

Technische Universität München
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Thermoakustische Stabilität einer Reisemobilheizung

Urban Neunert

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades
eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Willibald A. Günthner

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann

Die Dissertation wurde am 17.09.2009 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 7.12.2009 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München von Oktober 2004 bis Dezember 2009. Sie wurde von der Truma Gerätetechnik GmbH & Co. KG und der Deutschen Bundesstiftung Umwelt im Rahmen eines Forschungsprojekts gefördert.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer für die Betreuung meiner Arbeit und das mir entgegengebrachte Vertrauen. Seine Unterstützung sowie die von ihm gewährten Freiräume waren für das Gelingen meiner wissenschaftlichen Arbeiten besonders hilfreich.

Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates und Herrn Professor Dr.-Ing. Willibald A. Günthner für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung.

Mein Dank geht auch an meine Kolleginnen und Kollegen, zum einen für die fachliche Unterstützung, zum anderen aber auch für die freundschaftliche Atmosphäre am Lehrstuhl. Insbesondere möchte ich hier meine Bürokollegen Edurne und Marek erwähnen. Besonders danke ich Herrn Dr.-Ing. Christoph Hirsch für die wertvollen Diskussionen. Weiterhin danke ich meinen Studenten und wissenschaftlichen Hilfskräften sowie den Kollegen der mechanischen und elektrischen Werkstatt und des Sekretariats für ihren Einsatz und ihre tatkräftige Unterstützung.

Besonderer Dank gilt meinem guten Freund Sebastian für seine stets hilfreichen Ratschläge während meiner Schul-, Studien- und Promotionszeit. Ganz herzlich danke ich meiner Frau Eva für den verständnisvollen Beistand während der Fertigstellung meiner Arbeit. Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern für ihre Unterstützung während meiner langjährigen Ausbildungszeit bedanken.

München, im Dezember 2009

Urban Neunert

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Thermoakustik	7
2.2	Eindimensionale Akustik	10
2.3	Netzwerkmethode	13
2.3.1	Akustische Ränder und Anregungselemente	16
2.3.2	Rohre mit thermo-viskoser Wandreibung	17
2.3.3	Querschnittsänderungen und kompakte Elemente mit akustischen Verlusten	18
2.3.4	Elemente mit axialen und radialen Temperaturgradienten	20
2.3.5	Das akustische Übertragungsverhalten von Flammen . .	22
2.3.5.1	Laminare Kegelflammen	26
2.3.5.2	Brennerstabilisierte laminare Flachflammen . .	27
2.3.5.3	Zusammenhang zwischen Flammentransfer- funktionen und Flammentransfermatrizen . . .	32
2.4	Stabilitätsanalyse	33
3	Materialien und Methoden	36

3.1	Akustische Systemcharakterisierung	37
3.2	Die Bestimmung des akustischen Übertragungsverhaltens kompakter Elemente	41
3.2.1	Die Multimikrofonmethode	41
3.2.2	Messmethoden zur Bestimmung von Reflexionsfaktoren	44
3.2.3	Besonderheiten bei der Transfermatrixmessung von Wellrohren	45
3.2.4	Messmethoden zur Bestimmung von Flammentransfermatrizen	46
3.2.4.1	Optische Messmethoden	47
3.2.4.2	Akustische Messmethoden	49
3.2.5	Aufbau der Messanlage	51
4	Methodenvalidierung mit FEM und Netzwerkmodellierung	55
4.1	Dreidimensionale Rohrakustik in eindimensionalen Netzwerkmodellen	56
4.1.1	Der einfache Temperatursprung und radiale Temperaturprofile	58
4.1.2	Axiale Temperaturprofile mit der diskreten Methode . . .	62
4.2	Sensitivitätsanalyse der diskreten Auswertemethode bei Multimikrofonmessungen	68
4.3	Fazit	74
5	Ergebnisse und Diskussion	75
5.1	Komponentenuntersuchungen	75
5.1.1	Der Ein- und Auslassstutzen der RMH	76
5.1.2	Die Wellrohre im Abgas- und Frischgastrakt der RMH . .	79

5.1.3	Der Flammenhalter der RMH	86
5.1.4	Der Brennertopf der RMH	93
5.1.5	Brennerstabilisierte Flammen	94
5.2	Netzwerkmodelle der RMH	110
5.2.1	Validierung des kalten Modells	110
5.2.2	Validierung des heißen Modells	114
5.2.3	Bestimmung der stabilen und instabilen Eigenmoden am heißen Modell	117
5.2.4	Sensitivitätsanalyse und Stabilitätsmaßnahmen am Netzwerkmodell der RMH	123
6	Zusammenfassung	126
A	Wärmebilanz im Flammrohr	136
B	Wärmebilanz am Flammenhalter	139
C	Netzwerkmodelle des RMH-Systems	144
C.1	Einlassstutzen	145
C.2	Frischlufthpfad mit Anregung	146
C.3	Gebläsebereich	147
C.4	Brennertopf und Flamme	148
C.5	Brennkammer und Wärmetauscher	148
C.6	Abgastrakt	150
C.7	Auslassstutzen	151

Abbildungsverzeichnis

1.1	Heizungssystem RMH der <i>TRUMA Gerätetechnik GmbH</i>	3
2.1	Schematischer Rückkopplungsmechanismus selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Brennkammern.	8
2.2	Schematischer eindimensionaler Temperaturverlauf eines Mediums über einer auf einem Flammenhalter stabilisierten Flachflamme.	28
2.3	Typischer Regelkreis aus der Regelungstechnik, für $x = 0$ ist das System geschlossen.	33
2.4	Winkeltreue Abbildung der Eigenfrequenzen ω_e des Systems von der ω -Ebene auf die <i>OLG</i> (ω)-Ebene.	34
2.5	Beispiel eines aufgeschnittenen akustischen Netzwerks in f, g -Darstellung.	35
3.1	RMH-System mit Zugängen für Messaufnehmer und ausgebautem Brennertopf.	37
3.2	Funktionsschema der RMH: (1) Ansaugstutzen Frischluft, (2) Eingang Brennertopf mit Gebläse, (3) brennerstabilisierte Flamme, (4) Wärmetauscher, (5) Auslassstutzen Abgastrakt.	38
3.3	Schema der Strömungswege im Brennertopf.	39
3.4	Schema der RMH mit den Messstellen für Thermoelemente und Mikrofone.	39

3.5	Schema der Multimikrofonmethode zur Bestimmung der akustischen Transfermatrix eines kompakten Elements.	41
3.6	Amplituden- und Phaseninformation des dyn. Druckverlaufs $p' / (\bar{\rho} c)$ in den Messstrecken vor (rot) und nach (blau) dem Element, berechnet aus je drei Messpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 400 Hz (Zustand <i>a</i>).	43
3.7	Schematischer Aufbau zur experimentellen Bestimmung von Rand- und Anregungselementen.	44
3.8	Schematischer Aufbau zur akustischen Vermessung der Wellrohre des Frischgaspfades.	45
3.9	Verschiedene Flammenhalterkonfigurationen: Links oben: Flächenverhältnis $\frac{A_{offen}}{A_{mr}} = 0.2$, Lochdurchmesser $d_l = 2 \text{ mm}$. Rechts oben: Flächenverhältnis $\frac{A_{offen}}{A_{mr}} = 0.16$, Lochdurchmesser $d_l = 5 \text{ mm}$. Links unten: Flächenverhältnis $\frac{A_{offen}}{A_{mr}} = 0.18$, Lochdurchmesser $d_l = 7 \text{ mm}$. Rechts unten: Primärbrille der RMH, Flächenverhältnis $\frac{A_{offen}}{A_{mr}} = 0.22$, Lochdurchmesser $d_l = 2 \text{ mm}$ und 7 mm	46
3.10	Schematischer Verlauf des tatsächlichen axialen Temperaturverlaufs im Messrohr stromab der Flamme verglichen mit dem angenommenen Temperaturverlauf der konstanten sowie der diskreten Methode.	50
3.11	Versuchsanlage für die Multimikrofonmethode.	52
4.1	2-dimensionale Temperaturverläufe über x in einem Rohrstück der Länge l der verschiedenen FEM-Rechenfälle. Blau: Raumtemperatur. Rot: Typische Flammentemperatur. Temperaturprofil nach dem Temperatursprung bei x_{ts} : <i>A</i> - axial und radial konstant, <i>B</i> - axiales Profil und radial konstant, <i>C</i> - axial konstant und radiales Profil, <i>D</i> - axiales und radiales Profil, <i>E</i> - axiales und radiales Profil mit erhöhter Wandtemperatur.	57

4.2	Relative Fehler der Amplituden- und Phaseninformationen beim Vergleich der aus dem Netzwerk berechneten Riemann Invariante f mit den Simulationsdaten (Rechenfall C). Verschiedene konstante Temperaturen T_d zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit des Rohrstücks mit radialem Temperaturprofil sind dargestellt.	60
4.3	Relative Fehler der Amplituden- und Phaseninformationen beim Vergleich der aus dem Netzwerk berechneten Riemann Invariante g mit den Simulationsdaten (Rechenfall C). Verschiedene konstante Temperaturen T_d zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit des Rohrstücks mit radialem Temperaturprofil sind dargestellt.	61
4.4	Vergleich verschiedener Diskretisierungen eines axialen Temperaturprofils nach Gleichung (4.13) in einem Rohrstück der Länge $l = x_3$	64
4.5	Diskrete Methode: Resultierende Amplituden- und Phasenfehler R_{Amp} und R_Φ nach Gleichung (4.3) und Gleichung (4.4) über der Helmholtzzahl.	65
4.6	Absolute Amplitudenfehler $ R_{Amp} - 1 $ und Phasenfehler $ R_\Phi $ bezogen auf He der Riemann Invarianten g zweier Rechenfälle unterschiedlicher Länge.	66
4.7	Maximaler Amplituden- und Phasenfehler eines speziellen Rechenfalls unterschiedlicher Diskretisierungsstufen n . Vergleich mit der konstanten Methode ($n = 1$). Daten des Testfalls: $d_h = 0.025 m$, $l = 0.4 m$, $T_0 = 1693 K$, $T_w = 400 K$, $NTU = 1.2$	67
4.8	Diskrete Methode: Maximaler Amplituden- und Phasenfehler verschiedener FEM-Rechnungen unterschiedlicher Diskretisierungsstufen n . Parametervariation nach Tabelle (4.1).	68
4.9	Schema des Netzwerkmodells zur Simulation der Multimikrofonmethode. $RB =$ Randbedingung.	69
4.10	Diskretisiertes Temperaturprofil mit Mikrofonmessstellen.	70

4.11	Simulierte Daten verschiedener Amplitudenverläufe einer Flammentransfermatrix in $p'/(\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23).	71
4.12	Simulierte Daten verschiedener Phasenverläufe der Flammentransfermatrixterme TM_{11} und TM_{22} in $p'/(\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23).	72
4.13	Simulierte Daten verschiedener Amplitudenverläufe einer Flammentransfermatrix in $p'/(\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23). Vergleich der resultierenden Werte bei falsch angenommenen Temperaturverläufen.	73
4.14	Simulierte Daten verschiedener Phasenverläufe der Flammentransfermatrixterme TM_{11} und TM_{22} in $p'/(\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23). Vergleich der resultierenden Werte bei falsch angenommenen Temperaturverläufen.	74
5.1	Ein- und Auslassstutzen der RMH. Links: seitlich mit Kamindeckel. Rechts: Strömungswege ohne Deckel.	76
5.2	Modellierungsschema des akustischen Netzwerks für den Ein- und Auslassstutzen.	76
5.3	Amplituden- und Phasengang des Reflektionsfaktors r an der Schnittstelle des Frischluftpfades zur RMH Heizung über der Frequenz. Rot: experimentell ermittelt. Schwarz: berechnet aus dem Netzwerkmodell.	78
5.4	Amplituden- und Phasengang des Reflektionsfaktors r an der Schnittstelle des Abgastrakts zur RMH Heizung über der Frequenz. Rot: experimentell ermittelt. Schwarz: berechnet aus dem Netzwerkmodell.	78
5.5	Experimentelle Vermessung der Transfermatrizen von Wellrohren im Frischlufttrakt mit der Multimikrofonmethode: Oben: Länge $l = 0.56 m$. Unten: Fest eingespannt, Länge $l = 1 m$	80

5.6 Experimentelle Vermessung der Transfermatrizen von Wellrohren im Abgastrakt mit der Multimikrofonmethode: Oben: Länge $l = 1 m$. Unten: Länge $l = 0.56 m$ 81

5.7 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme eines Abgasrohres der Länge $l = 0.56 m$. Rot: exp. Daten. Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (2.38) mit $k_d = 4.08$ 82

5.8 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der relativen Dämpfung eines undurchströmten Abgasrohres der Länge l . Rot, fein gestrichelt: $k_d = 4.08$, $l = 1 m$. Blau, grob gestrichelt: $k_d = 4.08$, $l = 0.56 m$. Schwarz, durchgezogen: $k_d = 1$, $l = 1 m$. . . 84

5.9 Flammenhalter der RMH mit Primär- und Sekundärbelochung. 86

5.10 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme der Primärbelochung ohne Durchströmung. Rot: exp. Daten. Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (2.41) mit $l_{eff} = 0.025 m$ 88

5.11 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme der Primärbelochung ohne Durchströmung mit Berücksichtigung des Gitternetzes nach Gleichung (5.3). Rot: exp. Daten. Schwarz: berechnete Daten mit $l_{eff} = 0.025 m$ 90

5.12 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Transfermatrixterms TM_{12} der Primärbelochung mit Gitternetz bei $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$. Rot: exp. Daten. Schwarz: berech. Daten aus Gleichung (5.3) mit $\zeta = 27$ und $l_{eff} = 0.025 m$ 91

5.13 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme der Sekundärbelochung bei einem Luftdurchsatz von $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$. Rot: exp. Daten. Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (5.2) mit $\zeta = 27$ und $l_{eff} = 0.042 m$ 92

5.14 Brennertopf ohne Flammenhalter mit Schnittstellen für das Netzwerkmodell. 93

5.15	Netzwerkmodell des Brennertopfes vom Eingang der Frischluft bis zum Flammenhalter. <i>Rohr</i> : Rohrstück nach Gleichung (2.38) mit $k_d = 1$, <i>FS</i> (Flächensprung): kompaktes Element mit akustischen Verlusten nach Gleichung (2.41), <i>VZ</i> , <i>VK</i> : einfache verlustfreie akustische Verzweigung bzw. Verknüpfung.	94
5.16	Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme des gesamten Brennertopfes ohne Durchströmung. Rot: exp. Daten. Schwarz: berechnete Daten aus dem Netzwerkmodell in Abb. 5.15 und Gleichung (2.29).	95
5.17	Diskretisierungsschritte des axialen Temperaturverlaufs im Messrohr stromab einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm und der Temperatur T_s bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$. Rot: Messdaten. Schwarz: berechnetes Profil nach Gleichung (4.12).	96
5.18	Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der <i>FTF</i> einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz. Rot, gepunktet: Messdaten. Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.56). Blau, gestrichelte Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.53).	97
5.19	Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der relevanten Flammentransfermatrixterme einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz. Rot, gepunktet: Messdaten. Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.68) in Gleichung (2.72). Blau, gestrichelte Linie: gemessene <i>FTF</i> -Daten in Gleichung (2.73).	99

5.20 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammen-
transfermatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf ei-
nem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der ther-
mischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über
der Frequenz. Rot, gepunktet: Messdaten. Schwarz, durchge-
zogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (5.6) in Gleich-
ung (2.72). Blau, gestrichelte Linie: gemessene FTF -Daten in
Gleichung (2.73). 101

5.21 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der FTF einer
Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Loch-
durchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$
und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz. Rot, gepunktet:
Messdaten. Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten
mit Gleichung (2.56). 102

5.22 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammen-
transfermatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf ei-
nem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der ther-
mischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der
Frequenz. Rot, gepunktet: Messdaten. Schwarz, durchgezogene
Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.68). Blau, gestrichelte
Linie: gemessene FTF -Daten in Gleichung (2.73). 103

5.23 Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammen-
transfermatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf ei-
nem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der ther-
mischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über
der Frequenz. Rot, gepunktet: Messdaten. Schwarz, durchge-
zogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (5.6) in Gleich-
ung (2.72). Blau, gestrichelte Linie: gemessene FTF -Daten in
Gleichung (2.73). 103

5.24 Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 5 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.3$ über der Frequenz. a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen). b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). 104

5.25 Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 7 mm (gleichmäßig verteilte Löcher) bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.3$ über der Frequenz. a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen). b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). 105

5.26 Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 7 mm (ringförmig angeordnete Löcher) bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.55$ über der Frequenz. a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen). b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). 106

5.27 Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf der RMH-Primärbrille bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.1$ über der Frequenz. a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen). b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt). 108

5.28 Schema des Netzwerkmodells des Versuchsstandes zur Systemcharakterisierung des Heizgerätes RMH mit Fremdanregung unterteilt in die einzelnen Bereiche. System ohne Verbrennung. . . 111

5.29 Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz. Rot: gemessene Daten. Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten. 112

5.30 Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 67 über der Anregungsfrequenz. Rot: gemessene Daten. Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten. 113

5.31 Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz. Rot: gemessene Daten. Schwarz: Daten ermittelt mit einem Netzwerkmodell welches exp. Transfermatrizen enthält. 113

5.32 Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung nach dem Element 64 über der Anregungsfrequenz. rot: gemessene Daten. schwarz: Daten ermittelt mit einem Netzwerkmodell welches exp. Transfermatrizen enthält. 114

5.33	Temperaturverlauf der RMH-Heizung (0.56 m-Schlauch) bei einer thermischen Leistung von $P_{th} = 2 kW$ und einer Luftzahl von $\lambda = 3$. Rot: gemessene Werte. Schwarz: Temperaturdaten des NWM.	115
5.34	Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 kW$ und $\lambda = 3$ am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz. Rot: gemessene Daten. Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten.	116
5.35	Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 kW$ und $\lambda = 3$ am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz. Die Teilbereiche Brennertopf, Flamme, Ein- und Auslassstutzen sind im NWM durch Messdaten ersetzt. Rot: gemessene Daten. Schwarz: mit dem modifizierten Netzwerkmodell ermittelte Daten.	117
5.36	Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 kW$ und $\lambda = 1.75$ bei der instabilen Eigenmode 54 Hz an den sechs Mikrofonmessstellen.	118
5.37	NWM rein analytisch: Reelle Achse der Eigenmoden im Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene. Oben: alle Werte. Unten: Umgebung am kritischen Punkt $-1 + 0 \cdot i$	119
5.38	NWM modifiziert mit exp. TM: Reelle Achse der Eigenmoden im Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene. Oben: alle Werte. Unten: Umgebung am kritischen Punkt $-1 + 0 \cdot i$	120
A.1	Wärmebilanz im Messrohr stromab der Flamme.	136
B.1	Schematischer eindimensionaler Temperaturverlauf eines Mediums über eine auf einem Flammenhalter stabilisierten Flachflamme.	139

C.1 Schema des Netzwerkmodells des Heizungsgeräts RMH mit Fremdanregung unterteilt in die einzelnen Bereiche. System ohne Verbrennung. 144

Tabellenverzeichnis

4.1	Parametervarianten bei verschiedenen FEM-Rechnungen. . . .	67
5.1	Aus Experimenten berechnete Werte des Rauigkeitsfaktors k_d bei verschiedenen Wellrohrkonfigurationen.	84
5.2	Rauhigkeitswerte k_d eines Wellrohres (Zustand 2) mit $d_h = 0.075\text{ m}$ auf verschiedene Längen gestaucht (Zustand 1) bzw. gezogen (Zustand 3) bei zwei unterschiedlichen Strömungsregimen.	85
5.3	RMH-Heizung mit 0.56 m Frischluft- und Abgaspfad: Vergleich der experimentell ermittelten und mit der <i>OLG</i> -Methode an beiden Netzwerkmodellen berechneten dominanten Eigenmoden ω_e	121
5.4	RMH-Heizung mit 1 m Frischluft- und Abgaspfad: Vergleich der experimentell ermittelten und mit der <i>OLG</i> -Methode an beiden Netzwerkmodellen berechneten dominanten Eigenmoden ω_e . .	122
5.5	Vergleich der Eigenmoden ω_e und Wachstumsraten GR modifizierter Netzwerkmodelle NWM_{exp} der RMH-Heizung bei $P_{th} = 2\text{ kW}$ und $\lambda = 1.75$	124
C.1	Netzwerk des Einlassstutzens der RMH mit Modellierungsparameter.	145
C.2	Netzwerk des Frischluftpfades und der Lautsprecheranregung der RMH mit Modellierungsparameter.	146

C.3	Netzwerk des Bereichs vor und nach dem Gebläse mit Modellierungsparameter.	147
C.4	Netzwerk des Brennertopfes mit Modellierungsparameter. . . .	149
C.5	Netzwerk der Brennkammer und des Wärmetauschers mit Modellierungsparameter.	150
C.6	Netzwerk des Abgastrakts der RMH mit Modellierungsparameter.	151
C.7	Netzwerk des Auslassstutzens der RMH mit Modellierungsparameter.	152

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

A	[m ²]	Querschnittsfläche
A	[-]	Amplitude
$A(\hat{\omega})$	[-]	Flammenmodellterm
a	[-]	Anregungszustand
b	[-]	Anregungszustand
b	[m]	Rohrumfang
\dot{C}_h	[J/(sK)]	Wärmekapazitätsstrom
c	[m/s]	Schallgeschwindigkeit
c_p	[J/(kgK)]	isobare Wärmekapazität
d_h	[m]	hydraulischer Durchmesser
f	[m/s]	Riemann Invariante
$G(\omega)$	[-]	Antwortfunktion
GR	[-]	Wachstumsrate
g	[m/s]	Riemann Invariante
$H(\omega)$	[-]	Antwortfunktion
\dot{H}	[W/s]	Enthalpiestrom
H_u	[J/kg]	unterer Heizwert
i	[-]	komplexe Einheit
i	[-]	Netzwerkknoten
j	[-]	Netzwerkknoten
K	[-]	Umrechnungskonstante
k	[-]	Netzwerkknoten
k	[m ⁻¹]	Wellenzahl
k_d	[-]	Dämpfungsbeiwert

k_{wt}	[W/(m ² K)]	Wärmedurchgangszahl
l	[m]	Länge
l_{eff}	[m]	effektive Trägheitslänge
l_{min}	[-]	minimaler Luftbedarf
M	[K ⁻¹]	Flammenmodellterm
M	[kg/kmol]	molare Masse
\dot{m}	[kg/s]	Massenstrom
m_u	[kg/(m ² s)]	flächenbezogene Massenumsatzrate
N	[K]	Flammenmodellterm
NTU	[-]	dimensionslose Wärmeübertragungsfähigkeit
n	[-]	Anzahl
n	[-]	Diskretisierungsschritte
n	[-]	<i>FTF</i> Term
P_{th}	[W]	thermische Leistung
p	[Pa]	Druck
q	[W]	Wärmestrom
R	[m]	Radius
R	[-]	Referenzebene
R	[-]	relativer Fehler
RI	[m/s]	Riemanninvariante
r	[m]	Radius
r	[-]	Reflexionsfaktor
r	[-]	Regelsignal
S	[-]	Systemmatrix
s	[m]	Dicke
s_l	[m/s]	laminare Flammengeschwindigkeit
T	[K]	Temperatur
T	[s]	Periodendauer
TM	[-]	Transfermatrixterm
t	[s]	Zeit
U	[m]	benetzter Umfang
u	[m/s]	Geschwindigkeit, Schnelle
u_{amp}	[m/s]	Anregungsamplitude
\dot{V}_{luft}	[l _N /min]	Luftvolumenstrom

y	[-]	Antwortsignal
x	[-]	Anregungssignal
x	[m]	Weglänge

Griechische Buchstaben

α	[-]	Flächenverhältnis
α	[°]	halber Öffnungswinkel
α	[W/(m ² K)]	Wärmeübergangskoeffizient
β	[-]	Anpassungsparameter
ϵ	[-]	Emissionskoeffizient
ζ	[-]	Druckverlustbeiwert
Π	[-]	Transfermatrix
π	[-]	Kreiszahl
ρ	[kg/m ³]	Dichte
τ	[s]	Zeitverzug
τ_{Err}	[s]	Zeitmaß der Erregerschwingung
τ_{Flamme}	[s]	Zeitmaß der Flamme
Φ	[-]	Phasenwert
κ	[-]	Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten
λ	[-]	Luftzahl
λ	[W/(m K)]	Wärmeleitfähigkeit
λ_{ω}	[m]	Wellenlänge
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
Ψ	[-]	dimensionsloser Flammenabstand
Ω	[-]	Transformationsmatrix
ω	[s ⁻¹]	Kreisfrequenz
$\hat{\omega}$	[-]	dimensionslose komplexe Frequenz
ω_e	[s ⁻¹]	Eigenmoden
ω_n	[-]	normierte Kreisfrequenz

Hochgestellte Indizes

'	Schwankungsanteil
-	gemittelt
·	Zeitableitung
^	dimensionslos
+	mit Anregungsrichtung
-	gegen Anregungsrichtung
*	Radikal

Tiefgestellte Indizes

0	auf Nullpunkt bezogen
1	auf Knoten 1 bezogen
2	auf Knoten 2 bezogen
11	Ordnung des Transfermatrixterms
12	Ordnung des Transfermatrixterms
21	Ordnung des Transfermatrixterms
22	Ordnung des Transfermatrixterms
∞	Umgebung
<i>a</i>	Anregungszustand <i>a</i>
<i>a</i>	außen
<i>ad</i>	adiabat
<i>Amp</i>	Amplitude
<i>aus</i>	Ausgang
<i>b</i>	Anregungszustand <i>b</i>
<i>bez</i>	bezogen auf
<i>d</i>	stromab
<i>ein</i>	Eingang
<i>Err</i>	Erreger
<i>exp</i>	experimentell
<i>f</i>	Riemann Invariante <i>f</i>
<i>fg</i>	<i>f, g</i> -Darstellung

<i>fs</i>	Flächensprung
<i>g</i>	Riemann Invariante <i>g</i>
<i>FEM</i>	Finite-Elemente-Methoden
<i>Flamme</i>	Flamme
<i>forc</i>	Anregung
<i>ges</i>	gesamt
<i>h</i>	heiss
<i>h</i>	hydraulisch
<i>i</i>	innen
<i>i</i>	Netzwerkknoten
<i>i</i>	Zählindex
<i>j</i>	Netzwerkknoten
<i>K</i>	Umrechnungskonstante
<i>k</i>	Netzwerkknoten
<i>in</i>	Eingang
<i>l</i>	laminar
<i>l</i>	Lochblech, Flammenhalter
<i>l</i>	Verlust
<i>luft</i>	Luft
<i>max</i>	größter Wert
<i>min</i>	kleinster Wert
<i>mr</i>	Messrohr
<i>N</i>	Normzustand
<i>n</i>	Zählindex
<i>NWM</i>	Netzwerkmodell
<i>offen</i>	offen
<i>prop</i>	Propan
<i>pu</i>	$p' / (\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung
<i>r</i>	Reaktionsrate
<i>rad</i>	Strahlung
<i>ref</i>	Referenz
<i>resp</i>	Antwort
<i>rohr</i>	Rohrstück
<i>s</i>	Oberfläche

<i>th</i>	thermisch
<i>trans</i>	Transport
<i>ts</i>	Temperatursprung
<i>u</i>	stromauf
<i>u</i>	unverbrannt
<i>v</i>	Verlust
<i>w</i>	Wand
<i>wt</i>	Wärmetauscher
λ	Wärmeleitung
Φ	Phasenwert

Dimensionslose Kennzahlen

<i>He</i>	Helmholtzzahl
<i>Ma</i>	Machzahl
<i>Nu</i>	Nusseltzahl
<i>Pr</i>	Prandtlzahl
<i>Re</i>	Reynoldszahl
<i>Sh</i>	Scheerzahl
<i>Str</i>	Strouhalzahl
<i>Ze</i>	Zeldovichzahl

Akronyme

<i>CFD</i>	C omputational F luid D ynamics
<i>FEM</i>	F inite- E lemente- M ethoden
<i>FFT</i>	F ast- F ourier- T ransformation
<i>FS</i>	F lächensprung
<i>FTF</i>	F lamm e nt t ransfer f unktion
<i>FTM</i>	F lamm e nt t ransfer m atrix
<i>NWM</i>	N etz w erk m odell

<i>OLG</i>	open-loop-gain
<i>RB</i>	Randbedingung
<i>RMH</i>	Reisemobilheizung
<i>VK</i>	Verknüpfung
<i>VZ</i>	Verzweigung

Mathematische Operatoren

<i>Im</i>	Imaginärteil
<i>Max</i>	Maximum
<i>Re</i>	Realteil
Δ	Differenz
∂	partiell Differential

Konstanten

$R = 8314.5 \frac{J}{kmolK}$	universelle Gaskonstante
$\sigma_s = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2K}$	Stefan Boltzmann'sche Strahlungskonstante

1 Einleitung

Die Beheizung von Innenräumen ist ein entscheidender Schlüssel, um Menschen ein behagliches Umfeld zu bieten. Dabei wird zurzeit noch das Produkt „Wärme“ hauptsächlich durch Verbrennung von fossilen Energieträgern erzeugt.

Da die Verbrennung fossiler Brennstoffe durch Kohlendioxid-Emissionen klimaschädlich ist und andererseits Schadstoffe aus der Verbrennung vermieden werden sollen, haben die Hersteller von Heizgeräten im vergangenen Jahrzehnt große Anstrengungen unternommen, um die Effizienz ihrer Produkte bei gleichzeitiger Reduktion des Schadstoffausstoßes zu steigern. Diese Systeme arbeiten in der Regel mit magerer Vormischverbrennung, was mit folgendem Nachteil verbunden sein kann: Angetrieben durch die Wärmequelle können akustische Störungen im System im ungünstigen Fall zu selbsterregten Schwingungen aufklingen, die vom menschlichen Ohr wahrgenommen und daher als störend empfunden werden [Dow99b]. Higgins dokumentierte solche thermoakustischen Phänomene bereits im Jahre 1777 [Hig02]. Bei seiner „Singenden Flamme“ handelt es sich um eine Wasserstoff-Diffusionsflamme in einem Rohr, welche akustische Energie produziert. Weitere bekannte thermoakustische Konfigurationen sind das Sondhauss-Rohr [Son50] und das Rijke-Rohr [Rij59].

Bei dezentralen Verbrennungssystemen handelt es sich meist um Konfigurationen, bei denen sich die Wärmequelle in einem geschlossenen Bereich befindet. Auftretende akustische Instabilitäten sind daher häufig auf thermoakustische Phänomene zurückzuführen. Somit kommt bei diesen Heizungssystemen neben den selbstverständlich erscheinenden Anforderungen wie hohem Wirkungsgrad, niedrigen Schadstoffemissionen und einem erschwinglichen Preis eine vierte hinzu, die Geräuscharmheit. Letztere wird umso wichtiger je näher sich Bewohner am Brenner aufhalten, da der Lärmpegel

einen entscheidenden Faktor zur subjektiv empfundenen Behaglichkeit darstellt.

In Campingfahrzeugen sind die Bewohner dem Heizsystem räumlich besonders nahe. Um auch eine Nutzung in kühlen Jahreszeiten zu ermöglichen, sind Wohnwägen und Wohnmobile meist mit einer Gasheizung ausgestattet. Hierbei werden die Heizungen oftmals auch nachts betrieben, um ein Auskühlen des Wohnwagens oder des Wohnmobils zu verhindern. Aus dem Wunsch der Ausflügler und Urlauber, erholsam zu schlafen, wachsen somit für den Ingenieur ganz besondere Herausforderungen bei der Auslegung und Konstruktion eines möglichst geräuscharmen Brenners. Bisher wird dieses Problem dadurch umgangen, dass die entsprechenden akustisch instabilen Betriebsbereiche nicht angefahren werden. Dadurch ist jedoch die Erfüllung weiterer Anforderungen wie Emissionsarmut und hoher Wirkungsgrad eingeschränkt. Für die Heizungsentwickler ist es daher unerlässlich, die Instabilitäten bereits in der Entwicklungsphase vorher zu sagen, um anschließend durch Designveränderungen eine thermoakustische Stabilität zu sichern.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Analysemodell entwickelt, welches die akustischen Eigenschaften eines gegebenen Heizungssystems vollständig beschreiben kann. Es basiert auf der Methode der Netzwerkmodellierung, bei welcher der Strömungsweg der Heizung als eindimensional betrachtet wird. Ein akustisches Netzwerk besteht aus einem System von analytischen Gleichungen, welche die akustischen Feldgrößen (Fluktuationen von Druck und Geschwindigkeit, p' & u') über den gesamten Heizungsverlauf definieren. Dabei ist das Gesamtsystem in seine kompakten Elemente zerlegt. Die Eigenschaften jedes einzelnen Elements sind durch frequenzabhängige Transfermatrizen beschrieben, welche die akustischen Feldgrößen stromauf und stromab davon verknüpfen. Diese Methode zeichnet sich vor allem durch eine einfache Übertragbarkeit auf reale Systeme sowie durch geringen Rechenaufwand aus. Ein Hauptproblem besteht darin, den eigentlich dreidimensionalen Strömungsweg komplexer Heizungen so zu vereinfachen, dass die Annahme der eindimensionalen Akustik zutrifft.

Der Ansatz der Netzwerkmodellierung wurde in den letzten Jahren zur Erfassung der thermoakustischen Eigenschaften von Gasturbinenbrennkam-

mern entwickelt [SPP99], [Sch03] & [Eck04] und soll nun auf Verbrennungssysteme geringerer Leistung angewendet werden. Als Validierungsfall wurde ein Heizungs-Prototyp für Untersuchungszwecke modifiziert. Es handelt sich dabei um eine Reisemobilheizung (RMH) der *Truma Gerätetechnik GmbH* (Abb. 1.1). Die Untersuchungen fokussieren sich auf die Frage, mit welcher Qualität das reale thermoakustische Stabilitätsverhalten des Systems mit Hilfe eines eindimensionalen akustischen Netzwerkmodells vorhergesagt werden kann.



Abbildung 1.1: Heizungssystem RMH der *TRUMA Gerätetechnik GmbH*.

Voraussetzung für die Entwicklung eines solchen Netzwerks ist die Kenntnis der Transfergleichungen und -matrizen der einzelnen Heizungselemente. Besonders die Eigenschaften der Reaktionszone, also der Flamme, sind von Interesse, da diese die treibende Quelle der akustischen Instabilitäten ist. In der Literatur finden sich verschiedene Transfermodelle für Standardelemente wie z.B. ein verlustfreies Rohr oder eine Querschnittsänderung [Mun87]. Aber bereits bei wenig komplexeren Geometrien sind hochgenaue Aussagen über das akustische Transferverhalten nicht möglich. Experimentelle Untersuchungen oder numerische Berechnungen erlauben hier eine exaktere Behandlung. Natürlich ist bei der Betrachtung der einzelnen Elemente zu beachten, ob die Annahme des eindimensionalen Verhaltens der Akustik gültig ist. Im Gegensatz zu Gasturbinenbrennkammern, in denen heiße Abgase produziert wer-

den und somit der Bereich nach der Verbrennung als quasi isotherm angesehen werden kann, wird in dezentralen Heizgeräten kleiner Leistung die Wärme der Verbrennungsabgase möglichst effektiv an ein Sekundärmedium abgegeben. Deshalb weist besonders der Bereich nach dem Brenner ein ausgeprägtes Temperatur- und somit Schallgeschwindigkeitsprofil sowohl über dem Querschnitt als auch in Strömungsrichtung auf. Die Eindimensionalität der Akustik ist hier zu prüfen.

Die experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit umfassen die Darstellung des Übertragungsverhaltens der Heizungsbereiche, welche einen deutlichen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten haben. Bei der RMH sind das der Frischluft- und Abgaspfad, der Luft-Ansaugstutzen sowie der Brennertopf. Die Untersuchung der thermischen Interaktion zwischen der Reaktionszone und dem Flammenhalter ist der Schwerpunkt der experimentellen Arbeiten. Schließlich wurden Experimente zur Charakterisierung des Stabilitätsverhaltens des gesamten Heizungssystems am realen Gerät für die abschließende Validierung des Netzwerkmodells durchgeführt.

Die beispielhafte Anwendung der in dieser Arbeit beschriebenen Methoden zur Vorhersage von thermoakustischen Instabilitäten in Heizungssystemen kleiner Leistung soll deren Nutzen für die Heiztechnikbranche aufzeigen. Damit könnten emissionsärmere Betriebsverfahren eingesetzt werden, welche bisher aufgrund von Verbrennungsinstabilitäten nicht akzeptabel sind. Ein illustratives Beispiel für das Vorgehen ist die Methodenentwicklung für die Modellierung der Instabilitäten und des Lärms bei der Verbrennung in Gasturbinen. Erst nach der Lösung der Instabilitätsprobleme ist es dort gelungen, die Stickoxidemissionen von früher ca. 500 ppm auf unter 10 ppm abzusenken. Die Umweltrelevanz ist daher direkt gegeben. Des Weiteren kommt hinzu, dass auch die Vermeidung akustischen Lärms einen nicht zu unterschätzenden Einfluss auf die Verbesserung der Umweltsituation hat.

Die vorliegende Arbeit soll die Heizungsentwickler ermutigen, die vorteilhafte Methode der Netzwerkmodellierung bei der Vorhersage von akustischen Instabilitäten in Heizungssystemen kleiner Leistung anzuwenden. Allein aus den Informationen der Geometrie und den Betriebszuständen des Systems soll der Anwender in der Lage sein, mit möglichst geringem Aufwand ein aus-

sagekräftiges akustisches Modell zu erstellen. Dabei treten stets die gleichen Fragestellungen auf: Wie wird ein gegebenes reales dreidimensionales System in eindimensionale Elemente aufgeteilt? Durch welche Berechnungsmodelle wird die Akustik der einzelnen Elemente beschrieben?

Kapitel 2 beginnt mit den theoretischen Grundlagen der Thermoakustik sowie der eindimensionalen Rohrakustik. Die Theorie der Netzwerkmodellierung sowie die für deren Anwendung benötigten analytischen Modelle zur Berechnung des akustischen Übertragungsverhaltens typischer Brennerkomponenten werden darin erklärt. Dabei liegt der Fokus auf der Beschreibung der typischen Flammen. Abschließend werden die Berechnungsmethoden zur akustischen Stabilitätsanalyse von Heizungssystemen kleiner Leistung erklärt.

In Kapitel 3 werden die beiden Versuchsstände vorgestellt. Dabei handelt es sich einerseits um einen Versuchstand zur Charakterisierung der Systemakustik eines gesamten Heizgerätes und andererseits um einen Versuchstand zur Vermessung von akustischen Transfermatrizen typischer Heizungskomponenten. Im Weiteren werden die an diesen Versuchsständen durchgeführten Messmethoden erklärt. Dabei wird eine neue Auswertemethode zur Bestimmung akustischer Flammentransfermatrizen vorgestellt.

Anhand einer Sensitivitätsanalyse wird in Kapitel 4 diese Auswertemethode genauer bewertet. Mit Hilfe von numerischen Berechnungen wird die Übertragbarkeit des akustischen Verhaltens in Rohren mit dreidimensionalen Temperaturprofilen auf quasi-eindimensionale Netzwerkmodelle untersucht. Dabei wird das Temperaturprofil im Netzwerk durch diskrete Temperaturstufen modelliert. Die dadurch auftretenden relativen Fehler des akustischen Übertragungsverhaltens werden im Rahmen einer dimensionslosen Fehleranalyse dargestellt.

Kapitel 5 präsentiert die ausgewerteten Messergebnisse. Einerseits werden dabei die experimentell ermittelten Transfermatrizen der untersuchten Heizungskomponenten mit analytischen Modellen verglichen und Modellierungsvorschläge für diese Elemente gegeben. Andererseits werden die Messdaten des Gesamtsystems zur Validierung des Netzwerkmodells der Beispielheizung verwendet. Die aus einer Stabilitätsanalyse am Netzwerkmodell der

Heizung resultierenden, thermoakustisch stabilen und instabilen Eigenmoden werden mit dem realen Stabilitätsverhalten des Heizungssystems verglichen. Die Ergebnisse sind die Grundlage der Validierung des eindimensionalen akustischen Netzwerkmodells des Gesamtsystems. Abschließend wird anhand einer Sensitivitätsanalyse der Einfluss passiver Maßnahmen auf die thermoakustische Systemstabilität untersucht.

2 Theoretische Grundlagen

Für das weitere Verständnis dieser Arbeit sind im folgenden Kapitel die relevanten theoretischen Grundlagen kurz erklärt. Der Begriff Thermoakustik und das Phänomen der selbsterregten Verbrennungsschwingungen wird genauer untersucht. Ausgehend von der linearen Wellengleichung, über die Riemann Invarianten werden die Voraussetzungen für das Anwenden der Methode der Netzwerkmodellierung erläutert. Ein weiterer Abschnitt befasst sich mit den akustischen Transfermatrizen von Standardelementen. Diese bilden die Berechnungsgrundlage des Netzwerkmodells. Schwerpunkt der Darstellungen sind die analytischen Modelle des akustischen Übertragungsverhaltens relevanter Flammen. Abschließend wird die Methode der Stabilitätsanalyse aus dem Gleichungssystem zusammengefasst.

2.1 Thermoakustik

Das Phänomen der Thermoakustik in Verbrennungssystemen basiert auf Interaktionen von Wärmefreisetzung und Akustik. Dabei sind typischerweise mehrere Disziplinen involviert (u.a. Schwingungslehre, Verbrennung, Akustik, Regelungstechnik sowie praktische Brennerauslegung und -konstruktion). Die Akustik von Verbrennungssystemen lässt sich hinsichtlich des Systems anschaulich klassifizieren, wobei die Brennkammer die entscheidende Rolle spielt. Typische Anwendungen sind z.B. Raketenbrennkammern, Gasturbinen oder Kleinbrenner. Neben der Geometrie (Einzelbrennkammer, Ringbrennkammer, Helmholtz-Resonator, Rijke-Rohr, etc.) ist hier die thermische Leistung und Art der Verbrennung (vorgemischt, laminar, turbulent) ausschlaggebend.

Die Art der Lärmentstehung lässt sich in zwei wesentliche Arten klassifizie-

ren: Verbrennungslärm und selbsterregte Verbrennungsschwingungen. Verbrennungslärm tritt vorwiegend während turbulenter Verbrennung auf und ist charakterisiert durch ein breitbandiges Frequenzspektrum. Selbsterregte Verbrennungsschwingungen treten auf wenn eine akustische Störung im Brennersystem durch die Wärmequelle verstärkt wird und zur Resonanz aufschwingt. Der Lärm nimmt dabei ein schmales Frequenzspektrum ein, dessen Spitzen auf den Eigenmoden des Systems liegen.

In dieser Arbeit wird die Thermoakustik in dezentralen Heizungssystemen kleiner Leistung untersucht. Da es sich hierbei um eine perfekt vorgemischte laminare Verbrennung handelt, spielt das Phänomen Verbrennungslärm nur eine untergeordnete Rolle und wird nicht weiter untersucht.

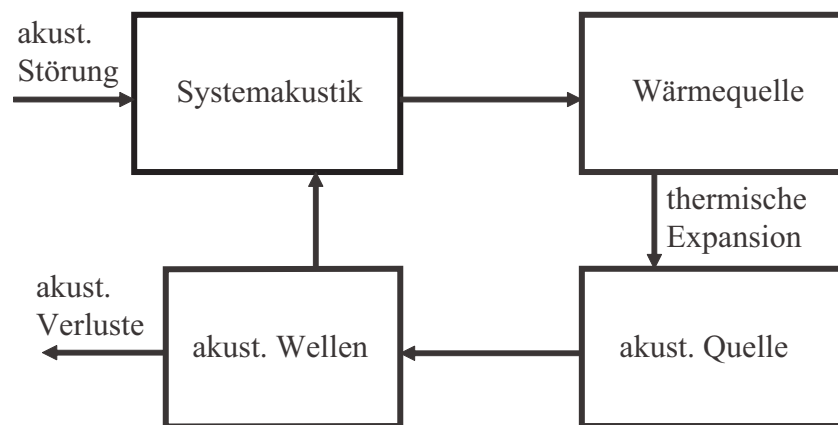


Abbildung 2.1: Schematischer Rückkopplungsmechanismus selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Brennkammern.

In Abb. 2.1 ist der Mechanismus selbsterregter Verbrennungsschwingungen schematisch dargestellt. In Verbrennungssystemen ist die Wärmequelle die Flamme. Die schwingende Masse ist das Gas im System. Das beinhaltet nicht nur die heißen Abgase in Brennkammer, Wärmetauscher und Abgastrakt sondern auch die im Frischgasbereich unverbrannten Gase. Die Systemakustik wird durch ihre relevanten Feldgrößen beschrieben. Diese sind die Fluktuationen des Drucks p' und der Geschwindigkeit u' .

Die Auswirkungen der Wärmefreisetzungsschwankungen q' einer Wärmequelle auf die Druckschwankungen p' in einem akustischen Medium (z.B. gasförmig) beschreibt das nach Lord Rayleigh [Ray26] benannte Rayleigh In-

tegral. Eine Wärmequelle (z.B. eine Flamme) in einem geschlossenen System wird dann zur akustischen Quelle, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind: Druckfluktuationen gewinnen an Energie wenn an einen gasförmigen Stoff Wärme zum Zeitpunkt der höchsten Kompression zugeführt wird, oder wenn Wärme zum Zeitpunkt der größten Expansion abgeführt wird. D.h. wenn die Druckschwankungen p' und die Wärmefreisetzungsschwankungen q' in Phase sind schwingt das System auf. Eine weitere Voraussetzung dafür sind hohe Absolutbeträge der Druckschwankungen p' am Ort der Energiezufuhr (bzw. Energieabfuhr).

Putnam et al. [PD53] formulierten eine Gleichung (2.1) für diese Hypothese. Sie besagt, dass akustische Energie produziert wird wenn folgende Ungleichung zutrifft:

$$\int_0^T p'(t) \cdot q'(t) dt > 0 \quad (2.1)$$

Hierin ist T die Periodendauer.

Es gibt also einen Zusammenhang zwischen den akustischen Wellen und der Wärmequelle. Ist die Phasendifferenz der Wärmefreisetzungs- und Druckschwankungen innerhalb 90° , so wird akustische Energie erzeugt. Eine höhere Phasendifferenz resultiert in akustischer Dämpfung. In diesem Fall ist das Integral in der Gleichung (2.1) negativ. Danach lässt sich schlussfolgern, dass die Position der Wärmequelle im Gesamtsystem eine entscheidende Rolle für das Stabilitätsverhalten spielt.

In akustisch instabilen Verbrennungssystemen treten dämpfende Effekte auf, die verhindern, dass die akustische Energie ins Unendliche aufschwingt. Diese Energieverluste treten typischerweise in Form von viskoser Reibung, Wärmeverlusten und akustischer Abstrahlung auf. Diese Effekte beschränken sich nicht nur auf den Bereich der Energiequelle, sondern können im gesamten Heizungssystem auftreten.

Aus diesen Gründen ist es für die Untersuchung selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Heizungssystemen notwendig, die akustischen Eigenschaf-

ten des gesamten Systems zu kennen. Zur Erstellung eines Analysemodells zur Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten einer gegebenen Heizung müssen daher alle für den Rückkopplungsmechanismus relevanten Bereiche akustisch charakterisiert und modelliert werden.

Candel [Can02] und Lieuwen [Lie03] geben eine zusammenfassende Übersicht über die Arbeiten auf dem Gebiet der Flammen-Akustik Interaktionen. Hierin sind unter anderem folgende Aspekte aufgeführt: Flammendynamik, Einfluss von Luftzahlschwankungen, Modellierung von akustisch angeregten Flammen, Flamme-Wirbel Interaktionen, etc..

2.2 Eindimensionale Akustik

Bei dem gegebenen Heizungssystem und den Versuchsanlagen für die experimentellen Arbeiten ist die Geometrie des Strömungsweges rohrförmig und dessen Durchmesser klein gegenüber seiner Länge und gegenüber der Wellenlänge der betrachteten Schwingungsmoden. Mit dieser Voraussetzung lassen sich die akustischen Vorgänge trotz der Dreidimensionalität der Aerodynamik näherungsweise eindimensional betrachten. In diesem Fall kann der Schwingungsprozess durch den longitudinalen Verlauf der Schallschnelle, des Schalldrucks und der Luftzahlschwankungen charakterisiert werden [MI68].

Die strömungsmechanischen Feldgrößen sind der Druck p , die Dichte ρ und die Schnelle u . Sind deren Schwankungsgrößen klein gegenüber deren mittleren Werten ($p' \ll \bar{p}$, $\rho' \ll \bar{\rho}$ und $u' \ll$ Schallgeschwindigkeit c), so ist folgende Linearisierung möglich:

$$p = \bar{p} + p' \tag{2.2}$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \tag{2.3}$$

$$u = \bar{u} + u' \tag{2.4}$$

Die statischen Größen werden also zerlegt in mittlere Größen, gekennzeichnet

durch den Balken, und Störungen, geschrieben als einfach-gestrichene Größen. Produkte von Störgrößen werden vernachlässigbar klein.

Durch die Linearisierung und die Beschränkung auf eindimensionale Betrachtung können die Eulerschen Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls folgendermaßen betrachtet werden:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u' \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \rho' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (2.5)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{\rho} u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

Mit der zusätzlichen Annahme eines homogenen Gebietes können die mittlere Geschwindigkeit \bar{u} und die mittlere Dichte $\bar{\rho}$ als ortsunabhängig angenommen werden. Damit lassen sich die Gleichungen (2.5) und (2.6) wie folgt vereinfachen:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

Schallwellen breiten sich in bester Näherung isentrop aus. Für die Schallgeschwindigkeit gilt dann:

$$c^2 = \frac{p'}{\rho'} \quad (2.9)$$

Damit gewinnt man aus den beiden Erhaltungsgleichungen die Transportgleichungen für die Druckstörung p' und die Störung der Schnelle u' .

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) p' + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) u' + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

Für kleine Machzahlen folgt aus Gleichung (2.10) und Gleichung (2.11) schließlich die lineare, eindimensionale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (2.12)$$

Die allgemeine Lösung der Wellengleichung (2.12) ist in Gleichung (2.13) und Gleichung (2.14) dargestellt.

$$p'(x, t) = \bar{\rho} c (f(x - ct) + g(x + ct)) \quad (2.13)$$

$$u'(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.14)$$

Hierin sind f und g beliebige zweifach differenzierbare Funktionen, die durch Randbedingungen festgelegt werden. Sie werden auch als Riemann Invarianten bezeichnet [Pol04]. $\bar{\rho} c f(x - ct)$ beschreibt eine Druckstörung, die in einem verlustfreien eindimensionalen Gebiet mit der Geschwindigkeit c in positive x -Richtung läuft. Entsprechend läuft die Druckstörung $\bar{\rho} c g(x + ct)$ mit der Geschwindigkeit c in negative x -Richtung. Beide Druckstörungen behalten dabei ihre Form bei.

Die Gleichungen der allgemeinen Lösungen lassen sich auch zusammenfassen zu:

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho} c} + u' \right) \quad (2.15)$$

$$g = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho} c} - u' \right) \quad (2.16)$$

Durch einfache Umformung werden Gleichung (2.17) für den Druck und Gleichung (2.18) für die Schnelle erhalten.

$$\frac{p'}{\bar{\rho} c} = f + g \quad (2.17)$$

$$u' = f - g \quad (2.18)$$

Für harmonische Funktionen f und g ergibt sich an jedem Ort x bezogen auf einen Referenzort R_0 zum Zeitpunkt t folgende spezielle Lösung für die Wellengleichung:

$$p'(x, t) = \bar{\rho}c \left(f_0 \cdot e^{i\omega(t-\frac{x}{c})} + g_0 \cdot e^{i\omega(t+\frac{x}{c})} \right) \quad (2.19)$$

$$u'(x, t) = f_0 \cdot e^{i\omega(t-\frac{x}{c})} - g_0 \cdot e^{i\omega(t+\frac{x}{c})} \quad (2.20)$$

f_0 und g_0 sind dann die komplexen Amplituden der Riemann Invarianten am Referenzort R_0 . ω ist die Frequenz der harmonischen Welle.

Durch den Ansatz harmonischer Schwingungen kann die zeitliche Funktion $e^{i\omega t}$ ausgeklammert werden, so dass die spezielle Lösung eines Problems aus der Betrachtung des räumlichen Anteils resultiert. Mit der Wellenzahl $k = \omega/c$ gilt somit:

$$p'(x) = \bar{\rho}c \left(f_0 \cdot e^{-ikx} + g_0 \cdot e^{ikx} \right) \quad (2.21)$$

$$u'(x) = f_0 \cdot e^{-ikx} - g_0 \cdot e^{ikx} \quad (2.22)$$

2.3 Netzwerkmethoden

Die Theorie der Netzwerkmethoden kommt ursprünglich aus der Elektrotechnik. Aufgrund von Analogien zu elektronischen Schaltkreisen werden ähnliche mathematische Verfahren zur Beschreibung akustischer Systeme verwendet [Mun87]. Erste Anwendungen dieser Methode zur Untersuchung von thermoakustischen Phänomenen wurden von Merk [Mer56] durchgeführt. Besonders bei der Untersuchung selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Gasturbinen wurde die Netzwerkmodellierung in den letzten Jahrzehnten genutzt [BD93], [Dow95], [KHH⁺99] und [Pol04]. Dabei wird das Gesamtsystem in kompakte Elemente zerlegt. Jedes akustische Element ist durch die Transformation der akustischen Zustandsvektoren über das Element vollständig charakterisiert. Als Zustandsvariablen kommen entweder der Druck p'

und die Schnelle u' oder die Riemann Invarianten f und g in Frage, welche sich mit Gleichung (2.15) bis Gleichung (2.18) ineinander überführen lassen [Mun87]. Ein durchströmtes Element wird akustisch als eine Art „black-box“ betrachtet und die Transformation der Feldgrößen stromauf (Index u für *upstream*) und stromab (Index d für *downstream*) durch dessen Transfermatrix Π beschrieben:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_d = \Pi_{pu}(\omega) \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_u \quad (2.23)$$

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_d = \Pi_{fg}(\omega) \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_u \quad (2.24)$$

$$\Pi_{fg,pu}(\omega) = \begin{pmatrix} TM_{11} & TM_{12} \\ TM_{21} & TM_{22} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

In Gleichung (2.25) sind TM_{11} bis TM_{22} die Transfermatrixterme. Sie sind häufig frequenzabhängig und werden üblicherweise, wie auch in dieser Arbeit, über dem betrachteten Frequenzbereich dargestellt. Mit den Relationen (2.15) bis (2.18) und der sich daraus ergebenden Transformationsmatrix Ω lassen sich Π_{pu} und Π_{fg} ineinander umrechnen:

$$\Pi_{fg} = \Omega \cdot \Pi_{pu} \cdot \Omega^{-1} \quad (2.26)$$

$$\Pi_{pu} = \Omega^{-1} \cdot \Pi_{fg} \cdot \Omega \quad (2.27)$$

mit

$$\Omega = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \Omega^{-1} \quad (2.28)$$

In dieser Arbeit werden die Netzwerke der akustischen Gesamtsysteme stets in f und g -Schreibweise modelliert. Bei der Betrachtung von Transfermatrizen einzelner Elemente ist der physikalische Bezug zur Akustik bei deren Darstellung in p' und u' teilweise offensichtlicher. Deshalb wird bei der Auswertung der experimentell bestimmten Transfermatrizen diese Schreibweise bevorzugt.

Von zentralem Interesse für die Anwendung der Transfermatrizen für die Beschreibung des akustischen Gesamtsystems sind ihre Multiplikationseigenschaften. Ist es möglich, die Transformationseigenschaften der akustischen Feldgrößen zweier Elemente durch ihre Transfermatrizen Π_1 und Π_2 zu beschreiben, so liefert das Produkt $\Pi_2 \cdot \Pi_1$ die Transfermatrix des zusammengesetzten Systems [Fis04]. Konsequenterweise erlaubt die Kombination n -facher, analytisch fassbarer Elemente die Charakterisierung komplexerer Systeme. Es ergibt sich dadurch ein Satz von Gleichungen zu einer Gesamtmatrix Π_{ges} :

$$\Pi_{ges} = \Pi_n \cdot \Pi_{n-1} \cdot \dots \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_1 \quad (2.29)$$

Eine wichtige Voraussetzung für die Kombination mehrerer Transfermatrizen ist die strömungsmechanische Unabhängigkeit der einzelnen Elemente. Spielt das akustische Nahfeld in den Ebenen von Eingang und Ausgang des betrachteten Elements nur eine untergeordnete Rolle und sind die aus dem Element auslaufenden Wellenfronten eben, so können deren Transfermatrizen problemlos kombiniert werden. Beeinflussen sich die einzelnen Komponenten eines Systems gegenseitig, weil die Elemente etwa räumlich nahe aneinander liegen, kann das Gesamtsystem nicht als Summe unabhängiger Elemente beschrieben werden und die gegenseitige Beeinflussung der Elemente muss berücksichtigt werden. Vielfach wird dann versucht, diese Effekte durch Korrekturterme auszugleichen, um die vorteilhafte Matrizenschreibweise beizubehalten [Fis04]. Im Folgenden werden die akustischen Transfergleichungen einiger Standardelemente vorgestellt und erklärt. Sie bilden die Berechnungsgrundlage für das angestrebte Analysemodell.

2.3.1 Akustische Ränder und Anregungselemente

Akustische Ränder und Anregungselemente sind als Anfangs- oder Endstücke zu interpretieren. Bei diesen Elementen wird nicht die Transformation der akustischen Feldgrößen f und g zwischen zwei Knoten angegeben, sondern eine Verknüpfung von f und g eines Elements. In typischen Heizgeräten sind das Abgaskamine und Luftansaugstutzen mit Zugang zur Atmosphäre.

Akustische Ränder geben das Verhältnis zwischen der dort einlaufenden Welle und der dort reflektierten Welle wieder. Diese wird durch den frequenzabhängigen Reflexionsfaktor r analytisch beschrieben. Je nach Definition berechnet sich dieser für einen stromauf liegenden Rand nach Gleichung (2.30) und für einen stromab liegenden Rand nach Gleichung (2.31). Erste Untersuchungen zu Reflexionsfaktoren wurden bereits von Levine und Schwinger [LS48] unternommen. Weitere Literatur ist in [PHRW93] und [Mun87] zu finden.

$$r_u = \frac{f}{g} \quad (2.30)$$

$$r_d = \frac{g}{f} \quad (2.31)$$

Idealerweise ist bei einem offenen Ende der dynamische Druck p' gleich Null. Mit Gleichung (2.17) ergibt sich damit ein Reflexionsfaktor von $r = -1$. Bei einer harten Wand, also einem geschlossenen Ende ist die Geschwindigkeitsfluktuation u' gleich Null. Mit Gleichung (2.18) ergibt sich dann ein Reflexionsfaktor von $r = 1$ [Mun87].

Anregungselemente erzeugen die Schwankungen der akustischen Feldgrößen p' und u' . Der Zusammenhang der Riemann Invarianten eines Anregungselements ergibt sich beispielsweise aus der Geschwindigkeitsfluktuation u' durch Angabe einer Schwankungsamplitude u_{Amp} und -phase Φ . Mit Gleichung (2.32) ist die Verknüpfung von f und g festgelegt. Auch durch die Angabe der Druckschwankungen p' oder durch eine Kombination von p' und u'

kann ein gegebenes Anregungselement analytisch beschrieben werden.

$$f - g = u_{Amp} \cdot e^{i\Phi} \quad (2.32)$$

2.3.2 Rohre mit thermo-viskoser Wandreibung

Für die Beschreibung der akustischen Transformation über Strömungskanäle mit konstantem hydraulischem Durchmesser wird in dieser Arbeit das Modell verlustfreier Rohre verwendet. Untersuchungen zur Schallausbreitung in Rohren sind in den Arbeiten von Kirchhoff [Kir68], Tijdeman [Tij75], Ronneberger und Ahrens [RA77] sowie Peters et al. [PHRW93] beschrieben. Läuft eine akustische Welle f in einem geraden Rohr mit thermo-viskoser Wandreibung die Strecke zwischen den Knoten 1 und 2 der Länge x mit der Schallgeschwindigkeit c in einem mit der Geschwindigkeit \bar{u} strömenden Medium, erfährt es eine Phasenänderung gemäß Gleichung (2.33).

$$f_2(x) = f_1 \cdot e^{-ik^+x} \quad (2.33)$$

Analog gilt für die entgegengesetzt laufende Welle g :

$$g_2(x) = g_1 \cdot e^{ik^-x} \quad (2.34)$$

Die Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die Referenzorte. k^+ und k^- sind die Wellenzahlen gemäß Gleichung (2.36) der stromauf und stromab laufenden Wellen mit dem dämpfenden Effekt der thermo-viskosen Wandreibung nach Kirchhoff [Kir68]. k_0^\pm entspricht der Wellenzahl ohne Berücksichtigung dieses Dämpfungsterms.

$$k_0^\pm = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} \quad (2.35)$$

$$k^\pm = k_0^\pm \cdot \left(1 + k_d \cdot \frac{(1-i)\sqrt{2}}{Sh} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{\sqrt{Pr}} \right) \right) \quad (2.36)$$

Für Luft ergibt sich das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten zu $\kappa = 1.4$ und die Prandtlzahl zu $Pr = 0.71$. Die Shearzahl Sh berechnet sich gemäß Gleichung (2.37) aus dem hydraulischen Durchmesser d_h des Rohres, der Kreisfrequenz ω und der kinematischen Viskosität ν des Mediums. Der Rauigkeitswert k_d hat bei Rohren mit glatten Rohrwänden den Wert $k_d = 1$.

$$Sh = \frac{d_h}{2} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (2.37)$$

Die Transfermatrix in f, g -Darstellung eines glatten Rohres mit der Länge x ergibt sich damit zu:

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} e^{-ik^+x} & 0 \\ 0 & e^{ik^-x} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_1 \quad (2.38)$$

2.3.3 Querschnittsänderungen und kompakte Elemente mit akustischen Verlusten

Querschnittsänderungen sind Elemente ohne Lauflänge. Werden sie als verlustfrei und adiabat angenommen, so ist nur das Verhältnis der Geschwindigkeitsfluktuationen in beiden Querschnitten zu beachten. Dieses entspricht dem Flächenverhältnis. Die Transfermatrix lässt sich anschaulich in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Notation darstellen [Pol04]:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_1 \quad (2.39)$$

Das Modell in Gleichung (2.39) wird in dieser Arbeit für Flächenkontraktionen verwendet. Hierin ist α das Verhältnis der Querschnittsflächen A_1 und A_2

gemäß Gleichung (2.40).

$$\alpha = \frac{A_1}{A_2} \quad (2.40)$$

Für verlustbehaftete isotherme Querschnittsänderungen wird die Transfermatrix in Gleichung (2.40) um einen Verlustterm mit der effektiven Trägheitslänge l_{eff} und um einen von der Machzahl Ma abhängigen Verlustterm mit dem Verlustbeiwert ζ erweitert [GFEP03]. Für eine plötzliche Querschnittserweiterung zeigen Morse und Ingard [MI68] eine Herleitung für die effektive Länge. Weitere Untersuchungen sind in [BN03], [Pea98] und [Pol04] zu finden. Aus den Betrachtungen von Morse und Ingard [MI68] ergibt sich die Transfermatrix einer verlustbehafteten Querschnittserweiterung zu:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & Ma_1(1 - \alpha^2) - Ma_1\zeta - i\frac{\omega}{c} \cdot l_{eff} \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_1 \quad (2.41)$$

Analytische Abschätzungen für die effektive Länge l_{eff} sind in [GFEP03] und [Fis04] zu finden. Flohr et al. [FPRS01] führten *CFD*-Berechnungen zur Bestimmung der effektiven Trägheitslänge durch.

Der Verlustbeiwert ζ berechnet sich mit Gleichung (2.42) aus dem stationären Druckverlust Δp , der mittleren Dichte des Mediums $\bar{\rho}$ sowie der mittleren Strömungsgeschwindigkeit \bar{u} .

$$\zeta = 2 \frac{\Delta p}{\bar{\rho} \cdot \bar{u}^2} \quad (2.42)$$

Die analytische Transfermatrix in Gleichung (2.41) wird in dieser Arbeit zur Darstellung von Querschnittserweiterungen sowie aller kompakten Elemente (ohne geometrische Länge) der Heizungssysteme verwendet. Bei Komponenten mit schwer zu bestimmenden Verlustbeiwerten und Trägheitslängen, werden diese fehlenden Parameter aus experimentellen Daten ermittelt.

2.3.4 Elemente mit axialen und radialen Temperaturgradienten

In typischen Heizgeräten kleiner Leistung wird die in der Reaktionszone freigesetzte Wärme über die heißen Abgase an einen Wärmetauscher abgegeben. Bedingt durch die Eigenschaften der Wärmeübertragung entsteht entlang des Strömungsweges ein axiales und radiales Temperaturprofil $T(x, r)$. Diese Zustandsänderung des Gases wirkt sich gemäß Gleichung (2.43) direkt auf die Schallgeschwindigkeit c und somit auf die Akustik des Systems aus.

$$c = \sqrt{\kappa \frac{R \cdot T(x, r)}{M}} \quad (2.43)$$

Hierin ist κ das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten und M die molare Masse des Gases sowie $R = 8314.5 \frac{J}{kmolK}$ die universelle Gaskonstante.

Da die Anwendung der Netzwerkmethodeneine eindimensionale Betrachtungsweise der Akustik voraussetzt, ist die Annahme einer konstanten Referenztemperatur über den Strömungsquerschnitt zu treffen. In Kapitel 4 wird der Einfluss eines radialen Temperaturgradienten auf das akustische Profil in einem Rohr überprüft. Mit Hilfe von Validierungsdaten aus numerischen Berechnungen ist dort die Übertragbarkeit von dreidimensionalen Systemen auf eindimensionale Netzwerke dargestellt.

Das akustische Übertragungsverhalten rein axialer und damit eindimensionaler Temperaturverläufe in akustischen Elementen sind in der Literatur vor allem für Rohre eingehend untersucht. Die Beschreibung von eindimensionalen Wellenfeldern in Rohren mit einem axialem Temperaturprofil über die Lösung einer Wellengleichung zweiter Ordnung ist in [Cum77] und [Pea88] dargestellt. Cummings [Cum77] entwickelte eine semi-analytische Näherungslösung für undurchströmte Rohre mit axialem Temperaturgradienten. Peat [Pea88] entwickelte die Lösung für durchströmte Rohre mit relativ geringen Temperaturgradienten. Sujith [SWZ95] und Sujith et al. [Suj01] erweiterten die Wellengleichung durch eine funktionale Beschreibung des axialen Temperaturgradienten. Ihre Lösung basiert auf einfachen analytischen Gleichungen und Bessel Gleichungen. Für den Fall eines linearen Temperaturprofils kann

die Wellengleichung auf eine analytische Differentialgleichung reduziert werden [KKS00].

Basierend auf Betrachtungen von Dowling und Ffowcs-Williams [DFW83] wurde in dieser Arbeit ein neuer Ansatz entwickelt [NHS09], Rohre mit beliebigem Temperaturgradienten möglichst einfach und genau zu modellieren. Dabei wird die resultierende Transfermatrix eines Rohres mit axialem Temperaturprofil als ein Netzwerk von diskreten Temperaturstufen modelliert. Eine Temperaturstufe besteht dabei aus einem isothermen Rohrstück einer diskreten Länge mit der Gleichung (2.38) und einem Temperatursprung ohne Lauflänge. Bei einem Temperatursprung ist zu beachten, dass der akustische Fluss über die Änderung konstant bleibt. Es gilt also:

$$p' \cdot u' \cdot A = \textit{konstant} \quad (2.44)$$

In einem Rohr mit konstantem Querschnitt A ergibt sich die Transfermatrix eines Temperatursprungs zwischen Knoten 1 und 2 zu:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} \frac{(\bar{\rho} \cdot c)_1}{(\bar{\rho} \cdot c)_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_1 \quad (2.45)$$

Je nach gewählter Diskretisierung n kann die Gesamtmatrix des nicht isothermen Rohres Π_{ges} dann analog zu Gleichung (2.29) berechnet werden.

$$\Pi_{ges} = \Pi_{n,rohr} \cdot \Pi_{n,ts} \cdot \Pi_{n-1,rohr} \cdot \Pi_{n-1,ts} \cdot \dots \cdot \Pi_{1,rohr} \cdot \Pi_{1,ts} \quad (2.46)$$

Diese Methode spielt zusätzlich für die experimentelle Bestimmung von Flammentransfermatrizen eine wichtige Rolle (siehe Kapitel 3.2.4.2). Ihre Anwendbarkeit ist in Kapitel 4 mit numerischen Berechnungen validiert. Dort wird auch der Einfluss der Diskretisierung n und des axialen Temperaturprofils $T(x)$ auf die Genauigkeit des akustischen Übertragungsverhaltens im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht.

2.3.5 Das akustische Übertragungsverhalten von Flammen

Eine Methode, die Antwort der Flamme auf eine akustische Anregung zu beschreiben, ist die Flammentansferfunktion FTF . Eine FTF beschreibt das Verhältnis der Wärmefreisetzungsschwankung q' einer Flamme zu den Geschwindigkeitsschwankungen u'_u der Anregung gemäß Gleichung (2.47).

$$FTF = \left(\frac{q'}{\bar{q}} \right) : \left(\frac{u'}{\bar{u}} \right)_u \quad (2.47)$$

Aus den Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie lässt sich der Zusammenhang zwischen den Wärmefreisetzungsschwankungen q' und den akustischen Feldgrößen p' und u' herstellen und somit die Flammentransferfunktion FTF bestimmen. Chu [Chu53] entwickelte dazu die Rankine-Hugoniot Gleichungen (Gleichung (2.48) und Gleichung (2.49)).

$$p'_d = p'_u - \left(\frac{T_b}{T_u} - 1 \right) \cdot \bar{\rho} \bar{u}_u \left(\frac{u'_u}{\bar{u}_u} + \frac{q'}{\bar{q}} \right) \quad (2.48)$$

$$u'_d = u'_u + \left(\frac{T_b}{T_u} - 1 \right) \cdot \bar{u}_u \left(\frac{q'}{\bar{q}} - \frac{p'_u}{\bar{p}_u} \right) \quad (2.49)$$

Hierin ist T_u die Temperatur des kalten unverbrannten Gemischs und T_b die Temperatur der heißen Abgase.

Für die Anwendung der Flammentransferfunktion zur Stabilitätsanalyse von Brennkammern entwickelten Crocco und Cheng [CC56] am Beispiel von Schwingungen in Raketenbrennkammern einen analytischen Zusammenhang zwischen den Wärmefreisetzungsschwankungen und den Druckfluktuationen. Für die Kopplung der Geschwindigkeitsfluktuationen kann eine ähnliche Beziehung hergeleitet werden. Diese wird auch $n - \tau$ Modell genannt und ist in Gleichung (2.50) und Gleichung (2.51) dargestellt.

$$p'_d = p'_u \quad (2.50)$$

$$u'_d = u'_u \left(1 + n \cdot e^{-i\omega\tau} \right) \quad (2.51)$$

Dabei stellt n den Zusammenhang zwischen der Wärmefreisetzung und den Druckfluktuationen dar und entspricht dem Amplitudenwert der FTF . Der Term τ wird als das Maß für die Konvektion von Gemisch aus dem Brenner in die Reaktionszone dargestellt. Dieser ist der Zeitverzug zwischen der Druckfluktuation der Anregung und der Antwort der Wärmefreisetzungsschwankung und entspricht dem Phasenwert der Flammentransferfunktion FTF . Unter bestimmten Annahmen kann $n = T_b/T_u - 1$ angenommen werden.

Die auftretenden Wärmefreisetzungsschwankungen q' erweitern die Wellengleichung (2.12) um einen Quellterm zu Gleichung (2.52). Mit Kenntnis der Flammentransferfunktion FTF lässt sich Gleichung (2.52) lösen und damit die für die Verbrennungsinstabilitäten relevanten Frequenzen finden [Kor06].

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \cdot p' - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = (\kappa - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} \quad (2.52)$$

Die Verwendung des $n - \tau$ Modells ist in der Literatur weit verbreitet. Davon ausgehend wurden in den letzten Jahrzehnten Modelle für die Flammentransferfunktionen verschiedener Flammenformen entwickelt. Für eine in einem Rohr an einer Lanze stabilisierten Flamme (sog. V-Flamme) entwickelten Bloxside et al. [BDL88] und später Dowling [Dow99a] ein Modell für die Flammenantwort auf niederfrequente Anregung. Fleifil et al. [FAGG96] stellte ein Modell für das Übertragungsverhalten von in einem Rohr stabilisierten laminaren Flammen mit einem Hagen-Poiseuille'schen Strömungsprofil vor. Poinsoot und Candel [PC88] untersuchten nicht-lineare Effekte auf in einem Rohr stabilisierte Flammen. Analytische FTF -Modelle von typischen laminaren Kegelflammen (auch Bunsenflammen genannt) wurden experimentell von Ducruix et al. [DDC00] und numerisch von Schuller et al. [SDDC02] verifiziert. Später untersuchten Schuller et al. [SDC03] den Einfluss des Öffnungswinkels von Kegelflammen auf deren Flammentransferfunktion und verglichen diese mit FTF -Modellen von V-Flammen. Ein umfassender Überblick über die Arbeiten bezüglich FTF -Modellen von Kegelflammen ist in [Kor06] zu finden.

Das akustische Stabilitätsverhalten von brennerstabilisierten laminaren Flachflammen in Rohren wurde experimentell von Schimmer und Vortmeyer

[SV77] an einem Laborbrenner untersucht. Später entwickelten Clarke und McIntosh [CM80] ein analytisches Modell für die Flammentransferfunktion FTF von quasi-eindimensionalen Flammen. Eine wichtige Rolle spielt dabei der Wärmeverlust der Reaktionszone an den Flammenhalter. Die Interaktion der Flamme mit dem Flammenhalter und das resultierende Stabilitätsverhalten wurde von McIntosh [McI86] genauer untersucht. Des Weiteren zeigte McIntosh in [McI87] und [McI91], dass die Stabilität wesentlich vom Flammenabstand zum Flammenhalter beeinflusst wird. Ist dieser Abstand gering so ist das System akustisch stabiler. Ein erstes analytisches Modell für die Geschwindigkeitstransferfunktion (also das Verhältnis der Geschwindigkeitsschwankungen u' stromauf und stromab der Flamme) stellte McIntosh [McI90] vor und erweiterte dieses am Beispiel eines Rijke-Rohrbrenners [McI96].

Für die Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Flamme in Netzwerkmodellen kompletter Verbrennungssysteme ist die Kenntnis der Flammentransferfunktion FTF meist nicht ausreichend. Da hier die Transformation der akustischen Feldgrößen stromauf und -ab der Flamme modelliert werden muss, wird die Kenntnis der Flammentransfermatrix FTM nach Gleichung (2.25) notwendig. In den letzten zwei Jahrzehnten sind mehrere Untersuchungen hinsichtlich Modellierung und Verwendung von Flammentransfermatrizen durchgeführt worden. Dowling [Dow95] untersuchte den Einfluss fluiddynamischer Effekte auf die Frequenz eventueller Verbrennungsschwingungen anhand eines einfachen Netzwerks. Polifke und Paschereit [PP98] sowie Schuermans et al. [SPP99] entwickelten analytische Transfermatrixmodelle von drallstabilisierten turbulenten Flammen mit Hilfe von experimentellen Daten und CFD Betrachtungen. Weiterführende Arbeiten in dieser Richtung wurden von Paschereit et al. [PSPM02], Pankiewicz et al. [PFHS03], Gentemann et al. [GHK⁺04] sowie Kunze et al. [KHS04] durchgeführt.

Ausgehend von dem Modell in [McI96] entwickelte Rook [Roo01] in seiner Arbeit ein analytisches Modell für die akustische Flammentransfermatrix FTM von laminaren brennerstabilisierten Flachflammen. Genau wie bei McIntosh [McI96] basiert dieses auf der Annahme einer Ein-Schritt-Kinetik mit uneingeschränktem Wärmeübergang. Die Herleitung des Modells ist jedoch weni-

ger aufwendig und die physikalischen Zusammenhänge sind darin besser zu erkennen. Wichtig dabei ist die Kopplung des Wärmeübergangs von der Flamme zum Flammenhalter mit der Brenngeschwindigkeit. Sobald die Reaktionszone sich vom oder zum Flammenhalter bewegt, verändert sich der Wärmeübergang und somit auch die Flammentemperatur und die Brenngeschwindigkeit. Dies kann zu einem Rückkoppelungsmechanismus und damit zu einem Resonanzverhalten der Flammenantwort führen. Dieses Modell wurde durch experimentelle Arbeiten von Schreel [SRG02] und numerischen Untersuchungen von Rook et al. [RGS⁺02] sowie Rook und de Goey [RG03] validiert. In [Roo01] ist zusätzlich ein erweitertes Modell für das Übertragungsverhalten von auf keramischen Flammenhaltern stabilisierten Flammen vorgestellt. Dieses erlaubt zusätzlich die Annahme einer höheren Temperatur des Flammenhalters im Vergleich zur Temperatur des unverbrannten Gasgemischs. Mit optischen Messmethoden untersuchten Schreel et al. [STG05] den Einfluss der Materialparameter verschiedener poröser Flammenhalter auf den Wärmeübergang und somit auf das Stabilitätsverhalten der Flamme. Dabei konnte gezeigt werden, dass der volumetrische Wärmeübergangskoeffizient und die Porosität die entscheidenden Einflussparameter auf das akustische Transferverhalten sind. Die Wärmekapazität und -leitung sowie die Emmissivität des Materials spielen dabei eine untergeordnete Rolle.

Die Betrachtung der adiabaten kompakten Flamme erlaubt die Modellierung von Flammentransfermatrizen FTM durch die Flammentransferfunktionen FTF mit Hilfe der linearisierten Rankine-Hugoniot Beziehungen (Gleichung (2.48) und Gleichung (2.49)). Meist ist ein direkter funktionaler Zusammenhang zwischen dem Matrixterm TM_{22} der FTM und der FTF gegeben. Eine numerische Untersuchung dieses Zusammenhangs erfolgte in den Arbeiten von Truffin und Poinso [TP05].

In dem in dieser Arbeit untersuchten Heizungssystem handelt es sich bei der Reaktionszone um eine vorgemischte laminare Flachflamme, welche sich auf einem Lochblech stabilisiert. Abhängig von der Geometrie des Lochblechs kann dabei die Form der Flamme variieren. Betrachtet man beispielsweise einen Flammenhalter, für den das Flächenverhältnis zwischen freier und angeströmter Fläche sowie die Lochblechdicke konstant ist, so sind geometri-

sche Variationen nur mehr in der Lochanzahl, der Lochanordnung und dem Lochdurchmesser möglich. Ist die Anzahl der Löcher gleich eins und dessen Durchmesser maximal, entsteht eine kegelförmige Bunsen Flamme. Mit steigender Lochanzahl und damit sinkendem Lochdurchmesser entsteht eine Art Flamment Teppich, was einer idealen Flachflamme entspricht. Im Folgenden wird auf das akustische Übertragungsverhalten und analytische Modelle dieser beiden idealisierten Flammentypen genauer eingegangen.

2.3.5.1 Laminare Kegelflammen

Ausgehend von den Arbeiten von Fleifil et al. [FAGG96] sowie Ducruix et al. [DDC00] präsentierten Schuller et al. [SDC03] ein analytisches Modell für die Transferfunktion einer auf einem Ringbrenner stabilisierten Kegelflamme. Mit der Annahme eines gleichförmigen Geschwindigkeitsprofils lässt sich die Antwort der Flamme auf eine eindimensionale akustische Anregung mit Gleichung (2.53) beschreiben.

$$FTF = \frac{2}{\omega_n^2} (1 + i\omega_n - e^{i\omega_n}) \quad (2.53)$$

Hierin ist ersichtlich, dass sich die Flammentransferfunktion allein in Abhängigkeit der normierten und dimensionslosen Kreisfrequenz ω_n darstellen lässt. Dieser auch als Strouhalzahl Str der Flamme interpretierbare Parameter ist eine Funktion der Kreisfrequenz ω des Brennradius r , der laminaren Brenngeschwindigkeit s_l sowie des halben Öffnungswinkels α der Flamme gemäß Gleichung (2.54). Hettel [Het06] deutete in seiner Arbeit diese Größe als das Verhältnis zweier Zeitskalen τ_{Flamme} und τ_{Err} .

$$\omega_n = Str = \frac{\tau_{Flamme}}{\tau_{Err}} = \frac{r}{s_l} \cdot \frac{\omega}{\cos \alpha} \quad (2.54)$$

Hierin ist $\tau_{Err} = 1/\omega$ das Zeitmaß der Erregerschwingung und $\tau_{Flamme} = r/(s_l \cdot \cos \alpha)$ das Zeitmaß der Flamme. Aus diesen Betrachtungen und Gleichung (2.53) ist direkt ersichtlich, dass die FTF einer Kegelflamme mit einem halben Öffnungswinkel von $\alpha = 45^\circ$ den kleinsten Amplitudenabfall sowie den

kleinsten Phasennachlauf aufweist. Hier hat τ_{Flamme} ein Minimum. Damit ist die Interaktion zwischen Anregung und Flamme am schwächsten. Das dynamische Verhalten entspricht qualitativ einem Tiefpassfilter [Het06]. Ab einer charakteristischen Eckfrequenz beginnt der Amplitudengang abzufallen. Für sehr niedrige und sehr hohe Frequenzen lässt sich der Verlauf der FTF durch eine Funktion 1. Ordnung nach Gleichung (2.55) beschreiben.

$$FTF = \frac{\beta}{\beta + i\omega_n} \quad (2.55)$$

Für den Anpassungsparameter β sind in der Literatur verschiedene Werte angegeben. Fleifil et al. [FAGG96] und Hettel [Het06] schlagen dafür den Wert $\beta = 2$ vor. In den Arbeiten von Merk [Mer56] und Ducruix et al. [DDC00] ist der Wert $\beta = 3$ zu finden.

2.3.5.2 Brennerstabilisierte laminare Flachflammen

Für die akustischen Transfermatrizen der in der Heizung auftretenden brennerstabilisierten laminaren Flachflammen wird in dieser Arbeit die analytische Beschreibung von Rook [Roo01] verwendet. Die Herleitung dieses Modells macht die physikalischen Zusammenhänge des akustischen Verhaltens einer brennerstabilisierten Flamme deutlich. Das Schema in Abb. 3.10 zeigt den eindimensionalen Temperaturverlauf über den Bereich des Flammenhalters und der Flamme. Die Temperatur T_b entspricht der adiabaten Verbrennungstemperatur T_{ad} abzüglich Verlusten, die durch den Wärmestrom q_l an den Flammenhalter abgegeben werden. Rook [Roo01] unterscheidet für die Transferfunktion der Geschwindigkeitsfluktuationen stromauf und stromab der brennerstabilisierten Flamme u'_d/u'_u zwei Fälle. Der erste Fall beruht auf der Annahme eines perfekt gekühlten Flammenhalters mit der Temperatur T_u . Die Wärmeverluste q_l gehen dabei komplett als q_v an die Umgebung verloren (es gilt: $q_v = q_l$ und $T_s = T_u$ in Abb. 3.10). Im zweiten Fall ist die Temperatur des Flammenhalters erhöht. Ein gewisser Teil q_s erwärmt das einströmende unverbrannte Gemisch von der Temperatur T_u auf die Temperatur T_s des Flammenhalters. Siehe dazu auch Anhang B.

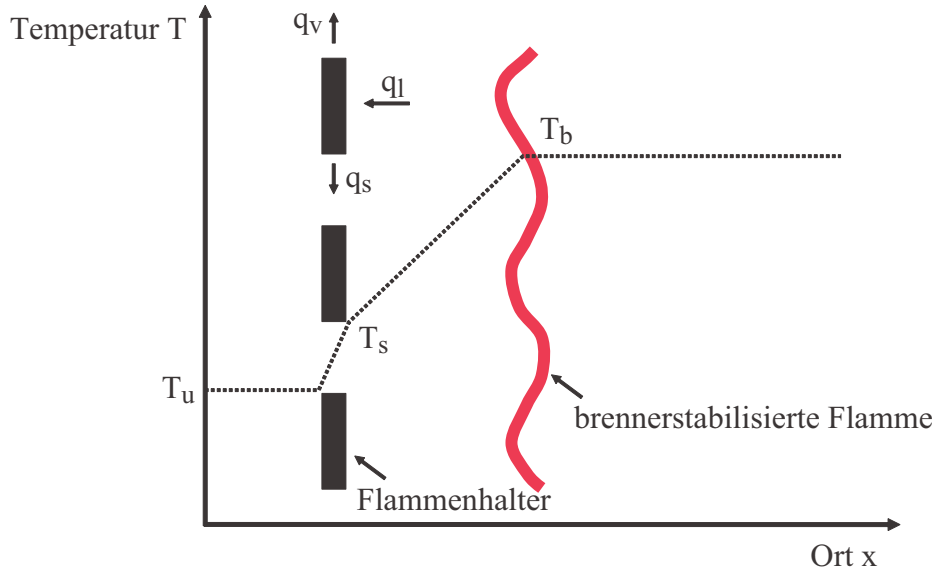


Abbildung 2.2: Schematischer eindimensionaler Temperaturverlauf eines Mediums über einer auf einem Flammenhalter stabilisierten Flachflamme.

In beiden Betrachtungsweisen ist angenommen, dass die Flamme eine starre unendlich dünne Fläche ist und als eindimensional angenommen wird. Aus der Formulierung der geometrischen Form der Flamme und damit der Flammenkinematik (sog. G-Equation), der inneren Flammenstruktur (sog. flamelet-equation) und der Enthalpie kann das Verhältnis des Schwankungsteils der flächenbezogenen Massenumsatzrate m'_u und der stromaufliegenden Geschwindigkeitsfluktuationen u'_u mit Gleichung (2.56) dargestellt werden. Nach Rook ist die mittlere flächenbezogene Massenumsatzrate eine Funktion der laminaren Brenngeschwindigkeit s_l gemäß $\bar{m}_u = \bar{\rho}_u \cdot s_l$.

$$A(\hat{\omega}) = \frac{m'_u}{\bar{\rho}_u \cdot u'_u} = \frac{MN}{MN + \hat{\omega}} \quad (2.56)$$

$$M = \frac{Ze}{2} \frac{1}{T_b - T_u} \quad (2.57)$$

$$N = (T_{ad} - T_u) e^{-\Psi} \cdot e^{\frac{\Psi}{2}(1 - \sqrt{1 + 4\hat{\omega}})} \quad (2.58)$$

Darin ist $\hat{\omega}$ die dimensionslose komplexe Frequenz, die sich gemäß Glei-

chung (2.59) berechnet.

$$\hat{\omega} = i\omega \cdot \frac{\lambda_u}{\bar{u}_u^2 \bar{\rho}_u c_p} \quad (2.59)$$

Hierin beziehen sich die isobare Wärmekapazität c_p , die mittlere Dichte $\bar{\rho}_u$ und die Wärmeleitfähigkeit λ_u auf das unverbrannte Gemisch. Der dimensionslose Abstand der Flamme zum Flammenhalter Ψ wird mit Gleichung (2.60) berechnet.

$$\Psi = \ln \left(\frac{T_{ad} - T_u}{T_{ad} - T_b} \right) \quad (2.60)$$

Die Zeldovichzahl Ze beschreibt die Sensitivität der Flamme auf die Entropiewellen, die von der Brenneroberfläche ausgehen. Bei einer Verbrennung mit angenommener Einschrittkinetik lässt sich diese durch Gleichung (2.61) berechnen.

$$Ze = T_{ad} \frac{T_b - T_u}{T_b^2} \quad (2.61)$$

Durch einfache Umformung und mit der Beziehung $\bar{m}_u = \bar{\rho}_u \cdot s_l$ kann Gleichung (2.56) folgendermaßen dargestellt werden:

$$A(\hat{\omega}) = \left(\frac{m'_u}{\bar{m}_u} \right) : \left(\frac{u'_u}{s_l} \right) \quad (2.62)$$

Die Ähnlichkeit zu Gleichung (2.47) ist offensichtlich. Mit der Annahme, dass sich die flächenbezogene Massenumsatzrate m_u proportional zur Wärmefreisetzung q der Reaktionszone verhält, kann der Term $A(\hat{\omega})$ als Flammentransferfunktion FTF gemäß Gleichung (2.63) interpretiert werden.

$$A(\hat{\omega}) \propto FTF \quad (2.63)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich mit Betrachtungen zur Energieerhaltung die Transferfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen u'_u/u'_d ermitteln. Die Geschwindigkeitsschwankung des einströmenden Gas-Luft-Gemischs u'_u mit der Temperatur T_u führt einerseits zur Schwankung der Wärmefreisetzung der Reaktion q'_r und andererseits zu einem fluktuierenden Abstand zwischen Reaktionszone und Flammenhalter Ψ' . Die tatsächliche Verbrennungstemperatur T_b hat somit einen Schwankungsanteil T'_b . Ein Teil q'_l der Wärme aus der Reaktion q_r wird durch Wärmeleitung an den Flammenhalter übertragen und von dort an die Umgebung abgeführt. Für den Fall eines perfekt gekühlten Flammenhalters und der Annahme einer konstanten Wärmekapazität c_p ergibt sich die Energiebilanz am Flammenhalter gemäß Gleichung (2.64).

$$c_p (\bar{\rho}_d \bar{u}_d T_b - \bar{\rho}_u \bar{u}_u T_u) = q_r - q_l \quad (2.64)$$

Mit der Annahme $\bar{\rho}_d \bar{u}_d = \bar{\rho}_u \bar{u}_u$ lässt sich Gleichung (2.64) zu Gleichung (2.65) linearisieren.

$$c_p \bar{\rho}_u T_u \cdot (u'_d - u'_u) = q'_r - q'_l \quad (2.65)$$

Die Wärmefreisetzungsschwankungen aus der Reaktion q'_r lassen sich mit Gleichung (2.66) darstellen.

$$q'_r = c_p m'_u \cdot (T_b - T_u) \quad (2.66)$$

Die Schwankungsgröße des Wärmeübergangs an den Flammenhalter q'_l ist nach [Roo01] eine Funktion der Fluktuation des dimensionslosen Abstands der Flamme zum Flammenhalter Ψ' und lässt sich mit den Erhaltungsgleichungen der Flammenstruktur und der Enthalpie nach Gleichung (2.67) beschreiben (eine genaue Herleitung ist in [Roo01] zu finden).

$$q'_l = c_p \bar{\rho}_u u'_u \cdot (T_{ad} - T_u) e^{-\Psi} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4\hat{\omega}} \right) \cdot \Psi' \quad (2.67)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.66) und Gleichung (2.67) in Glei-

chung (2.65) erhält man die Transferfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen einer brennerstabilisierten Flamme mit der Annahme eines perfekt gekühlten Flammenhalters (siehe Gleichung (2.68)). Dieses Modell ist über die Temperaturmessungen und die Wärmebilanzen in Anhang B in sich geschlossen und weist keine freien Parameter auf.

$$\frac{u'_d}{u'_u} = 1 + \frac{T_b - T_u}{T_u} A(\hat{\omega}) + \frac{T_{ad} - T_u}{T_u} \cdot e^{-\Psi} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4\hat{\omega}} \right) \frac{1 - A(\hat{\omega})}{\hat{\omega}} \quad (2.68)$$

Den zweiten Betrachtungsfall entwickelte Rook [Roo01] für die Beschreibung des akustischen Transferverhaltens von Brennern mit keramischen Flammenhaltern. Dabei handelt es sich typischerweise um poröse Schäume, Loch- oder Sinterplatten. Durch den Wärmeübergang von der Reaktionszone und die eingeschränkte Wärmeleitung des keramischen Materials erwärmt sich der Flammenhalter und nimmt die Temperatur T_s an. Aufgrund der hohen Wärmekapazität des Materials und der Annahme eines unendlich dicken Flammenhalters erwärmt sich auch das mit T_u einströmende Gemisch bis auf die Temperatur T_s (siehe Abb. 3.10). Dadurch ergibt sich eine veränderte Formulierung des dimensionslosen Abstands der Flamme zum Flammenhalter Ψ_s gemäß Gleichung (2.69).

$$\Psi_s = \ln \left(\frac{T_{ad} - T_u}{T_{ad} - T_b + T_s - T_u} \right) \quad (2.69)$$

Die dimensionslose komplexe Frequenz $\hat{\omega}_s$ erweitert sich zu

$$\hat{\omega}_s = i\omega \cdot \frac{\lambda_u}{\bar{u}_u^2 \bar{\rho}_u c_p} \cdot \frac{T_u}{T_s} \quad (2.70)$$

Aus der linearisierten Energiebilanz in Gleichung (2.65) ergibt sich die Transferfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen einer auf einem keramischen Flammenhalter stabilisierten Flamme zu:

$$\frac{u'_d}{u'_u} = \frac{T_s}{T_u} + \frac{T_b - T_s}{T_u} A(\hat{\omega}_s) + \frac{T_{ad} - T_u}{T_u} \cdot e^{-\Psi_s} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4\hat{\omega}_s} \right) \frac{1 - A(\hat{\omega}_s)}{\hat{\omega}_s} \quad (2.71)$$

2.3.5.3 Zusammenhang zwischen Flammentransferfunktionen und Flammentransfermatrizen

Für geringe Machzahlen kann eine Flammentransfermatrix mit Gleichung (2.72) dargestellt werden.

$$\begin{pmatrix} p' \\ u' \end{pmatrix}_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & TM_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p' \\ u' \end{pmatrix}_u \quad (2.72)$$

Der Term TM_{22} kann durch die Transferfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen in Gleichung (2.68) oder Gleichung (2.71) ersetzt werden. Nach Gleichung (2.63) können experimentell ermittelte Flammentransferfunktionen FTF_{exp} mit einem Proportionalitätsfaktor in Gleichung (2.68) oder Gleichung (2.71) an Stelle des Terms $A(\hat{\omega})$ eingesetzt werden. In dieser Arbeit werden experimentell ermittelte Flammentransferfunktionen mit dem analytisch bestimmten Wert $A(\hat{\omega})$ nach Gleichung (2.56) verglichen. Dabei wird der Proportionalitätsfaktor aus den Experimenten bestimmt (siehe Kapitel 5.1.5). Für den Vergleich von gemessenen Flammentransfermatrizen mit gemessenen Flammentransferfunktionen FTF_{exp} werden die Untersuchungen von Truffin und Poinot [TP05] verwendet. Über die Rankine-Hugoniot Gleichungen (Gleichung (2.48) und Gleichung (2.49)) lässt sich der Zusammenhang zwischen den Wärmefreisetzungsschwankungen q' und den akustischen Feldgrößen p' und u' herstellen. Truffin und Poinot [TP05] geben als Umrechnungsformel für den Transfermatrixterm TM_{22} aus der FTF_{exp} die Gleichung (2.73) an.

$$TM_{22} = 1 + K \cdot FTF_{exp} \quad (2.73)$$

Hierin berechnet sich K mit Gleichung (2.74).

$$K = \frac{\kappa - 1}{\bar{\rho}_u c_u^3} \cdot \frac{\bar{q}}{A_u} \quad (2.74)$$

A_u ist der Querschnitt des Plenums und \bar{q} die mittlere Wärmefreisetzung der Flamme.

2.4 Stabilitätsanalyse

Um Aussagen über die Stabilität akustischer Systeme treffen zu können, ist es notwendig deren Eigenmoden zu bestimmen und qualitativ zu bewerten. Eine viel versprechende Methode aus der Regelungstechnik ist es, Nyquist Diagramme zu berechnen und zu interpretieren [Ver97]. Bei Regelkreisen lassen sich diese über die OLG Methode gewinnen. Der OLG (*open-loop-gain*) ist das Verhältnis von Antwort- zu Anregungssignal in einem geöffneten Regelkreis und kann direkt zur Stabilitätsanalyse herangezogen werden.

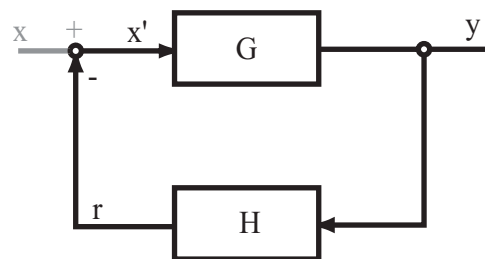


Abbildung 2.3: Typischer Regelkreis aus der Regelungstechnik, für $x = 0$ ist das System geschlossen.

Abb. 2.3 zeigt einen typischen Regelkreis eines dynamischen Systems. Er beschreibt die Kopplung eines Antwortsignals $y(t)$ mit einem Anregungssignal $x(t)$. Für ein solches System erhält man

$$y = G(\omega) x' = G(\omega) (x - r) = G(\omega) (x - H(\omega) y) \quad (2.75)$$

mit den frequenzabhängigen Antwortfunktionen $G(\omega)$ und $H(\omega)$ für den Vorwärts- und Rückkopplungsmechanismus. Das Minuszeichen auf der rechten Seite von Gleichung (2.75) kommt daher, dass das Regelsignal r vom Anregungssignal x abgezogen wird. Für die Stabilitätsanalyse einer solchen Rückkopplungsschleife wird nun untersucht, inwiefern eine dem System beaufschlagte Störung zum Zeitpunkt $t = 0$ gedämpft oder verstärkt wird. Für

$t > 0$ wird das Anregungssignal x auf Null gesetzt und der OLG gemäß Gleichung (2.76) berechnet [Pol04].

$$OLG(\omega) = G(\omega) \cdot H(\omega) \quad (2.76)$$

Die charakteristische Gleichung (2.75) des Regelkreises reduziert sich zu:

$$y = -OLG(\omega) \cdot y \quad \text{bzw.} \quad OLG(\omega) = -1 \quad (2.77)$$

Für $x = 0$ sind die komplexen Lösungen $\omega_{e,n}$ aus Gleichung (2.77) die Eigenmoden des Systems.

$$y = \sum_n \operatorname{Re} \left(A_n e^{i\omega_{e,n}t} \right) = \sum_n e^{-\operatorname{Im}(\omega_{e,n})t} \operatorname{Re} \left(A_n e^{i \operatorname{Re}(\omega_{e,n})t} \right) \quad (2.78)$$

Aus Gleichung (2.78) wird ersichtlich, dass das System nur dann stabil ist, sobald der Imaginärteil der Eigenmoden kleiner oder gleich Null wird. Die Stabilität der Eigenmoden kann mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums überprüft werden. Dazu wird die reelle Achse der ω -Ebene auf die $OLG(\omega)$ -Ebene winkeltreu abgebildet. Wie auch in Abb. 2.4 zu erkennen ist, werden die Eigenfrequenzen ω_e des Systems auf dem Punkt $-1 + 0 \cdot i$ in der $OLG(\omega)$ -Ebene gelegt.

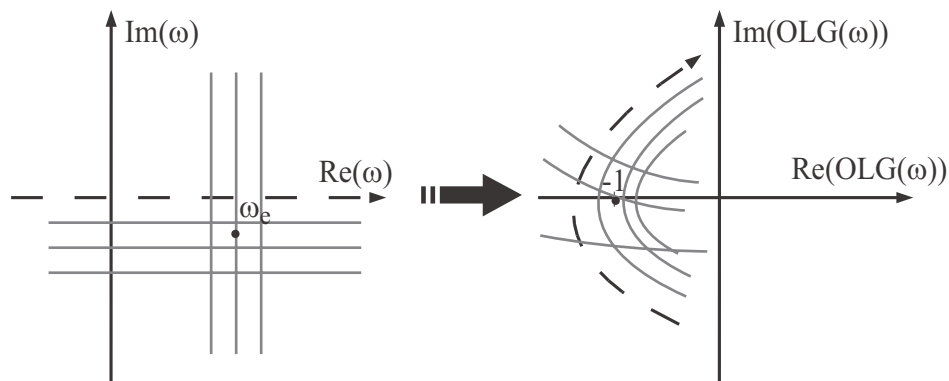


Abbildung 2.4: Winkeltreue Abbildung der Eigenfrequenzen ω_e des Systems von der ω -Ebene auf die $OLG(\omega)$ -Ebene.

Das bedeutet, sobald die reelle Achse der ω -Ebene in der $OLG(\omega)$ -Ebene mit

steigender Frequenz ω den Punkt $-1 + 0 \cdot i$ linker Hand passiert, wird eine instabile Eigenfrequenz diagnostiziert [Ver97].

Die Anwendung bei akustischen Systemen ist analog. Ein akustisches Netzwerk wird zu einem Regelkreis, indem an einer beliebigen Stelle im Gleichungssystem ein Diagnoseelement integriert wird. Das Gleichungssystem ist nun „geöffnet“. Es weist zwei offene Knoten zur Beaufschlagung des Anregungssignals f_{forc} und Ausgabe des Antwortsignals f_{resp} auf. Abb. 2.5 zeigt beispielhaft ein geöffnetes Netzwerk bestehend aus drei Elementen und zwei Randbedingungen. Die Transformationsvorschriften der Elemente sind durch deren Transfermatrizen Π_i definiert.

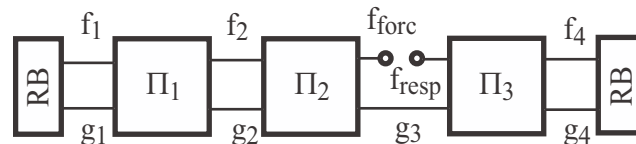


Abbildung 2.5: Beispiel eines aufgeschnittenen akustischen Netzwerks in f , g -Darstellung.

Mit einer Anregung von $f_{forc} = 1$ und der Berechnung der komplexen Systemantwort f_{resp} über einen gegebenen Frequenzbereich ergibt sich der OLG gemäß Gleichung (2.79).

$$OLG(\omega) = -\frac{f_{resp}}{f_{forc}} \quad (2.79)$$

Gleichung (2.79) hat die Eigenschaft, dass sich alle Eigenmoden des Systems im betrachteten Frequenzbereich nahe des Punktes $-1 + 0 \cdot i$ des Nyquist Diagramms der $OLG(\omega)$ -Ebene befinden. Auf der Basis dieser Interpretation lassen sich mit Hilfe eines polynomischen Annäherungsfits alle stabilen und instabilen Eigenmoden, deren Eigenfrequenzen ω_e sowie deren Wachstums- bzw. Dämpfungsraten GR exakt bestimmen [SP03a] und [SP03b]. Gleichung (2.80) ermöglicht die quantitative Berechnung der Wachstumsrate GR .

$$GR(\omega_e) = e^{-2\pi \frac{Im(\omega_e)}{Re(\omega_e)}} \quad (2.80)$$

3 Materialien und Methoden

Das Ziel des Vorhabens ist die Entwicklung eines Werkzeugs zur Vorhersage von Verbrennungsinstabilitäten in Heizungssystemen kleiner Leistung. Dieses Werkzeug basiert auf akustischen Netzwerkmodellen, welche aus analytischen Gleichungen bestehen. Ein Gleichungssystem eines Netzwerks ermöglicht die Berechnung der Systemakustik und dessen Stabilitätsverhalten. Für die Validierung eines Netzwerkmodells werden experimentell und numerisch ermittelte Daten herangezogen. Zwei Arten von Experimenten werden dazu durchgeführt. Einerseits gilt es das akustische Verhalten der gesamten Heizung zu charakterisieren. Dazu wird das zu untersuchende Heizungssystem mit entsprechender Messtechnik ausgestattet und dessen Stabilitätsverhalten bestimmt. Andererseits sind die akustischen Transfermatrizen der einzelnen Elemente zu bestimmen. Bekannte standardisierbare Elemente können dabei mit analytischen Modellen aus der Literatur dargestellt werden (siehe Kapitel 2.3). Die Transfermatrizen komplexerer Elemente werden mit Hilfe der Multimikrofonmethode und der entsprechenden Messvorrichtung charakterisiert.

Im folgenden Kapitel sind die Versuchsstände sowie die Mess- und Auswertemethoden der Experimente erklärt. Dabei wird eine neue Auswertemethode für die Vermessung akustischer Transfermatrizen von Flammen vorgestellt, welche auf der rein akustischen Multimikrofon-Messmethode basiert. Diese wird später in Kapitel 4 im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse genauer untersucht.

3.1 Akustische Systemcharakterisierung

Zur akustischen Charakterisierung des untersuchten Heizungssystems, wird dieses mit Messtechnik ausgestattet. An ausgesuchten Stellen werden Temperatur- und Druckdaten erfasst. Zusätzlich wird das thermoakustische Stabilitätsverhalten der Heizung für verschiedene Betriebsbedingungen bestimmt. Die gewonnenen Daten dienen zur Validierung des Netzwerkmodells des Gesamtsystems.

Beim Aufbau der Versuchsanlage ist zu beachten, dass durch das Anbringen der Messtechnik keine Änderungen des akustischen Verhaltens des Systems auftreten. Die untersuchten Betriebszustände entsprechen den realen Betriebspunkten der Heizung. Abb. 3.1 zeigt das RMH-System. Es besteht im Wesentlichen aus den vier Bereichen Frischluftpfad, Verbrennungsbereich, Wärmetauscher und Abgastrakt.

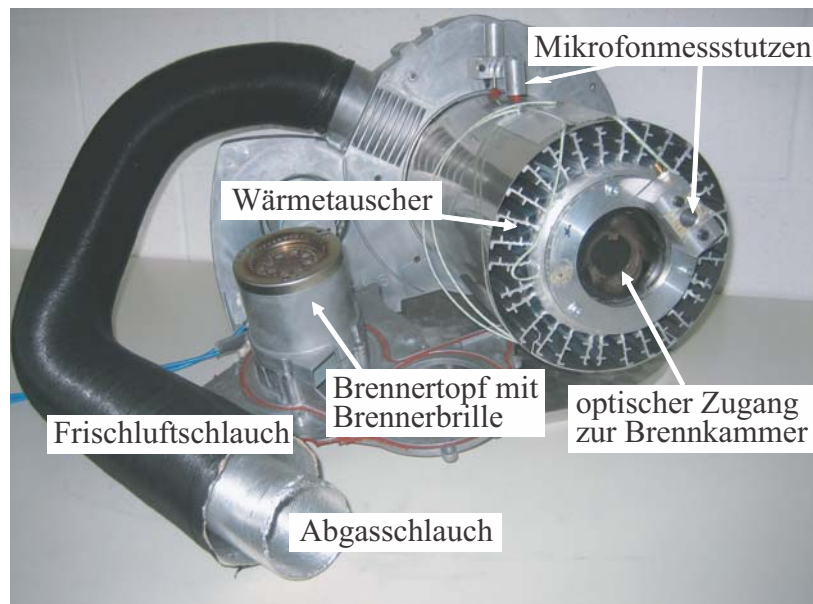


Abbildung 3.1: RMH-System mit Zugängen für Messaufnehmer und ausgebautem Brennertopf.

In Abb. 3.2 ist die Funktionsweise der Heizung schematisch dargestellt. Am Eingangsstutzen des Frischluftpfads (1) wird die benötigte Luft mit Hilfe eines Gebläses angesaugt, welches weiter stromab am Brennereingang bei (2) sitzt. Die Luft strömt durch ein Wellrohr in den Verbrennungsbereich, welcher

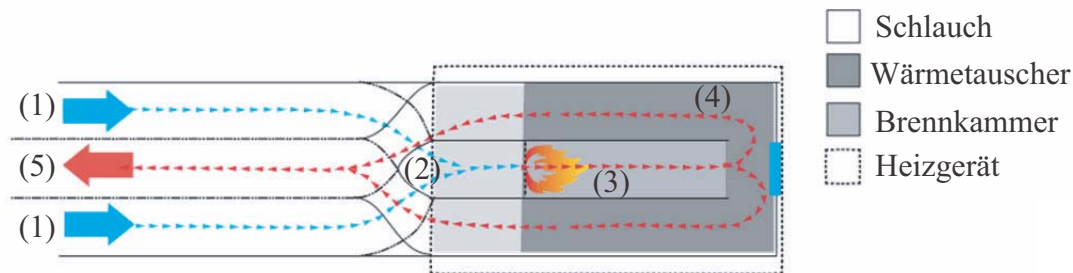


Abbildung 3.2: Funktionsschema der RMH: (1) Ansaugstutzen Frischluft, (2) Eingang Brennerkopf mit Gebläse, (3) brennerstabilisierte Flamme, (4) Wärmetauscher, (5) Auslassstutzen Abgastrakt.

aus dem Brennerkopf, dem Flammenhalter mit Zünder (3) und der Brennkammer besteht. Um die Heizung mit höheren Luftzahlen zu betreiben, wird am Eingang zum Brennerkopf (2) die Frischluft auf den Primärweg und den Sekundärweg aufgeteilt. Im Primärweg wird die Luft mit Propangas zu einem brennfähigen Gemisch vorgemischt und strömt durch ein perforiertes Blech, welches als Flammenhalter dient. Dort wird das Gemisch mit einem Hochspannungsfunken entzündet (3). Durch die Aufteilung der Luft kann das System bei einer größeren Bandbreite an Leistungs- und Luftzahlstufen betrieben werden. Etwa die Hälfte der Frischluft strömt durch den Sekundärpfad in die Brennkammer und dient bei einer eventuellen unterstöchiometrischen Flamme, welche auf der Primärbrille stabilisiert ist zur Nachverbrennung der Abgase. Die heißen Abgase strömen nun durch die Brennkammer in den Wärmetauscher (4), wo die Nutzwärme abgeführt wird. Das Schema in Abb. 3.3 zeigt detailliert die Strömungswege im Brennerkopf. Nach dem Wärmetauscher gelangen die Abgase durch den Abgastrakt in die Umgebung (5). Der Abgastrakt ist ein Wellrohr welches innerhalb des Frischluftrohres verläuft. Dadurch wird die Restwärme des Abgases zur Vorwärmung der Frischluft genutzt.

Der Propandurchsatz wird über einen vom Mess- und Steuerrechner angesteuerten Massedurchflussregler eingestellt. Dadurch ergibt sich die Leistungsstufe des Betriebspunktes P_{th} . Das Gebläse zur Ansaugung der Frischluft ist drehzahl geregelt. Damit lässt sich der gewünschte Luftbedarf und somit die Luftzahl λ vom Rechner aus einstellen.

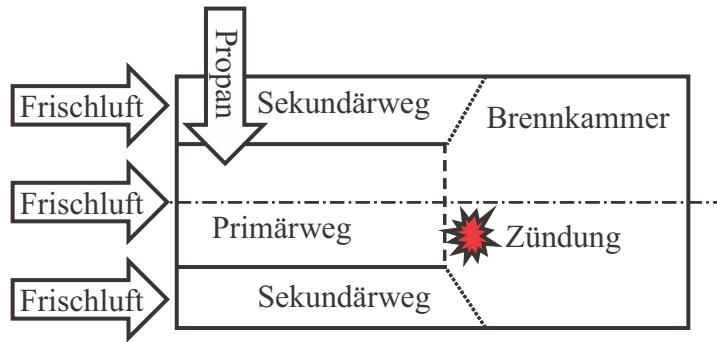


Abbildung 3.3: Schema der Strömungswege im Brennertopf.

Zur Charakterisierung des Heizungssystems werden die Temperaturen und Druckschwankungen an unterschiedlichen Stellen in der Heizung gemessen. Abb. 3.4 zeigt das Schema der modifizierten Heizung mit den Messstellen für die Thermoelemente und die Mikrofone.

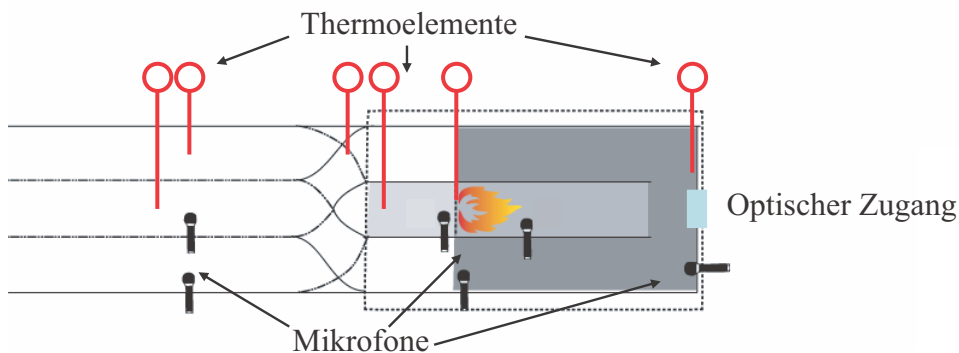


Abbildung 3.4: Schema der RMH mit den Messstellen für Thermoelemente und Mikrofone.

Die Versuche lassen sich in zwei Arten unterteilen. Bei thermoakustisch instabilen Betriebspunkten ist ein deutliches Brummen in der Heizung zu hören. Die Frequenz des Brummens entspricht der instabilen Eigenmode. Diese Zustände werden im Weiteren als selbstangeregt bezeichnet. Hier werden pro Mikrofon eine Sekunde lang 10000 Messungen aufgenommen. Die Daten werden mit einer *Fast Fourier Transformation* (FFT) vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Die Amplitude A und die Phase Φ der Druck-

schwankung bei der Eigenfrequenz ergeben über Gleichung (3.1) den Vektor der Druckfluktuation p' an der Messstelle x . Die relativen Phasen von p' jeder Mikrofonmessstelle sind bezogen auf den Phasenwert des ersten Mikrofons entlang des Strömungswegs.

$$p'(x) = A(x) \cdot e^{i \cdot \Phi(x)} \quad (3.1)$$

Bei thermoakustisch stabilen Betriebspunkten wird das System mit Hilfe eines Lautsprechers mit einer gewünschten Frequenz angeregt. Im Weiteren werden diese Versuche als fremdangeregt bezeichnet. Der Lautsprecher wird dabei an das Wellrohr des Frischluftpfades angeschlossen. Die Messungen der Druckfluktuationen p' einer fremdangeregten Frequenz werden genau wie bei den Messungen mit Eigenanregung durchgeführt. Zusätzlich erlauben diese Messungen die Untersuchung des dynamischen Druckverlaufs $p'(x)$ über ein Frequenzspektrum (von 20 bis 500 Hz). Das bedeutet, p' kann nicht nur ortsaufgelöst, sondern auch frequenz aufgelöst dargestellt werden.

Die aktuellen Daten der Temperaturmessungen werden im Mess- und Steuerprogramm angezeigt. Es werden 10 Messungen pro Sekunde durchgeführt. Nach Bedarf können diese für einen gewünschten Zeitbereich in eine Datei geschrieben werden. Diese liefern wichtige Erkenntnisse über den für die spätere Modellierung des akustischen Netzwerks benötigten örtlichen Temperaturverlauf. Die Versuche mit Selbstanregung können im stationären Zustand und während des Anfahrvorgangs durchgeführt werden. Der Anfahrvorgang beginnt mit der Zündung der kalten Heizung bei Raumtemperatur. Die Mikrofondaten werden dann geschrieben, wenn die Flamme sich auf dem Flammenhalter stabilisiert hat, jedoch noch thermoakustisch instabil ist. Der stationäre Zustand ist einerseits durch konstante Temperaturen und andererseits durch eine stationäre akustische Instabilität gekennzeichnet.

Es werden zwei verschiedene Heizungsgeometrien der RMH experimentell untersucht. Diese unterscheiden sich lediglich in der Länge der Abgas- und Frischluftwellrohre. Die Wellrohrlänge von Konfiguration 1 ist 0.56 m und die von Konfiguration 2 ist 1 m. Es werden für beide Geometrien zwei Leistungsstufen ($P_{th} = 2 \text{ kW}$, 4 kW) bei verschiedenen mageren ($\lambda > 1$) Verbrennungs-

bedingungen untersucht. Die Luftzahl λ bezieht sich dabei auf die Gesamtluft. Diese wird zu gleichen Teilen in den Primär- und Sekundärpfad aufgeteilt. Für Betriebszustände ohne Verbrennung und ohne Durchströmung beider Geometrien werden zusätzlich Messungen mit Fremdanregung durchgeführt. Diese Messungen werden im Weiteren als kalte Systemcharakterisierung bezeichnet.

Die Messdaten liefern zum einen den orts aufgelösten Temperaturverlauf, den orts- sowie frequenz aufgelösten Verlauf des dynamischen Drucks und das Stabilitätsverhalten der untersuchten Heizungskonfigurationen. Die gewonnenen Daten dienen zur Validierung des Netzwerkmodells der Gesamtheizung.

3.2 Die Bestimmung des akustischen Übertragungsverhaltens kompakter Elemente

3.2.1 Die Multimikrofonmethode

Für die experimentelle Bestimmung von akustischen Transfermatrizen mit der Form in Gleichung (2.24) wird in dieser Arbeit die Multimikrofonmethode verwendet. Sie basiert auf der *two-source-location* Methode von Munjal und Doige [MD90]. Abb. 3.5 zeigt schematisch den Aufbau zur akustischen Charakterisierung eines kompakten Elements.

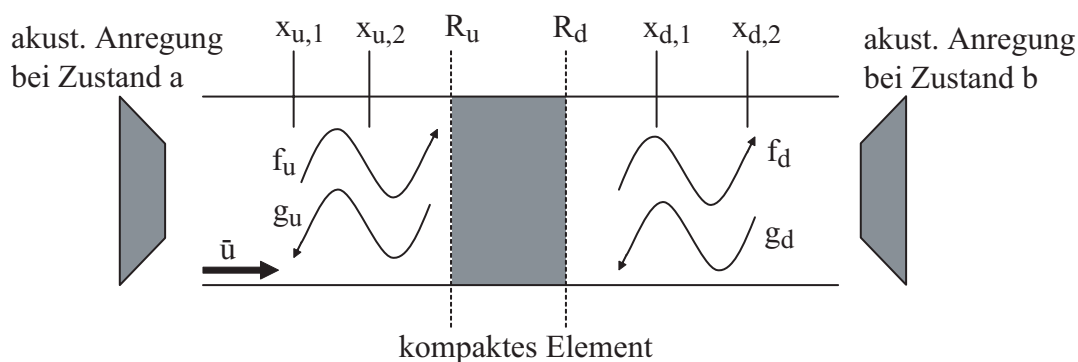


Abbildung 3.5: Schema der Multimikrofonmethode zur Bestimmung der akustischen Transfermatrix eines kompakten Elements.

Allgemein werden dabei in der Ein- und Ausgangsebene R_u und R_d des zu vermessenden Elements jeweils die ein- und auslaufenden Wellen $f_{u,d}$ und $g_{u,d}$ einer akustischen Anregungsquelle bestimmt. Dadurch erhält man zwei Gleichungen zur Bestimmung der Transfermatrix. Zur Berechnung aller vier Matrixterme sind jedoch vier unabhängige Gleichungen notwendig. Zu diesem Zweck wird das Element bei zwei unabhängigen Anregungszuständen vermessen. Es bietet sich dabei an, die Anregungsquelle an zwei verschiedenen Stellen, z.B. stromauf und stromab vom Element zu platzieren (daher auch der Name *two-source-location* Methode). Dadurch kann folgendes Gleichungssystem (3.2) zur eindeutigen Bestimmung aller vier Transfermatrixterme TM_{11} , TM_{12} , TM_{21} und TM_{22} definiert werden:

$$\begin{pmatrix} f_a & g_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_a & g_a \\ f_b & g_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_b & g_b \end{pmatrix}_u \cdot \begin{pmatrix} TM_{11} \\ TM_{12} \\ TM_{21} \\ TM_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_a \\ g_a \\ f_b \\ g_b \end{pmatrix}_d \quad (3.2)$$

Die Indizes a und b stehen für die beiden Anregungszustände.

Zur Messung der ein- und auslaufenden Wellen $f_{u,d}$ und $g_{u,d}$, wird der dynamische Druck über einen gewissen Bereich vor und nach der Ein- und Ausgangsebene R_u und R_d des zu vermessenden Elements bestimmt. Der dynamische Druck an einer beliebigen Stelle x lässt sich relativ einfach mit Hilfe von Mikrofonen messen. Läuft eine akustische Welle f in einem geraden verlustfreien Rohr der Länge x mit der Schallgeschwindigkeit c in einem mit der Geschwindigkeit \bar{u} strömenden Medium, erfährt es eine Phasenänderung gemäß Gleichung (2.33). Analog gilt für die entgegengesetzt laufende Welle g Gleichung (2.34). Der Index 0 bezieht sich auf die Referenzebene am Ort $x = 0$. k^+ und k^- sind die Wellenzahlen gemäß Gleichung (2.36) der stromauf und stromab laufenden Wellen.

Vorausgesetzt, dass die Messstrecken vor und nach dem Element verlustfrei sind und als eindimensional betrachtet werden können, lässt sich Glei-

chung (2.21) auf durchströmte Systeme zur Charakterisierung des dynamischen Drucks p' an jeder Stelle x der Messstrecke anwenden.

$$p'(x) = \bar{\rho}c \cdot \left(f_{u,d} \cdot e^{-ik^+x} + g_{u,d} \cdot e^{ik^-x} \right) \quad (3.3)$$

Die für die Lösung des Gleichungssystems (3.2) zu quantifizierenden Wellen $f_{u,d}$ und $g_{u,d}$ in den Referenzebenen R_u und R_d lassen sich mit je zwei gemessenen Druckvektoren $p'(x_1)$ und $p'(x_2)$ an den Stellen x_1 und x_2 eindeutig bestimmen.

Um diese Methode weniger anfällig auf Messungenauigkeiten zu machen, bietet es sich an, den dynamischen Druckverlauf vor und nach dem Element mit jeweils drei Mikrofonen zu vermessen [Fis04]. Das Gleichungssystem zur Berechnung der Riemann Invarianten ist dann überbestimmt. Mit Hilfe eines nichtlinearen *Levenberg-Marquardt* Fits werden die unbekanntes $f_{u,d}$ und $g_{u,d}$ mit einer höheren Genauigkeit bestimmt.

Abb. 3.6 zeigt die Amplituden- und Phaseninformationen des dynamischen Druckverlaufs $p'/(\bar{\rho}c)$ in den Messstrecken stromauf und stromab eines durchströmten Elements bei einer Anregung mit einer gegebenen Frequenz. Dabei befinden sich die Referenzebenen R_u und R_d an der Position $x = \pm 0$. Die schwarzen Punkte sind die aus den Experimenten ermittelten Druckvektoren an den jeweiligen Mikrofonpositionen x_i . Eine nach stromab abfallende Phase deutet auf den Anregungszustand a hin; also stromauf vom Element.

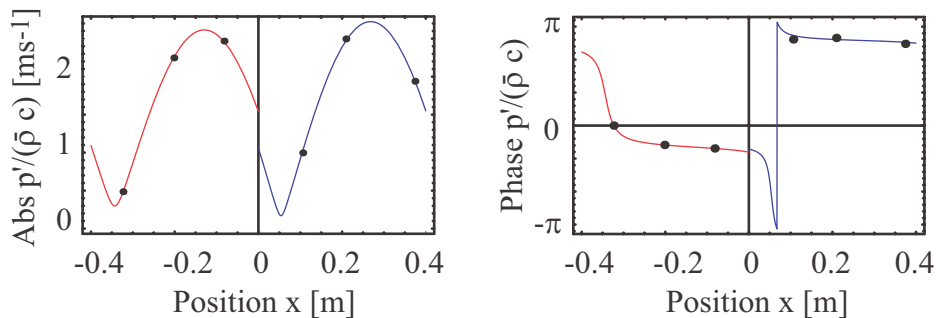


Abbildung 3.6: Amplituden- und Phaseninformation des dyn. Druckverlaufs $p'/(\bar{\rho}c)$ in den Messstrecken vor (rot) und nach (blau) dem Element, berechnet aus je drei Messpunkten bei einer Anregungsfrequenz von 400 Hz (Zustand a).

3.2.2 Messmethoden zur Bestimmung von Reflexionsfaktoren

Wie bereits in Kapitel 2.3.1 erwähnt, werden akustisch passive Randelemente in Netzwerken durch deren Reflexionsfaktoren r modelliert. In Heizgeräten sind das die Schnittstellen des geschlossenen Rohrsystems zur Atmosphäre. Im gegebenen Fall handelt es sich um den Frischluftansaugstutzen sowie den Auslassstutzen bzw. Abgaskamin. Für die Modellierung von Anregungselementen in akustischen Netzwerken, ist die Kenntnis ihrer Geschwindigkeitsfluktuation u'_{in} nötig. In dieser Arbeit werden Lautsprecher als Anregungselemente bei der Fremdanregung der Versuchsanlage zur akustischen Systemuntersuchung der Heizung verwendet (Kapitel 3.1). In beiden Fällen wird die Schnittebene des akustischen Randelements als Referenzebene definiert. In dieser Ebene kann gemäß Gleichung (2.30), Gleichung (2.31) oder Gleichung (2.32) der Reflexionsfaktor r bzw. die Geschwindigkeitsfluktuation u'_{in} einer Anregung durch die Riemann Invarianten f und g berechnet werden.

Bei der experimentellen Messung von Reflexionsfaktoren r und Geschwindigkeitsfluktuationen u'_{in} werden deshalb f und g an einer definierten Referenzebene bestimmt. Das Messprinzip ist das gleiche wie bei der herkömmlichen Multimikrofonmethode in Kapitel 3.2.1.

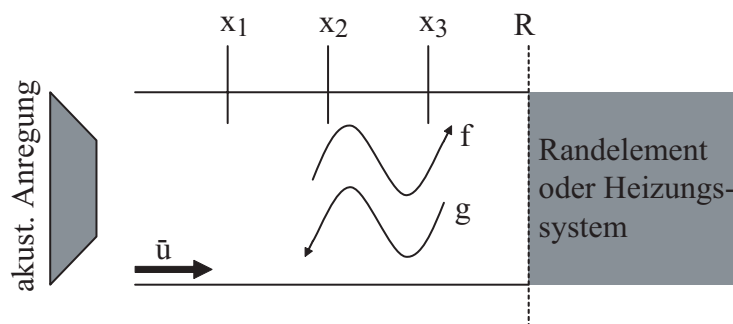


Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau zur experimentellen Bestimmung von Rand- und Anregungselementen.

Abb. 3.7 zeigt den schematischen Aufbau zur experimentellen Bestimmung von Rand- und Anregungselementen. Das Messrohr wird mit einer akustischen Anregung beaufschlagt. An drei Stellen x_i im Rohr messen Mikrofone den dynamischen Druck $p'(x_i)$. Damit ergeben sich drei Beziehungen der

Form in Gleichung (3.3) zur Bestimmung der unbekanntenen f und g in der Referenzebene R . Je nachdem ob es sich um die Messung des Reflexionsfaktors r oder einer Geschwindigkeitsfluktuation u'_{in} handelt, können somit die akustischen Eigenschaften der Rand- oder Anregungselemente über einen gegebenen Frequenzbereich ermittelt werden.

3.2.3 Besonderheiten bei der Transfermatrixmessung von Wellrohren

Die Wellrohre befinden sich bei der RMH im Frischluft- und Abgasbereich, wobei das Abgasrohr innerhalb des Frischluftrohres verläuft. Die experimentelle Bestimmung des akustischen Transferverhaltens von Wellrohren funktioniert prinzipiell wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben. Dabei wird das kompakte Element in Abb. 3.5 durch ein entsprechendes Wellrohr ersetzt. Bei der Vermessung der Wellrohrkonfiguration des Frischluftpfades sind in den Messrohren stromauf und stromab davon geschlossene Stahlrohre so angebracht, dass sich dort ein Ringspalt ergibt. Die Durchmesser des Ringspalts entsprechen denen des Frischluftpfades der Heizung. Damit wird gewährleistet, dass der Strömungsweg im Bereich der Mikrofone und über das zu vermessene Wellrohr keine plötzlichen Querschnittsprünge aufweist, welche bei der Betrachtung der Akustik berücksichtigt werden müssten. Abb. 3.8 zeigt das Schema der Transfermatrixmessung der Wellrohre im Frischluftpfad.

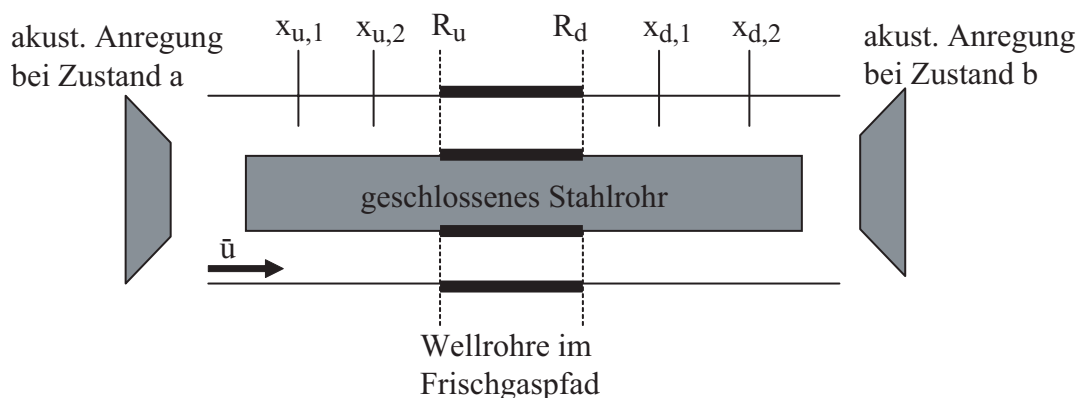


Abbildung 3.8: Schematischer Aufbau zur akustischen Vermessung der Wellrohre des Frischgaspfades.

3.2.4 Messmethoden zur Bestimmung von Flammentransfermatrizen

Die akustischen Transformationseigenschaften der Flammen in Heizgeräten kleiner Leistung haben einen entscheidenden Einfluss auf die Systemstabilität, da die Flamme die treibende Quelle einer eventuellen thermoakustischen Instabilität darstellt. Typische Flammeneigenschaften in üblichen Heizgeräten sind geringe Leistungszahlen und laminare Strömungseigenschaften. Die Reaktionszone ist dabei auf einem Flammenhalter stabilisiert. Üblicherweise handelt es sich um ein perforiertes Blech, aber auch Metall- oder Keramikschäume und keramische Sinterplatten werden zur Flammenstabilisierung genutzt. In der RMH-Heizung wird eine metallische Lochbrille mit verschieden großen Lochdurchmessern verwendet, auf deren stromauf liegender Seite ein Drahtnetz zur Flammenrückschlagsicherung aufgeschweißt ist. Für die eingehende Untersuchung der akustischen Transfermatrizen brennerstabilisierter Flammen wurden verschiedene Lochkombinationen angefertigt. Abb. 3.9 zeigt die untersuchten Flammenhalter.

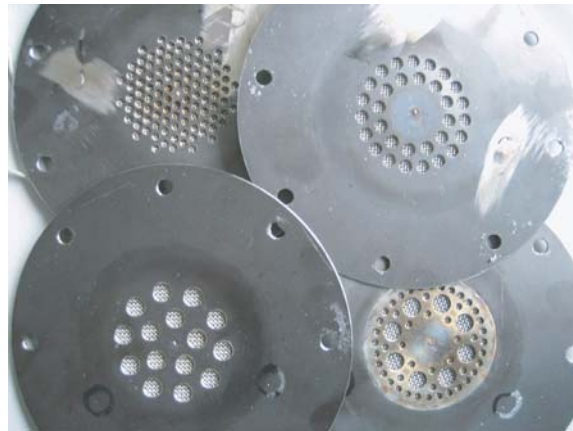


Abbildung 3.9: Verschiedene Flammenhalterkonfigurationen:

Links oben: Flächenverhältnis $\frac{A_{\text{offen}}}{A_{\text{mr}}} = 0.2$, Lochdurchmesser $d_l = 2 \text{ mm}$.

Rechts oben: Flächenverhältnis $\frac{A_{\text{offen}}}{A_{\text{mr}}} = 0.16$, Lochdurchmesser $d_l = 5 \text{ mm}$.

Links unten: Flächenverhältnis $\frac{A_{\text{offen}}}{A_{\text{mr}}} = 0.18$, Lochdurchmesser $d_l = 7 \text{ mm}$.

Rechts unten: Primärbrille der RMH, Flächenverhältnis $\frac{A_{\text{offen}}}{A_{\text{mr}}} = 0.22$, Lochdurchmesser $d_l = 2 \text{ mm}$ und 7 mm .

Für die experimentelle Vermessung der akustischen Transfermatrizen von Flammen kleiner Leistung kann die herkömmliche Multimikrofonmethode

nicht verwendet werden. Aufgrund der geringen Flammenleistung, der niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten der Abgase und der hohen Wärmeverluste im Messrohr stromab der Flamme ergibt sich dort ein deutlicher axialer und radialer Temperaturgradient der Abgase. Damit ist die Schallgeschwindigkeit c sowie die Wellenzahl k nur stark vereinfacht als konstant annehmbar. Bei der Anwendung der herkömmlichen Multimikrofonmethode (Kapitel 3.2.1) liefert die Bestimmung der Riemann Invarianten in der Referenzebene stromauf der Flamme R_u zwar qualitativ richtige Ergebnisse - vorausgesetzt die Temperatur des unverbrannten Gemisches im stromauf gelegenen Messrohr ist konstant - jedoch kann Gleichung (3.3) nicht zur richtigen Auswertung von f_d und g_d in der stromab liegenden Referenzebene R_d herangezogen werden.

Eine Möglichkeit, die akustische Transfermatrix laminarer Flammen zu messen, ist die Kombination von optischen Messverfahren und analytischen Zusammenhängen. In dieser Arbeit wurden Chemilumineszenzmessungen der Wärmefreisetzungsschwankungen der Reaktionszone durchgeführt. Diese und weitere optische Messmethoden aus der Literatur sind in Kapitel 3.2.4.1 dokumentiert.

Um die Vorteile der Multimikrofonmethode auch für die Messung von Flammentransferfunktionen zu nutzen, wurde dieses Verfahren erweitert. Bei der Auswertung der dynamischen Druckdaten wird das axiale und radiale Temperaturprofil im Messrohr stromab der Flamme berücksichtigt. In Kapitel 3.2.4.2 ist dieses Vorgehen erklärt. Mit Hilfe numerischer Berechnungen wurden Validierungsdaten erzeugt um die Qualität der neuen Auswertemethoden zu prüfen (siehe Kapitel 4).

3.2.4.1 Optische Messmethoden

Flammentransfermatrizen FTM können mit optischen Messmethoden über die Flammentransferfunktion FTF bestimmt werden. Dabei werden die Wärmefreisetzungsschwankungen q' der Reaktionszone ins Verhältnis zu den Geschwindigkeitsschwankungen u' der Anregung gemäß Gleichung (2.47) gesetzt. Üblicherweise werden Geschwindigkeitsschwankungen an einem Referenzpunkt in der Messrohrachse stromauf der Flamme mit einer Hitz-

drahtsonde gemessen. Der genaue Ort des Referenzpunktes spielt dabei eine untergeordnete Rolle [Kor06]. Eine andere Methode - welche auch in dieser Arbeit verwendet wird - ist, über Mikrofonmessungen der Druckfluktuationen p' und der Multimikrofonmethode (siehe Kapitel 3.2.4.2) die Riemann Invarianten f & g in einer Referenzebene stromauf der Flamme zu bestimmen. Mit Gleichung (2.18) lassen sich diese in die akustische Feldgröße u' umformen.

Die Charakterisierung der Flammenantwort mit optischen Messmethoden ist schwieriger, da die Wärmefreisetzungen experimentell nicht direkt gemessen werden können. Eine Möglichkeit ist, diese indirekt über die Chemilumineszenz-Lichtemissionen von OH^* - und CH^* -Radikalen zu bestimmen. Neben diesen Spezies entstehen in der Reaktionszone der Flamme auch CO_2^* - und C_2^* -Radikale. Diese eignen sich jedoch nicht zur Bestimmung der Wärmefreisetzungsschwankungen, da Erstere nur für spezielle Fälle mit der Wärmefreisetzung korrelieren und Letztere mit ausreichender Intensität nur bei fetten Flammen ($\lambda < 1$) auftreten [PN98], [HO04].

Mit Hilfe eines Photomultipliers, welcher im Abgasbereich der Versuchsanlage in Abb. 3.11 einen direkten optischen Zugang zur Reaktionszone hat, werden in dieser Arbeit die Wärmefreisetzungsschwankungen und damit die Flammentransferfunktionen über die Chemilumineszenz der Flammen bestimmt. Die Nachteile optischer Messmethoden zur Bestimmung von Flammentransfermatrizen sind offensichtlich. Einerseits erfordern diese den optischen Zugang zur Reaktionszone, andererseits kann damit allein die Flammentransferfunktion ermittelt werden. Für die Rekonstruktion einer Flammentransfermatrix FTM ist bei optischen Messungen ein zusätzlicher funktionaler Zusammenhang anzunehmen (siehe Kapitel 2.3.5.3), mit Hilfe dessen von der akustischen Transferfunktion auf die Transfermatrix geschlossen werden kann. Des Weiteren ist zu beachten, dass bei den gegebenen brennerstabilisierten Flachflammen deutliche Wärmeverluste am Flammenhalter auftreten. Obwohl zur Berechnung der Flammentransferfunktion nach Gleichung (2.47) die Wärmefreisetzungsschwankungen q' relativ zur mittleren Wärmefreisetzung \bar{q} betrachtet werden, ist bei der direkten Verknüpfung der Chemilumineszenz-Lichtemissionen mit der Wärmefreisetzung Vorsicht geboten [LS09].

3.2.4.2 Akustische Messmethoden

In dieser Arbeit sollen Modellierungsvorschläge für das akustische Transformationsverhalten von typischen Flammen in Heizgeräten kleiner Leistung gegeben werden. Diese orientieren sich zwar an den in Kapitel 2.3.5.2 erklärten Modellen aus der Literatur, sollen jedoch ohne weitere Annahmen experimentell ermittelt werden. Um eine vollständige akustische Transfermatrix einer brennerstabilisierten Flachflamme zu messen, wird deshalb die Auswertung der Multimikrofonmethode insofern erweitert, dass das akustische Feld im Messrohr trotz des vorhandenen axialen und radialen Temperaturprofils stromab der Flamme aus Mikrofonmessdaten berechnet werden kann.

Wie bereits erwähnt, ist das Ziel der Multimikrofonmethode die Berechnung der vier Matrixterme TM_{11} , TM_{12} , TM_{21} und TM_{22} einer akustischen Transfermatrix einer Heizungskomponente über Gleichung (3.2). Dazu werden die Riemann Invarianten f und g in den Referenzebenen stromauf und -ab der Komponente aus den dynamischen Druckmessdaten je dreier Mikrofone in den stromauf und -ab liegenden Messstrecken über einen nichtlinearen *Levenberg-Marquardt* Fit ermittelt. Für Messstrecken mit konstanten Zuständen kann dazu Gleichung (3.3) angewendet werden. Im Weiteren soll diese als „konstante Methode“ bezeichnet und trotz der falschen Annahme eines axial und radial konstanten Temperaturfeldes stromab der Flamme zur Auswertung von Flammentransfermatrizen herangezogen werden.

Die Erweiterung der Messdatenauswertung der Multimikrofonmethode ermöglicht die Berechnung des akustischen Feldes in einem Messrohr mit axialem und radialem Temperaturprofil. Dazu muss das Temperaturprofil im Messrohr bekannt sein. Dieses wird mit Hilfe eines Wärmebilanzmodells berechnet (siehe Anhang A), welches mit Temperaturmessdaten validiert ist. In einem ersten Schritt wird das bekannte radiale Temperaturprofil im Rohrquerschnitt flächengemittelt. Das resultierende Temperaturprofil kann als eindimensional mit einem axialen Gradienten betrachtet werden. Die Annahme einer über dem Querschnitt konstanten Temperatur und somit konstanten Schallgeschwindigkeit eines eigentlich radialen Profils wird in Kapitel 4.1 mit numerischen Berechnungen genauer untersucht.

In dieser Arbeit wird das eindimensionale akustische Wellenfeld im Messrohr stromab der Flamme als ein diskretes Netzwerk von Temperatursprüngen und Rohrstücken mit konstanter Temperatur betrachtet. Diese im Weiteren als „diskrete Methode“ bezeichnete Auswertemethode basiert auf der Theorie der eindimensionalen Netzwerkmodellierung aus Kapitel 2.3. Genau wie bei der Beschreibung nicht isothermer Rohrstücke in Kapitel 2.3.4 wird das bekannte axiale Temperaturprofil in Temperaturstufen diskretisiert. Abb. 3.10 zeigt schematisch den angenommenen Temperaturverlauf der diskreten und der herkömmlichen konstanten Methode im Vergleich zum tatsächlichen Temperaturverlauf.

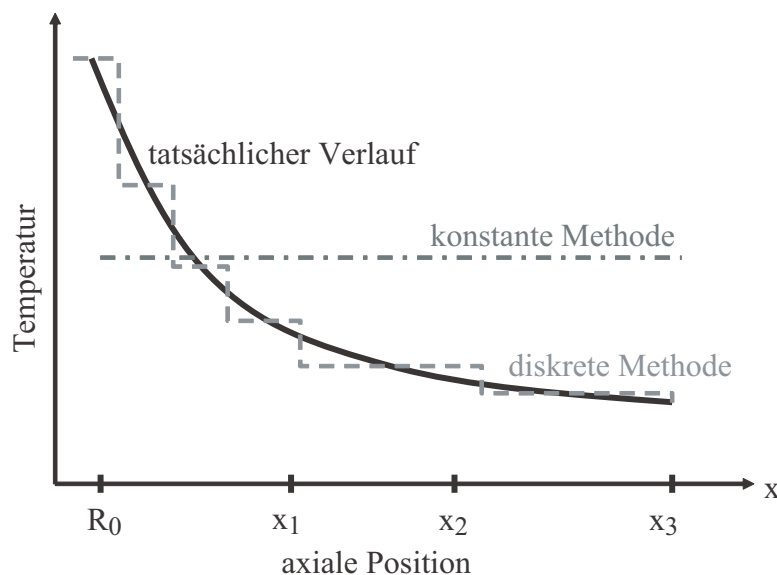


Abbildung 3.10: Schematischer Verlauf des tatsächlichen axialen Temperaturverlaufs im Messrohr stromab der Flamme verglichen mit dem angenommenen Temperaturverlauf der konstanten sowie der diskreten Methode.

Für die Berechnung von f und g an der Referenzebene R_0 aus den Messdaten der Druckfluktuationen p' an den Mikrofonmessstellen x_i kann Gleichung (3.3) nicht verwendet werden. Da Gleichung (2.17) an jeder Stelle x gilt, bedarf es für jede Mikrofonmessstelle x_i einer Transformationsrelation für f_i und g_i auf f_0 und g_0 . Analog zu Gleichung (2.24) ergibt sich ein Zusammen-

hang über die Gesamtmatrix Π_i wie folgt:

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \end{pmatrix}_i \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_i \quad (3.4)$$

Zur Bestimmung der zwei unbekanntenen Riemann Invarianten bei R_0 erhält man mit den Messungen der Druckfluktuation p' an drei Mikrofonpositionen x_i drei Gleichungen der Form:

$$\frac{p'(x_i)}{\bar{\rho}_i c_i} = f_0 \cdot (\Pi_{11} + \Pi_{12})_i + g_0 \cdot (\Pi_{21} + \Pi_{22})_i \quad (3.5)$$

Die Matrixterme der Gesamtmatrix Π_i ergeben sich aus dem akustischen Netzwerk zwischen der Referenzebene R_0 und der entsprechenden Messstelle x_i . Dieses setzt sich aus den n -fachen akustischen Transfermatrizen der diskreten Temperaturschritte zusammen. Ein Temperaturschritt besteht dabei aus einem isothermen Rohr mit der Transfermatrix Π_{rohr} nach Gleichung (2.38) und einem Temperatursprung Π_{ts} nach Gleichung (2.45). Je nach gewählter Diskretisierung kann die Gesamtmatrix Π_i dann analog zu Gleichung (2.46) berechnet werden.

3.2.5 Aufbau der Messanlage

Die Messanlage zur Durchführung der Multimikrofonmethode entspricht den Anforderungen aus Abb. 3.5. Abb. 3.11 zeigt den Versuchsstand bei einer Messung einer auf einem Lochblech stabilisierten laminaren Flachflamme.

Je nach Art der Messung strömt das Medium mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u} und der Anfangstemperatur T_0 durch den Gemischzufuhrstutzen in die Messstrecke. Dabei handelt es sich bei Messungen mit Verbrennung um ein vorgemischtes Propan-Luft-Gemisch mit der Luftzahl λ und bei kalten Messungen um reine Luft. Bei Messungen am Brennertopf der RMH wird das Propan erst nach Aufteilung der Prozessluft in Primär- und Sekundärpfad im Pri-

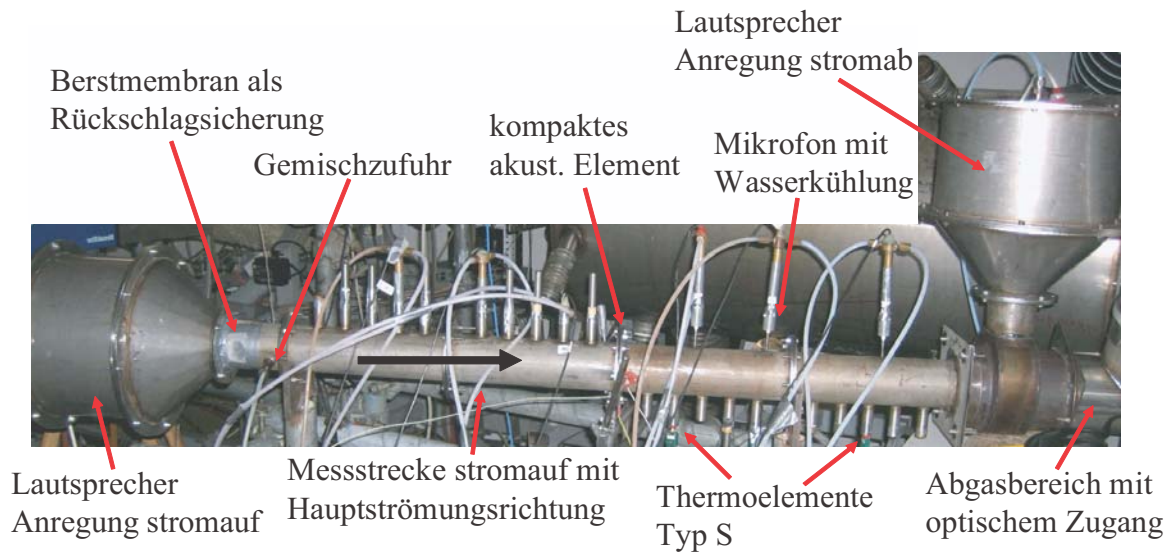


Abbildung 3.11: Versuchsanlage für die Multimikrofonmethode.

märluftpfad eingedüst. Die Gesamtdurchsätze beider Gase können mit Hilfe zweier Massedurchflussregler über ein Mess- und Steuerprogramm vom Rechner aus eingestellt werden. Bei Normzustand lässt sich dadurch eine maximale Leistung von ca. $P_{th} = 6 \text{ kW}$ bei einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ erreichen. Für Untersuchungen mit Verbrennung wird das Gemisch nach dem Flammenhalter mit Hilfe eines Hochspannungsfunken gezündet. Die heißen Abgase strömen durch die Messstrecke stromab und werden mit einem Gebläse durch einen Kamin in die Umgebung abgesaugt.

Für die Anregung des zu vermessenden Elements kann je ein Lautsprecher stromauf und stromab davon angesteuert werden. Das entsprechende Signal wird mit einem Signalgenerator erzeugt, verstärkt und mit einem Relais auf den je nach Testfall geforderten Lautsprecher geschaltet. Da sich die charakteristischen instabilen Bereiche der untersuchten Heizungssysteme im niederfrequenten Bereich befinden, reicht das Anregungsspektrum der Messungen bis maximal 500 Hz . Die Resonanzkörper der Lautsprecher sind mit Stickstoff gespült, um zu verhindern, dass heiße Abgase bzw. zündbares Gemisch dort eindringen. Vor dem Lautsprecher stromauf befindet sich eine Rückschlagsicherung, welche bei Rückzündung der Flamme in die Messstrecke stromauf des Elements einen Druckausgleich mit der Umgebung sicher stellt. Es han-

delt sich dabei um große Löcher im Messrohr, die mit einer leicht reißbaren Berstmembran gasdicht abgeschlossen sind (siehe Abb. 3.11).

Die Mikrofone befinden sich jeweils an drei Stellen vor und nach dem Element an der Oberseite des Messrohres. Sie geben Spannungssignale aus, welche verstärkt werden und über eine Messkarte an den Rechner weitergegeben werden. Die Zeitreihen jeder Messung betragen 10000 Werte pro Sekunde und werden im Steuer- und Messprogramm mit einer FFT in den Frequenzbereich transformiert. Die Werte der Amplituden- und Phaseninformation der jeweiligen Anregungsfrequenz werden für n Messungen gemittelt. Die Referenz für die relativen Phasen aller sechs Mikrofone ist der Phasenwert des am weitesten stromauf gelegenen Mikrofons. Je größer n ist desto weniger fallen Messfehler ins Gewicht. Bei allen Messungen hat sich herausgestellt, dass bei $n = 5$ eine sehr hohe Genauigkeit erzielt werden kann. Die resultierenden Druckvektoren $p'(x)$ dienen anschließend zur Berechnung der Riemann Invarianten $f_{u,d}$ und $g_{u,d}$ mit Gleichung (3.3).

Bei Messungen der Transfermatrizen von Elementen mit Verbrennung werden zusätzlich zur Multimikrofonmethode optische Messmethoden angewendet (siehe Kapitel 3.2.4.1). Durch Messung der Wärmefreisetzungsschwankungen q' der Flamme sowie der Geschwindigkeitsschwankung u'_u kann die Flammentransferfunktion FTF nach Gleichung (2.47) berechnet werden. u'_u wird dabei über die Mikrofone stromauf der Flamme bestimmt. Die Wärmefreisetzungsschwankungen q' lassen sich durch Chemilumineszenz mit einem Fotomultiplier messen. Dafür ist ein optischer Zugang zur Flamme im Abgasbereich vorhanden.

Zur Bestimmung der Flammentransfermatrix FTM mit akustischen Messmethoden nach Kapitel 3.2.4.2 ist die Kenntnis über das Temperaturprofil im Messrohr stromab der Flamme notwendig. Dazu werden mit Hilfe von Thermoelementen stationäre Temperaturmessungen im heißen Abgas, am Flammenhalter und an der Messrohräußenwand durchgeführt. Die Messstellen befinden sich dabei an den Mikrofonpositionen. Bei einem angenommenen radialen Temperaturprofil ist der Messpunkt des Thermoelements so zu platzieren, dass die mittlere Temperatur erfasst wird. Mit den gemessenen Temperaturdaten und einem Wärmebilanzmodell in Anhang A kann das axiale und

radiale Temperaturprofil bestimmt werden.

4 Methodenvalidierung mit FEM und Netzwerkmodellierung

Eine wesentliche Komponente von typischen Heizgeräten kleiner Leistung ist der Wärmetauscher und Abgastrakt im Bereich nach der Wärmequelle. Hier wird die Wärme des erhitzten Mediums an ein Sekundärmedium abgegeben. Über den axialen Strömungsweg und über den Querschnitt stellt sich dabei ein deutliches Temperaturprofil ein. Bei der RMH handelt es sich dabei um den gesamten Bereich stromab der Flamme, durch den die Abgase strömen. Eine eindimensionale Betrachtung der Akustik ist hier nicht ohne weiteres möglich. Um die dreidimensionalen akustischen Eigenschaften in einem eindimensionalen Netzwerkmodell zu beschreiben, müssen vereinfachende Annahmen getroffen werden. In Kapitel 2.3.4 ist die diskrete Methode erklärt. Ein Strömungskanal mit einem radialen Temperaturverlauf wird wie ein Rohrstück mit einer konstanten Temperatur und einem hydraulischen Durchmesser modelliert. Der Wert der Temperatur im Modell hängt dabei vom gegebenen radialen Profil ab. Die Genauigkeit dieser Vereinfachung in einem Netzwerkmodell wird im Folgenden durch Berechnungen mit Finite-Elemente-Methoden (FEM) validiert. Ein gegebenes axiales Temperaturgefälle in einem geometrisch konstanten Rohr wird mit der neuen Methode durch diskrete Temperaturschritte bestehend aus isothermen Rohrstücken und Temperatursprüngen beschrieben. Mit Hilfe von FEM-Rechnungen wurde die Anwendbarkeit dieser Methode sowie der Einfluss der Diskretisierung untersucht.

Dieser Ansatz wird außerdem für die Auswertung der Multimikrofonmessung von Flammentransfermatrizen angewendet (siehe Kapitel 3.2.4.2). Die Kenntnis über das Temperaturprofil im stromab liegenden Messrohr ist hierbei erforderlich. Im Folgenden wurde die Fehleranfälligkeit auf von der Realität leicht abweichenden modellierten Temperaturprofilen im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht. Auch hier spielt die Diskretisierung eine ent-

scheidende Rolle. Die Validierung der Methode wurde dabei anhand von simulierten Daten einer gegebenen Flammentransfermatrix durchgeführt.

4.1 Dreidimensionale Rohrakustik in eindimensionalen Netzwerkmodellen

Mit FEM-Rechnungen soll überprüft werden, inwiefern eindimensionale Netzwerke Rohre mit radialen und axialen Temperaturprofilen beschreiben können. Dazu werden für verschiedene Fälle numerische Berechnungen durchgeführt, um für die Validierung Simulationsdaten zu erzeugen. Die Geometrie ist dabei stets ein zweidimensionales Rohr mit dem Durchmesser d_h und der Länge l . Gerechnet wird die Wellengleichung (4.1) mit einer axialen Komponente x und einer radialen Komponente r im Frequenzbereich.

$$\frac{\omega^2}{(\bar{\rho}c)^2} \cdot p' + \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} \right) = 0 \quad (4.1)$$

Das Rohr ist undurchströmt und hat an der Rohrwand sowie am rechten Rohrende eine harte Wand als Randbedingung (siehe Kapitel 2.3.1). Am linken Rohrende ist eine Anregung als eingehende Beschleunigung mit einer Anregungsamplitude von $u_{Amp} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ nach Gleichung (4.2) aufgeprägt. Diese ergibt sich aus der Impulsgleichung mit einer harmonischen Lösung.

$$-\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial p'}{\partial x} = i \cdot \omega \cdot u_{Amp} \quad (4.2)$$

Abb. 4.1 zeigt qualitativ die Temperaturverläufe der verschiedenen Rechenfälle. Hierbei ist die Temperatur im Rechengebiet so vorgegeben, dass ihr Verlauf dem Temperaturprofil im Bereich nach der Flamme eines typischen RMH-Systems entspricht. Der untersuchte Frequenzbereich geht bis $\omega = 2\pi \cdot 500 \text{ Hz}$. Im Rechengebiet sind die Zustandsgrößen von Luft (Dichte $\bar{\rho}$ und Schallgeschwindigkeit c) in Abhängigkeit der Temperatur $T(x, r)$ gegeben. An der Stelle $x = x_{ts}$ befindet sich ein Temperatursprung auf dessen linker Seite (Index

u) bei allen Rechenfällen das Medium die konstante Temperatur $T_u(x, r) = 293.15\text{ K}$ hat. Auf der rechten Seite des Temperatursprungs (Index d) ist je nach Rechenfall ein konstantes, axiales und/oder radiales Temperaturprofil $T_d(x, r)$ mit einer axial konstanten Rohrwandtemperatur $T_w(x)$ aufgeprägt.

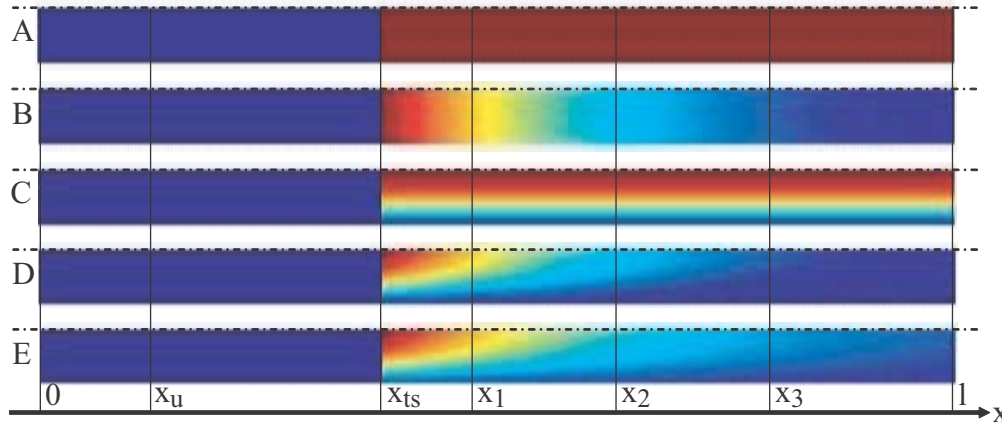


Abbildung 4.1: 2-dimensionale Temperaturverläufe über x in einem Rohrstück der Länge l der verschiedenen FEM-Rechenfälle. Blau: Raumtemperatur. Rot: Typische Flammentemperatur. Temperaturprofil nach dem Temperatursprung bei x_{ts} : A - axial und radial konstant, B - axiales Profil und radial konstant, C - axial konstant und radiales Profil, D - axiales und radiales Profil, E - axiales und radiales Profil mit erhöhter Wandtemperatur.

Bei einer Anregungsfrequenz ω am linken Rand stellt sich aufgrund des stationären Temperaturprofils ein stationärer Zustand der akustischen Feldgrößen p' und u' (bzw. f und g) ein. Für die Methodvalidierung werden Simulationsdaten von p' und u' an den Koordinaten x_u sowie x_1 , x_2 und x_3 über den gewählten Frequenzbereich ausgeschrieben. Über die Zusammenhänge in Gleichung (2.17) und Gleichung (2.18) können die entsprechenden Werte von f und g errechnet werden. Dabei spielt die radiale Koordinate nur dann eine Rolle, wenn ein radiales Temperaturprofil an der betrachteten Stelle x vorliegt. Da die Amplituden- und Phasenwerte der Druckfluktuationen p' auch bei einem vorliegenden radialen Temperaturprofil über den Querschnitt konstant sind, werden als Validierungsdaten der FEM-Rechnung bei einem radial nicht isothermen Rohr nur die Schwankungsgrößen des Drucks p' ausgelesen. Um die entsprechenden Werte für die Riemann Invarianten f und g zu berechnen, werden die Simulationsdaten an den drei Messstellen im Rohr ausgelesen. Genau wie bei der Auswertung der Messdaten einer Multimikrofonmessung (sie-

he Kapitel 3.2.1) können die beiden unbekanntes Riemann Invarianten über drei Gleichungen (3.3) mit Hilfe eines nichtlinearen *Levenberg-Marquardt* Fits bestimmt werden.

Sind nun f und g stromab des Temperatursprungs bei x_{ts} bekannt, wird die Akustik als eindimensional betrachtet und mit einer Transfermatrix auf f und g stromauf des Temperatursprungs abgebildet. Das Resultat wird mit den Validierungsdaten der FEM-Rechnung verglichen. Dabei werden die relativen Fehler R_{Amp} der Amplitudeninformation und R_{Φ} der Phaseninformation einer Riemann Invariante RI gemäß Gleichung (4.3) und Gleichung (4.4) betrachtet.

$$R_{Amp} = \frac{|RI_{FEM}|}{|RI_{NWM}|} \quad (4.3)$$

$$R_{\Phi} = \frac{\angle(RI_{FEM}) - \angle(RI_{NWM})}{180} \cdot \pi \quad (4.4)$$

Die genauen eindimensionalen Transfermatrixmodelle werden im Folgenden für die verschiedenen Temperaturprofile der einzelnen Rechenfälle dargestellt.

4.1.1 Der einfache Temperatursprung und radiale Temperaturprofile

Die Rechenfälle A und C in Abb. 4.1 bestehen aus einem Rohrstück mit einem Temperatursprung an der Stelle x_{ts} . Der axiale Verlauf des Temperaturprofils stromauf und stromab davon ist konstant. Für beide Fälle wird also die diskrete Methode nicht angewendet. Die Transformation der Riemann Invarianten über diesen Bereich kann daher als ein eindimensionales Netzwerk aus zwei Rohrstücken nach Gleichung (2.38) und einem Temperatursprung nach Gleichung (2.45) modelliert werden.

Rechenfall C weist im Bereich nach dem Temperatursprung ein radiales Temperaturprofil mit einem laminaren Verlauf nach Gleichung (4.5) auf. T_0 ist die

maximale Temperatur an der Stelle $r = 0$.

$$T_d(r) = T_w + (T_0 - T_w) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \quad (4.5)$$

Im Fall der Betrachtung des realen Heizgerätes ist zu beachten, dass sich ein laminares Profil nach Gleichung (4.5) nur angenähert ausbildet. Für die Methodvalidierung in diesem Kapitel wird jedoch ein vollständig ausgebildetes radiales Profil angenommen. Aufgrund der Länge der Messrohre kann hingegen bei der Vermessung von Flammentransfermatrizen mit der Multimikrofonmethode von einem nahezu vollständig ausgebildeten Profil ausgegangen werden.

Für die eindimensionale Darstellung des Rohrstücks mit radialem Temperaturprofil ist die Annahme einer radial und axial konstanten Schallgeschwindigkeit zu treffen. Hierfür wird Gleichung (2.38) verwendet. Das radiale Profil wird dabei mit der flächengemittelten Temperatur \bar{T} nach Gleichung (4.6) beschrieben.

$$\bar{T} = \frac{1}{R^2 \pi} \int_0^R (2\pi r T_d(r)) dr \quad (4.6)$$

Somit lässt sich die Transformation der Riemann Invarianten f und g über ein Netzwerk aus den Transfermatrizen Π_i wie folgt beschreiben:

$$\begin{pmatrix} f_u \\ g_u \end{pmatrix}_{NWM} = (\Pi_{rohr,u} \cdot \Pi_{ts} \cdot \Pi_{rohr,d}) \cdot \begin{pmatrix} f_d \\ g_d \end{pmatrix}_{FEM} \quad (4.7)$$

Abb. 4.2 zeigt die relativen Fehler der Amplituden- und Phaseninformationen der in Anregungsrichtung laufenden Welle f über der Helmholtzzahl. Hier sind die Ergebnisse für verschiedene konstante Temperaturen zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit in Gleichung (4.7) dargestellt. Die Helmholtzzahl He beschreibt das Verhältnis einer charakteristischen Länge - im gegeb-

nen Fall der hydraulische Durchmesser des Rohres d_h - zur Wellenlänge λ_ω gemäß Gleichung (4.8).

$$He = \frac{d_h}{\lambda_\omega} = \frac{\omega \cdot d_h}{c} \quad (4.8)$$

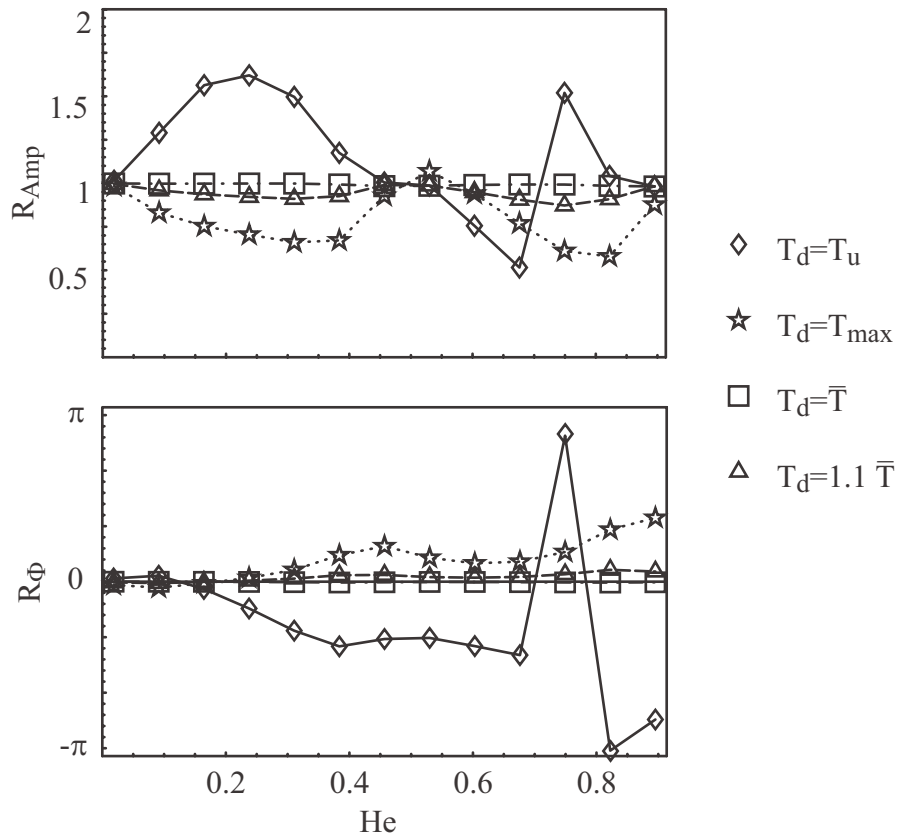


Abbildung 4.2: Relative Fehler der Amplituden- und Phaseninformationen beim Vergleich der aus dem Netzwerk berechneten Riemann Invariante f mit den Simulationsdaten (Rechenfall C). Verschiedene konstante Temperaturen T_d zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit des Rohrstücks mit radialem Temperaturprofil sind dargestellt.

Die Amplituden- sowie Phasenverläufe der relativen Fehler zeigen, dass für eine flächengemittelte Temperatur des radialen Temperaturprofils eine exakte Übereinstimmung der aus dem Netzwerk berechneten Daten mit den Simulationsdaten erzielt wird. Schon eine Abweichung von 10% von der flächengemittelten Temperatur führt jedoch zu einem deutlichen Fehler in den Daten aus dem Netzwerkmodell.

Auch für den Vergleich der gegen die Anregungsrichtung laufenden Welle g in Abb. 4.3 ergibt sich dieses Ergebnis. Bei der Annahme einer flächengemittelten konstanten Temperatur \bar{T} im stromab des Temperatursprungs liegenden Rohrstücks werden die Simulationsdaten durch die Netzwerkmodellierung exakt abgebildet.

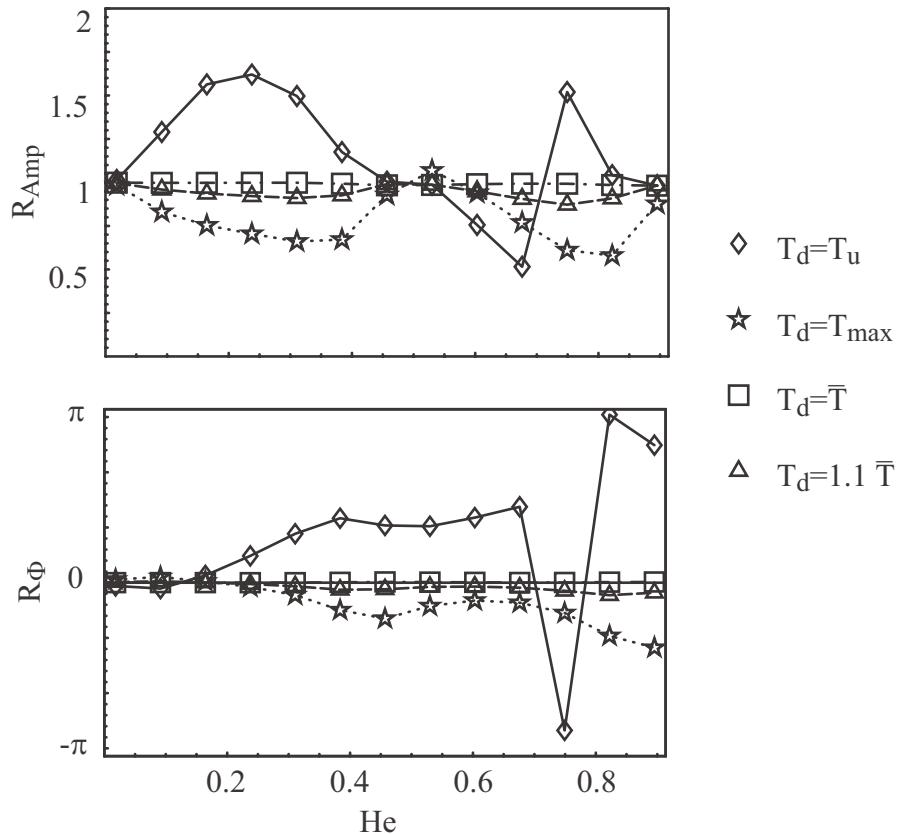


Abbildung 4.3: Relative Fehler der Amplituden- und Phaseninformationen beim Vergleich der aus dem Netzwerk berechneten Riemann Invariante g mit den Simulationsdaten (Rechenfall C). Verschiedene konstante Temperaturen T_d zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit des Rohrstücks mit radialem Temperaturprofil sind dargestellt.

Die Akustik in einem axial isothermen Rohr mit radialem Temperaturgradienten kann also problemlos mit der eindimensionalen Netzwerkmethod berechnet werden. Voraussetzung dafür ist die Kenntnis des Temperaturprofils. Mit einer flächengemittelten Temperatur \bar{T} , der daraus resultierenden Schallgeschwindigkeit nach Gleichung (2.43) und der Wellenzahl wird die Transformation der akustischen Feldgrößen mit Gleichung (2.38) modelliert.

4.1.2 Axiale Temperaturprofile mit der diskreten Methode

Die Rechenfälle B , D und E in Abb. 4.1 weisen ein axiales Temperaturprofil stromab des Temperatursprungs auf. Die akustischen Eigenschaften im Rechenggebiet können mit einem eindimensionalen Netzwerk beschrieben werden. Wie in Kapitel 4.1.1 dargestellt wird dabei das radiale Temperaturprofil der Rechenfälle D und E durch eine flächengemittelte Temperatur ersetzt. Somit ergibt sich für alle drei Fälle mit einem rein axialen Temperaturprofil das gleiche Problem.

Das in der FEM-Rechnung angegebene Temperaturprofil soll annähernd einem typischen Temperaturverlauf der Abgase in einem Flammrohr entsprechen. Das radiale Profil wird dabei wie in Gleichung (4.5) berechnet. Die Temperatur T_0 an der Stelle $r = 0$ hat aufgrund der Wärmeverluste der Abgase an die Umgebung zusätzlich einen axialen Verlauf. Mit der Annahme einer über x konstanten Rohrwandtemperatur T_w ergibt sich aus Energiebilanzen die stationäre Differentialgleichung (4.9) für die axiale Temperatur $T_d(x)$ (siehe Anhang A).

$$\frac{\partial T_d(x)}{\partial x} = -\frac{k \cdot b}{\dot{m} c_p} \cdot (T_d(x) - T_w) \quad (4.9)$$

Hierin ist k die konstante Wärmedurchgangszahl an der Rohrwand, b der Rohrumfang, \dot{m} der Massenstrom sowie c_p die isobare Wärmekapazität des Abgases. Diese vier Größen werden zur dimensionslosen Wärmeübertragungsfähigkeit NTU nach Gleichung (4.10) zusammengefasst.

$$NTU = \frac{k \cdot A}{\dot{m} c_p} \quad (4.10)$$

A ist die wärmeübertragende Fläche über die Länge l nach Gleichung (4.11).

$$A = \int_0^l b dx \quad (4.11)$$

Die Lösung von Gleichung (4.9) ergibt den axialen Temperaturverlauf $T_d(x)$:

$$T_d(x) = T_w + (T_d(x_{ts}) - T_w) \cdot e^{-NTU} \quad (4.12)$$

Mit Gleichung (4.5) berechnet sich das radiale und axiale Temperaturprofil im Rechengebiet nach Gleichung (4.13) (siehe Anhang A).

$$T_d(x, r) = T_w + (T_d(x) - T_w) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \quad (4.13)$$

Die Transformation der Riemann Invarianten f und g über das gegebene nicht isotherme Rohrstück der Länge l wird nun mit einem Netzwerkmodell errechnet. Wie bereits in Kapitel 3.2.4.2 beschrieben, wird dieses aus diskreten Temperaturstufen bestehend aus isothermen Rohrstücken und Temperatursprüngen modelliert. Dazu wird das radiale Gefälle der Temperatur flächengemittelt (siehe Kapitel 4.1.1). Der tatsächliche axiale Temperaturverlauf wird wie in Abb. 3.10 gezeigt diskretisiert.

Für verschieden feine Diskretisierungen der Temperaturschritte bei verschiedenen FEM-Rechenfällen sind im Folgenden die resultierenden Fehler bei der Berechnung der transformierten Riemann Invarianten verglichen. Daraus sollen allgemeingültige Diskretisierungsvorschriften gewonnen werden, welche es ermöglichen, das akustische Übertragungsverhalten von Rohren mit dreidimensionalen Temperaturprofilen in eindimensionalen Netzwerken mit möglichst geringem Rechenaufwand und geringen Fehlern zu modellieren.

Die Vorgehensweise ist bei allen Rechenfällen dieselbe. Über den Frequenzbereich bis $\omega = 2\pi \cdot 500 \text{ Hz}$ werden die dynamischen Druckdaten p' der FEM-Rechnung an drei Stellen x_1 , x_2 und x_3 ausgelesen. Mit einer Gleichung (3.5) für jede Stelle x_i mit einer gewünschten Diskretisierung können die unbekannten Riemann Invarianten am Temperatursprung x_{ts} ermittelt werden. Diese werden mit Gleichung (4.14) über ein einfaches Netzwerk, bestehend aus den Transfermatrizen des Rohrs $\Pi_{rohr,u}$ und des Temperatursprungs Π_{ts} , an die Stelle x_u transformiert und können dann mit den Validierungsdaten

aus der FEM-Simulation verglichen werden.

$$\begin{pmatrix} f_u \\ g_u \end{pmatrix}_{NWM} = (\Pi_{rohr,u} \cdot \Pi_{ts}) \cdot \begin{pmatrix} f_{ts} \\ g_{ts} \end{pmatrix}_{FEM} \quad (4.14)$$

Der relative Fehler R_{Amp} der Amplitudeninformation und R_{Φ} der Phaseninformation einer Riemann Invariante RI wird wie in Kapitel 4.1.1 beschrieben über Gleichung (4.3) und Gleichung (4.4) bestimmt.

Zum Beispiel ergibt sich bei einer typischen Flammenkonfiguration mit der thermischen Leistung von P_{th} und der Luftzahl λ eine maximale Flammentemperatur von T_0 . Die für die Netzwerkmodellierung benötigte mittlere Temperatur T_d an der Stelle x_{ts} ergibt sich mit einer konstanten Wandtemperatur von T_w aus Gleichung (4.5). Eine gewünschte Diskretisierung der Temperaturschritte von ΔT bei einer Rohrlänge von l und einer dimensionslosen Wärmeübertragungsfähigkeit NTU führt mit Gleichung (4.13) zu den in Abb. 4.4 gezeigten Profilen.

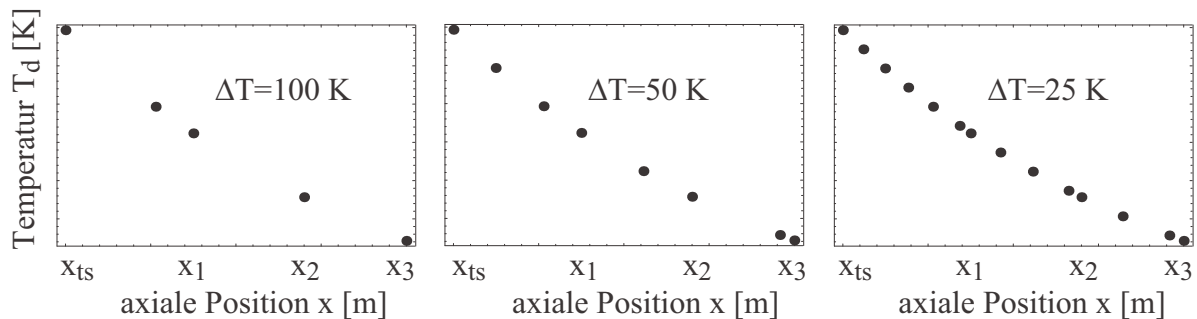


Abbildung 4.4: Vergleich verschiedener Diskretisierungen eines axialen Temperaturprofils nach Gleichung (4.13) in einem Rohrstück der Länge $l = x_3$.

Die Anzahl der Diskretisierungsschritte n ergibt sich aus dem Verhältnis des Temperaturunterschiedes über die gesamte Rohrlänge l und der gewählten Temperaturschrittgröße ΔT :

$$n = \frac{\partial T_d(x)}{\partial x} \cdot \frac{l}{\Delta T} \quad (4.15)$$

Dabei ist zu beachten, dass sich an den Messstellen x_1 , x_2 und x_3 unabhängig von der Diskretisierung stets eine Temperaturstufe befindet, um die entsprechenden Transformationsgleichungen (3.5) aufstellen zu können.

Je nach Geometrie, Betriebspunkt, dimensionsloser Wärmeübertragungsfähigkeit und Diskretisierung kann der relative Fehler bezüglich der Amplitude und der Phase einer Riemann Invarianten über der Helmholtzzahl He aufgetragen werden. Im gegebenen Fall ist dabei die charakteristische Länge in Gleichung (4.8) die Länge des Rohrstücks l .

In Abb. 4.5 sind die resultierenden Amplitudenfehler R_{Amp} und Phasenfehler R_Φ der Riemann Invarianten f bei Anwendung der diskreten Methode dargestellt.

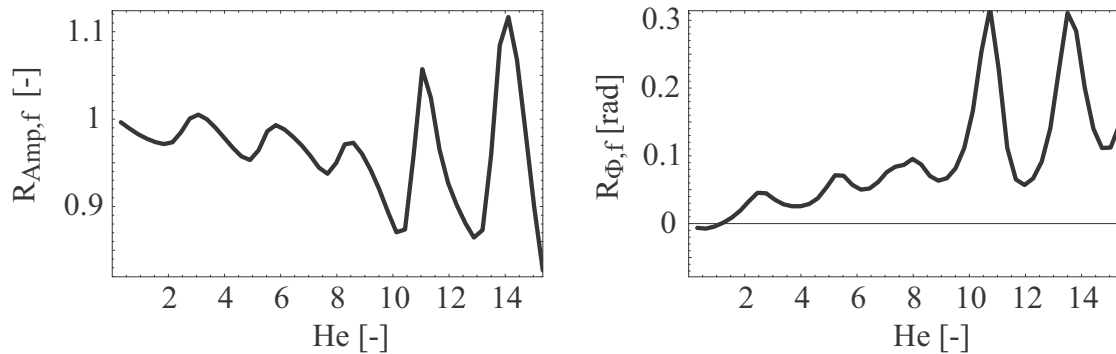


Abbildung 4.5: Diskrete Methode: Resultierende Amplituden- und Phasenfehler R_{Amp} und R_Φ nach Gleichung (4.3) und Gleichung (4.4) über der Helmholtzzahl.

Mit ansteigender Helmholtzzahl steigt der absolute Amplituden- und Phasenfehler in etwa linear an. Um die Genauigkeit bzw. den Fehler einer Diskretisierung für eine gegebene Konfiguration unabhängig von der Frequenz und der Geometrie anzugeben, werden die Fehler auf die Helmholtzzahl bezogen.

Abb. 4.6 zeigt den absoluten Amplitudenfehler $|R_{Amp} - 1|$ und den Phasenfehler $|R_\Phi|$ bezogen auf He der Riemann Invarianten g zweier Rechenfälle mit unterschiedlicher Länge. Die Länge des stromab des Temperatursprung liegenden Rohrs beträgt für den ersten Fall 2.4 m und für den zweiten Fall 0.4 m .

Betrachtet man den Bereich bis zu einer Helmholtzzahl von ungefähr $He = 5$, so ist zu erkennen, dass beide Verläufe nahezu deckungsgleich sind. Der mitt-

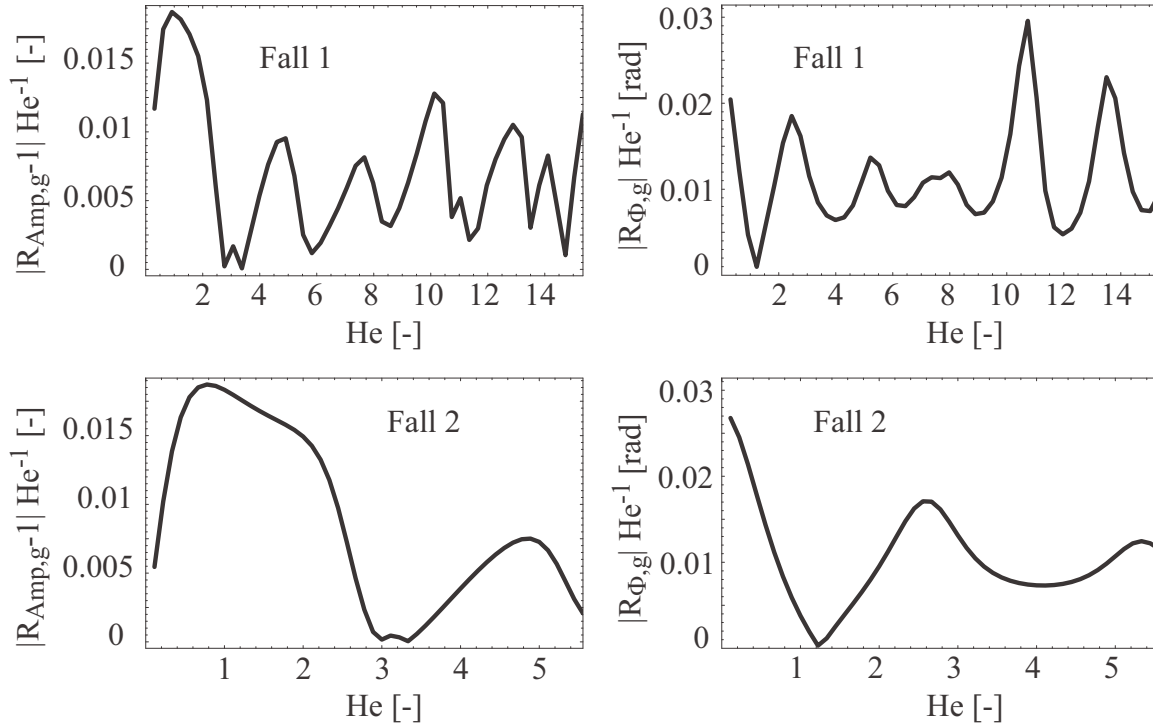


Abbildung 4.6: Absolute Amplitudenfehler $|R_{Amp} - 1|$ und Phasenfehler $|R_\Phi|$ bezogen auf He der Riemann Invarianten g zweier Rechenfälle unterschiedlicher Länge.

lere und maximale Fehler der Amplitude ist über den untersuchten Frequenzbereich für verschiedenen Längen nahezu identisch. Auch für den Phasenfehler ist diese Tendenz zu erkennen. Für den weiteren Vergleich der Qualität verschiedener Diskretisierungen unterschiedlicher Rechenfälle wird daher der maximale absolute Fehler von Amplitude und Phase betrachtet.

Ein Beispiel ist in Abb. 4.7 dargestellt. Bei diesem Rechenfall handelt es sich um ein Rohr mit einer Länge von $l = 0.4 \text{ m}$ und einem Durchmesser von $d_h = 0.025 \text{ m}$. Die dimensionslose Wärmeübertragung entspricht $NTU = 1.2$ und die maximale Verbrennungstemperatur $T_0 = 1693 \text{ K}$. Die Wandtemperatur beträgt $T_w = 400 \text{ K}$. Diese Werte entsprechen ungefähr den Zuständen einer Flammentransfermatrixmessung mit einer thermischen Leistung von $P_{th} = 1 \text{ kW}$ bei einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$. Der Verlauf zeigt, dass der prozentuale Fehler der Amplituden- und Phaseninformation einer Riemann Invarianten (die Fehlerverläufe von f und g zeigen für alle untersuchten Fälle keinen Unterschied) mit steigender Diskretisierung sinkt. Der Wert bei einer

Diskretisierung von 1 entspricht der herkömmlichen konstanten Methode, bei der die Schallgeschwindigkeit im Rechengebiet einen konstanten mittleren Wert annimmt. Bei Anwendung dieser Methode ist der Fehlerwert am größten.

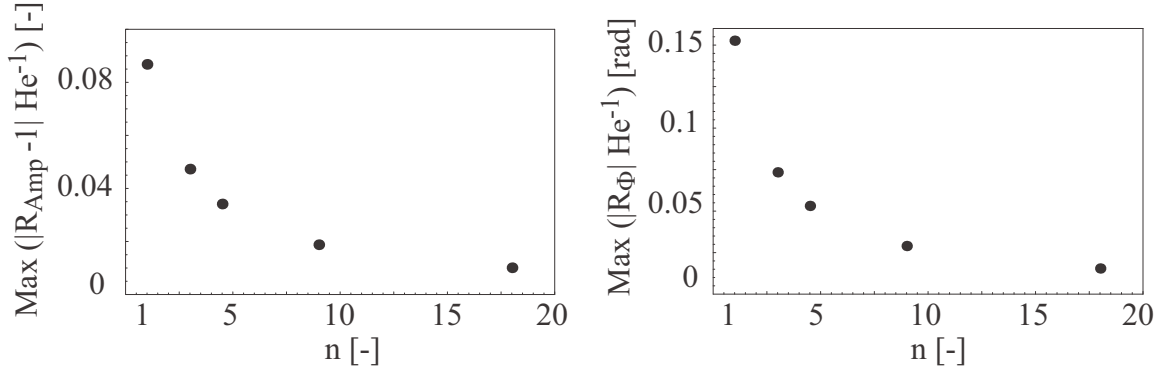


Abbildung 4.7: Maximaler Amplituden- und Phasenfehler eines speziellen Rechenfalls unterschiedlicher Diskretisierungsstufen n . Vergleich mit der konstanten Methode ($n = 1$). Daten des Testfalls: $d_h = 0.025 \text{ m}$, $l = 0.4 \text{ m}$, $T_0 = 1693 \text{ K}$, $T_w = 400 \text{ K}$, $NTU = 1.2$.

Um eine möglichst allgemeingültige Empfehlung für die Wahl der Diskretisierungsqualität bei der Beschreibung der Transformation der akustischen Feldgrößen in einem Rohr mit axialem Temperaturprofil zu geben, wurden die Fehlerbetrachtungen wie in Abb. 4.7 für verschiedene Rechenfälle untersucht. In Tabelle (4.1) sind die möglichen Variationen unterschiedlicher Parameter der FEM-Rechnungen aufgelistet.

Tabelle 4.1: Parametervarianten bei verschiedenen FEM-Rechnungen.

$l [m]$	0.4	1	2.4
$d_h [m]$	0.025	0.1	–
$P_{th} [kW]$	0.5	1	–
$T_0 [K]$	1293	1693	–

Abb. 4.8 zeigt den maximalen Fehler bezogen auf die Helmholtzzahl verschie-

dener Rechenfälle. Für die Amplituden und Phasenfehler beider Riemann Invarianten ist ein exponentieller Abfall mit steigender Diskretisierung deutlich.

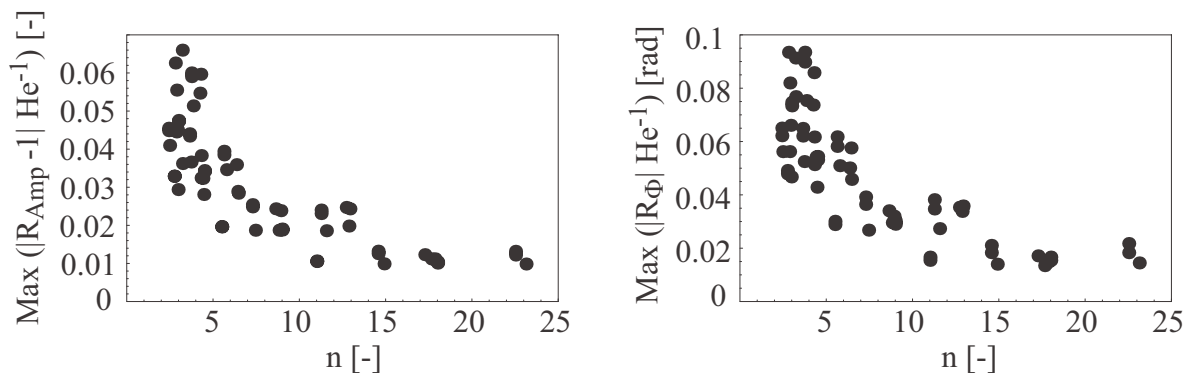


Abbildung 4.8: Diskrete Methode: Maximaler Amplituden- und Phasenfehler verschiedener FEM-Rechnungen unterschiedlicher Diskretisierungsstufen n . Parametervariation nach Tabelle (4.1).

Der Phasenfehler wird mit Gleichung (4.4) aus der Differenz der tatsächlichen und der mit der diskreten Methode berechneten Phaseninformation dargestellt. Er ist für alle Diskretisierungen der verschiedenen Rechenfälle unbedeutend klein. Um die Genauigkeit der diskreten Methode zu beurteilen, empfiehlt es sich also, alleine die relativen Amplitudenfehler zu betrachten. Bei der Modellierung von Rohrstücken mit Temperaturgradienten wird in dieser Arbeit die diskrete Methode angewendet. Die Zahl der Diskretisierungsstufen wird dabei auf der Basis von Abb. 4.8 so gewählt, dass der relative Amplitudenfehler bezogen auf die Helmholtzzahl geringer als 5% ist.

4.2 Sensitivitätsanalyse der diskreten Auswertemethode bei Multimikrofonmessungen

Auch für die Anwendung der Multimikrofonmethode bei Messungen von Flammentransfermatrizen wird in dieser Arbeit die diskrete Methode verwendet (siehe Kapitel 3.2.4.2). Der dabei produzierte Fehler bei der Transformation der Riemann Invarianten über ein Rohrstück mit axialem Temperaturprofil wird in diesem Kapitel anschaulicher als in Kapitel 4.1.2, da der direkte Einfluss der angewandten Auswertemethode anhand einer gerech-

neten Transfermatrix untersucht und dargestellt wird. Dazu wird eine vorgegebene akustische Transfermatrix einer brennerstabilisierten Flachflamme als Validierungsfall betrachtet. Diese ist in einem akustischen Netzwerk mit dem stromab liegenden nicht-isothermen Rohrstück in einem Netzwerkmodell verknüpft (siehe Kapitel 2.3.4).

Abb. 4.9 zeigt schematisch das Netzwerkmodell für die Erstellung der Vergleichsdaten. Hiermit wird eine Flammentransfermatrixmessung mit der Multimikrofonmethode simuliert. Für die Rekonstruktion aller vier Matrixterme TM_{11} , TM_{12} , TM_{21} und TM_{22} mit Gleichung (3.2) sind, wie in Kapitel 3.2.1 erwähnt, Multimikrofonmessungen für zwei Anregungsfälle durchzuführen. Für die Simulation der Daten mit dem Netzwerkmodell in Abb. 4.9 bedeutet dies, dass die Randbedingungen für den Fall *a* ein Lautsprecher stromauf nach Gleichung (2.32) und ein offenes Ende stromab nach Gleichung (2.30) sowie umgekehrt für den Anregungsfall *b* sind. Das akustische Übertragungsverhalten der Flachflamme ist mit den analytischen Modellen in Gleichung (2.72) und in Gleichung (2.68) simuliert. Die Berechnungsparameter entsprechen denen einer Verbrennung eines perfekt vorgemischten Propan-Luft-Gemisches mit der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$. Die Flamme stabilisiert sich auf einem 2 mm dicken Lochblech (Lochdurchmesser $d_h = 2 \text{ mm}$) mit einem Öffnungsverhältnis von 0.2. Über Energiebilanzen (siehe Anhang B) lassen sich daraus die Modellparameter in Gleichung (2.68) ermitteln.

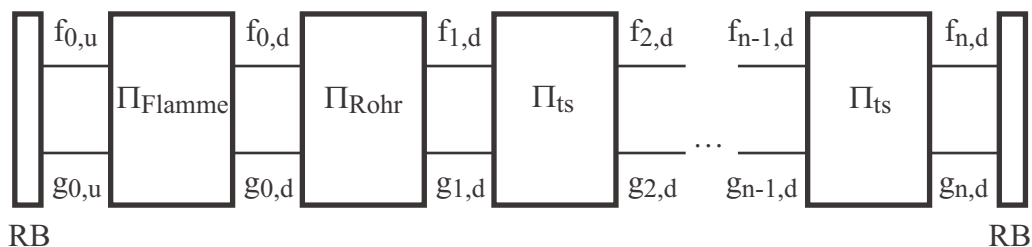


Abbildung 4.9: Schema des Netzwerkmodells zur Simulation der Multimikrofonmethode.
RB = Randbedingung.

Das Rohrstück stromab der Flamme hat den Durchmesser $d_h = 0.064 \text{ m}$ und eine Länge von $l = 0.374 \text{ m}$. Diese geometrischen Daten entsprechen denen der in Kapitel 3.2.5 beschriebenen Versuchsanlage. Durch die Wärmeverluste

der heißen Abgase an die Umgebung stellt sich ein axiales und radiales Temperaturprofil ein, welches mit Gleichung (4.13) beschrieben werden kann. Im Netzwerk zur Simulation der Vergleichsdaten lässt sich dieses Rohrstück nach Kapitel 2.3.4 modellieren. Die Diskretisierung des axialen Temperaturprofils soll so gewählt werden, dass der maximale Amplitudenfehler bezogen auf die Helmholtzzahl geringer als 2% ist. Mit einer maximalen Verbrennungstemperatur von $T_0 = 1693 \text{ K}$ und einer Diskretisierung von $n = 15$ ergibt sich aus dem linken Diagramm in Abb. 4.8 eine diskrete Temperatur von ca. $\Delta T = 40 \text{ K}$. Das resultierende diskrete Temperaturprofil über der Länge des Rohrstücks ist in Abb. 4.10 dargestellt.

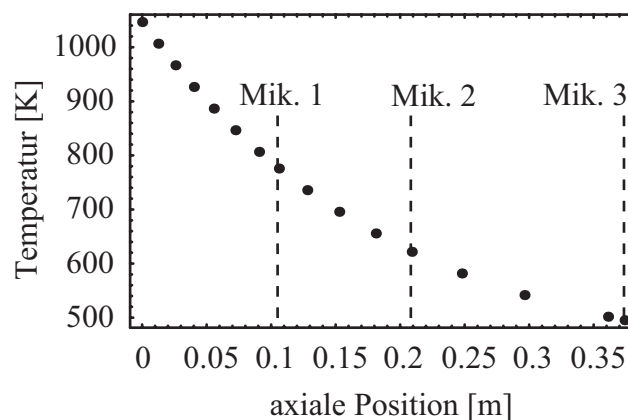


Abbildung 4.10: Diskretisiertes Temperaturprofil mit Mikrofonmessstellen.

Für die Simulation der Transfermatrix werden für beide Anregungsfälle a und b die Riemann Invarianten f und g über den untersuchten Frequenzbereich direkt an den Knoten vor und nach dem Flammelement ausgelesen. Mit Gleichung (3.2) lässt sich die Transfermatrix berechnen, welche zur Validierung der Methoden dient. An den axialen Positionen $x_1 = 0.106 \text{ m}$, $x_2 = 0.209 \text{ m}$ und $x_3 = 0.374 \text{ m}$ werden für beide Anregungsfälle die Daten der Druckfluktuationen p' ausgelesen. Diese Positionen entsprechen den Mikrofonmessstellen im realen Experiment. Wie bereits in Kapitel 3.2.4.2 erwähnt, können mit den daraus resultierenden Relationen der Form in Gleichung (3.5) die Riemann Invarianten am Knoten direkt nach der Flamme bestimmt werden.

Wird bei der Transformation der Riemann Invarianten die diskrete Metho-

de gewählt und entspricht die Diskretisierung der Temperaturstufen der des Netzwerkmodells in Abb. 4.10, so haben die transformierten Riemann Invarianten f und g die gleichen Werte wie die der Validierungsdaten. In Abb. 4.11 sind verschiedene Amplitudenverläufe aller vier Transfermatrixterme über der Frequenz aufgetragen. Die Darstellung der Transfermatrix ist wie in Gleichung (2.23). Hier sind die simulierten Druckdaten mit der diskreten Methode sowie mit der konstanten Methode ausgewertet. Für die konstante Auswertemethode wurde eine über den axialen Temperaturverlauf gemittelte Temperatur von 670 K angenommen. Die Diskretisierung der Temperaturstufen bei der diskreten Auswertemethode entspricht $\Delta T = 80\text{ K}$ also dem doppelten Wert der Diskretisierung im Netzwerkmodell.

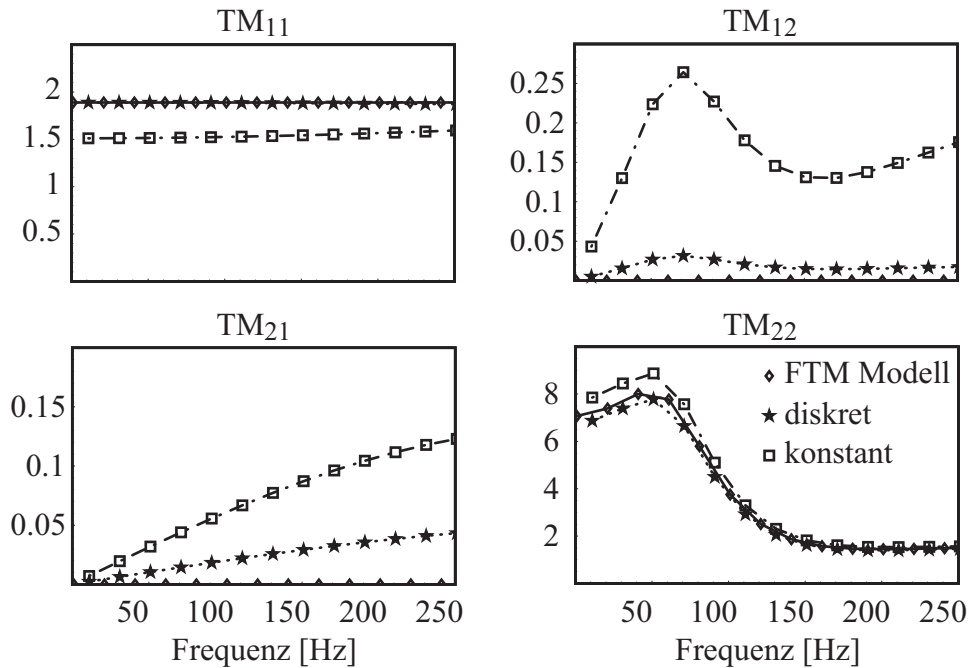


Abbildung 4.11: Simulierte Daten verschiedener Amplitudenverläufe einer Flammentransfermatrix in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23).

Die Verläufe aller Transfermatrixterme in Abb. 4.11 zeigen, dass auch bei einer größeren Diskretisierung die diskrete Auswertemethode der Multimikrofonmethode Daten liefert, die mit den Validierungsdaten sehr gut übereinstimmen. Achtet man auf die unterschiedlichen Skalierungen der Amplitudenwerte, so ist zu erkennen, dass die konstante Auswertemethode besonders im niederfrequenten Bereich bis ca. 100 Hz für die Terme TM_{11} und TM_{22} deutlich

abweichende Verläufe liefert. Beachtet man, dass die modellierten Werte der Terme TM_{12} und TM_{21} Null betragen, sind besonders bei den entsprechenden Amplitudenwerten resultierend aus der konstanten Methode deutliche Fehler zu erkennen. Für TM_{21} scheint dieser mit steigender Frequenz linear anzusteigen.

Abb. 4.12 zeigt die entsprechenden Phasenverläufe der Terme TM_{11} und TM_{22} . Aufgrund der geringen Wellenzahlen über den untersuchten Frequenzbereich entstehen bei der Auswertung für beide Methoden keine signifikanten Abweichungen zu den Validierungsdaten. Da die Amplitudenwerte der Terme TM_{12} und TM_{21} nahezu Null sein sollten, ist hier eine Betrachtung der Phasenwerte nicht aussagekräftig.

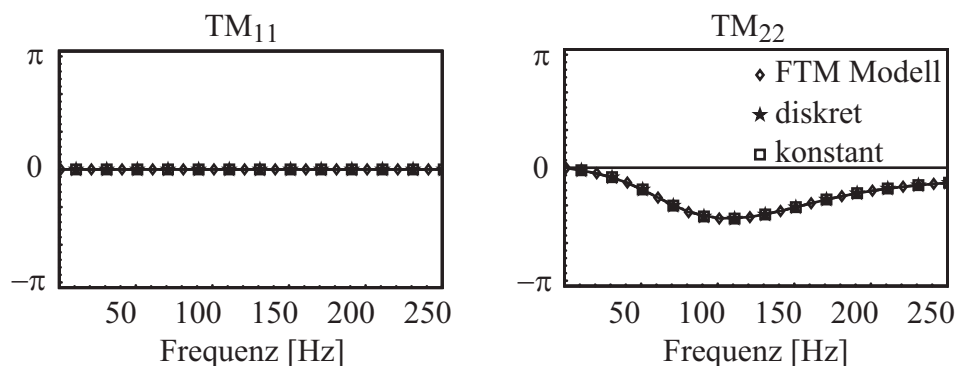


Abbildung 4.12: Simulierte Daten verschiedener Phasenverläufe der Flammentransfermatrixterme TM_{11} und TM_{22} in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23).

Um bei der Anwendung der diskreten Methode bei den experimentellen Untersuchungen von Flammentransfermatrizen möglichst exakte Ergebnisse zu erzielen, ist die Kenntnis des tatsächlichen Temperaturprofils im Messrohr stromab der Flamme notwendig. In dieser Arbeit wurden dafür Temperaturmessungen durchgeführt und Wärmebilanzen aufgestellt. Am Netzwerk in Abb. 4.9 kann nun untersucht werden, wie sehr sich ein eventuell falsch angenommenes Temperaturprofil auf die mit der diskreten Methode ausgewerteten Daten einer Flammentransfermatrix auswirkt.

In Abb. 4.13 sind die Amplitudenverläufe der vier Flammentransfermatrixterme über dem untersuchten Frequenzbereich dargestellt. Die Werte resultieren aus der Auswertung der Druckdaten mit der diskreten Methode. Dabei wur-

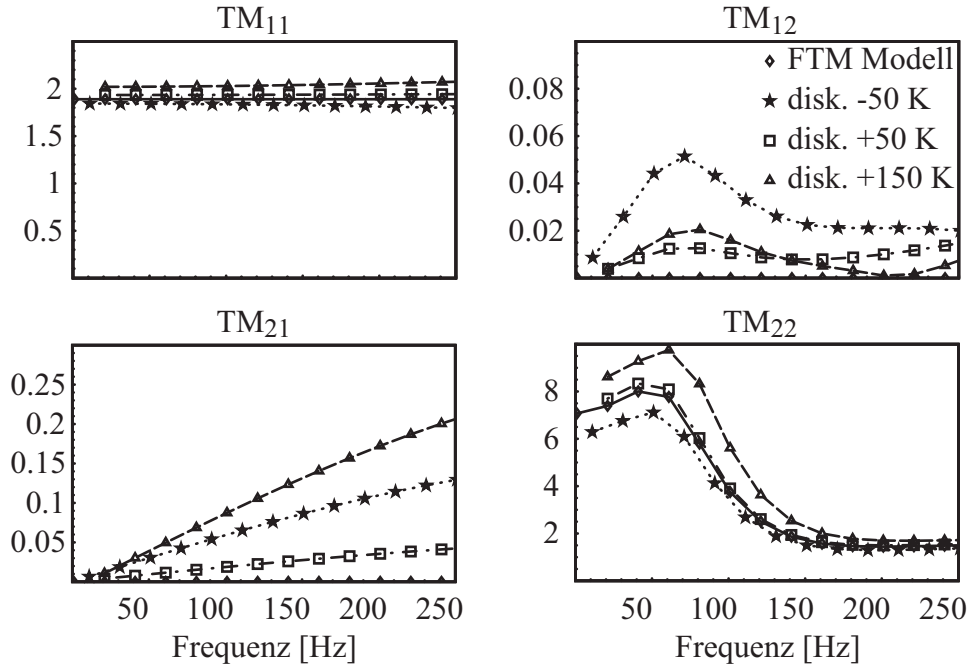


Abbildung 4.13: Simulierte Daten verschiedener Amplitudenverläufe einer Flammentransfermatrix in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23). Vergleich der resultierenden Werte bei falsch angenommenen Temperaturverläufen.

den die Temperaturwerte der diskreten Schritte des axialen Profils in Abb. 4.10 um verschiedene konstante Werte erhöht bzw. vermindert. Betrachtet man den Matrixterm TM_{22} , so ist zu erkennen, dass ein zu hoch angenommenes Temperaturprofil besonders im niederfrequenten Bereich bis ca. 150 Hz erhöhte Amplitudenwerte zur Folge hat und umgekehrt. Eine Diskretisierung mit einem Temperaturfehler von +50 K liefert dabei noch sehr gute Übereinstimmungen mit den Vergleichsdaten. Wird das Temperaturprofil mit einem Fehler von $-50 K$ angenommen, so sind deutlich stärkere Abweichungen im Amplitudenverlauf zu erkennen. Bei steigenden Temperaturfehlern steigen die Abweichungen der Werte an. Diese Tendenz ist auch an den Verläufen der weiteren drei Transfermatrixterme zu sehen. In TM_{21} steigt der resultierende Amplitudenfehler für höhere Frequenzen an.

Die resultierenden Phasenverläufe der Elemente TM_{11} und TM_{22} der Untersuchungen mit einem falsch angenommenen Temperaturverlauf sind in Abb. 4.14 dargestellt. Wie in Abb. 4.12 treten aufgrund der niedrigen Wellenzahlen keine signifikanten Phasenfehler auf.

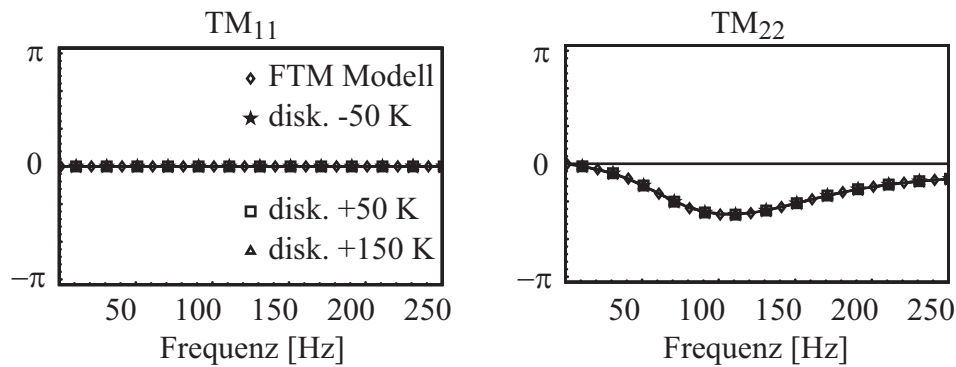


Abbildung 4.14: Simulierte Daten verschiedener Phasenverläufe der Flammentransfermatrixterme TM_{11} und TM_{22} in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Darstellung nach Gleichung (2.23). Vergleich der resultierenden Werte bei falsch angenommenen Temperaturverläufen.

4.3 Fazit

Aus den Betrachtungen von Rohren mit einem axialen und radialen Temperaturprofil mittels FEM-Rechnungen und Simulationen aus Netzwerkmodellen werden für die experimentellen und analytischen Untersuchungen im weiteren Verlauf dieser Arbeit nützliche Schlussfolgerungen gezogen:

Bei der Messung von Flammentransfermatrizen kann die Multimikrofonmethode mit der diskreten Auswertemethode angewendet werden. Dazu wird das Temperaturprofil im Messrohr stromab der Flamme mit einer Genauigkeit von $\pm 50\text{ K}$ aus Messdaten bestimmt. Die Diskretisierungsschritte werden nach Abb. 4.8 so gewählt, dass der resultierende Amplitudenfehler bezogen auf die Helmholtzzahl einen maximalen Fehler von 5% aufweist.

Das akustische Übertragungsverhalten eines nicht-isothermen Rohrstücks kann, wie in Kapitel 2.3.4 beschrieben, mit diskreten Temperaturschritten modelliert werden. Der Fehler lässt sich dabei über Abb. 4.8 abschätzen. In dieser Arbeit wird diese Methode bei der Beschreibung der nicht-isothermen Bereiche der RMH stromab der Flamme angewendet.

5 Ergebnisse und Diskussion

Im folgenden Kapitel werden anhand der RMH-Heizung beispielhaft die Möglichkeiten des auf der eindimensionalen Netzwerkmethod basierenden Analysemodells aufgezeigt. Die Funktionsweise des Systems wurde in Kapitel 3.1 eingehend erläutert. Zur Vorhersage von thermoakustischen Instabilitäten werden die Methoden in Kapitel 3 angewendet. Ein Netzwerkmodell aus den Transfermatrizen der Systemkomponenten wird schrittweise erstellt. Zur Validierung der aus dem Gesamtmodell berechneten akustischen Daten und Eigenmoden werden experimentell gewonnene Messdaten heran gezogen. Abschließend wird anhand einer Sensitivitätsanalyse der Einfluss passiver Maßnahmen auf die thermoakustische Systemstabilität der RMH untersucht.

5.1 Komponentenuntersuchungen

Für die Modellierung des akustischen Netzwerks eines Heizungssystems ist die Kenntnis der akustischen Transfermatrizen der einzelnen Elemente des Systems notwendig (siehe Kapitel 2.3). Dabei lassen sich viele Teile der Heizung mit Standardelementen wie z.B. Rohren und Querschnittsänderungen modellieren. Die Transfermatrizen von schwieriger darzustellenden Komponenten werden in dieser Arbeit mit der Multimikrofonmethode experimentell vermessen. Das sind für die RMH der Ein- und Auslassstutzen, die Wellrohre im Frischluft- und Abgastrakt, der gesamte Brennertopf, der Flammenhalter sowie die brennerstabilisierte Flachflamme. Für die akustischen Transfermatrizen der vermessenen Elemente werden in diesem Kapitel Modellierungsvorschläge gegeben.

5.1.1 Der Ein- und Auslassstutzen der RMH

Der Ein- und Auslassstutzen der RMH ist ein einziges Bauteil. Der Abgas- trakt verläuft innerhalb des Frischluftpfades. Abb. 5.1 zeigt den Stutzen, seine Schnittstellen zum Heizungssystem und die Strömungswege.



Abbildung 5.1: Ein- und Auslassstutzen der RMH. Links: seitlich mit Kamindeckel. Rechts: Strömungswege ohne Deckel.

Beim Eingang zum Frischluftpfad sowie beim Ausgang des Abgastraktes handelt es sich akustisch gesehen um Randbedingungen. In einem Netzwerkmodell werden diese als akustische Ränder mit deren Reflexionsfaktoren nach Gleichung (2.30) bzw. Gleichung (2.31) analytisch beschrieben.

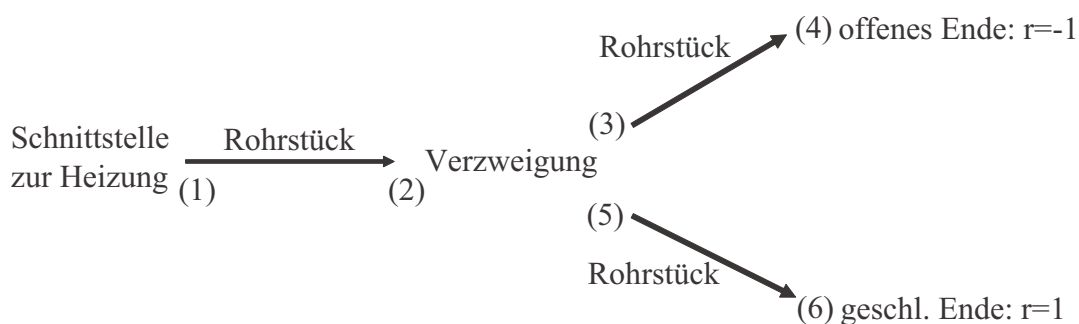


Abbildung 5.2: Modellierungsschema des akustischen Netzwerks für den Ein- und Auslassstutzen.

Die Ränder des Stutzens sind nicht eindeutig als offenes bzw. geschlossenes Ende zu deuten, vielmehr sind der Ein- und Auslass der RMH eine Kombination von beidem. Sie werden deshalb als ein akustisches Netzwerk wie im Schema in Abb. 5.2 dargestellt. Für beide Ränder wird ab der Schnittstelle (1) (vgl.

Abb. 5.1) ein Netzwerkmodell aufgestellt, welches mit einem Verzweigungselement bei Knoten (2) die Bereiche mit dem geschlossenen Ende (6) und dem offenen Ende (4) verbindet. Die Rohrstücke zwischen den Knoten werden mit Gleichung (2.38) wie glatte Rohre mit thermo-viskoser Wandreibung betrachtet. Ihre Längen und ihre hydraulischen Durchmesser sind aus der Geometrie des Stutzens direkt ersichtlich und in Anhang C.1 sowie Anhang C.7 aufgelistet. Dabei gilt für den hydraulischen Durchmesser d_h die Gleichung (5.1) mit der Querschnittsfläche A_{ref} und dem benetzten Umfang U_{ref} des Referenzquerschnitts.

$$d_h = \frac{4 \cdot A_{ref}}{U_{ref}} \quad (5.1)$$

In dem Netzwerkmodell kann der Reflexionsfaktor am Knoten (1) berechnet werden. Dazu wird dort das Netzwerk mit einem Anregungselement aus Gleichung (2.32) geschlossen. Die Werte f und g am Knoten (1) lassen sich dann über einen gegebenen Frequenzbereich berechnen.

Für die experimentelle Bestimmung der Reflexionsfaktoren wird die Multi-Mikrofonmethode leicht modifiziert durchgeführt. Da zur Berechnung von r nach Gleichung (2.30) und (2.31) die Kenntnis von f und g an nur einer Referenzebene ausreichend ist, befindet sich bei der Reflexionsfaktormessung die Anregung nur an einer Seite. Zur Quantifizierung des akustischen Feldes im Messrohr genügen drei Mikrofone (siehe Kapitel 3.2.2).

Abb. 5.3 zeigt die experimentellen Ergebnisse sowie die berechneten Werte des komplexen Reflexionsfaktors an der Schnittstelle zum Frischluftpfad. Die Werte sind über den Frequenzbereich von 20 Hz bis 500 Hz aufgetragen. Der Phasenabfall ist auf die geometrische Länge des Stutzens zurückzuführen. Im niederfrequenten Bereich haben die Amplituden- und Phasenverläufe eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Messdaten. Der Versatz der Amplituden ab 200 Hz ist deutlich zu erkennen. Der Amplitudenwert des Reflexionsfaktors liegt ab hier konstant bei ungefähr 0.85. Dieser Effekt, welcher sich dämpfend auf das akustische Verhalten der Heizung auswirkt, kann von dem vorgeschlagenen Modell nicht erfasst werden. Für das Gesamtsystem

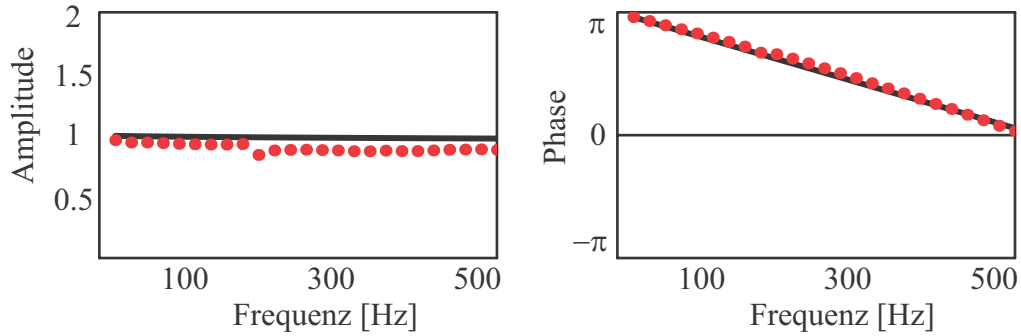


Abbildung 5.3: Amplituden- und Phasengang des Reflektionsfaktors r an der Schnittstelle des Frischluftpfades zur RMH Heizung über der Frequenz.
 Rot: experimentell ermittelt.
 Schwarz: berechnet aus dem Netzwerkmodell.

empfeht es sich daher, den gemessenen Datensatz im Netzwerk einzulesen. Dessen Einfluss auf die Berechnungsdaten aus dem gesamten Netzwerkmodell wird in Kapitel 5.2 deutlich. Dort wird ein rein analytisches Netzwerk mit einem Netzwerk verglichen, welches experimentell ermittelte Daten enthält.

Der Amplituden- und Phasenverlauf des Reflexionsfaktors des Abgasstutzens ist in Abb. 5.4 dargestellt. Auch hier ist ein geringer Versatz im Amplitudenverlauf zwischen den berechneten Werten und den Messdaten zu erkennen. Ab etwa 200 Hz ist dieser Unterschied deutlicher. Der Phasenlauf in Abb. 5.4 ist fast identisch mit dem des Frischgasstutzens.

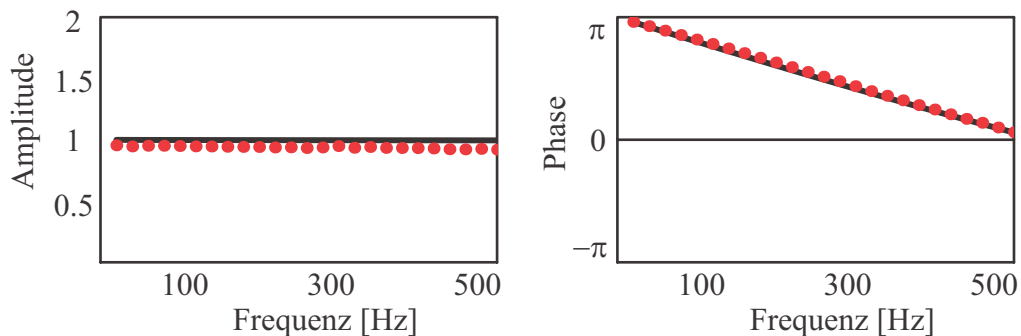


Abbildung 5.4: Amplituden- und Phasengang des Reflektionsfaktors r an der Schnittstelle des Abgastrakts zur RMH Heizung über der Frequenz.
 Rot: experimentell ermittelt.
 Schwarz: berechnet aus dem Netzwerkmodell.

Die Verläufe der Reflexionsfaktoren beider Stutzen weisen für niedrige Anre-

gungsfrequenzen einen Amplitudenwert von ca. 1 und einen Phasenwert von π auf. Das bedeutet, dass sich der Stutzen im niederfrequenten Bereich wie ein offenes Ende mit einem Reflexionsfaktor von $r = -1$ verhält. Für steigende Frequenzen bleibt der Amplitudenwert bei 1 und der Phasenwert geht gegen 0. In diesem Anregungsbereich verhält sich der Stutzen immer stärker wie ein geschlossenes Ende. Das akustische Reflexionsverhalten der untersuchten Randelemente wird also für beide Fälle im Phasenverlauf des Reflexionsfaktors erkennbar.

Die oben dargestellten Ergebnisse wurden ohne Durchströmung gemessen. Im Rahmen dieser Untersuchungen sind aber auch Reflexionsfaktoren bei verschiedenen und für das reale Heizungssystem relevanten Strömungskonfigurationen bestimmt worden. Aufgrund der auch bei maximalen Luft- und Abgasdurchsätzen sehr geringen Machzahlen ist bei allen gemessenen Verläufen kein bemerkenswerter Unterschied zu erkennen. Dies gilt sowohl für die experimentellen Daten als auch für die mit den Netzwerkmodellen berechneten Werte.

5.1.2 Die Wellrohre im Abgas- und Frischgastrakt der RMH

Der Frischluftpfad ist ein Wellrohr bzw. ein Schlauch, welcher die frische Verbrennungsluft vom Stutzen bis zum Heizgerät leitet. Der Abgaspfad leitet die abgekühlten Abgase vom Wärmetauscher zum Abgasstutzen. Es handelt sich dabei ebenfalls um ein Wellrohr, welches innerhalb des Frischluftrohres verläuft. Im Netzwerkmodell werden beide Komponenten als raue Rohre mit thermo-viskoser Wandreibung modelliert. Die Modellierungsparameter des Abgas- und Frischgastrakts im Netzwerk des gesamten Heizungssystem sind in Anhang C.2 und Anhang C.6 aufgelistet. Für die Wellrohre gilt dabei Gleichung (2.38) mit einem Rauigkeitswert von $k_d > 1$. Der genaue Wert von k_d wird aus Experimenten bestimmt.

Abb. 5.5 und Abb. 5.6 zeigen den Einbau verschiedener Wellrohrkonfigurationen des Frischluft- bzw. Abgastrakts in die Versuchsanlage. Es werden beide Wellrohre mit verschiedenen Längen und bei Variation der Durchströmungsgeschwindigkeit untersucht. Zusätzlich werden die Rohre frei schwingend

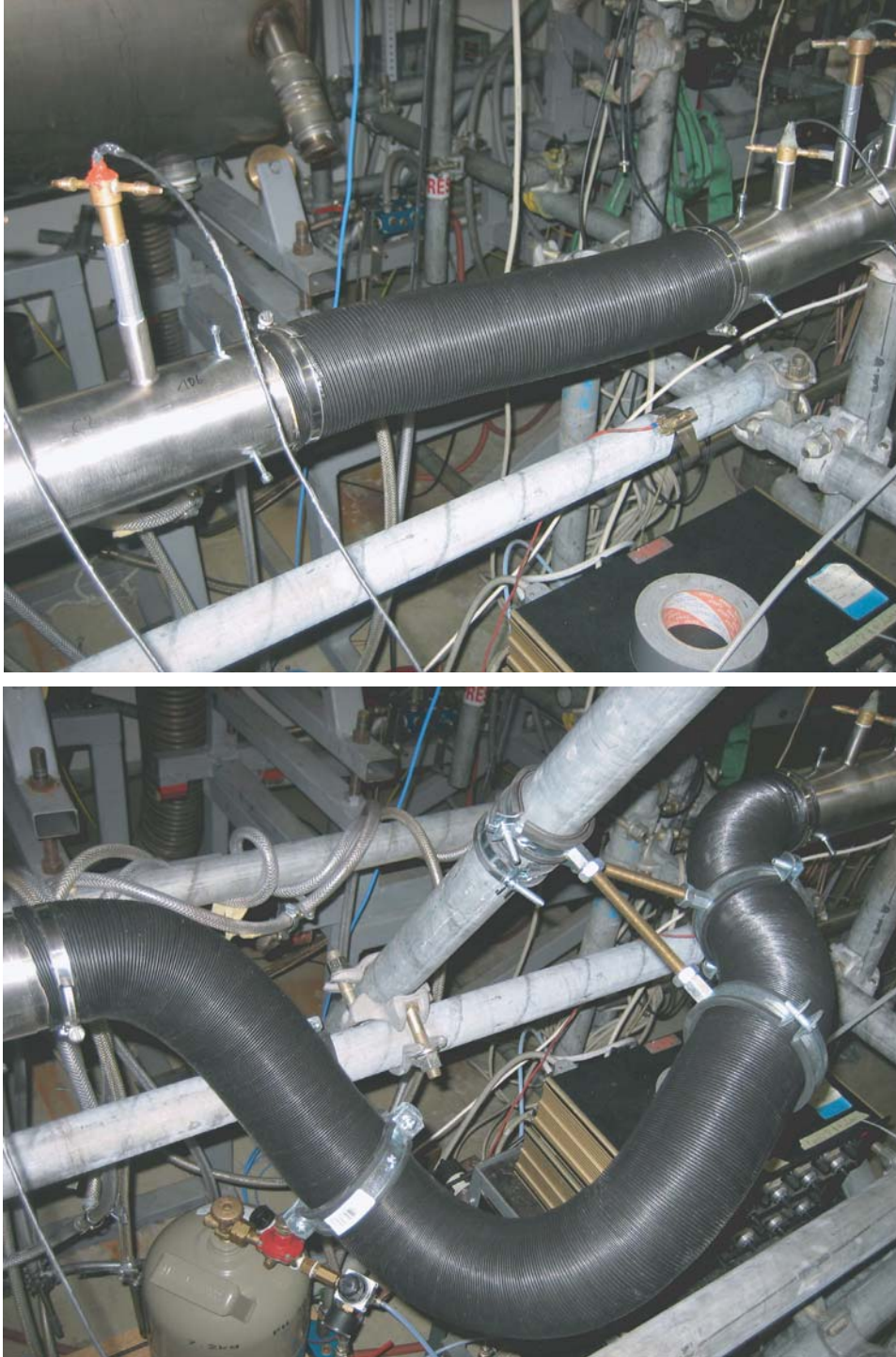


Abbildung 5.5: Experimentelle Vermessung der Transfermatrizen von Wellrohren im Frischlufttrakt mit der Multimikrofonmethode:
Oben: Länge $l = 0.56 \text{ m}$.
Unten: Fest eingespannt, Länge $l = 1 \text{ m}$.

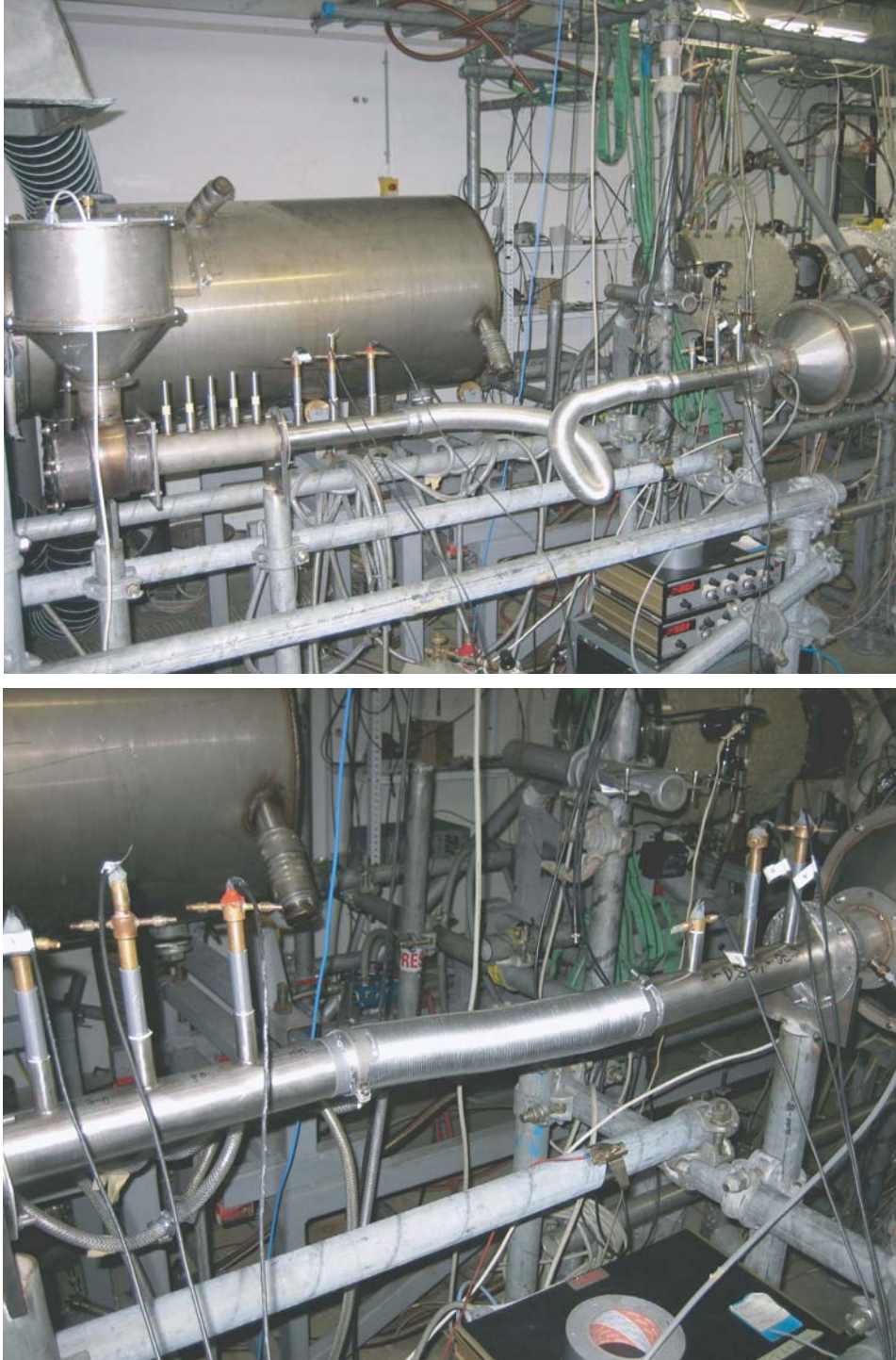


Abbildung 5.6: Experimentelle Vermessung der Transfermatrizen von Wellrohren im Abgas-
trakt mit der Multimikrofonmethode:
Oben: Länge $l = 1 \text{ m}$.
Unten: Länge $l = 0.56 \text{ m}$.

und fest eingespannt in die Messanlage integriert. Bei Messung des Frischluftrohres verläuft, wie auch im realen Betriebszustand, das Abgasrohr konzentrisch im Inneren des Frischluftrohres. Die Besonderheiten bei der akustischen Vermessung dieses Bereichs sind in Kapitel 3.2.3 erklärt. Alle Messungen werden bei Raumtemperatur durchgeführt.

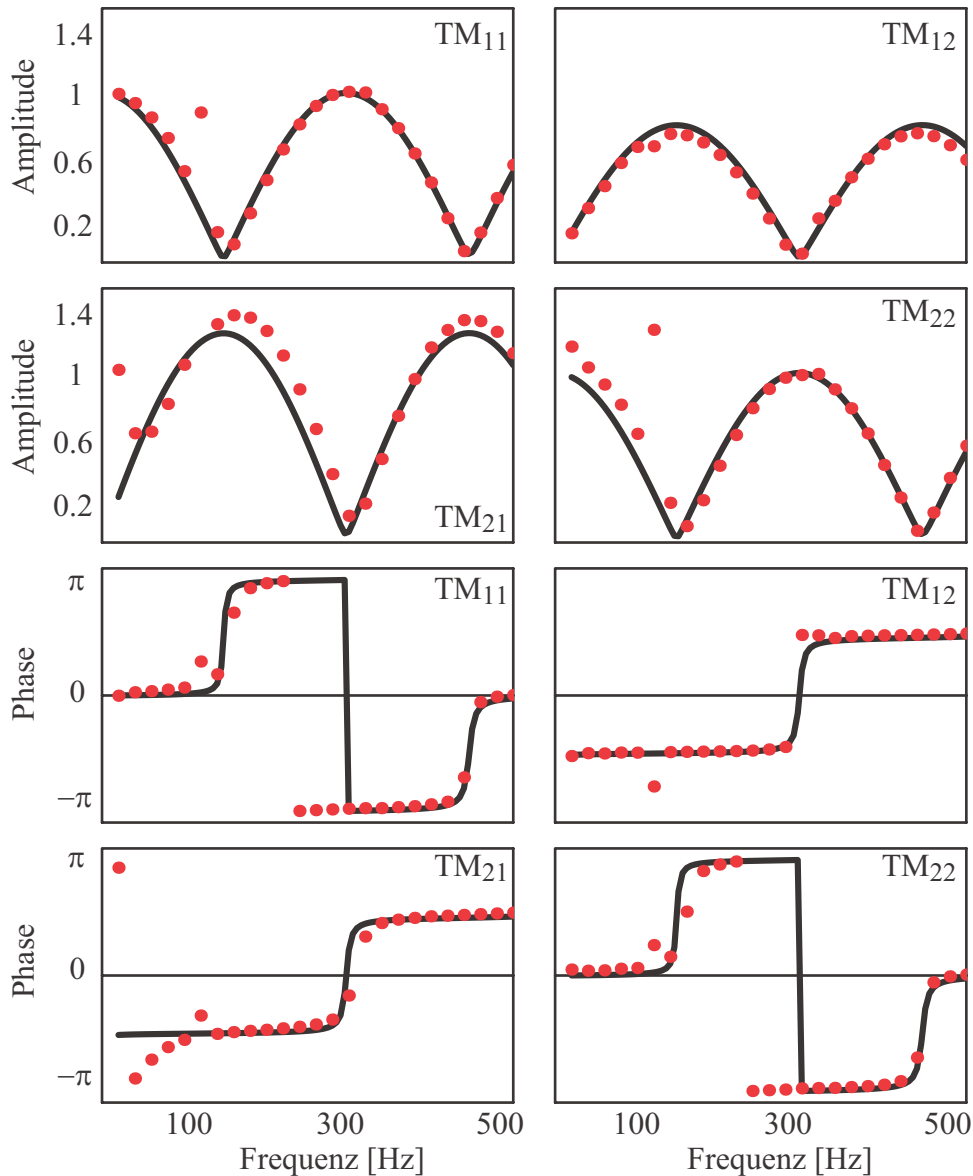


Abbildung 5.7: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme eines Abgasrohres der Länge $l = 0.56 \text{ m}$.

Rot: exp. Daten.

Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (2.38) mit $k_d = 4.08$.

Zur Bestimmung des k_d -Wertes wird dieser so angepasst, dass der Gesamtfehler der Amplituden- und Phasenverläufe der Transfermatrixterme der mit Gleichung (2.38) berechneten Werte gegenüber den experimentellen Daten minimal ist. In Abb. 5.7 sind die Amplituden- und Phasenwerte der Transfermatrix eines frei eingespannten Abgasrohres der Länge $l = 0.56\text{ m}$ über der Frequenz aufgetragen. Die gute Übereinstimmung der Verläufe zeigt, dass sich dieses Wellrohr mit Gleichung (2.38) und einem passenden Rauigkeitsfaktor k_d analytisch beschreiben lässt.

In Tabelle (5.1) sind die aus den Experimenten ermittelten Rauigkeitswerte k_d für verschiedene Wellrohrkonfigurationen aufgelistet. Bei näherer Betrachtung der Wellrohre fällt auf, dass deren Wellungsgeometrie fast identisch ist. Das bedeutet, dass auf eine bestimmte Länge in etwa gleich viele Wellungen mit nahezu gleicher Tiefe kommen. Aus den Werten in Tabelle (5.1) wird ersichtlich, dass der k_d -Wert unabhängig von der Länge, der Durchströmung und dem hydraulischen Durchmesser d_h ist. Er gibt tatsächlich allein die Rauigkeit, und damit die Dämpfung der Wand an. Des Weiteren stellt sich heraus, dass die Art der Einspannung sowie die Lage der Rohre für das Übertragungsverhalten unwichtig sind.

Wie relevant die Dämpfung der Wellrohre auf ihr akustisches Verhalten ist, wird in Abb. 5.8 deutlich. Hierin sind die Änderungen der Verläufe der Amplituden und Phasen einer Riemann Invarianten RI (f oder g) in einem Abgaswellrohr ($k_d = 4.08$) der Länge l über der Frequenz aufgetragen. Diese berechnen sich nach Gleichung (2.33) bzw. Gleichung (2.34) mit $RI_1 = 1$ und der Wellenzahl k^\pm gemäß Gleichung (2.36). Die Amplituden sind relativ auf die Wellenausbreitung eines Rohres ohne Dämpfung (RI_0 mit $k_d = 0$) bezogen. Die Dämpfung der Wellrohre ist zusätzlich mit einem „glatten“ Rohrstück mit thermoviskoser Dämpfung ($k_d = 1$) verglichen.

Die Amplitudenverläufe in Abb. 5.8 zeigen, dass im niederfrequenten Bereich der Einfluss der Dämpfung mit unter 5% relativ gering ist. Für höhere Frequenzen bis zu 500 Hz bleibt die relative Dämpfung sogar für ein Abgasrohr der Länge $l = 1\text{ m}$ unter 10%. Im Vergleich zum „glatten“ Rohr sind die Unterschiede in der Dämpfung noch geringer, was auch an den nahezu identischen Phasenverläufen der 1 m-langen Rohre deutlich wird. Demnach ver-

Tabelle 5.1: Aus Experimenten berechnete Werte des Rauigkeitsfaktors k_d bei verschiedenen Wellrohrkonfigurationen.

		Frischgaspfad	Abgastrakt	Frischgaspfad eingespannt
		$d_h = 0.02 \text{ m}$	$d_h = 0.05 \text{ m}$	$d_h = 0.02 \text{ m}$
Länge l	\dot{V}_{luft}	k_d	k_d	k_d
0.56 m	$0 \frac{l_N}{min}$	3.74	4.08	–
	$70 \frac{l_N}{min}$	3.76	4.14	–
1 m	$0 \frac{l_N}{min}$	3.99	4.22	3.96
	$70 \frac{l_N}{min}$	4.03	4.37	3.83

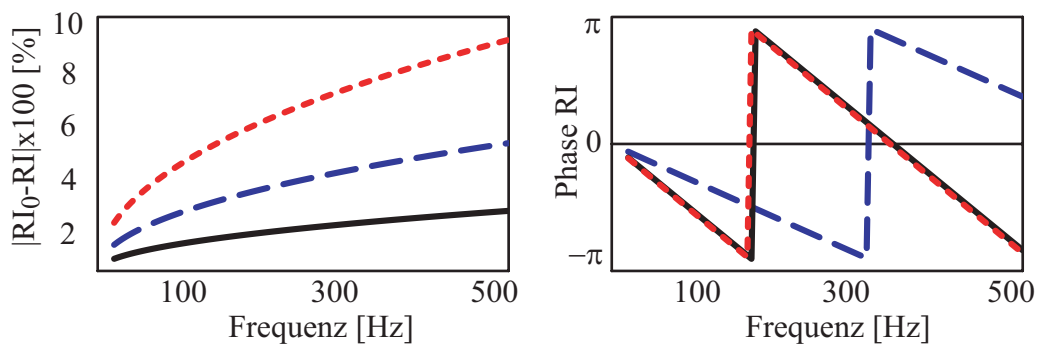


Abbildung 5.8: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der relativen Dämpfung eines undurchströmten Abgasrohres der Länge l .
 Rot, fein gestrichelt: $k_d = 4.08$, $l = 1 \text{ m}$.
 Blau, grob gestrichelt: $k_d = 4.08$, $l = 0.56 \text{ m}$.
 Schwarz, durchgezogen: $k_d = 1$, $l = 1 \text{ m}$.

halten sich die Wellrohre des Frischluft- und Abgastrakts angenähert wie ein „glattes“ Rohrstück der gleichen Länge.

Allein aus der Geometrie der Wellung ist der Rauigkeitswert k_d nicht direkt quantifizierbar. Es sind jedoch qualitative Aussagen über den k_d -Wert möglich. Zu diesem Zweck wird in einem weiteren Versuch der Rauigkeitswert durch Veränderung der Wellung beeinflusst. Dazu wird die akustische Transfermatrix eines besonders elastischen Wellrohres in drei verschiedenen geometrischen Zuständen vermessen. Im Zustand 1 ist das Rohr auf eine kurze Länge zusammengestaucht. Viele Wellungen folgen auf kurzer Länge. Im Zustand 3 ist das Rohr stark gestreckt. Die Wellungen sind auseinander gezogen und ihre Tiefe gering. Der Zustand 2 liegt dazwischen, d.h. die Wellungen mit mittlerer Tiefe sind verteilt über einer mittleren Länge. Aus den gemessenen Transfermatrizen lassen sich die resultierenden k_d -Werte berechnen.

In Tabelle (5.2) sind die Ergebnisse dargestellt. Ein stark zusammengestauchtes Wellrohr (Zustand 1) weist einen niedrigen k_d -Wert auf. Es ähnelt daher einem glatten Rohr mit $k_d = 1$. Hier können die akustischen Wellen den Wellungen der Rohrwand nicht folgen. Bei Zustand 2 folgen die akustischen Wellen diesen Wellungen und erfahren einen dämpfenden Effekt. Ein maximal auseinander gezogenes Rohr, weist keine Wellungen mehr auf und nähert sich damit dem Zustand eines glatten Rohres an, was den Abfall der k_d -Werte von Zustand 2 auf 3 erklärt. Ein großer Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit auf den Rauigkeitswert ist auch hier nicht zu erkennen.

Tabelle 5.2: Rauigkeitswerte k_d eines Wellrohres (Zustand 2) mit $d_h = 0.075\text{ m}$ auf verschiedene Längen gestaucht (Zustand 1) bzw. gezogen (Zustand 3) bei zwei unterschiedlichen Strömungsregimen.

	Zustand 1	Zustand 2	Zustand 3
Länge	$l = 0.395\text{ m}$	$l = 0.91\text{ m}$	$l = 1.1\text{ m}$
k_d bei $0 \frac{l_N}{min}$	2.27	7.67	5.81
k_d bei $70 \frac{l_N}{min}$	2.32	7.84	6.24

5.1.3 Der Flammenhalter der RMH

Abb. 5.9 zeigt den Flammenhalter der RMH. Er ist ein Lochblech, das sich am Ende des Brennertopfes befindet und auf dem sich die Flamme stabilisiert. Das brennbare Gemisch tritt durch die Primärbelochung und wird stromab davon entzündet. Durch die Sekundärbelochung strömt kalte Luft, welche bei unterstöchiometrischem Betrieb der Flamme auf der Primärbrille für den Nachbrand in der Brennkammer dient. Die ringförmig angeordneten Löcher unterschiedlichen Durchmessers sorgen einerseits für eine stabiler brennende Flamme und ermöglichen andererseits ein größeres Spektrum an Leistungsstufen (2 bis kW). Zur Vermeidung von Flammenrückschlägen ist auf der stromauf liegenden Seite der Primärbelochung ein feinmaschiges Gitternetz aufgeschweißt. Zur Vermeidung von Flammenrückschlägen ist auf der stromauf liegenden Seite der Primärbelochung ein feinmaschiges Gitternetz aufgeschweißt.

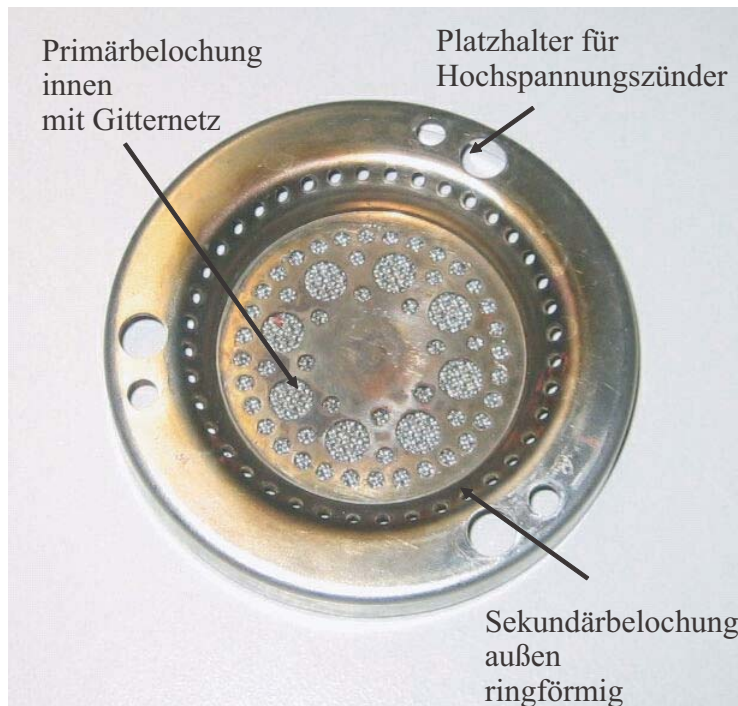


Abbildung 5.9: Flammenhalter der RMH mit Primär- und Sekundärbelochung.

Im Netzwerkmodell wird der Lochdurchgang von Primär- und Sekundärweg separat als je ein kompaktes Element mit akustischen Verlusten modelliert. Genau gesehen handelt es sich in beiden Fällen um eine Querschnittsverengung nach Gleichung (2.39) mit dem Flächenverhältnis α gefolgt von ei-

ner kurzen Strömungslänge und einer Querschnittserweiterung nach Gleichung (2.41) mit dem Flächenverhältnis $1/\alpha$. Mit Vernachlässigung der sehr kurzen Strömungslänge können beide Lochdurchgänge mit der Kombination zweier Querschnittsänderungen gemäß Gleichung (5.2) modelliert werden.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_d = \Pi_l = \begin{pmatrix} 1 & Ma_1(1 - \alpha^2) - Ma_1\zeta - i\frac{\omega}{c} \cdot l_{eff} \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_u \quad (5.2)$$

Die unbekannt Parameter des Verlustbeiwertes ζ und der effektiven Trägheitslänge l_{eff} werden aus Experimenten ermittelt.

Abb. 5.10 zeigt die Amplituden- und Phasengänge der Transfermatrix in $p'/(\bar{\rho}c)$, u' -Darstellung über die Primärbelochung ohne Durchströmung. Die roten Punkte sind die mit der Multimikrofonmethode gemessenen Werte. Die schwarze Linie ist der über Gleichung (5.2) berechnete Verlauf mit einer effektiven Trägheitslänge von $l_{eff} = 0.025 \text{ m}$. Da es sich hier um eine Transfermatrix ohne Durchströmung handelt, ist der Verlustbeiwert ζ nicht relevant. Die einzelnen Matrixterme sind wie folgt zu interpretieren. Der Term TM_{11} zeigt das Verhältnis der Druckfluktuationen p' stromauf und stromab des kompakten Elements. Sein Amplitudenwert beträgt wie auch im Modell in Gleichung (5.2) 1. TM_{12} gibt die akustische Dämpfung des Elements wieder. Diese ist eine Funktion des Verlustfaktors ζ und der effektiven Trägheitslänge l_{eff} . Die Terme TM_{21} und TM_{22} beschreiben die Geschwindigkeitsschwankungen. Hier gilt allein die Beziehung $u' \cdot A = \textit{konstant}$, wobei A die entsprechende Querschnittsfläche ist. Dadurch wird ersichtlich, dass der Amplitudenwert von TM_{21} Null ist und TM_{22} dem Produkt der Flächenverhältnisse entspricht - im gegebenen Fall also den Wert $\alpha \cdot 1/\alpha = 1$ hat.

Die guten Übereinstimmungen zwischen Netzwerkmodell und Experiment in Abb. 5.10 zeigen, dass für dieses akustische Element die Theorie aus Gleichung (5.2) anwendbar ist. Lediglich der niederfrequente Bereich der Phasenwerte des Matrixterms TM_{22} weist deutliche Abweichungen auf. Das Modell in Gleichung (5.2) ist insofern limitiert, dass es besonders in Fällen ohne Durchströmung ($Ma = 0$) vorhandene akustische Dämpfung nicht wiederge-

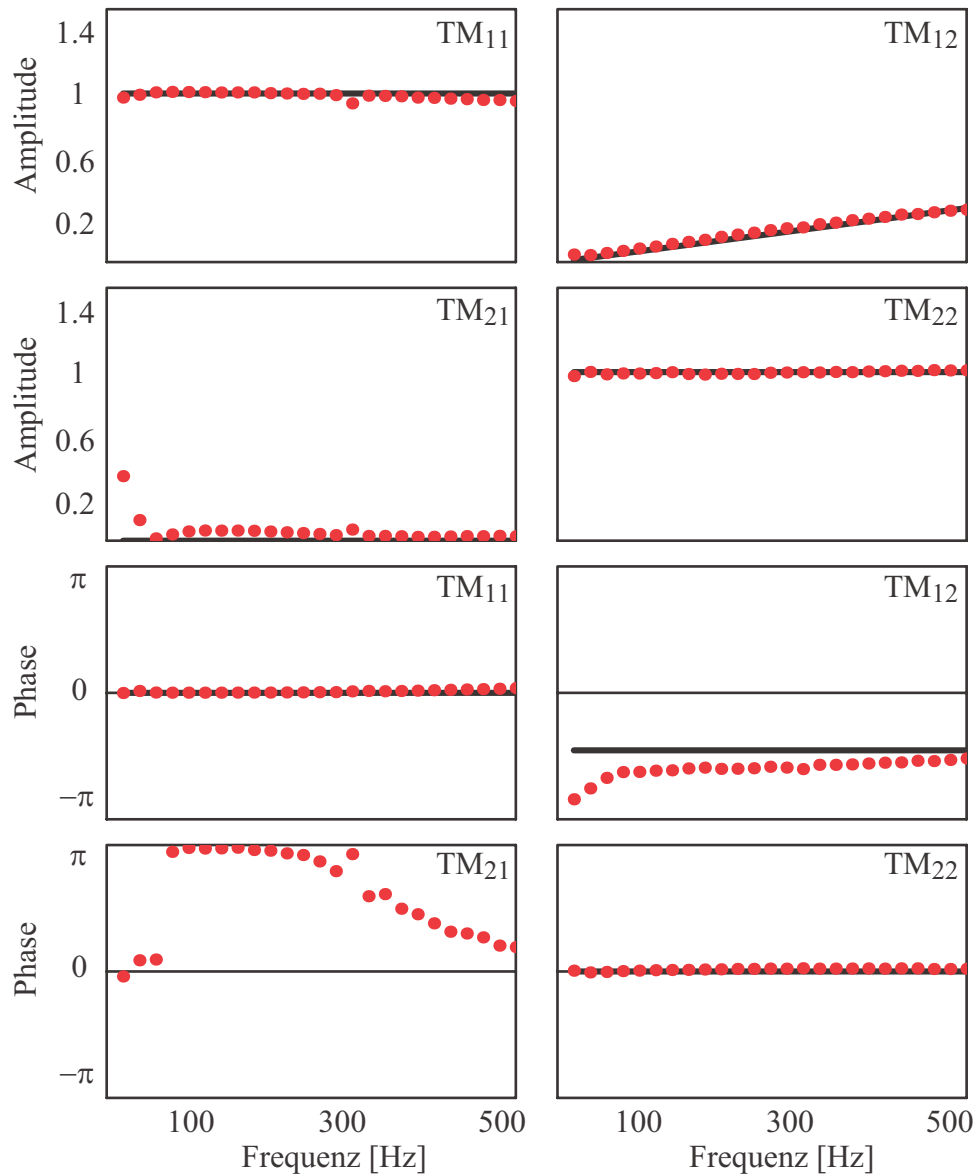


Abbildung 5.10: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme der Primärbelochung ohne Durchströmung.

Rot: exp. Daten.

Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (2.41) mit $l_{eff} = 0.025 \text{ m}$.

ben kann. Ordnet man diese Dämpfung dem Gitternetz zur Rückschlagsicherung zu, so ist dieses mit zu modellieren. Hierfür bietet sich die Kombination des kompakten Elements nach Kapitel 2.3.3 mit einem gedämpften Rohr nach Kapitel 2.3.2 an. Nach den Regeln der Netzwerkmodellierung wird die Gesamtmatrix gemäß Gleichung (5.3) zusammengesetzt.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_u = (\Pi_l \cdot \Pi_{rohr}) \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_d \quad (5.3)$$

Das Gitternetz ist beschrieben durch das Modell nach Gleichung (2.38). Hierbei ist zu beachten, dass die Transfermatrix von f, g -Darstellung in $p'/(\bar{\rho}c), u'$ -Darstellung umgerechnet werden muss. Das Gitternetz hat eine Dicke von 2 mm und dessen Maschen einen hydraulischen Durchmesser von etwa 0.1 mm . Die mit Gleichung (5.3) berechneten Werte sind in Abb. 5.11 dargestellt. Besonders durch die nun wesentlich bessere Übereinstimmung der Phasenwerte des Terms TM_{12} wird deutlich, dass die akustischen Verluste auch ohne Durchströmung mit dem gekoppelten Modell nach Gleichung (5.3) wiedergegeben werden können.

Für die experimentelle Bestimmung des Verlustbeiwerts ζ wurden Transfermatrixmessungen der Primärbelochung mit Luftdurchströmung verschiedener Machzahlen durchgeführt. Die Ergebnisse des relevanten Transfermatrixterms TM_{12} für den Fall mit einem Luftdurchsatz von $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$ sind in Abb. 5.12 dargestellt. Für einen Verlustbeiwert von $\zeta = 27$ und einer effektiven Trägheitslänge von $l_{eff} = 0.025\text{ m}$ führt das vorgeschlagene Modell in Gleichung (5.3) zu sehr guten Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten. Dies konnte zusätzlich für Messungen mit unterschiedlichen Luftdurchsätzen gezeigt werden. Aus Gleichung (2.42) wird deutlich, dass Verlustbeiwerte von $\zeta > 1$ nicht sinnvoll sind. Der hohe ζ -Wert aus den Experimenten deutet darauf hin, dass das Modell in Gleichung (5.2) für die Wiedergabe der akustischen Dämpfung nicht ausreichend ist. Da es die experimentellen Transfermatrizen der Primärbelochung jedoch sehr gut reproduzieren kann, werden für das weitere Vorgehen in dieser Arbeit Verlustbeiwerte von $\zeta > 1$ akzeptiert.

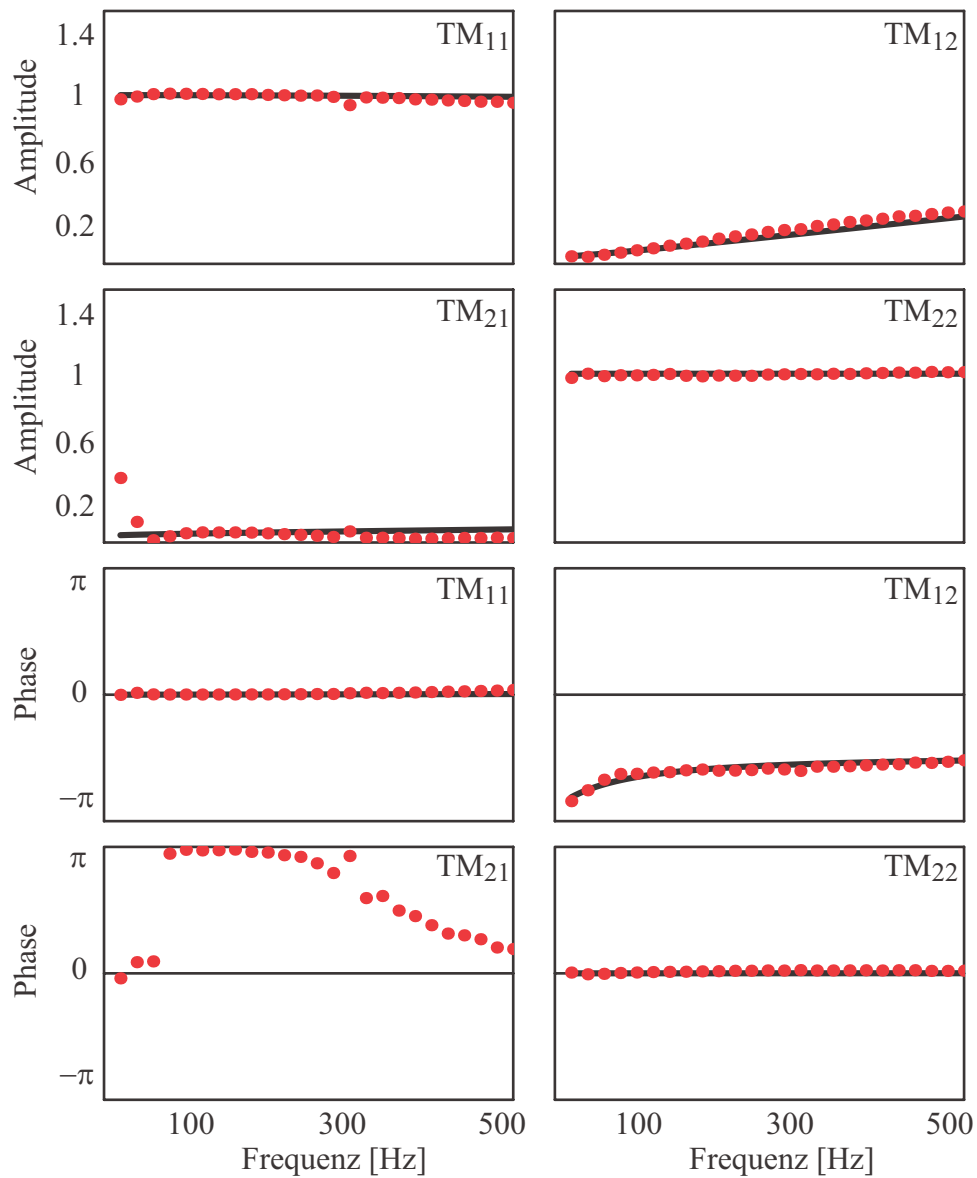


Abbildung 5.11: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transformatrixterme der Primärbelochung ohne Durchströmung mit Berücksichtigung des Gitternetzes nach Gleichung (5.3).

Rot: exp. Daten.

Schwarz: berechnete Daten mit $l_{eff} = 0.025 \text{ m}$.

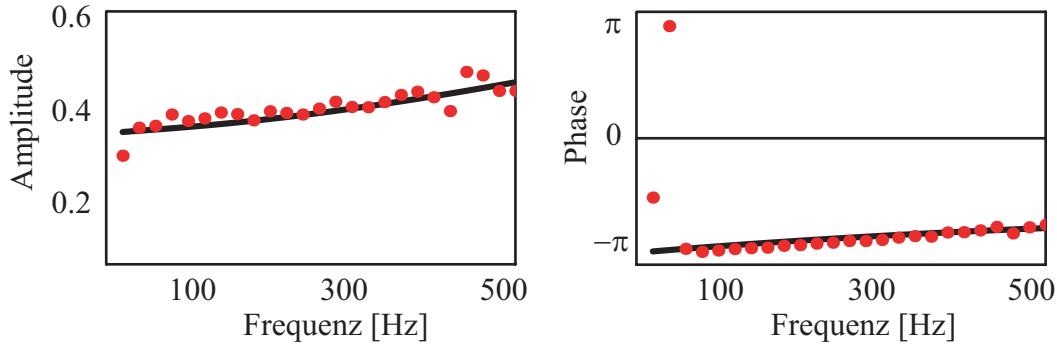


Abbildung 5.12: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Transfermatrixterms TM_{12} der Primärbelochung mit Gitternetz bei $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$.
 Rot: exp. Daten.
 Schwarz: berech. Daten aus Gleichung (5.3) mit $\zeta = 27$ und $l_{eff} = 0.025 m$.

In Abb. 5.13 sind die Amplituden- und Phasengänge der Transfermatrix über die ringförmige Sekundärbelochung bei einer Luftdurchströmung von $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$ über der Anregungsfrequenz dargestellt. Hier ist kein Gitternetz aufgeschweißt. Dementsprechend reicht es hier, das Berechnungsmodell des Übertragungsverhaltens eines kompakten Elements nach Gleichung (5.2) zu verwenden. Aus Experimenten mit und ohne Durchströmung ergeben sich durch die gleiche Vorgehensweise wie bei der Vermessung der Primärbelochung der Verlustfaktor zu $\zeta = 27$ und die effektive Trägheitslänge zu $l_{eff} = 0.042 m$. Trotz der vor allem im niederfrequenten Bereich auftretenden Schwankungen der experimentellen Daten sind Übereinstimmungen mit dem Modell zu erkennen. Auch hier konnten weitere Messungen mit unterschiedlicher Durchströmung mit den ermittelten Modellparametern abgebildet werden.

In der RMH verläuft der Sekundärpfad im Brennertopf in einem Ringspalt um den Primärpfad. Nach der ebenfalls in Sekundär- und Primärbelochung aufgeteilten Brennerbrille werden die beiden Pfade wieder zusammengeführt. Bei der Transfermatrixmessung der Sekundärbelochung wird deshalb nur im stromaufliegenden Messrohr ein geschlossenes Stahlrohr so angebracht, dass sich dort der entsprechende Ringspalt ergibt (vergleiche dazu auch Kapitel 3.2.3). In Abb. 5.13 ist beträgt deshalb der Amplitudenwert des Transfermatrixterm $TM_{22} = 1/\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 0.6$.

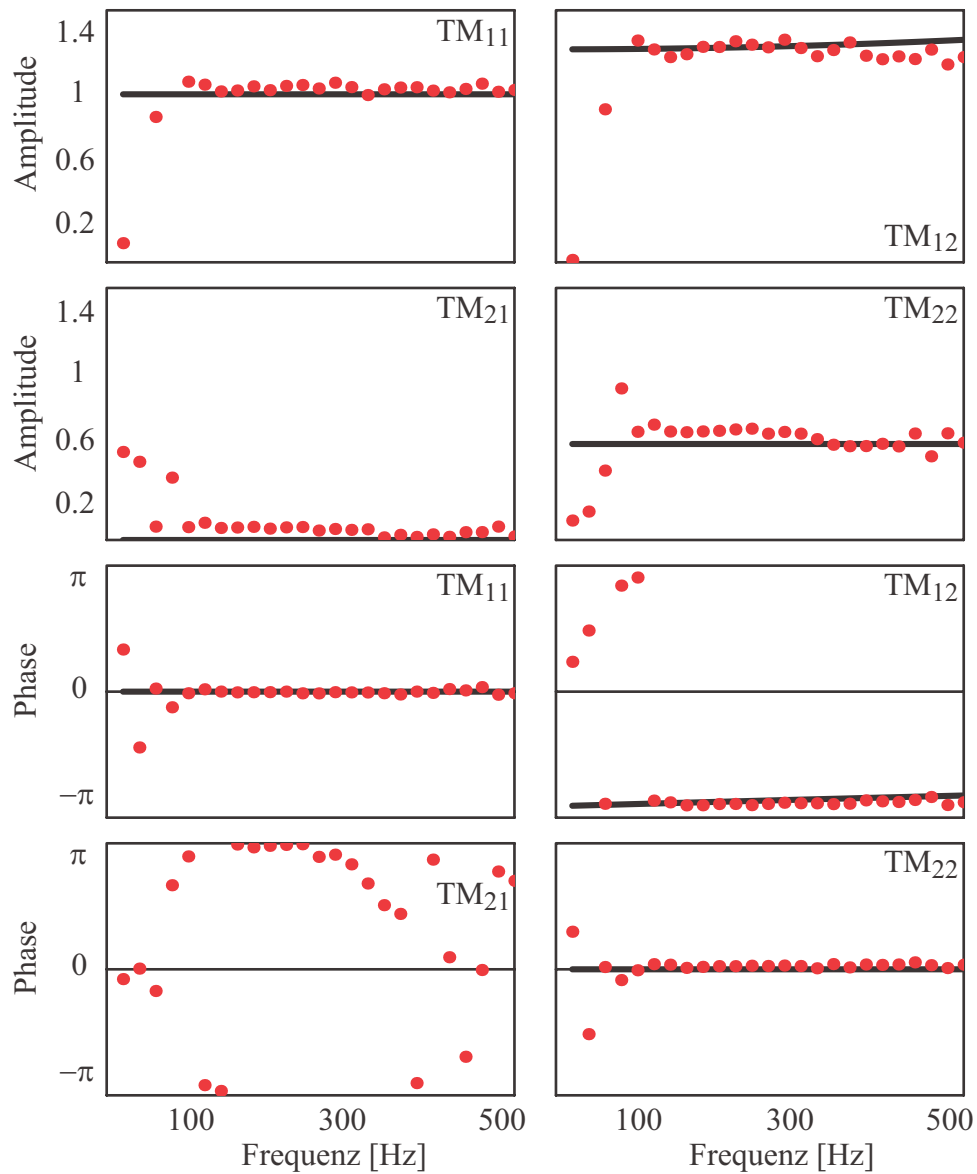


Abbildung 5.13: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme der Sekundärbelochung bei einem Luftdurchsatz von $\dot{V}_{luft} = 150 \frac{l_N}{min}$.
 Rot: exp. Daten.
 Schwarz: berechnete Daten aus Gleichung (5.2) mit $\zeta = 27$ und $l_{eff} = 0.042 m$.

5.1.4 Der Brennertopf der RMH

Der Brennertopf der RMH lässt sich vom Gesamtsystem einfach separieren und damit unabhängig von der restlichen Heizung vermessen. Er besteht aus dem Primärweg, in dem ein Teil der angesaugten Luft mit dem Propan vermischt und auf der Primärbelochung des Flammenhalters verbrannt wird, und dem Sekundärweg, durch den der andere Teil der Luft strömt. Abb. 5.14 zeigt die Ein- und Ausgänge der Strömungspfade.



Abbildung 5.14: Brennertopf ohne Flammenhalter mit Schnittstellen für das Netzwerkmodell.

Für die Modellierung des Brennertopfes im Gesamtsystem wird ein Netzwerk des Brennertopfes inklusive des Flammenhalters, aber ohne Verbrennung erstellt. Zur Validierung dieses Modells werden Messungen der akustischen Transfermatrix des Brennertopfes mit der Multimikrofonmethode durchgeführt.

In Abb. 5.15 sind die Komponenten des Netzwerkmodells des Brennertopfes schematisch dargestellt. Die zur Berechnung der Transfermatrix benötigten geometrischen Daten und Parameter sind in Anhang C.4 angegeben. Die Schnittstellen zum Gesamtgerät sind die Aufteilung der Luft und der Ausgang aus dem Flammenhalter. Über Gleichung (2.29) lässt sich die Gesamtmatrix des Systems „Brennertopf“ berechnen.

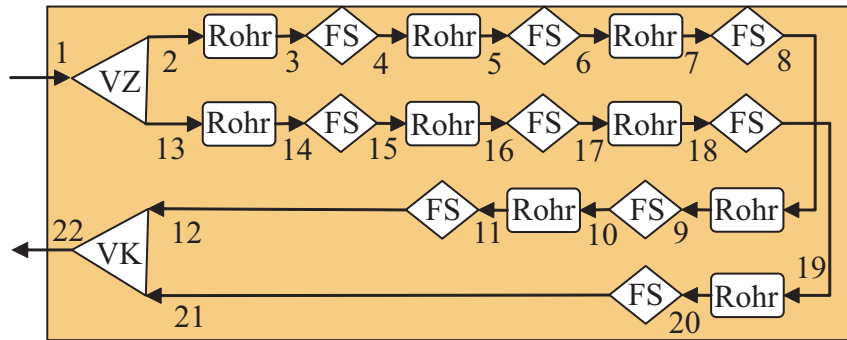


Abbildung 5.15: Netzwerkmodell des Brennertopfes vom Eingang der Frischluft bis zum Flammenhalter. *Rohr*: Rohrstück nach Gleichung (2.38) mit $k_d = 1$, *FS* (Flächensprung): kompaktes Element mit akustischen Verlusten nach Gleichung (2.41), *VZ*, *VK*: einfache verlustfreie akustische Verzweigung bzw. Verknüpfung.

Abb. 5.16 zeigt die Amplituden- und Phasenverläufe der vier Transfermatrixterme des gesamten Brennertopfes ohne Durchströmung über der Frequenz. Verglichen sind die berechneten Werte aus dem Netzwerkmodell in Abb. 5.15 (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Daten (rot). Auch für weitere untersuchte Luftdurchsätze weisen die berechneten Transfermatrizen sehr gute Übereinstimmungen mit den aus Messdaten gewonnenen Transfermatrizen auf. Das oben beschriebene Netzwerk wird deshalb in der gezeigten Form später in das Gesamtsystem integriert.

5.1.5 Brennerstabilisierte Flammen

Für die Darstellung der brennerstabilisierten Flachflamme im Netzwerk der Heizung soll entsprechend der Flammenform und der Geometrie des Flammenhalters ein passendes Modell der Flammentransfermatrix FTM verwendet werden. Hierin ist der Transfermatrixterm TM_{22} für das akustische Übertragungsverhalten ausschlaggebend. Zur Validierung der Modelle in Kapitel 2.3.5 stehen Messdaten von Flammentransferfunktionen- und matrizen von verschiedenen brennerstabilisierten Flammen zur Verfügung. In Abb. 3.9 in Kapitel 3.2.4 sind die verschiedenen Flammenhalter dargestellt. Bei den experimentell ermittelten Daten handelt es sich einerseits um Messungen der Flammentransferfunktion FTF mit optischen Messmethoden (siehe Ka-

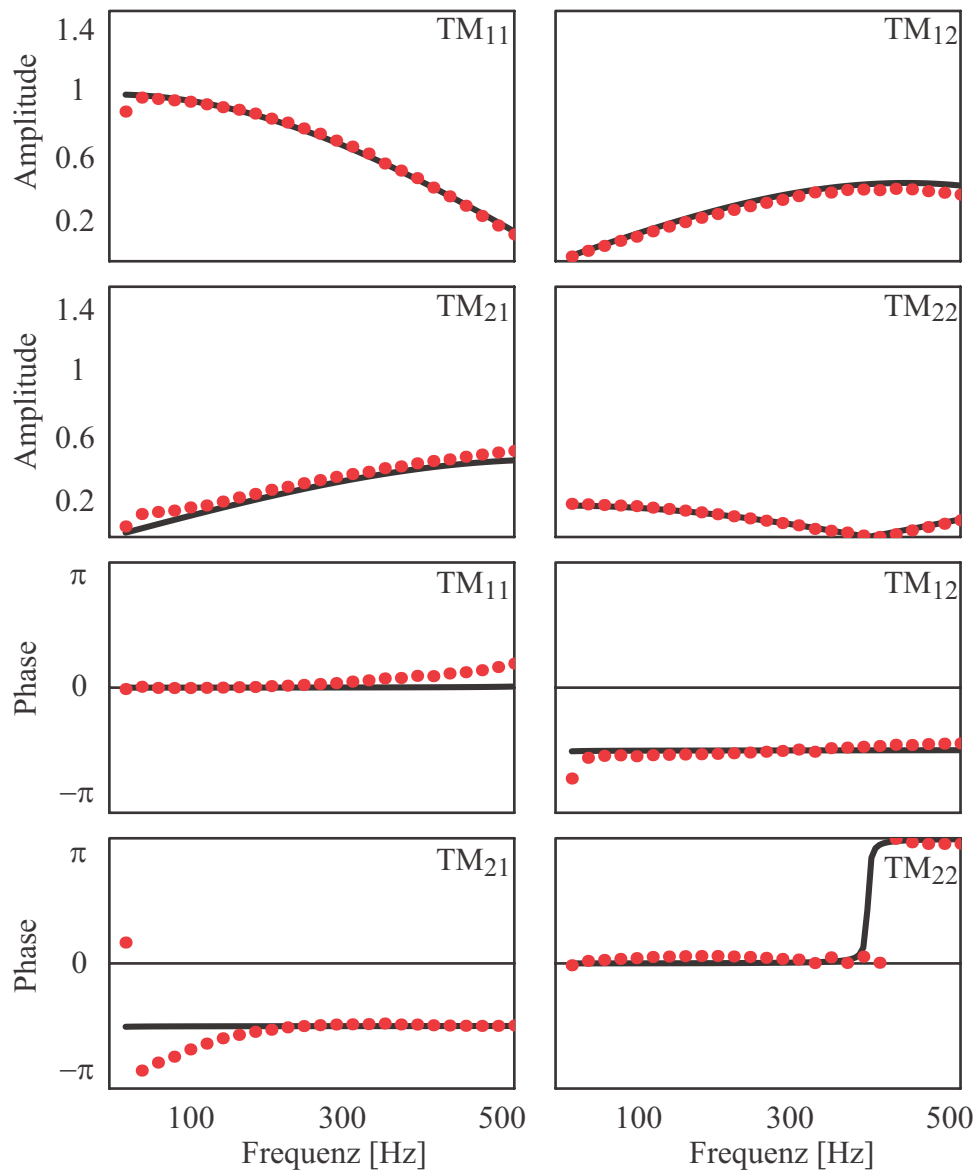


Abbildung 5.16: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der vier Transfermatrixterme des gesamten Brennertopfes ohne Durchströmung.

Rot: exp. Daten.

Schwarz: berechnete Daten aus dem Netzwerkmodell in Abb. 5.15 und Gleichung (2.29).

pitel 3.2.4.1) und andererseits um Messungen der Flammentransfermatrix mit der diskreten Multimikrofonmethode (siehe Kapitel 3.2.4.2).

Am Beispiel einer auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser $d_h = 2 \text{ mm}$ stabilisierten Flamme ist im Folgenden die Modellvalidierung mit den Messdaten ausführlich erklärt. Dabei beträgt die thermische Leistung der Flamme $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und die Luftzahl $\lambda = 1.4$. Mit einer axial nahezu konstanten Rohrwandtemperatur mit dem gemessenen Wert $T_w = 493 \text{ K}$ und Gleichung (B.9) in Anhang B lässt sich die Anfangstemperatur der heißen Abgase über Wärmebilanzen zu $T_b = 1178 \text{ K}$ bestimmen. Mit Hilfe von Gleichung (4.12) und der dimensionslosen Wärmeübertragung NTU kann dann der axiale quasi-eindimensionale Temperaturverlauf im Messrohr stromab der Flamme bestimmt werden. Für eine ortsabhängige NTU -Zahl von $4.63 \text{ m}^{-1} \cdot x$ ergibt sich das Temperaturprofil in Abb 5.17.

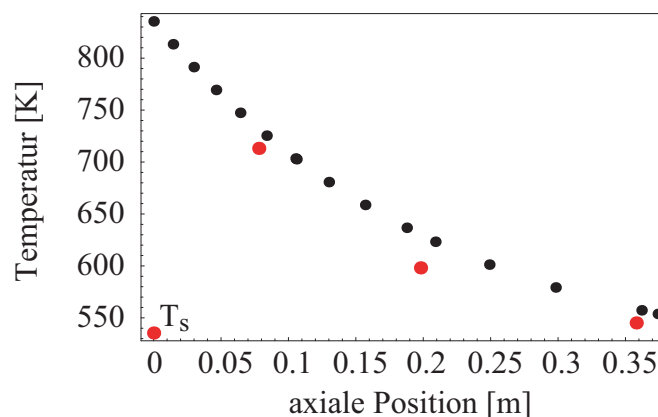


Abbildung 5.17: Diskretisierungsschritte des axialen Temperaturverlaufs im Messrohr stromab einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm und der Temperatur T_s bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$.
Rot: Messdaten.
Schwarz: berechnetes Profil nach Gleichung (4.12).

In Abb 5.17 sind zusätzlich die Temperaturmessdaten am Flammenhalter (hier: $T_s = 535 \text{ K}$) sowie in der heißen Abgasströmung dargestellt. Letztere werden an den drei Mikrofonmessstellen mit Thermoelementen gemessen. Bei einem angenommenen radialen Temperaturprofil nach Gleichung (4.5) ergibt sich der Ort der mittleren radialen Temperatur gemäß Gleichung (5.4)

als Funktion des Rohrradius R nach Gleichung (5.4).

$$r = \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}\right) \cdot R \quad (5.4)$$

Der Unterschied des diskretisierten Temperaturverlaufs und der Temperaturmessdaten für den gegebenen Fall ist geringer als $\pm 50 K$ und führt somit für eine diskrete Auswertung der Multimikrofonmethode zu annehmbaren FTM -Daten (siehe Kapitel 4.2). Die Diskretisierung ist mit $\Delta T = 22 K$ so gewählt, dass sich mit Gleichung (4.15) die Zahl der Diskretisierungsschritte zu $n = 15$ ergibt. Der bei der Auswertung der Multimikrofondaten auftretende maximale Fehler bezogen auf die Helmholtzzahl bleibt dann nach Abb. 4.8 unter 2%. Mit diesen Parametern wird die Messung der Flammentransfermatrix FTM mit der diskreten Multimikrofonmethode (Kapitel 3.2.4.2) durchgeführt.

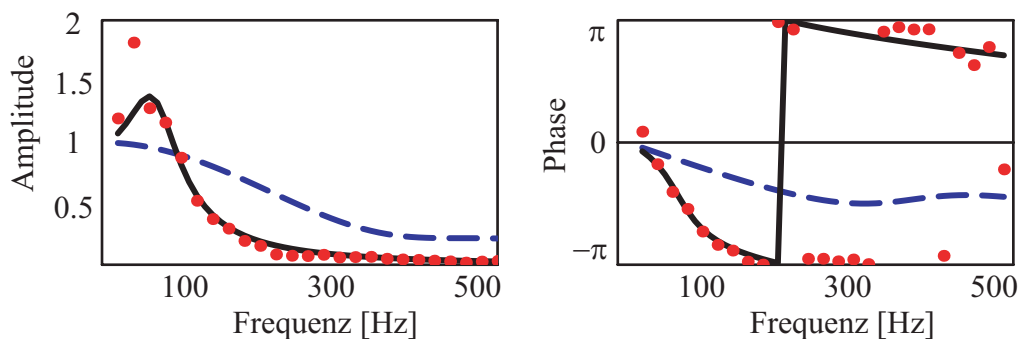


Abbildung 5.18: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der FTF einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.

Rot, gepunktet: Messdaten.

Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.56).

Blaue, gestrichelte Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.53).

Für die Messung der Flammentransferfunktion FTF nach Gleichung (2.47) genügt die Anwendung der optischen Messmethoden in Kapitel 3.2.4.1. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.18 aufgetragen. Die Amplituden- und Phasenverläufe der FTF sind verglichen mit dem Modell für laminare Kegelflammen (Gleichung (2.53)) und dem Modell für den Term $A(\hat{\omega})$ aus der Beschreibung von Rook für brennerstabilisierte Flachflammen (Gleichung (2.56)), welcher nach

Gleichung (2.63) proportional zur FTF ist. Wie erwartet entspricht der experimentell ermittelte Verlauf der FTF dem Verlauf von Term $A(\hat{\omega})$ nach Gleichung (2.56) für typische Flachflammen multipliziert mit einem Proportionalitätsfaktor. Bei den Vergleichen aller gemessenen Flammentransferfunktionen mit dem entsprechenden Term $A(\hat{\omega})$ fällt auf, dass der Proportionalitätsfaktor immer den Wert 1 annimmt. Dies deutet darauf hin, dass der Term $A(\hat{\omega})$ mit einer FTF gleichgesetzt werden kann.

Betrachtet man die Reaktionszone als eine eindimensionale Membran, die im Quenchabstand auf dem Flammenhalter positioniert ist, so kann das Übertragungsverhalten in Abb. 5.18 wie folgt interpretiert werden. Eine nahezu stationäre angeregte Flamme - also mit geringen Anregungsfrequenzen - folgt der Anregung quasistationär. Die Geschwindigkeitsfluktuationen stromauf der Flamme und die Wärmefreisetzungsschwankungen sind hier in Phase und deren Amplitudenverhältnis beträgt $|FTF| = 1$. In einem bestimmten Frequenzbereich (hier ca. zwischen 20 und 100 Hz) vergrößert sich der Abstand der Reaktionszone zum Flammenhalter bis zu einem Maximum. Der Wärmeübergang zum Flammenhalter wird geringer und die laminare Brenngeschwindigkeit s_l steigt. In diesem Bereich ist der Phasenverzug zwischen den Geschwindigkeitsfluktuationen und den Wärmefreisetzungsschwankungen im Bereich von $0.5 \cdot \pi$. Das bedeutet, dass beim Rückbrand der Flamme sich bereits eine erhöhte Menge unverbranntes Gemisch angesammelt hat, was zu einer Verstärkung im Amplitudenverhältnis führt. Bei hohen Frequenzen verdeutlicht sich die Trägheit der Reaktionszone. Hier kann die Flamme der Anregung nicht mehr folgen. Die mittlere Wärmefreisetzung bleibt auf einem konstanten Wert, der Schwankungsanteil q' verschwindet aber und das Amplitudenverhältnis der FTF geht gegen Null.

Weiter ist in Abb. 5.18 zu erkennen, dass das Übertragungsverhalten einer adiabaten laminaren Kegelflamme für diesen Fall nicht zutrifft. Das Modell nach Gleichung (2.53), welches einem Tiefpassfilter mit einer bestimmten Eckfrequenz entspricht, kann das für Flachflammen typische verstärkende Verhalten im niederfrequenten Anregungsbereich nicht wiedergeben.

Für die eindimensionale Netzwerkmodellierung von Heizungssystemen ist die Kenntnis aller Matrixterme der Flammentransfermatrix FTM notwendig.

Durch Anwendung der diskreten Multimikrofonmethode, dem Temperaturverlauf in Abb 5.17 sowie den passenden Diskretisierungsparametern (s.o.) können die *FTM*-Terme experimentell ermittelt werden.

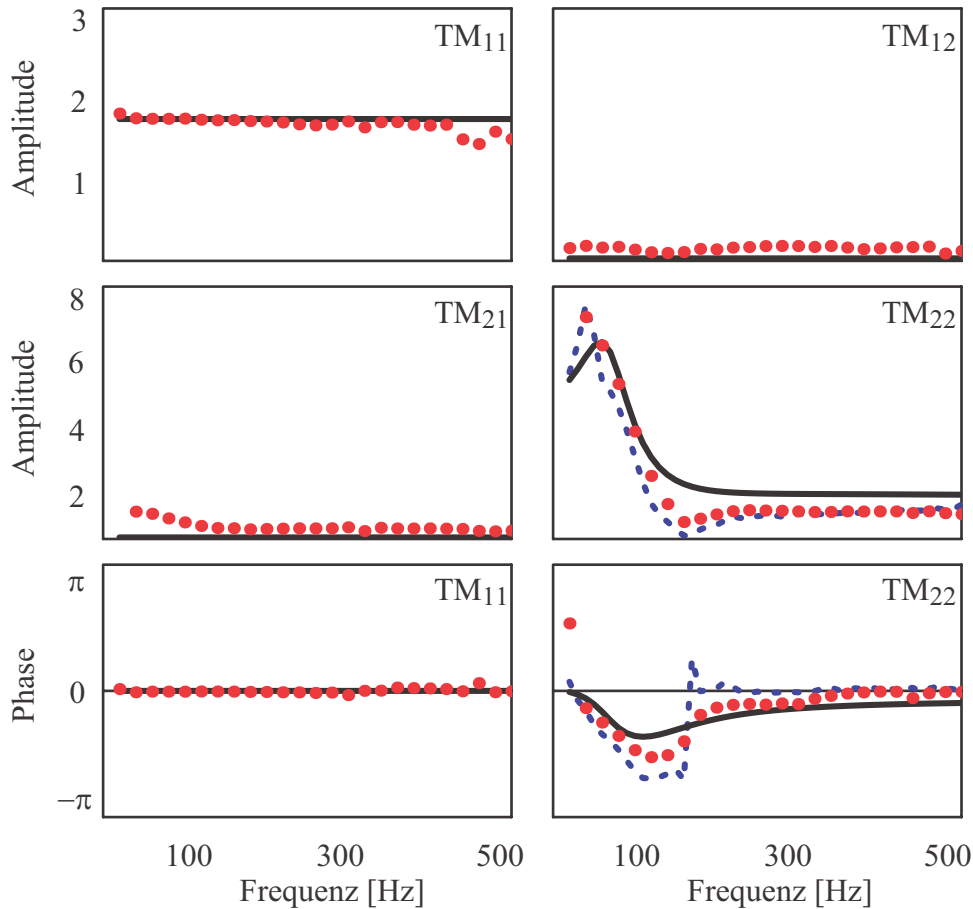


Abbildung 5.19: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der relevanten Flammentransfermatrixterme einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.

Rot, gepunktet: Messdaten.

Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.68) in Gleichung (2.72).

Blau, gestrichelte Linie: gemessene *FTF*-Daten in Gleichung (2.73).

Abb. 5.19 zeigt die für den gegebenen Testfall ermittelten Messdaten der *FTM* (rote Punkte). Der blau gestrichelte Verlauf in den Amplituden- und Phaseninformationen des Terms TM_{22} resultiert aus den Messdaten der Flammentransferfunktion *FTF* in Abb. 5.18. Mit den Beziehungen in Kapitel 2.3.5.3 las-

sen sich diese Daten über Gleichung (2.73) in das Verhältnis der Geschwindigkeitsfluktuationen und somit in TM_{22} umrechnen. Da diese Betrachtung auf den Rankine-Hugoniot Relationen basiert, ist zu beachten, dass hier ein adiabates Verhalten der Flamme angenommen ist. Die schwarzen Kurven resultieren aus dem analytischen Modell in Gleichung (2.72). Die Berechnung des Matrixterms TM_{22} erfolgt dabei über Gleichung (2.68) für eine brennerstabilisierte Flachflamme.

Die gemessenen Amplituden- und Phasenverläufe der Matrixterme TM_{11} , TM_{12} und TM_{21} in Abb. 5.19 weisen sehr gute Übereinstimmungen mit dem analytischen Modell auf. Es ist zu beachten, dass die FTM hier in $p' / (\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung aufgetragen ist. Der konstante Amplitudenwert des Terms TM_{11} entspricht also Gleichung (5.5).

$$|TM_{11}| = \frac{(\bar{\rho} c)_u}{(\bar{\rho} c)_d} = \sqrt{\frac{T_b}{T_u}} \quad (5.5)$$

Da auch die Matrixterme TM_{12} und TM_{21} konstant nahe Null sind, wird in den weiteren Untersuchungen verschiedener Flammentransfermatrizen ausschließlich der relevante Term TM_{22} betrachtet. Aus den guten Übereinstimmungen der Amplitudenverläufe von TM_{22} ist zu erkennen, dass die Berechnung von TM_{22} durch Gleichung (2.73) mit experimentellen FTF -Daten die rein experimentellen Messdaten abbilden kann. Das rein analytische Modell nach Gleichung (2.68) hat bis ca. 100 Hz gute Übereinstimmungen mit den Messdaten. Für höhere Frequenzen ist eine konstante Überhöhung zu erkennen. Ausgenommen des Frequenzbereichs von 50 bis 220 Hz stimmen auch die Phasenverläufe des Modells und der FTF -Umrechnung überein. Die Flamme ähnelt in diesem Fall für hohe Anregungsfrequenzen anscheinend mehr einer adiabaten Flamme als einer typischen Flachflamme. Für das analytische Modell in Gleichung (2.68) bedeutet dies, dass der Schwankungsanteil des Wärmeübergangs an den Flammenhalter q'_i gering wird. Da dieser nach Rook [Roo01] eine Funktion der Fluktuation des dimensionslosen Abstands der Flamme zum Flammenhalter Ψ' (siehe Gleichung (2.67)) ist, deckt sich diese These mit der Überlegung, dass bei hohen Frequenzen die Reaktionszone der Anregung nicht mehr folgen kann. Für hohe Anregungsfrequenzen

vereinfacht sich demnach Gleichung (2.68) zu Gleichung (5.6).

$$\frac{u'_d}{u'_u} = 1 + \frac{T_b - T_u}{T_u} A(\hat{\omega}) \quad (5.6)$$

Die Verläufe in Abb. 5.20 entsprechen denen des *FTM*-Terms TM_{22} in Abb. 5.19. Jedoch wird hier nun das analytische Modell aus Gleichung (5.6) zur Berechnung von TM_{22} verwendet. Es ist deutlich erkennbar, dass für höhere Frequenzen ab ca. 100 Hz die berechneten Amplituden- und Phaseninformationen eine bessere Übereinstimmung aufweisen als bei einer Modellierung mit Gleichung (2.68). Lediglich die Amplituden im niederfrequenten Bereich haben eine vergleichsweise schlechtere Übereinstimmung.

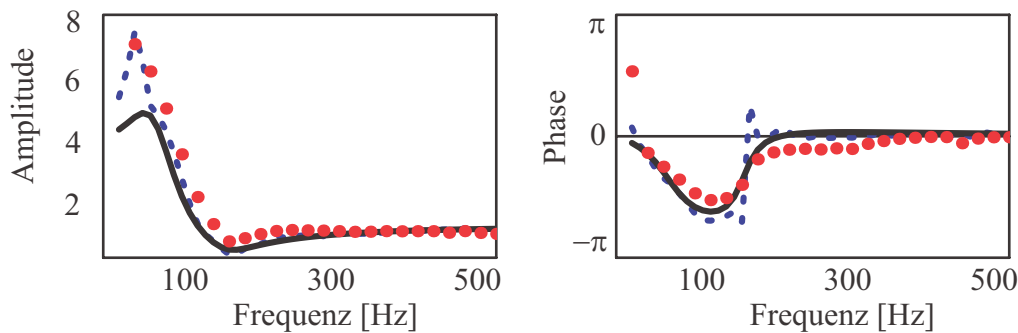


Abbildung 5.20: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammentransformmatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.

Rot, gepunktet: Messdaten.

Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (5.6) in Gleichung (2.72).

Blau, gestrichelte Linie: gemessene *FTF*-Daten in Gleichung (2.73).

Ähnlich verhält sich die Flamme bei einer höheren thermischen Leistung von $P_{th} = 0.7 \text{ kW}$. Mit einer gemessenen Temperatur des Flammenhalters $T_s = 612.5 \text{ K}$ ergibt sich die Temperatur der heißen Abgase zu $T_b = 1197 \text{ K}$ (siehe Anhang B). Über den Term $A(\hat{\omega})$ nach Gleichung (2.56) kann wieder die Flammentransferfunktion berechnet werden. Ihre Amplituden- und Phasenverläufe sind in Abb. 5.21 mit den aus optischen Messungen resultierenden Daten verglichen.

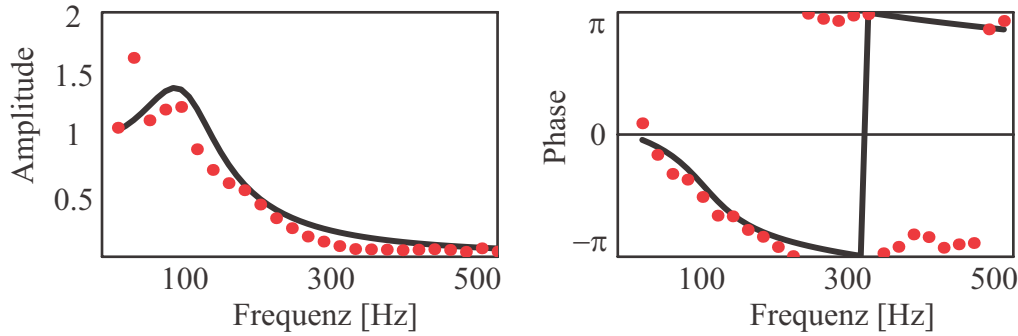


Abbildung 5.21: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte der *FTF* einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.

Rot, gepunktet: Messdaten.

Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.56).

Aus Abb. 5.21 wird ersichtlich, dass sich auch bei höheren Leistungen die *FTF* mit dem Term $A(\hat{\omega})$ nach Gleichung (2.56) darstellen lässt. Das typische Übertragungsverhalten brennerstabilisierter Flachflammen wird hier deutlich. Die Modellierung der Transferfunktion der Geschwindigkeitsfluktuationen TM_{22} mit Gleichung (2.68) ist in Abb. 5.22 mit Messdaten validiert. Aus den Diagrammen ist zu erkennen, dass der berechnete Wert von TM_{22} nach Gleichung (2.73) mit experimentellen *FTF*-Daten die Messdaten aus der diskreten Multimikrofonmethode über den untersuchten Frequenzbereich abbilden kann. Geringe Unterschiede ergeben sich dabei nur im Phasenverlauf zwischen ca. 200 und 300 *Hz*. Die rein analytische Gleichung (2.68) für die Berechnung von TM_{22} nach Rook hat deutlich weniger Übereinstimmungen. Genau wie bei einer niedrigeren Leistung von $P_{th} = 0.5\text{ kW}$ sind in Abb. 5.22 die Amplituden von TM_{22} für hohe Frequenzen zu hoch. Auch der Phasenverlauf weist einen zu geringen Abfall im Frequenzbereich um ca. 200 *Hz* auf.

Wie in Abb. 5.19 scheint hier für hohe Anregungsfrequenzen der Schwankungsanteil des Wärmeübergangs an den Flammenhalter zu verschwinden. Für höhere Frequenzen lässt sich das Übertragungsverhalten der Flamme wieder besser mit Gleichung (5.6) beschreiben. In Abb. 5.23 sind die entsprechenden Verläufe dargestellt. Ab ca. 100 *Hz* weisen die berechneten Amplitudenverläufe deutlich bessere Übereinstimmungen mit den Validierungsdaten

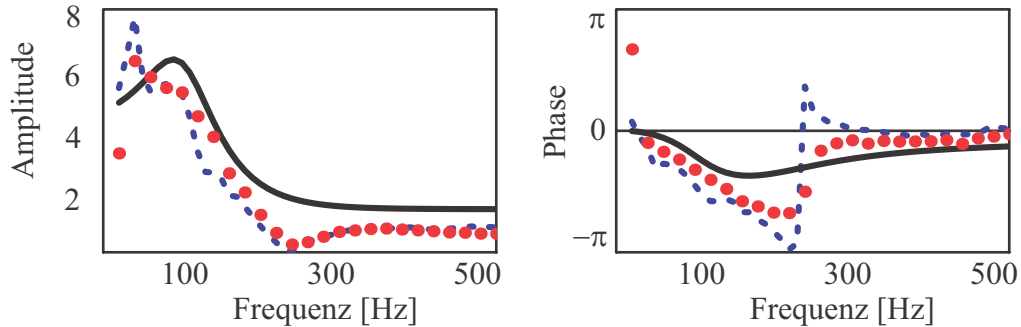


Abbildung 5.22: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammentransformatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.
 Rot, gepunktet: Messdaten.
 Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (2.68).
 Blau, gestrichelte Linie: gemessene FTF -Daten in Gleichung (2.73).

auf. Die Phasenverläufe stimmen über den gesamten untersuchten Frequenzbereich mit den Messdaten überein.

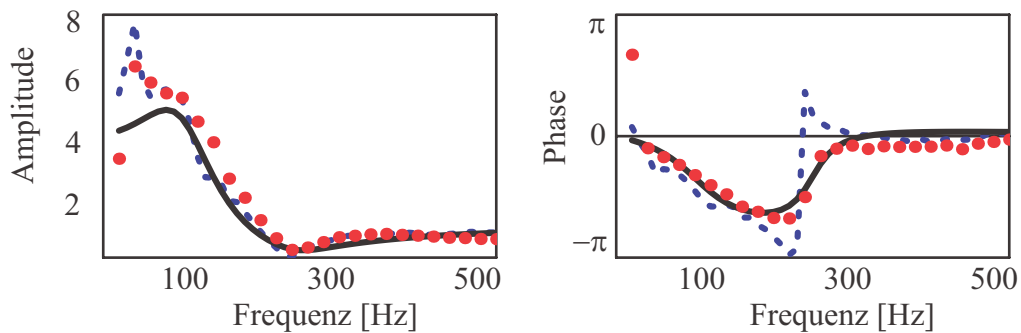


Abbildung 5.23: Vergleich der Amplituden- und Phasenwerte des Flammentransformatrixterms TM_{22} einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 2 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.7\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.4$ über der Frequenz.
 Rot, gepunktet: Messdaten.
 Schwarz, durchgezogene Linie: berechnete Daten mit Gleichung (5.6) in Gleichung (2.72).
 Blau, gestrichelte Linie: gemessene FTF -Daten in Gleichung (2.73).

Die Ergebnisse der Untersuchungen an weiteren Flammenhaltern mit unterschiedlichen Geometrien sind in Abb. 5.24, 5.25 und 5.26 gezeigt. Es sind dabei jeweils die mit optischen Messmethoden gemessene Flammen-

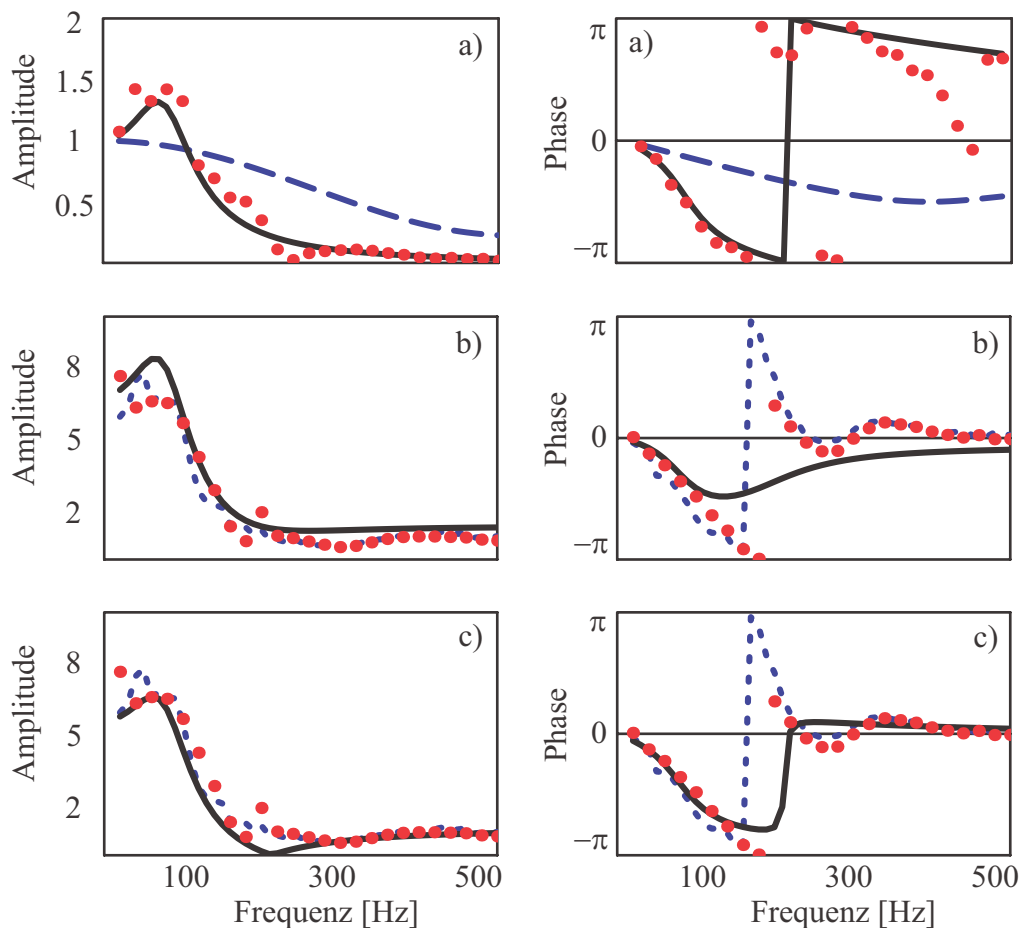


Abbildung 5.24: Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 5 mm bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.3$ über der Frequenz.

- a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen).
- b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).
- c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

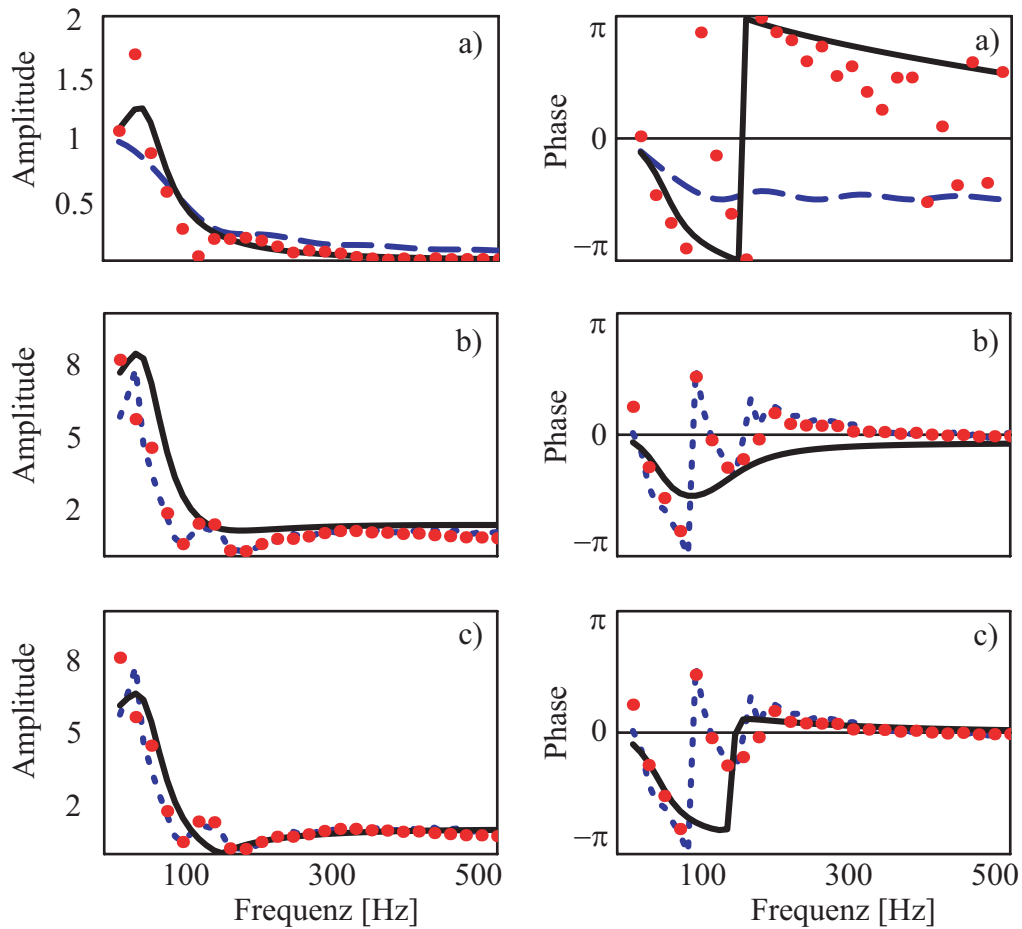


Abbildung 5.25: Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 7 mm (gleichmäßig verteilte Löcher) bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.3$ über der Frequenz.

a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen).

b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

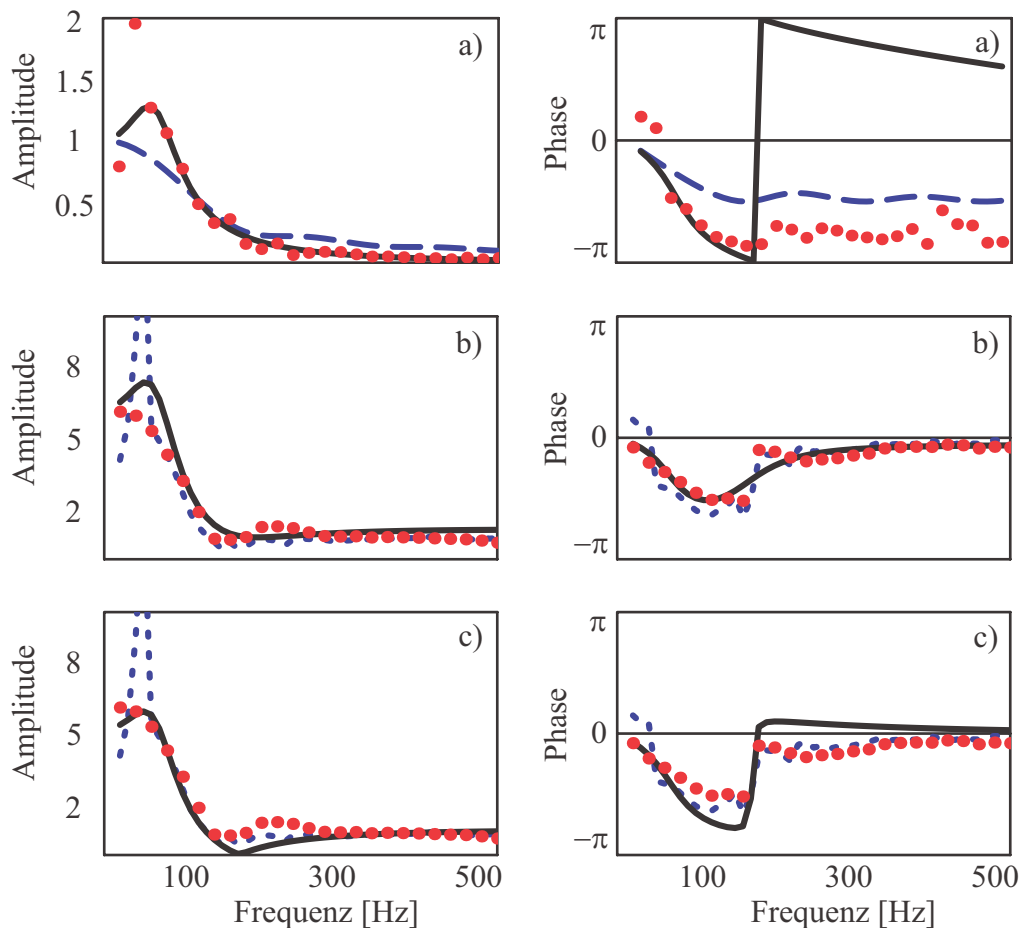


Abbildung 5.26: Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf einem Lochblech mit dem Lochdurchmesser 7 mm (ringförmig angeordnete Löcher) bei der thermischen Leistung $P_{th} = 1\text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.55$ über der Frequenz.

a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen).

b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

transferfunktionen FTF mit den analytischen Modellen für Kegelflammen nach Gleichung (2.53) und dem Term $A(\hat{\omega})$ für Flachflammen nach Gleichung (2.56) verglichen. Die Verläufe für TM_{22} sind mit Gleichung (2.68) und Gleichung (5.6) modelliert und zusätzlich mit rein experimentellen Daten von TM_{22} aus der Multimikrofonmessung verglichen. Zusätzlich sind auch die Verläufe von TM_{22} dargestellt, welche aus Gleichung (2.73) und aus optischen Messungen gewonnenen FTF -Daten resultieren.

Betrachtet man die Ergebnisse der Flammentransferfunktionen, so wird deutlich, dass für alle untersuchten Fälle das typische Modell für brennerstabilisierte Flachflammen nach Gleichung (2.56) sehr gute Übereinstimmungen mit den Messdaten liefert. Für Flammenhalter mit einem Lochdurchmesser von 7 mm (Abb. 5.25 und 5.26) lassen sich im Gegensatz zu Flammenhaltern mit geringeren Lochdurchmessern gute Ergebnisse für die Amplitudenverläufe der FTF auch mit dem Modell für Kegelflammen nach Gleichung (2.53) berechnen. Dies deutet darauf hin, dass bei einer Belochung mit größeren Durchmessern das Übertragungsverhalten darauf stabilisierter Flammen dem Verhalten kegelförmiger Flammen ähnelt. Jedoch sind hier die Phasenverläufe sowie die Verstärkung der Amplituden im niederfrequenten Bereich mit dem Modell für Kegelflammen nicht abzubilden. Das an der Unterseite des Lochblechs befestigte Drahtgitter zur Rückschlagsicherung kann dafür der Grund sein, dass auch das Übertragungsverhalten dieser Flammen dem von typischen brennerstabilisierten Flachflammen nach Rook entsprechen.

Abb. 5.27 zeigt das akustische Übertragungsverhalten des Flammenhalters der RMH (siehe Abb. 5.9). Betrachtet man die Transferfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen TM_{22} , so wird deutlich, dass im Gegensatz zu den vorab untersuchten Brennerbrillen die Berechnung von TM_{22} über die vereinfachte Gleichung (5.6) auch für niedrige Frequenzen unter 100 Hz wesentlich bessere Daten liefert als durch die Berechnung über Gleichung (2.68). Für die Modellierung der Flamme im Netzwerkmodell des Heizungssystems RMH bedeutet dies, dass eine analytische Gleichung für die Untersuchungen über den gesamten betrachteten Frequenzbereich ausreicht. Mit den Wärmebilanzen am Flammenhalter (siehe Anhang B) ist das Modell in Gleichung (5.6) in sich geschlossen und weist keine freien Parameter auf. Da die Frischluft im Bren-

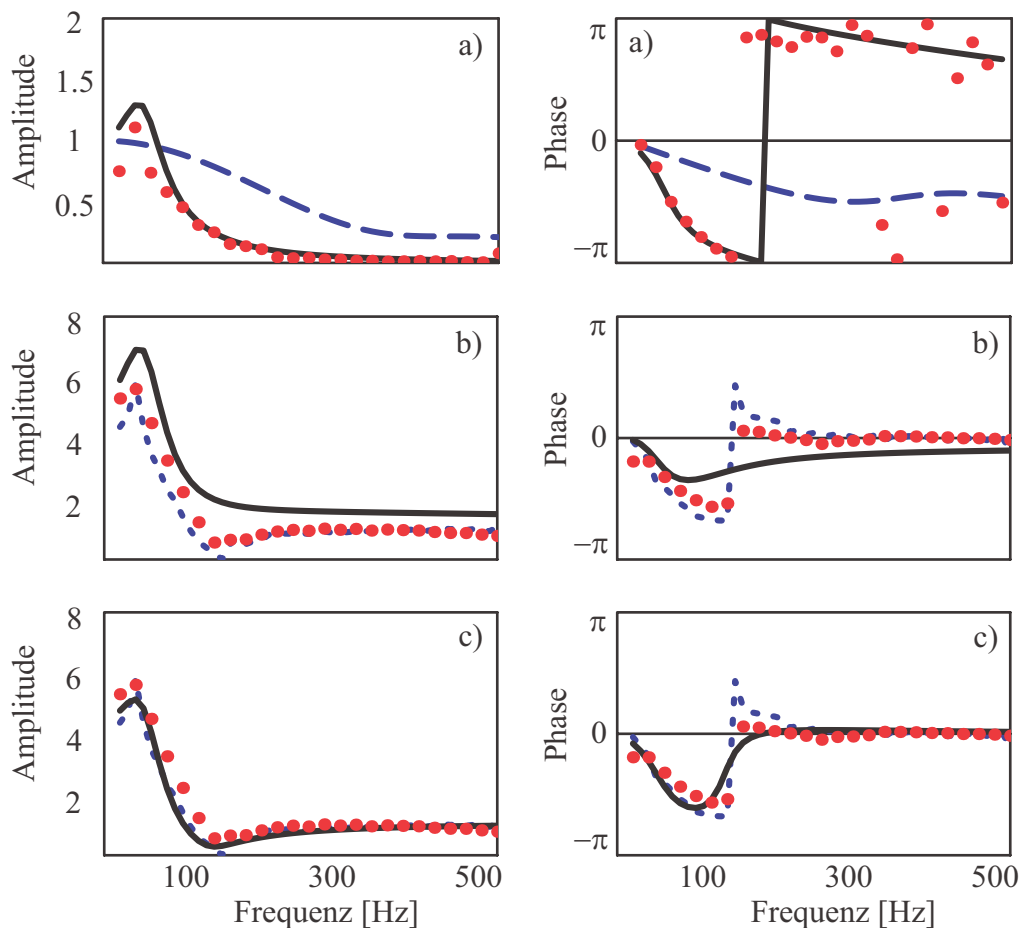


Abbildung 5.27: Akustisches Übertragungsverhalten einer Flachflamme stabilisiert auf der RMH-Primärbrille bei der thermischen Leistung $P_{th} = 0.5 \text{ kW}$ und der Luftzahl $\lambda = 1.1$ über der Frequenz.

- a) FTF gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.53) (blau, gestrichelt) und modelliert nach Gleichung (2.56) (schwarz, durchgezogen).
- b) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (2.68) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).
- c) TM_{22} gemessen (rot, Punkte), modelliert nach Gleichung (5.6) (schwarz, durchgezogen) und aus FTF -Daten (blau, gestrichelt).

nerkopf der RMH zu gleichen Teilen in den Primär- und Sekundärpfad aufgeteilt wird, ist bei der Netzwerkmodellierung einer Heizung mit einer Gesamtluftzahl von $\lambda < 2$ darauf zu achten, dass die Flamme auf der Primärröhre unterstöchiometrisch brennt $\lambda < 1$. Aufgrund des Versuchsstandes beschränken sich die Untersuchungen zum akustischen Übertragungsverhalten der RMH-Flachflamme ausschließlich auf stöchiometrische und magere Flammen mit der Luftzahl $\lambda \geq 1$ auf der Primärröhre ohne Sekundärpfad (siehe rechts unten in Abb. 3.9). Da das akustische Übertragungsverhalten der RMH-Flamme im fetten Bereich nicht gemessen wurde, wird das Modell in Gleichung (5.6) auch in den Netzwerkmodellen von RMH-Konfigurationen mit einer Gesamtluftzahl von $\lambda < 2$ angewendet.

Die Verläufe der Übertragungsfunktion TM_{22} der Geschwindigkeitsschwankungen aller untersuchten Konfigurationen zeigen einerseits, dass deren Berechnung mit Gleichung (2.73) aus den *FTF*-Informationen, welche mit optischen Methoden ermittelt wurden gute Übereinstimmungen mit den reinen Messdaten liefert. Andererseits zeigen diese, dass die diskrete Multimikrofonmethode (siehe Kapitel 3.2.4.2) verlässliche Messergebnisse liefert. Beide Methoden der experimentellen Bestimmung von Flammentransfermatrizen können daher für die Vermessung des akustischen Verhaltens laminarer brennerstabilisierter Flachflammen angewendet werden.

Die analytische Modellierung der Verläufe von TM_{22} mit Vernachlässigung des Schwankungsanteils des Wärmetransports an den Flammenhalter nach Gleichung (5.6) liefert besonders für höhere Anregungsfrequenzen ab ca. 80 Hz generell bessere Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten als die Berechnung über Gleichung (2.68). Eine Ausnahme weist das Lochblech mit ringförmig angeordneten Löchern mit dem Durchmesser 7 mm auf. Die Verläufe von TM_{22} sind in Abb. 5.26 dargestellt und zeigen, dass für diesen Fall die Berechnung nach Gleichung (2.68) bessere Resultate liefert. Betrachtet man dabei die Temperatur des Flammenhalters, welche in diesem Fall mit $T_s = 678 K$ deutlich höher ist als bei den anderen Fällen (530-612 K), so ist anzunehmen, dass durch die ringförmige Anordnung der Löcher der Wärmeübergang von der Flamme zum Flammenhalter höher ist und somit auch der entsprechende Schwankungsanteil q'_l eine größere Rolle spielt.

5.2 Netzwerkmodelle der RMH

5.2.1 Validierung des kalten Modells

Das angestrebte Netzwerkmodell wird zuerst kalt - also ohne Verbrennung - und ohne Durchströmung aufgestellt. Aus dessen Gleichungssystem lassen sich die gewünschten Werte der akustischen Feldgrößen und des Stabilitätsverhaltens berechnen. Als Validierungsdaten stehen die gemessenen Werte des dynamischen Drucks p' an sechs Positionen über dem Strömungsweg der Heizung zur Verfügung. Diese werden über die akustische Systemcharakterisierung gewonnen, wie in Kapitel 3.1 beschrieben.

Das Schema in Abb. 5.28 zeigt das Netzwerkmodell der Versuchsanlage zur Charakterisierung des akustischen Verhaltens der RMH. Die einzelnen Bereiche der Heizung sind farblich separiert. Hierin stehen die Bezeichnungen *Rohr* für ein Rohr mit thermo-viskoser Wandreibung nach Kapitel 2.3.2, *FS* (Flächensprung) für ein kompaktes Element mit akustischen Verlusten nach Kapitel 2.3.3, *RB* für eine akustische Randbedingung nach Kapitel 2.3.1 sowie *VZ* bzw. *VK* für eine einfache verlustfreie akustische Verzweigung bzw. Verknüpfung. Bei dem Randelement am Netzwerkknoten 9 handelt es sich um die Anregung durch einen Lautsprecher. Das Gebläse zur Ansaugung der Frischluft befindet sich im „Bereich Gebläse“ zwischen den Netzwerkknoten 22 und 23. Es wird wie ein kompaktes Element mit Verlusten nach Gleichung (2.41) modelliert. Mit Ausnahme der Wellrohre im Frischluft- und Abgastrakt werden alle Rohrstücke mit einem k_d -Wert von 1 in Gleichung (2.38) berechnet. Die genauen Modellierungsparameter aller Elemente sind im Anhang C aufgelistet.

Mit dem analytischen Gleichungssystem lassen sich an jedem Punkt zwischen den Elementen die akustischen Feldgrößen für einen gegebenen Frequenzbereich ausgeben. Für die Validierung des Netzwerkmodells sind im vorliegenden Fall die dynamischen Druckwerte p' an den Netzwerkknoten 15, 27, 51, 55, 59 und 67 von Interesse, da sich hier im realen Versuchsaufbau die Mikrofone befinden.

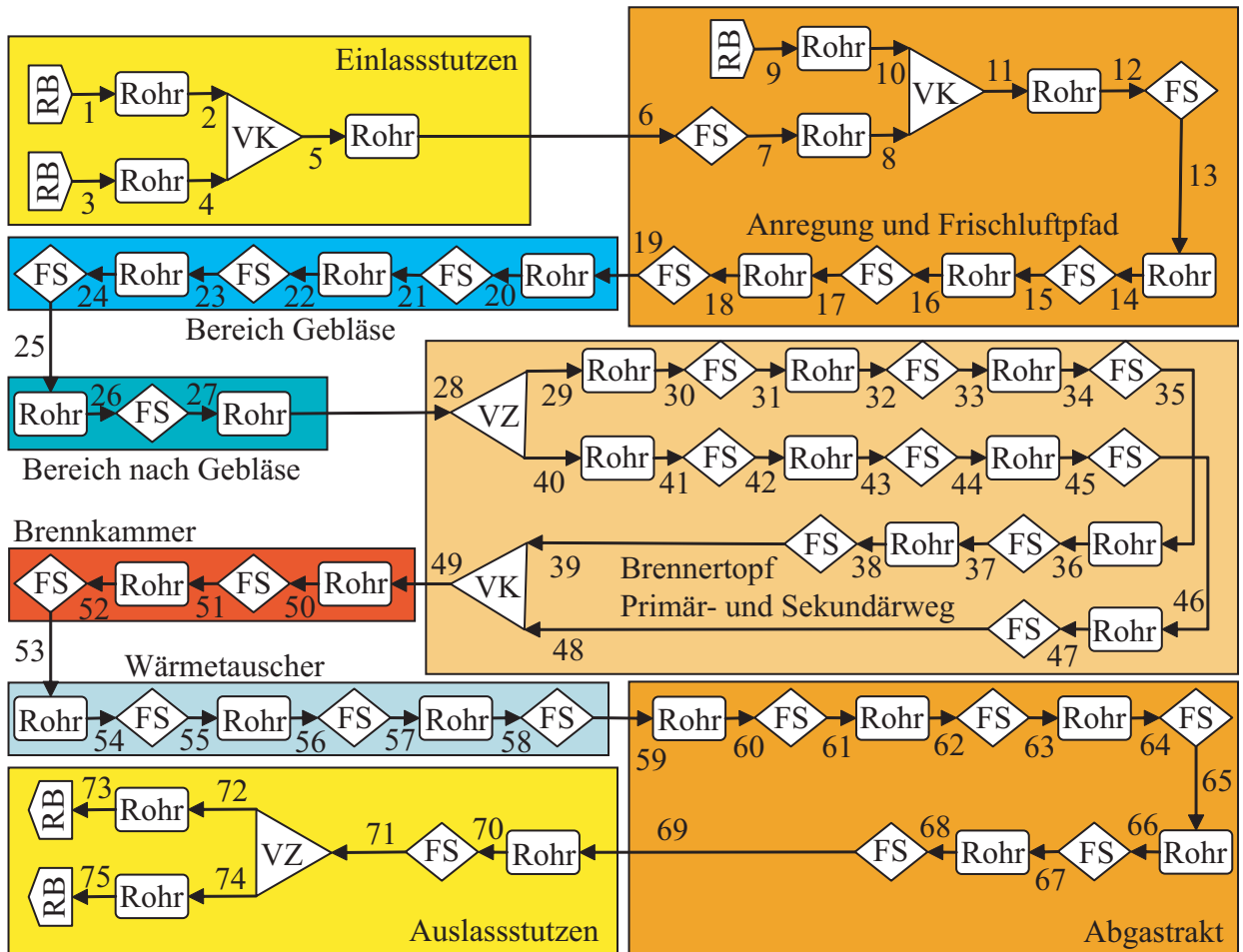


Abbildung 5.28: Schema des Netzwerkmodells des Versuchsstandes zur Systemcharakterisierung des Heizgerätes RMH mit Fremdanregung unterteilt in die einzelnen Bereiche. System ohne Verbrennung.

Abb. 5.29 zeigt die Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' am Netzwerkknoten 51, also in der Brennkammer. Die mit den Mikrofonen gemessenen Werte (rot) und die aus dem Netzwerkmodell berechneten Verläufe (schwarz) sind über den Bereich der Anregungsfrequenz dargestellt. Im niederfrequenten Bereich bis ca. 180 Hz stimmen die berechneten Werte für die Amplituden- und Phaseninformationen sehr gut mit den experimentellen Validierungsdaten überein. Bei höheren Frequenzen werden die Resonanzen der Amplitudeninformationen - also die Spitzen im p' -Verlauf - qualitativ getroffen. Die berechneten Werte sind jedoch höher als im Experiment, was auf fehlende Dämpfung im System zurückzuführen ist. Ein weiterer Effekt fehlender Dämpfung im Modell ist auch bei den Phasengängen zu erkennen. Die Steigungen sind hier wesentlich steiler als in den gemessenen Verläufen. Zusätzlich zeigen die Phasengänge bei höheren Anregungsfrequenzen eine positive Abweichung zur Messung.

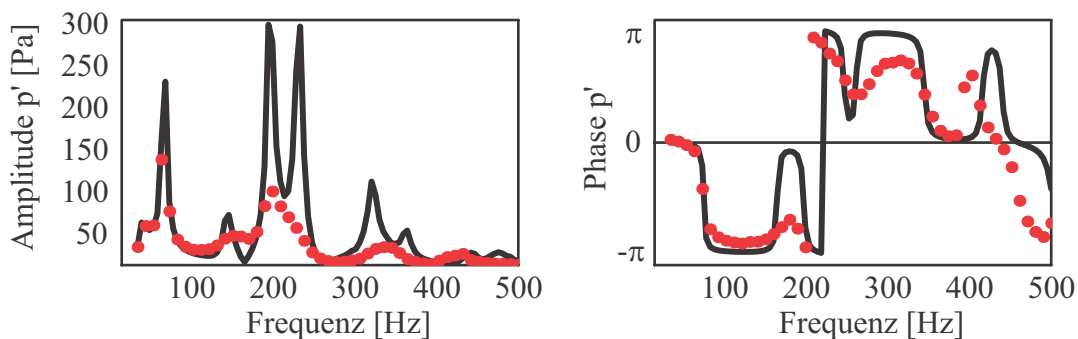


Abbildung 5.29: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz.
Rot: gemessene Daten.
Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten.

Deutlicher ist das in Abb. 5.30 bei den Ergebnissen am Netzwerkknoten 67 zu sehen. Die Mikrofonmessstelle befindet sich dort im Wellrohr des Abgastraktes.

Um die quantitative Genauigkeit des Modells zu erhöhen, werden ganze Teile des Netzwerks durch die in Kapitel 5.1 ermittelten experimentellen Transfermatrizen bzw. Reflexionsfaktoren ersetzt. Hierbei handelt es sich um den Ein- und Auslasstutzen (Knoten 1-6 und 69-75) sowie den Brennertopf (Knoten 28-49). Die Ergebnisse der aus dem resultierenden Netzwerk berechneten

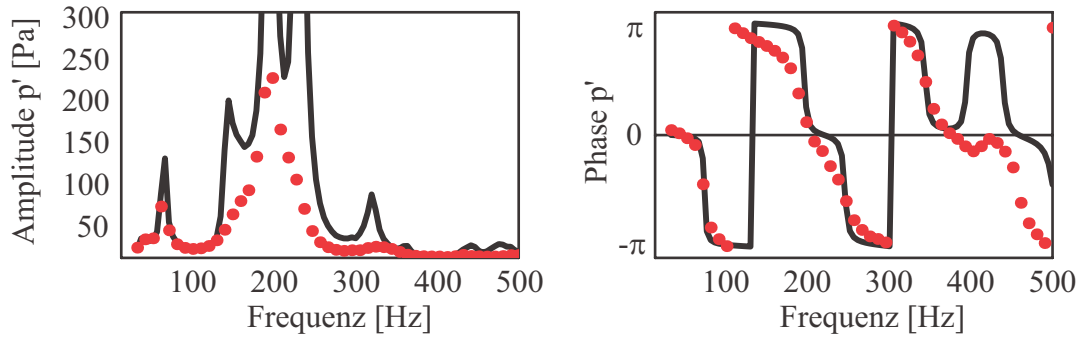


Abbildung 5.30: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 67 über der Anregungsfrequenz.
 Rot: gemessene Daten.
 Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten.

Werte für p' am Netzwerkknoten 51 sind in Abb. 5.31 mit den Messdaten verglichen. Die Verbesserungen gegenüber dem rein analytischen Modell sind deutlich zu erkennen. Die betragsmäßig geringeren Amplitudenwerte sowie die flacheren Phasenverläufe besonders bei niederfrequenter Anregung deuten auf eine höhere akustische Dämpfung im System hin. Die geringen Unterschiede der gemessenen Transfermatrizen und Reflexionsfaktoren gegenüber den analytischen Modellen scheinen sich auf das Gesamtsystem auszuwirken.

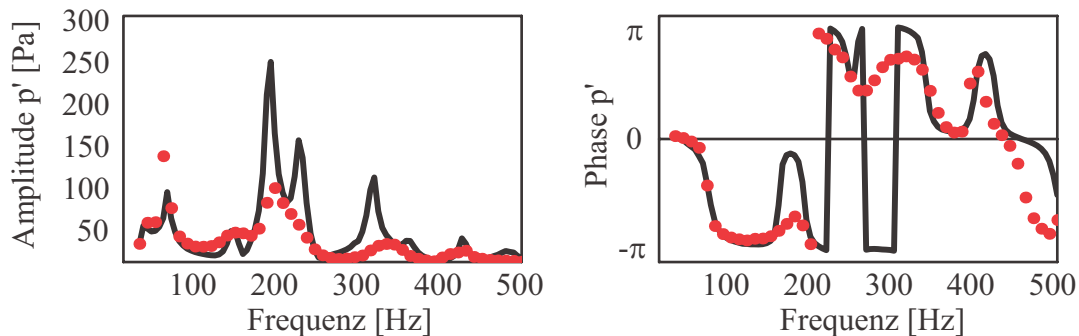


Abbildung 5.31: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz.
 Rot: gemessene Daten.
 Schwarz: Daten ermittelt mit einem Netzwerkmodell welches exp. Transfermatrizen enthält.

Auch bei den Messdaten an der Messstelle im Abgastrakt nach Element 64 sind geringfügige Verbesserungen der Amplituden- und Phasenläufe des

Netzwerkmodells mit experimentellen Transfermatrizen zu erkennen (siehe Abb. 5.32).

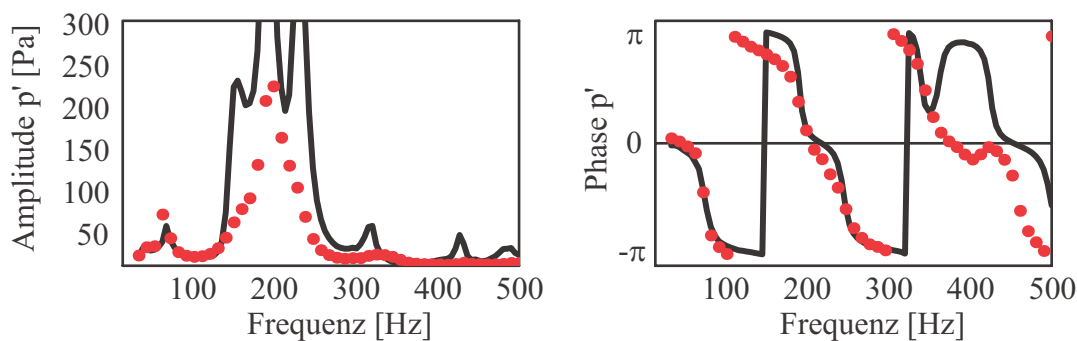


Abbildung 5.32: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer kalten Heizung nach dem Element 64 über der Anregungsfrequenz. rot: gemessene Daten. schwarz: Daten ermittelt mit einem Netzwerkmodell welches exp. Transfermatrizen enthält.

5.2.2 Validierung des heißen Modells

Für eine Charakterisierung der thermoakustisch instabilen Eigenmoden, ist das kalte Netzwerkmodell nun so zu erweitern, dass die Akustik der gesamten Heizung mit Durchströmung, Verbrennung und entsprechendem Temperaturverlauf berechnet werden kann. Die Stabilitätsanalyse wird anschließend mit der in Kapitel 2.4 beschriebenen OLG-Methode durchgeführt.

Als Grundlage für das Netzwerkmodell mit Flamme dient das in Abb. 5.28 dargestellte kalte Modell. Am Netzwerkknoten 39 des kalten Modells wird direkt auf der Primärbelochung des Flammenhalters eine brennerstabilisierte Flachflamme nach Gleichung (2.68) eingesetzt. Die Temperaturen und die davon abhängigen Zustandsgrößen aller Komponenten des Netzwerkmodells werden den gemessenen Temperaturdaten angepasst. Für eine RMH mit einem Frischluft- und Abgastrakt der Länge 0.56 m sind die Temperaturmessdaten sowie der modellierte Temperaturverlauf in Abb. 5.33 aufgetragen. Das Temperaturprofil stromab des Flammenhalters bis zum Ende des Wärmetauschers wird dabei mit Hilfe von Wärmebilanzen nach Anhang A und Anhang B berechnet und mit den gemessenen Daten validiert. Im Netzwerkmodell wird

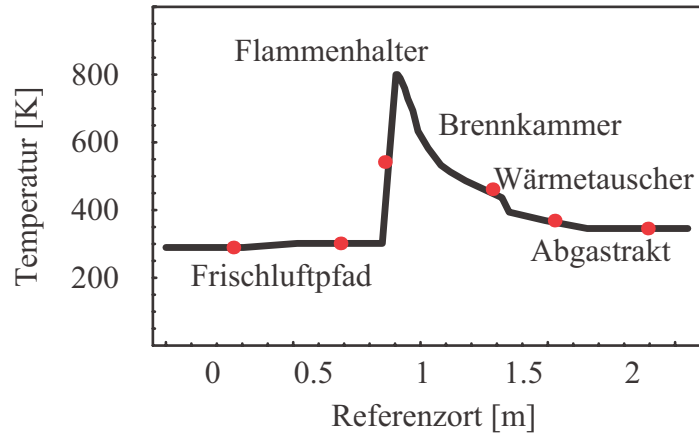


Abbildung 5.33: Temperaturverlauf der RMH-Heizung (0.56 m-Schlauch) bei einer thermischen Leistung von $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und einer Luftzahl von $\lambda = 3$.
 Rot: gemessene Werte.
 Schwarz: Temperaturdaten des NWM.

dieser Heizungsbereich mit dem Modellierungsvorschlag für Elemente mit axialen und radialen Temperaturprofilen nach Kapitel 2.3.4 berechnet. Dazu wird das Temperaturprofil entsprechend den Anforderungen in Kapitel 4 diskretisiert. Diese Modifikationen beziehen sich besonders auf die Rohrelemente der Bereiche „Brennkammer“ und „Wärmetauscher“ des Netzwerkmodells in Abb. 5.28 (Knoten 49-59).

Die Heizung befindet sich im stationären Zustand und wird mit einer thermischen Leistung von $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und einer Luftzahl von $\lambda = 3$ betrieben. Für das brennbare Gemisch im Primärweg des Brennertopfes ergibt das eine Luftzahl von $\lambda = 1.5$. Das System ist thermoakustisch stabil, d.h. die Messungen können mit Fremdanregung durchgeführt werden und der dynamische Druck p' an den Mikrofonmessstellen kann über den Frequenzbereich von 20 Hz bis 500 Hz untersucht werden.

Abb. 5.34 vergleicht die Amplituden- und Phaseninformationen des dynamischen Drucks p' am Netzwerkknoten 51 der Netzwerkberechnung mit den Messungen. Die Amplitudenverläufe haben ein ähnliches Verhalten wie die Ergebnisse der Versuche an der kalten Heizung. Auch hier wird fehlende Dämpfung im Netzwerkmodell besonders über den Resonanzbereichen deutlich. Die Phasen der berechneten Werte zeigen besonders im hochfrequenten

Anregungsbereich eine positive Abweichung zur Messung.

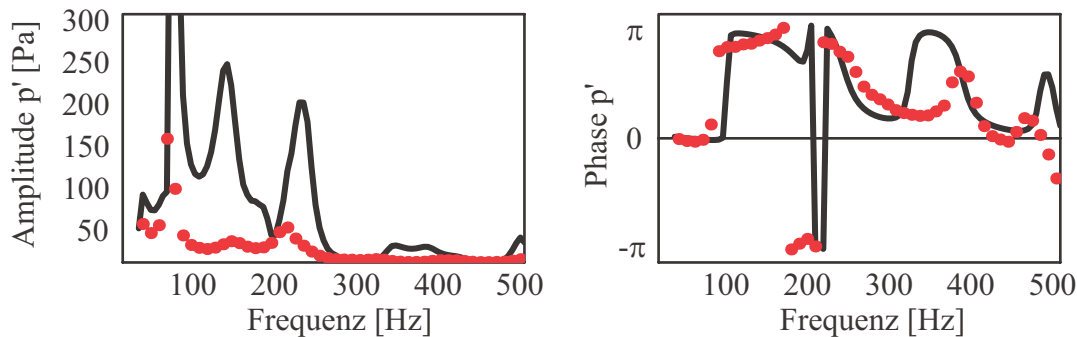


Abbildung 5.34: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und $\lambda = 3$ am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz.
 Rot: gemessene Daten.
 Schwarz: mit dem Netzwerkmodell ermittelte Daten.

Auch für das heiße Modell können Teilbereiche des Netzwerks durch experimentell ermittelte Transfermatrizen ersetzt werden. Hierbei handelt es sich um den Brennertopf, die Flachflamme sowie die Reflexionsfaktoren der Randbedingungen. Die Amplituden- und Phasenverläufe des modifizierten Netzwerks sind in Abb. 5.35 dargestellt. Wie auch bei den Verläufen der kalten Heizung ergeben sich durch Hinzunahme von experimentellen Transfermatrizen deutliche Verbesserungen in den Amplituden- und Phaseninformationen. Auch die berechneten Phasenwerte besonders im niederfrequenten Bereich haben nun gute Übereinstimmungen zu den gemessenen Daten.

Die Ergebnisse der kalten und heißen Systemuntersuchungen mit Fremdanregung zeigen, dass ein rein analytisches Netzwerkmodell das akustische Verhalten der Gesamtheizung qualitativ und auch teilweise quantitativ gut darstellen kann. Für eine höhere Genauigkeit der berechneten Werte können experimentell ermittelte Transfermatrizen in das Netzwerk integriert werden.

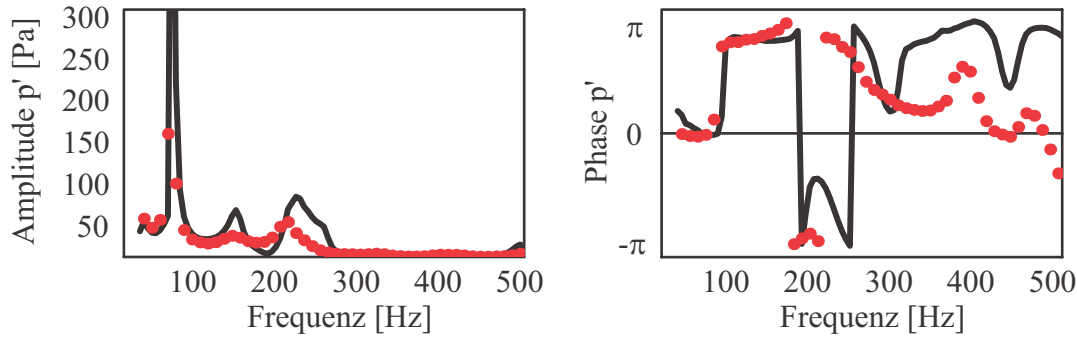


Abbildung 5.35: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und $\lambda = 3$ am Netzwerkknoten 51 über der Anregungsfrequenz. Die Teilbereiche Brennertopf, Flamme, Ein- und Auslassstutzen sind im NWM durch Messdaten ersetzt.

Rot: gemessene Daten.

Schwarz: mit dem modifizierten Netzwerkmodell ermittelte Daten.

5.2.3 Bestimmung der stabilen und instabilen Eigenmoden am heißen Modell

Am entwickelten analytischen Netzwerkmodell der RMH-Heizung im Betrieb soll nun das reale Stabilitätsverhalten nachempfunden werden. Die experimentellen Untersuchungen zur Bestimmung der Validierungsdaten erfolgen ohne Fremdanregung. Für manche Betriebszustände tritt vor allem im Anfahrvorgang aber auch im stationären Zustand eine deutlich hörbare akustische Instabilität auf. Der bei dieser Resonanzfrequenz existierende dynamische Druckverlauf über der Heizung wird an den Mikrofonmessstellen gemessen. Aus dem Netzwerkmodell können die stabilen und instabilen Eigenfrequenzen mit einer *OLG*-Stabilitätsanalyse, wie in Kapitel 2.4 beschrieben, berechnet werden. Die Qualität der Eigenmode ist dabei am Vorzeichen der Wachstumsrate GR aus Gleichung (2.80) abzulesen.

Beispielhaft wird im Folgenden die Stabilitätsanalyse an einer im stationären Zustand betriebenen RMH-Heizung mit einem 0.56 m langen Frischluft- und Abgaspfad durchgeführt. Die Heizung wird dabei bei einer thermischen Leistung von $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und einer Gesamtluftzahl $\lambda = 1.75$ betrieben. Sie ist in diesem Zustand thermoakustisch instabil. Ihre dominante Eigenmode tritt bei 54 Hz auf.

In Abb. 5.36 sind die Messdaten von p' bei der Eigenanregung von 54 Hz an den Mikrofonmessstellen dargestellt. Die relativen Phasenwerte sind auf das in Strömungsrichtung erste Mikrofon bezogen. Am Ein- und Auslass der Heizung können die Druckschwankungen $p' = 0$ angenommen werden. Der Verlauf der Amplitudenwerte über der Länge der Heizung zeigt eine halbe Wellenlänge der dominanten Eigenmode. Der Druckbauch, also das Maximum von p' liegt dabei ungefähr an der Position der Flamme.

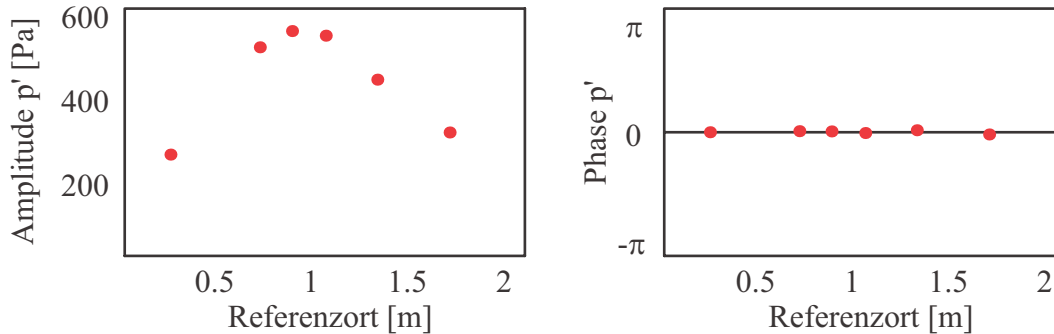


Abbildung 5.36: Amplituden- und Phaseninformation des dynamischen Drucks p' einer Heizung im stationären Betrieb mit $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und $\lambda = 1.75$ bei der instabilen Eigenmode 54 Hz an den sechs Mikrofonmessstellen.

Für die Berechnung der Stabilität wird das heiße Netzwerkmodell an die gegebenen Zustände angepasst. Das bedeutet, dass der Temperaturverlauf und die Strömungsdaten gemäß den Betriebsdaten eingegeben werden. Zusätzlich wird die Fremdanregung (Element 9 bis 11) entfernt. Das Diagnoseelement zur Beaufschlagung des Anregungssignals f_{forc} und Ausgabe des Antwortsignals f_{resp} wird nach dem Verknüpfungselement am Netzwerkknoten 49 eingefügt. In dem Netzwerkmodell lässt sich die reelle Achse der Eigenmoden im Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene für das gegebene System ausgeben.

Abb. 5.37 zeigt das resultierende Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene. Betrachtet man die Umgebung des kritischen Punktes $-1 + 0 \cdot i$ genauer, so sind die Eigenfrequenzen zu erkennen. Die erste Eigenmode wird bei 60 Hz detektiert. Dieser Wert entspricht am ehesten der am realen Heizgerät auftretenden Instabilität. Die reelle Achse der Eigenfrequenzen passiert dort den kritischen Punkt rechter Hand. Es handelt sich also um eine stabile Mode. Die berechnete Wachstumsrate beträgt hier $GR = -63.6$. Die kurze Distanz zur instabilen

Seite von $-1 + 0 \cdot i$ deutet darauf hin, dass ein geringfügig genaueres Modell hier eventuell eine instabile Mode aufweisen kann.

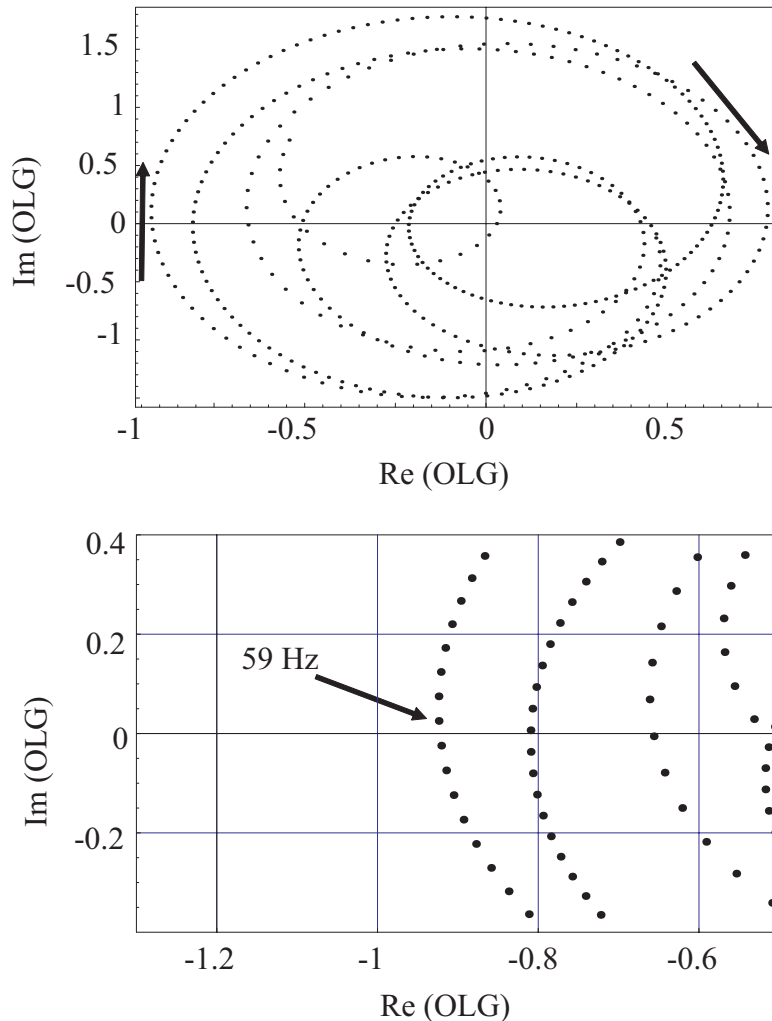


Abbildung 5.37: NWM rein analytisch: Reelle Achse der Eigenmoden im Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene.

Oben: alle Werte.

Unten: Umgebung am kritischen Punkt $-1 + 0 \cdot i$.

Zum Vergleich zu Abb. 5.37 findet die Stabilitätsanalyse in Abb. 5.38 am modifizierten Netzwerkmodell - also mit den durch experimentelle Daten ersetzten Teilbereichen - eine instabile Eigenmode bei 56.5 Hz mit einer Wachstumsrate von $GR = 2.8$. Interessant dabei ist, dass trotz höherer Dämpfung im modifizierten Netzwerkmodell (siehe Kapitel 5.2.2) eine instabile Eigenmode auftritt. Es ist also möglich, dass die Steigerung der Dämpfung im System die Akustik

der Heizung insofern beeinflusst, dass eine Eigenmode instabil wird.

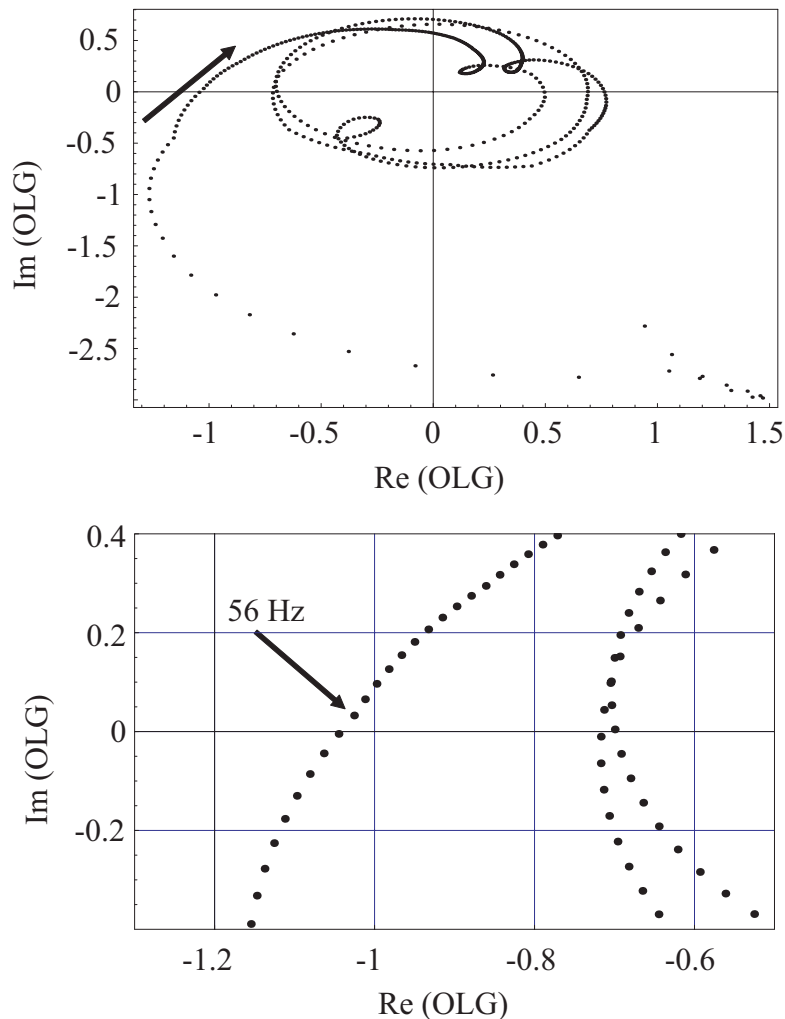


Abbildung 5.38: NWM modifiziert mit exp. TM: Reelle Achse der Eigenmoden im Nyquist Diagramm der $OLG(\omega)$ -Ebene.

Oben: alle Werte.

Unten: Umgebung am kritischen Punkt $-1 + 0 \cdot i$.

Die durch die Stabilitätsanalyse resultierenden Eigenmoden sind qualitativ auch in den Amplitudenverläufen von p' zu erkennen (Abb. 5.34). Zum Beispiel ist hier der Unterschied zwischen den experimentell ermittelten und den berechneten Werten der ersten Mode zu erkennen. Die erste Spitze der experimentellen Werte liegt hier bei ca. 55 Hz, während die Spitze der berechneten Werte bei ca. 60 Hz liegt. Eine möglichst hohe Genauigkeit des Netzwerkmodells ist also für die präzise Vorhersage von Stabilitätsgrenzen von großer Be-

deutung. Um dies herauszuarbeiten, wurden verschiedene stationäre Betriebspunkte der RMH mit der Netzwerkmethod berechnet. Zusätzlich wurden Anfahrvorgänge simuliert, die sich als besonders problematisch hinsichtlich ihres Stabilitätsverhaltens erwiesen haben. Bei der Modellierung eines Anfahrvorgangs wird von einer kalten Heizung ausgegangen. Das bedeutet, dass im Netzwerkmodell alle Elemente Umgebungstemperatur aufweisen.

Die Daten in Tabelle (5.3) und Tabelle (5.4) dokumentieren das Stabilitätsverhalten verschiedener Heizungskonfigurationen. Untersucht wird der Einfluss der Länge des Frischluft- und Abgaspfades, unterschiedlicher Leistungsstufen sowie verschiedener Luftzahlen. Zusätzlich werden bei manchen Betriebszuständen thermoakustische Instabilitäten nur während des Anfahrvorgangs gemessen. Die Tabelle zeigt die aus der Stabilitätsanalyse des Netzwerkmodells ermittelten Eigenmoden ω_e und deren Wachstumsraten GR . Hierbei wurde das modifizierte Netzwerkmodell NWM_{exp} mit den experimentellen Transfermatrizen mit dem rein analytischen Netzwerkmodell NWM verglichen.

Tabelle 5.3: RMH-Heizung mit 0.56 m Frischluft- und Abgaspfad: Vergleich der experimentell ermittelten und mit der OLG-Methode an beiden Netzwerkmodellen berechneten dominanten Eigenmoden ω_e .

Betriebszustand	Experiment		NWM		NWM_{exp}	
	exp. ω_e [Hz]	p' (51) [Pa]	ω_e [Hz]	GR	ω_e [Hz]	GR
Anf. 2 kW & $\lambda = 1.75$	53	532	61.9	-70.6	56.2	23.5
stat. 2 kW & $\lambda = 1.75$	54	603	59.4	-63.6	56.5	2.8
stat. 2 kW & $\lambda = 1.85$	54	553	59.2	-61.2	56.2	5.3
Anf. 2 kW & $\lambda = 1.9$	56	23	61.9	-71.6	55.9	23.5
stat. 2 kW & $\lambda = 3$	stabil	-	66.4	-16.6	61.8	-7.3
Anf. 4 kW & $\lambda = 1.75$	57	784	56.3	-72.2	57.2	16.1
Anf. 4 kW & $\lambda = 1.9$	59	14	57.4	-71.9	57	16.2
stat. 4 kW & $\lambda = 2.75$	stabil	-	70.5	-9.7	61.6	-3.2

Die guten Übereinstimmungen der Eigenfrequenzen in Tabelle (5.3) und Ta-

belle (5.4) zeigen, dass die Vorhersage der Eigenmoden mit beiden Netzwerkmodellen möglich ist. Dabei sind die Ergebnisse mit dem durch experimentelle Daten erweiterten Netzwerkmodell NWM_{exp} für beide Frisch- und Abgaspfadlängen näher an den Messergebnissen. Besonders wichtig ist, dass das Stabilitätsverhalten an den entsprechenden Frequenzen mit dem NWM_{exp} qualitativ richtig wiedergegeben werden kann, was die Vorzeichen der Wachstumsrate GR zeigen. Das rein analytische Modell mit einem kurzen Frisch- und Abgaspfad von 0.56 m trifft zwar die Eigenmoden sehr exakt, kann aber die Instabilität nicht wiedergeben. Dasselbe gilt für eine Heizung mit verlängertem Frischgas- und Abgasweg (siehe Tabelle (5.4)) jedoch berechnet hier auch das rein analytische NWM die Vorzeichen der Wachstumsrate richtig. Auch die Verschiebung der dominanten Mode auf die tiefere Frequenz im Experiment trifft die Berechnung aus dem Netzwerkmodell gut.

Tabelle 5.4: RMH-Heizung mit 1 m Frischluft- und Abgaspfad: Vergleich der experimentell ermittelten und mit der *OLG*-Methode an beiden Netzwerkmodellen berechneten dominanten Eigenmoden ω_e .

Betriebszustand	Experiment		<i>NWM</i>		<i>NWM_{exp}</i>	
	exp. ω_e [Hz]	p' (51) [Pa]	ω_e [Hz]	GR	ω_e [Hz]	GR
Anf. 2 kW & $\lambda = 1.4$	44	309	45.9	34.3	45.4	128.2
Anf. 2 kW & $\lambda = 1.5$	43	270	46.1	31.9	44.8	132.6
stat. 2 kW & $\lambda = 1.6$	44	281	46.9	45.1	46.6	78.1
stat. 2 kW & $\lambda = 1.75$	44	227	47.1	36.5	47.5	75.4
stat. 2 kW & $\lambda = 2.2$	stabil	-	48.7	-26.1	49.7	-22.4
stat. 2 kW & $\lambda = 2.4$	stabil	-	47.6	-2.8	50.1	-45.2
Anf. 4 kW & $\lambda = 1.4$	45	25	47.2	32.3	45.9	119.4
stat. 4 kW & $\lambda = 2.2$	stabil	-	48.5	-2.5	47.9	-26.8

Für einen Heizungsentwickler bedeutet dies, dass bereits in der Designphase einer Heizung kleiner Leistung die thermoakustische Stabilität des Systems analysiert werden kann. Die Methode der Netzwerkmodellierung erlaubt eine Zeit und Kosten sparende Untersuchung der Systemstabilität ohne aufwändige Experimente oder numerische Berechnungen. Die Bewertung der Resulta-

te der Netzwerkmethod erfordert jedoch vom Anwender eine gewisse Erfahrung. Wie in diesem Fall gezeigt wurde, kann beispielsweise eine stabile Eigenmode nahe des kritischen Punkts durch geringfügige Modelländerungen instabil werden. Im folgenden Kapitel wird daher die Sensitivität eines Netzwerkmodells auf Änderungen der Modellparameter untersucht.

5.2.4 Sensitivitätsanalyse und Stabilitätsmaßnahmen am Netzwerkmodell der RMH

Das Netzwerkmodell der gesamten RMH wird nun dazu genutzt, den Einfluss passiver Veränderungen auf die Systemstabilität zu untersuchen. Die Modifikationen beschränken sich ausschließlich auf die Geometrie. Anhand des Netzwerkmodells NWM_{exp} , welches experimentelle Daten von Transfermatrizen und Reflexionsfaktoren enthält, wurden Modifikationen bezüglich der Frischluft- und Abgaspfadlängen, deren Dämpfungsparameter sowie dem Reflexionsverhalten des Abgasstutzens untersucht. Veränderungen durch Verwendung unterschiedlicher Flammenhalter zeigten bei den Netzwerkmodellen keine qualitativen und nur geringfügig quantitative Veränderungen, was aufgrund des ähnlichen akustischen Transferverhaltens der darauf stabilisierten Flammen (siehe Kapitel 5.1.5) zu erwarten war.

Ausgehend vom Netzwerkmodell einer Heizung mit einem 1 m langem Frischluft- und Abgastrakt im stationären Betrieb mit einer thermischen Leistung von $P_{th} = 2\text{ kW}$ und einer Gesamtluftzahl von $\lambda = 1.75$, sind in Tabelle (5.5) die resultierenden dominanten Eigenmoden ω_e und deren Wachstumsraten GR von leicht modifizierten Netzwerkmodellen verglichen. Bei den modifizierten Modellen ist angenommen, dass sich durch die geometrischen Veränderungen keine wesentlichen Änderungen des Temperaturverlaufs entlang des Strömungsweges ergeben.

Die Ergebnisse in Tabelle (5.5) zeigen deutlich, dass passive geometrische Veränderungen am Heizungsmodell zu einem thermoakustisch stabilen Verhalten führen können. Eine Möglichkeit ist die Veränderung des Dämpfungsverhaltens des Auslassstutzens. Bei einem Reflexionsfaktor von $r = 0.8$ verschiebt sich die dominante Eigenmode auf 135.4 Hz und ist stabil ($GR = -23.6$). Eine

Tabelle 5.5: Vergleich der Eigenmoden ω_e und Wachstumsraten GR modifizierter Netzwerkmodelle NWM_{exp} der RMH-Heizung bei $P_{th} = 2 \text{ kW}$ und $\lambda = 1.75$.

Frischluftpfad		Abgastrakt		Auslassstutzen	Stabilität	
Länge	k_d -Wert	Länge	k_d -Wert	Reflexionsfaktor	ω_e [Hz]	GR
1 m	4.03	1 m	4.37	exp. Daten	47.5 Hz	75.4
1 m	4.03	1 m	4.37	$r = 0.8$	135.4 Hz	-23.6
1 m	2 · 4.03	1 m	2 · 4.37	exp. Daten	45.8 Hz	72.4
1 m	4 · 4.03	1 m	4 · 4.37	exp. Daten	42.5 Hz	66.9
1 m	4.03	0.8 m	4.37	exp. Daten	48.9 Hz	31.8
1 m	4.03	0.5 m	4.37	exp. Daten	51.4 Hz	-11.4
0.8 m	4.03	1 m	4.37	exp. Daten	49.7 Hz	33.7
0.5 m	4.03	1 m	4.37	exp. Daten	53.6 Hz	59.2

praktische Möglichkeit wäre hierfür, am realen Heizgerät im Bereich des Auslassstutzens einen Schalldämpfer anzubringen. Die Steigerung der Dämpfung der Wellrohre im Frischluft- und Abgaspfad verändert das Stabilitätsverhalten nicht wesentlich. Selbst bei einer Vervierfachung des k_d -Wertes treten nur geringfügig unterschiedliche Eigenmoden ω_e und Wachstumsraten GR im Vergleich zur Ausgangskonfiguration auf. Durch die Verkürzung des Frischluft- oder Abgaspfades auf 0.8 m verschiebt sich die dominante Eigenmode ω_e geringfügig hin zu höheren Frequenzen. Die Wachstumsrate GR hat in beiden Fällen zwar ein instabiles Verhalten, sinkt jedoch quantitativ um ca. 50%. Bei einer Verkürzung des Abgastrakts auf 0.5 m wird die dominante Eigenmode stabil ($GR = -11.4$). Der Grund hierfür ist das relative geometrische Verlagern der Flammenposition im Gesamtsystem. Durch die ineinander geführten Wellrohre (siehe Kapitel 5.1.2) der herkömmlichen RMH, sitzt die Flamme mittig im Gesamtsystem. Die treibende Quelle einer thermoakustischen Instabilität befindet sich damit direkt am Druckbauch, also am Maximum des dynamischen Drucks p' der dominanten Eigenmode. Eine Verlagerung der Flammenposition weg vom Druckbauch kann somit die gewünschte Stabilität bringen. Interessanterweise kann durch Verkürzung des Frischluftpfades auf 0.5 m keine thermoakustische Stabilität erzielt werden ($GR = 59.2$). Die

Begründung hierfür führt zurück zum Anfang dieser Arbeit. Im Falle eines verkürzten Frischluftpfades ist der Phasenverzug zwischen den Druck- und Wärmefreisetzungsschwankungen kleiner als 90° . Das Rayleigh Integral in Gleichung (2.1) wird positiv und akustische Energie wird erzeugt. Das System ist dann thermoakustisch instabil.

Aus den Untersuchungen des Stabilitätsverhaltens verschiedener modifizierter Netzwerkmodelle wird der Vorteil der Netzwerkmethod für einen Heizungsentwickler deutlich:

Eine passive Stabilitätsmaßnahme, welche am Modell erfolgreich ist, kann durch numerische oder experimentelle Untersuchungen weiter vertieft werden. Je genauer das vorab entwickelte Netzwerkmodell ist, desto weniger aufwändig bzw. notwendig sind nachfolgende Versuche und Berechnungen.

6 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Übertragbarkeit einer Methode zur Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten auf Heizungssysteme kleiner Leistung anhand eines Beispielsystems gezeigt. Diese Netzwerkmethod ermöglicht den Entwicklern solcher Heizungen bereits in der Designphase Maßnahmen zur thermoakustischen Stabilisierung zu ziehen. Sie basiert auf einer eindimensionalen Betrachtungsweise und Verknüpfung von akustischen Transfergleichungen und wurde bereits erfolgreich bei der Systemcharakterisierung von Gasturbinen und Raketenbrennkammern eingesetzt.

In der vorliegenden Arbeit wurde diese Methode am Beispiel eines typischen Heizungssystems aus dem Campingbereich angewendet. Die dem Berechnungscode zu Grunde liegenden analytischen Gleichungen zur Berechnung der akustischen Eigenschaften des Systems, sowie die theoretischen Grundlagen der OLG-Methode zur Bestimmung der stabilen und instabilen Eigenmoden, werden eingehend dargestellt. Die verwendete Methode erfordert die Erstellung eines akustischen Netzwerks. Dazu wird die Geometrie einer gegebenen Heizung über den Strömungsweg der Gase als quasi-eindimensional betrachtet. Sie wird in einzelne akustische Elemente unterteilt, deren Akustik durch eine Transfermatrix beschrieben ist.

Die Transfermatrizen werden in einem Netzwerkmodell als analytische Modelle oder durch experimentell ermittelte Daten ausgedrückt. Für diese Arbeit wurden die relevanten Heizungskomponenten, deren Transfermatrizen nicht durch Standardelemente beschrieben werden können mit der Multimikrofonmethode vermessen. Der Fokus lag dabei auf der Wärmequelle der Heizung - also der brennerstabilisierten laminaren Flachflamme. Da die herkömmliche Multimikrofonmethode bei Messungen von Flammen nicht angewendet werden kann, wurde eine neue Methode entwickelt die es unter den vorherrschenden diabaten Bedingungen ermöglicht, auch Flammentransfer-

matrizen mit akustischen Messungen zu bestimmen. Die Anwendbarkeit dieser Methode wurde mittels numerischer Berechnungen untersucht. Mit Hilfe von zusätzlichen optischen Messungen des Übertragungsverhaltens von brennertypischen Flammen konnte diese Methode validiert werden. Weitere untersuchte Komponenten des Heizungssystems sind der Ein- und Auslassstutzen, die Wellrohre des Frischluft- und Abgaspfades, der gesamte Brennerkopf sowie der Flammenhalter der brennerstabilisierten Flachflamme. Für die akustischen Transformationseigenschaften dieser Elemente wurden Modellierungsvorschläge ausgearbeitet. Der Vergleich der modellierten und gemessenen Werte zeigt die Anwendbarkeit dieser Modelle.

Das resultierende Netzwerkmodell des Gesamtsystems führt zu einem Gleichungssatz, mit dem die Akustik und das Stabilitätsverhalten des Systems vorhergesagt werden kann. Die Aussagegenauigkeit des Modells der Heizung wurde mit Hilfe von experimentell ermittelten Validierungsdaten geprüft. Dazu wurden Messungen am realen Heizgerät durchgeführt. Die Messdaten wurden mit den aus dem Analysemodell berechneten Werten verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass für beide Heizungen die Systemstabilität mit der verwendeten Methode qualitativ und auch zahlenmäßig mit einer hohen Genauigkeit prognostiziert werden kann. Das zeigt sich vor allem in den ermittelten dominanten Eigenfrequenzen und deren Stabilität. Die Genauigkeit hängt dabei stark von der Qualität des modellierten Netzwerks ab. Besonders die Auswahl der Transfermatrixmodelle der einzelnen Elemente erfordert beim Anwender eine gewisse Erfahrung. Häufig sind hier Experimente zur Messung der Transfermatrix hilfreich.

Die Methode der Netzwerkmodellierung ermöglicht den Heizungsbauern eine schnelle und kostengünstige Prognose der thermoakustischen Stabilität eines Heizungssystems. Die Anzahl aufwändiger und eventuell nicht zielführender Experimente an teuren Prototypen lässt sich so massiv verringern. Abschließend konnte in der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, dass durch einfache gezielte Veränderungen an den geometrischen Parametern des Analysemodells, der Einfluss passiver Stabilisierungsmaßnahmen auf die Systemcharakteristik mit geringem Aufwand untersucht werden kann.

Literaturverzeichnis

- [BD93] BOHN, D. ; DEUCKER, E.: An acoustical model to predict combustion driven oscillations. In: *20th International Congress on Combustion Engines* (1993)
- [BDL88] BLOXSIDGE, G.J. ; DOWLING, A.P. ; LANGHORNE, P.J.: Reheat buzz: An acoustically coupled combustion instability. Part 2. Theory. In: *Journal of Fluid Mechanics* 193 (1988), S. 445–473
- [BN03] BOIJ, S. ; NILSSON, B.: Reflection of sound at area expansions in a flow duct. In: *Journal of Sound and Vibration* 260 (2003), S. 477–498
- [Can02] CANDEL, S.: Combustion dynamics and control: Progress and challenges. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), S. 1–28
- [CC56] CROCCO, L. ; CHENG, S.I.: *Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors*. Butterworth Scientific Publications, 1956
- [Chu53] CHU, B.T.: On the generation of pressure waves at a plane flame front. In: *Symposium on Combustion* 4 (1953), S. 603–612
- [CM80] CLARKE, J.F. ; MCINTOSH, A.C.: The influence of a flame holder on a plane flame including its static stability. In: *Proceedings of the Royal Society A* 372, 367 (1980)
- [Cum77] CUMMINGS, A.: Ducts with axial temperature gradients: An approximate solution for sound transmission and generation. In: *Journal of Sound and Vibration* 51 (1977), S. 55–67

- [DDC00] DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: Theoretical and experimental determinations of the flame transfer function of a laminar premixed flame. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 28 (2000), S. 765–773
- [DFW83] DOWLING, A.P. ; FLOWCE-WILLIAMS, J.E.: *Sound and sources of sound*. Ellis Horwood, 1983
- [Dow95] DOWLING, A.P.: The calculation of thermoacoustic oscillations. In: *Journal of Sound and Vibration* 180 (1995), S. 557–581
- [Dow99a] DOWLING, A.P.: A Kinematic model of a ducted flame. In: *Journal of Fluid Mechanics* 394 (1999), S. 51–72
- [Dow99b] DOWLING, A.P.: Thermoacoustic instability. In: *6th International Congress on Sound and Vibration* (1999)
- [Eck04] ECKSTEIN, J.: *On the mechanisms of combustion driven low-frequency oscillations in aero-engines*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [FAGG96] FLEIFIL, A. ; ANNASWAMY, A.M. ; GHONEIM, Z.A. ; GHONIEM, A.F.: Response of a laminar premixed flame to flow oscillations: A kinematic model and thermoacoustic instability results. In: *Combustion and Flame* 106 (1996), S. 487–510
- [Fis04] FISCHER, A.: *Hybride, Thermoakustische Charakterisierung von Drallbrennern*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [FPRS01] FLOHR, P. ; PASCHEREIT, C. O. ; ROON, B. van ; SCHUERMANS, B.: Using CFD for time-delay modeling of premix flames. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2001* (2001)
- [GFEP03] GENTEMANN, A. ; FISCHER, A. ; EVESQUE, S. ; POLIFKE, W.: Acoustic transfer matrix reconstruction and analysis for ducts with sudden change of area. In: *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit* (2003)

- [GHK⁺04] GENTEMANN, A. ; HIRSCH, C. ; KUNZE, K. ; KIESEWETTER, F. ; SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: Validation of flame transfer function reconstruction for perfectly premixed swirl flames. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004* (2004)
- [Het06] HETTEL, M.: *Analytische und Numerische Untersuchungen der Dynamik von Vormischflammen sowie deren Interaktion mit Ringwirbelstrukturen*, Universität Fridericiana Karlsruhe, Diss., 2006
- [Hig02] HIGGINS, B.: On the sound produced by a current of hydrogen gas passing through a tube. In: *Journal of natural philosophy, chemistry and the arts* 1 (1802), S. 129–131
- [HO04] HARDALUPAS, Y. ; ORAIN, M.: Local measurements of the time-dependent heat release rate and equivalence ratio using chemiluminescent emission from a flame. In: *Combustion and Flame* (2004), Nr. 139, S. 188–207
- [KHH⁺99] KRÜGER, U. ; HÜREN, J. ; HOFFMANN, S. ; KREBS, W. ; FLOHR, P. ; BOHN, D.: Prediction of thermoacoustic instabilities with focus on the dynamic flame behaviour for the 3A-series gas turbine of Siemens KWU. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 1999* (1999)
- [KHS04] KUNZE, K. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: Transfer function measurements on a swirl stabilized premix burner in an annular combustion chamber. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004* (2004)
- [Kir68] KIRCHHOFF, G.: Über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gas auf die Schallbewegung. In: *Annalen der Physik* 134 (6) (1868), S. 177–193
- [KKS00] KARTHIK, B. ; KUMAR, B.M. ; SUJITH, R.I.: Exact solutions to one-dimensional acoustic fields with temperature gradient and mean flow. In: *Journal of Acoustical Society of America* 108(1) (2000), S. 38–43
- [Kor06] KORNILOV, V.N.: *Experimental research of acoustically perturbed bunsen flames*, Technische Universiteit Eindhoven, Diss., 2006

- [Lie03] LIEUWEN, T.C.: Modeling premixed combustion-acoustic wave interactions: A review. In: *Journal of Propulsion and Power* 19 (2003), Nr. 5, S. 765–781
- [LS48] LEVINE, H. ; SCHWINGER, J.: On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. In: *Physical Review* 73 (1948), S. 383–406
- [LS09] LAUER, M. ; SATTELMAYER, T.: On the adequacy of chemiluminescence as a measure of heat release in turbulent flames with mixture gradients. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2009* (2009)
- [McI86] MCINTOSH, A.C.: The effect of upstream acoustic forcing and feedback on the stability and resonance behaviour of anchored flames. In: *Combustion Science and Technology* 49 (1986), S. 143–167
- [McI87] MCINTOSH, A.C.: Combustion-acoustic interaction of a flat flame burner system enclosed within an open tube. In: *Combustion Science and Technology* 54 (1987), S. 217–236
- [McI90] MCINTOSH, A.C.: Short communication: On flame resonance in tubes. In: *Combustion Science and Technology* 69 (1990), S. 147–152
- [McI91] MCINTOSH, A.C.: Pressure disturbances of different lengthscales interacting with conventional flames. In: *Combustion Science and Technology* 75 (1991), S. 287–309
- [McI96] MCINTOSH, A.C.: A model of heat transfer in rijke tube burners. In: *Combustion Science and Technology* 113-114 (1996), S. 273–289
- [MD90] MUNJAL, M.L. ; DOIGE, A.G.: Theory of a two source-location method for direct experimental evaluation of the four-pole parameters of an aeroacoustic element. In: *Journal of Sound and Vibration* (1990), Nr. vol. 141
- [Mer56] MERK, H.J.: An analysis of unstable combustion of premixed gases. In: *Journal of Applied Sciences Research* 6 (1956), S. 500–511
- [MI68] MORSE, P.M. ; INGARD, K.U.: *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, 1968

- [Mun87] MUNJAL, M.L.: *Acoustics of ducts and mufflers*. John Wiley & Sons, 1987
- [NHS09] NEUNERT, U. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: A novel approach to determine the acoustic transfer matrices of laminar flat flames. In: *Proceedings of the European Combustion Meeting* (2009)
- [PC88] POINSOT, T. ; CANDEL, S.M.: A nonlinear model for ducted flame combustion instabilities. In: *Combustion Science and Technology* 61 (1988), S. 121–153
- [PD53] PUTNAM, A.A. ; DENNIS, W.R.: A study of burner oscillations of the organ-pipe type. In: *Translation of the ASME* 75 (1953), Nr. 1, S. 15–28
- [Pea88] PEAT, K.S.: The transfer matrix of a uniform duct with linear temperature gradient. In: *Journal of Sound and Vibration* 123 (1988), S. 43–53
- [Pea98] PEAT, K.S.: The acoustical impedance at discontinuities of ducts in the presence of a mean flow. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 127, No. 1 (1998), S. 123–132
- [PFHS03] PANKIEWITZ, C. ; FISCHER, A. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: Computation of transfer matrices for gas turbine combustors including acoustics/flame interaction. In: *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit* (2003)
- [PHRW93] PETERS, M.C.A.M. ; HIRSCHBERG, A. ; REIJNEN, A.J. ; WIJNANDS, A.P.J.: Damping and reflection coefficient measurements. In: *Journal of Fluid Mechanics* 256 (1993), S. 499–534
- [PN98] PAUL, P.H. ; NJAM, H.N.: Planar laser-induced fluorescence imaging of flame heat release rate. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 27 (1998), S. 43–50
- [Pol04] POLIFKE, W.: Combustion instabilities. In: *Advances in Aeroacoustics and Applications* (2004)

- [PP98] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O.: Determination of thermoacoustic transfer matrices by experiment and computational fluid dynamics. In: *ERCOFTAC Bulletin* (1998), Nr. 38
- [PSPM02] PASCHEREIT, C.O. ; SCHUERMANS, B. ; POLIFKE, W. ; MATTSON, O.: Measurement of transfer matrices and source terms of premixed flames. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 124 (2002), S. 239–247
- [RA77] RONNEBERGER, D. ; AHRENS, C.: Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent boundary-layer flow: an experimental investigation. In: *Journal of Fluid Mechanics* 83 (1977), S. 433–464
- [Ray26] RAYLEIGH, Lord: *The theory of sound, Volume I & II*. Second Edition Revised and Enlarged. Macmillan and Co., Limited, 1926
- [RG03] ROOK, R. ; GOEY, L.P.H. d.: The acoustic response of burner-stabilized flat flames: A two-dimensional numerical analysis. In: *Combustion and Flame* 133 (2003), S. 119–132
- [RGS⁺02] ROOK, R. ; GOEY, L.P.H. de ; SOMERS, L.M.T. ; SCHREEL, K.R.A.M. ; PARCHEN, R.: Response of burner-stabilized flat flames to acoustic perturbations. In: *Combustion Theory and Modelling* 6 (2002), S. 223–242
- [Rij59] RIJKE, P.L.: Notiz über eine neue Art, die in einer an beiden Enden offenen Röhre enthaltene Luft in Schwingungen zu versetzen. In: *Annalen der Physik* 183 (1859), S. 339–343
- [Roo01] ROOK, R.: *Acoustics in burner-stabilised flames*, Technische Universiteit Eindhoven, Diss., 2001
- [Sch03] SCHUERMANS, B.: *Modelling and control of thermoacoustic instabilities*, Ecole Polytechnique Federale De Lausanne, Diss., 2003
- [SDC03] SCHULLER, T. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: A unified model for the prediction of laminar flame transfer functions: comparisons bet-

- ween conical and V-flame dynamics. In: *Combustion and Flame* 134 (2003), S. 21–34
- [SDDC02] SCHULLER, T. ; DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: Modelling tools for the prediction of premixed flame transfer functions. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), S. 107–113
- [Son50] SONDHAUSS, C.: Über die Schallschwingungen der Luft in erhitzten Glasröhren und in gedeckten Pfeifen von ungleicher Weite. In: *Annalen der Physik* 155 (1850), S. 1–34
- [SP03a] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: Assessments of methods for the computation of the linear stability of combustors. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), S. 453 – 476
- [SP03b] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: A novel method for the computation of the linear stability of combustors. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), Nr. 3, S. 477 – 497
- [SPP99] SCHUERMANS, B.B.H. ; POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O.: Modeling transfer matrices of premixed flames and comparison with experimental results. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 1999* (1999)
- [SRG02] SCHREEL, K.R.A.M. ; ROOK, R. ; GOEY, L.P.H. de: The acoustic response of burner-stabilized premixed flat flames. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), S. 115–122
- [STG05] SCHREEL, K.R.A.M. ; TILLAART, E.L. van d. ; GOEY, L.P.H. de: The influence of burner material properties on the acoustical transfer function of radiant surface burners. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 30 (2005), S. 1741–1748
- [Suj01] SUJITH, R.I.: Exact solutions for modeling sound propagation through a combustion zone. In: *Journal of Acoustical Society of America* 110 (2001), Nr. 4, S. 1839–1844
- [SV77] SCHIMMER, H. ; VORTMEYER, D.: Acoustical oscillation in a combustion system with a flat flame. In: *Combustion and Flame* 28 (1977), S. 17 – 24

- [SWZ95] SUJITH, R.I. ; WALDHERR, G.A. ; ZINN, B.T.: An exact solution for one-dimensional acoustic fields in ducts with an axial temperature gradient. In: *Journal of Sound and Vibration* 184 (1995), Nr. 3, S. 389–402
- [Tij75] TIJDEMAN, H.: On the propagation of sound in cylindrical tubes. In: *Journal of Sound and Vibration* 39 (1975), S. 1–33
- [TP05] TRUFFIN, K. ; POINSOT, T.: Comparison and extension of methods for acoustic identification of burners. In: *Combustion and Flame* 142 (2005), S. 388–400
- [Ver97] VERHAAR, B.: On thermo-acoustic stability analysis of gas turbines. In: *Diplomarbeit, Technische Universiteit Eindhoven* (1997)

A Wärmebilanz im Flammrohr

Für die akustische Vermessung von Flammentransfermatrizen FTM mit der diskreten Auswertung der Multimikrofonmethode gemäß Kapitel 3.2.4.2 ist die Kenntnis des Temperaturprofils im Messrohr stromab der Flamme notwendig. Bei den in dieser Arbeit untersuchten Flammen handelt es sich um laminare vorgemischte Flachflammen. Der radiale Temperaturverlauf $T(r)$ über dem Rohrquerschnitt $R^2 \pi$ entspricht bei einer ausgebildeten Rohrströmung einem Hagen-Poiseuille'schen Profil nach Gleichung (A.1) (siehe Kapitel 4.1.1).

$$T(r) = T_w + (T_0 - T_w) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \quad (\text{A.1})$$

Hierin ist T_0 die maximale Temperatur bei $r = 0$ und T_w die Wandtemperatur am Ort $r = R$. In Kapitel 4.1.1 ist mit Simulationsdaten aus FEM-Rechnungen gezeigt, dass für die Berechnung der Systemakustik eine über den Rohrquerschnitt gemittelte Temperatur angenommen werden kann. Dadurch ergibt sich im Messrohr stromab der Flamme ein quasi-eindimensionales Temperaturprofil. Dieses lässt sich mit Hilfe von Wärmebilanzen berechnen.

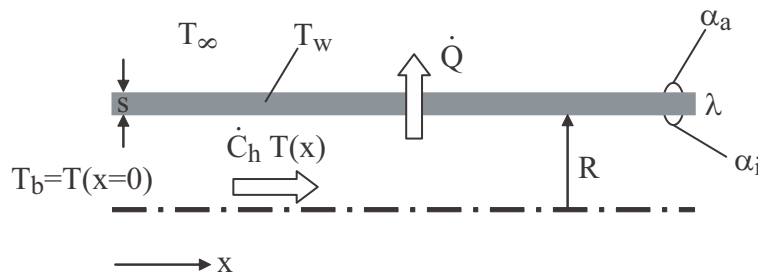


Abbildung A.1: Wärmebilanz im Messrohr stromab der Flamme.

Abb. A.1 zeigt schematisch die Wärmebilanz stromab der Flamme. Es handelt

sich dabei um einen stationär betriebenen Wärmeübertrager mit der wärmeübertragenden Fläche A_{wt} ,

$$A_{wt} = 2 R \pi \cdot (x - x_0) \quad (\text{A.2})$$

der konstanten Wärmedurchgangszahl k_{wt}

$$k_{wt} = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} \right)^{-1} \quad (\text{A.3})$$

sowie dem Wärmekapazitätsstrom \dot{C}_h :

$$\dot{C}_h = \dot{m}_h \cdot c_p \quad (\text{A.4})$$

In Gleichung (A.2), (A.3) und (A.4) ist R der Rohrradius, s die Rohrwanddicke, λ die spezifische Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl sowie \dot{m}_h der Massenstrom und c_p die isobare spezifische Wärmekapazität der heißen Abgase. Mit der Annahme einer konstanten Rohrwandtemperatur T_w berechnet sich der Wärmeübergangskoeffizient an der Rohrrinnenwand α_i nach Gleichung (A.5).

$$\alpha_i = \frac{Nu \cdot \lambda}{2 R} \quad (\text{A.5})$$

Dabei ist zu beachten, dass die spezifische Wärmeleitfähigkeit λ temperaturabhängig ist. Sie berechnet sich mit einer Bezugstemperatur T_{bez} nach Gleichung (A.6).

$$\lambda(x) = \lambda_{bez} \left(\frac{T(x)}{T_{bez}} \right)^{0.7} \quad (\text{A.6})$$

Die Nusseltzahl Nu hat für den gegebenen Fall bei einer hydrodynamisch und thermisch ausgebildeten laminaren Rohrströmung den Wert $Nu = 3.66$. Bei Annahme einer konstanten Rohrwandtemperatur reduziert sich die ver-

einfachte Wärmebilanz zur Differenzialgleichung (A.7) der Abgastemperatur $T(x)$.

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} = -\frac{\alpha_i \cdot 2R\pi}{\dot{C}_h} \cdot (T(x) - T_w) \quad (\text{A.7})$$

Mit der dimensionslosen Wärmeübertragungsfähigkeit NTU nach Gleichung (A.8)

$$NTU = \frac{\alpha_i \cdot A_{wt}}{\dot{C}_h} \quad (\text{A.8})$$

ergibt die Lösung von Gleichung (A.7) den axialen Temperaturverlauf der heißen Abgase $T(x)$:

$$T(x) = T_w + (T_b - T_w) \cdot e^{-NTU} \quad (\text{A.9})$$

Hierin ist T_b die maximale Temperatur der heißen Abgase am Ort $x = 0$.

B Wärmebilanz am Flammenhalter

Im Folgenden wird die Berechnung der relevanten Temperaturen für den in Gleichung (2.68) modellierten Transfermatrixterm TM_{22} erläutert. Dieser entspricht der Übertragungsfunktion der Geschwindigkeitsfluktuationen u' über die Flamme. Zur Übersicht ist hier der Zusammenhang zwischen den Temperaturen und TM_{22} dargestellt (siehe auch Kapitel (2.3.5.2)):

$$TM_{22} = 1 + \frac{T_b - T_u}{T_u} A(\hat{\omega}) + \frac{T_{ad} - T_u}{T_u} \cdot e^{-\Psi} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4\hat{\omega}}\right) \frac{1 - A(\hat{\omega})}{\hat{\omega}} \quad (\text{B.1})$$

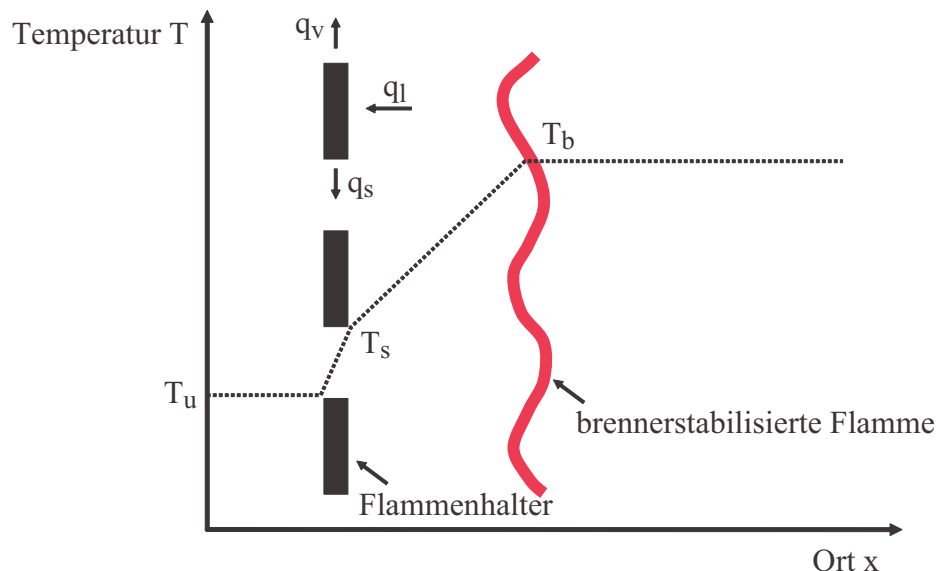


Abbildung B.1: Schematischer eindimensionaler Temperaturverlauf eines Mediums über eine auf einem Flammenhalter stabilisierten Flachflamme.

Das Schema in Abb. B.1 beschreibt den eindimensionalen Temperaturverlauf über den Bereich des Flammenhalters und der Flamme. Die Temperatur T_u des einströmenden unverbrannten Propan-Luft-Gemischs beträgt bei

den Versuchen mit der Multimikrofonmethode stets 293.15 K . In der Systemcharakterisierung am realen RMH-Heizgerät wird T_u gemessen. Durch die Vorwärmung der Frischluft ist sie geringfügig höher als die Raumtemperatur. Abb. 5.33 zeigt die für das Netzwerkmodell verwendeten Temperaturen.

Die Temperatur T_b entspricht der adiabaten Verbrennungstemperatur T_{ad} abzüglich Verlusten, die durch den Wärmestrom q_l an den Flammenhalter abgegeben werden (siehe Abb. B.1). In Gleichung (B.2) ist die Enthalpiebilanz dargestellt.

$$\dot{H}_{ein} - \dot{H}_{aus} + q_s - q_l = 0 \quad (\text{B.2})$$

Die ein- und ausgehenden Enthalpieströme \dot{H}_{ein} und \dot{H}_{aus} lassen sich mit der Bezugstemperatur $T_0 = T_u$ wie folgt berechnen:

$$\dot{H}_{ein} = \dot{m} \frac{H_u}{1 + \lambda \cdot l_{min}} + \dot{m} \cdot c_p [T_u] \cdot (T_u - T_0) \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{H}_{aus} = \dot{m} \cdot c_p [T_b] \cdot (T_b - T_0) \quad (\text{B.4})$$

In Gleichung (B.3) und Gleichung (B.4) ist \dot{m} der totale Massenstrom, $H_u = 46000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ der untere Heizwert von Propan, λ die Luftzahl, $c_p [T_u]$ bzw. $c_p [T_b]$ die isobare Wärmekapazität bei der entsprechenden Temperatur sowie l_{min} der minimale Luftbedarf für die Propanverbrennung nach Gleichung (B.5).

$$l_{min} = 5 \cdot \left(1 + \frac{79}{21} \right) \frac{M_{luft}}{M_{prop}} \quad (\text{B.5})$$

Hierin wiederum sind M_{luft} und M_{prop} die molaren Massen von Luft und Propangas.

Die von der Reaktionszone an den Flammenhalter abgegebene Wärme q_l setzt sich zusammen aus der Verlustwärme q_v an die Umgebung sowie q_s , welche das einströmende Gemisch am Flammenhalter erwärmt. Letztere ist nur bei keramischen oder besonders dicken Flammenhaltern relevant. Bei typischen Lochbrillen beträgt die Temperatur des unverbrannten Gasgemischs

aufgrund der zu vernachlässigenden Wärmeübertragung vom Flammenhalter den Wert von T_u . Für das Schema in Abb. B.1 bedeutet dies, dass $T_s = T_u$ gilt.

$$q_l = q_s + q_v = q_s + q_{rad} + q_\lambda \quad (\text{B.6})$$

Die Umgebungsverluste q_v vom Flammenhalter erfolgen durch Strahlungsverluste q_{rad} und Wärmeleitung q_λ . Dabei berechnen sich die Strahlungsverluste mit dem stoffspezifischen Emissionskoeffizienten ϵ und der Stefan-Boltzmann'schen Strahlungskonstante $\sigma_s = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ über Gleichung (B.7).

$$q_{rad} = 2 A_s \cdot \epsilon \sigma_s (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (\text{B.7})$$

Hierin ist $2 \cdot A_s$ die doppelte Oberfläche des Flammenhalters und T_s dessen Temperatur. Diese wird gemessen. Die Umgebungstemperatur beträgt bei allen Versuchen $T_\infty = 293.15 K$.

Die Verluste durch Wärmeleitung werden mit Gleichung (B.8) berechnet.

$$q_\lambda = \lambda \cdot \frac{A_w}{l_w} (T_s - T_w) \quad (\text{B.8})$$

λ ist die temperaturabhängige spezifische Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl.

T_w ist die gemessene Außenwandtemperatur am Flammenhalter und A_w dessen Mantelfläche. Die mittlere Weglänge l_w entspricht dem halben hydraulischen Durchmesser des Flammenhalters.

Damit lässt sich die Temperatur der heißen Abgase T_b mit Gleichung (B.9) bestimmen.

$$T_b = T_u + \frac{H_u}{c_p (1 + \lambda \cdot l_{min})} - \frac{q_{rad}}{\dot{m} c_p} - \frac{q_\lambda}{\dot{m} c_p} \quad (\text{B.9})$$

Handelt es sich beim Flammenhalter um ein keramisches Lochblech oder eine besonders dicke Lochbrille so spielt der Wärmeübergang q_s vom heißen

Flammenhalter an das unverbrannte Gasmisch eine Rolle. Idealerweise erwärmt sich die Gemischtemperatur auf die Temperatur des Flammenhalters T_s . Der Transfermatrixterm TM_{22} - also die Übertragungsfunktion der Geschwindigkeitsfluktuationen - berechnet sich dann gemäß Gleichung (B.10).

$$TM_{22} = \frac{T_s}{T_u} + \frac{T_b - T_s}{T_u} A(\hat{\omega}_s) + \frac{T_{ad} - T_u}{T_u} \cdot e^{-\Psi_s} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4\hat{\omega}_s} \right) \frac{1 - A(\hat{\omega}_s)}{\hat{\omega}_s} \quad (\text{B.10})$$

Die Temperatur T_s des durch den Flammenhalter vorgewärmten Gemischs lässt sich mit Gleichung (B.11) berechnen.

$$T_s = T_u + \frac{q_s}{\dot{m} c_p} \quad (\text{B.11})$$

Die durch den Flammenhalter abgegebene Wärme q_s berechnet sich dabei mit:

$$q_s = \alpha \cdot A_l (T_s - T_u) \quad (\text{B.12})$$

Hierin ist A_l die Mantelfläche eines Flammenhalterlochs. Der Wärmübergangskoeffizient α berechnet sich mit Gleichung (B.13).

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_G}{d_{h,l}} \quad (\text{B.13})$$

Die Wärmeleitfähigkeit λ_G bezieht sich auf das unverbrannte Gemisch. $d_{h,l}$ ist der hydraulische Durchmesser eines Lochs. Die Nusseltzahl Nu ergibt sich aus der Korrelation in Gleichung (B.14).

$$Nu = 0.664 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \sqrt{Re \frac{d_{h,l}}{s_s}} \quad (\text{B.14})$$

Hierin ist Pr die Prandtlzahl und s_s die Dicke des Flammenhalters. Die

Reynoldszahl Re ergibt sich aus der mittleren Gemischgeschwindigkeit in einem Loch \bar{u}_l und der kinematischen Viskosität des Gemischs ν_G .

$$Re = \frac{d_{h,l} \cdot \bar{u}_l}{\nu_G} \quad (\text{B.15})$$

C Netzwerkmodelle des RMH-Systems

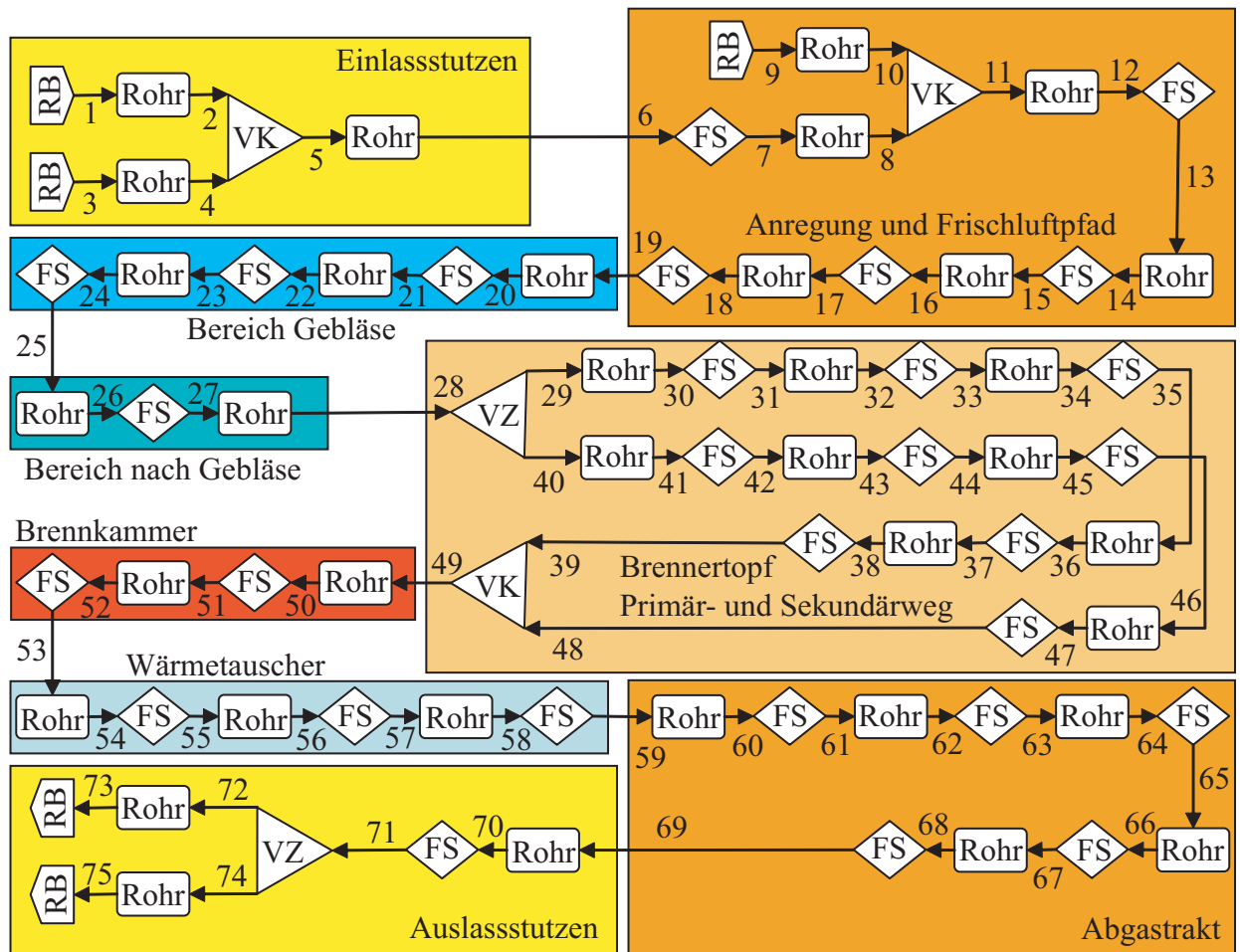


Abbildung C.1: Schema des Netzwerkmodells des Heizungsgeräts RMH mit Fremdanregung unterteilt in die einzelnen Bereiche. System ohne Verbrennung.

Für die Netzwerkmodellierung des RMH-Systems wird der Strömungsweg der Heizung in einfache akustische Standardelemente gegliedert. Bei einer fremdangeregten Heizung ohne Verbrennung sind die Temperatur- und Stoffdaten bei Umgebungstemperatur $T_{\infty} = 293.15\text{ K}$ anzunehmen. Bei einer mit Verbrennung betriebenen Heizung ist das quasi-eindimensionale Temperatur-

profil zu kennen. Bei den Untersuchungen wurden deshalb Temperaturmessungen durchgeführt (siehe Abb. 5.33). Die genauen Modellierungsparameter aller Elemente sind im Folgenden aufgelistet.

In Abb. C.1 ist das aus Kapitel 5.2 resultierende Netzwerk des Systems schematisch dargestellt. Hierin stehen die Bezeichnungen *Rohr* für ein Rohr mit thermo-viskoser Wandreibung nach Kapitel 2.3.2, *FS* (Flächensprung) für ein kompaktes Element mit akustischen Verlusten nach Kapitel 2.3.3 oder ein verlustfreien Temperatursprung nach Kapitel 2.3.4, *RB* für eine akustische Randbedingung nach Kapitel 2.3.1 sowie *VZ* bzw. *VK* für eine einfache verlustfreie akustische Verzweigung bzw. Verknüpfung.

C.1 Einlassstutzen

Der Einlass- oder Ansaugstutzen saugt die für die Verbrennung benötigte Luft mit Umgebungstemperatur T_∞ an. Im untersuchten Fall beträgt diese $T_\infty = 293.15\text{ K}$. Tabelle C.1 zeigt dessen geometrische sowie elementspezifische Modellierungsparameter. Diese sind für die Modellierung einer kalten Untersuchung (ohne Verbrennung) der Heizung sowie für das mit Verbrennung betriebene System gleich.

Tabelle C.1: Netzwerk des Einlassstutzens der RMH mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter	d_h in [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Eingangsb	1			$r = -1$	8.9		
Rohr	1	2		$l = 26\text{ mm}$	8.9	8.9	
Eingangsb	3			$r = 1$	13.4		
Rohr	3	4		$l = 10\text{ mm}$	13.4	13.4	
Verknüpfung	2	4	5	$A_i = 8.8\text{ cm}^2$ $A_j = 13\text{ cm}^2$ $A_k = 21\text{ cm}^2$	8.9	13.4	20.5
Rohr	5	6		$l = 60\text{ mm}$	20.5	20.5	

Da für den Reflexionsfaktor des gesamten Einlassstutzens Messdaten zur Ver-

fügung stehen, kann im Netzwerkmodell dieser Bereich durch experimentelle Daten ersetzt werden (Kapitel 5.1.1).

C.2 Frischluftpfad mit Anregung

Tabelle C.2: Netzwerk des Frischluftpfades und der Lautsprecheranregung der RMH mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter			d_h in [mm]		
	i	j	k				i	j	k
Temp.-Spr.	6	7		T_∞	T_j		20.5	20.5	
ged. Rohr	7	8		$l = 130 \text{ mm}$	$k_d = 3.75$		20.5	20.5	
AnregungsRB	9			r_{exp}			50		
ged. Rohr	9	10		$l = 353 \text{ mm}$	$k_d = 4.1$		50	50	
Verknüpfung	8	10	11	$A_i = 21 \text{ cm}^2$	$A_j = 20 \text{ cm}^2$	$A_k = 21 \text{ cm}^2$	20.5	50	20.5
ged. Rohr	11	12		$l = 105 \text{ mm}$	$k_d = 3.75$		20.5	20.5	
Flächenspr.	12	13		$A_i = 21 \text{ cm}^2$	$A_j = 18 \text{ cm}^2$		20.5	19	
Rohr	13	14		$l = 30 \text{ mm}$			19	19	
Messstelle	14	15		$A_i = 18 \text{ cm}^2$	$A_j = 18 \text{ cm}^2$		19	19	
Rohr	15	16		$l = 30 \text{ mm}$			19	19	
Flächenspr.	16	17		$A_i = 18 \text{ cm}^2$	$A_j = 21 \text{ cm}^2$		19	20.5	
ged. Rohr	17	18		l_1	$k_d = 3.75$		20.5	20.5	
Flächenspr.	18	19		$A_i = 21 \text{ cm}^2$	$A_j = 20 \text{ cm}^2$		20.5	21	

Der Frischluftpfad entspricht dem Bereich ab dem Einlassstutzen bis zum Gebläse. Es handelt sich hierbei zum größten Teil um den äußeren Bereich der ineinander liegenden Wellrohre. Hierfür wird das Modell der Rohre mit thermo-viskoser Dämpfung nach Kapitel 2.3.2 mit einem Rauigkeitswert $k_d > 1$ aus Experimenten (siehe Kapitel 5.1.2) verwendet. Bei den Versuchen zur Systemcharakterisierung ist in diesem Bereich die Anregung mittels eines Lautsprechers angebracht. Die Riemann Invarianten an der Randposition

sind gemessen und werden im Netzwerkmodell als Datensatz der Anregungsrandbedingung eingelesen. Durch den Wärmeübergang vom heißen Abgas, stellt sich für eine Heizung im Betrieb entlang des Frischluftpfades ein axiales Temperaturprofil ein. In Tabelle C.2 sind die entsprechenden Modellierungsparameter dargestellt.

Für den Vergleich zwischen den mit dem Netzwerkmodell berechneten Daten mit den gemessenen Validierungsdaten wird im Bereich des Frischluftpfades auch der Messadapter und die Messstelle modelliert. In Tabelle C.2 sind das die Elemente zwischen den Knoten 12 und 17. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Längen des Frischgaspfades untersucht. Für das Netzwerkmodell bedeutet dies, dass die Länge des gedämpften Wellrohres zwischen den Knoten 17 und 18 für den Fall eines kurzen Pfades $l_1 = 205 \text{ mm}$ und für den Fall eines langen Pfades $l_1 = 645 \text{ mm}$ beträgt.

C.3 Gebläsebereich

Tabelle C.3: Netzwerk des Bereichs vor und nach dem Gebläse mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter	d_h in [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	19	20		$l = 45 \text{ mm}$	21	21	
Flächenspr.	20	21		$A_i = 20 \text{ cm}^2$ $A_j = 20 \text{ cm}^2$	21	43	
Rohr	21	22		$l = 30 \text{ mm}$	43	43	
l-Zeta	22	23		$A_i = 20 \text{ cm}^2$ $A_j = 10 \text{ cm}^2$ $l_{eff} = 33 \text{ mm}$	43	35.5	
Rohr	23	24		$l = 34 \text{ mm}$	19	19	
Flächenspr.	24	25		$A_i = 10 \text{ cm}^2$ $A_j = 78 \text{ cm}^2$	35.5	100	
Rohr	25	26		$l = 50 \text{ mm}$	100	100	
Messstelle	26	27		$A_i = 78 \text{ cm}^2$ $A_j = 9.7 \text{ cm}^2$	100	31	
Rohr	27	28		$l = 34 \text{ mm}$	31	31	

Die Bereiche vor und nach dem Gebläse verbinden den Frischluftpfad mit

dem Brennertopf. Das Gebläse selbst dient zur Frischluftansaugung und befindet sich zwischen Knoten 22 und 23. Sein akustisches Übertragungsverhalten wird als verlustbehaftetes kompaktes Element mit einer effektiven Trägheitslänge l_{eff} und ohne Verlustbeiwert $\zeta = 0$ nach Gleichung (2.41) berechnet. Die Modellparameter dieses Bereichs sind in Tabelle C.3 aufgelistet.

C.4 Brennertopf und Flamme

Der Brennertopf besteht aus dem Primär- und Sekundärweg und ist in Kapitel 5.14 beschrieben. Tabelle C.4 zeigt die Modellierungsparameter im Netzwerk.

Ist die Heizung mit Verbrennung zu modellieren, so wird am Knoten 39 eine kompakte laminare Flachflamme nach Gleichung (2.68), (2.71) oder (5.6) in Gleichung (2.72) eingebaut. Für den gesamten Brennertopf mit oder ohne Verbrennung wurden im Rahmen dieser Arbeit experimentelle Daten gewonnen (Kapitel 5.14). Im Netzwerkmodell kann dieser gesamte Bereich durch die Messdaten der Transfermatrix ersetzt werden.

C.5 Brennkammer und Wärmetauscher

Durch die Brennkammer und den Wärmetauscher strömen die heißen Abgase aus der Verbrennung auf der Brennerbrille bis in den Abgastrakt. In Tabelle C.5 sind die Modellparameter dieser Bereiche für eine kalte Heizung dargestellt. Für die Modellierung des Systems mit Verbrennung ist darauf zu achten, dass sich in diesem Bereich ein radiales und axiales Temperaturprofil ausbildet. Das akustische Übertragungsverhalten ist durch eine Diskretisierung der Rohrelemente in Temperaturstufen gemäß Kapitel 2.3.4 zu berechnen. Je nach Diskretisierung müssen bei einer Betrachtung mit Verbrennung wesentlich mehr Elemente als in Abbildung C.1 berücksichtigt werden.

Tabelle C.4: Netzwerk des Brennertopfes mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter			d_h in [mm]		
	i	j	k				i	j	k
Verzweigung	28	29	40	$A_i = 9.7 \text{ cm}^2$	$A_j = 5 \text{ cm}^2$	$A_k = 3.6 \text{ cm}^2$	31	23	18
Rohr	29	30		$l = 88 \text{ mm}$			23	23	
Flächenspr.	30	31		$A_i = 5 \text{ cm}^2$	$A_j = 3.1 \text{ cm}^2$		23	20	
Rohr	31	32		$l = 62 \text{ mm}$			20	20	
Flächenspr.	32	33		$A_i = 3.1 \text{ cm}^2$	$A_j = 15 \text{ cm}^2$		20	44	
Rohr	33	34		$l = 5 \text{ mm}$			44	44	
l-Zeta	34	35		$A_{i,j} = 15 \text{ cm}^2$	$l_{eff} = 5 \text{ mm}$	$\zeta = 0$	44	44	
Rohr	35	36		$l = 25 \text{ mm}$			44	44	
Flächenspr.	36	37		$A_i = 15 \text{ cm}^2$	$A_j = 52 \text{ cm}^2$		44	81	
Rohr	37	38		$l = 2 \text{ mm}$			0.1	0.1	
l-Zeta	38	39		$A_{i,j} = 52 \text{ cm}^2$	$l_{eff} = 25 \text{ mm}$	$\zeta = 27$	81	81	
Rohr	40	41		$l = 20 \text{ mm}$			18	18	
Flächenspr.	41	42		$A_i = 3.6 \text{ cm}^2$	$A_j = 38 \text{ cm}^2$		18	48	
Rohr	42	43		$l = 50 \text{ mm}$			48	48	
Flächenspr.	43	44		$A_i = 38 \text{ cm}^2$	$A_j = 23 \text{ cm}^2$		48	22	
Rohr	44	45		$l = 10 \text{ mm}$			22	22	
l-Zeta	45	46		$A_{i,j} = 23 \text{ cm}^2$	$l_{eff} = 10 \text{ mm}$	$\zeta = 0$	22	22	
Rohr	46	47		$l = 14 \text{ mm}$			22	22	
l-Zeta	47	48		$A_{i,j} = 23 \text{ cm}^2$	$l_{eff} = 42 \text{ mm}$	$\zeta = 27$	22	22	
Verknüpfung	39	48	49	$A_i = 52 \text{ cm}^2$	$A_j = 23 \text{ cm}^2$	$A_k = 52 \text{ cm}^2$	81	22	81

Tabelle C.5: Netzwerk der Brennkammer und des Wärmetauschers mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter	d_h in [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	49	50		$l = 47 \text{ mm}$	81	81	
Messstelle	50	51		$A_i = 52 \text{ cm}^2$ $A_j = 52 \text{ cm}^2$	81	81	
Rohr	51	52		$l = 167 \text{ mm}$	81	81	
Flächenspr.	52	53		$A_i = 52 \text{ cm}^2$ $A_j = 97 \text{ cm}^2$	81	30	
Rohr	53	54		$l = 10 \text{ mm}$	30	30	
Messstelle	54	55		$A_i = 97 \text{ cm}^2$ $A_j = 97 \text{ cm}^2$	30	30	
Rohr	55	56		$l = 10 \text{ mm}$	30	30	
Flächenspr.	56	57		$A_i = 97 \text{ cm}^2$ $A_j = 44 \text{ cm}^2$	30	12	
Rohr	57	58		$l = 243 \text{ mm}$	12	12	
Messstelle	58	59		$A_i = 44 \text{ cm}^2$ $A_j = 50 \text{ cm}^2$	12	32	

C.6 Abgastrakt

Der Abgastrakt der Heizung ist ein Wellrohr, welches den Ausgang des Wärmetauschers mit dem Auslassstutzen verbindet. Wie schon in der Brennkammer und im Wärmetauscher stellt sich hier beim Betrieb der Heizung mit Verbrennung ein axiales und radiales Temperaturprofil ein, welches nach Kapitel 2.3.4 diskretisiert modelliert wird. Tabelle C.6 zeigt die Modellierungsparameter dieses Bereichs.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Längen des Abgastrakts untersucht. Im Netzwerkmodell beträgt die Länge des gedämpften Wellrohres zwischen den Knoten 63 und 64 für den Fall eines kurzen Pfades $l_2 = 165 \text{ mm}$ und für den Fall eines langen Pfades $l_2 = 605 \text{ mm}$.

Tabelle C.6: Netzwerk des Abgastrakts der RMH mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter	d_h in [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	59	60		$l = 27.5 \text{ mm}$	32	32	
Flächenspr.	60	61		$A_i = 50 \text{ cm}^2$ $A_j = 17 \text{ cm}^2$	32	46	
Rohr	61	62		$l = 142 \text{ mm}$	46	46	
Flächenspr.	62	63		$A_i = 17 \text{ cm}^2$ $A_j = 20 \text{ cm}^2$	46	50	
ged. Rohr	63	64		l_2 $k_d = 4.11$	50	50	
Flächenspr.	64	65		$A_i = 20 \text{ cm}^2$ $A_j = 18 \text{ cm}^2$	50	48	
Rohr	65	66		$l = 30 \text{ mm}$	48	48	
Messstelle	66	67		$A_i = 18 \text{ cm}^2$ $A_j = 18 \text{ cm}^2$	48	48	
Rohr	67	68		$l = 30 \text{ mm}$	48	48	
Flächenspr.	68	69		$A_i = 18 \text{ cm}^2$ $A_j = 20 \text{ cm}^2$	48	50	

C.7 Auslassstutzen

Stromab des Abgastrakts befindet sich der Auslassstutzen. Hier werden die abgekühlten Abgase an die Umgebung abgeführt. Auch für diesen Bereich wurden experimentelle Daten für den Reflexionsfaktor ermittelt (siehe Kapitel 5.1.1). Damit kann im Netzwerkmodell dieser Bereich durch Messdaten ersetzt werden. Die für das analytische Netzwerkmodell verwendeten Modellierungsparameter sind in Tabelle C.7 dargestellt.

Tabelle C.7: Netzwerk des Auslassstutzens der RMH mit Modellierungsparameter.

Element	Knoten			spez. Parameter	d_h in [mm]		
	i	j	k		i	j	k
ged. Rohr	69	70		$l = 295 \text{ mm}$ $k_d = 4.11$	50	50	
Flächenspr.	70	71		$A_i = 20 \text{ cm}^2$ $A_j = 16 \text{ cm}^2$	50	45	
Verzweigung	71	72	74	$A_i = 16 \text{ cm}^2$ $A_j = 16 \text{ cm}^2$ $A_k = 4.7 \text{ cm}^2$	45	45	19
Rohr	72	73		$l = 10 \text{ mm}$	45	45	
AusgangsRB	73			$r = 1$	45		
Rohr	74	75		$l = 27.5 \text{ mm}$	19	19	
AusgangsRB	75			$r = -1$	19		