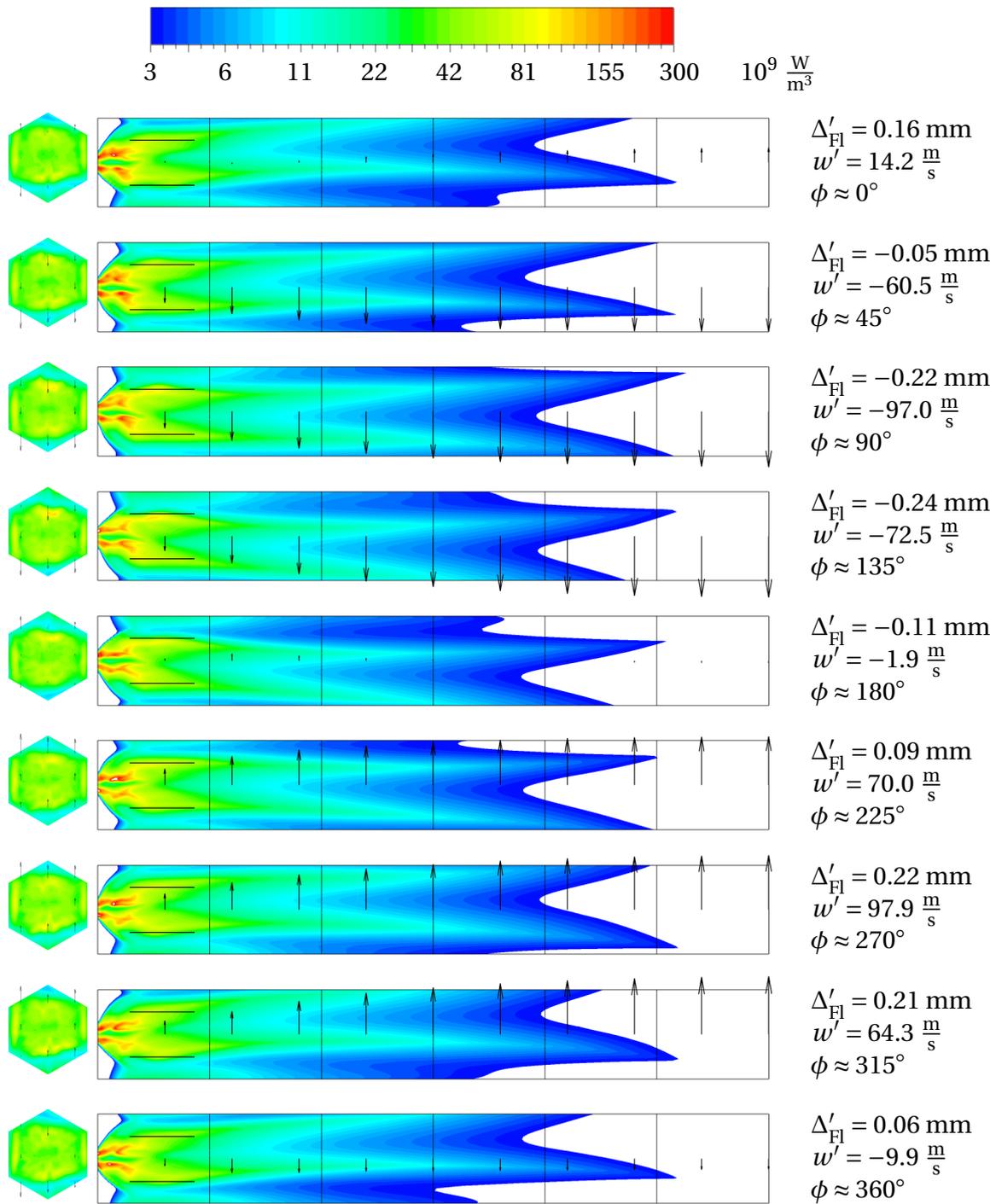


Abbildung 6.19: Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion bei hoher Anregeamplitude

6.4 Modellierung der Verschiebung

In den vorherigen Abschnitten konnte gezeigt werden, dass die integrale Antwort der Verdampfungs- und Wärmefreisetzungsraten bei der doppelten Anregefrequenz stattfindet (Abschnitt 6.3.2). Somit ist keinerlei positive Rückkopplung im thermoakustischen Gesamtsystem möglich und damit wird auch kein Modell für die CAA-Simulationen benötigt. Allerdings ergibt sich eine Verschiebung des Flammenschwerpunktes mit der Anregefrequenz (Abschnitt 6.3.3). In Abschnitt 2.4 konnte gezeigt werden, dass eine solche Schwerpunktsverschiebung zu einer positiven Rückkopplung im thermoakustischen Gesamtsystem führen kann. Daher werden hierfür im Folgenden Modellierungsansätze vorgestellt, welche eine Berücksichtigung dieses Effektes im Gesamtsystem ermöglichen. Zunächst wird nochmals ein einzelner Injektor betrachtet, bevor anschließend dann ein Ansatz für die Modellierung des Effektes in der gesamten Brennkammer aufgezeigt wird.

6.4.1 Betrachtung eines einzelnen Injektors

Für die Evaluierung der Auswirkungen akustischer Verschiebungen auf die Wärmefreisetzungsraten in einem Einzelinjektor sind zwei unterschiedliche Ansätze vorhanden. Einer basiert auf den bereits vorgestellten dynamischen CFD-Rechnungen, der andere beinhaltet rein analytische Korrelationen ausgehend von stationären Simulationen.

6.4.1.1 Modell basierend auf dynamischen CFD-Rechnungen

Es konnte bereits mit Hilfe der dynamischen CFD-Rechnungen mit Anregung von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen gezeigt werden, dass die Verschiebung des Flammenschwerpunktes ein komplexer Wert mit Amplitude und Phase ist (Abschnitt 6.3.3), welcher von der Frequenz und der Anregungsamplitude abhängt. Sie kann somit als Transferfunktion betrachtet werden und mittels eines Filters sowohl im Frequenz- wie auch Zeitbereich modelliert werden (siehe Abschnitt 2.5). Abbildung 6.20 zeigt hierzu die entsprechende Transferfunktion bei einer Anregungsamplitude von $\tilde{p} = 5\%$.

Der Vorteil dieses Ansatzes besteht in der genauen Bestimmung von Amplitude

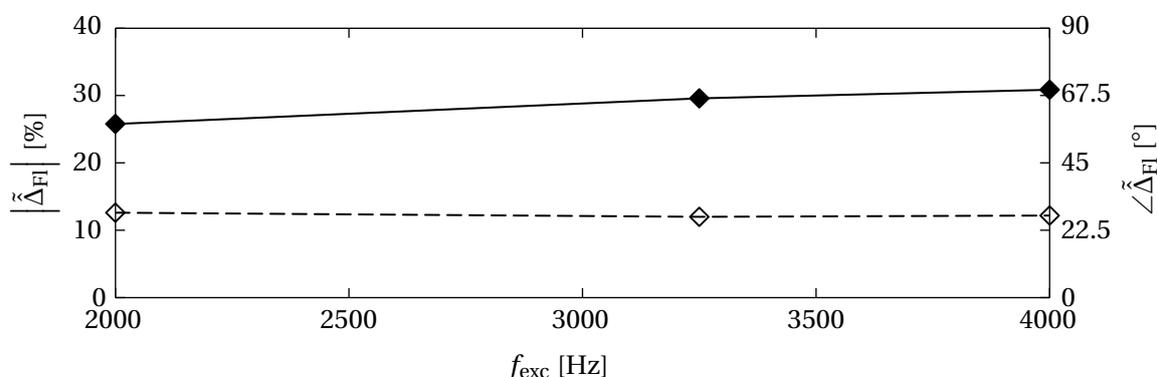


Abbildung 6.20: Abhängigkeit der Schwerpunktsverschiebung von der Anregungsfrequenz für $\tilde{p} = 5\%$ (— Amplitude, -- Phase)

und Phase der Schwerpunktsverschiebung in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und -amplitude. Dies bedeutet allerdings auch einen erheblichen Aufwand für die dynamischen CFD-Simulationen, um die gezeigten Abhängigkeiten zu quantifizieren.

6.4.1.2 Modell basierend auf stationären CFD-Rechnungen

Zur Reduktion des Aufwandes wird im Folgenden nun ein analytischer Ansatz von Schwing und Zellhuber [71–73, 83] auf die Verhältnisse in Raketebrennkammern übertragen, welcher auf rein stationären CFD-Rechnungen basiert. Dem Vorteil des geringeren Aufwandes steht allerdings auch der Nachteil gegenüber, dass keinerlei Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit berücksichtigt werden kann sowie akustische und Schwerpunktsverschiebung per Definition in Phase sind.

Nach Schwing und Zellhuber kann der Effekt der Verschiebung auf lokaler Ebene folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\dot{q}'(x, y, z, t) = -\vec{\nabla} \bar{q} \cdot \vec{\Delta}' \quad (6.11)$$

$\bar{\sim}$ -Werte bezeichnen hierbei über die Flamme gemittelte Werte. Dieser Ansatz vernachlässigt den räumlichen Gradienten der Verschiebung. Effekte durch die axiale Verschiebung können vernachlässigt werden, da in diese Richtung nur geringe Geschwindigkeitsamplituden sowie, auf Grund der großen axialen Ausdehnung, kleine räumliche Gradienten der mittleren Wärmefreisetzung

auftreten. Dadurch kann das folgende instantane Rayleigh-Integral (Gleichung 2.53) formuliert werden, da im betrachteten Koordinatensystem nur Verschiebungen in die y -Richtung auftreten:

$$ra_{\text{Inj}} = - \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \cdot \check{\Delta}' \cdot p' \, dV \quad (6.12)$$

Das Rayleigh-Integral hängt hierbei folgendermaßen mit dem instantanen Wert zusammen:

$$Ra_{\text{Inj}} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} ra_{\text{Inj}} \, dt \quad (6.13)$$

Der Druck kann nun als Taylorreihe erster Ordnung [1] um den Flammennmittelpunkt entwickelt werden. Die Annahme eines linearen Gradienten über die Flammendicke ist in den üblichen Anwendungen gerechtfertigt. Es wird zunächst nur eine isolierte Flamme betrachtet. Später findet dann der Übergang auf mehrere Flammen statt, wie sie in Raketentriebwerken auftreten. Das Rayleigh-Integral ergibt sich zu:

$$ra_{\text{Inj}} = - \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \cdot \left(\check{\Delta}' \cdot \check{p}' + \check{\Delta}' \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y \right) \, dV \quad (6.14)$$

Unter der Annahme eines symmetrischen Flammenprofils kann der Beitrag des ersten Terms $\check{\Delta}' \cdot \check{p}'$ vernachlässigt werden, da der Gradient der Wärmefreisetzungsrates achsensymmetrisch zur Injektorachse ist. Damit bleibt:

$$ra_{\text{Inj}} = - \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \cdot \check{\Delta}' \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot y \, dV \quad (6.15)$$

Der Druckgradient wurde bereits als konstant im Bereich eines einzelnen Injektors angenommen. In Abschnitt 6.2 wurde gezeigt, dass die Verschiebung von der lokalen Dichte abhängt, das Produkt aus Dichte und Geschwindigkeitsfluktuation jedoch als konstant angenommen werden kann, weshalb folgende

Zusammenhänge gelten:

$$\bar{\rho} \cdot w' = \rho_{\text{ref}} \cdot w'_{\text{ref}} \quad (6.16)$$

$$\bar{\rho} \cdot \Delta' = \rho_{\text{ref}} \cdot \Delta'_{\text{ref}} \quad (6.17)$$

Somit kann die variierende Dichte innerhalb des oben hergeleiteten Terms berücksichtigt werden und es ergibt sich der Ausdruck:

$$\text{ra}_{\text{Inj}} = -\Delta'_{\text{ref}} \cdot \rho_{\text{ref}} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \cdot y \, dV \quad (6.18)$$

Das Integral beinhaltet nun ausschließlich stationäre Werte, welche somit aus einer rein stationären CFD-Rechnung bestimmt werden können. Abkürzend kann man für das instantane Rayleigh-Integral schreiben:

$$\text{ra}_{\text{Inj}} = \Delta'_{\text{ref}} \cdot \frac{\partial \check{p}'}{\partial y} \cdot K \cdot \bar{Q} \quad (6.19)$$

wobei K folgendermaßen definiert ist:

$$K = -\rho_{\text{ref}} \cdot \frac{1}{\bar{Q}} \cdot \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \cdot y \, dV \quad (6.20)$$

Der Faktor K kennzeichnet hier also die Sensitivität einer Flamme auf eine Schwerpunktsverschiebung durch akustische Geschwindigkeitsfluktuationen.

Tabelle 6.1: Vergleich von K und $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}$

Lastpunkt	K [%]	$ \tilde{\Delta}_{\text{Fl}} $ [%]
A	51	30
A1	44	25
A2	43	27
B	53	30

Vergleicht man Gleichung 6.19 mit der Definition der relativen Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}$ in Gleichung 2.62, welche im vorherigen Abschnitt 6.3.3 ausgewertet wurde, und dem dazugehörigen Rayleigh-Integral (Gleichung 2.64), erkennt man, dass die Sensitivität der Flamme auf eine Schwerpunktsverschie-

bung K der relativen Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{FI}}$ entspricht. Tabelle 6.1 gibt nun die beiden Werte für die verschiedenen Betriebspunkte an. K wurde mittels Gleichung 6.20 aus stationären CFD-Rechnungen bestimmt. $\tilde{\Delta}_{\text{FI}}$ ergibt sich aus den CFD-Rechnungen, welche in Abschnitt 6.3.3 analysiert wurden. Hier sind die Werte für eine Anregeamplitude von $\tilde{p} = 5\%$ und einer Anregungsfrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz angegeben. Die analytische Abschätzung liefert zwar die richtige Größenordnung, überschätzt den Einfluss der akustischen Verschiebung jedoch um einen Faktor 1.6. Sie liefert die korrekte geringere Sensitivität der Lastpunkte A1 und A2 im Vergleich zum Lastpunkt A und ebenfalls richtigerweise nur einen geringen Unterschied zwischen den Lastpunkten A und B. Abbildung 6.15 zeigt insbesondere bei kleiner akustischer Verschiebung eine starke Abhängigkeit von $\tilde{\Delta}_{\text{FI}}$ von der Anregeamplitude. Dieser Effekt kann von der analytischen Abschätzung nicht berücksichtigt werden. Extrapoliert man die CFD-Ergebnisse in Richtung $|\hat{\Delta}| \rightarrow 0$ mm, so ergibt sich ein Wert von ca. $\tilde{\Delta}_{\text{FI}} \approx 43\%$. Der Unterschied zwischen analytischer Abschätzung und CFD-Lösung ist dann nur noch gering. Die analytische Lösung stellt somit den Grenzfall der Rechnungen mit Anregung für sehr kleine Amplituden dar. Der Grund für die dennoch etwas schwächere Schwerpunktsverschiebung in den CFD-Rechnungen im Vergleich zur analytischen Abschätzung sind unsymmetrische Fluktuationen der lokalen Wärmefreisetzungsrate, welche verstärkt auf der Seite entgegen der Geschwindigkeitsrichtung erfolgen (siehe Abbildung 6.19), und somit zu einer Reduktion der integralen Flammenschwerpunktsverschiebung führen.

6.4.1.3 Rayleigh-Integral der Verschiebung

Das Rayleigh-Integral der Verschiebung eines einzelnen Injektors ergibt sich im Frequenzbereich aus Gleichung 2.64 zu:

$$\text{Ra}^{\text{V}} = \frac{1}{2} \cdot \bar{Q} \cdot \bar{p} \cdot \Re \left(\hat{\Delta}_{\text{ref}} \cdot \frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial y} \cdot \tilde{\Delta}_{\text{FI}} \right) \quad (6.21)$$

Analog zu Gleichung 4.23 kann ein entdimensioniertes Rayleigh-Integral definiert werden:

$$\tilde{Ra}^V = \frac{Ra^V}{\frac{1}{2} \cdot \bar{Q} \cdot \bar{p}} = \Re \left(\hat{\Delta}_{\text{ref}} \cdot \frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial y} \cdot \tilde{\Delta}_{\text{Fl}} \right) \quad (6.22)$$

Diese Rayleigh-Integrale gelten entsprechend bei Verwendung von K statt $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}$. Das analytische Modell basiert auf der Annahme einer gleichphasigen Verschiebung der Akustik und der Reaktionszone. Der in Abbildung 6.15 gezeigte Phasenverzug kann mit diesem Modell somit nicht abgebildet werden. Der dadurch entstehende Fehler hängt vom betrachteten Lastpunkt sowie der Anregeamplitude ab und muss im Einzelfall mit Hilfe des Rayleigh-Integrals quantifiziert werden. In Kapitel 8 wird der Einfluss der Verschiebung auf das Stabilitätsverhalten mit Hilfe dieses Rayleigh-Integrals untersucht und mit den Auswirkungen der anderen Kopplungsmechanismen verglichen.

6.4.2 Modellierung der Verschiebung in der CAA

Im Folgenden wird nun ein Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe die Schwerpunktsverschiebung in Simulationen der gesamten Brennkammer berücksichtigt werden kann.

Bei der Übertragung des Modells vom Einzelinjektor auf die gesamte Brennkammer tritt das Problem auf, dass eine sehr feine Auflösung nötig wäre, um das mittlere Wärmefreisetzungsfeld bzw. dessen räumliche Gradienten aus der CFD in die CAA zu übertragen. Daher wird im Folgenden ein anderer Ansatz vorgestellt. Er basiert darauf, dass die räumliche Skala der Wärmefreisetzung viel kleiner als die der Akustik ist. Daher kommt es nicht auf die detaillierte lokale Verteilung der Wärmefreisetzung an. Lediglich das instantane Rayleigh-Integral, welches die zeitabhängige Energiezufuhr in die Akustik beschreibt, sollte gleich sein, weshalb gelten muss:

$$ra_{\text{Inj}}^{\text{CFD}} = ra_{\text{Inj}}^{\text{CAA}} \quad (6.23)$$

Die zusätzlichen hochgestellten Indizes „CFD“ bzw. „CAA“ werden verwendet, um deutlich zu machen, ob die entsprechenden Größen aus CFD-Simulationen

stammen oder für die CAA-Simulation bestimmt sind. Das Rayleigh-Integral der CFD wurde bereits in den Gleichungen 2.64 bzw. 6.19 eingeführt. Die beiden Rayleigh-Integrale aus CFD und CAA sollten insbesondere dann gleich sein, wenn die entsprechenden akustischen Fluktuationen Δ'_{ref} und $\frac{\partial \tilde{p}'}{\partial y}$ gleich sind. In Abschnitt 6.4.1 wurde gezeigt, dass die relative Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}^{\text{CFD}}$ der Sensitivität der Flamme auf akustische Verschiebungen K^{CFD} entspricht. Daher können beide Werte für das im Folgenden vorgestellte Rückkopplungsmodell verwendet werden. Für die Herleitung wird die Bezeichnung aus dem analytischen Ansatz übernommen, wobei sie analog unter Verwendung der relativen Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}^{\text{CFD}}$ durchgeführt werden kann.

Statt des hochaufgelösten Wärmefreisetzungsfeldes aus der CFD wird in der CAA ein Pseudowärmefreisetzungsfeld verwendet, dessen räumliche Skala noch klein genug gegenüber der Akustik ist, dass die Annahme eines linearen Verlaufs der Druckfluktuationen erfüllt ist, jedoch geringere Gradienten als das reale CFD-Wärmefreisetzungsfeld hat. Hierdurch reduziert sich die benötigte Auflösung in der CAA erheblich. Mit Hilfe dieses Pseudowärmefreisetzungsfeldes kann nun mit Hilfe von Gleichung 6.20 die Sensitivität der Flamme auf akustische Verschiebungen für die CAA-Simulation (K^{CAA}) bestimmt werden. Eine Ansatzfunktion für ein solches Pseudowärmefreisetzungsfeld, welche sich aus einer Konstanten C und einer räumlichen Verteilungsfunktion f zusammensetzt, kann folgendermaßen aussehen:

$$\bar{q}^{\text{CAA}} = \frac{\bar{Q}}{V_{\text{Inj}}} \cdot C \cdot f = \frac{\bar{Q}}{V_{\text{Inj}}} \cdot C \cdot \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{R_{\text{Inj}}} \cdot \sqrt{y^2 + z^2} \right) \right) \quad (6.24)$$

Aus der Annahme einer gleichen integralen Wärmefreisetzungsrates folgt für die Konstante C :

$$C = \frac{V_{\text{Inj}}}{\int_{V_{\text{Inj}}} f \, dV} = \frac{\pi^2}{\pi^2 - 4} \quad (6.25)$$

Somit ist das Pseudowärmefreisetzungsfeld bekannt:

$$\bar{q}^{\text{CAA}} = \frac{\bar{Q}}{V_{\text{Inj}}} \cdot \frac{\pi^2}{(\pi^2 - 4)} \cdot \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{R_{\text{Inj}}} \cdot \sqrt{y^2 + z^2} \right) \right) \quad (6.26)$$

Aus Gleichung 6.23 kann unter der Annahme einer konstanten Dichte in der CAA mit Hilfe von Gleichung 6.20 der folgende Ausdruck hergeleitet werden:

$$K^{\text{CAA}} = \frac{-K^{\text{CFD}} \cdot V_{\text{Inj}}}{C \cdot \int_{V_{\text{Inj}}} \frac{\partial f}{\partial y} \cdot y \, dV} = \frac{1}{2} \cdot K^{\text{CFD}} \quad (6.27)$$

Der thermoakustische Quellterm ergibt sich nun nach Gleichung 6.11 und unter Berücksichtigung der hergeleiteten Skalierung zu

$$\dot{q}' = -K^{\text{CAA}} \cdot \frac{\partial \bar{q}^{\text{CAA}}}{\partial y} \cdot \Delta' \quad (6.28)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot K^{\text{CFD}} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{Q}}{(\pi^2 - 4) \cdot V_{\text{Inj}}} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta' \quad (6.29)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot K^{\text{CFD}} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{Q}}{(\pi^2 - 4) \cdot V_{\text{Inj}}} \cdot \frac{-\pi \cdot y \cdot \sin\left(\frac{\pi}{R_{\text{Inj}}} \cdot \sqrt{y^2 + z^2}\right)}{R_{\text{Inj}} \cdot \sqrt{y^2 + z^2}} \cdot \Delta' \quad (6.30)$$

Diese Quelltermformulierung ermöglicht nun eine geschlossene Beschreibung des Einflusses von akustischen Verschiebungen auf die thermoakustische Rückkopplung ausgehend von stationären oder dynamischen CFD-Rechnungen.

Bei dem hier verwendeten lokalen Koordinatensystem ist die y -Richtung parallel zur Geschwindigkeitsfluktuation ausgerichtet, weshalb auch die eindimensionale Betrachtungsweise ausreichend ist. Durch entsprechende Koordinatentransformationen ist es möglich, die Geschwindigkeitsfluktuationen im globalen Koordinatensystem zu berücksichtigen. Somit ist eine Abbildung beider Komponenten der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Ebene senkrecht zur Brennkammerachse möglich.

Bei sehr kleinen Injektoren kann das obige Verfahren erweitert werden, sodass mehrere Injektoren zu einem neuen Pseudowärmefreisetzungsfeld zusammengefasst werden. Dies ist so lange möglich, wie die Annahme von linearen Druckgradienten gerechtfertigt ist.

In Abschnitt 6.4.1 wurde erläutert, dass die relative Schwerpunktsverschiebung $\tilde{\Delta}_{\text{Fl}}^{\text{CFD}}$ und die Sensitivität der Flamme auf akustische Verschiebung K^{CFD} äqui-

valent zueinander sind, wobei erstere zusätzlich einen Phasenverzug berücksichtigt, welcher in Abbildung 6.15 gezeigt wurde. Soll dieser nun zusätzlich abgebildet werden, können hierzu die Verfahren aus Abschnitt 2.5 angewendet werden.

6.5 Zusammenfassung

Transversale Geschwindigkeitsfluktuationen haben einen starken Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld. Durch die Verstärkung der Verdampfung sowie eine bessere Durchmischung der Treibstoffe ergibt sich eine deutliche Verschiebung der Reaktionszone in Richtung der Einspritzebene.

Die integralen Verdampfungs- wie auch Wärmefreisetzungsraten antworten bei der doppelten und vierfachen Anregungsfrequenz auf Grund der Symmetrie des Injektors und der Richtungsunabhängigkeit der Antwort. Dadurch müssen sie bei Stabilitätsanalysen nicht berücksichtigt werden.

Durch die transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen ergibt sich eine deutliche Verlagerung des Flammenschwerpunktes, welche zu einer weiteren Anfachung der akustischen Fluktuationen führt. Im Abschnitt 6.4 werden Ansätze zur Quantifizierung der Schwerpunktsverlagerung basierend auf stationären wie auch dynamischen Simulationen vorgestellt. Anschließend wird ein Modell zur effektiven Berücksichtigung dieses Effektes in Stabilitätsanalysen entwickelt.

Ziel dieses Kapitels war es, die grundlegenden Effekte der Flammenantwort auf transversale Geschwindigkeitsfluktuationen zu untersuchen. Daher wurde auf eine detaillierte Untersuchung der axialen Abhängigkeit der Flammenantwort verzichtet. Die vorgestellten Parameter und Modellansätze können aber auch statt auf globaler Ebene als lokale Größen in den einzelnen Segmenten definiert werden, sodass die axiale Variation der Flammendynamik wie auch der Geschwindigkeitsfluktuationen berücksichtigt wird.

Die Relevanz der Schwerpunktsverschiebung für die thermoakustische Rückkopplung wird in Kapitel 8 mit den anderen Kopplungsmechanismen verglichen.

7 Direkte Modulation der Verdampfung und Verbrennung durch Fluktuationen des Druckes und der axialen Geschwindigkeit

In diesem Kapitel wird der direkte Einfluss von Druck- und axialen Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfung und Wärmefreisetzung untersucht. Diese beiden Einflüsse werden gemeinsam betrachtet, da, wie in Abschnitt 2.3 gezeigt wurde, einzelne Injektoren in Raketenbrennkammern zwar kompakt gegenüber der akustischen Wellenlänge in radialer und Umfangsrichtung, jedoch nicht kompakt gegenüber der axialen akustischen Wellenlänge sind. Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung müssen somit berücksichtigt werden und hängen direkt mit dem Druckverlauf in axialer Richtung zusammen (siehe Gleichung 2.40).

Der Aufbau dieses Kapitels ist analog zu den Kapiteln 4 bis 6. Zunächst werden einige vertiefende Grundlagen zur hier behandelten Kopplungsart dargestellt. Anschließend wird wiederum ein künstliches Anregeverfahren vorgestellt, welches es ermöglicht, akustische Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen in CFD-Simulationen auf Berechnungsgebiete eines einzelnen Injektors aufzuprägen. Nach der Präsentation der hiermit gewonnenen Ergebnisse wird abschließend dann ein Modellierungsansatz zur Berücksichtigung dieser Kopplungsart in thermoakustischen Simulationen der gesamten Raketenbrennkammer aufgezeigt.

Im Folgenden wird der Einfachheit halber die Kopplung von Verdampfung bzw. Wärmefreisetzung zu Druck- und axialen Geschwindigkeitsfluktuationen abkürzend als Druckkopplung bezeichnet.

7.1 Grundlagen zur Druckkopplung

Abbildung 7.1 zeigt schematisch die Auswirkungen von akustischen Druck (\hat{p})- und axialen Geschwindigkeitsfluktuationen (\hat{u}) auf die Verdampfung und Wärmefreisetzung. Hierbei ist wichtig zu beachten, dass die beiden Fluktuationen nicht unabhängig voneinander sind sondern über die Form der akustischen Mode direkt miteinander gekoppelt sind. Die in diesem Kapitel betrachteten Moden gehören zur longitudinalen (L) und ersten transversalen (T1) Modenklasse, welche in Abschnitt 2.3 eingeführt wurden. Innerhalb der transversalen Modenklasse steigt der longitudinale Anteil mit steigendem Abstand von der Cut-On-Frequenz. Dies wurde detailliert in Abschnitt 2.3 und von Kathan [40] erläutert.

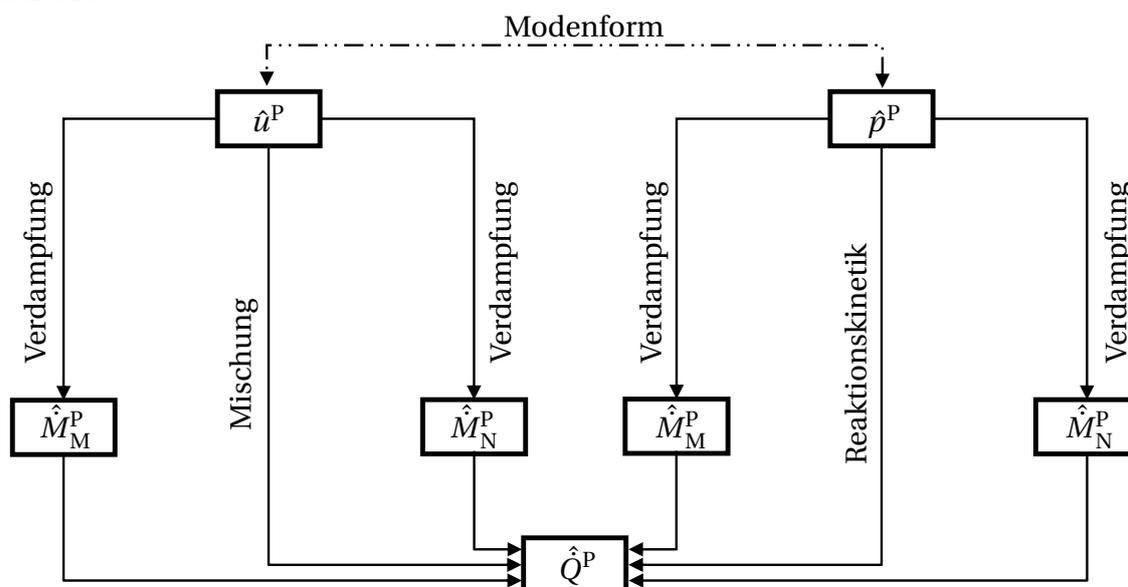


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der Druckkopplung

Der Einfluss von akustischen Fluktuationen auf die Zerstäubung wird im Kapitel 5 abgehandelt und somit hier nicht weiter betrachtet. Das in die Brennkammer eintretende Tropfenspektrum wird daher als konstant angesehen. Ebenso bleibt der eingebrachte Massenstrom unverändert, da der Einfluss von Massenstromfluktuationen bereits in Kapitel 4 beschrieben wurde.

Axiale Geschwindigkeitsfluktuationen wirken sich somit durch die Änderung des konvektiven Stoff- und Wärmetransports zwischen den Tropfen und der

Gasphase auf die Verdampfung aus, wodurch die Verdampfungsraten von MMH (\hat{M}_M^P) bzw. NTO (\hat{M}_N^P) fluktuieren können. Die Bezeichnung „P“ wird im Folgenden verwendet, um den Zusammenhang mit der Druckkopplung deutlich zu machen. In Folge der fluktuierenden Verdampfung kann sich auch eine variierende Wärmefreisetzungsrates (\hat{Q}^P) ergeben. Geschwindigkeitsfluktuationen können allerdings auch direkt die Wärmefreisetzung beeinflussen, indem sie die Mischung der Treibstoffe verändern. Einerseits kann dies durch das Einbringen makroskopischer Wirbel geschehen, wie z. B. in [65] gezeigt wurde, andererseits aber auch durch Veränderung der mikroskopischen Mischung. Die jeweiligen Effekte werden im Folgenden mit Hilfe der CFD-Simulationen untersucht.

Druckfluktuationen können sich durch die Änderung des Verhältnisses von Dampfdruck zu Umgebungsdruck (siehe Abschnitt 2.2.2) direkt auf die Verdampfungsraten auswirken. Ebenso ändern die mit den Druckfluktuationen einhergehenden Temperaturfluktuationen den Wärmetransport zwischen Tropfen und Gasphase, wodurch sich fluktuierende Verdampfungsraten ergeben können, welche in der Konsequenz zu einer variierenden Wärmefreisetzung führen. Die Reaktionskinetik selbst hängt in der Regel nur sehr schwach vom Druck ab. Allerdings können wiederum die mit den Druckfluktuationen einhergehenden Temperaturfluktuationen die Reaktionskinetik verändern. Wie die Akustik die Wärmefreisetzung durch Modulation beeinflussen kann, hängt entscheidend davon ab, ob die Verbrennung kinetisch oder diffusions-/turbulenz-/verdampfungskontrolliert ist. Ist sie nicht kinetisch kontrolliert, was bedeutet, dass die Reaktion sehr schnell abläuft, spielt auch die akustische Modulation der Kinetik keine Rolle, weil kein zusätzliches Gemisch vorhanden ist, welches reagieren könnte. Ansonsten beeinflusst die akustische Fluktuation der Temperatur über den Arrhenius-Ansatz die Reaktionsrate (siehe Gleichung 2.12).

Das in Abschnitt 2.2.1.3 vorgestellte Verbrennungsmodell besteht aus einer Mischungskontrollierten und einer kinetisch kontrollierten Reaktionsgleichung. Es kann daher erwartet werden, dass die Akustik sich sowohl auf die Mischung als auch Reaktionskinetik entsprechend auswirkt.

Wie bereits bei der Untersuchung der anderen Kopplungsmechanismen wird

auch bei der Druckkopplung angestrebt, möglichst viele der oben beschriebenen Effekte in CFD-Simulationen zu berücksichtigen. Im Folgenden Abschnitt wird daher ein Verfahren vorgestellt, welches es erlaubt, akustische Druckfluktuationen zusammen mit axialen Geschwindigkeitsfluktuationen entsprechend der jeweiligen Modenform in das Berechnungsgebiet von Einzelinjektoren einzubringen. Hierdurch können dann alle oben beschriebenen Effekte wie auch deren Interaktion direkt in den CFD-Simulationen berücksichtigt werden. Es sind also keinerlei analytische Schließungsmodelle wie bei der Untersuchung der Modulation des Injektormassenstroms (Kapitel 4) bzw. der Zerstäubung (Kapitel 5) notwendig.

7.2 Anregung von Druckfluktuationen

Im Folgenden werden Anregeverfahren für Druckfluktuationen mit longitudinalem und transversalem Charakter vorgestellt, um den Einfluss der Modenform auf die Flammenantwort untersuchen zu können. In Abschnitt 2.3 wurde gezeigt, dass mit den Druckfluktuationen abhängig von der jeweiligen Modenform Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung einher gehen. Die Anregeverfahren werden verwendet, um die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Effekte detailliert mittels CFD-Simulationen von Einzelinjektoren zu untersuchen.

7.2.1 Anregung von Druckfluktuationen mit L-Charakter

Zur Einbringung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter wird ein zeitlich fluktuierender Druck am Austritt aufgeprägt. Durch die Verwendung eines voll kompressiblen Lösers wird dann die Wellenausbreitung im Berechnungsgebiet numerisch berechnet. Die eingebrachten Wellen werden an der Einspritzebene reflektiert und es ergibt sich eine longitudinale Wellenform. Der Druck am Austritt wird somit folgendermaßen moduliert:

$$p' = |\hat{p}| \cdot \sin(2\pi f_{\text{exc}} \cdot t) \quad (7.1)$$

Durch die Berechnung der Wellenausbreitung ergeben sich auch die entsprechenden Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung, welche bei lon-

gitudinalen Moden immer auftreten. Der Ablauf der Simulationen wird in Anhang F erläutert und das Verfahren wird in Anhang G validiert.

7.2.2 Anregung von Druckfluktuationen mit T-Charakter

Im Folgenden wird ein Anregeverfahren für Druckfluktuationen mit transversalem Charakter vorgestellt. Die entsprechende Grundidee ist in Abbildung 7.2 gezeigt. Durch gegenphasige Geschwindigkeitsfluktuationen w' auf allen Rändern des Berechnungsgebietes parallel zur Strömungsrichtung wird dort gleichzeitig Masse in das konstante Volumen des Berechnungsgebietes eingebracht oder diesem entzogen, wodurch sich in der Folge die entsprechenden Druckfluktuationen ergeben.

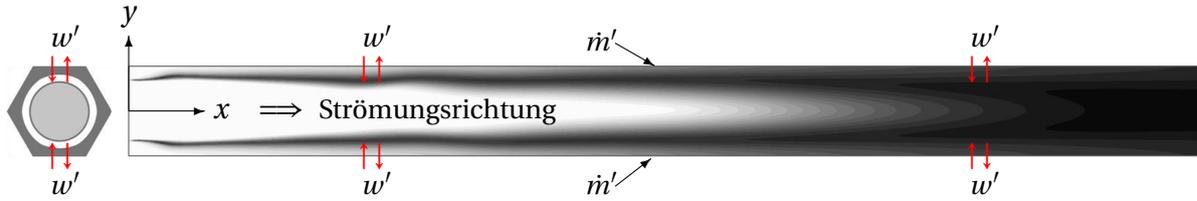


Abbildung 7.2: Druckanregung schematisch

In Abschnitt 2.3 wird die Lösung der akustischen Störungsgleichungen in einer zylindrischen Geometrie vorgestellt. Diese wird nun als Grundlage für die mathematische Beschreibung des Druckanregeverfahren verwendet. Gleichung 7.2 gibt die Druckverteilung für eine beliebige akustische Mode in einem Zylinder im Zeitbereich an:

$$p'(t) = \Re \left[J_1 \left(s_{mn} \cdot \frac{r}{R_{BK}} \right) \cdot \cos(m \cdot \theta) \cdot P(x) \cdot e^{i(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2})} \right] \quad (7.2)$$

Die axiale Verteilung des Drucks wird durch die Ansatzfunktion in axialer Richtung bestimmt (Gleichung 7.3):

$$P_{mn}(x) = \bar{\rho} \cdot c \cdot \hat{G}_{mn} \cdot \left(R_{mn}^{FP} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + e^{-ik_{mn}^- x} \right) \quad (7.3)$$

Zur konsistenten Beschreibung der Eingabegrößen in der CFD-Rechnung und der daraus folgenden Fluktuationen, wird eine laut Gleichung 7.4 definierte

Druckamplitude eingeführt:

$$\hat{p} = 2 \cdot \bar{\rho} \cdot c \cdot J_1 \left(s_{mn} \cdot \frac{r}{R_{BK}} \right) \cdot \hat{G}_{mn} \quad (7.4)$$

Zusätzlich wird das Argument der Ansatzfunktion in Umfangsrichtung durch den Ausdruck $m \cdot \theta = k_y \cdot y$ ersetzt. Dies entspricht der Einführung eines neuen Koordinatensystems, dessen Nullpunkt in der Injektormitte liegt. Dadurch ergibt sich folgende Gleichung für die Druckfluktuationen (Gleichung 7.5):

$$p'(t) = \Re \left[\frac{\hat{p}}{2} \cdot \cos(k_y \cdot y) \cdot \left(R_{mn}^{FP} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + e^{-ik_{mn}^- x} \right) \cdot e^{(i \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2})} \right] \quad (7.5)$$

Durch Anwendung der linearisierten Impulserhaltungsgleichung in transversaler Richtung

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial w'}{\partial x} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (7.6)$$

ergibt sich ein Ausdruck für die Geschwindigkeitsfluktuationen senkrecht zur Injektorachse:

$$w'(t) = \Re \left[-\frac{\hat{p}}{2 \cdot \bar{\rho} \cdot c} \cdot k_y \cdot \sin(k_y \cdot y) \cdot W_{mn}(x) \cdot e^{(i \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2})} \right] \quad (7.7)$$

Die axiale Verteilung wird wiederum durch eine entsprechende Ansatzfunktion berücksichtigt:

$$W_{mn}(x) = \mu_{mn}^+ \cdot R_{mn}^{FP} \cdot e^{-ik_{mn}^+ x} + \mu_{mn}^- \cdot e^{-ik_{mn}^- x} \quad (7.8)$$

Diese Geschwindigkeitsfluktuationen führen zu einem flächenbezogenen Massenquellterm auf den Rändern (Gleichung 7.9), welcher schematisch in Abbildung 7.2 gezeigt ist. Die Bedeutung der einzelnen Eingabegrößen wird im Anhang F.3 erläutert.

$$\frac{\dot{M}'}{A} = \dot{m}' = w' \cdot \bar{\rho} = \frac{|\hat{p}|}{c} \cdot \sin(2\pi f_{exc} \cdot t) \cdot \sin(-k \cdot y) \cdot \vec{n} \cdot \vec{e}_y \quad (7.9)$$

Der Normalenvektor muss berücksichtigt werden, da die Geschwindigkeitsfluktuationen nicht zwangsläufig senkrecht zur Berandung des Berechnungs-

gebietes verlaufen, jedoch nur der senkrechte Anteil der Fluktuationen einen Anteil zum Massenquellterm liefert. Ebenso sorgt er dafür, dass aus den gegenphasigen Geschwindigkeitsfluktuationen gleichphasige Massenquellterme werden. Zu dem Massenquellterm gehören noch die entsprechenden Impuls- und Energiequellterme, wofür die lokale Geschwindigkeit, Temperatur und chemische Zusammensetzung verwendet wird. Der Druck am Austritt des Berechnungsgebietes fluktuiert ebenfalls mit der bekannten Frequenz und Amplitude nach Gleichung 7.2. Somit liegen nun analytische Gleichungen für den Massenquellterm wie auch für die Druckfluktuation selbst, welche am Austritt des Berechnungsgebietes vorgegeben wird, vor. Diese erlauben die Berücksichtigung folgender drei Einflussfaktoren:

- Mittlere Strömung durch die Machzahl (Ma)
- Frequenzen oberhalb der Cut-On-Frequenz durch den Faktor $\tilde{f} = \frac{f}{f_{co}}$
- Komplexe Randbedingungen an der Einspritzebene (R_{mn}^{FP})

Deren Einfluss auf die Modenform wurde in Abschnitt 2.3 aufgezeigt. Zur Implementierung in ein Zeitbereichsverfahren müssen die vorgestellten Gleichungen noch in rein reelle Ausdrücke überführt werden. Diese Gleichungen sind in Anhang F.1 angegeben.

Mit dem vorgestellten Ansatz können dem räumlich im Vergleich zur gesamten Brennkammer reduzierten Berechnungsgebiet definierte Druckfluktuationen mit transversalem Charakter aufgeprägt werden. Erstmals angewendet wurde dieses Verfahren von Schmid und Sattelmayer in [64] zur Analyse der Verbrennung von gasförmigen Wasserstoff und Sauerstoff. Schmid und Sattelmayer [65] untersuchen damit die Antwort von überkritischen Stickstoffjets auf akustische Druckfluktuationen. Auch Ramcke et al. [57] und Urbano et al. [78] verwenden dieses Verfahren, um die Flammenantwort bei der Verbrennung von gasförmigem Wasserstoff und flüssigem bzw. transkritischem Sauerstoff zu studieren. Ein ähnlicher Ansatz wurde bereits von Ducruix und Candel [24] sowie Török und Sattelmayer [77] verfolgt, wobei jeweils die axiale Verteilung der Druckfluktuationen nicht berücksichtigt wird. Die in den folgenden Abschnitten vorgestellten Ergebnisse beinhalten daher zusätzlich zu den Druckfluktuationen auch den Effekt von axialen Geschwindigkeitsfluktuationen.

Im Anhang G wird das Anregeverfahren mit Hilfe von analytischen Vergleichslösungen validiert. Des Weiteren wird dort untersucht, inwiefern sich die durch die Verbrennung inhomogene mittlere Strömung auf die axialen Verläufe der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen auswirken. Diese führt zu einer stärkeren räumlichen Variation der Druckfluktuationen und damit zu höheren Geschwindigkeitsfluktuationen.

7.3 Dynamik der Verdampfung und Wärmefreisetzung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der CFD-Simulationen vorgestellt, welche unter Anwendung der im vorherigen Abschnitt 7.2 erläuterten Anregeverfahren gewonnen wurden. Zunächst wird hierzu der Einfluss einer Druckanregung auf das mittlere Strömungsfeld untersucht. Anschließend wird das Frequenzspektrum der Antwort von Verdampfung und Wärmefreisetzung betrachtet, bevor anschließend die Dynamik der an der Verbrennung beteiligten Prozesse analysiert wird.

7.3.1 Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld

Abbildung 7.3 zeigt den Einfluss einer Druckanregung von $\tilde{p} = 10\%$ und $\tilde{p} = 20\%$ bei $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz mit $\tilde{f} = 1$ auf den mittleren axialen Temperaturverlauf für den Lastpunkt A. Zum Vergleich ist ebenfalls der Verlauf ohne Anregung gezeigt, wobei das Vorgehen zur Erstellung der Verläufe analog zum Abschnitt 6.3.1 ist. Die Auswirkungen der Druckanregung sind erheblich geringer als bei der Anregung von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen, wie es in Abschnitt 6.3.1 gezeigt wurde. Lediglich im Bereich der Tropfenverdampfung ergibt sich eine leichte Erhöhung der Temperatur. Dieses Erkenntnis gilt unabhängig von der Anregefrequenz und Modenform.

Der Einfluss von Druckfluktuationen auf die mittlere Strömung ist in Anhang H.1 zusätzlich in Form von Temperaturfeldern gezeigt.

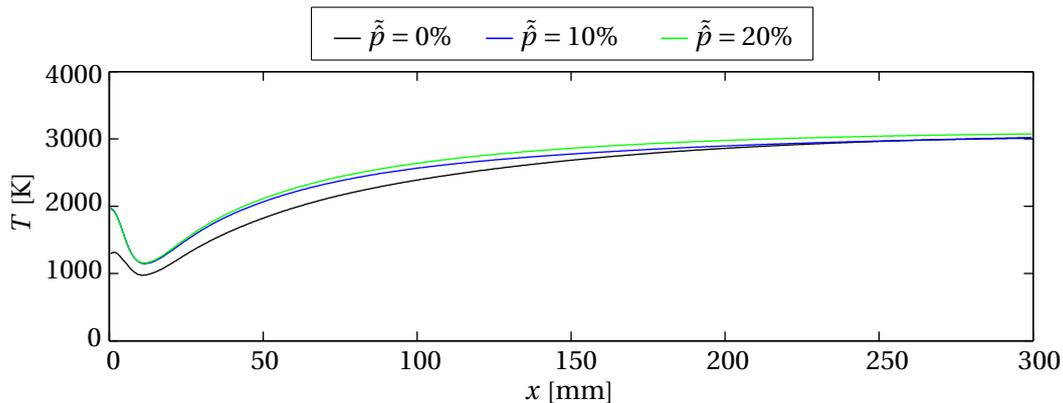


Abbildung 7.3: Abhängigkeit des mittleren Temperaturverlaufs bei Druckerregung

7.3.2 Frequenzspektrum

In Abschnitt 2.4 wurde gezeigt, dass das Verhältnis von Anrege- zu Antwortfrequenz entscheidend dafür ist, ob überhaupt eine konstruktive Kopplung zwischen den Wärmefreisetzungsfluktuationen und den akustischen Schwankungen auftreten kann. Daher wird zunächst das Frequenzspektrum der Systemantwort auf Druckerregung untersucht.

Abbildung 7.4 zeigt die gesamten Frequenzspektren der beiden Verdampfungsraten sowie der Wärmefreisetzung für den Lastpunkt A bei $\tilde{p} = 5\%$ und $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz mit $\tilde{f} = 1$. Es ist deutlich die ausschließliche Antwort bei der Anregefrequenz zu erkennen. Systemein- und -ausgang fluktuieren also mit der selben Frequenz, wodurch eine positive Rückkopplung möglich ist.

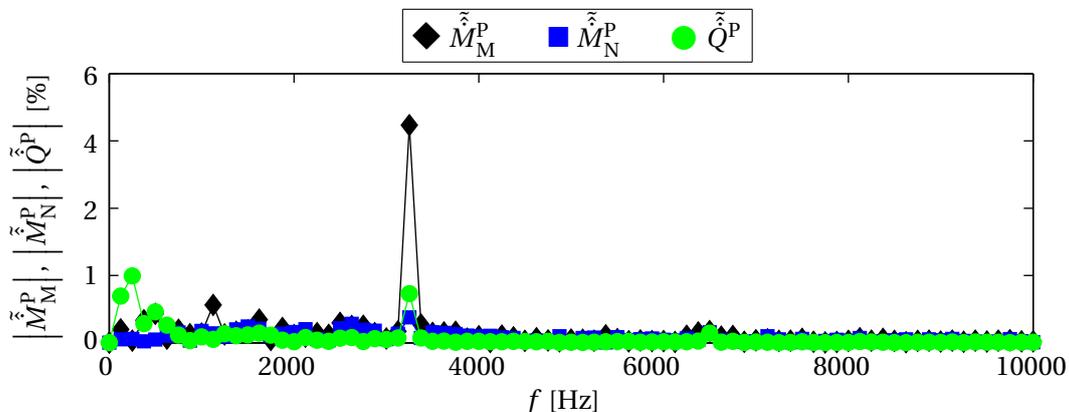


Abbildung 7.4: Frequenzspektrum bei Anregung von Druckfluktuationen

7.3.3 Betrachtung der integralen Antwort

In diesem Abschnitt werden die verschiedenen integralen Antworten der Verdampfungs- sowie der Wärmefreisetzungsraten in Abhängigkeit der Anregefrequenz für verschiedene Lastpunkte präsentiert. Integral bedeutet hier, dass die volumetrischen Größen über das gesamte Berechnungsgebiet integriert werden. Die Farben sind den vier Lastpunkten zugeordnet, ebenso die Form der Symbole. Ausgefüllte Symbole und durchgezogene Linien stellen die Amplitude, gestrichelte Linien sowie offene Symbole die Phase dar. Die in der Legende angegebenen Kurven der vier Lastpunkte stellen Simulationen mit einer Druckerregung mit transversalem Charakter und einer Cut-On-Frequenz von 3250 Hz dar. Das Verhältnis der Anregefrequenz zur Cut-On-Frequenz steigt also beginnend bei 3250 Hz von 1 aus an. Bei 4000 Hz sind zusätzlich Datenpunkte in Form eines ausgefüllten (Amplitude) und offenen (Phase) Dreiecks eingezeichnet. Diese stammen aus einer Simulation des Lastpunktes A mit einer Cut-On-Frequenz von 4000 Hz, die relative Anregefrequenz \tilde{f} ist hier somit gleich 1 im Vergleich zu den anderen Datenpunkten bei 4000 Hz, wo das Verhältnis $\tilde{f} = 1.23$ beträgt. Die Dreieckssymbole bei 3250 Hz stellen eine Simulation des Lastpunktes A mit longitudinaler Druckerregung im Gegensatz zur transversalen Anregung bei allen anderen Rechnungen dar. Das ausgefüllte Dreieck beschreibt wieder die Amplitude und das offene die Phase. Diese zusätzlichen Datenpunkte dienen der Evaluierung des Einflusses der Modenform bei konstanter Frequenz.

7.3.3.1 Analyse der Verdampfung

Um das dynamische Verhalten der Verdampfungsraten besser analysieren zu können, wird zunächst das Verhalten der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen im Bereich der Verdampfung vorgestellt. Danach werden dann mit deren Hilfe die Ergebnisse für die Verdampfungsraten erläutert.

Abbildung 7.5 zeigt Amplitude und Phase der Druckfluktuationen an einer axialen Position 12.5 mm stromab der Einspritzebene. Sie liegen somit in dem Bereich, wo die stärksten Verdampfungsraten auftreten (siehe Abschnitt 3.2) und können daher als Ursache für die Fluktuationen der Verdampfungsraten angesehen werden. Die Amplitude hängt nur schwach von der Frequenz ab,

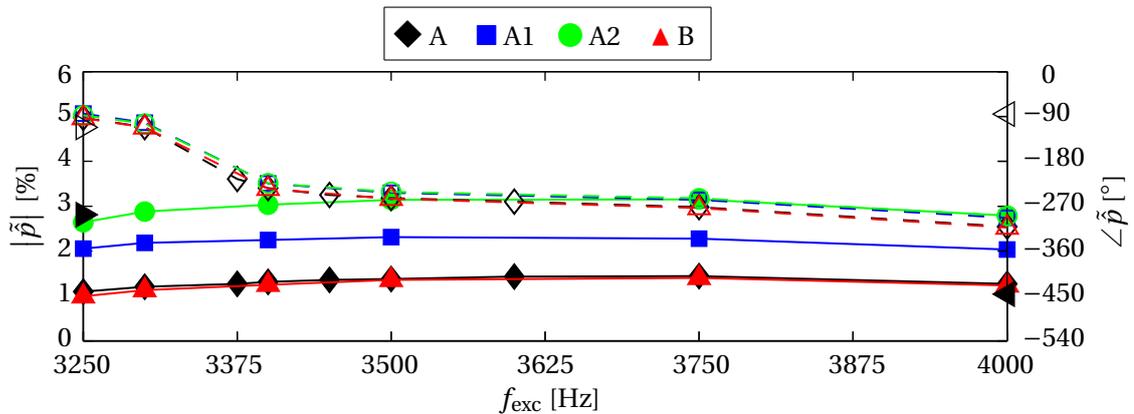


Abbildung 7.5: Druckfluktuation im Bereich der Verdampfung (— Amplitude, -- Phase)

steigt aber deutlich ausgehend von den Lastpunkten A bzw. B über Lastpunkt A1 hin zu A2. Dies ist durch die in dieser Folge kürzer werdende Flamme und damit auch höhere Schallgeschwindigkeit im vorderen Bereich des Berechnungsgebietes zu erklären. In Anhang G wird der Einfluss einer inhomogenen mittleren Strömung detailliert dargelegt. Durch die geringere Schallgeschwindigkeit der unverbrannten Treibstoffe im Vergleich zur Schallgeschwindigkeit, welche bei der Druckanregung angenommen wurde, ergeben sich dort geringere Druckamplituden. Dies stimmt mit dem hier beobachteten Verhalten der Druckamplituden überein. Die Phase sinkt kontinuierlich mit steigender Frequenz, wobei um die 3300 Hz ein besonders starker Abfall auftritt, welcher durch die sich ändernde Modenform verursacht wird. Sie zeigt jedoch nur eine sehr schwache Abhängigkeit vom Lastpunkt. Die Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter liefert bei Lastpunkt A einen ähnlichen Phasenwert im Vergleich zur Anregung mit transversalem Charakter. Die Amplitude ist jedoch erheblich höher. Interessant ist auch das Verhalten bei Anregung von Druckfluktuationen mit 4000 Hz aber einem $\tilde{f} = 1$. Hierbei ergibt sich zwar wiederum eine ähnliche Amplitude wie bei den anderen Frequenzen, die Phase ist jedoch sehr unterschiedlich bei 4000 Hz und $\tilde{f} = 1$, sie ist jedoch fast gleich der Phase bei 3250 Hz und $\tilde{f} = 1$. Dies zeigt sehr deutlich, dass nicht die Anregungsfrequenz selbst, sondern das Verhältnis der Anregungsfrequenz zur Cut-On-Frequenz für den räumlichen Verlauf der akustischen Fluktuationen bestimmend ist. Dies wurde bereits in Abschnitt 2.3 detailliert analysiert.

Abbildung 7.6 zeigt Amplitude und Phase der Geschwindigkeitsfluktuationen

ebenfalls in dem gerade betrachteten Punkt 12.5 mm stromab der Einspritzebene. Die Amplitude hängt nur schwach von der Frequenz bzw. vom Lastpunkt

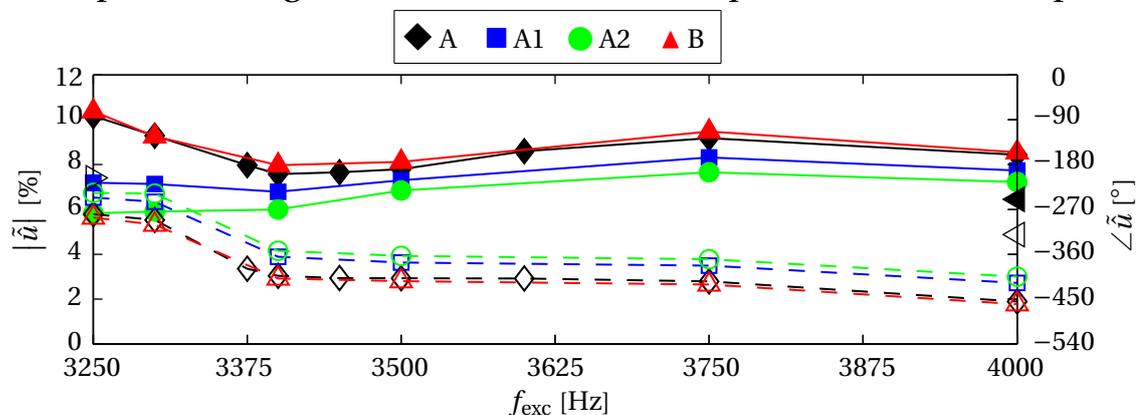


Abbildung 7.6: Geschwindigkeitsfluktuation im Bereich der Verdampfung (— Amplitude, -- Phase)

ab, nimmt aber leicht mit sinkender Flammenlänge ab, also von Lastpunkt A/B über A1 zu A2. Dies kann wiederum mit der homogeneren Schallgeschwindigkeitsverteilung und dem damit verbundenen geringeren axialen Gradienten der Druckfluktuationen erklärt werden. Die Phase der Geschwindigkeitsfluktuationen zeigt im Bereich von ca. 3300 Hz einen Phasenabfall von über 90° , welcher ebenfalls im Druckverlauf zu beobachten ist. Der starke Zusammenhang der beiden Verläufe ergibt sich, da sie über die Impulserhaltung direkt aneinander gekoppelt sind. Für den Anregungsfall mit longitudinalem Charakter bei 3250 Hz ergibt sich ein deutlicher Unterschied der Amplitude und Phase im Vergleich zur transversalen Anregung auf Grund des unterschiedlichen axialen Verlaufs, welcher detailliert im Anhang G beschrieben wird, sowie der höheren Druckamplitude. Die Geschwindigkeitsamplitude beträgt 36% und ist aus Skalierungsgründen nicht mehr in dem Diagramm dargestellt. Auch das Verhalten bei Variation von \tilde{f} bei 4000 Hz stimmt mit den Erwartungen überein. Die Phase liegt wiederum im Bereich der Phase von 3250 Hz bei $\tilde{f} = 1$ und ist deutlich unterschiedlich zur Anregung mit gleicher Frequenz (4000 Hz) aber unterschiedlichem \tilde{f} .

Nach der Vorstellung des Verhaltens der akustischen Fluktuationen im Bereich der Verdampfung werden im Folgenden nun die Verdampfungsraten von MMH und NTO analysiert. Abbildung 7.7 zeigt die Amplituden und Phasen der Fluktuationen der MMH-Verdampfungsrate für verschiedene Anregfrequenzen

sowie Lastpunkte. Beim Lastpunkt A bewegt sich die Amplitude konstant im Bereich von 3%. In der Phase ist ein signifikanter Abfall von über 90° bei einer Frequenz von ca. 3300 Hz erkennbar, ab 3750 Hz fällt sie linear ab. Ein ähnliches Verhalten war auch bei den Phasen der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen in den Abbildungen 7.5 und 7.6 zu erkennen. Zwischen den

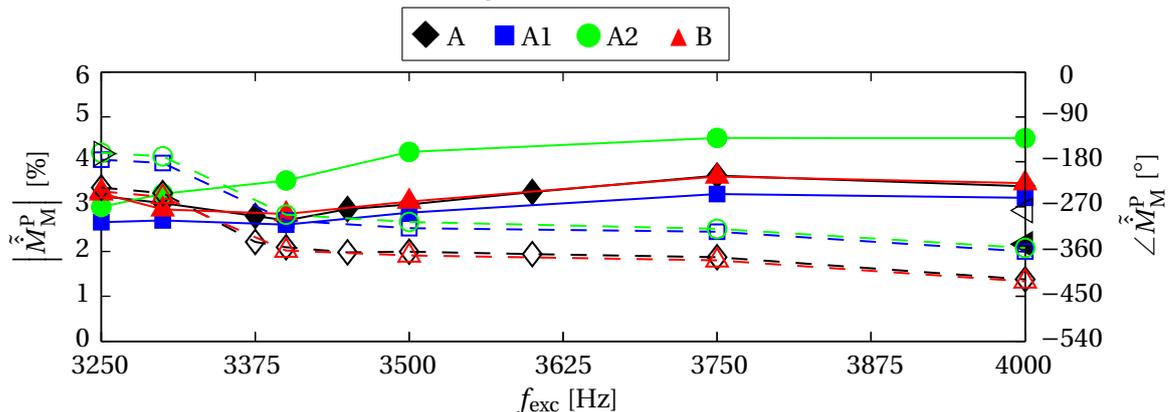


Abbildung 7.7: Fluktuation der MMH-Verdampfungsrate (— Amplitude, -- Phase)

Lastpunkten A und B sind kaum Unterschiede zu erkennen, was bedeutet, dass eine Änderung des Massenstroms sowie damit einhergehend des mittleren Brennkammerdruckes keinen Einfluss auf die dynamische Antwort der Verdampfungsrate hat. Der Verlauf der Amplitude von Lastpunkt A1 ist sehr ähnlich zum Verlauf bei den Lastpunkten A und B. Die Phase ist jedoch um ca. 45° oberhalb der Phase von Lastpunkt A. Die Amplitude von Lastpunkt A2 zeigt eine deutlichere Frequenzabhängigkeit und steigt signifikant von 3% bei 3250 Hz auf 4.5% bei 4000 Hz an. Die Phase ist hingegen sehr ähnlich zu Lastpunkt A1. Dieses Verhalten ist weder zu der oben beschriebenen Frequenz- und Lastpunktabhängigkeit der Druck- noch der Geschwindigkeitsfluktuationen konsistent. Die Ursache der Fluktuation der Verdampfungsrate des MMH ergibt sich somit aus der Überlagerung von Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen. Aus den Kapiteln 4 und 5 ist ebenfalls bereits bekannt, dass die Verdampfungsrate von MMH durchaus signifikant durch die Verdampfungsrate des NTO beeinflusst wird.

Für die Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter (dreieckige Symbole bei 3250 Hz) ergeben sich deutlich abweichende Ergebnisse. Die Amplitude steigt im Vergleich zur Anregung von transversalen Druckfluk-

tuationen von 3% auf 12% an. Auch dieser Wert ist aus Skalierungsgründen nicht mehr dargestellt. Die Phase ändert sich um 90° . Dadurch ist deutlich der Einfluss der Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Verdampfungsrate zu erkennen, da die Anregung mit transversalem und longitudinalem Charakter zwar die gleiche Phase der Druck-, aber auf Grund der verschiedenen Modenformen unterschiedliche Werte bei den Geschwindigkeitsfluktuationen haben. Für die Anregung von transversalen Druckfluktuationen bei 4000 Hz und $\tilde{f} = 1$ ergibt sich eine deutlich reduzierte Amplitude im Vergleich zur Anregung mit $\tilde{f} = 1.23$ und ebenfalls eine geänderte Phase, welche nun wieder ähnlich der Phase von 3250 Hz ist. Dieses Verhalten ist konsistent zu den Beobachtungen bei den Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen.

Amplitude und Phase der Fluktuation der NTO-Verdampfungsrate sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Im Vergleich zur Verdampfung des MMH ist die dynamische Antwort hier erheblich schwächer. Die Amplituden liegen für die Lastpunkte A und B im Bereich von 0.5%, wobei wiederum das Verhalten der beiden Lastpunkte sehr ähnlich ist. Mit schnellerer Verdampfung, also kürzer

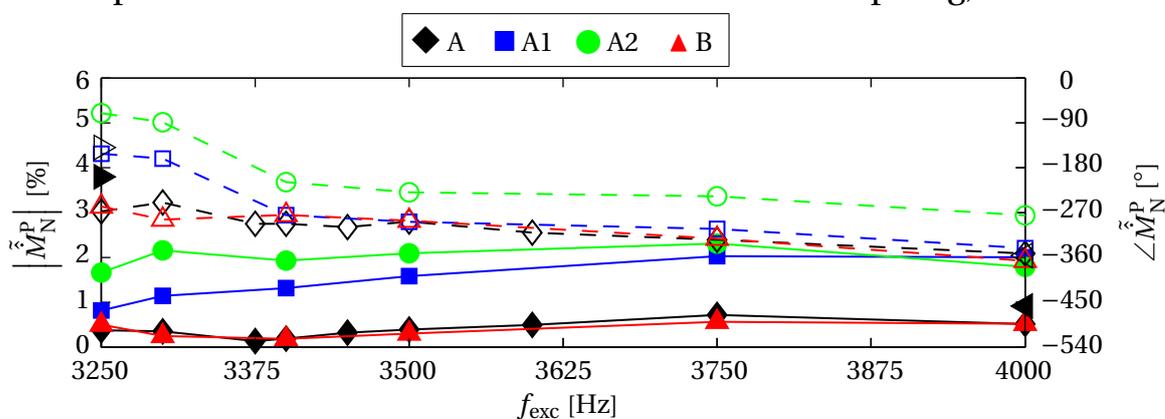


Abbildung 7.8: Fluktuation der NTO-Verdampfungsrate (— Amplitude, -- Phase)

werdender Flamme bei den Lastpunkten A1 und A2, steigt die Amplitude auf 1.5% bis 2.0% an. Die Phasen der Lastpunkte A, B und A1 sind oberhalb von 3375 Hz sehr ähnlich und zeigen einen linearen Verlauf mit einem Zeitverzug von ca. 0.3 ms. Die Phase von Lastpunkt A2 ist hierzu um ca. 90° versetzt. Dieses Verhalten ist weder alleine mit den Druck- noch mit den Geschwindigkeitsfluktuationen zu erklären, was ein weiteres Indiz dafür ist, dass beide die Ursache für die Fluktuationen der Verdampfungsrate sind. Interessant ist noch das Mi-

nimum der Amplitude von Lastpunkt A bei ca. 3400 Hz. Die zu dieser Frequenz gehörende Periodendauer hat die selbe Größenordnung wie die Tropfenverdampfungszeit (Tabelle 3.2). Die Amplitude der NTO-Verdampfung steigt bei Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter deutlich an und die Phase ändert sich stark, was wiederum konsistent zu den Ergebnissen der Geschwindigkeitsfluktuationen ist. Die Anregung mit $\tilde{f} = 1$ bei 4000 Hz liefert hier sehr ähnliche Ergebnisse zu $\tilde{f} = 1.23$, was nicht mit den Druck- oder Geschwindigkeitsfluktuationen konsistent ist und zurzeit nicht erklärt werden kann.

Zusammenfassend kann für die Verdampfungsraten festgestellt werden, dass sie sowohl durch Druck- als auch Geschwindigkeitsfluktuationen beeinflusst werden und somit stark von der Form der akustischen Mode abhängen, da diese das lokale Verhältnis der akustischen Fluktuationen bestimmt. Die exakte Evaluierung des jeweiligen Beitrages ist jedoch auf Grund des komplexen Zusammenspiels u. a. der Anregefrequenz, Modenform, Tropfendurchmesser sowie der gegenseitigen Beeinflussung der Verdampfungsraten sehr aufwändig.

7.3.3.2 Wärmefreisetzung

Nach der Untersuchung der Verdampfungsraten im vorherigen Abschnitt wird nun der Einfluss der Druck- und longitudinalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Wärmefreisetzung der Verbrennung sowie der Dissoziation des Wassers untersucht. Dies entspricht den beiden Reaktionen im betrachteten Mechanismus, welcher in Abschnitt 2.2 vorgestellt wurde. Eine direkte Korrelation zu den oben beschriebenen Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen im Bereich der Verdampfung, wie es bei den Verdampfungsraten beschrieben wurde, ist hier nicht sinnvoll, da sich, wie im Anhang D gezeigt wurde, die Wärmefreisetzungsraten und damit auch deren Fluktuationen über das gesamte Berechnungsgebiet erstrecken. Erst im folgenden Abschnitt 7.3.4 wird dann der axiale Verlauf für ausgewählte Lastpunkte und Frequenzen genauer untersucht.

In Abbildung 7.9 sind Amplitude und Phase der bekannten Anregungsfälle für die Fluktuation der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion gezeigt. Lastpunkt A, welcher wieder ein sehr ähnliches Verhalten zu Lastpunkt B aufweist, zeigt einen Abfall der Amplitude wie auch der Phase im Bereich von

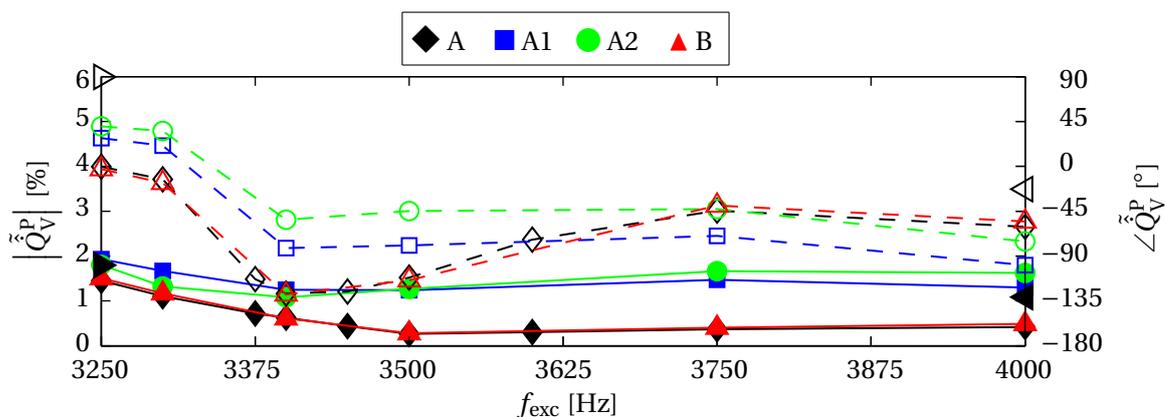


Abbildung 7.9: Fluktuation der Verbrennungsreaktion (— Amplitude, -- Phase)

ca. 3300 Hz, wobei die Phase bei höheren Frequenzen wieder ansteigt. Die Lastpunkte A1 und A2 zeigen insbesondere bei höheren Frequenzen signifikant höhere Amplituden und der Phasenanstieg bei höheren Frequenzen tritt nicht auf, sondern die Phase bleibt auf dem gleichen Niveau nach dem Abfall um die 3300 Hz. Während die longitudinale Anregung bei den Verdampfungsra-ten stark verstärkend wirkt, bleibt die Amplitude der Verbrennungsreaktion nahezu unverändert. Die Phase hingegen ändert sich um 90° . Bei Anregung mit transversalem Charakter und 4000 Hz und $\tilde{f} = 1$ erhöht sich die Amplitude deutlich, die Phase ändert sich leicht, wobei die Werte wiederum in Richtung der Ergebnisse bei einer Anregung mit 3250 Hz und $\tilde{f} = 1$ tendieren.

Abbildung 7.10 zeigt die Amplitude und Phase der Fluktuation der Wärmefrei-setzung durch die Dissoziationsreaktion. Ein deutlicher Abfall der Amplitude

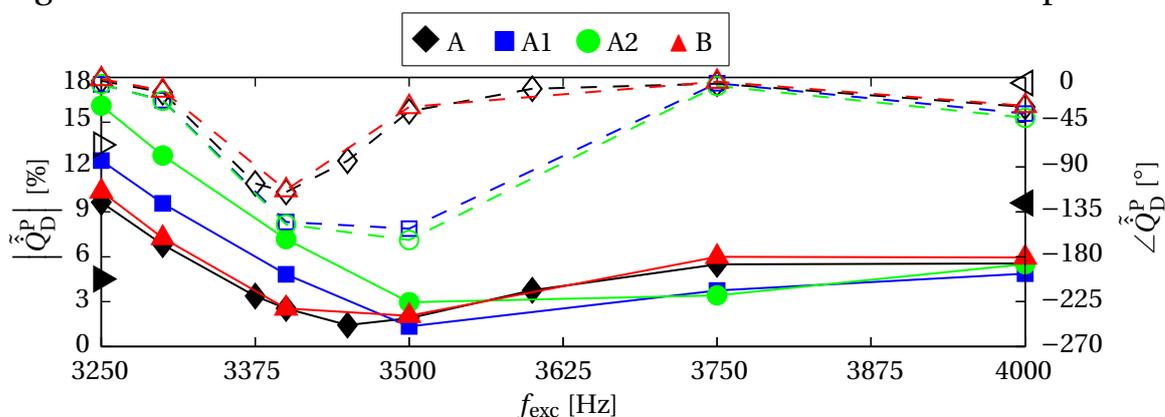


Abbildung 7.10: Fluktuation der Dissoziationsrate (— Amplitude, -- Phase)

bei 3300 Hz ist bei allen Lastpunkten sichtbar. Lastpunkte A und B unterschei-

den sich wiederum kaum, mit kürzer werdender Flamme ist das Minimum schwächer ausgeprägt (Lastpunkte A1 und A2), wobei sich die Position bei kürzerer Flamme leicht zu höheren Frequenzen verschiebt. Die Phasen unterscheiden sich insbesondere bei mittleren Frequenzen, was der Änderung der Position des Amplitudenminimums entspricht. Die Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter bewirkt eine deutliche Reduktion der Amplitude sowie eine signifikante Phasenänderung. Bei Anregung mit 4000 Hz und $\tilde{f} = 1$ ergeben sich ähnliche Ergebnisse wie bei 3250 Hz und $\tilde{f} = 1$.

Auch für die Fluktuationen der Wärmefreisetzungsraten lässt sich eine deutliche Abhängigkeit von der Modenform wie auch dem Lastpunkt erkennen. Um einen genaueren Einblick hierin zu bekommen und um die vorgestellten Ergebnisse besser zu verstehen, wird im Folgenden nun die axiale Verteilung der Fluktuationen untersucht, da sich die Wärmefreisetzungszonen über fast das gesamte Berechnungsgebiet erstrecken (siehe Abschnitt 3.2).

7.3.4 Analyse der axialen Verteilung

Zur Analyse der axialen Verläufe der relativen und absoluten Fluktuationen von Druck, Druckgradient, Geschwindigkeit sowie der Wärmefreisetzungsraten von Verbrennung und Dissoziation werden drei verschiedene Anregungsfälle des Lastpunktes A betrachtet. Zwei unterschiedliche Frequenzen (3250 Hz mit $\tilde{f} = 1$ (schwarz) und 4000 Hz mit $\tilde{f} = 1.23$ (grün)) mit einer Druckerregung mit transversalem Charakter werden untersucht ebenso wie die Antwort auf eine Druckerregung mit longitudinalem Charakter bei 3250 Hz (blau). Zusätzlich ist noch der Lastpunkt A1 mit Druckfluktuationen bei einer Frequenz von 3250 Hz mit transversalem Charakter sowie $\tilde{f} = 1$ dargestellt (rot). Mit der getroffenen Auswahl werden Variationen der Parameter Anregungsfrequenz bzw. Verhältnis der Anregungsfrequenz zur Cut-On-Frequenz, Lastpunkt und Modenform abgebildet. Relative Amplituden, welche auf den jeweiligen zeitlichen Mittelwert bezogen sind, werden als durchgezogene Linien dargestellt und die Phasenverläufe bzw. absoluten Amplituden sind in den entsprechenden Diagrammen als gestrichelte Linien eingezeichnet. Die Fluktuationen von Druck und Geschwindigkeit werden an 24 Punkten von 12.5 mm bis 300 mm stromab der Einspritzebene betrachtet. Die einzelnen Punkte haben somit einen Abstand von 12.5 mm und

liegen in der Mitte bzw. auf den Rändern der Segmente aus Abbildung D.5 im Anhang. Die Wärmefreisetzungsraten der Verbrennungsreaktion und Dissoziation werden in diesen 12 gleich großen Segmenten (siehe Abbildung D.5 im Anhang) als Volumenintegral ausgewertet und sind an den Mittelpunkten der jeweiligen Segmente dargestellt.

Abbildung 7.11 zeigt die Verläufe der relativen Druckfluktuationen. Da der mittlere Druck im gesamten Berechnungsgebiet annähernd konstant ist, entsprechen die dargestellten Verläufe auch den absoluten Druckfluktuationen. Es

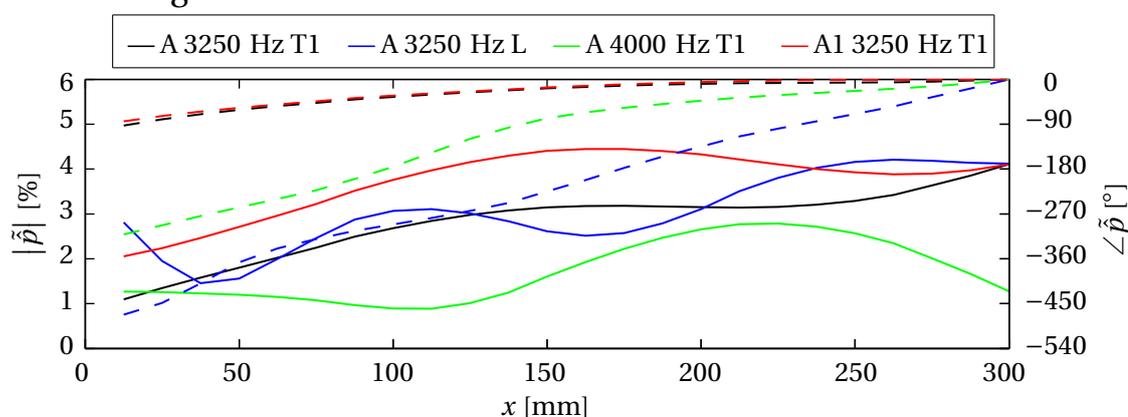


Abbildung 7.11: Vergleich der axialen Verläufe der Druckfluktuationen für verschiedene Anregungsfälle (— Amplitude, -- Phase)

ist deutlich der Einfluss einer inhomogenen mittleren Strömung auf den axialen Verlauf der akustischen Fluktuationen zu erkennen. Dieser wird in Anhang G.2 erläutert. Bei Anregung mit 4000 Hz und $\tilde{f} = 1.23$ ergibt sich ein Amplituden- und Phasenverlauf, welcher ebenfalls einen signifikanten Longitudinalanteil aufweist. Dieser ist jedoch geringer als bei rein longitudinaler Anregung. Beim Lastpunkt A1 ergibt sich der gleiche Phasenverlauf wie beim entsprechenden Anregungsfall des Lastpunktes A. Die Amplitude fällt jedoch entgegen der axialen Strömungsrichtung schwächer ab, da die mittlere Schallgeschwindigkeit durch die kürzere Flamme erhöht ist.

Amplitude und Phase des Gradienten in axialer Richtung der komplexen Druckamplitude sind in Abbildung 7.12 dargestellt. Diese werden sowohl durch eine in axialer Richtung variierende Druckamplitude als auch -phase beeinflusst und wurden direkt aus den komplexen Druckamplituden berechnet. Interessant ist hier der Verlauf der Anregungsfälle mit $\tilde{f} = 1$ für die beiden unter-

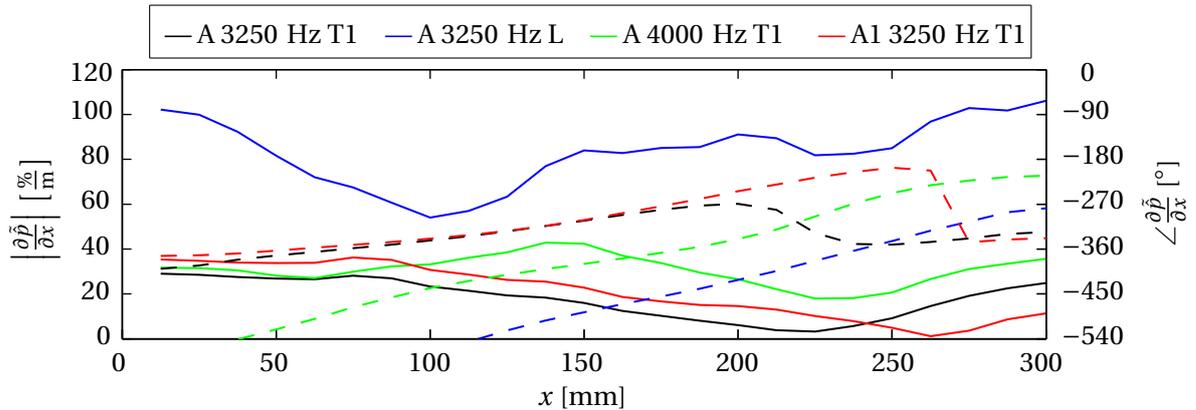


Abbildung 7.12: Vergleich der axialen Verläufe der Fluktuationen des Druckgradienten für verschiedene Anregungsfälle (— Amplitude, -- Phase)

schiedlichen Lastpunkte (schwarz und rot). Im Bereich von $x = 250$ mm treten hierbei Minima in der Amplitude und Phasensprünge von ca. 150° auf. Die Phase der Druckverläufe ist in diesem Bereich konstant bei annähernd null. Die Verläufe der Druckgradienten ergeben sich somit rein durch die Verläufe der Druckamplituden, welche in diesem Bereich einen Sattelpunkt bzw. ein lokales Minimum aufweisen. Bei höherem Longitudinalanteil des Druckes (also Anregung mit longitudinalem Charakter (blau) bzw. höherem \tilde{f} (grün)) fällt auf, dass die Phase des Druckgradienten ähnlich der Phase des Druckes ist, jedoch um ca. 180° bzw. 270° verschoben. Die insgesamt größten Amplituden des Druckgradienten ergeben sich bei Anregung mit longitudinalem Charakter. Dieser direkte Zusammenhang ist in der linearisierten Impulserhaltungsgleichung bzw. in den Ansatzfunktionen der axialen Verläufe der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen in Abschnitt 2.3.1 zu erkennen.

Der räumliche Gradient der Druckfluktuationen bestimmt die akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen. Die Verläufe der relativen Geschwindigkeitsfluktuationen sind in Abbildung 7.13 dargestellt. Diese werden ebenfalls im Anhang G.2 analysiert. Auffallend ist der starke Anstieg nahe der Einspritzebene, welcher auf die dort erheblich geringeren mittleren Geschwindigkeiten zurück zu führen ist. Die relativ großen Unterschiede der Phasenwerte der entsprechenden Anregungsfälle der Lastpunkte A und A1 kurz vor dem Ende des Berechnungsgebietes wurden bereits mit Hilfe des Druckgradienten erläutert. Entsprechend den stärksten Druckgradienten für longitudinale Anregung

ergeben sich hier auch die höchsten Geschwindigkeitsfluktuationen.

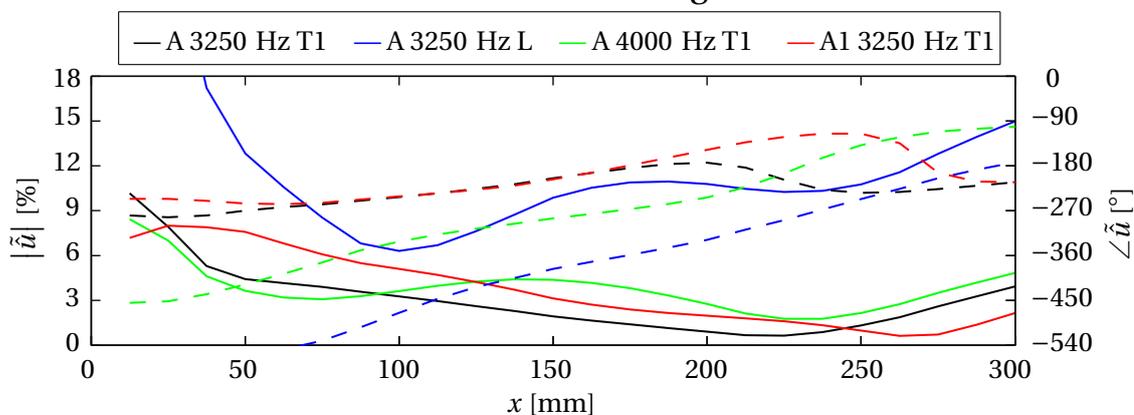


Abbildung 7.13: Vergleich der axialen Verläufe der Geschwindigkeitsfluktuationen für verschiedene Anregungsfälle (— Amplitude, -- Phase)

Abbildung 7.14 zeigt nun im Vergleich die relativen (durchgezogene Linien) und absoluten (gestrichelte Linien) Geschwindigkeitsfluktuationen. Die größten Unterschiede treten im Bereich nahe der Einspritzebene auf, da sich hier die mittleren Geschwindigkeiten stark ändern. Der bei den relativen Fluktuationen beobachtete Anstieg tritt bei den absoluten Fluktuationen nicht mehr auf.

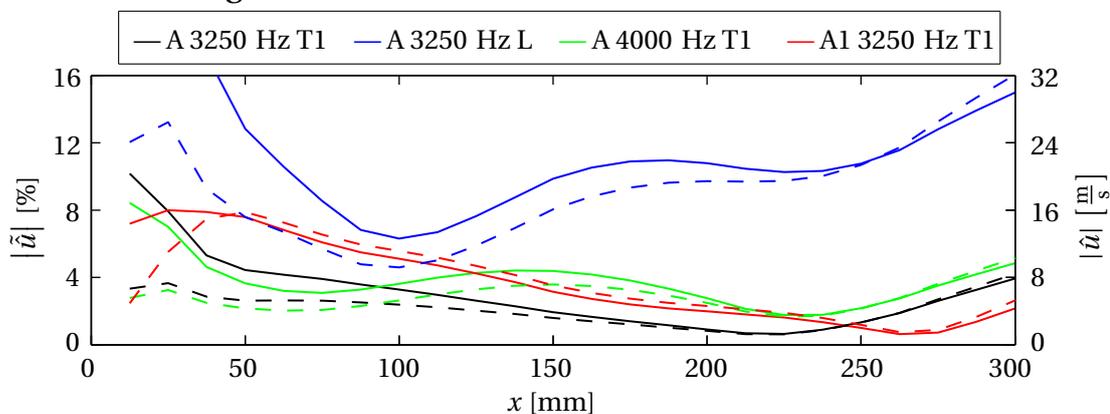


Abbildung 7.14: Vergleich der axialen Verläufe der relativen (—) und absoluten (--) Geschwindigkeitsfluktuation für verschiedene Anregungsfälle

Amplitude und Phase der relativen Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungsreaktion sind in Abbildung 7.15 dargestellt. Bei Anregung mit transversalem Charakter und einer Frequenz von 3250 Hz wird die Amplitude im Bereich von 100 mm (Lastpunkt A) bzw. 60 mm (Lastpunkt A1) stromab der

Einspritzebene maximal, bei 4000 Hz bei ca. 180 mm. Die Phase bei transversaler Anregung des Lastpunktes A und 3250 Hz folgt stark dem in Abbildung 7.11 vorgestellten Verlauf der Phase des Drucks. Sie liegt fast konstant bei 0° und fällt nur leicht zur Einspritzebene hin ab. Eine analoge Aussage gilt für den Lastpunkt A1, hier ergibt sich jedoch ein leichter Anstieg der Phase zur Einspritzebene hin. Je höher der Longitudinalanteil ist (also 4000 Hz T1, dann 3250 Hz L), desto stärker ändert sich die Phase im axialen Verlauf. Dies ist konsistent mit den Verläufen der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen. Durch die starke Änderung der Phase bei höherem Longitudinalanteil kann auch der starke Abfall der integralen Amplituden der Wärmefreisetzungsfuktuationen der Verbrennungsreaktion mit steigender Frequenz (siehe Abbildung 7.9) erklärt werden, da sich durch die in axialer Richtung variierende Phase Fluktuationen in unterschiedlichen räumlichen Gebieten teilweise bei der Integration aufheben.

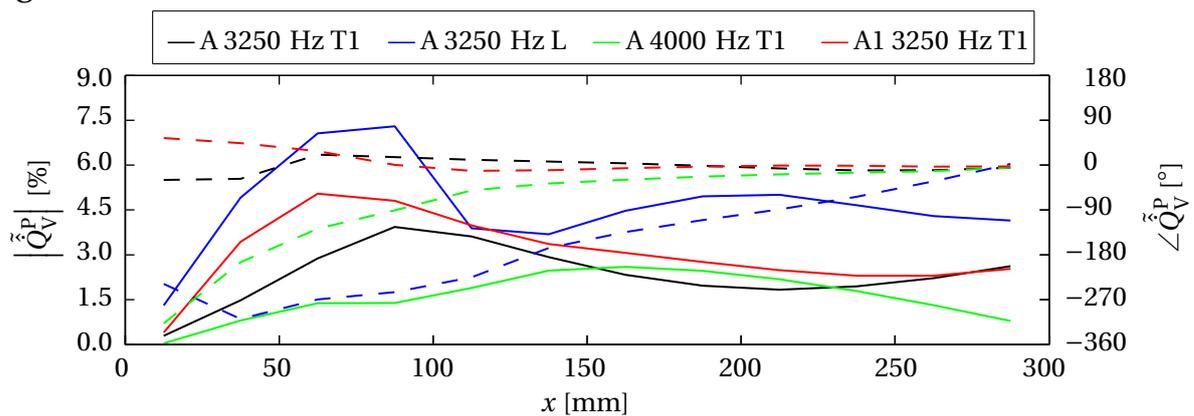


Abbildung 7.15: Vergleich der axialen Verläufe der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion für verschiedene Anregungsfälle (— Amplitude, -- Phase)

Da sich die lokale Wärmefreisetzung stark in axialer Richtung ändert, werden auch hierfür die relativen und absoluten Amplituden verglichen (Abbildung 7.16). Bei den absoluten Amplituden verschiebt sich die Lage des Maximum für alle Anregungsfälle in den Bereich um 50 mm stromab der Einspritzebene. Dies ist auf die dort erheblich höhere mittlere Wärmefreisetzung zurück zu führen. Diese ist im ersten Segment maximal (siehe Anhang D), weshalb auch dort signifikante absolute Fluktuationen auftreten, obwohl die relativen Fluktuationen dort minimal sind. Auf Grund der in Strömungsrichtung abfal-

lenden mittleren Wärmefreisetzung fallen dann die absoluten Amplituden in Strömungsrichtung ab bzw. bleiben auf einem niedrigen Niveau.

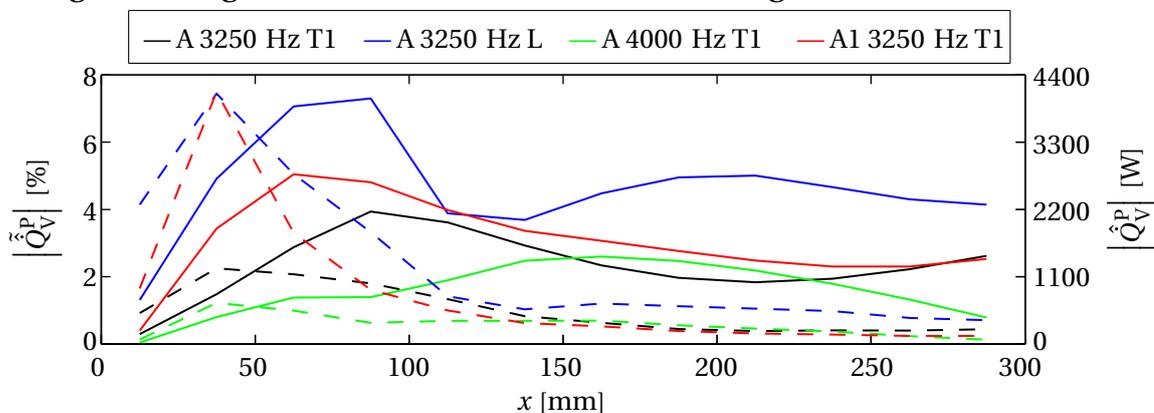


Abbildung 7.16: Vergleich der axialen Verläufe der relativen (—) und absoluten (---) Wärmefreisetzungsfrequenzen der Verbrennungsreaktion für verschiedene Anregungsfälle

Amplitude und Phase der relativen Fluktuationen der Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion sind in Abbildung 7.17 dargestellt. Die Phasenverläufe sind wiederum ähnlich derjenigen der Druckfluktuationen. Es treten zwei Positionen mit hohen Amplituden auf. Die erste ist sehr nah an der Einspritzebene, die andere weiter stromab nahe des Ende des Berechnungsgebietes. Die Verläufe der Amplituden passen gut zu den räumlichen Verläufen der Druckfluktuationen aus Abbildung 7.11. Dies legt den Schluss nahe, dass die im Simulationsmodell durch einen Arrhenius-Ansatz (siehe Abschnitt 2.1) modellierte Reaktion durch die mit den Druckfluktuationen einhergehenden Temperaturfluktuationen moduliert wird.

Abbildung 7.18 vergleicht die relativen und absoluten Amplituden der Wärmefreisetzungsraten der Dissoziation. Die mittlere Wärmefreisetzungsraten steigt stetig in Strömungsrichtung an (siehe Anhang D), sodass dadurch auch die absoluten Amplituden in Strömungsrichtung anwachsen.

In diesem Abschnitt wurden die axialen Verläufe von Druck, Geschwindigkeit sowie der Wärmefreisetzungsraten präsentiert. Um die beschriebenen qualitativen Zusammenhänge zu quantifizieren, werden nun aus den Verläufen Transferfunktionen gebildet, welche die komplexen Amplituden der Wärmefreisetzungsraten zu den entsprechenden Werten der akustischen Fluktuationen

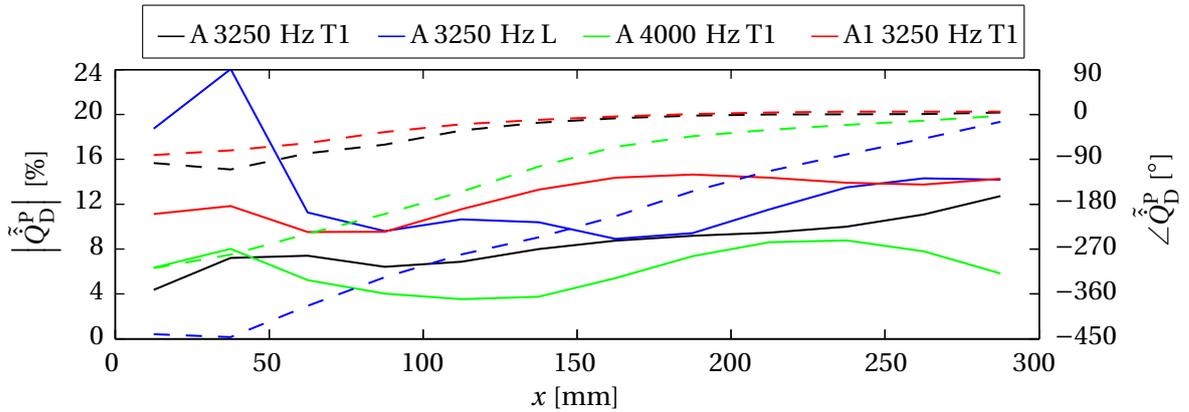


Abbildung 7.17: Vergleich der axialen Verläufe der Wärmefreisetzungsfuktuationen der Dissoziationsreaktion für verschiedene Anregungsfälle (— Amplitude, -- Phase)

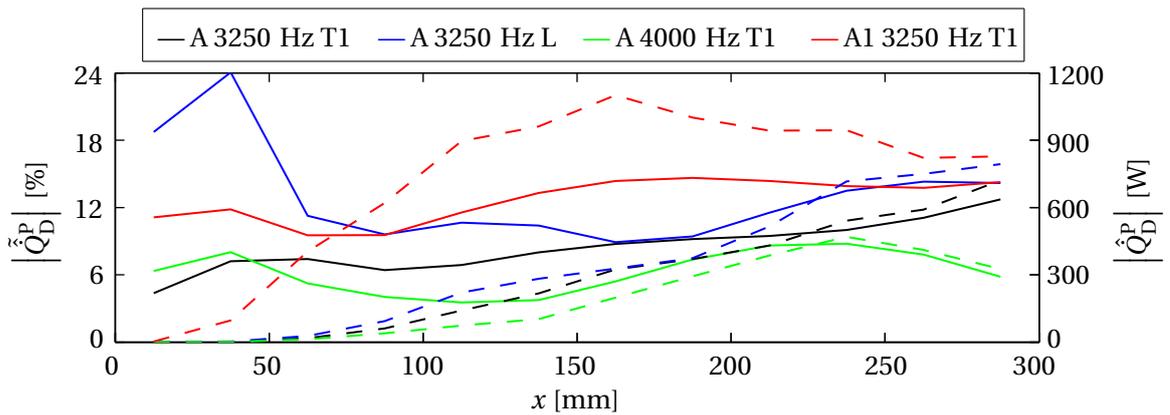


Abbildung 7.18: Vergleich der axialen Verläufe der relativen (—) und (---) absoluten Wärmefreisetzungsfuktuationen der Dissoziationsreaktion für verschiedene Anregungsfälle

korrelieren. Dadurch können dann auch Aussagen über die Ursachen der prä-sentierten Verläufe gemacht werden.

7.3.5 Definition von Transferfunktionen

Im vorherigen Abschnitt 7.3.4 konnte gezeigt werden, dass die Wärmefreisetzung größtenteils vom Druck abhängt sowie deren Dynamik erheblich in axialer Richtung variiert. Daher wird nun eine Flammentransferfunktion definiert, welche die integrale Wärmefreisetzung in einem Segment i zu der Druckfluk-

tuation im Mittelpunkt des Segmentes i korreliert:

$$\text{FTF}_{V/D,P,i}^P = \frac{\tilde{Q}_{V/D}^P(x_i)}{\tilde{p}(x_i)} \quad (7.10)$$

Der Index „V“ weist auf die Verbrennungsreaktion hin, der Index „D“ wird wiederum für die Dissoziationsreaktion verwendet. Mit dem zweiten tiefgestellten Index „P“ wird deutlich gemacht, dass die Wärmefreisetzungsrates zum Druck korreliert wird.

Im Folgenden werden nun diese Transferfunktionen als Funktion der Frequenz für ausgewählte axiale Positionen dargestellt. Die axialen Positionen werden aus den Bereichen mit den maximalen absoluten Amplituden der Wärmefreisetzungsfrequenzen gewählt (siehe Abbildungen 7.16 und 7.18). Zunächst wird die Verbrennungsreaktion für die Lastpunkte A und A1 betrachtet, anschließend wird dann die Dissoziationsreaktion für die gleichen Lastpunkte analysiert. Die Amplituden sind wieder als durchgezogene, die Phasen als gestrichelte Linien dargestellt.

7.3.5.1 Transferfunktion der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion

Abbildung 7.19 zeigt die Transferfunktion der Verbrennungsreaktion für den Lastpunkt A als Funktion der Anregungsfrequenz. Amplitude wie auch Phase variieren nur leicht mit der Frequenz. Die Unterschiede an verschiedenen axialen

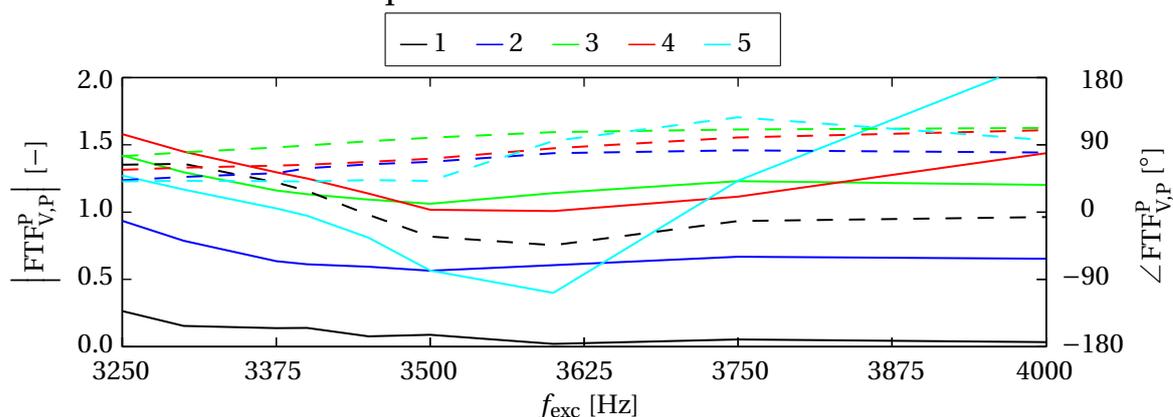


Abbildung 7.19: Flammentransferfunktion der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A (— Amplitude, -- Phase)

Positionen sind erheblich größer als bei einer Variation der Anregungsfrequenz,

wobei die Amplituden tendenziell in Strömungsrichtung ansteigen. Eine Ausnahme bildet hierbei das Segment 5 bei niedrigen Frequenzen. Im ersten Segment ergibt sich eine Phasendrehung um ca. 90° im Bereich von 3400 Hz. Diese Änderung ist ähnlich der Phasenänderung der MMH-Verdampfung in diesem Frequenzbereich (siehe Abbildung 7.7) und deutet somit auf eine Korrelation der Verbrennung mit der MMH-Verdampfung hin. Für die anderen Segmente steigt die Phase in Frequenzrichtung an. Dies kann durch eine nicht exakte räumliche Korrelation der Ursache und Wirkung durch Konvektion bzw. durch die Abbildung der Überlagerung von verschiedenen Kopplungsarten mit unterschiedlichen Zeitverzügen und Amplitudenverläufen entstehen.

Abbildung 7.20 zeigt in Analogie zur vorherigen den Lastpunkt A1. Auch hierbei ist die Abhängigkeit in axialer Richtung erheblich stärker als in Frequenzrichtung. Der Phasenabfall im ersten Segment tritt nicht auf, was auf das unterschiedliche Verhalten der NTO-Verdampfung zurück zu führen sein könnte (siehe Abbildung 7.8). Es gilt die gleiche Aussage bzgl. der ansteigenden Phase wie beim Lastpunkt A. Die Amplituden sind beim Lastpunkt A tendenziell geringer als bei A1.

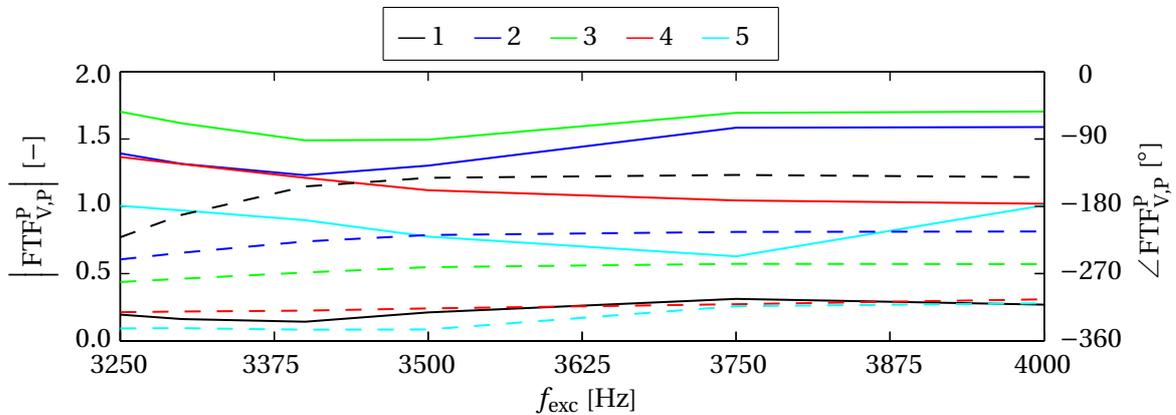


Abbildung 7.20: Flammentransferfunktion der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A1 (— Amplitude, -- Phase)

Im Anhang H.2 sind Transferfunktionen für die Korrelation der Fluktuationen der Wärmefreisetzung der Verbrennung zum lokalen Druckgradienten bzw. zur lokalen Geschwindigkeitsfluktuation gezeigt, wobei sich letztlich keine räumlich einheitlichen und bzgl. der Frequenzabhängigkeit einfach zu modellierenden Transferfunktionen ergeben. Die entsprechenden Konsequenzen für die Modellierung der Druckkopplung werden im folgenden Abschnitt 7.4

vorgestellt und diskutiert.

7.3.5.2 Transferfunktion der Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion

In Analogie zur Verbrennungsreaktion wird nun die Transferfunktion zwischen der Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion sowie den Druckfluktuationen gebildet. Abbildung 7.21 zeigt hierzu den Lastpunkt A. Die Phase liegt

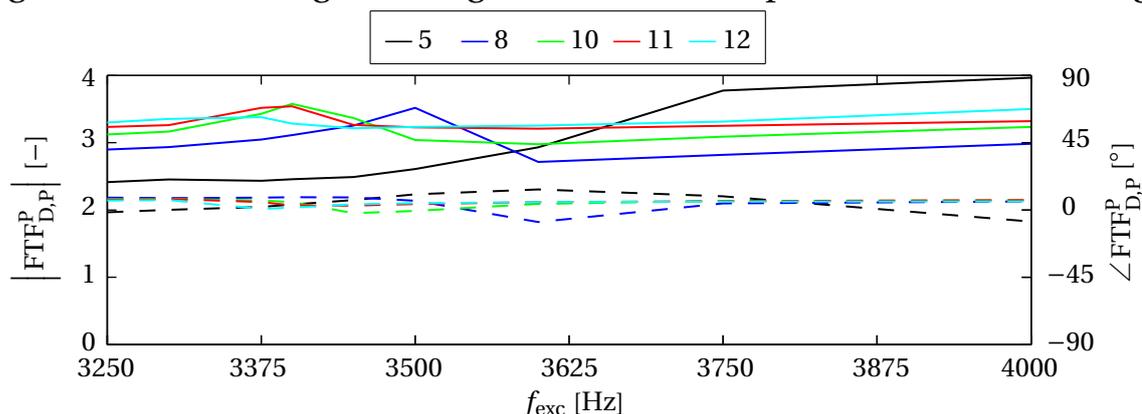


Abbildung 7.21: Flammentransferfunktion der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A (— Amplitude, -- Phase)

frequenzunabhängig bei null und die Amplitude hat ebenfalls unabhängig von der Frequenz Werte etwas größer als drei. Lediglich im Segment 5 ergibt sich eine stärkere Frequenzabhängigkeit, wobei die absoluten Amplituden hier noch sehr gering sind, wie in Abbildung 7.18 gezeigt wird. Es lässt sich somit ein direkter Zusammenhang zwischen den Fluktuationen der Dissoziationsreaktion sowie den lokalen Druckfluktuationen bilden. Dieser ist nahezu unabhängig von der Frequenz sowie der axialen Position.

Abbildung 7.22 zeigt nun den Lastpunkt A1, wobei auch hier wieder Amplitude und Phase unabhängig von der Frequenz sind und ähnliche Werte wie bei Lastpunkt A haben.

7.4 Modellierung der Druckkopplung

Im vorherigen Abschnitt 7.3.5 konnte gezeigt werden, dass die räumliche Abhängigkeit der Dynamik erheblich stärker ist als deren Frequenzabhängigkeit. Sie muss daher bei der Modellierung der Druckkopplung zur Untersuchung

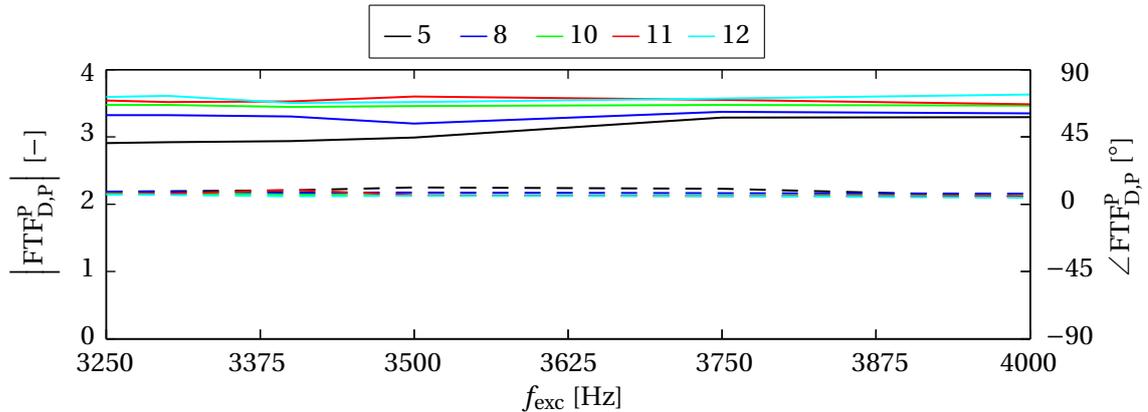


Abbildung 7.22: Flammentransferfunktion der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A1 (— Amplitude, -- Phase)

des Stabilitätsverhaltens des gesamten Triebwerkes berücksichtigt werden. Im Frequenzbereich können hierzu Polynome an die aus Frequenz- und Raumrichtung aufgespannten Ebenen für den Real- und Imaginäranteil der Transferfunktionen gefittet werden (siehe hierzu Abschnitt 2.5). Dies stellt bei den hier gezeigten glatten Verläufen keine Schwierigkeit dar und wird deshalb nicht explizit ausgeführt.

Im Zeitbereich ergibt sich die Herausforderung durch die große Anzahl an Filtern, die zur Abbildung der räumlichen Abhängigkeit benötigt werden. Zusätzlich kommt hinzu, dass die ansteigende Phase nur schwierig mit dem allgemeinen Ansatz für digitale Filter im Zeitbereich aus Abschnitt 2.5 beschrieben werden kann [49]. Eine Modellierung des gesamten charakterisierten Frequenzbereiches wäre zwar wünschenswert, erfordert wegen der genannten Gründe allerdings einen hohen Aufwand. Daher wird die Abbildung mittels eines axial abhängigen aber in der Frequenz konstanten Verstärkungsfaktors und eines konstanten Zeitverzuges (siehe Gleichung 2.74) angestrebt, da diese auf triviale Weise aus den Amplituden und Phasen der Transferfunktionen der verschiedenen axialen Positionen bestimmt werden können. Die Auswirkungen auf die Abbildung der Frequenzabhängigkeit werden im Folgenden erläutert.

Es werden nun der Verstärkungsfaktor sowie der Zeitverzug an den verschiedenen axialen Positionen für die beiden Lastpunkte A und A1 vorgestellt. Anschließend wird das sich ergebende Rayleigh-Integral aus der CFD mit dem Rayleigh-Integral aus der Modellierung mittels eines lokalen, aber frequenzun-

abhängigen Zeitverzugmodells verglichen. Hierdurch kann eine Aussage über die Qualität des Modellierungsansatzes gemacht werden. Das Integral ist dabei ausgehend von Gleichung 2.53 und analog zum Abschnitt 4.4 folgendermaßen definiert:

$$\tilde{Ra}_{V,i}^P = \frac{Ra_{V,i}^P}{0.5 \cdot \bar{Q} \cdot \bar{p}} = \frac{\bar{Q}_{V,i}}{0.5 \cdot \bar{Q}} \cdot \Re \left(\tilde{Q}_{V,i}^P \cdot \tilde{p}^*(x_i) \right) \quad (7.11)$$

Die Bedeutung der Indizes ist dabei wie folgt:

- P : Zugehörigkeit zur Druckkopplung
- v : Wärmefreisetzungsrates der Verbrennungsreaktion
- i : Laufende Nummer des betrachteten Segmentes aus Abbildung D.5.

Das Rayleigh-Integral gilt in entsprechender Weise auch für die Dissoziationsreaktion. Dann wird der Index „V“ durch „D“ ersetzt. In dieser Form können die Werte der einzelnen Segmente direkt zum Gesamtwert des Injektors aufsummiert werden, wobei \bar{Q} die integrale Wärmefreisetzungsrates beider Reaktionen im gesamten Berechnungsgebiet ist.

7.4.1 Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion

Die entsprechenden Werte des axial variierenden aber frequenzunabhängigen Zeitverzugmodells sind in Abbildung 7.23 gezeigt, wobei sowohl Verstärkungsfaktor wie auch Zeitverzug bei einer Frequenz von 3250 Hz gebildet wurden. Die Amplituden liegen im Bereich von 0.5 bis 1.5, wobei die Maxima bei beiden Lastpunkte zwischen 50 mm und 100 mm liegen. Der Zeitverzug sinkt leicht in axialer Richtung und liegt bei -0.2 ms bis -0.3 ms. Eine physikalische Interpretation dieses Zeitverzuges ist auf Grund der Überlagerung der verschiedenen Phänomene schwierig.

Die Rayleigh-Integrale für den Lastpunkt A sind in Abbildung 7.24 dargestellt. Die durchgezogenen Linien geben die Werte in den ausgewählten Segmenten an, welche sich aus den CFD-Simulationen ergeben. Die Rautensymbole stehen für die Rayleigh-Integrale in den jeweiligen Segmenten, welche sich durch die Modellierung mittels des Zeitverzugmodells ergeben. Die schwar-

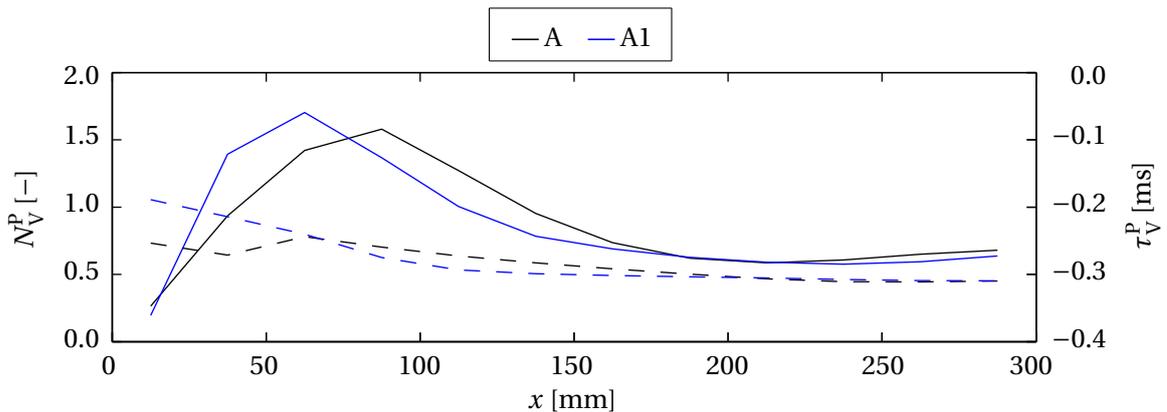


Abbildung 7.23: Verstärkungsfaktor (—) und Zeitverzug (---) als axiale Verteilung für die Verbrennungsreaktion

ze gestrichelte Linie stellt das Rayleigh-Integral im gesamten Injektorbereich dar, welches sich aus der Summe über alle Segmente ergibt. Die schwarzen Kreissymbole wiederum entsprechen der Modellierung mittels des Zeitverzugmodells. Für die gewählte Frequenz von 3250 Hz ergibt sich eine exakte Übereinstimmung sowohl auf lokaler Ebene in den einzelnen Segmenten wie auch im gesamten Injektor. Die Abweichungen wachsen zunächst mit steigendem Abstand von der gewählten Frequenz an. Bei 4000 Hz ergibt sich global gesehen wiederum eine recht gute Übereinstimmung, was an den ähnlichen Werten der schwarzen Kreise und der gestrichelten Linie zu erkennen ist. Auf lokaler Ebene, erkennbar an den farbigen Linien und Rautensymbolen, ergeben sich jedoch signifikante Abweichungen. Dies bedeutet, dass sich lediglich zufällig die einzelnen Segmente wiederum zum annähernd korrekten globalen Wert addieren. Auffällig ist der starke Abfall des Rayleigh-Integrals aus der CFD mit steigender Frequenz, was in den nächsten Abschnitten noch diskutiert wird.

Bei Betrachtung der Rayleigh-Integrale für den Lastpunkt A1 (Abbildung 7.25) fällt analog zu Abbildung 7.24 die exakte Übereinstimmung bei der gewählten Frequenz auf. Die Abweichungen mit dem Modellierungsansatz nehmen bei größerem Abstand zur Anpassungsfrequenz von 3250 Hz zu. Bei höheren Frequenzen ergibt sich global gesehen in der Simulation sogar ein negatives Rayleigh-Integral, welches durch die schwarze gestrichelte Linie dargestellt ist. Dieses Verhalten kann durch die Modellierung nicht abgebildet werden. Auch dieser Abfall des Rayleigh-Integrals bei steigender Frequenz wird später noch analysiert.

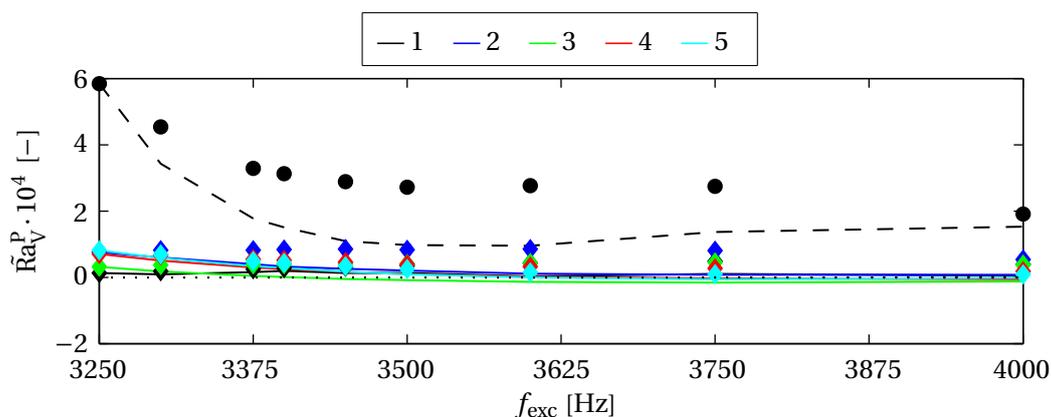


Abbildung 7.24: Rayleigh-Integrale der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A

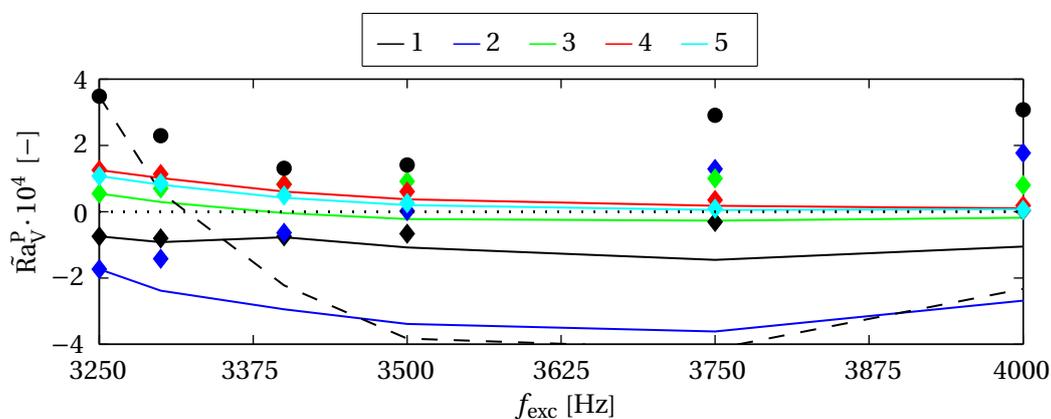


Abbildung 7.25: Rayleigh-Integrale der Verbrennungsreaktion für Lastpunkt A1

Zusammenfassend lässt sich für die Modellierung der Verbrennungsreaktion mittels des Zeitverzugsmodells sagen, dass dieses unabhängig vom Lastpunkt wie erwartet für die gewählte Frequenz exakte Ergebnisse liefert. Bei Stabilitätsanalysen ist die kritische Frequenz in der Regel a priori bekannt und somit kann das Kopplungsmodell entsprechend angepasst werden. Auch bei der Bestimmung von komplexen Eigenfrequenzen ist das gewählte Modell ausreichend, da es im Bereich von 50 Hz und somit bei Wachstumsraten von $\pm 300 \frac{1}{s}$ (siehe Abschnitt 2.5) gute Ergebnisse liefert.

Der starke Abfall des Rayleigh-Integrals mit steigender Frequenz ist bereits tendenziell in den Flammentransferfunktionen (Abbildungen 7.19 und 7.20) zu finden und ist ein Effekt der sich ändernden Modenform. Dies wird durch die Auswertung der in Abschnitt 7.3.4 ebenfalls diskutierten Simulation mit einer Anregungsfrequenz von 4000 Hz und einer relativen Anregungsfrequenz von

$\tilde{f} = 1$ bestärkt. Das sich ergebende Rayleigh-Integral ist dann erheblich größer als bei 4000 Hz und $\tilde{f} = 1.23$, aber fast gleich dem Rayleigh-Integral bei 3250 Hz und $\tilde{f} = 1$. Die relative Anregefrequenz und damit die Modenform bestimmt die Flammenantwort, da bei höherem \tilde{f} der Einfluss der axialen Geschwindigkeitsfluktuationen zunimmt.

7.4.2 Wärmefreisetzung der Dissoziationsreaktion

Nun wird die Modellierung der Fluktuation der Wärmefreisetzungsrates der Dissoziationsreaktion mittels axial abhängigem Zeitverzugsmodell vorgestellt (Abbildung 7.26). Der Zeitverzug wird zu null gewählt ($\tau_D^P = 0$ s), da die lokalen und frequenzabhängigen Transferfunktionen größtenteils keinen Phasenverzug zeigen (siehe Abbildungen 7.21 und 7.22). Der Verstärkungsfaktor variiert stark stromauf von 100 mm und liegt dann im Bereich von drei bis vier, wobei der Lastpunkt A1 leicht höhere Werte liefert. Verstärkungsfaktor wie auch Zeitverzug werden bei einer Frequenz von 3250 Hz bestimmt.

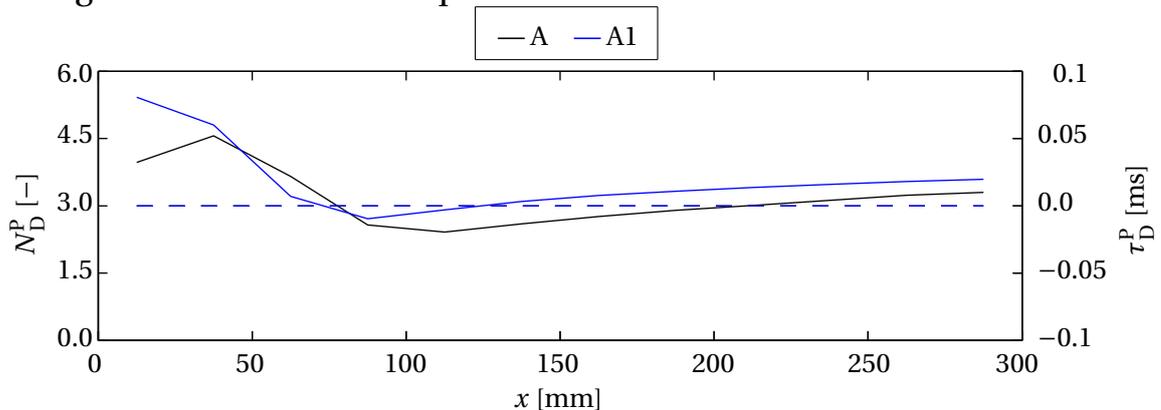


Abbildung 7.26: Verstärkungsfaktor (—) und Zeitverzug (---) als axiale Verteilung für die Dissoziationsreaktion

Abbildung 7.27 zeigt die Rayleigh-Integrale der Dissoziationsreaktion für den Lastpunkt A. Die Bedeutung der Kurven und Symbole ist analog zum vorherigen Abschnitt 7.4.1. Im Gegensatz zur Verbrennungsreaktion liefert das Modell hier eine sehr gute Übereinstimmung bei allen Frequenzen und in allen Segmenten, da die Amplitude der lokalen Flammentransferfunktion im Bereich größter absoluter Wärmefreisetzungsamplituden frequenzunabhängig ist. Ebenso sind die Rayleigh-Integrale für alle Frequenzen negativ, obwohl Druck und Wärmefreisetzung in Phase sind, wodurch die Dissoziationsreaktion dämpfend wirkt,

was letztlich eine Folge des endothermen Charakters der Reaktion ist. Der Absolutwert des Rayleigh-Integrals liegt in einer ähnlichen Größenordnung wie bei der Verbrennungsreaktion, hat aber ein unterschiedliches Vorzeichen.

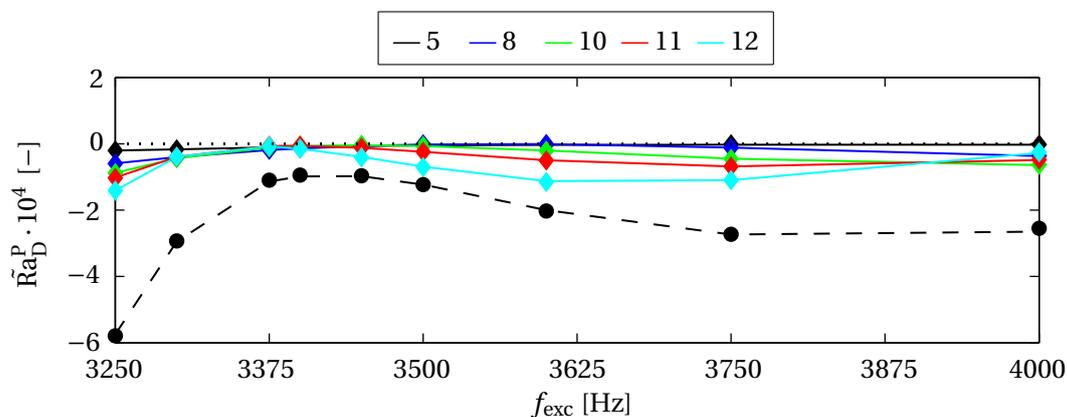


Abbildung 7.27: Rayleigh-Integrale der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A

Abbildung 7.28 zeigt nun den Lastpunkt A1. Hierfür gelten analoge Aussagen wie zu Lastpunkt A, wobei der Absolutwert des Rayleigh-Integrals nochmals deutlich stärker ist und somit den Effekt der Verbrennungsreaktion deutlich übersteigt.

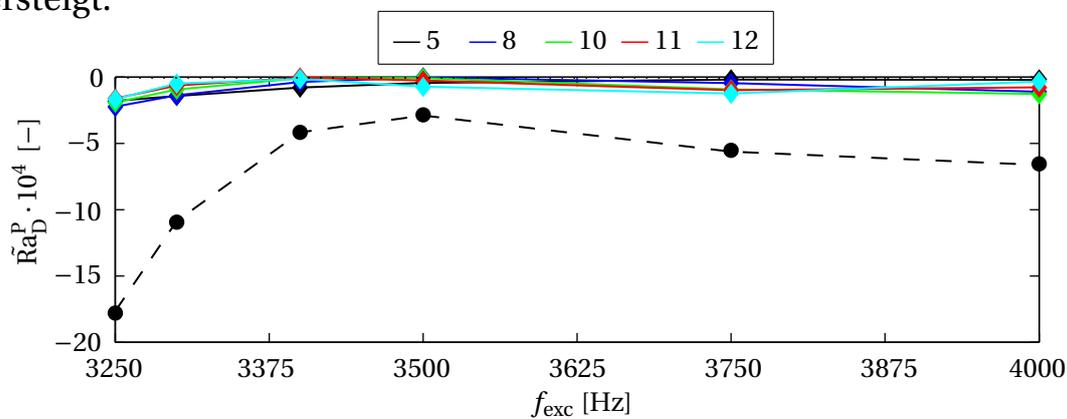


Abbildung 7.28: Rayleigh-Integrale der Dissoziationsreaktion für Lastpunkt A1

7.5 Zusammenfassung

Im Folgenden werden die wichtigsten Erkenntnisse der Untersuchung der Druckkopplung aufgeführt:

- Die Verdampfungsraten von MMH und NTO reagieren sowohl auf lokale

Druck- und Temperaturfluktuationen wie auch auf die simultan auftretenden Geschwindigkeitsfluktuationen. Die Verbrennungsreaktion wird durch die Verdampfung wie auch lokale Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen beeinflusst, wobei der jeweilige quantitative Anteil nicht genau bestimmt werden kann.

- Für die Transferfunktionen der Wärmefreisetzungsraten hat sich eine sehr deutliche Abhängigkeit in axialer Richtung gezeigt, die Frequenzabhängigkeit ist hingegen nicht so deutlich. Daher ist es unabdingbar, dass die axiale Verteilung der Dynamik berücksichtigt wird.
- Mit dem vorgestellten Zeitverzugsmodell kann der Effekt der Verbrennungsreaktion auf die Akustik für eine a priori gewählte Frequenz exakt beschrieben werden. Der Effekt der Dissoziationsreaktion beruht auf einer direkten Kopplung mit den lokalen Druckfluktuationen und kann mittels eines Verstärkungsfaktors und ohne Zeitverzug im gesamten betrachteten Frequenzbereich korrekt beschrieben werden.
- Im Anhang H.3 wird aufgezeigt, dass die Systemantwort bis zu einer Druckamplitude im Bereich von mindestens 15% ein lineares Verhalten aufweist.
- Eine Betrachtung der Verschiebung des Flammenschwerpunktes in Analogie zum Einfluss der transversalen Geschwindigkeitsfluktuation ist hier nicht notwendig, da der Schwerpunkt auf Grund symmetrischer Anregung nicht fluktuiert.

Aus den vorgestellten Ergebnissen (Frequenzverläufe, axiale Verteilungen, Transferfunktionen und Rayleigh-Integrale) lassen sich Hypothesen für die bestimmenden Einflüsse akustischer Fluktuationen auf die Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion ableiten. Zunächst wird der Lastpunkt A betrachtet:

- Im ersten Segment dominiert der Einfluss der Verdampfung. Der auffällige Phasenabfall mit steigender Frequenz ist in allen Flammentransferfunktionen (Abbildungen 7.19, H.2 und H.4) zu erkennen. Ebenso tritt er in der Verdampfungsrate des MMH (Abbildung 7.7) auf. Dort entsteht er durch die Änderung des Verhältnisses der Druck- zu den Geschwindigkeitsfluktuationen im Bereich der Verdampfung bei steigender Frequenz

(Abbildungen 7.5 und 7.6).

- Die weiter stromab gelegenen Segmente werden insbesondere durch den Druckgradienten beeinflusst, welcher auf Grund nicht paralleler Gradienten des Druckes und der Dichte zur Turbulenzproduktion führt. Dieser Mechanismus wurde detailliert von Gosh [29] studiert. Erkennbar ist dieser Effekt durch die gute Übereinstimmung der Phase der Fluktuationen der Druckgradienten und der Wärmefreisetzung, was aus der entsprechenden Flammentransferfunktion (Abbildung H.2) deutlich wird.
- Die Überlagerung der Effekte führt in der Konsequenz zu dem Verlauf des Rayleigh-Integrals des gesamten Berechnungsgebietes, welches in Abbildung 7.24 vorgestellt wurde.

Analog zum Lastpunkt A lassen sich auch für A1 Hypothesen für die Prozesse aufstellen, welche die Kopplung zwischen akustischen Fluktuationen und der Wärmefreisetzungsrates bestimmen:

- Das Verhalten des Lastpunktes A1 unterscheidet sich deutlich vom Lastpunkt A. Dies ist insbesondere im Vergleich der korrespondierenden Flammentransferfunktionen (Abbildungen 7.19/7.20, H.2/H.3 und H.4/H.5) zu erkennen, wobei für den Lastpunkt A1 ein signifikanter Phasenabfall der Flammentransferfunktionen in axialer Richtung auftritt, was bei A nicht der Fall ist.
- Dieser könnte auf eine zunehmende Konvektionslänge und -zeit von der Verdampfungs- zur Reaktionszone zurück zu führen sein.
- Der Verlauf des Rayleigh-Integrals im gesamten Berechnungsgebiet (Abbildung 7.25) ergibt sich wiederum durch die Überlagerung der Effekte in den einzelnen Segmenten. Bestimmend ist hier das Segment 2, dessen Rayleigh-Integral mit steigender Frequenz deutlich absinkt, was insbesondere am Phasenverlauf der entsprechenden Flammentransferfunktion (Abbildung 7.20) zu erkennen ist.

Die vorgestellten Hypothesen müssen in zukünftigen Studien anhand weiterer Parametervariationen und detaillierterer Analysen verifiziert werden. Unabhängig vom Grad des vorhandenen physikalischen Verständnisses der Einzel-

prozesse ist auf Grund der korrekten Modenform der Anregung sichergestellt, dass das Zusammenspiel der einzelnen Prozesse richtig abgebildet wird.

Die Rayleigh-Integrale der Verbrennungs- bzw. der Dissoziationsreaktion haben grundsätzlich eine ähnliche Größenordnung (Abbildungen 7.24, 7.25, 7.27 und 7.28). Das exakte Verhältnis hängt jedoch stark von der betrachteten Frequenz sowie vom Lastpunkt ab.

Die Relevanz der Druckkopplung für das thermoakustische Stabilitätsverhalten des Gesamtsystems Brennkammer wird in Kapitel 8 untersucht.

8 Relevanz der einzelnen Kopplungsmechanismen

In den vorherigen Kapiteln 4 bis 7 wurden vier verschiedene Kopplungsmechanismen vorgestellt und mittels Transferfunktionen beschrieben:

- Fluktuation des Massenstroms am Injektorausstritt
- Fluktuation der primären Zerstäubung
- Verschiebung des Flammenschwerpunktes
- Fluktuation des Druckes sowie der axialen Geschwindigkeit

Im Folgenden werden nun die Auswirkungen der mit Hilfe analytischer Ansätze sowie numerischer Simulationen bestimmten Transferfunktionen auf die thermoakustische Stabilität untersucht und miteinander verglichen, wobei das Rayleigh-Integral für die jeweiligen Kopplungsmechanismen ausgewertet wird. Es geht dabei um eine Abschätzung der Größenordnung der Kopplungsarten und somit der Relevanz der einzelnen Mechanismen, sowie deren räumliche Verteilung in einer Brennkammer. Um die Rayleigh-Integrale auswerten zu können, muss eine räumliche Verteilung der akustischen Fluktuationen angenommen werden. Zur einfacheren analytischen Beschreibung und zum besseren Verständnis wird nun eine einfache rechteckige Geometrie statt der runden Brennkammer aus Abschnitt 2.3 betrachtet. Der Verlauf der akustischen Fluktuationsgrößen in axialer Richtung entspricht der Verteilung aus Abschnitt 7.3.4. Senkrecht zur Strömungsrichtung ergibt sich eine Sinus-förmige Verteilung der Druckfluktuationen und eine Cosinus-förmige Verteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen sowie der Verschiebung. In den Kapiteln 4 bis 7 wurde jeweils nur ein Teil der Lastpunkte intensiv analysiert, wobei die Auswahlkriterien in den jeweiligen Kapiteln erläutert wurden. Daher werden hier nun unterschiedliche Lastpunkte miteinander verglichen. Dies ist jedoch für

die hier angestrebte Abschätzung der Größenordnung ausreichend. Die Absolutwerte der einzelnen im Folgenden vorgestellten Rayleigh-Integrale haben für sich isoliert betrachtet keine Aussagekraft, weshalb alle Werte auf das Rayleigh-Integral der Druckkopplung $\tilde{R}a^P$ bezogen werden. Dieses wird gewählt, da in vielen früheren Arbeiten (z.B. [32]) alleine die Druckkopplung als Ursache für Verbrennungsinstabilitäten genannt wird. Somit bietet es sich als Referenzgröße an. Dieses wird nun zunächst definiert, bevor die Rayleigh-Integrale der weiteren Kopplungsarten betrachtet werden.

Für die Druckfluktuationen wurde das Rayleigh-Integral eines Injektors bereits in Abschnitt 7.4 vorgestellt, wobei die stärksten Beiträge im Bereich hoher Druckfluktuationen und somit am Rand der Brennkammer zu erwarten sind. Das gesamte Rayleigh-Integral ergibt sich aus der Summe der Beiträge der beiden Reaktionen $\tilde{R}a^P = \tilde{R}a_V^P + \tilde{R}a_D^P$. Die integralen Werte der gesamten Brennkammer für den Lastpunkt A bei einer Frequenz von 3250 Hz ergeben sich aufgeteilt nach dem Einfluss der Verbrennungs- und Dissoziationsreaktion zu $\tilde{R}a_V^P / \tilde{R}a^P = 63$ bzw. $\tilde{R}a_D^P / \tilde{R}a^P = -62$. Die Summe beschreibt den Einfluss beider Reaktionen und ergibt sich auf Grund der gewählten Entdimensionierung zu eins. Die Beiträge der zwei Reaktionen sind fast gleich groß, allerdings haben sie ein unterschiedliches Vorzeichen.

Für die Auswirkungen von Druckfluktuationen auf die Wärmefreisetzungsrates durch die Modulation des Injektormassenstroms und der Zerstäubung wurden entsprechende Flammentransferfunktionen (Gleichungen 4.20 und 5.15) und Rayleigh-Integrale (Gleichung 4.23, Abschnitte 4.4 und 5.4) definiert. Die Druckfluktuation in der Nähe der Einspritzebene wird als Eingangsgröße in die Flammentransferfunktion verwendet. Die Begründung wird in den genannten Abschnitten aufgezeigt. Somit liefern die Modulation des Injektormassenstroms wie auch der Zerstäubung insbesondere im Bereich hoher Druckfluktuationen einen signifikanten Beitrag zur thermoakustischen Kopplung, wobei der Realteil der Flammentransferfunktion die Stärke und das Vorzeichen bestimmt (siehe Abschnitte 4.4 und 5.4).

Für die Injektorkopplung ergibt sich für den Lastpunkt A2 und eine Frequenz von 3250 Hz ein integraler Wert in der gesamten Brennkammer von $\tilde{R}a^I / \tilde{R}a^P = 0.023$ und für die Modulation der Zerstäubung $\tilde{R}a^A / \tilde{R}a^P = 4.7$. Beide

Kopplungsarten liefern insgesamt also einen positiven Beitrag und verstärken somit die akustischen Fluktuationen, wobei die Auswirkungen der Modulation der Zerstäubung deutlich stärker sind. Die Ursache ist die erheblich höhere Amplitude wie auch die stärker treibende Phase, da diese hierfür näher bei 0° liegt als bei der Injektorkopplung.

Der Beitrag der Verschiebung des Flammenschwerpunktes unterscheidet sich grundlegend von den bereits genannten Kopplungsarten. Das Rayleigh-Integral wurde in Gleichung 6.22 definiert. Hieraus wird deutlich, dass diese Kopplungsart bei großen akustischen Verschiebungen und Druckgradienten und somit im Bereich hoher Geschwindigkeitsamplituden maximal wird. In der betrachteten rechteckigen Brennkammer wie auch bei einer zylindrischen Brennkammer (siehe Abbildung 2.3) liegt dieses Gebiet im Zentrum. Es ergibt sich ein integraler Wert von $\tilde{R}a^V / \tilde{R}a^P = 4.4$ für den Einfluss der Verschiebung des Flammenschwerpunktes. Dieser Wert ist für kleine Amplituden nur schwach vom Lastpunkt sowie der Anregefrequenz abhängig (siehe Abschnitt 6.3.3).

Abbildung 8.1 zeigt nun eine Übersicht der Rayleigh-Integrale der vier Kopplungsarten in logarithmischer Darstellung. Es wird deutlich, dass die Beiträge der Modulation der Zerstäubung wie auch der Verschiebung des Flammenschwerpunktes signifikante Beiträge zur thermoakustischen Kopplung liefern. Der Einfluss der Injektorkopplung ist gering, da die Frequenz oberhalb des Grenzfrequenz des beobachteten Tiefpassverhaltens liegt. Die Beiträge der Druckkopplung der einzelnen Reaktionen sind dominierend, der Gesamtbeitrag fällt jedoch auf Grund des bereits beschriebenen gegensätzlichen Verhaltens gleicher Größenordnung der Verbrennung sowie der Dissoziation erheblich schwächer aus und entspricht der Mittellinie des Diagramms auf Grund der gewählten Entdimensionierung.

Die Abschätzung der Relevanz der Kopplungsmechanismen führt zu dem Ergebnis, dass alle vier durchaus ihre Bedeutung und Rechtfertigung haben. Der Einfluss der Geschwindigkeit liefert unabhängig vom Lastpunkt, Frequenz und Anregeamplitude immer einen signifikanten Beitrag, da die relative Schwerpunktsverschiebung in Abbildung 6.15 sich für diese Parameter nicht stark ändert. Der Beitrag der Modulation des Injektormassenstroms und der Zerstäubung hängt von der betrachteten Anregefrequenz und deren Verhältnis zur

Relevanz der einzelnen Kopplungsmechanismen

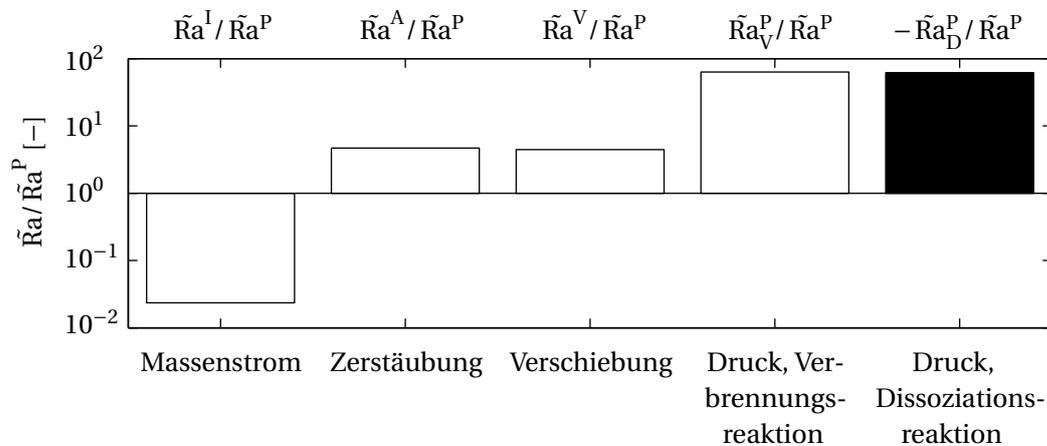


Abbildung 8.1: Rayleigh-Integrale der verschiedenen Kopplungsmechanismen

mittleren Verdampfungszeit ab. Für die Größenordnung des Rayleigh-Integrals der Druckkopplung ist insbesondere das Verhältnis zur Cut-On-Frequenz und damit der axiale Verlauf der akustischen Fluktuationen von Bedeutung. Zusätzlich spielt auch die Brennkammerlänge und die axiale Verteilung der Reaktionsraten eine wichtige Rolle (siehe Unterschied der Lastpunkte in Abschnitt 7.4) sowie die gegenseitige Beeinflussung der beiden Reaktionen. Es kann somit kein allgemein dominierender Kopplungsmechanismus identifiziert werden, sondern die jeweiligen Beiträge hängen immer vom betrachteten Testfall, Lastpunkt und den weiteren Rahmenbedingungen, z.B. Frequenz und Amplitude der akustischen Fluktuationen, ab.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Verbrennungsinstabilitäten stellen eine große Gefahr für den sicheren Betrieb von Raketentriebwerken und damit für den Erfolg der jeweiligen Mission dar. Die Nachweis einer stabilen Verbrennung während des gesamten Fluges ist eine große Herausforderung im Entwicklungsprozess eines jeden Triebwerkes, was in der Vergangenheit oft sehr umfangreiche experimentelle Testreihen erforderte. Inzwischen finden immer stärker numerische Verfahren Anwendung, wobei der wichtigste Aspekt die korrekte Beschreibung der treibenden Mechanismen ist, also derjenigen Prozesse, welche den akustischen Fluktuationen Energie zuführen. Dies geschieht durch die direkte oder indirekte Interaktion der akustischen Fluktuationen mit dem Verbrennungsprozess.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden vier verschiedene Kopplungsmechanismen untersucht.

- Injektorkopplung
- Zerstäubungskopplung
- Geschwindigkeitskopplung
- Druckkopplung

Für jeden einzelnen der Prozesse konnte ein Modellierungsansatz entwickelt werden, welcher aus der Kombination von analytischen und numerischen Verfahren auf die jeweiligen Betriebsbedingungen angepasst werden kann. Des Weiteren wurden für jede Kopplungsart die Auswirkungen auf das mittlere Strömungsfeld, auf die Verdampfungsrate von MMH bzw. NTO sowie auf die Wärmefreisetzungsrates untersucht. Bei der Geschwindigkeitsanregung wurde

zusätzlich die Verschiebung des Flammenschwerpunktes in transversaler Richtung betrachtet. Im Folgenden werden nun kurz die wichtigsten Erkenntnisse zusammengefasst:

Bei der Injektorkopplung fluktuiert der Massenstrom am Injektoraustritt auf Grund eines variierenden Druckunterschiedes zwischen Dom und Brennkammer. Die Massenstromfluktuationen konvektieren mit den Tropfen mit und Erreichen nach der Verdampfung die Verbrennungszone. Bei diesem Konvektionsprozess spielt das Produkt aus Anrefrequenz und mittlerer Verdampfungszeit eine wichtige Rolle. Nur für im Vergleich zur Anrefrequenz kurze Verdampfungszeiten ergibt sich eine effektive Kopplung. Des Weiteren wurde beobachtet, dass die beiden Verdampfungsraten sich gegenseitig beeinflussen. Somit hat auch die Phasendifferenz der Fluktuationen der Massenströme von Oxidator und Brennstoff einen Einfluss auf die Schwankungen der Verdampfung und Wärmefreisetzung.

Der variierende Druckunterschied zwischen Brennkammer und Dom führt zu einer Variation der Injektoraustrittsgeschwindigkeit, welche sich dann direkt auf den Zerstäubungsprozess auswirkt. Die Modulation der Zerstäubung führt letztlich zu Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrates, wobei wiederum das Produkt aus Anrefrequenz und mittlerer Verdampfungszeit eine wichtige Rolle spielt.

Transversale Geschwindigkeitsfluktuationen bewirken eine Verschiebung des Flammenschwerpunktes, was zu einer inhärenten positiven Rückkopplung führt. Des Weiteren führen große Geschwindigkeitsfluktuationen zu einer deutlichen Reduktion der Flammenlänge und damit zu einer signifikanten Änderung des mittleren Strömungsfeldes.

Druck- und longitudinale Geschwindigkeitsfluktuationen wirken sich durch Modulation der Mischung und Reaktionskinetik direkt auf den Verbrennungsprozess aus. Aber auch durch die Beeinflussung der Verdampfung ergibt sich eine variierende Wärmefreisetzungsrates. Einen starken Einfluss hierauf hat sowohl der betrachtete Lastpunkt als auch die Form der akustischen Mode und somit die räumliche Verteilung der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen.

Abhängig von den detaillierten Randbedingungen des betrachteten Testfalls

ergeben sich unterschiedlich starke Beiträge der einzelnen Prozesse zur gesamten thermoakustischen Kopplung.

Durch diese Arbeit konnten somit deutliche Fortschritte sowohl für das Verständnis der an der Kopplung von Akustik und Verbrennung beteiligten Prozesse in Flüssigkeitsraketenantrieben sowie auch deren Modellierung erzielt werden.

9.2 Ausblick

Aus den entwickelten Methoden und Verfahren sowie den gewonnenen Erkenntnissen bzgl. der Flammenantwort auf akustische Anregung in Flüssigkeitsraketenbrennkammer lassen sich einige interessante Aspekte für zukünftige Arbeiten ableiten. Diese sind in der folgenden Übersicht aufgeführt:

- Für die Injektorkopplung wie auch die Modulation durch Fluktuationen der Zerstäubung konnte ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung gefunden werden, wodurch sich ein klares Bild des Verhaltens im Frequenzbereich ergibt. Die Betrachtung von einzelnen Frequenzen sowie getrennte Anregung der jeweiligen Treibstoffkomponenten erfordern einen erheblichen Aufwand bei der Charakterisierung der Systemantwort. Eine Skalierung mittels der stationären mittleren Verdampfungszeit liefert bereits einen Ansatz zur Reduktion des Aufwandes, was jedoch nur als grobe Abschätzung verwendet werden kann. Eine erhebliche Reduktion des Aufwandes bei gleichbleibender Qualität der Ergebnisse ließe sich hier durch Verwendung von Verfahren der Systemidentifikation erzielen, da in einer Rechnung alle gewünschten Transferfunktionen bei allen Frequenzen bestimmt werden können.
- Bei Anregung von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen konnte ein erheblicher Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld bei hohen Anregungsamplituden festgestellt werden. Diesen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten gilt es zu untersuchen und gegebenenfalls Ansätze zur Berücksichtigung in Stabilitätsanalysen der gesamten Brennkammer zu entwickeln.
- Der Einfluss von transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf den

Sekundärerfall der Tropfen sollte untersucht werden, da hier durch die auftretenden hohen Relativgeschwindigkeiten eine erhebliche Verstärkung des Zerfalls auftritt, was sowohl einen Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld hat wie auch durch die reduzierte mittlere Verdampfungszeit die Relevanz der Modulation des Massenstroms wie auch des Primärerfalls erhöhen kann. Hier wäre ebenfalls die gekoppelte Untersuchung von transversalen Geschwindigkeits- und Massenstromfluktuationen interessant.

- Bei der Anregung von Druck- und longitudinalen Geschwindigkeitsfluktuationen konnten die Beiträge der einzelnen Kopplungspfade auf Grund der komplexen Interaktion bisher nicht komplett quantifiziert werden. Dies wäre durchaus interessant, um daraus Methoden zur möglichen Beeinflussung der Druckkopplung ableiten zu können.
- Zur Berücksichtigung der axialen Abhängigkeit der Transferfunktionen erfordert auf Grund der Vielzahl an benötigten Filtern ein automatisches Verfahren zu deren Generierung, sodass dann sowohl Frequenz- wie auch räumliche Abhängigkeit im Zeitbereich berücksichtigt werden können.
- Bisher wurden nur die Auswirkungen einer fluktuierenden Wärmefreisetzungsrates auf die thermoakustische Kopplung mit Hilfe des Rayleigh-Integrals betrachtet. Allerdings kann schon auf Grund einer fluktuierenden Volumenzunahme durch die Modulation der Verdampfung ein positiver Kopplungseffekt entstehen, welcher bisher in den Stabilitätsanalysen der gesamten Brennkammer nicht berücksichtigt wird. Zusätzlich finden sich in der Literatur weitere Quellterme, welche zu einer Verstärkung der akustischen Fluktuationen führen können. Die Evaluierung dieser Terme in den CFD-Simulationen und deren Implementierung in die entsprechenden Verfahren zur Stabilitätsanalyse könnte somit zu einer detaillierteren Modellierung führen.

A Anhang: Stoffdaten der verwendeten Treibstoffe

In diesem Kapitel werden Stoffdaten der Treibstoffe MMH und NTO präsentiert. Die weiteren bei den Simulationen berücksichtigten Spezies werden hier nicht aufgeführt, da sie standardmäßig verfügbar sind.

A.1 Spezifische Wärmekapazität, Enthalpie und Entropie

Die Gleichungen zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität

$$\frac{c_p^0}{R} = a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3 + a_5 \cdot T^4 \quad (\text{A.1})$$

Enthalpie,

$$\frac{H^0}{R} = a_1 \cdot T + \frac{a_2}{2} \cdot T^2 + \frac{a_3}{3} \cdot T^3 + \frac{a_4}{4} \cdot T^4 + \frac{a_5}{5} \cdot T^5 + a_6 \quad (\text{A.2})$$

und Entropie

$$\frac{S^0}{R} = a_1 \cdot \ln(T) + a_2 \cdot T + \frac{a_3}{2} \cdot T^2 + \frac{a_4}{4} \cdot T^3 + \frac{a_5}{4} \cdot T^4 + a_7 \quad (\text{A.3})$$

beinhalten insgesamt sieben stoffspezifische Koeffizienten a_1 bis a_7 . Diese sind in Tabelle A.1 für gasförmiges MMH und in Tabelle A.2 für gasförmiges NTO und jeweils zwei Temperaturbereiche angegeben.

Tabelle A.1: Polynomkoeffizienten der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck von MMH

	Einheit	200 K < T < 1000 K	1000 K < T < 5000 K
a_1	–	+3.7698 E + 00	+7.5413 E + 00
a_2	K ⁻¹	+4.1854 E – 03	+1.4079 E – 02
a_3	K ⁻²	+5.3726 E – 05	–5.0307 E – 06
a_4	K ⁻³	–7.5016 E – 08	+8.0927 E – 10
a_5	K ⁻⁴	+3.0685 E – 11	–4.8327 E – 14
a_6	K	+1.1507 E + 04	+9.5655 E + 03
a_7	–	+7.8388 E + 00	–1.6320 E + 01

Tabelle A.2: Polynomkoeffizienten der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck von NTO

	Einheit	200 K < T < 1000 K	1000 K < T < 5000 K
a_1	–	+3.6245 E + 00	+1.0482 E + 01
a_2	K ⁻¹	+2.4747 E – 02	+5.9722 E – 03
a_3	K ⁻²	–2.1728 E – 05	–2.5640 E – 06
a_4	K ⁻³	+9.9271 E – 09	+4.9168 E – 10
a_5	K ⁻⁴	–2.2228 E – 12	–3.4909 E – 14
a_6	K	–6.7089 E + 02	–2.6081 E + 03
a_7	–	+9.4571 E + 00	–2.6123 E + 01

A.2 Transportgrößen

Die Transportgrößen Viskosität und Wärmeleitfähigkeit können mit Hilfe der Gleichungen A.4 und A.5 als Funktion der Temperatur berechnet werden.

$$\ln\left(\frac{\mu}{(10^{-7})[\text{Pa} \cdot \text{s}]}\right) = A \cdot \ln(T) + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} + D \quad (\text{A.4})$$

$$\ln\left(\frac{\lambda}{(10^{-4})[\text{W}/\text{m}/\text{K}]}\right) = A \cdot \ln(T) + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} + D \quad (\text{A.5})$$

Tabelle A.3 gibt die Werte der entsprechenden Koeffizienten von MMH und Tabelle A.4 von NTO an.

Tabelle A.3: Koeffizienten der Viskosität und Wärmeleitfähigkeit von MMH

	Einheit	Viskosität	Wärmeleitfähigkeit
A	–	+5.9224 E – 01	+1.2508 E + 00
B	K	–2.2218 E + 02	+9.5064 E – 01
C	K ²	+8.2872 E – 01	+9.9981 E – 01
D	–	+1.6244 E + 00	–1.7918 E + 00

Tabelle A.4: Koeffizienten der Viskosität und Wärmeleitfähigkeit von NTO

	Einheit	Viskosität	Wärmeleitfähigkeit
A	–	+5.2508 E – 01	+3.3364 E – 01
B	K	–2.8652 E + 02	–6.8702 E + 02
C	K ²	+2.0354 E + 04	+0.5263 E + 04
D	–	+2.5287 E + 00	+4.7685 E + 00

A.3 Eigenschaften der flüssigen Treibstoffe

In Tabelle A.5 sind wichtige Eigenschaften der flüssigen Treibstoffe angegeben, welche zur Berechnung der Tropfenbewegung und -verdampfung benötigt werden. Hierzu werden ebenfalls die Parameter der Antoine-Gleichung aus Tabelle A.6 verwendet.

Tabelle A.5: Allgemeine Stoffgrößen der flüssigen Treibstoffe

	Einheit	MMH	NTO
Molare Masse	g mol^{-1}	46.072	92.011
Dichte	kg m^{-3}	874	1434.2
Spezifische Wärmekapazität	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	2925.98	303.01
Referenzdruck	bar	1	1
Referenztemperatur	K	298	298
Spezische Referenzenthalpie	J kg^{-1}	1152243.7	-202430
Spezische Referenzentropie	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	3598	3408.68
Dynamische Viskosität	Pa s	7.78 E - 04	4.22 E - 04
Wärmeleitfähigkeit	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	0.58	0.14

Tabelle A.6: Parameter der Antoine-Gleichung

	Einheit	MMH	NTO
p_{sc}	Pa	1.0000 E + 00	1.0000 E + 00
A	-	2.3591 E + 01	2.5711 E + 01
B	K	4.3845 E + 03	4.3843 E + 03
C	K	2.1228 E + 00	1.4477 E + 01

B Anhang: Grundlagen Akustik

In Abschnitt 2.3 wird die räumliche Verteilung der Fluktuationen von transversalen Moden anhand einiger Beispiele diskutiert. Im Folgenden werden weitere Ergebnisse hierzu gezeigt.

B.1 Brennkammerquerschnitt

In Abbildung 2.2 wird die räumliche Variation der komplexen Druckamplitude im Brennkammerquerschnitt gezeigt. Die entsprechende Verteilung des enddimensionierten Imaginärteils der komplexen Amplitude der Radialgeschwindigkeiten ist in Abbildung B.1 zu sehen. Hierbei tritt auch ein Phasenunterschied von 180° im Bereich der Knotenlinie auf, was am Vorzeichenwechsel erkennbar ist. Des Weiteren bilden sich ausgehend vom Zentrum symmetrisch zur Knotenlinie zwei Bereiche mit hohen Amplituden aus. Hier treten also besonders starke Fluktuationen der Geschwindigkeit in radialer Richtung auf.

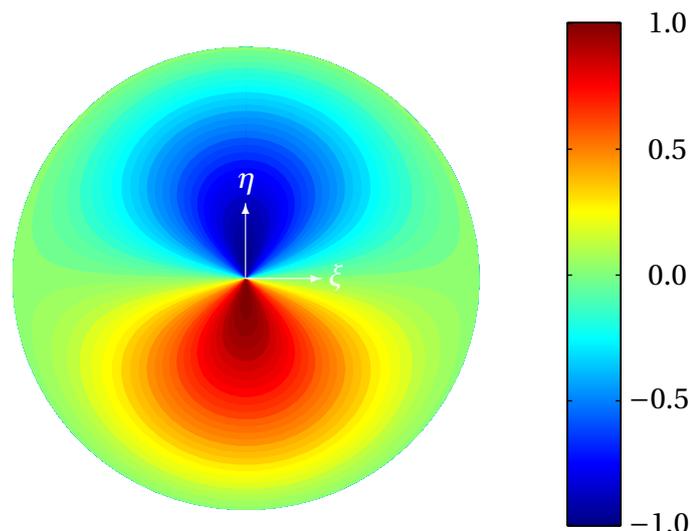


Abbildung B.1: Radialgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt

Abbildung B.2 zeigt in Analogie zur vorherigen Abbildung den entdimensionierten Imaginärteil der Umfangsgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt. Diese weist einen Phasensprung an einer Linie durch den Mittelpunkt senkrecht zur Druckknotenlinie auf. Es bilden sich in positiver und negativer ξ -Richtung ebenfalls zwei Bereiche mit hoher Amplitude aus.

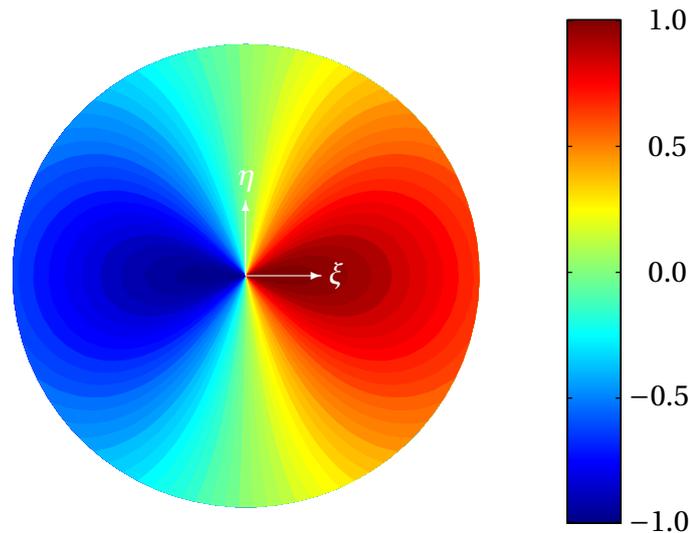


Abbildung B.2: Umfangsgeschwindigkeit im Brennkammerquerschnitt

B.2 Brennkammerlängsschnitt

In Abbildung 2.8 wurde der Amplituden- und Phasenverlauf des Drucks für eine transversale Mode im Brennkammerlängsschnitt gezeigt. Im Folgenden wird nun zusätzlich die räumliche Verteilung der Geschwindigkeit in axialer Richtung präsentiert (Abbildung B.3). Im Zentrum taucht eine Knotenlinie auf, da hier auch der Druck eine Knotenlinie hat und die Geschwindigkeitsfluktuationen vom Druckgradienten in axialer Richtung abhängen. Bei verschwindender Druckamplitude verschwinden somit auch die Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung. Des Weiteren ist analog zum Druck ein Phasenunterschied von 180° im Bereich positiver bzw. negativer η -Koordinaten zu erkennen. Durch die in Abbildung 2.8 beschriebene Änderung sowohl der Druckamplitude wie auch -phase treten signifikante Geschwindigkeitsamplituden über die gesamte Brennkammerlänge auf.

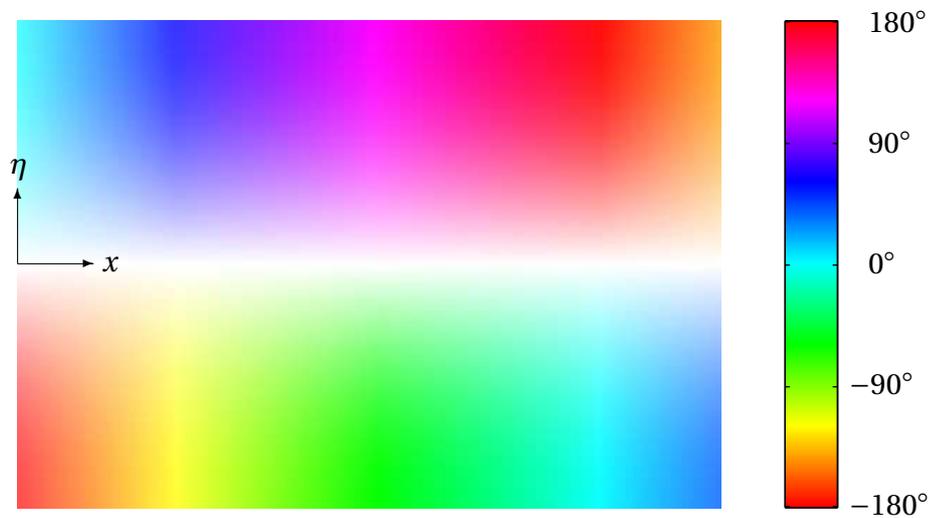


Abbildung B.3: Axialgeschwindigkeit im Brennkammerlängsschnitt

Bisher wurden nur die räumlichen Verteilungen der akustischen Fluktuationen für transversale Moden gezeigt. Abbildung B.4 zeigt nun die Druckverteilung als amplitudengewichteter Phasenplot für eine longitudinale Mode. Amplitude wie auch Phase sind senkrecht zur Brennkammerachse konstant und variieren nur in longitudinaler Richtung.

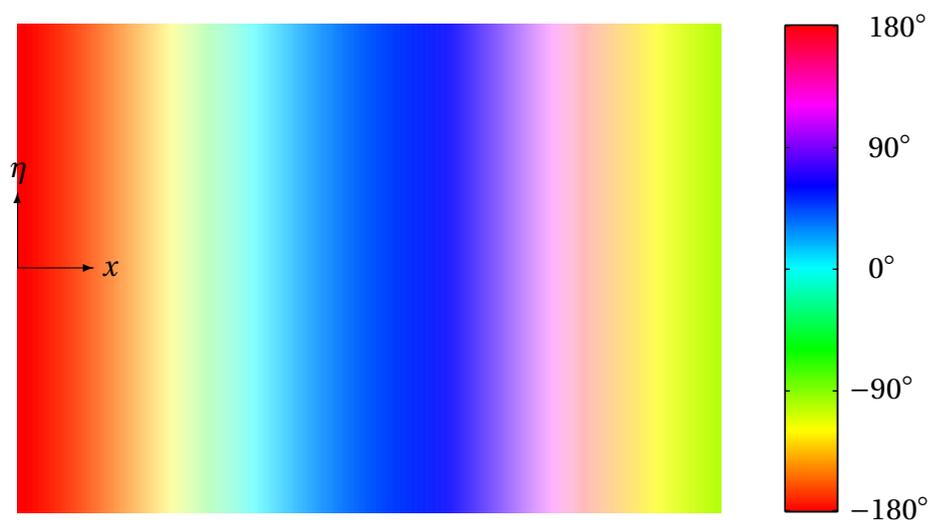


Abbildung B.4: Druck im Brennkammerlängsschnitt für longitudinale Moden

Aus dem entsprechenden Druckfeld lässt sich die Axialgeschwindigkeit für eine longitudinale Mode ableiten (Abbildung B.5). Auch hier sind Amplitude wie

auch Phase senkrecht zur Injektorachse konstant und variieren nur in axialer Richtung.

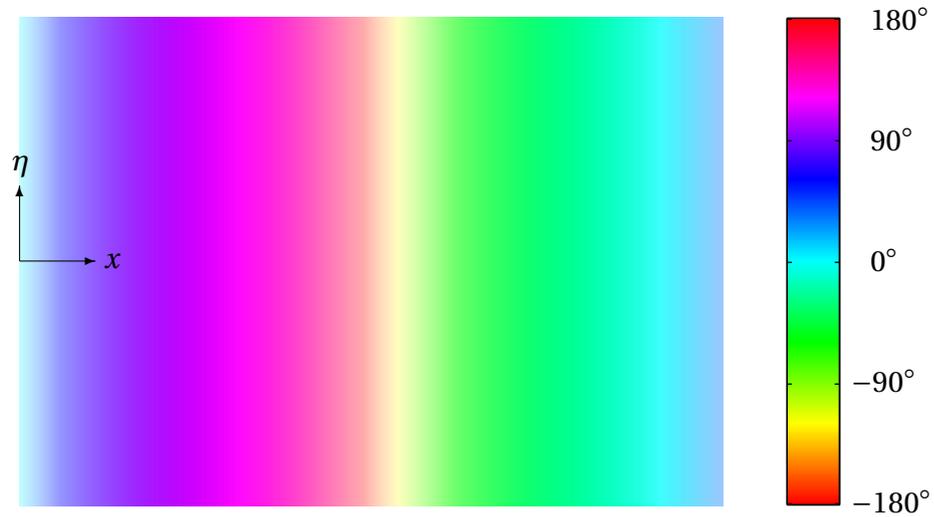


Abbildung B.5: Axialgeschwindigkeit im Brennkammerlängsschnitt für longitudinale Moden

C Anhang: Validierung des Simulationsmodells

Das in Kapitel 2.2 beschriebene Berechnungsverfahren wird im Folgenden anhand von experimentellen Daten validiert. Diese stammen aus Einzelinjektorexperimenten mit einer Glasbrennkammer und wurden von Airbus Defence and Space zur Verfügung gestellt [36]. Durch den optischen Zugang sind Aufnahmen der Strahlung im sichtbaren Wellenlängenbereich verfügbar. Zusätzlich stellt der gemessene Brennkammerdruck eine wertvolle Vergleichsgröße dar. Im Experiment wie in den numerischen Simulationen stellt der kritisch durchströmte Brennkammerhals eine klar definierte Randbedingung dar. Der Brennkammerdruck ergibt sich somit unabhängig von den Umgebungsbedingungen aus den Stoffeigenschaften, dem Gesamtmassenstrom, der Fläche im engsten Querschnitt sowie der dort herrschenden Totaltemperatur und -druck. Die letzten beiden Werte können ohne große Vernachlässigungen im Bereich des konvergenten Düsentails als konstant angesehen werden, sodass für eine gegebene Geometrie, Massenströme und Treibstoffkombination somit vom Brennkammerdruck auf die Totaltemperatur geschlossen werden. Diese ergibt sich wiederum aus der Qualität der Verbrennung, wodurch letztlich der Vergleich von experimentellen und numerischen Brennkammerdrücken einen Rückschluss auf die Qualität der Verbrennungsmodellierung zu lässt.

Numerische Simulationen mit Verbrennung stellen auf Grund der Vielzahl an benötigten Modellen und der physikalischen Komplexität der beteiligten Prozesse grundsätzlich eine große Herausforderung dar. Bei Simulationen mit flüssigen Treibstoffen kommt im Vergleich zu rein gasförmigen Strömungen erschwerend hinzu, dass die Initialbedingungen der Tropfen in der Regel in bei weitem nicht ausreichendem Maße bekannt sind. Diese bestimmen allerdings die räumliche Verteilung der Tropfenverdampfung und damit auch der anschließenden Verbrennung. Daher ist es wichtig, die Tropfeninitialisie-

rung möglichst genau an die realen Bedingungen anzupassen. Auf Grund des beschriebenen Zusammenhangs zwischen dem Brennkammerdruck und der Verbrennung kann dieser somit hierfür verwendet werden, da davon ausgegangen werden kann, dass bei einem korrekten Brennkammerdruck auch die räumliche Verteilung der Verdampfung und Verbrennung in ausreichendem Maße mit der Realität überein stimmt.

Der Injektor des betrachteten Validierungsfall ist dem Injektor des Testfalls zur Untersuchung der dynamischen Flammenantwort (Beschreibung siehe Kapitel 3) sehr ähnlich. Auch hierbei strömt das NTO durch einen Kreisring in die Brennkammer ein, das MMH durch Schlitze. Diese sind jedoch beim Validierungsfall um 45° gegen den Radius verdreht, während sie beim Testfall für die dynamischen Untersuchungen radial nach außen verlaufen (siehe Abbildung 3.1). Die Tropfeninitialisierung erfolgt daher analog unter Berücksichtigung der anderen Ausrichtung der Schlitze. Im Gegensatz zu den dynamischen Untersuchungen wird bei der Validierung nicht nur der zylindrische Teil der Brennkammer, sondern die gesamte Brennkammer inklusive konvergentem Düsenteil, Düsenhals sowie einem geringen Teil des divergenten Düsentails betrachtet, sodass die Strömung am Austritt des Berechnungsgebietes komplett im Überschallbereich liegt. Hierdurch stellt sich der Brennkammerdruck dann abhängig von der Verbrennung ein und kann als Validierungsgröße verwendet werden.

C.1 Analyse des Brennkammerdruckes für verschiedene Tropfeninitialisierungen

Für den betrachteten Testfall ist das globale Verhältnis der Massenströme $O/F = 2.01$. Weitere Parameter, welche für alle später betrachteten Validierungsfällen konstant gehalten werden, sind in Tabelle C.1 angegeben. Die Bedeutung der Parameter ist analog zum Testfall aus Kapitel 3. Tabelle C.2 gibt die Werte der Tropfeninitialisierung für verschiedene Variationen der Tropfendurchmesser ($V2$ und $V3$) und Einspritzrichtungen ($V3$ und $V5$) an. Die Definition der Größen ist analog zu Abbildung 3.1. Zusätzlich ist noch der sich ergebende Brennkammerdruck angegeben. Die umrahmten Werte stellen jeweils die Un-

Tabelle C.1: Übersicht des Validierungsfalles

		MMH	NTO
\dot{M}_i	$\left[\frac{\text{g}}{\text{s}}\right]$	14.0	28.1
q	$[-]$	3	3
$u_{\text{Inj},i}$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	10	17
$u_{\Theta,i}$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$		5

terschiede der Tropfeninitialisierungen im Vergleich zur Variante V1 dar. Im

Tabelle C.2: Übersicht der Varianten des Validierungsfalles

		V1		V2		V3		V4		V5	
		MMH	NTO								
D_{RR}	$[\mu\text{m}]$	15	20	10	20	15	15	15	20	15	20
u_{Inj}	$[\text{m/s}]$	10	17	10	17	10	17	10	17	10	17
α_i	$[\text{°}]$		10		10		10		10		5
α_a	$[\text{°}]$		20		20		20		30		20
\bar{p}_{BK}	$[\text{bar}]$	12.97		13.76		13.35		12.25		13.79	

Folgenden werden nun diese Variationen der Tropfeninitialisierung hinsichtlich des sich ergebenden Brennkammerdruckes untersucht. Der experimentell bestimmte Brennkammerdruck liegt bei dem betrachteten Lastpunkt bei 13.87 bar. Dieser Wert dient somit als Vergleichsgröße für die numerisch bestimmten Brennkammerdrücke.

Bei der Variante V1 liegt der Brennkammerdruck ca. 1 bar unterhalb des experimentellen Wertes. Durch die Reduzierung des mittleren MMH-Durchmessers in der Variante V2 steigt der Druck um ca. 0.8 bar an. Auch durch die Verringerung des NTO-Durchmessers (V3) erhöht sich der Brennkammerdruck um 0.4 bar. Bei Erhöhung des Radialanteils der Einspritzgeschwindigkeit des NTO (V4) sinkt der Druck um 0.8 bar ab. Durch die stärkere Konzentration der NTO-Tropfen im Zentrum der Brennkammer, indem der innere Winkel reduziert wird, ergibt sich fast exakt der experimentell bestimmte Brennkammerdruck ($\bar{p}_{\text{V5}} = 13.79$ bar). Durch die betrachteten Variationen der Tropfeninitialisierungen konnte gezeigt werden, dass sich Experiment und Numerik durch geeignete Wahl der Parameter in Übereinstimmung bringen lassen. Die gefundenen Wer-

te dienen als Grundlage für die Wahl der Einspritzparameter für den Testfall in Kapitel 3, da sich die Injektoren des Validierungsfalles und des Testfalles stark ähneln.

Zusätzlich zu den vorgestellten Fällen wurden weitere Parametervariationen untersucht, welche hier nicht dargestellt sind. Eine Änderung des Exponenten der Tropfengrößenverteilung (Gleichung 2.31) im Bereich von 2.5 bis 3.5 zeigt für den Brennstoff nur eine geringe Variation des Brennkammerdruckes (ca. 0.3 bar) und für den Oxidator ergaben sich keine Änderungen.

C.2 Analyse des Strömungsfeldes

Im vorangehenden Abschnitt wurden die Auswirkungen verschiedener Tropfeninitialisierungen auf die numerisch bestimmten Brennkammerdrücke erläutert und mit dem experimentellen Wert verglichen. Hierbei konnte für die Variante V5 die beste Übereinstimmung gefunden werden. Deren Strömungsfeld wird nun detailliert untersucht und mit einer optischen Aufnahme des experimentellen Strömungsfeldes verglichen. Anschließend werden dann die Temperaturfelder der weiteren Varianten betrachtet.

C.2.1 Betrachtung der Variante V5

Im Folgenden wird nun zunächst die Variante V5 analysiert. Abbildung C.1 zeigt das entsprechende Temperaturfeld. Im Zentrum nahe des Injektors tritt ein größeres Gebiet mit Temperaturen im Bereich von 400 K auf. Hier findet ein Großteil der Verdampfung statt. Die maximalen Temperaturen liegen bei 3400 K und sind damit ähnlich denjenigen aus dem Testfall. In den Ebenen senkrecht zur Strömungsrichtung sind deutlich die Auswirkungen der MMH-Schlitze zu erkennen, welche zu der sternförmigen Verteilung führen. Diese räumliche Stratifizierung reduziert sich in Strömungsrichtung. Die Machzahl in der Brennkammer ist beim Validierungsfall ($Ma = 0.07$) erheblich geringer als beim Testfall aus dem Hauptteil der Arbeit ($Ma = 0.25$). Durch die damit verbundenen geringeren Geschwindigkeiten bleibt die Stratifizierung so deutlich erhalten. Ebenso spielen hierfür die unterschiedlichen Randbedingungen

parallel zur Strömungsrichtung eine wichtige Rolle. Für den Validierungstestfall wird eine reale Einzelinjektorbrennkammer betrachtet, weshalb auf diesen Rändern eine reibungsbehaftete Wand als Randbedingung verwendet wird. Der Testfall im Hauptteil stellt einen Ausschnitt aus einer Brennkammer mit vielen einzelnen Injektoren dar, weshalb periodische Ränder verwendet werden (siehe Kapitel 3). Die Wandrandbedingung wirkt sich über die Grenzschicht und das dort verwendete Turbulenzmodell auf die Strömung aus.

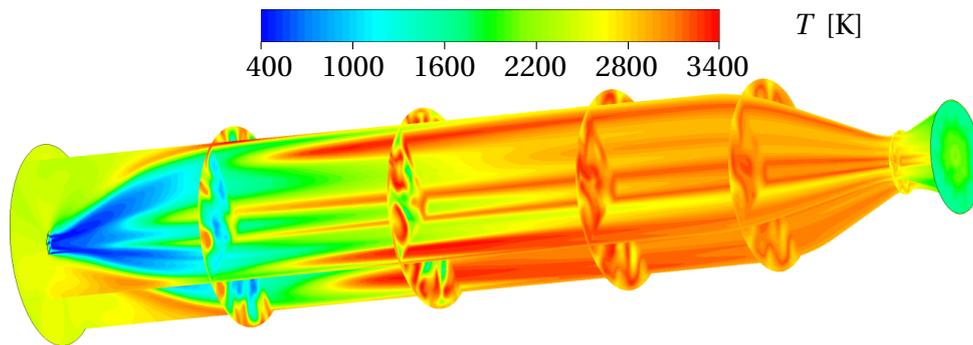


Abbildung C.1: Temperaturfeld V5

Abbildung C.2 vergleicht nun eine optische Aufnahme im sichtbaren Wellenlängenbereich in Falschfarbendarstellung mit dem Temperaturfeld der numerischen Simulation. Es ist jeweils der gleiche Ausschnitt der Brennkammer zu erkennen. Der rote Bereich im Experiment entsteht durch Spiegelung an der Glaswand der Brennkammer und hat daher keine physikalische Bedeutung. Zwischen den beiden Bildern ist zunächst eine gute Übereinstimmung des Abströmwinkels vom Injektor zu erkennen (27°). Des Weiteren ergeben sich sowohl im Experiment wie auch in der Numerik im Zentrum wie auch im äußeren Bereich der Brennkammer erhöhte Werte. Auch deren axiale Position stimmt gut überein. Es ist eine gute qualitative Übereinstimmung des Strömungsbildes in Experiment und Numerik zu erkennen. Weitere experimentelle Daten sind nicht vorhanden, weshalb an dieser Stelle keine detailliertere Validierung erfolgen kann.

Nach der Betrachtung des Temperaturfeldes wird nun die Strömung detaillierter an Hand der Felder der Massenanteile von MMH (Abbildung C.3) und NTO (Abbildung C.4) analysiert. MMH tritt insbesondere bei mittleren Radien auf und hat auch wieder die sternförmige Verteilung senkrecht zur Strömungsrichtung, welche bereits in der Temperaturverteilung beobachtet wurde. NTO hin-

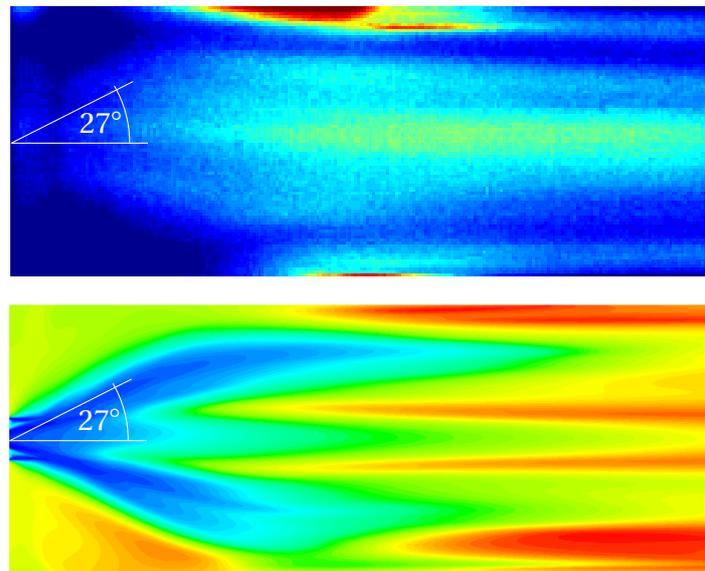


Abbildung C.2: Vergleich experimentelles und numerisches Strömungsbild

gegen ist sowohl im Zentrum wie auch am Rand der Brennkammer vorhanden. Diese Verteilung ergibt sich durch die Einspritzpositionen und -richtungen. Ein geringer Anteil an gasförmigem MMH wie auch NTO verlässt die Brennkammer unverbrannt durch den Düsenhals.

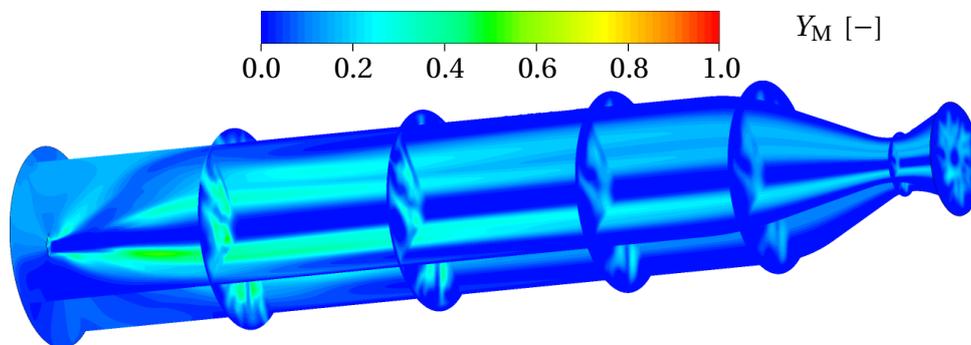


Abbildung C.3: Verteilung des Massenanteils von MMH für V5

C.2.2 Betrachtung der Temperaturverteilung der weiteren Varianten

Nach der Analyse des Strömungsfeldes für die Variante V5 werden nun die Temperaturfelder aller fünf Varianten miteinander verglichen um somit einen besseren Einblick in die Auswirkungen der verschiedenen Tropfeninitialisierungen zu gewinnen. Abbildung C.5 zeigt die entsprechenden fünf Temperaturfelder, wobei V5 das bereits bekannte Feld ist. Die anderen Felder wer-

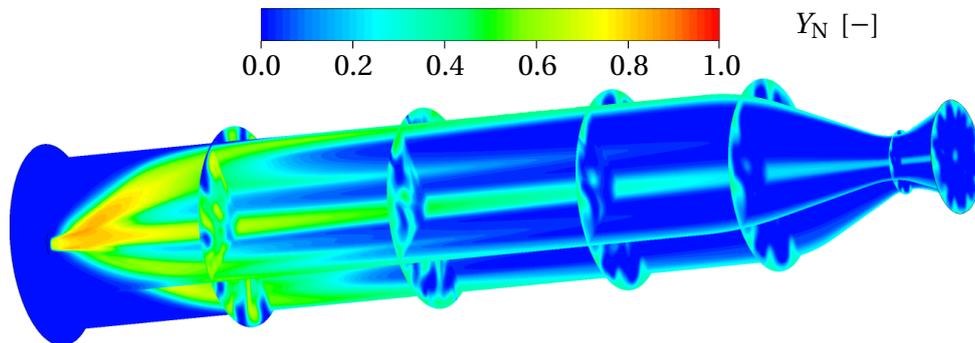


Abbildung C.4: Verteilung des Massenanteils von NTO für V5

den nun im Vergleich zur Variante 1 analysiert. Durch den kleineren MMH-Tropfendurchmesser in V2 ergibt sich eine schnellere Verdampfung und damit Reaktion, weshalb der Bereich geringerer Temperatur im Zentrum der Brennkammer, welcher bei V1 zu erkennen ist, nicht mehr auftritt. Hierdurch ergibt sich dann auch ein höherer Brennkammerdruck. V3 hat einen kleineren mittleren Durchmesser der NTO-Tropfen als V1, wodurch sich ebenfalls eine schnellere Verdampfung und Reaktion und somit höherer Brennkammerdruck einstellt. Durch die Erhöhung des äußeren NTO-Einspritzwinkels und damit der radialen Komponente der Geschwindigkeit in V4 ergibt sich ein größerer Oxidatormangel im Zentrum der Brennkammer, sodass dort weniger Reaktion stattfindet und die Temperatur geringer ist, was letztlich auch zu dem geringeren Brennkammerdruck führt. Ähnlich wie bei der Reduktion des MMH-Durchmessers ergibt sich auch durch die Verringerung des inneren NTO-Winkels bei V5 eine schnellere Durchmischung der Treibstoffe und damit vollständigere Verbrennung und ein erhöhter Brennkammerdruck.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass die Richtung der Einspritzung die räumliche Verteilung vorgibt und somit für die Vermischung der Treibstoffe verantwortlich ist. Der Tropfendurchmesser bestimmt die Geschwindigkeit des Verdampfungsprozesses und damit dessen räumliche Verteilung sowie über die Tropfenträgheit den Einfluss der Gasströmung auf die Tropfenbahn.

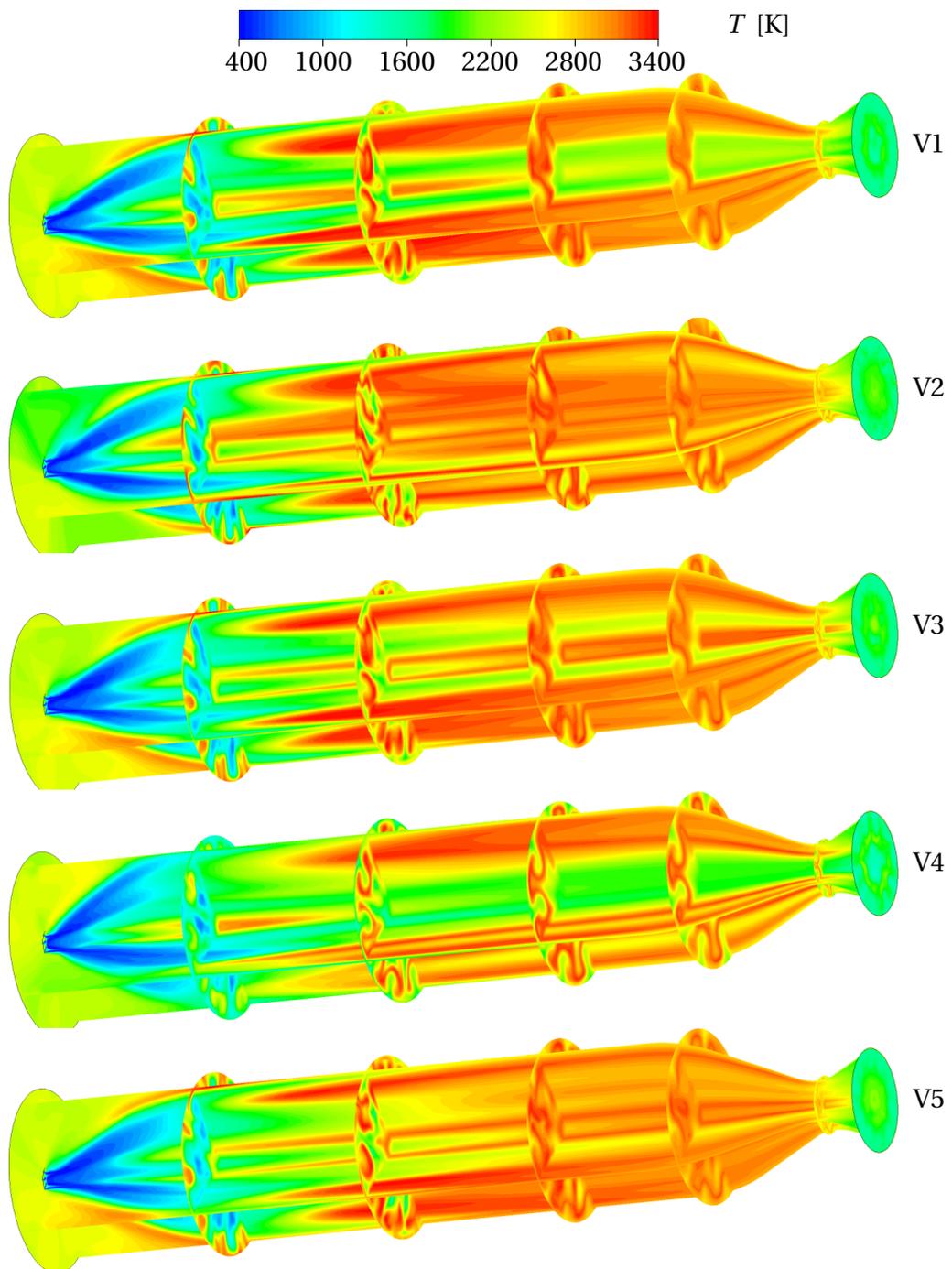


Abbildung C.5: Temperaturfelder der fünf Varianten

D Anhang: Ergänzungen zur Analyse der mittleren Strömung

Als Ergänzung zu den in Abschnitt 3.2 vorgestellten Ergebnissen wird nun die stationäre Strömung des Testfalls an Hand von Schnitten durch die xy -Ebene der beteiligten Spezies analysiert. Zum Abschluss werden noch die axialen Verläufe der Wärmefreisetzungsraten präsentiert.

Die Felder des Massenanteils des gasförmigen MMH sind in Abbildung D.1 gezeigt. Ausgehend von den Bereichen starker MMH-Verdampfung (siehe Abbildung 3.6 links) ergeben sich im Zentrum des Injektors hohe Konzentrationen an gasförmigem MMH. Dieses konvektiert stromab und reagiert mit NTO, wodurch sich die kegelförmige Verteilung ergibt.

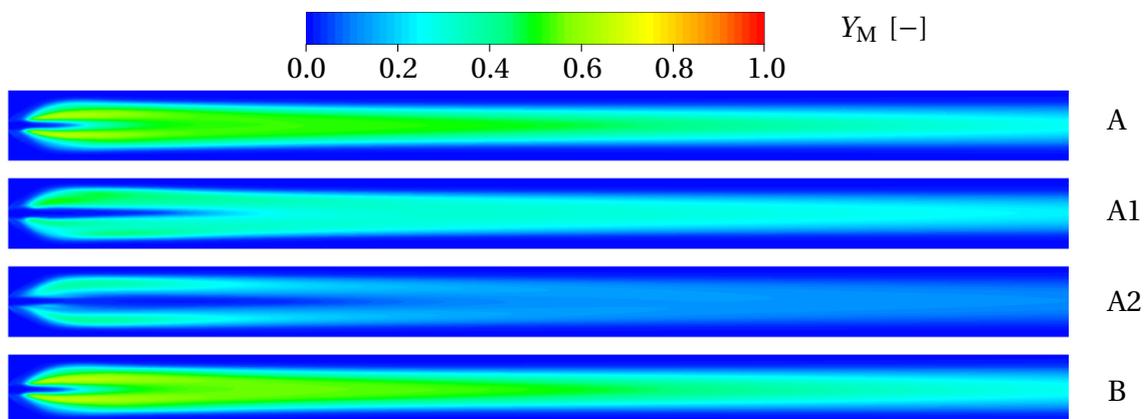


Abbildung D.1: Massenanteile von gasförmigem MMH der vier Lastpunkte

Der Massenanteil an gasförmigem NTO ist in Abbildung D.2 dargestellt. Auch hier ergeben sich die größten Anteile an NTO in den Bereichen mit den stärksten Verdampfungsraten (Abbildung 3.6 rechts), welche durch die Richtung der Tropfeneinspritzung auch im äußeren Bereich des Injektors auftreten. Ebenso wird gasförmiges NTO in der Rückströmzone zur Einspritzebene konvektiert. Im weiter stromab gelegenen Bereich bildet sich zwischen den hohen

Konzentrationen an MMH im Zentrum und hohen NTO-Konzentrationen der kegelförmige Bereich hoher Temperatur aus, welcher bereits in Abbildung 3.4 analysiert wurde.

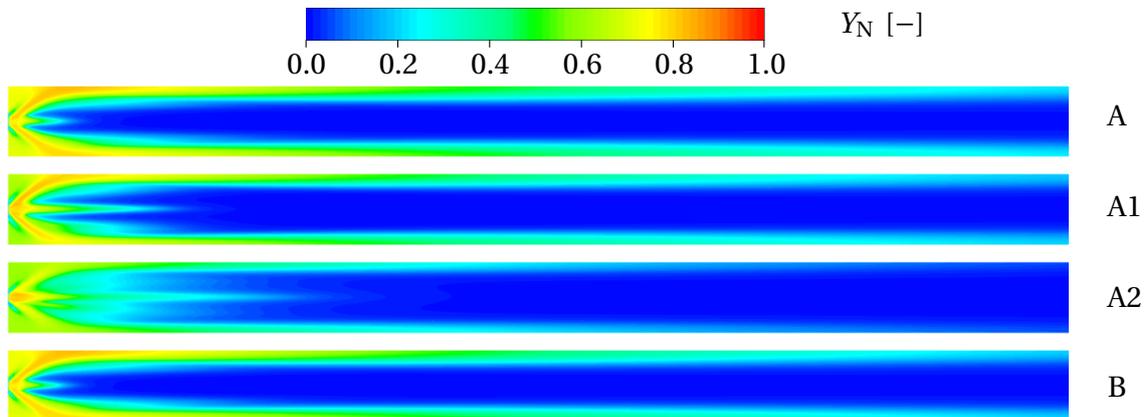


Abbildung D.2: Massenanteile von gasförmigem NTO der vier Lastpunkte

Abbildung D.3 zeigt nun die Massenanteile an gasförmigem Wasser, welches durch die Verbrennung von MMH und NTO entsteht. Die Felder sehen den Temperaturfeldern sehr ähnlich, da die Verbrennungsreaktion und damit die Bildung von Wasser mit einer hohen Wärmefreisetzungsrate einher geht, was letztlich zu einem starken Temperaturanstieg führt. Bei der Verbrennung entstehen zusätzlich noch CO , CO_2 und N_2 (siehe Abschnitt 2.2.1.3). Die entsprechenden Felder ähneln stark dem von Wasser, da diese Spezies über die gleiche Verbrennungsreaktion gebildet werden und sie somit in einem starren Verhältnis zueinander stehen. Im Bereich hoher Temperaturen kommt es allerdings zur Zersetzung des Wasser, sodass OH und H gebildet werden. Durch die vollständigeren Verbrennung beim Lastpunkt A1 und insbesondere A2 ergeben sich stromab der Reaktionszone deutlich erhöhte Konzentrationen an Wasser.

Abbildung D.4 zeigt die entsprechende Verteilung von OH . Der Maximalwert ist hierbei erheblich kleiner als bei den anderen Spezies. Da diese Reaktion kinetisch kontrolliert ist (siehe Abschnitt 2.2.1.3), findet sie erst bei hohen Temperaturen und somit stromab der eigentlichen Verbrennungszone statt. Die Verteilung der Massenanteile von H sieht wiederum gleich aus, da es zusammen mit OH in der gleichen Reaktion entsteht. Auch für OH ergeben sich bei den Lastpunkten A1 und A2 durch die vollständigeren Verbrennung und die damit verbundenen erhöhten Wasseranteile und höheren Temperaturen kurz

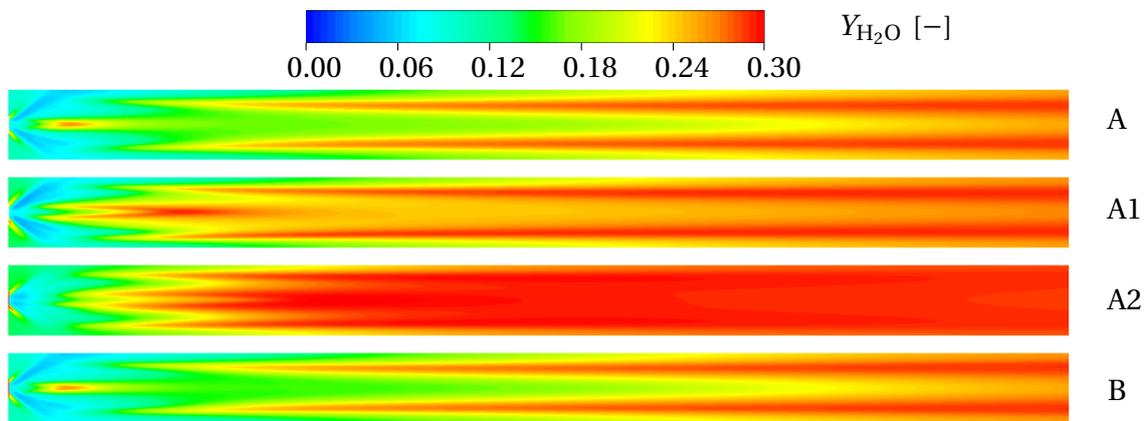


Abbildung D.3: Massenanteile von gasförmigem H₂O der vier Lastpunkte

vor dem Ende des Berechnungsgebietes erheblich größere Anteile.

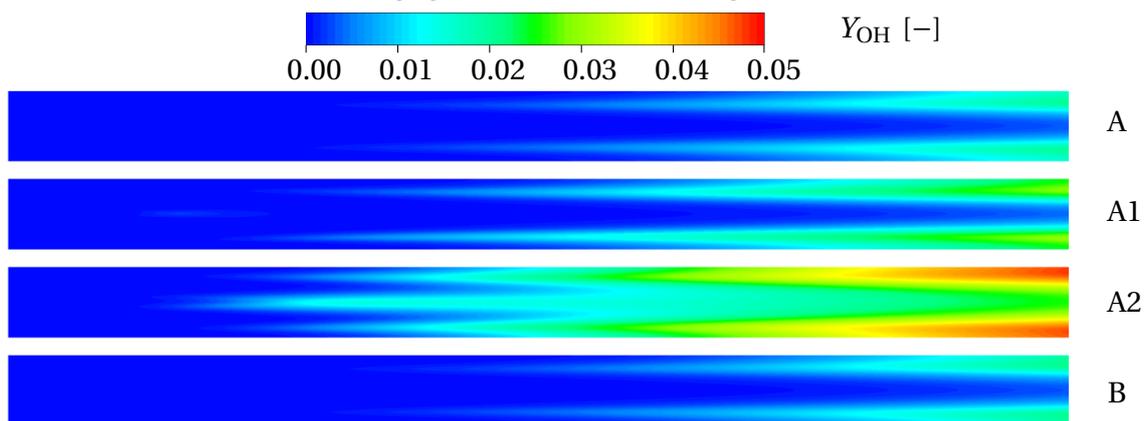


Abbildung D.4: Massenanteile von gasförmigem OH der vier Lastpunkte

Nach der Vorstellung der Felder der verschiedenen an den Reaktionen beteiligten Spezies werden im Folgenden noch die axialen Verteilungen der Wärmefreisetzungsraten betrachtet. Zur besseren Analyse der Untersuchungen mit dynamischer Anregung wird das gesamte Berechnungsgebiet in 12 gleich große Segmente entlang der axialen Richtung aufgeteilt. Abbildung D.5 zeigt

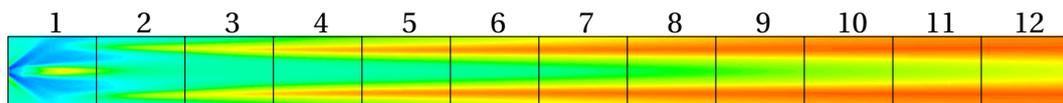


Abbildung D.5: Einteilung des Berechnungsgebietes in Segmente

diese Einteilung mit dem dazugehörigen Temperaturfeld für den Lastpunkt A.

Die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung der Verbrennung ist als Integral-

wert in den einzelnen Segmenten für die vier Lastpunkte in Abbildung D.6 gezeigt. Es wird nochmals deutlich, dass ein Großteil der Wärmefreisetzung in den ersten 100 mm stromab der Einspritzung erfolgt. Je schneller die Verdampfung stattfindet (von Lastpunkt A/B über A1 zu A2), desto stärker konzentriert sich die Verbrennung nahe der Einspritzebene. Entsprechend der vorherigen

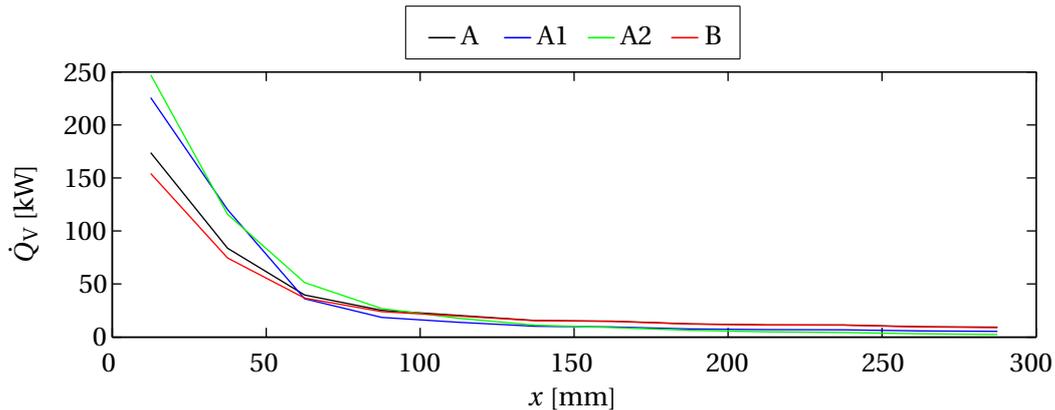


Abbildung D.6: Axiale Verteilung der Wärmefreisetzung der Verbrennung

Abbildung sind die axialen Verläufe der Integralwerte der Wärmefreisetzung der Dissoziation in den einzelnen Segmenten in Abbildung D.7 dargestellt. Diese Reaktion ist endotherm, weshalb sich negative Werte ergeben. Für die Lastpunkte A und B steigen die Verläufe kontinuierlich in axialer Richtung an, wohingegen bei den Lastpunkten A1 und A2 Maxima im mittleren Bereich des Berechnungsgebietes auftreten. Die gezeigten Verläufe spielen insbesondere in Abschnitt 7.3 eine wichtige Rolle.

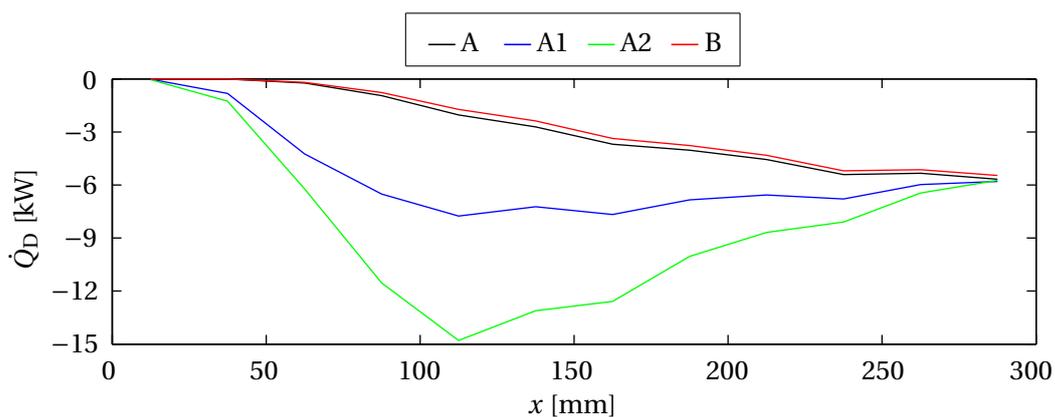


Abbildung D.7: Axiale Verteilung der Wärmefreisetzung der Dissoziation

E Anhang: Ergebnisse der Geschwindigkeitsanregung

In Kapitel 6 werden die Ergebnisse der Untersuchungen bei Anregung der transversalen Geschwindigkeit vorgestellt und diskutiert. Im Folgenden werden zur Ergänzung zusätzliche Abbildungen zum Einfluss der Geschwindigkeitsfluktuationen auf das mittlere Feld präsentiert. In Abschnitt 6.3.1.1 wird gezeigt, dass eine hohe Anregeamplitude starke Auswirkungen auf den gemittelten axialen Temperaturverlauf hat. Nun werden noch der Einfluss der Anregfrequenz und des Lastpunktes untersucht.

E.1 Abhängigkeit des axialen Profils von der Anregfrequenz und dem Lastpunkt

Die Anregfrequenz selbst zeigt nur einen geringen Einfluss auf das mittlere Temperaturfeld (Abbildung E.1), da die konvektiven Zeitskalen der Gasphase erheblich größer als die betrachteten akustischen Periodendauern sind. Die gestrichelte Linie stellt den Temperaturverlauf ohne Anregung, die durchgezogenen Linien den Verlauf des Lastpunktes A mit der Amplitude von $\tilde{p} = 20\%$ sowie der angegebenen Anregfrequenz dar. Der Einfluss dieses Verhältnisses der Zeitskalen konnte von Schmid bereits in [59, 65] gezeigt werden.

Die Aufprägung von Geschwindigkeitsfluktuationen zeigt kein signifikant unterschiedliches Verhalten bei verschiedenen Lastpunkten (Abbildung E.2). Die gestrichelte Linie stellt wiederum den Temperaturverlauf ohne Anregung, die durchgezogene Linie den Verlauf mit der angegebenen Amplitude von $\tilde{p} = 20\%$ bei einer Anregfrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz dar. Beim Lastpunkt A2 ist die Verkürzung der Flamme etwas geringer, da sie schon sehr nah am Injektor sitzt.

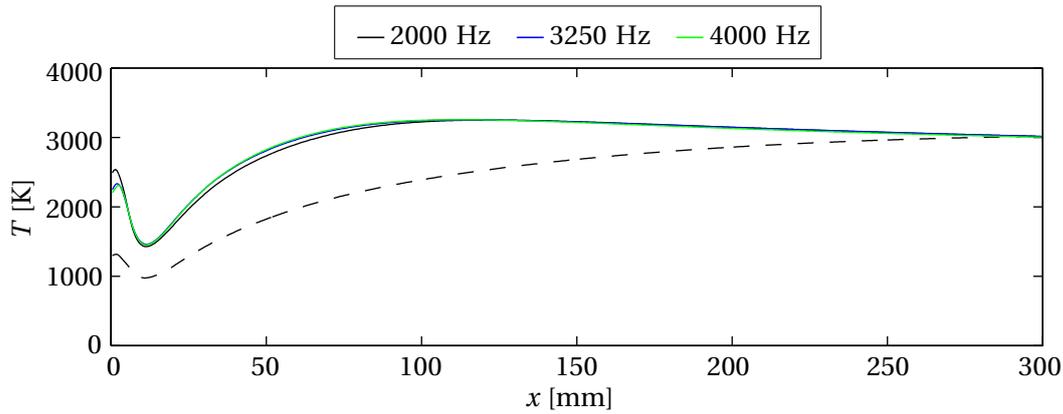


Abbildung E.1: Abhängigkeit des mittleren Temperaturprofils von der Anregungsfrequenz bei hoher Anregeamplitude ($\tilde{p} = 20\%$)

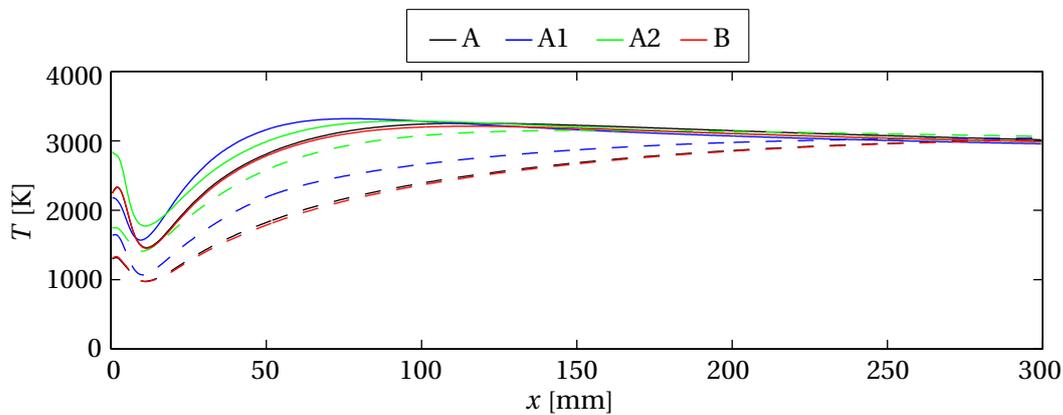


Abbildung E.2: Abhängigkeit des mittleren Temperaturprofils vom Lastpunkt bei hoher Anregeamplitude ($\tilde{p} = 20\%$)

Der Einfluss einer transversalen Geschwindigkeitsfluktuation mit einer Amplitude von $\tilde{p} = 20\%$ auf den axialen Verlauf der zeitlich und im Querschnitt

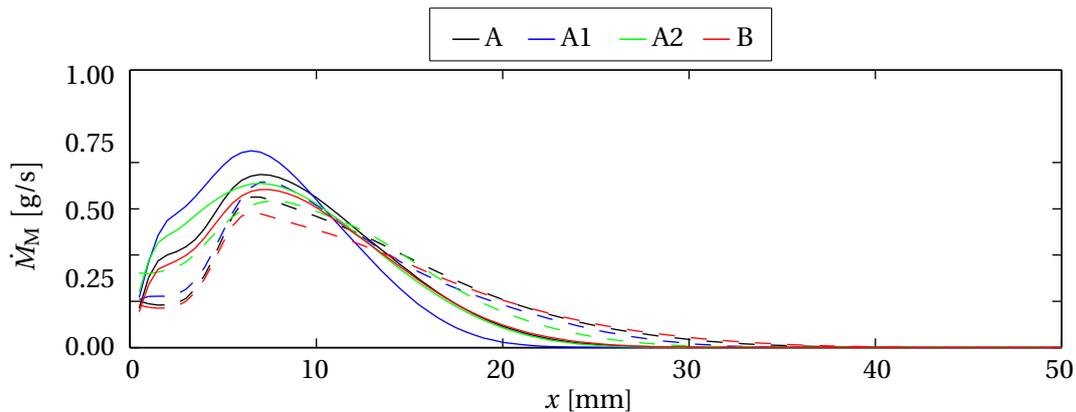


Abbildung E.3: Abhängigkeit der mittleren MMH-Verdampfungsrate vom Lastpunkt bei hoher Anregeamplitude ($\tilde{p} = 20\%$)

gemittelten Verdampfungsraten ist in Abbildung E.3 für MMH und in Abbildung E.4 für NTO als Vergleich der verschiedenen Lastpunkte gezeigt. Die durchgezogene Linie stellt wieder den Fall mit Anregung, die gestrichelte Linie den Fall ohne Anregung dar. Die axiale Position maximaler Verdampfung ändert sich durch die Anregung kaum. Im Bereich 20 mm stromab der Einspritzung verringert sich die Verdampfungsrates durch die Anregung, als Konsequenz wird die Verdampfung weiter stromauf verstärkt, da das Integral über die gesamte Berechnungsgebiet konstant bleibt.

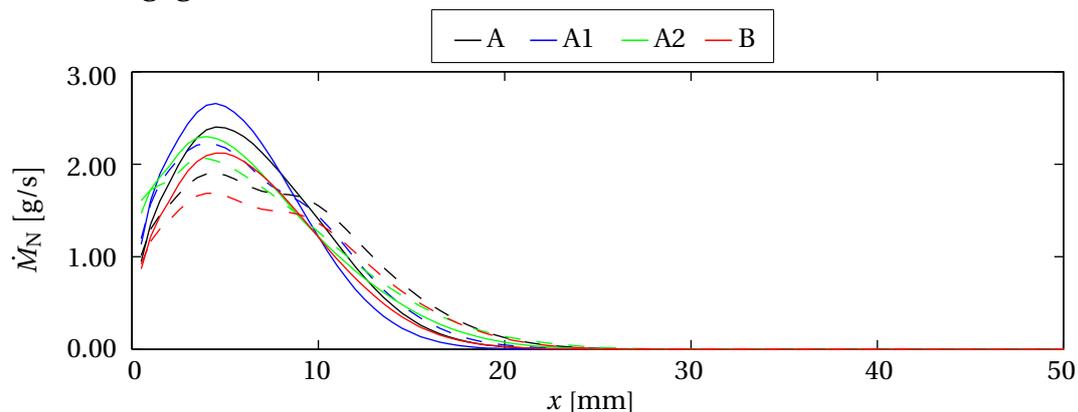


Abbildung E.4: Abhängigkeit der mittleren NTO-Verdampfungsrates vom Lastpunkt bei hoher Anregeamplitude ($\tilde{p} = 20\%$)

E.2 Gemittelte Temperaturverteilung im Längsschnitt

Im Folgenden wird der Einfluss der Anregeamplitude und -frequenz sowie des Lastpunktes auf das mittlere Temperaturfeld gezeigt. Ausgewertet wird hierbei die xy -Ebene, also eine Ebene, welche parallel zur Anregung ist und durch die Injektorachse geht. Das Temperaturfeld wird über zwei akustische Anregeperioden gemittelt.

Die entsprechenden Temperaturfelder für die Amplitudenabhängigkeit bei Geschwindigkeitsanregung für den Lastpunkt A bei einer Anregefrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz sind in Abbildung E.5 gezeigt. Die Geschwindigkeitsfluktuationen führen zu einer schnelleren Verdampfung sowie durch eine Verstärkung der Mischung zu einer erheblichen Verkürzung der Flamme.

Abbildung E.6 zeigt gemittelte Temperaturfelder zur Darstellung der Frequenz-

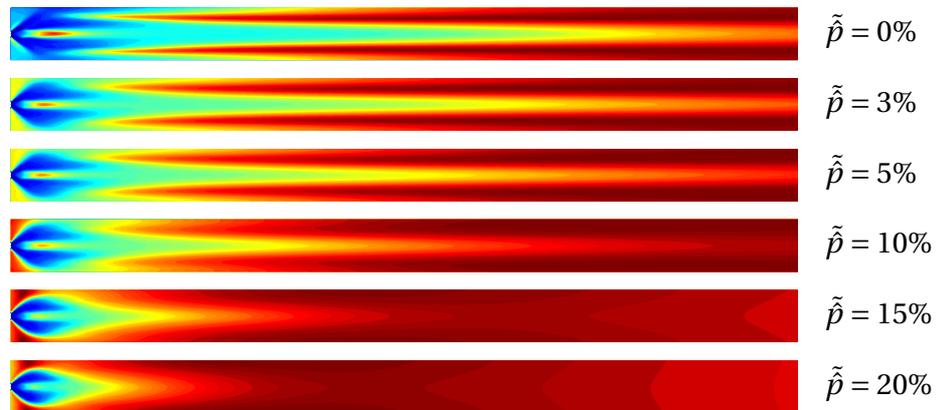


Abbildung E.5: Abhängigkeit des mittleren Temperaturfeldes von der Anregungsamplitude

abhängigkeit bei Geschwindigkeitsanregung mit $\tilde{p} = 20\%$ für den Lastpunkt A. Die hohe Anregungsamplitude reduziert zwar stark die Flammenlänge, die Anregungsfrequenz hat jedoch im betrachteten Frequenzbereich keinen großen Einfluss mehr.



Abbildung E.6: Abhängigkeit des mittleren Temperaturfeldes von der Anregungsfrequenz für $\tilde{p} = 20\%$

Auch der Lastpunkt zeigt keinen großen Einfluss auf das gemittelte Temperaturfeld bei Geschwindigkeitsanregung für $\tilde{p} = 20\%$ sowie $f_{exc} = 3250$ Hz (Abbildung E.7). Das gesamte Feld wird also von der Geschwindigkeitsanregung dominiert.

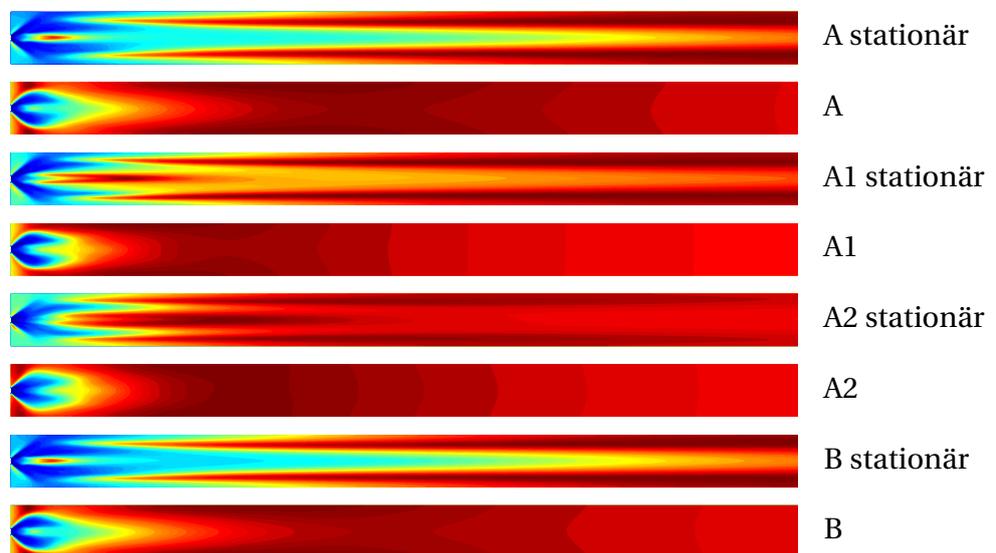


Abbildung E.7: Abhängigkeit des mittleren Temperaturfeldes vom Lastpunkt für $\tilde{p} = 20\%$

F Anhang: Ergänzungen zum Druckanregeverfahren

In Abschnitt 7.2 wird ein Anregeverfahren für Druckfluktuationen mit transversalem Charakter in räumlich reduzierten Berechnungsgebieten vorgestellt. Hierzu wird auf den Rändern periodisch Masse in das Gebiet eingebracht und entzogen, wodurch sich entsprechende Druckfluktuationen ergeben.

F.1 Überführung in rein reelle Gleichungen

Für die CFD-Simulationen wird das Programmpaket *Ansys CFX* verwendet. Damit ist es nicht möglich, Gleichungen mit komplexen Zahlen zu berechnen. Deshalb müssen die Gleichungen 7.5 und 7.7 analytisch in rein reelle Gleichungen überführt werden, wodurch sich dann die folgenden Ausdrücke ergeben:

$$X_{1p} = -\Re(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \sin(k_{mn}^{x+} \cdot x) + \Im(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \cos(k_{mn}^{x+} \cdot x) - \sin(k_{mn}^{x-} \cdot x) \quad (\text{F.1})$$

$$X_{2p} = \Re(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \cos(k_{mn}^{x+} \cdot x) + \Im(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \sin(k_{mn}^{x+} \cdot x) + \cos(k_{mn}^{x-} \cdot x) \quad (\text{F.2})$$

$$p'(t) = \frac{|\hat{p}|}{2} \cdot \cos(k_y \cdot y) \cdot (X_{1p} \cdot \cos(\omega \cdot t) + X_{2p} \cdot \sin(\omega \cdot t)) \quad (\text{F.3})$$

$$X_{1v} = -\Re(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \mu_+^* \cdot \cos(k_{mn}^{x+} \cdot x) - \Im(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \mu_+^* \cdot \sin(k_{mn}^{x+} \cdot x) - \mu_-^* \cdot \cos(k_{mn}^{x-} \cdot x) \quad (\text{F.4})$$

$$X_{2v} = -\Re(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \mu_+^* \cdot \sin(k_{mn}^{x+} \cdot x) + \Im(R_{mn}^{\text{FP}}) \cdot \mu_+^* \cdot \cos(k_{mn}^{x+} \cdot x) - \mu_-^* \cdot \sin(k_{mn}^{x-} \cdot x) \quad (\text{F.5})$$

$$w'(t) = \frac{|\hat{p}|}{2 \cdot \bar{\rho} \cdot c} \cdot k_y \cdot \sin(k_y \cdot y) \cdot (X_{1v} \cdot \cos(\omega \cdot t) + X_{2v} \cdot \sin(\omega \cdot t)) \quad (\text{E.6})$$

Diese können nun direkt in das CFD-Verfahren implementiert werden.

F.2 Ablauf einer Simulation - Variation der Amplitude sowie der Frequenz

Bei genauer Betrachtung der Gleichungen 7.9 und 7.2 für den Massenquellterm bzw. für die Druckfluktuation am Austritt des Berechnungsgebietes fällt auf, dass im Verlauf einer Periode nie beide zeitgleich zu null werden. Dies bedeutet, dass zu Beginn einer Simulation mit Druckerregung zwangsläufig eine große initiale Störung in das Berechnungsgebiet eingebracht wird. Auf Grund des kompressiblen Löseters breitet sich diese dann aus und führt zu Druckverläufen, welche nicht der vorgegebenen Modenform entsprechen. Erst nach langer Rechenzeit dämpfen sich diese unerwünschten Wellen aus. Um sie zu verhindern, wird in den Simulationen daher zu Beginn eine lineare Rampe für die Druckamplitude beginnend bei $\tilde{p} = 0\%$ bis auf den gewünschten Endwert vorgegeben. In den meisten Simulationen wurde eine Maximalamplitude von $\tilde{p} = 5\%$ verwendet. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, diesen Wert innerhalb von 10 Perioden zu erreichen, wodurch keinerlei störende Wellen mehr auftreten. Ein ähnlicher Ansatz einer ansteigenden Amplitude wird auch von Ducruix und Candel in [23] beschrieben, um ebenfalls störende Wellen zu verhindern.

Ramcke et al. [57] konnten bei ihren Simulationen feststellen, dass eine lange Transitionsphase notwendig war, um einen periodischen Schwingungszustand im Berechnungsgebiet zu erreichen. Zur Optimierung der Rechenzeit wurde deshalb ein Verfahren zur Variation der Anregfrequenz implementiert, sodass diese Transitionsphase nicht bei jeder neuen Anregfrequenz durchlaufen werden muss. Die Variation der Frequenz startet bei f_{Start} und verändert die Frequenz linear in der Zeit auf f_{Ende} innerhalb von N Perioden:

$$f(\tilde{t}) = f_{\text{Start}} + \frac{f_{\text{Ende}} - f_{\text{Start}}}{N} \cdot f_{\text{Start}} \cdot \tilde{t} \quad (\text{E.7})$$

wobei $N = 10$ für eine Frequenzänderung in der Größenordnung von 1000 Hz

gewählt wurde. Das Argument der zeitabhängigen Terme in den Gleichungen in Abschnitt E.1 ergibt sich dann aus der zeitlichen Integration der Frequenzänderung:

$$\frac{\phi(\tilde{t})}{2 \cdot \pi} = \int_0^{\tilde{t}} f(\tilde{t}') \, d\tilde{t}' = \frac{k}{2} \cdot \tilde{t}^2 + f_{\text{Start}} \cdot \tilde{t} \quad (\text{E.8})$$

Die Variation der Frequenz beginnt zu einem Zeitpunkt t_{Start} und berücksichtigt eine initiale Phasenverschiebung t_0 :

$$\frac{\phi(t)}{2 \cdot \pi} = \frac{k}{2} \cdot (t - t_{\text{Start}})^2 + f_{\text{Start}} \cdot (t - t_{\text{Start}}) + f_{\text{Start}} \cdot (t_{\text{Start}} - t_0) \quad (\text{E.9})$$

Mit dem vorgestellten Ansatz lässt sich nun eine kontinuierliche Frequenzvariation ohne störende Sprünge im Anregeverfahren durchführen. Bei den Simulationen in dieser Arbeit war dies allerdings nicht notwendig, da die von Ramcke et al. [57] festgestellte Transitionsphase zu Beginn der Simulation mit Druckerregung nicht auftrat. Dies liegt an der nur geringen Änderung des mittleren Feldes bei den hier gezeigten Fällen, wie in Abschnitt 7.3.1 gezeigt wurde.

F.3 Eingabegrößen

Zur Durchführung der Simulationen mit Druckerregung ist die Festlegung einiger Eingabegrößen notwendig. Deren Bedeutung ist im Folgenden dargestellt:

Anregfrequenz: f

Cut-On-Frequenz: f_{co}

Relative Druckamplitude: \tilde{p}

Machzahl: Ma

Schallgeschwindigkeit: c

Mittlerer Druck: \bar{p}

Reflexionsfaktor an der Einspritzebene: $R_{mn}^{\text{FP}} = \Re(R_{mn}^{\text{FP}}) + i \cdot \Im(R_{mn}^{\text{FP}}) = \frac{F_{mn}^{\text{FP}}}{G_{mn}^{\text{FP}}}$

Anzahl Perioden bis Erreichen der Maximalamplitude \hat{p} : n_{Tp}

Die Werte für die Frequenz, Cut-On-Frequenz sowie die Druckamplitude werden in den jeweiligen Abschnitten einzeln angegeben. Die Machzahl und

Schallgeschwindigkeit ergeben sich aus den Werten am Austritt des Berechnungsgebietes abhängig vom betrachteten Lastpunkt. Der mittlere Druck hängt ebenfalls entsprechend Tabelle 3.1 vom Lastpunkt ab. Für den Reflexionsfaktor an der Einspritzebene wird die energieneutrale Formulierung aus Gleichung 2.51 verwendet, da der Massenstrom in den betrachteten Simulationen konstant gehalten wird und dies einer solchen Randbedingung entspricht, wie von Kathan [40] gezeigt wird. In allen Simulationen dauert es 10 Perioden, bis die Maximalamplitude erreicht wird.

F.4 Berechnung von weiteren Hilfsgrößen

Aus den beschriebenen Eingabegrößen werden weitere Werte berechnet, welche in die Gleichungen in Abschnitt F.1 eingehen:

Absolute Druckamplitude: $\hat{p} = \bar{p} \cdot \tilde{p}$

Verhältnis der Anrefrequenz zur Cut-On-Frequenz: $\tilde{f} = \frac{f}{f_{co}}$

Wellenzahl in transversaler Richtung: $k_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{co}}{c \cdot \sqrt{1 - Ma^2}}$

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi \cdot f$

Wellenzahl: $k = \frac{\omega}{c}$

Wurzelterm: $s_m = \sqrt{1 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2 \cdot (1 - Ma^2)} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_{co}}{f}\right)^2}$

Wellenzahl in axialer Richtung: $k^{x\pm} = \frac{k}{1 - Ma^2} \cdot (-Ma \pm s_m)$

Wellenzahlenverhältnis radial: $\mu_{\pm} = \frac{-i}{k - Ma \cdot k^{x\pm}} = i \cdot \mu_{\pm}^*$

G Anhang: Validierung der Druckanregung

Zur Validierung der in Abschnitt 7.2 vorgestellten Anregeverfahren wird im Folgenden die analytische Lösung, welche sich aus den Gleichungen in Abschnitt 2.3 ergibt, mit den Ergebnissen aus CFD-Rechnungen mit Druckanregung verglichen. Hierbei kommt in der CFD analog zur analytischen Lösung eine homogene Grundströmung zum Einsatz. Anschließend wird untersucht, inwiefern sich eine durch die Verbrennung inhomogene Grundströmung auf den Verlauf der Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen auswirkt.

G.1 Vergleich der analytischen und numerischen Modenformen

Der Vergleich von durch die analytischen Gleichungen beschriebenen Modenformen und den mittels numerischer Simulationen gewonnenen Verläufen wird getrennt für die transversale und longitudinale Modenklasse durchgeführt.

G.1.1 Transversale Modenklasse

Abbildung G.1 vergleicht den analytischen und numerischen axialen Verlauf von Druckamplitude und -phase für eine homogene Grundströmung mit einer Machzahl von $Ma = 0.2$. Es sind zwei unterschiedliche Anregefrequenzen gezeigt, wobei die Cut-On-Frequenz beides mal zu $f_{co} = 3250$ Hz gewählt wurde. Bei den in schwarz dargestellten Verläufen beträgt die Anregefrequenz $f_{exc} = 3250$ Hz, die relative Anregefrequenz beträgt somit $\tilde{f} = 1$. Eine Anregefrequenz von $f_{exc} = 4000$ Hz und folglich eine relative Anregefrequenz von $\tilde{f} = 1.23$ wird bei den blauen Verläufen verwendet. Die durchgezogenen Linien stellen die Amplitude, die gestrichelten die Phase der analytischen Lösungen

dar. Die mittels der Druckerregung in der CFD gewonnenen Amplituden sind mit ausgefüllten, die Phasen mit offenen Symbolen gekennzeichnet. Es ist eine nahezu perfekte Übereinstimmung in Amplitude wie auch Phase zu erkennen. Auch komplexe axiale Verläufe wie bei der Anregefrequenz von 4000 Hz können mit dem entwickelten Verfahren abgebildet werden. Bei Betrachtung der Dichte- und Temperaturfluktuationen (nicht dargestellt) kann festgestellt werden, dass diese den Druckfluktuationen isentrop folgen. Auch diese Eigenschaft akustischer Fluktuationen wird somit berücksichtigt.

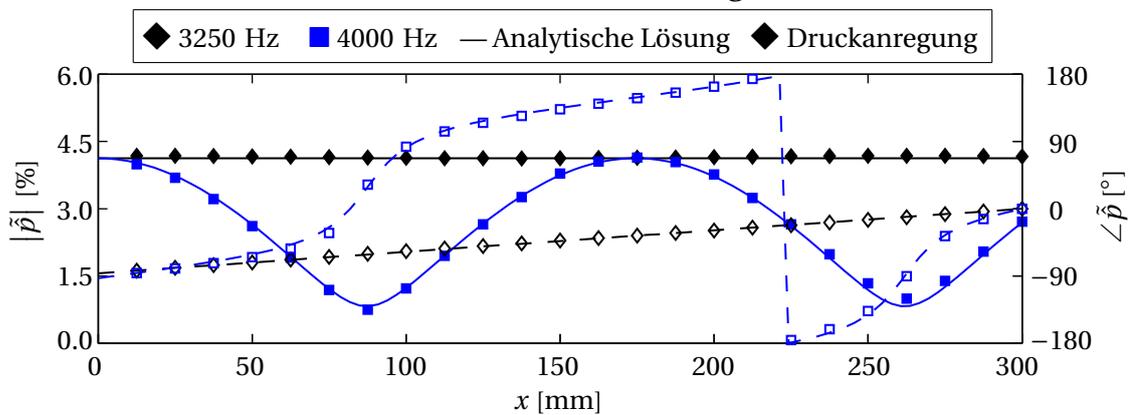


Abbildung G.1: Vergleich der axialen Verläufe der Druckamplitude und -phase der analytischen Lösung sowie der Ergebnisse mit Druckerregung für transversale Moden (— Amplitude, -- Phase)

G.1.2 Longitudinale Moden

Der Vergleich von analytischer und numerischer Lösung für eine Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter (siehe Abschnitt 7.2.1) mit einer Anregefrequenz von $f_{exc} = 3250$ Hz für verschiedene Zeitschritte ($2 \cdot 10^{-5}$ s, $1 \cdot 10^{-5}$ s und $2 \cdot 10^{-6}$ s) sind in Abbildung G.2 gezeigt. Zusätzlich ist eine Simulation mit einer halbierten Länge des Berechnungsgebietes dargestellt. Die Amplituden der numerischen Simulation (ausgefüllte Symbole) stimmen für den kleinsten Zeitschritt sehr gut mit der analytischen Lösung (durchgezogene Linie) überein. Mit wachsendem Zeitschritt nimmt die numerische Dämpfung erheblich zu, sodass die am Austritt durch die Anregung erzeugten akustischen Wellen räumlich gedämpft werden. Somit nimmt die Amplitude vom Austritt her entgegen der Strömungsrichtung erheblich ab. Bei reduzierter Länge ist die räumliche Ausdehnung der Wellenausbreitung und damit auch

deren Dämpfung geringer, weshalb sich mit einem Zeitschritt von $2 \cdot 10^{-5}$ s ein ähnlicher Verlauf wie bei längerer Domain und einem reduzierten Zeitschritt von $1 \cdot 10^{-5}$ s einstellt. Die Phasenwerte der numerischen Simulationen (offene Symbole) stimmen unabhängig vom gewählten Zeitschritt gut mit der analytischen Lösung (gestrichelte Linie) überein.

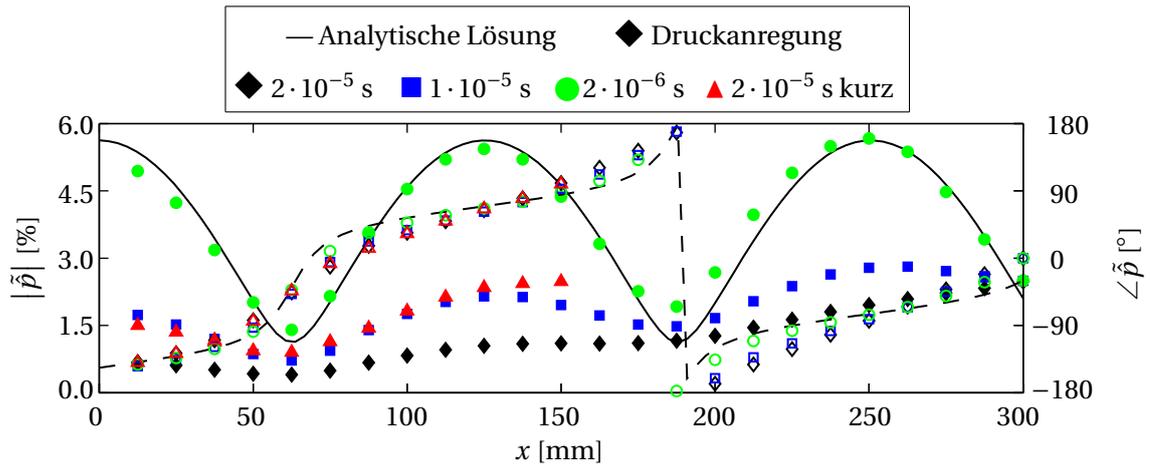


Abbildung G.2: Vergleich der axialen Verläufe der Druckamplitude und -phase der analytischen Lösung sowie der Ergebnisse mit Druckanregung für longitudinale Moden (— Amplitude, -- Phase)

Trotz der durchaus signifikanten Amplitudenunterschiede wird für die Untersuchung der Flammenantwort auf Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter ein Zeitschritt von $1 \cdot 10^{-5}$ s verwendet, da auch hier der entsprechende Verlauf von L-Moden zu erkennen ist und sich durch den größeren Zeitschritt die Simulationszeit erheblich reduziert.

G.2 Vergleich von homogener und inhomogener mittlerer Strömung

Im vorherigen Abschnitt G.1 konnte gezeigt werden, dass mit den in Abschnitt 7.2 vorgestellten Anregeverfahren akustische Druckfluktuationen mit longitudinalem wie auch transversalem Charakter in räumlich reduzierte Berechnungsgebiete eingebracht werden können. Dies wurde anhand eines homogen durchströmten Berechnungsgebietes untersucht.

Bei Verwendung dieser Anregeverfahren zur Analyse der Flammendynamik ist

das Grundströmungsfeld nicht mehr homogen sondern durch die Verdampfung und Verbrennung stark stratifiziert. Es treten also große Gradienten in den Geschwindigkeitsfeldern wie auch bei der Temperatur und Dichte auf. Der Einfluss dieser Stratifizierung auf die akustische Moden ist zurzeit Gegenstand intensiver Forschungsarbeiten am *Lehrstuhl für Thermodynamik* (siehe zum Beispiel [38] und [79]). An dieser Stelle werden daher nur die Auswirkungen bei Anwendung der vorgestellten Anregeverfahren mit inhomogenen Grundströmungen vorgestellt. In Zukunft muss dann bei genauerer Kenntnis der Modenformen mit inhomogener Strömung gegebenenfalls eine Anpassung der Anregung vorgenommen werden.

G.2.1 Transversale Moden

Amplitude und Phase des axialen Druckverlaufs für verschiedene Varianten der Anregung mit transversalem Charakter des Lastpunktes A mit einer Anregungsfrequenz von $f_{\text{exc}} = 3250$ Hz sowie einer Cut-On-Frequenz von ebenfalls $f_{\text{co}} = 3250$ Hz sind in Abbildung G.3 gezeigt. Variiert wurde hierbei der Zeitschritt sowie die Länge des Berechnungsgebietes. Zum Vergleich sind in türkiser Farbe die Ergebnisse mit homogener Grundströmung angegeben.

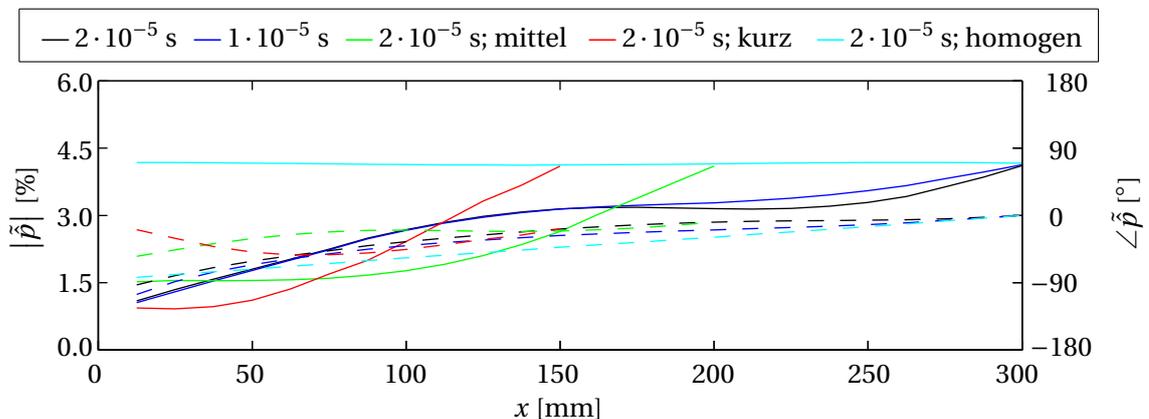


Abbildung G.3: Vergleich der axialen Druckverläufe bei homogener und inhomogener Strömung für transversale Moden (— Amplitude, -- Phase)

Es ist klar erkennbar, dass die Druckamplitude bei inhomogener Strömung unabhängig vom CFD-Zeitschritt entgegen der Strömungsrichtung erheblich abnimmt und damit geringer ist als bei homogener Strömung. Die Phase wird

jedoch nur schwach von der Grundströmung beeinflusst. Eine Reduzierung der Länge des Berechnungsgebietes hat einen signifikanten Einfluss auf die Modenform. Die Druckamplitude am Austritt des Berechnungsgebietes wird fest durch die implementierten Gleichungen vorgegeben. Wie in Abbildung G.1 zu sehen ist, ist diese auch konstant über die gesamte Länge. Daher ergibt sich unabhängig von der jeweiligen Länge eine konstante Druckamplitude am Austritt. Der Druck innerhalb des Berechnungsgebietes ist jedoch eine Folge der Quellterme auf den Rändern. Hierfür muss eine mittlere Schallgeschwindigkeit vorgegeben werden (siehe Abschnitt F.3). Diese wurde im inhomogenen Fall als die gemittelte Schallgeschwindigkeit am Austritt des längsten Berechnungsgebietes vorgegeben, wobei der gleiche Wert für alle Simulationen verwendet wurde. Durch die axiale Variation der Schallgeschwindigkeit bei inhomogener Grundströmung stellt sich somit dann ein axialer Druckverlauf dar. Durch die Inkonsistenz der Anregung im Feld und am Austritt können auch axiale Druckwellen (analog zur Anregung von longitudinalen Druckfluktuationen) in das Berechnungsgebiet eingebracht werden. Hierdurch sind dann die Unterschiede im axialen Verlauf der Druckamplituden bei verschiedenen Längen zu erklären, da der Einfluss der axialen Wellen mit sinkender Gebietslänge zunimmt.

Abbildung G.4 zeigt den Verlauf der longitudinalen Geschwindigkeitsamplitude und -phase der bereits aus Abbildung G.3 bekannten Simulationen, wobei diese Geschwindigkeitsfluktuationen durch räumliche Druckgradienten entstehen. Es sind Unterschiede zwischen der inhomogenen und homogenen Grundströmung sowie auch durch die Länge des Berechnungsgebietes zu erkennen. Der Zeitschritt hat jedoch keinen großen Einfluss auf den Verlauf. Auffallend ist der starke Anstieg zur Einspritzebene hin für die lange Domain und inhomogene Strömung (blaue bzw. schwarze Kurven). Dieser ist einerseits auf den stärkeren Druckgradienten zurück zu führen. Andererseits sinkt die mittlere Geschwindigkeit, welche zur Entdimensionierung der Fluktuationsamplitude verwendet wird, in diesem Bereich bereits erheblich ab, was zu einem Anstieg der relativen Amplitude führt.

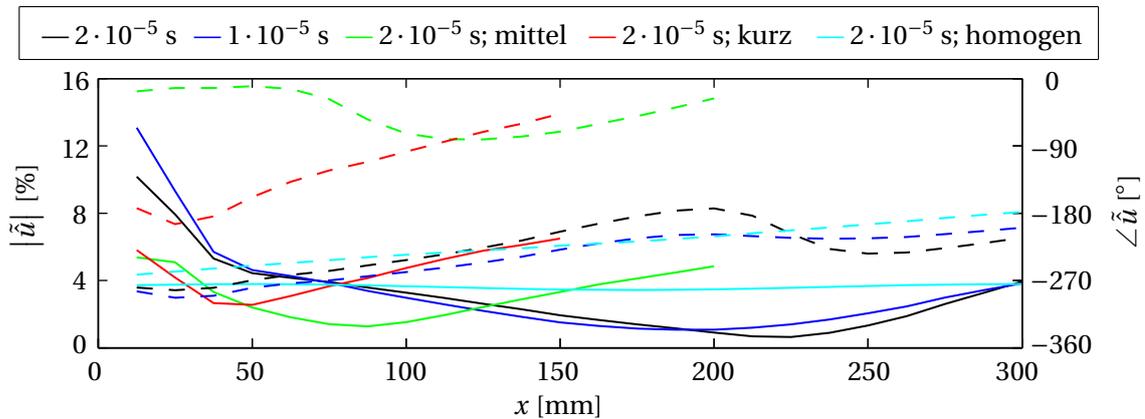


Abbildung G.4: Vergleich der axialen Geschwindigkeitsverläufe bei homogener und inhomogener Strömung für transversale Moden (— Amplitude, -- Phase)

G.2.2 Longitudinale Moden

Abbildung G.5 zeigt die axialen Verläufe der Druckamplitude und -phase für die gleichen Fälle wie im vorherigen Abschnitt. Allerdings wurden hier Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter eingebracht. Auch hier wird nochmals der Einfluss des Zeitschrittes deutlich. Bei einem Zeitschritt von $2 \cdot 10^{-5}$ s ergibt sich ein nahezu linearer Abfall in Wellenausbreitungsrichtung, wohingegen bei einem reduzierten Zeitschritt von $1 \cdot 10^{-5}$ s die longitudinale Modenform zu erkennen ist. Im Vergleich zur homogenen mittleren Strömung ergeben sich leichte Verschiebungen der axialen Positionen der Druckminima, was durch die unterschiedliche lokale Schallgeschwindigkeit zu erklären ist. Auch eine Reduzierung der Länge des Berechnungsgebietes bei großem Zeitschritt führt zu keiner Annäherung an die gewünschte longitudinale Modenform. Die Phasen wiederum werden kaum durch die unterschiedlichen Variationen beeinflusst.

Abbildung G.6 zeigt nun die Verläufe der Geschwindigkeitsamplituden und -phasen für die bekannten Fälle mit Anregung von Druckfluktuationen mit longitudinalem Charakter. Es ist ähnlich wie bei der Anregung von Druckfluktuationen mit transversalem Charakter der Einfluss der stark sinkenden mittleren Geschwindigkeit am Beginn des Berechnungsgebietes zu erkennen. Die relativen Geschwindigkeitsamplituden steigen stark an. Die Phasen der Geschwindigkeitsfluktuationen werden wiederum nur schwach von den vorge-

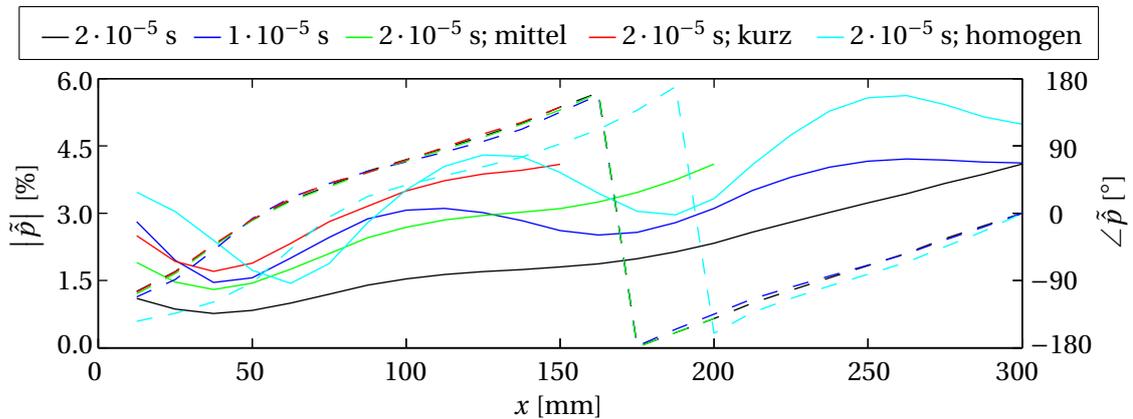


Abbildung G.5: Vergleich der axialen Verläufe der Druckamplitude und -phase der analytischen Lösung sowie der Ergebnisse mit Druckanregung für longitudinale Moden (— Amplitude, -- Phase)

stellten Parametervariationen beeinflusst. Sie sind im Vergleich zu den Druckfluktuationen um 180° verschoben.

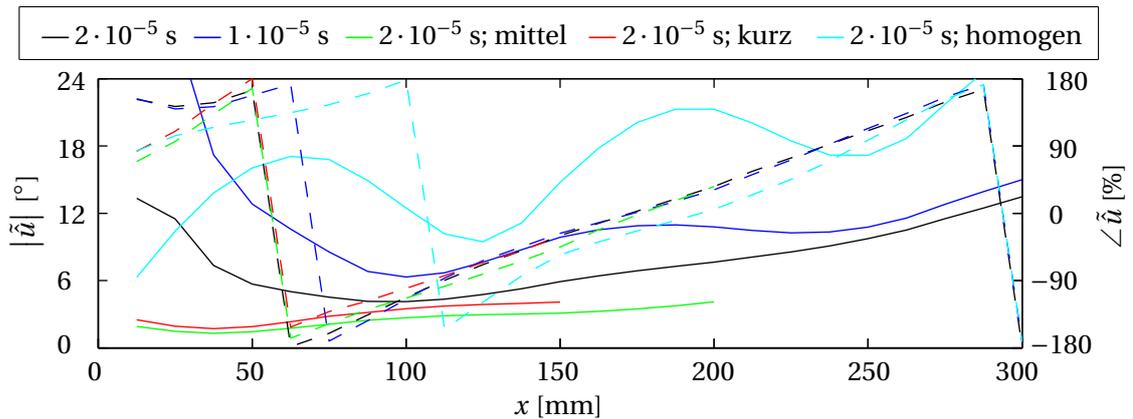


Abbildung G.6: Vergleich der axialen Verläufe der Geschwindigkeitsamplitude und -phase der analytischen Lösung sowie der Ergebnisse mit Druckanregung für longitudinale Moden (— Amplitude, -- Phase)

Zusammenfassend lässt sich für den Vergleich von homogener und inhomogener Grundströmung sagen, dass die Art der Grundströmung durchaus einen beträchtlichen Einfluss hat. Zurzeit kann auf Grund der fehlenden Kenntnisse hierzu keine abschließende Aussage getroffen werden, inwiefern die Anregeverfahren das Verhalten korrekt wieder geben oder ob hier gegebenenfalls eine Anpassung notwendig ist.

H Anhang: Weitere Ergebnisse bei Druckerregung

In diesem Kapitel werden weitere Ergebnisse zum Einfluss der Druckerregung präsentiert. Sie dienen als Ergänzung der bereits in Abschnitt 7.3 vorgestellten Ergebnisse.

H.1 Einfluss auf das mittlere Strömungsfeld

Zur Detaillierung des Einflusses einer Druckerregung auf das mittlere Strömungsfeld sind in Abbildung H.1 zeitlich gemittelte Temperaturfelder ohne Anregung und mit Druckamplituden von 10% und 20% gezeigt. Lediglich im Bereich der Einspritzung ergeben sich mit Anregung leicht erhöhte Temperaturen. Ein signifikanter Einfluss auf die Verdampfung ist nicht erkennbar. Die Druckerregung hat somit nur einen vernachlässigbaren Effekt auf das mittlere Strömungsfeld, was durch den fehlenden Einfluss einer verstärkten Mischung im Vergleich zur Anregung mit transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen zu erklären ist.

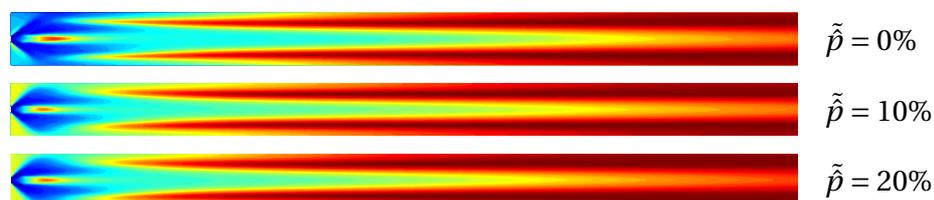


Abbildung H.1: Mittleres Temperaturfeld in Abhängigkeit der Druckamplitude

H.2 Weitere Transferfunktionen für die Verbrennungsreaktion

In Abschnitt 7.3.5 werden Transferfunktionen für die Wärmefreisetzungsraten der Verbrennung und Dissoziation definiert, welche deren Fluktuationen zu den lokalen Druckfluktuationen korrelieren. Hierbei konnte für die Dissoziationsreaktion ein räumlich nahezu unabhängiges Verhalten gefunden werden. Für die Verbrennungsreaktion hingegen ergibt sich eine starke räumliche Abhängigkeit der Dynamik. Neben dem Druck können noch weitere akustische Größen als Kopplungsvariablen verwendet werden. Dies sind insbesondere der lokale Druckgradient sowie die lokale Geschwindigkeitsfluktuation. Daher werden im Folgenden nun Transferfunktionen aufgestellt, welche die komplexen Amplituden der Fluktuationen der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion zu den komplexen Amplituden des Druckgradienten (Gleichung H.1) bzw. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation (Gleichung H.2) korrelieren. Die Untersuchung soll zeigen, ob sich auf diese Art räumlich einheitliche Transferfunktionen bilden lassen.

$$\text{FTF}_{V,\partial P}^P = \frac{\tilde{Q}_V^P(x_i)}{\frac{\partial \tilde{p}(x_i)}{\partial x}} \quad (\text{H.1})$$

$$\text{FTF}_{V,U}^P = \frac{\tilde{Q}_V^P(x_i)}{\tilde{u}(x_i)} \quad (\text{H.2})$$

Bei den folgenden Abbildungen sind wiederum die Amplituden als durchgezogene Linien, die Phasenwerte als gestrichelte Linien dargestellt. Die Verläufe sind jeweils als Funktion der Anregungsfrequenz für ausgewählte Segmente angegeben.

H.2.1 Korrelation zum lokalen Druckgradienten

Abbildung H.2 zeigt die Transferfunktion zwischen der Wärmefreisetzungsraten der Verbrennungsreaktion und des lokalen Druckgradienten für den Lastpunkt A. Die Amplituden sinken tendenziell mit steigender Frequenz und steigen in Strömungsrichtung an. Die Phase im ersten Segment wiederum zeigt eine

Änderung um 90° im Bereich von 3400 Hz. Die Segmente 2 bis 4 haben eine frequenzunabhängige Phase, welche sehr nahe bei null liegt. In Segment 5 zeigt sich lediglich im Bereich von 3500 Hz eine von null verschiedene Phase.

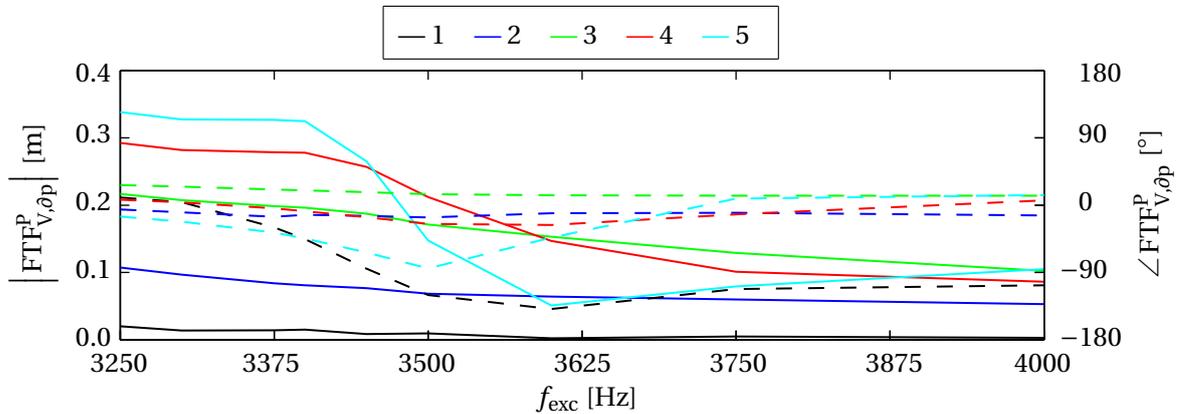


Abbildung H.2: Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. des lokalen Druckgradienten für Lastpunkt A (— Amplitude, -- Phase)

Die analoge Transferfunktion für den Lastpunkt A1 ist in Abbildung H.3 dargestellt. Hierbei zeigt sich für die Amplituden ein ähnliches Verhalten wie bei Lastpunkt A. Sie steigen in axialer Richtung und der Abfall mit steigenden Frequenzen nimmt ebenfalls in axialer Richtung zu. Die Phasenverläufe unterscheiden sich jedoch erheblich vom Lastpunkt A. Teilweise ergeben sich mit steigender Frequenz steigende oder fallende Verläufe. In axialer Richtung sinkt die Phase.

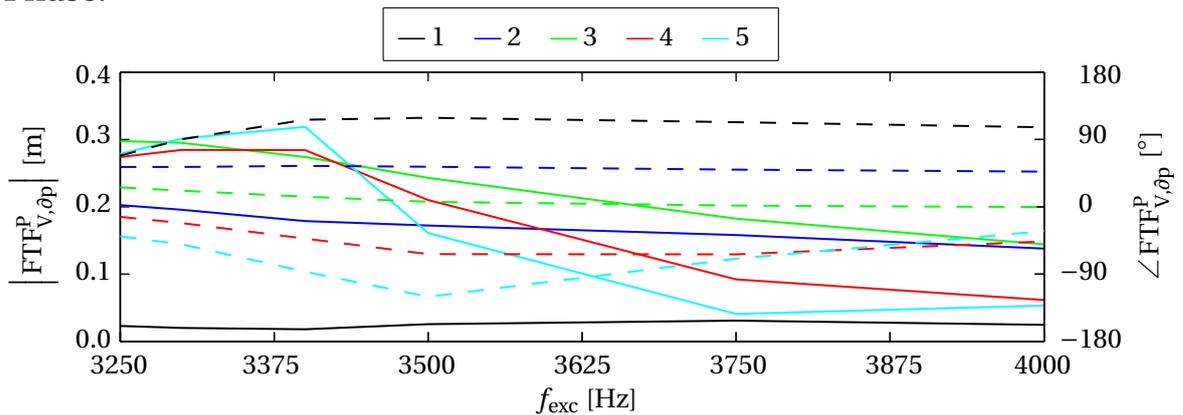


Abbildung H.3: Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. des lokalen Druckgradienten für Lastpunkt A1 (— Amplitude, -- Phase)

Zusammenfassend lässt sich für die Transferfunktionen zwischen der Wärme-freisetzung der Verbrennungsreaktion und des lokalen Druckgradienten sagen,

dass sich auch hier, ähnlich wie bei der Korrelation zur lokalen Druckfluktuation in Abschnitt 7.3.5.1, keine für alle Segmente und Lastpunkte räumlich einheitlichen Verläufe ergeben. Die Phase im Bereich von 0° für den Lastpunkt A deutet auf eine direkte Korrelation der Wärmefreisetzung mit dem Druckgradienten hin, wobei die Produktion von Wirbelstärke durch nicht-parallele Druck- und Dichtegradienten eine wichtige Rolle spielen könnte. Der Einfluss dieser Gradienten wurde bereits von Gosh [29] untersucht. Allerdings ist dies nicht der einzige Kopplungseffekt, da gerade im ersten Segment auch ein starker Einfluss der Verdampfung zu erwarten ist.

H.2.2 Korrelation zur lokalen Geschwindigkeitsfluktuation

Nun werden die Verläufe der Transferfunktionen zwischen der Wärmefreisetzung der Verbrennungsreaktion und der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation vorgestellt. In Abschnitt 7.3.4 konnte bereits gezeigt werden, dass die Verläufe des Druckgradienten sowie der Geschwindigkeitsfluktuationen nicht identisch, jedoch ähnlich sind. Daher kann auch ein ähnliches Verhalten der Transferfunktionen erwartet werden. Der Vollständigkeit halber werden diese dennoch präsentiert.

Abbildung H.4 zeigt Amplituden und Phasen der Transferfunktion für den Lastpunkt A, wobei das tendenzielle Verhalten in axialer Richtung wie auch die Frequenzabhängigkeit ähnlich zur Transferfunktion bzgl. des Gradienten sind. Die Phasen sind um 90° im Vergleich zur vorherigen Transferfunktion verschoben und liegen jetzt im Bereich von -90° . Der charakteristische Phasenabfall im ersten Segment tritt hier ebenfalls auf. Dies ist konsistent zu den Beobachtungen der Phasenverläufe des Druckgradienten und der Geschwindigkeitsfluktuationen in Abschnitt 7.3.4.

Die entsprechende Transferfunktion für den Lastpunkt A1 ist in Abbildung H.5 dargestellt. Hier treten ähnliche Unterschiede und Gemeinsamkeiten im Vergleich zur Transferfunktion bzgl. des Druckgradienten wie beim Lastpunkt A auf.

Zusammenfassend lassen sich für die Transferfunktion bzgl. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation also ähnliche Aussagen treffen wie für die Trans-

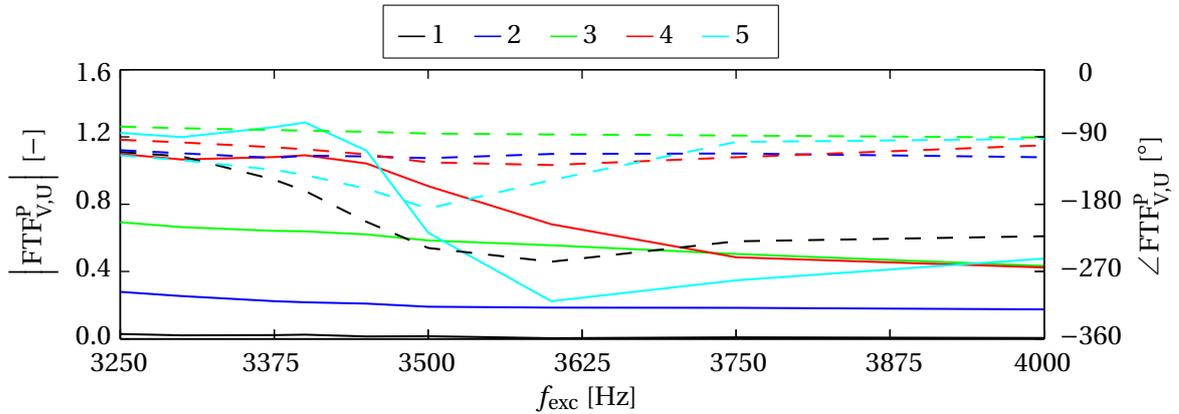


Abbildung H.4: Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation für Lastpunkt A (— Amplitude, -- Phase)

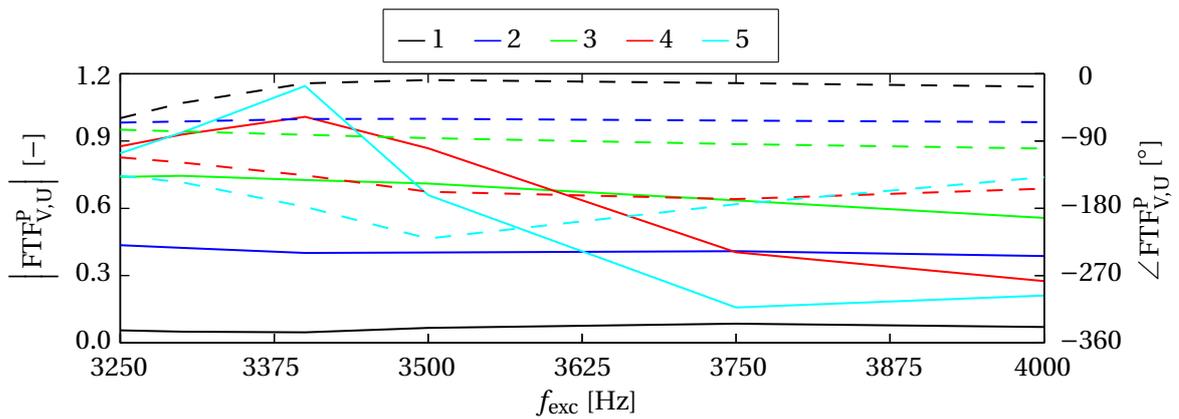


Abbildung H.5: Transferfunktion der Verbrennungsreaktion bzgl. der lokalen Geschwindigkeitsfluktuation für Lastpunkt A1 (— Amplitude, -- Phase)

ferfunktionen bzgl. des lokalen Druckgradienten, da Druckgradient und Geschwindigkeit direkt über die Impulserhaltung miteinander gekoppelt sind.

H.3 Verhalten bei unterschiedlicher Anregeamplitude

Abbildung H.6 zeigt die Amplituden und Phasen der integralen Fluktuationen der Verdampfungsraten von MMH und NTO sowie der Wärmefreisetzungsraten der Verbrennung und Dissoziation für den Lastpunkt A bei einer Anregungsfrequenz von 3250 Hz und unterschiedlichen Anregeamplituden von 2.5%,

5.0%, 10.0%, 15.0% und 20.0%. Für alle Amplituden besteht ein linearer Verlauf, welcher im Ursprung beginnt. Ebenso treten nahezu konstante Phasenwerte auf, wobei lediglich die Phase der Fluktuation der Verdampfungsrate des NTO leichte Abweichungen aufweist. Dies ist vermutlich auf die sehr geringe Antwortamplitude und damit verbundene Ungenauigkeiten bei der Auswertung zurück zu führen. Insgesamt kann ein lineares Verhalten der vier Größen im betrachteten Amplitudenbereich festgestellt werden. Die Verdampfungsrate des NTO zeigt jedoch erste Sättigungseffekte bei der höchsten Anregeamplitude.

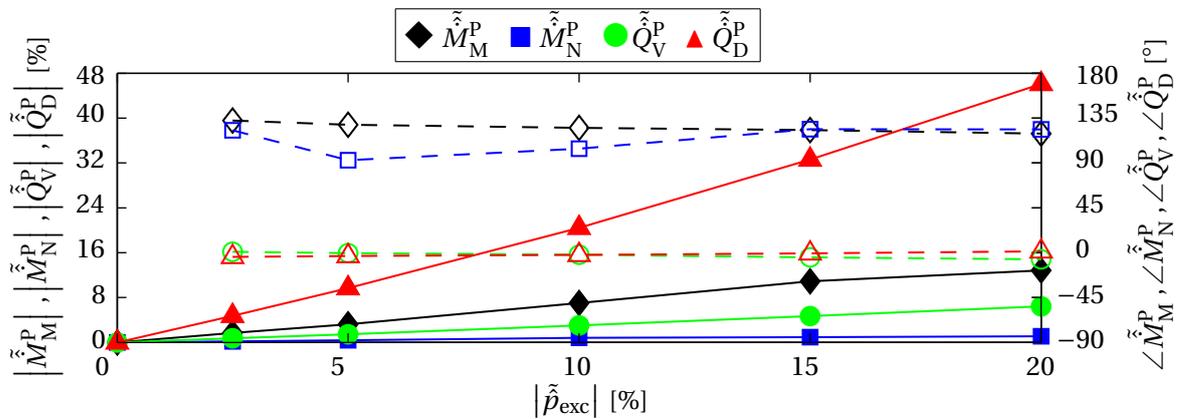


Abbildung H.6: Antwort der integralen Fluktuationen bei unterschiedlichen Anregeamplituden (— Amplitude, -- Phase)

I Anhang: Verzeichnis betreuter Studienarbeiten

Im Rahmen dieser Dissertation entstanden am *Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München* in den Jahren von 2009 bis 2014 unter wesentlicher wissenschaftlicher und inhaltlicher Anleitung des Autors die im Folgenden aufgeführten studentischen Arbeiten, in welchen verschiedene Fragestellungen zu den in dieser Arbeit behandelten Themengebieten untersucht wurden und deren Ergebnisse in Teilen in das vorliegende Dokument eingeflossen sind. Der Autor dankt allen Studierenden für ihr Engagement bei der Unterstützung dieser wissenschaftlichen Arbeit.

Tabelle I.1: Übersicht betreuter Studienarbeiten

Studierender	Studienarbeit
Michael Neubauer	Implementierung der LOX-GH ₂ -Verbrennung in ANSYS-CFX und Vergleich mit einem industriellen Verfahren (Masterarbeit, November 2011)
Thomas Ramcke	Numerische Untersuchung der Tropfenverdampfung in akustischen Felder (Diplomarbeit, Mai 2012)
Benedikt Raidt	Implementierung der MMH/NTO-Verbrennung in ANSYS-CFX am Beispiel einer Einzelinjektorbrennkammer (Semesterarbeit, August 2012)

Literaturverzeichnis

- [1] ABRAMOWITZ, M. ; STEGUN, I. : *Handbook of Mathematical Functions*. Fifth. New York : Dover, 1964
- [2] ABRAMZON, B. ; SAZHIN, S. : Droplet Vaporization Model in the Presence of Thermal Radiation. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005), S. 1868–1873
- [3] ABRAMZON, B. ; SAZHIN, S. : Convective Vaporization of Fuel Droplet with Thermal Radiation Absorption. In: *Fuel* 85 (2006), S. 32–46
- [4] ABRAMZON, B. ; SIRIGNANO, W. : Droplet Vaporization Model for Spray Combustion Calculations. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 32 (1989), Nr. 9, S. 1605–1618
- [5] AICHNER, T. ; RIEDMANN, H. ; KNIESNER, B. ; KNAB, O. : Development of an Advanced Global MMH/NTO Combustion Model for CFD Application. In: *Space Propulsion AAAF-ESA-CNES*, 2012
- [6] AIRBUS DEFENCE AND SPACE: *Rocket Launcher Propulsion*. <http://cs.astrium.eads.net>. Version: Januar 2014
- [7] ANDERSON, W. ; RYAN, H. ; SANTORO, J. ; HEWITT, R. : Combustion Instability Mechanism in Liquid Rocket Engines Using Impinging Jet Injectors. In: *31st AIAA ASME SAE ASEE Joint Propulsion Conference AIAA*, 1995
- [8] ANSYS, INC.: *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide – ANSYS CFX Release 14.0*. Canonsburg, PA, USA, 2011
- [9] ANSYS, INC.: *ANSYS CFX-Solver Theory Guide – ANSYS CFX Release 14.0*. Canonsburg, PA, USA, 2011

- [10] ANSYS, INC.: *ANSYS CFX*. <http://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Fluid+Dynamics/Fluid+Dynamics+Products/ANSYS+CFX>. Version: Januar 2014
- [11] BELL, W. ; ZINN, B. : *The Prediction of Three-Dimensional Liquid-Propellant Rocket Nozzle Admittances*. NASA CR- 121129. Georgia Institute of Technology
- [12] BRENNEN, C. E.: *Fundamentals of Multiphase Flow*. Cambridge University Press, 2005. – 177 – 179 S.
- [13] BURCAT, A. ; RUSCIC, B. ; LABORATORY, A. N. ; HALAL, T. M. v.: *Third Millennium Ideal Gas and Condensed Phase Thermochemical Database for Combustion with Updates from Active Thermochemical Tables*. Argonne National Laboratory, 2005
- [14] CATOIRE, L. ; CHAUMEIX, N. ; PAILLARD, C. : Chemical Kinetic Model for Monomethylhydrazine/Nitrogen Tetroxide Gas Phase Combustion and Hypergolic Ignition. In: *Journal of propulsion and power* 20 (2004), Nr. 1, S. 87–92
- [15] CROCCO, L. ; CHENG, S. : *Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors*. Butterworths Scientific Publications, 1956
- [16] CROWE, C. ; SCHWARZKOPF, J. ; SOMMERFELD, M. ; TSUJI, Y. : *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. Taylor and Francis, 2011
- [17] CULICK, F. E. C.: *Unsteady Motions in Combustion Chambers for Propulsion Systems*. 2006 (RTO AGARDograph AC/323(AVT-039)TP/103)
- [18] CULICK, F. : Combustion Instabilities in Liquid Fueled Propulsion Systems - an Overview / AGARD-CP 450. 1988. – Forschungsbericht
- [19] DADIEU, A. ; DAMM, R. ; SCHMIDT, E. W.: *Raketentreibstoffe*. Springer-Verlag, 1968
- [20] DAVIS, D. ; CHEHROUDI, B. : The Effects of Pressure and Acoustic Field on a Cryogenic Coaxial Jet. In: *42nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, January 2004

-
- [21] DAVIS, D. W.: *On the Behavior of a Shear-coaxial Jet, Spanning Sub- to Supercritical Pressures, with and Without an Externally Imposed Transverse Acoustic Field*, The Pennsylvania State University, Diss., 2006
- [22] DELFS, J. W. ; BAUER, M. ; EWERT, R. ; GROGGER, H. A. ; LUMMER, M. ; LAUKE, T. G. W.: Numerical Simulation of Aeroacoustic Noise by DLR-s Aeroacoustic Code PIANO / DLR Braunschweig. 2002. – Forschungsbericht
- [23] DUCRUIX, S. ; CANDEL, S. : External Flow Modulation in Computational Fluid Dynamics. In: *AIAA Journal* 42 (2004), S. 1550–1558
- [24] DUCRUIX, S. ; REY, C. ; CANDEL, S. : A Method for the Transverse Modulation of Reactive Flows with Application to Combustion Instability. In: *Combustion Theory and Modelling* 9 (2005), Nr. 1, S. 5–22
- [25] ECKSTEIN, J. : *On the Mechanisms of Combustion Driven Low-Frequency Oscillations in Aero-Engines*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2005
- [26] EHRENFRIED, K. : Skript zur Vorlesung Strömungsakustik I / Technische Universität Berlin. 2002. – Forschungsbericht
- [27] FERZIGER, J. ; PERIC, M. : *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, 1999
- [28] GANJI, A. ; DUNN-RANKIN, D. : Spray Modulation with Potential Application in Gas Turbine Combustors. In: *32nd Joint Propulsion Conference and Exhibit* AIAA, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996
- [29] GHOSH, A. : *The Role of Density Gradients in Liquid Rocket Engine Combustion Instability*, University of Maryland, Diss., 2008
- [30] GILL, G. ; NURICK, W. : *Liquid Rocket Engine Injectors*. National Aeronautics and Space Administration, 1976 (NASA SP 8089)
- [31] HARDI, J. S.: *Experimental Investigation of High Frequency Combustion Instability in Cryogenic Oxygen-Hydrogen Rocket Engines*, The University of Adelaide, Diss., 2012
- [32] HARRJE, D. T. (Hrsg.) ; REARDON, F. H. (Hrsg.): *Liquid Propellant Rocket*

- Combustion Instability*. NASA, 1972. – NASA SP-194
- [33] JOHNSON, R. : *The Handbook of Fluid Dynamics*. C R C Press LLC, 1998 (Mechanical engineering)
- [34] JOOS, F. : *Technische Verbrennung*. Springer London, Limited, 2007
- [35] KAESS, R. : *Testfallbeschreibung zur Untersuchung der Kopplung von akustischen Fluktuationen und der Verbrennung*. Private Korrespondenz, August 2012. – Airbus Defence and Space
- [36] KAESS, R. : *Validierungsdaten für ein MMH/NTO-Simulationsmodell*. Private Korrespondenz, August 2012. – Airbus Defence and Space
- [37] KAESS, R. ; BEHR, R. ; KNAB, O. : *Empirische Studien zur Modellierung der MMH/NTO-Verbrennung mittels Euler/Lagrange-Methoden*. Private Korrespondenz, März 2012. – Airbus Defence and Space
- [38] KAESS, R. ; KÖGLMEIER, S. ; BEHR, R. ; KNIESNER, B. ; SATTELMAYER, T. : Impact of Axial Gradients on Combustion Chamber Acoustics. In: *5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences*. München, Germany, 2013
- [39] KAESS, R. ; KÖGLMEIER, S. ; SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. : Linearized Euler Calculation of Acoustics of a Rocket Combustion Chamber. In: *Proceedings of the 2nd REST Modelling Workshop*. Ottobrunn, October 5/6 2010
- [40] KATHAN, R. : *Verlustmechanismen in Raketenbrennkammern*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2013
- [41] KLINGEN, B. : *Fouriertransformation für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer Berlin Heidelberg, 2001 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 9783642567759
- [42] KNAB, O. ; FRÖHLICH, A. ; WENNERBERG, D. : Design Support for Advanced Storable Propellant Engines by ROCFLAM Analyses. In: *35th Joint Propulsion Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999

-
- [43] KNAB, O. ; PRECLI, D. ; ESTUBLIER, D. : Flow Field Prediction Within Liquid Film Cooled Combustion Chambers of Storable Bi-Propellant Rocket Engines. In: *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998
- [44] LEFEBVRE, A. H.: *Combustion*. Bd. -: *Atomization and Sprays*. New York : Hemisphere Publishing Corp., 1989. – ISBN 0–89116–603–3
- [45] LJUNG, L. : *System Identification: Theory for the User*. Linköping University, Sweden : Prentice HallPTR, 2012
- [46] MAGNUSSEN, B. F. ; HJERTAGER, B. H.: On Mathematical Modeling of Turbulent Combustion with Special Emphasis on Soot Formation and Combustion. In: *16th Symp (Int) on Combustion* (1976), S. 719–729
- [47] MCBRIDE, B. J. ; ZEHE, M. J. ; GORDON, S. : *NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species*. Glenn Research Center (NASA), 2002
- [48] MÉRY, Y. ; HAKIM, L. ; SCOUFLAIRE, P. ; VINGERT, L. ; DUCRUIX, S. ; CANDEL, S. : Experimental Investigation of Cryogenic Flame Dynamics Under Transverse Acoustic Modulations. In: *Comptes Rendus Mécanique* 341 (2013), Nr. 1-2, S. 100 –109. – ISSN 1631–0721
- [49] MORGENWECK, D. : *Modellierung des Transferverhaltens im Zeitbereich zur Beschreibung komplexer Randbedingungen in Raketenschubkammern*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2013
- [50] MORGENWECK, D. ; FASSL, F. ; KAESS, R. ; SATTELMAYER, T. : Influence of Scaling Rules on Loss of Acoustic Energy. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 48 (2011), Nr. 3, S. 498–506
- [51] MORSE, P. ; INGARD, K. : *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1968. – 927 S.
- [52] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W.: *Discret-Time Signal Processing*. Pearson, 2010

- [53] PAPULA, L. : *Mathematik Für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*. Vieweg Verlag, Friedr. & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 2011 (Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler). – ISBN 9783834886439
- [54] PIERINGER, J. : *Simulation selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Raketenschubkammern im Zeitbereich*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2008
- [55] PIERINGER, J. ; SATTELMAYER, T. : Simulation of Thermo-Acoustic Instabilities Including Mean Flow Effects in the Time Domain. In: *ICSV Bd. 13*. Vienna, Austria, July 2006
- [56] PRIEM, R. J.: *Guidelines for Combustion Stability Specifications and Verifications Procedures for Liquid Propellant Rocket Engines / Chemical Propulsion Information Agency (CPIA)*. 1997. – Forschungsbericht
- [57] RAMCKE, T. ; SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. : Response Characterization of a LOX-GH2 Flame to Forced Acoustic Pressure Fluctuations. In: *5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences*. München, Germany, 2013
- [58] RAYLEIGH, L. : *The Theory of Sound*. Macmillan, 1896
- [59] RIBERT, G. ; JARCZYK, M. ; NIEDERMEIER, C. A. ; PETIT, X. ; PFITZER, M. ; SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. : Supercritical Fluid Flow Injection. In: *Sonderforschungsbereich/Transregio 40 Proceedings of the Summer Program*. 2011
- [60] RICHECOEUR, F. : *Expérimentations et Simulations Numériques des Interactions entre Modes Acoustiques Transverses et Flammes Cryotechniques*, Laboratoire d’Energétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion (E.M2.C.), UPR 288, CNRS et Ecole Centrale Paris, Diss., 2006
- [61] RICHECOEUR, F. ; SCOUFLAIRE, P. ; DUCRUIX, S. S. C. S. Candel: High-Frequency Transverse Acoustic Coupling in a Multiple-Injector Cryogenic Combustor. In: *Journal of Propulsion and Power* 22 (2006), Nr. 4, S. 790–799. – ISSN 0748–4658
- [62] SCHILLER, L. ; NAUMANN, A. : A Drag Coefficient Correlation. In: *VDI*

Zeitschrift 77 (1933), S. 318–320

- [63] SCHMID, M. : *Modelling of Film Cooling and Decomposition in MMH/NTO Rocket Engines*, EADS Astrium/TU Kaiserslautern/INSA Rouen, Diplomarbeit, August 2009
- [64] SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. : Influence of Pressure and Velocity Perturbations on the Heat Release Fluctuations for Coaxial GH₂/GO₂ Injection. In: *4th European Conference For Aerospace Sciences*. St. Petersburg, Russia, 2011
- [65] SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. : Interaction of Acoustic Pressure Fluctuations with Supercritical Nitrogen Jets. In: *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. Atlanta, Georgia, USA, 2012
- [66] SCHMID, M. ; BLUMENTHAL, R. ; SCHULZE, M. ; POLIFKE, W. ; SATTELMAYER, T. : Quantitative Stability Analysis Using Real Frequency Response Data. In: *J. Eng. Gas Turbines Power* 135 (2013), Nr. 1, S. 121601
- [67] SCHMID, P. : Dynamic Mode Decomposition of Numerical and Experimental Data. In: *J.Fluid.Mech.* 656 (2010), S. 5–28
- [68] SCHMITT, T. ; RODRIGUEZ, J. ; LEYVA, I. A. ; CANDEL, S. : Experiments and Numerical Simulation of Mixing Under Supercritical Conditions. In: *Physics of Fluids* 24 (2012), Nr. 5
- [69] SCHULLER, T. ; DUROX, D. ; CANDEL, S. : A Unified Model for the Prediction of Laminar Flame Transfer Functions: Comparisons Between Conical and V-Flame Dynamics. In: *Combust. and Flame* 134 (2003), S. 21–34
- [70] SCHULZE, M. ; SCHMID, M. ; MORGENWECK, D. ; KÖGLMEIER, S. ; SATTELMAYER, T. : A Conceptual Approach for the Prediction of Thermoacoustic Stability in Rocket Engines. In: *49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. San Jose, California, USA, 2013
- [71] SCHWING, J. : *Über die Interaktion von transversalen akustischen Moden, Strömung und drallstabilisierter Flamme in zylindrischen Flammrohren*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2013

- [72] SCHWING, J. ; GRIMM, F. ; SATTELMAYER, T. : A Model for the Thermo-Acoustic Feedback of Transverse Acoustic Modes and Periodic Oscillations in Flame Position in Cylindrical Flame Tubes. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012*. Copenhagen, Denmark, 2012
- [73] SCHWING, J. ; SATTELMAYER, T. : High-Frequency Instabilities in Cylindrical Flame Tubes: Feedback Mechanism and Damping. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013*. San Antonio, Texas, USA, 2013
- [74] SUTTON, G. P. ; ROSS, D. M.: *Rocket Propulsion Elements : an Introduction to the Engineering of Rockets*. 4th ed. Wiley, New York, 1976. – vi, 557 p. : S. – ISBN 0471838365
- [75] TAKAHASHI, F. ; SCHMOLL, W. J. ; DRESSLER, J. L.: Characteristics of a Velocity-Modulated Pressure-Swirl Atomizing Spray. In: *Journal of Propulsion and Power* 11 (1995), Nr. 5, S. 955 –963. – ISSN 0748–4658
- [76] TAY WO CHONG, L. ; BOMBERG, S. ; ULHAQ, A. ; KOMAREK, T. ; POLIFKE, W. : Comparative Validation Study on Premixed Flame Transfer Function Identification. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 134 (2012), Nr. 2, S. 021502
- [77] TÖRÖK, A. ; STEELANT, J. ; SATTELMAYER, T. : CFD Modelling Concept for the Computation of Dynamic Heat Release in Rocket Motors. In: *Space Propulsion, San Sebastian, Spain, 2010*
- [78] URBANO, A. ; SCHULZE, M. ; ZAHN, M. ; SCHMID, M. ; SATTELMAYER, T. ; OSCHWALD, M. : Investigations on Thermoacoustic Feedback on a Representative Test Chamber Configuration. In: *Sonderforschungsbe- reich/Transregio 40 Proceedings of the Summer Program*. 2013
- [79] WAGNER, M. ; SCHULZE, M. ; SATTELMAYER, T. : Experimental Investigation of Acoustic Properties of Orifices and Perforated Plates in the High Mach Number Regime. In: *Proceedings of the ICSV, 2013*
- [80] WIERMAN, M. ; BEINKE, S. ; ANDERSON, W. ; OSCHWALD, M. ; SCHULZE, M. ; ZAHN, M. ; SATTELMAYER, T. : Investigation of Modeling and Post-Processing Methods for Combustion Instability Experiments. In: *Son-*

derforschungsbereich/Transregio 40 Proceedings of the Summer Program.
2013

- [81] WILCOX, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. La Cañada, CA : DCW Industries Inc., 1993
- [82] YANG, V. (Hrsg.) ; ANDERSON, W. E. (Hrsg.): *Liquid Rocket Engine Combustion Instability*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995
- [83] ZELLHUBER, M. : *High-Frequency Response of Auto-Ignition and Heat Release to Acoustic Perturbations*, Lehrstuhl für Thermodynamik, Technische Universität München, Diss., 2013