Technische Universität München Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Digitale holographische Geschwindigkeitsmessung mittels Kreuzkorrelation und Partikelverfolgung (DHPIV)

Volodymyr Ilchenko

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Th. Sattelmayer

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. J. Heinzl (em.)

Die Dissertation wurde am 09.10.2007 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 05.12.2007 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Schwerpunktprogramms 1141 "Analyse, Modellbildung und Berechnung von Strömungsmischern mit und ohne chemische Reaktionen". Für die Finanzierung dieses Forschungsvorhabens sei der Deutschen Forschungsgemeinschaft herzlich gedankt.

Meinem verehrten Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Th. Sattelmayer, gilt mein besonderer Dank für sein stetes Interesse und für die gemeinsamen richtungweisenden Diskussionen sowie auch für die Freiheit bei der wissenschaftlichen Arbeit und die Übernahme des Hauptreferates. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. J. Heinzl (em.) möchte ich mich für die freundliche Übernahme des Korreferates und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung bedanken.

Allen Kolleginnen und Kollegen – insbesondere meinem Mentor während der Einarbeitungszeit am Lehrstuhl Reinhold Maurus und meinem Bürokollegen Fabian Weyermann – bin ich für die gute Zusammenarbeit, ihre Hilfsbereitschaft und für die stets angenehme Arbeitsatmosphäre am Lehrstuhl dankbar. Mein besonderer Dank geht hierbei an Herrn Dr.-Ing. C. Hirsch für seine nette Unterstützung und für die wertvollen Diskussionen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Weiterhin möchte ich allen Studenten und wissenschaftlichen Hilfskräften danken, welche mit ihrem engagierten Einsatz wertvolle Beiträge zu dieser Arbeit geleistet haben.

Ferner möchte ich mich herzlich beim Sekretariat und bei der elektrischen sowie der mechanischen Werkstatt für die tatkräftige Unterstützung bedanken.

Meiner Familie gilt mein besonderer Dank für den mir während meiner gesamten Ausbildung gegebenen Rückhalt.

Garching im Dezember 2007

Volodymyr Ilchenko

Inhaltsverzeichnis

1 Motivation und Ziel	1
2 Grundlagen	4
2.1 Interferenz	4
2.1.1 Wellenmodel und Superpositionsprinzip	6
2.1.2 Superposition zweier Wellen, die vom Ort abhängen	7
2.1.3 Superposition zweier Wellen, die vom Ort und von der Zeit abhängen	8
2.1.4 Nutzung der komplexen Zahlenebene	10
2.2 Beugung	12
2.3 Streuung	13
2.4 Holographie	15
2.4.1 Geschichte der Holographie	15
2.4.2 Grundprinzip der Holographie	17
2.4.2.1 Hologrammaufnahme	17
2.4.2.2 Hologrammrekonstruktion	19
2.4.3 Optischer Aufbau	21
2.4.3.1 "In-line" Aufbau	21
2.4.3.2 "Off-axis" Aufbau	22
2.5 Digitale Holographie	23
2.5.1 "In-line" und "off-axis" Aufbauten für DHPIV	23
2.5.2 Hologrammaufnahme mit digitalem Sensor	26
2.5.2.1 Ortsauflösung	26
2.5.2.2 Minimaler Abstand bei der Hologrammaufnahme	28
2.5.3 Numerische Rekonstruktion eines Hologramms	30
2.5.3.1 Direkte Auswertung des Fresnel-Huygens Integrals	34
2.5.3.2 Fresnel-Annäherung	36
2.5.3.3 Vergleich der Rekonstruktionsalgorithmen	
2.5.4 Praktische Implementierung der Rekonstruktionsalgorithmen	
2.5.5 Speckle-Rauschen	42
2.5.6 Beugungswelle nullter Ordnung	43
3 Digitale Holographische PIV (DHPIV)	46
3.1 Particle Image Velocimetry (PIV)	46

	3.2	Prinzip	p der DHPIV	47
	3.3	Stand	der Forschung	49
	3.4	Tiefen	detektion der Partikel	51
	3.4.	l Inte	nsitätsbasierte Technik	52
	3.4.2	2 Gra	dientenbasierte Technik	53
	3.4.3	3 Pha	senbasierte Technik	54
	3.5	Genau	igkeitstest	61
	3.6	Verwe	ndung der Phasencharakteristik eines Partikels	64
	3.7	Gesch	windigkeitsbestimmung	66
4	Exp	eriment	elle Infrastruktur	73
	4.1	Lichtq	uelle	73
	4.2	Optisc	he Komponenten	73
	4.3	Kamer	ras	74
	4.4	Partike	el	75
	4.5	Auswe	ertesoftware	76
5	Exp	eriment	e	80
	5.1	Bestin	nmung der Effizienz der Tiefendetektionstechniken	80
	5.1.	l "In-	line" Anordnung	80
	5.1.2	2 "Of	f-axis" Anordnung	82
	5.1.3	3 "In-	line" Anordnung mit "off-axis" Rekonstruktion	85
	5.2	Filteru	ng des Beugungslichts nullter Ordnung	86
	5.3	Validi	erungsmessungen	89
	5.3.	l Exp	erimente am Strömungskanal	89
	5.	3.1.1	Experimenteller Aufbau	90
		3.1.2	Experimente mit der digitalen Photokamera	92
	5.	3.1.3	Experimente mit der Hochgeschwindigkeitskamera	93
	5.3.2	2 Exp	erimente am Strömungsmischer mit zwei Einläufen	94
	5.3.3	B Exp	erimente am T-Strömungsmischer	97
6	Zusa	amment	fassung und Ausblick	101
7	Lite	Literaturverzeichnis		

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

A	Amplitude	[m]
С	Lichtgeschwindigkeit	[m/s]
d	Abstand vom Hologramm zur Rekonstruktionsebene	[mm]
d_p	Partikeldurchmesser	[µm]
d_{sp}	Speckle-Größe	[m]
D_h	Hydraulischer Durchmesser	[m]
D_{\min}	Minimaler zulässiger Abstand vom Hologramm zur	[mm]
	Rekonstruktionsebene	
F	Fresnelzahl	[-]
F_c	Kohärenzfläche	$[m^2]$
f	Frequenz	$[c^{-1}]$
$h_{_{obj}}$	Objektgröße	[mm]
h_{ccd}	Sensorgröße	[mm]
Ι	Intensität	[-]
k	Wellenzahl	$[m^{-1}]$
L	Tiefe des Messvolumens	[mm]
m_{ξ}	Pixelnummer in ξ -Richtung	[-]
m_{η}	Pixelnummer in η -Richtung	[-]
n	Brechungsindex	[-]
N_{ξ}	Pixelanzahl des Sensors	[-]
N_{η}	Pixelanzahl des Sensors	[-]
ΔN_{ξ}	Pixelgröße des Sensors	[µm]
ΔN_{η}	Pixelgröße des Sensors	[µm]
n_p	Partikelkonzentration	[Partikel/mm ³]
Р	Wahrscheinlichkeit	[-]
Ż	Volumenstrom	$[m^3/s]$
S	Schärfewert	[-]
Δs_c	Kohärenzlänge	[m]
t	Zeit	[s]
Δt_c	Kohärenzzeit	[s]
Т	Periode	[s]

u_0	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit	[m/s]
ΔV_c	Kohärenzvolumen	[m ³]
v	Wellengeschwindigkeit	[m/s]
x	Erste Ortskoordinate der Rekonstruktionsebene	[mm]
Δx	Pixelgröße in der rekonstruierten Ebene	[µm]
У	Zweite Ortskoordinate der Rekonstruktionsebene	[mm]
Δy	Pixelgröße in der rekonstruierten Ebene	[µm]
Ζ	Dritte Ortskoordinate	[mm]

Griechische Buchstaben

α	Füllfaktor des Sensors	[-]
λ	Wellenlänge	[m]
δ	Lichtwegdifferenz	[m]
ξ	Erste Ortskoordinate in der Hologrammebene	[m]
$\Delta \xi$	Pixelgröße in der Hologrammebene	[µm]
Ψ	Anfangsphase	[rad]
\mathcal{E}_0	Permittivität des Vakuums	[F/m]
φ	Phase	[rad]
η	Zweite Ortskoordinate in der Hologrammebene	[m]
$\Delta\eta$	Pixelgröße in der Hologrammebene	[µm]
μ	Dynamische Viskosität	[mPa·s]
$ heta_{ m max}$	Maximaler zulässiger Winkel zwischen der Objekt- und der Referenzwelle	[rad]
$ heta_{\min}$	Minimaler zulässiger Winkel zwischen der Objekt- und der Referenzwelle	[rad]
υ	Kinematische Viskosität	$[m^2/s]$
ω	Kreisfrequenz	$[s^{-1}]$

Indizes

ccd	Sensor
f	Fluid
obj	Objektwelle
р	Partikel
rec	Rekonstruktionswelle
ref	Referenzwelle

Dimensionslose Kennzahlen

 $Re = u_0 D_h / \upsilon$

Reynoldszahl-Zahl

[-]

1 Motivation und Ziel

Bei der Untersuchung von komplexen Strömungsphänomenen spielen die nicht invasiven¹ eine optischen Geschwindigkeitsmesstechniken besondere Rolle. Sie ermöglichen berührungslose Messungen von Geschwindigkeitsfeldern an optisch zugänglichen Messstrecken, bei denen der Einsatz von Sondenmesstechniken entweder unmöglich oder unerwünscht ist. Dafür wird die zu untersuchende Strömung mit Tracer-Partikeln versetzt und mit einer Lichtquelle belichtet. Das durch die Partikel gestreute oder von den Partikeln reflektierte Licht wird mit einem lichtempfindlichen Sensor detektiert. Aus dieser Information kann die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt werden. Als Lichtquellen werden Laser eingesetzt. Dafür sprechen mehrere Gründe. Hierzu zählt sowohl die hervorragende zeitliche und räumliche Kohärenz, die Polarisation des Lichts als auch die Möglichkeit der perfekten Fokussierung des Laserstrahles.

Solche Messtechniken oft Partikelkönnen auch zur Messung von oder Blasengeschwindigkeiten in Mehrphasenströmungen eingesetzt werden. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Messsystem ist auch zur Untersuchung solcher Fragenstellungen gut geeignet. Generell existieren mehrere optische Messmethoden, die eine zeitaufgelöste Erfassung der Strömungsfelder ermöglichen. Mit Hilfe der Particle Image Velocimetry (PIV) können zwei Komponenten des Strömungsvektors, zeitaufgelöst mit ca. 2kHz, in einer Ebene gemessen werden (2D-2C-Messung). Eine Erweiterung dieser Messtechnik – die Stereo-PIV – kann alle drei Geschwindigkeitskomponenten in einer Ebene darstellen (2D-3C-Messung). Die Laser Doppler Velocimetry (LDV) ermöglicht hochfrequente Geschwindigkeitsmessungen aller drei Komponenten an einem Punkt des zu untersuchenden Volumens (1D-3C-Messung). Zeitaufgelöste volumetrische Geschwindigkeitsmessungen von drei Strömungskomponenten können mit der 3D Particle Tracking Velocimetry (PTV) durchgeführt werden (3D-3C-Messung). Diese Messtechnik ist aber auf eine sehr geringe Konzentration der Tracer-Partikel beschränkt und stellt große Anforderungen an die Hardware, da das Messvolumen gleichzeitig von mehreren Richtungen aufgenommen werden muss. Daher bietet sich als Alternative für die volumetrische Geschwindigkeitsmessung von drei Geschwindigkeitskomponenten die Holographic Particle Image Velocimetry (HPIV) an, die auch Messungen bei höherer Partikeldichte zulässt. Allerdings ist sie in ihrer klassischen Form auf wenige Momentaufnahmen des Strömungsfeldes beschränkt, da als Speichermedium optisch empfindliche Holoplatten verwendet werden. Auch ist die Verwendung der Holoplatten mit der chemischen Bearbeitung

¹ Ohne mechanischen Kontakt mit der zu untersuchenden Strömung.

und der darauf folgenden aufwändigen optischen Rekonstruktion verbunden. Um diese Nachteile zu eliminieren, wurde auf der Basis der HPIV eine neue Messtechnik – die Digital Holographic Particle Image Velocimetry (DHPIV) – entwickelt, die auch zeitaufgelöste Messungen ermöglicht. Hier wird anstelle der Holoplatten ein digitaler Sensor verwendet. Somit entfällt der Schritt der chemischen Bearbeitung. Die Rekonstruktion der in Form eines Hologramms gespeicherten 3D Information wird nun rein numerisch durchgeführt. Der Schwachpunkt der DHPIV im Vergleich zur HPIV ist derzeit noch die Auflösung der digitalen Bildsensoren (bis 150Linien/mm), die über eine Ordnung geringer ist als die Auflösung der Holoplatten (6000Linien/mm). Dies beeinflusst die Genauigkeit der Partikeltiefenbestimmung und folglich die Genauigkeit der Messtechnik. Bei der zu erwartenden, weiter mit Moores Gesetz fortschreitenden Entwicklung digitaler Technologien, wird dieser Nachteil jedoch nur vorübergehend ein Problem sein – hat sich doch in den vergangenen 3 Jahren die lineare Auflösung von CMOS Chips verdreifacht. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Weiterentwicklung der Messtechnik durch die Verbesserung der Partikeltiefenbestimmung, die Untersuchung der Anwendbarkeit der Messtechnik nach heutigem Stand der Sensortechnologie verschiedenen Strömungsbereichen Validierung verschiedenen in und ihre an Strömungsgeometrien.

Vor diesem Hintergrund ergibt sich die generelle Ausrichtung dieser Arbeit. Einerseits sollen die mathematisch-physikalischen Zusammenhänge der digitalen holographischen PIV in skalierbare Software gefasst werden, so dass zukünftig eine der Datenmenge von größeren, bisher noch nicht verfügbaren Sensoren, funktionierende Methode zur Auswertung bereitsteht. Andererseits soll die vorliegende Arbeit durch die Analyse der diskreten Rekonstruktion, der Anforderungen an den optischen Aufbau und der Methodik der Geschwindigkeitsbestimmung die Einsicht in das Potential dieser Messtechnik vertiefen.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Nach der Einführung in die physikalischen Grundlagen der Welleninterferenz, der Lichtbeugung, der Lichtstreuung und der konventionellen sowie der digitalen Holographie wird das Funktionsprinzip der DHPIV, sowie der Stand der Forschung auf diesem Gebiet erörtert. Eine spezielle Problematik der DHPIV ist die Tiefendetektion der Partikel. Deswegen widmet sich der darauf folgende Abschnitt den existierenden sowie den in dieser Arbeit neu entwickelten Techniken zur Tiefendetektion. Diese Analyse fußt auf einem neu entwickelten Genauigkeitstest, welcher in diesem Zusammenhang eingeführt wird. Zur exakten Geschwindigkeitsberechnung bei der DHPIV ist eine Identifikation des Partikelversatzes essentiell. Da die Partikeldichten grundsätzlich geringer sein müssen als z.B. bei der planaren PIV, wurde eine neue Partikelverfolgungstechnik entwickelt, die die inhärenten Stärken der holographischen Methode nutzt. Diese neue phasenbasierte Partikelidentifikationstechnik wird vorgestellt, bevor die in dieser Arbeit eingesetzte Technik zur Berechnung der Geschwindigkeiten präsentiert wird. Einem Abschnitt über die für die Arbeit zur Verfügung stehende experimentelle Ausrüstung folgt die Beschreibung einiger Grundlagenexperimente zum Vergleich verschiedener optischer Aufbauten sowie Tiefendetektionstechniken, um schließlich anhand von Validierungsmessungen den erreichten Stand der Messtechnik zu dokumentieren.

2 Grundlagen

Die Interferenz und die Beugung des Lichts sind die grundlegenden Effekte der Holographie. Deswegen befasst sich das erste Unterkapitel dieses Abschnittes mit Interferenzmodellen zweier zeitunabhängiger sowie zeitabhängiger Wellen und anschließend mit der Verwendung der komplexen Zahlenebene – einem mächtigen Tool für die Berechnung der Interferenz mehrer Wellen. Mit der Beschreibung und Klassifizierung der Beugungsphänomene befasst sich das zweite Unterkapitel. Das darauf folgende Unterkapitel widmet sich der Lichtstreuung, die ein grundlegender Effekt der Partikelholographie ist. Die letzen zwei Unterkapitel erläutern die Grundlagen der konventionellen sowie der digitalen Holographie. Nach einem kurzen Exkurs in die Geschichte der Holographie werden die Prinzipien der holographischen Aufnahme und der Rekonstruktion erklärt, sowie die Geometrien des optischen Aufbaus dargestellt. In der digitalen Holographie werden Hologramme auf einem Bildsensor aufgenommen und numerisch rekonstruiert. Nach der Beschreibung der optischen Aufbauten für die digitale Partikelholographie werden Einschränkungen bei der Hologrammaufnahme mit einem Bildsensor diskutiert. Danach wird die numerische Rekonstruktion im Detail betrachtet und eine Einführung in die praktische Implementierung der Rekonstruktionsalgorithmen gegeben. Das Speckle-Rauschen ist ein inhärentes Problem der Holographie. Deshalb widmet sich das darauf folgende Unterkapitel dieser Problematik. Zum Schluss werden Probleme der Beugung nullter Ordnung in der digitalen Holographie erläutert.

2.1 Interferenz

Das einfachste Experiment zum Nachweis der Wellennatur des Lichts ist die Interferenz zwischen zwei sich überlagernden Lichtwellen. Dieses Phänomen wurde erstmals im Jahre 1801 vom englischen Wissenschaftler Thomas Young entdeckt und theoretisch begründet. Er teilte einen Sonnenstrahl in zwei gleiche Strahlen auf und ließ diese parallel zueinander im dunklen Labor auf zwei Lochblenden fallen. Unter bestimmten physikalischen Bedingungen dienen diese Blenden als Quellen der so genannten sekundären Wellen, die sich identisch in eine Richtung fortpflanzen. Im Bereich der Wellenüberlagerung konnte der Forscher ein regelmäßiges Muster von dunklen und hellen Streifen sehen. Wenn man als einfaches Beispiel diese zwei Wellen als Sinusoiden mit gleichen Parametern betrachtet, die sich in die gleiche Richtung bewegen, bilden sich die hellen Streifen an den Stellen, an denen die beiden Wellen miteinander in Phase sind. Die dunklen Streifen erklären sich dann durch gegenseitige Auslöschung der Wellen an den Stellen, an denen sie in Gegenphase sind.

Dieses Phänomen ist nicht bei allen Lichtquellen zu beobachten. Voraussetzung hierfür ist, dass die Lichtquellen kohärent sind. Dieser Anforderung entsprechen Laserlichtquellen. Kohärenz bedeutet den abgestimmten Verlauf der Schwingungs- oder Wellenprozesse im von einer Quelle ausgehenden Licht. Der Kohärenzgrad hat sowohl eine räumliche als auch eine zeitliche Charakteristik.

Die zeitliche Kohärenz ist direkt verbunden mit der Frequenzbandbreite der Schwingung. An einem festen Punkt im Raum ändert sich die Phase von annähernd monochromatischem Licht über viele Schwingungsperioden wie die einer idealen propagierenden (sinusförmigen) Lichtwelle. Nach einer bestimmten Zeit, der Kohärenzzeit, ändert sich jedoch die Phase gegenüber dieser gedachten idealen Welle. Als Kohärenzzeit wird die maximale Zeitspanne bezeichnet, während der sich die Phasendifferenz um höchstens 2π ändert. Sendet eine Lichtquelle Wellen mit den Frequenzen f im Frequenzintervall $f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$, dann beträgt die Phasendifferenz zwischen zwei Wellen mit den Frequenzen $f = f + \frac{\Delta f}{2}$ und $f = f - \frac{\Delta f}{2}$

Phasendifferenz zwischen zwei Wellen mit den Frequenzen $f_1 = f_0 + \frac{\Delta f}{2}$ und $f_2 = f_0 - \frac{\Delta f}{2}$

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi (f_1 - f_2)t = 2\pi\Delta ft \qquad (2.1)$$

Somit ist die Kohärenzzeit gegeben durch:

$$\Delta t_c = \frac{1}{\Delta f} \tag{2.2}$$

Der Weg, den das Licht während der Kohärenzzeit zurücklegt, wird als Kohärenzlänge bezeichnet:

$$\Delta s_c = c \cdot \Delta t_c \tag{2.3}$$

Die räumliche Kohärenz beschreibt die Phasenbeziehung zwischen zwei verschiedenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichts getrennten Raumbereichen und ist nicht mit der Kohärenzlänge identisch. Sie hängt nicht nur von der Beschaffenheit der Lichtquelle ab, sondern auch vom Abstand zur Lichtquelle: Je weiter von der Lichtquelle entfernt die räumliche Kohärenz gemessen wird, desto größer ist sie. Im Grenzfall einer unendlich weit entfernten Lichtquelle erscheint diese punktförmig. Die Wellen sind eben. Somit ist das Licht räumlich perfekt kohärent. Die Kohärenzfläche ist dabei die Fläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, auf der die Phasendifferenzen verschwinden. Das Produkt aus Kohärenzlänge und Kohärenzfläche heißt Kohärenzvolumen (2.4). Nur Innerhalb des Kohärenzvolumens können Interferenzstrukturen beobachtet werden.

$$\Delta V_c = F_c \cdot \Delta s_c \tag{2.4}$$

Die für die Experimente mit der DHPIV verwendete Strahlaufweitungsoptik hat auch den Zweck, ein ausreichend großes Kohärenzvolumen zu erzeugen, um das gesamte Messvolumen zu belichten.

2.1.1 Wellenmodel und Superpositionsprinzip

Das Superpositionsprinzip folgt aus Maxwell's Theorie und besagt, dass die Überlagerung von zwei Wellen mit derselben Wellenlänge λ wieder eine Welle mit Wellenlänge λ ergibt [Möl_76].

Für die mathematische Beschreibung wird das Licht als harmonische Wellen dargestellt. Diese Darstellung eignet sich besonders gut für die Beschreibung des Laserlichts. Der Einfachheit halber wird ein Modell verwendet, in dem das Licht als eine eindimensionale Oszillation dargestellt wird, die von der Zeit t und der Ortskoordinate x abhängig ist. Bei der Beschreibung des Lichts als Welle wird folgendes angenommen [Möl_76]:

- Licht wird dargestellt als harmonische Transversalwelle, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit c, Periode T, Frequenz f=1/T and Amplitude A fortpflanzt. Im Stoff ist die Geschwindigkeit c/n und die Wellenlänge ist λ/n, wobei n der Brechungsindex ist.
- 2. Die Intensität des Lichts ist proportional zum Quadrat der Wellenamplitude.
- 3. Eine Phasenverschiebung von π tritt bei der Reflektion an einem Medium mit höherem Brechungsindex oder an einer Metalloberfläche auf. Keine Phasenverschiebung erfolgt bei der Reflektion an einem Medium mit geringerem Brechungsindex.

2.1.2 Superposition zweier Wellen, die vom Ort abhängen

Seien y_1 und y_2 zwei harmonische Wellen mit Amplitude A, Wellenzahl k und relativer Verschiebung δ :

$$y_1(x) = A\cos(kx)$$
 und $y_2(x) = A\cos(kx-k\delta)$,

Die Wellenzahl k ist gegeben durch $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, wobei λ die Wellenlänge ist. Die Superposition von Wellen wird durch die Addition der Amplituden berechnet:

$$y(x) = y_1(x) + y_2(x) = A\cos(kx) + A\cos(kx - k\delta)$$
 (2.5)

Unter Verwendung einer entsprechenden Formel für die Addition zweier Kosinusfunktionen aus (2.5) ergibt sich:

$$y(x) = 2A\cos\left(k\frac{\delta}{2}\right)\cos\left(kx - k\frac{\delta}{2}\right)$$
(2.6)

Man erkennt, dass das Ergebnis wieder eine Kosinuswelle mit derselben Wellenlänge λ ist. Die Welle hat einen Amplitudenfaktor von $2A\cos\left(k\frac{\delta}{2}\right)$ und einen Phasenfaktor von $\cos\left(kx-k\frac{\delta}{2}\right)$ mit einer konstanten Phasenverschiebung von $k\frac{\delta}{2}$. Man bezeichnet δ als Lichtwegdifferenz und die resultierende Phasenverschiebung als Phasendifferenz zweier Wellen. Abhängig von der Lichtwegdifferenz δ kann die Amplitude im Bereich von 0 bis $\pm 2A$ liegen. Wenn die Amplitude 0 wird, spricht man von destruktiver Interferenz. Sie tritt nach Gleichung (2.6) immer dann auf, wenn:

$$\delta = \frac{\lambda}{2} \cdot (2n+1) \quad \text{für n} = 0, 1, 2... \tag{2.7}$$

Wenn der Amplitudenfaktor seinen maximalen Absolutwert von 2A erreicht, spricht man von konstruktiver Interferenz. Hier gilt dann:

$$\delta = \lambda \cdot n \quad \text{für n} = 0, 1, 2... \tag{2.8}$$

Im Gegensatz zur destruktiven Interferenz hängt die konstruktive Interferenz nicht nur von der Lichtwegdifferenz, sondern auch von der Koordinate x ab. Wie man aus Gleichung (2.6) erkennen kann, ergibt sich die maximale Amplitude nur, wenn der Phasenfaktor gleich 1 ist. Die Intensität ist, wie schon erwähnt, proportional zum Quadrat der Wellenamplitude und ist gegeben [Sch_05] durch:

$$I = \varepsilon_0 c y^2, \qquad (2.9)$$

wobei ε_0 die elektrostatische Grundkonstante ist. Interessiert man sich, wie in dieser Arbeit, überwiegend für die relative Intensitätsverteilung, so kann man die zwei multiplikativen Faktoren vernachlässigen und die Intensität einfach als $I = y^2$ berechnen.

Somit ist die Intensitätsverteilung bei der Superposition von zwei Kosinuswellen gegeben durch:

$$y(x)^{2} = 4A^{2}\cos^{2}\left(k\frac{\delta}{2}\right)\cos^{2}\left(kx - k\frac{\delta}{2}\right)$$
(2.10)

2.1.3 Superposition zweier Wellen, die vom Ort und von der Zeit abhängen

Sei y eine harmonische Welle (mit der Wellenzahl k), die sowohl vom Ort als auch von der Zeit abhängig ist:

$$y(x,t) = A\cos(kx - k\varphi(t))$$
(2.11)

Unter Beachtung, von $\varphi(t) = v \cdot t$ und $v = \lambda \cdot f$, wobei v die Wellengeschwindigkeit und f die Wellenfrequenz ist, lässt sich Gleichung (2.11) wie folgt umschreiben:

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$
(2.12)

wobei ω die Kreisfrequenz ist, die einer Frequenz der Welle $\omega = 2\pi f$ entspricht. Im Allgemeinen kann noch eine Anfangsphase ψ , entweder zur Raumkomponente oder zur Zeitkomponente der Gesamtphase, addiert werden:

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \psi)$$
(2.13)

Nun soll wiederum die Superposition von zwei zeitabhängigen Wellen $y_1(x_1,t)$ und $y_2(x_2,t)$ berechnet werden. Dafür geht man analog zu Gleichung (2.6) für die zeitunabhängigen Wellen vor, wobei die relative Phasenverschiebung $\delta = x_1 - x_2$ ist. Es folgt somit:

$$y(x_1,t) = y_1(x_1,t) + y_2(x_1 - \delta,t) = 2A\cos\left(k\frac{\delta}{2}\right) \cdot \cos\left(kx_1 - \omega t - k\frac{\delta}{2}\right)$$
(2.14)

Wie sich zeigt, sind der Amplitudenfaktor und die Phasenverschiebung auch hier zeitunabhängig. Auch die Bedingungen für destruktive und konstruktive Interferenz sind gleich jenen für die zeitunabhängigen Wellen. Bei der konstruktiven Interferenz variiert die Amplitude zwischen dem Wert -2A und +2A abhängig von der Zeit *t* und der Koordinate *x*. Bei der destruktiven Interferenz ist sie unabhängig von diesen zwei Parametern und ist gleich 0. Die Intensität von der Welle ist:

$$I = y(x_1, t)^2 = 4A^2 \cos^2\left(k\frac{\delta}{2}\right) \cdot \cos^2\left(kx_1 - \omega t - k\frac{\delta}{2}\right)$$
(2.15)

Die Wellenlänge von sichtbarem Licht variiert zwischen 380nm und 780nm. Dies entspricht einer Wellenperiode zwischen $1.27 \cdot 10^{-15}$ s und $2.6 \cdot 10^{-15}$ s. Aus Gleichung (2.15) ergibt sich somit, dass die Intensität mit sehr hoher Frequenz ($7.9 \cdot 10^{14} - 3.8 \cdot 10^{14}$ Hz) oszilliert. Übliche optische Sensoren, wie zum Beispiel menschliche Augen, digitale Bildsensoren oder photoempfindliche Materialien, können nicht auf solch hohe Frequenzen reagieren. Deshalb wird bei der Aufnahme des Interferenzmusters nur die zeitgemittelte Intensität gespeichert. Da die Aufnahmezeit in der Regel groß ist im Vergleich zur Periode der Oszillation, kann man für die Mittelwertbildung den Grenzfall unendlicher Mittelungszeit T_{av} ansetzen. Man erhält dann:

$$I = y(x_1, t)^2 = \lim_{T_{av} \to \infty} \left[\frac{1}{T_{av}} \int_0^{T_{av}} 4A^2 \cos^2\left(k\frac{\delta}{2}\right) \cdot \cos^2\left(kx_1 - \omega t - k\frac{\delta}{2}\right) dt \right] =$$

= $4A^2 \cos^2\left(k\frac{\delta}{2}\right) \cdot \lim_{T_{av} \to \infty} \left[\frac{1}{T_{av}} \int_0^{T_{av}} \cos^2\left(kx_1 - \omega t - k\frac{\delta}{2}\right) dt \right]$ (2.16)

Es lässt sich beweisen, dass gilt

$$\lim_{T_{av}\to\infty} \left[\frac{1}{T_{av}} \int_{0}^{T_{av}} \cos^{2}\left(kx_{1} - \omega t - k\frac{\delta}{2}\right) dt \right] = \frac{1}{2}$$
(2.17)

Dies bedeutet, dass bei der Intensitätsverteilung (2.15) nur der Amplitudenfaktor eine entscheidende Rolle spielt. Bezeichnet man den zeitgemittelten Wert mit a_t^2 bekommt man für die Intensität der Welle:

$$I = y(x_1, t)^2 = 4A^2 \cos^2\left(k\frac{\delta}{2}\right) \cdot a_t^2$$
 (2.18)

2.1.4 Nutzung der komplexen Zahlenebene

Um den Amplitudenfaktor bei der Superposition von zwei Wellen berechnen zu können, wird eine elegante, mathematische Methode benutzt, die auf der Verwendung der komplexen Zahlen beruht. Diese Methode ist leistungsfähiger als die Verwendung trigonometrischer Formeln, speziell wenn die Superposition von mehr als zwei Wellen berechnet werden soll [Möl_76]. Sei $y = A\cos\varphi$ eine Kosinuswelle, wobei φ für die Gesamtphase steht. Die komplexe Zahl $z = Ae^{i\varphi}$ ist definiert durch:

$$z = Ae^{j\varphi} = A(\cos\varphi + j\sin\varphi) = \operatorname{Re}(z) + j\operatorname{Im}(z)$$
(2.19)

Der Realteil von z stellt die Kosinuswelle dar. Als zweiter Summand ergibt sich eine Sinuswelle mit demselben Phasenwinkel φ . Den Absolutwert von z kann man durch Multiplikation von z mit der konjugiert Komplexen $z^* = Ae^{-j\varphi}$ und Ziehung der Quadratwurzel berechnen. Die konjugiert Komplexe erhält man, durch Umkehren des Vorzeichens des Imaginärteiles. Daraus resultiert:

$$\sqrt{z \cdot z^*} = \sqrt{Ae^{j\varphi} \cdot Ae^{-j\varphi}} = \sqrt{A^2} = A \tag{2.20}$$

Den Phasenwert der komplexen Zahl erhält man durch Berechnung von:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$$
(2.21)

Seien $y_1 = A\cos\left(kx - \omega t + \frac{k\delta}{2}\right)$ und $y_2 = A\cos\left(kx - \omega t - \frac{k\delta}{2}\right)$ zwei harmonische Wellen mit der relativen Phasenverschiebung δ , deren Superposition berechnet werden soll. Man ergänzt y_1

relativen Phasenverschlebung δ , deren Superposition berechnet werden soll. Man erganzt y_1 und y_2 zur komplexen Wellendarstellung:

$$z_{1} = A \left(\cos \left(kx - \omega t + \frac{k\delta}{2} \right) + j \sin \left(kx - \omega t + \frac{k\delta}{2} \right) \right) = A e^{j \left(kx - \omega t + \frac{k\delta}{2} \right)}$$

$$z_{2} = A \left(\cos \left(kx - \omega t - \frac{k\delta}{2} \right) + j \sin \left(kx - \omega t - \frac{k\delta}{2} \right) \right) = A e^{j \left(kx - \omega t - \frac{k\delta}{2} \right)}$$
(2.22)

Unter Berücksichtigung von

$$\operatorname{Re}\left(e^{j\varphi}\right) = \frac{1}{2}\left(e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}\right)$$
(2.23)

ergibt die Addition von $z_1 + z_2$:

$$z = Ae^{j(kx-\omega t)} \cdot \left(e^{j\frac{k\delta}{2}} + e^{-j\frac{k\delta}{2}}\right) = 2A\cos\left(\frac{k\delta}{2}\right)e^{j(kx-\omega t)}$$
(2.24)

Die Intensität der Welle ist bestimmt durch das Quadrat der Amplitude:

$$I = z \cdot z^* = 2A \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right) e^{j(kx-\omega t)} \cdot 2A \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right) e^{-j(kx-\omega t)} = 4A^2 \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)$$
(2.25)

Damit erhält man schließlich wieder, bis auf den Faktor a_t^2 , das Ergebnis aus Gleichung (2.18). Bei der Berechnung der Intensität mit Hilfe komplexer Zahlen nach Gleichung (2.25) wird der unwichtige zeitabhängige Faktor $e^{j\omega t}$ mit der Kreisfrequenz ω automatisch eliminiert. In der Holographie interessiert man sich für die räumliche Verteilung der Wellenfronten. Daher ist es ühlich des Problem ehre Peröcksichtigung der Zeitebhöngigkeit zu hetrochten. Es wird

ist es üblich, das Problem ohne Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit zu betrachten. Es wird nur der räumliche Teil der komplexen Darstellung des Feldes – die komplexe Amplitude – betrachtet:

$$A = a e^{j\varphi} \tag{2.26}$$

Bei den oben diskutierten Fragen zur Welleninterferenz ist man davon ausgegangen, dass die interferierenden Wellen gleiche Amplituden besitzen. Nur in diesem Fall bekommt man ein Interferenzmuster, das den maximalen Intensitätskontrast aufweist. Weist eine der Wellen eine geringere Amplitude auf, nimmt das Kontrastverhältnis der Interferenzstreifen ab.

2.2 Beugung

Von Beugung spricht man im Falle der Abweichung des Lichts von der geradlinigen Ausbreitung. Beugung tritt immer dann auf, wenn das Licht auf ein Hindernis (z. B. Spalt, Kante, Gitter) trifft und sich dadurch die Amplitude eines Teils der Wellenfront ändert. Dies gilt für undurchsichtige sowie für transparente Hindernisse. Der Beugungseffekt ist am stärksten, wenn die Größe der Hindernisse vergleichbar mit der Lichtwellenlänge ist.

Beugungsphänomene können durch Einsatz der skalaren Beugungstheorie mit sehr hoher Genauigkeit nachgebildet werden. Bei der Beugung der elektromagnetischen Wellen an einer Öffnung ist der Gültigkeitsbereich der skalaren Beugungstheorie beschränkt auf den Fall, dass die Öffnungsfläche groß ist im Vergleich zur Wellenlänge. Im vorliegenden Fall werden das magnetische und das elektrische Feld ausschließlich an den Kanten der Öffnung, durch die Wechselwirkung mit dem Material der Kanten, beeinflusst. Dieser Effekt breitet sich nur einige Wellenlängen in die Öffnung hinein aus. Somit kann der Kopplungseffekt der Randbedingungen auf das magnetische und das elektrische Feld bei relativ großen Öffnungen vernachlässigt werden [Goo_96].

In Abhängigkeit vom Abstand, an dem das Beugungsbild betrachtet wird, unterscheidet man zwischen Fresnelscher (Nahfeld) und Fraunhoferscher (Fernfeld) Beugung. Der entsprechende Bereich lässt sich mit Hilfe der Fresnelzahl bestimmen. Diese ist gegeben durch:

$$F = \frac{a^2}{d\lambda}$$
(2.27)

wobei a – die charakteristische Hindernisgröße, d – der Abstand vom Hindernis bis zur Betrachtungsebene und λ – die Lichtwellenlänge sind. Bei $F \ge 1$ spricht man von Fresnelscher und bei $F \ll 1$ von Fraunhoferscher Beugung.

Im Bereich der Fresnelschen Beugung ändert sich mit dem Abstand sowohl die Beugungsstruktur als auch die Größe des Beugungsbildes. Die Krümmung der Wellenfront der Elementarwellen im Fresnelschen Bereich muss wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden. Im Bereich der Fraunhoferschen Beugung ändert sich dagegen nur die Größe des Beugungsbildes mit dem Abstand. Die Form des Bildes bleibt unverändert. In diesem Bereich können die sphärischen sekundären Wellen durch planare Wellen angenährt werden.

2.3 Streuung

Als Lichtstreuung bezeichnet man die Wechselwirkung einer Strahlung mit einem Streuzentrum, wobei dieses ein einziges Teilchen (z.B. Atom) oder ein großes Objekt sein kann. Der Streuprozess hängt von den Eigenschaften des Lichts und des Streuzentrums ab. Somit muss man für die Beschreibung der Streuphänomene die Wellenlänge und die Polarisation des Lichts sowie, je nach der Größe und der Struktur des Streuzentrums, die Beugung, die Reflektion, die Refraktion, die Absorption und die Remission berücksichtigen. Bei der Streuung unterscheidet man zwischen elastischer und inelastischer Streuung. Bei der elastischen Streuung findet die Wechselwirkung zwischen der Strahlung und dem Streuzentrum ohne Energieaustausch statt. Der Ausschluss des Energieaustausches verbietet jedoch nicht die Änderung der Ausbreitungsrichtung. Die Änderung der Frequenz ist aber laut dem Planckschen Gesetz ausgeschlossen [May_01]. Die inelastische Streuung führt dagegen zum Energieaustausch. Dabei ändert sich die Gesamtenergie im Streuzentrum. Aufgrund des Energieerhaltungsgesetztes ändert sich somit die Energie der nach der Wechselwirkung ausgehenden Strahlung. Das führt wiederum zur Änderung der Frequenz.

Bei der elastischen Streuung kann man weitere Unterteilungen vornehmen. Dies erfolgt nach der Größe der Streuzentren und nach der Wellenlänge. Streuung an Partikeln, die wesentlich kleine als die Wellenlänge des eingestrahlten Lichts sind, wird als Rayleigh-Streuung bezeichnet. Mie-Streuung tritt dann auf, wenn die Partikel größer sind im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts. Bragg-Streuung kann an Partikeln mit strukturierter Anordnung, wie z. B. bei Kristallen

13

beobachtet werden. Voraussetzung ist, dass der Abstand zwischen benachbarten Atomen des Kristalls die gleiche Ordnung wie die Wellenlänge des Lichts hat.

Auch bei der inelastischen Streuung lässt sich eine weitere Unterteilung vornehmen, auf die in dieser Arbeit aber nicht weiter eingegangen wird.

Essentiell für diese Arbeit ist die Mie-Streuung, da die in den Experimenten verwendeten Partikel eine Größe von mehreren Wellenlängen umfassen. Typische Partikelgrößen für die Mie-Streuung liegen im Bereich von 1µm bis 10µm. Das Streuphänomen basiert auf der Änderung der elektrischen- und magnetischen Eigenschaften in der Umgebung des Streuzentrums. Wegen der Größe der Partikel bei der Mie-Streuung müssen auch Beugung und Reflektion, zusätzlich zur tatsächlichen Streuung durch das Partikel, berücksichtig werden [May 01].

Abbildung 2.1 zeigt ein Polardiagramm der Mie-Streuintensität eines Wassertropfens von 1 µm Durchmesser, bei der Belichtung mit linear polarisiertem Licht.



Abbildung 2.1: Polardiagramm der Mie-Streuintensität eines Wassertropfens von 1 μ m Durchmesser, bei der Belichtung mit linear polarisiertem Licht (i_1 - senkrecht und i_2 - parallel polarisiertes Licht) [May_01]

Aus Abbildung 2.1 kann man wichtige Schlussfolgerungen entnehmen:

- Die Intensität des Streulichts in die Vorwärtsrichtung ist viel höhere als in die seitliche Richtung und in die Rückwertsrichtung
- Die Intensitätsstärke des Streulichts ist sehr stark vom Streuwinkel abhängig

• Die Intensitätscharakteristik des Streulichts kann sich für die verschiedenen Polarisationsrichtungen des einfallenden Lichts unterscheiden

2.4 Holographie

Holographie² ist ein Verfahren zur Aufnahme und Rekonstruktion von Wellenfeldern, die durch Interferenz entstehen. Die elektromagnetischen Wellen in der optischen Holographie und in der Holographie mit Radiowellen entsprechen den akustischen Wellen in der akustischen Holographie.

2.4.1 Geschichte der Holographie

Der Erfinder der Holographie ist der Physiker Dennis Gabor [Gab 48]. Im Jahr 1947 nahm er sein erstes Hologramm auf. Auf die Idee der Holographie kam Dennis Gabor während seiner Experimente mit einem Elektronenmikroskop. In diesen Experimenten versuchte er, mit Hilfe eines zweistufigen Verfahrens für die Erzeugung der mikroskopischen Abbildung, die Auflösung des Elektronenmikroskops zu verbessern. Dieses Verfahren wurde vom Physiker namens Wolfke bereits im Jahr 1920 vorgeschlagen [Wol 20], wobei die praktische Realisierung aber aufgrund experimenteller Probleme scheiterte. Bei dem Verfahren sollte man zunächst ein Zwischenbild mit Strahlen kurzer Wellenlänge (zum Beispiel Röntgenstrahlen) erzeugen und im zweiten Schritt mit normalem Licht das Bild betrachten können. Mit seinen Experimenten zur Realisierung dieses Verfahrens legte Denis Gabor die Basis zur Holographie, da er zeigte, dass man beide - die Amplituden und die Phaseninformation - bei der Erzeugung des Zwischenbildes durch Überlagerung der vom Objekt ausgehenden Welle mit einer kohärenten Referenzwelle photographisch speichern kann [Fir 01]. Da er auf die Verwendung gefilterter Lichtquellen angewiesen war, musste er zusätzlich eine Lochblende verwenden, um die räumliche Kohärenz zu steigern. Das führte wiederum zum großen Intensitätsverlust. Wegen der schwachen Kohärenzeigenschaften der damals zur Verfügung stehenden Lichtquellen arbeitete er mit dem Prinzip der so genannten "in-line" Holographie, da die Anforderungen an die Kohärenz der Lichtquelle bei diesem Aufbau am geringsten sind (sämtliche Elemente des Aufbaus werden in einer Reihe angeordnet). Durch die Verwendung der "in-line" Geometrie war das optisch rekonstruierte reelle Objektbild mit einem störenden virtuellen Bild überlagert, was die ohnehin geringe Qualität des rekonstruierten Bildes weiter verschlechterte. Nach der Veröffentlichung

² Das Wort Holografie leitet sich vom griechischen Wort "holos" (ganz, vollständig, unversehrt) und von "graphein" (schreiben, aufzeichnen) ab.

seiner Forschungsergebnisse in den Jahren 1949 und 1951 wandte sich Gabor von diesem Forschungsgebiet ab, weil er selbst mit seinen Ergebnissen nicht zufrieden war.

Die Renaissance der Holographie begann 1960 mit der Erfindung des Rubinkristallasers von Theodore H. Maiman und zwei Jahre später mit der des Helium-Neon-Lasers (He-Ne-Laser).

Im Jahr 1962 präsentierten E. Leith und J. Upatnjeks die neue Geometrie des optischen Aufbaus, nämlich den "off-axis" Aufbau, bei dem die Referenzwelle mit einem gewissen Winkel zur Objektwelle auf das Hologramm trifft. Durch diese Geometrie wurden wesentliche Verbesserungen der Qualität der optischen Rekonstruktion des Hologramms erreicht, da das reelle und das virtuelle Bild, die sich beim "in-line" Aufbau überlagern, in der damals neuen Konfiguration räumlich getrennt wurden.

Im selben Jahr wurde die Weißlichtholographie durch Uri N. Denisyuk erfunden [Den 62]. Mit diesem Verfahren konnte man aufgenommene Hologramme mit normalem Licht betrachten. Bei der Aufnahme eines Weißlichthologramms dringt der aufgeweitete Laserstrahl (Referenzwelle) durch die Holoplatte und trifft dann auf das hinter der Holoplatte stehende Objekt. Ein Teil des Laserstrahls wird vom Objekt zurückreflektiert und trifft wiederum die Holoplatte (Objektwelle). Durch die Interferenz der beiden Wellen entsteht ein Interferenzmuster (Hologramm), das auf der Holoplatte gespeichert wird. Die für die Hologrammaufnahme verwendeten Holoplatten weisen in der Realität eine Schichtdichte der aufgetragenen Emulsionen von ca. 7µm auf. Deswegen kann das aufgenommene Hologramm nicht als ein ebenes Beugungsgitter angesehen werden. Da die ebene Referenzwelle eine deutlich höhere Intensität als die Objektwelle hat, entstehen in der Emulsionsschicht im Wesentlichen zur Oberfläche der Holoplatte parallele Interferenzschichten. Bei der Beleuchtung der entwickelten Holoplatte mit Licht der Wellenlänge λ unter einem Winkel θ treten, gemäß der Braggschen Bedingung bei der Reflektion des Lichts an den einzelnen Schichten, konstruktive Interferenzen auf. Bei der Beleuchtung des Hologramms mit weißem Licht selektiert somit das bei der Hologrammaufnahme erzielte Gitter, in Abhängigkeit vom Einfallswinkel, die entsprechende Lichtfrequenz aus und das rekonstruierte Objekt erscheint in der, der jeweiligen Wellenlänge λ , entsprechenden Farbe.

Im Jahr 1968 führte Stephen A. Benton die Regenbogen-Transmissionsholographie ein [Ben_69], welche erstmalig die Massenfertigung von Prägehologrammen ermöglichte. Solche Hologramme konnte man, wie auch die Denisyuk-Hologramme, mit normalem Licht betrachten. Die Erstellung eines Regenbogenhologramms ist ein zweistufiges Verfahren. Im ersten Schritt wird ein normales Lasertransmissionshologramm des Objekts, das im zweiten Schritt als Master dient, erstellt. Das Masterhologramm wird danach optisch rekonstruiert, indem ein Teil des

16

Rekonstruktionsstrahls durch eine geeignete Blende abgedeckt wird. Das hinter dem Masterhologramm entstehende reelle Bild des Objekts wird auf einer Holoplatte, ebenfalls mit einer Referenzwelle überlagert, aufgenommen. Durch den Einsatz der Blende wird die vertikale Perspektive im zweiten Hologramm beschränkt, d.h. die vertikale Parallaxe geht verloren. Belichtet man das aufgenommene Hologramm mit monochromatischem Licht, erscheint das rekonstruierte Objekt entsprechend der verwendeten Blende eingeschränkt. Außerhalb der Blende ist das Objekt nicht sichtbar. Belichtet man das Hologramm mir einer anderen Wellenlänge, erscheint das rekonstruierte Bild an einer verschobenen Stelle. Somit werden bei der Belichtung des Hologramms mit Weißlicht mehrere unterschiedlich gefärbte Schlitzbilder, die auf unterschiedlichen Höhen liegen und ineinander übergehen, rekonstruiert.

Im Jahr 1971 erhielt Denis Gabor den Nobelpreis für die Entwicklung der Holographie.

2.4.2 Grundprinzip der Holographie

2.4.2.1 Hologrammaufnahme

Bei üblichen photographischen Aufnahmen speichert man nur die Intensitätsinformation. Die Phaseninformation über die Wellenfront geht dabei verloren. Die Technik der Holographie erlaubt es, die Phaseninformation der Objektwelle mitzuspeichern. Dafür muss die zu speichernde Objektwelle mit einer kohärenten Referenzwelle überlagert werden. Der Einfachheit halber nehme man als Objektwelle eine Kugelwelle und als Referenzwelle eine ebene Welle. Durch die Interferenz der Objektwelle und der Referenzwelle entsteht ein System von konzentrischen Ringen, deren Dicke nach außen abnimmt (Abbildung 2.2). Die Maxima und die Minima des Interferenzmusters entstehen an den Stellen der konstruktiven bzw. der destruktiven Interferenz zweier Wellen entsprechend. Ein solches System wird als eine Fresnelsche Zonenplatte bezeichnet.

Mit zunehmendem Abstand vom Ausgangspunkt der Kugelwelle P zur Ebene A, werden die Abstände zwischen den Ringen im Interferenzbild größer. Damit liefert das Gesetz, nach dem sich die Abstände zwischen den Ringen ändern, eine genaue Aussage über die senkrechte Entfernung des Ausgangspunktes der Kugelwelle P zur Ebene A. Darüber hinaus trifft das Lot von P die Ebene A gerade im Mittelpunkt der Ringe. Somit wird durch die Position des Mittelpunkts der Ringe und durch die Aufeinanderfolge der Abstände zwischen den Ringen die dreidimensionale Lage des Ausgangspunkts der Kugelwelle P eindeutig bestimmt. Hierbei ist es nicht nötig, dass der Mittelpunkt der Ringe innerhalb der Beobachtungsfläche liegt. Man kann den Mittelpunkt eines Kreises auch dann bestimmen, wenn nur ein Teil des Kreisbogens vorhanden ist. Deswegen ist es möglich, die dreidimensionale Lage von P auch dann zu rekonstruieren, wenn nur ein Teil des Interferenzbildes gegeben ist [Kim_69].



Abbildung 2.2: Überlagerung der von *P* ausgehenden Kugelwelle mit einer ebenen, senkrecht einfallenden Referenzwelle der gleichen Wellenlänge λ a) und das in der Ebene *A* entstehende Interferenzmuster b)

Ein Objekt beliebiger Form kann als Superposition von elementaren Kugelwellen, die von jedem Punkt der Objektoberfläche nach dem Huygensschen Prinzip ausgehen, betrachtet werden. Jedem Punkt entspricht dann ein eigenes System der Ringe in der Beobachtungsebene, deren Überlagerung ein zusammengesetztes Interferenzmuster bildet.

Speichert man das durch die Interferenz der Objekt- und der Referenzwelle entstehende Interferenzmuster auf einer Holoplatte, bekommt man ein Hologramm, das Beides, die Intensitäts- und die Phaseninformation über die zu speichernde Wellenfront, in mit Hilfe der Referenzwelle kodierter Form enthält.

Die optischen Aufnahmemedien sowie die Bildsensoren sind nur auf die Energie der Strahlung empfindlich. Deswegen ist das aufgenommene Signal proportional zum Quadrat der Gesamtamplitude:

$$a(\xi,\eta) = \left| A_{obj} \exp(i\varphi_{obj}) + A_{ref} \exp(i\varphi_{ref}) \right|^2 =$$

$$= A_{obj}^2 + A_{ref}^2 + A_{obj}A_{ref} \exp\left[i(\varphi_{obj} - \varphi_{ref})\right] + A_{obj}A_{ref} \exp\left[-i(\varphi_{obj} - \varphi_{ref})\right]$$
(2.28)

wobei $A_{obj} \exp(i\varphi_{obj})$ und $A_{ref} \exp(i\varphi_{ref})$ den komplexen Amplituden der Objekt- und der Referenzwelle entsprechen. Aus dem Hologramm kann man später durch eine Dekodierung die gespeicherte 3D Information rekonstruieren.

2.4.2.2 Hologrammrekonstruktion

Um ein Hologramm zu rekonstruieren, muss man es entsprechend Abbildung 2.3 mit einer kohärenten Welle durchstrahlen. Am einfachsten lässt sich der Rekonstruktionsvorgang erklären, wenn die Rekonstruktionswelle gleiche Wellenlänge und dieselbe Geometrie wie die Referenzwelle in der Hologrammebene hat.



Abbildung 2.3: Rekonstruktion eines nach Abbildung 2.2 aufgenommenen Hologramms

Bei der Beleuchtung des Hologramms mit der Rekonstruktionswelle wird diese durch die Intensitätsverteilung des Interferenzbildes des gespeicherten Hologramms moduliert. Mathematisch entspricht dieser Vorgang einer Multiplikation der Rekonstruktionswelle mit der Hologrammfunktion. Verwendet man zur Rekonstruktion des Hologramms eine Rekonstruktionswelle, die dieselbe Geometrie wie die Referenzwelle während der Hologrammaufnahme besitzt ($\varphi_{rec} \equiv \varphi_{ref}$), erhält man:

$$a(\xi,\eta)A_{rec}\exp(i\varphi_{ref}) = (A_{ref}^2 + A_{obj}^2)A_{rec}\exp(i\varphi_{ref}) + A_{rec}A_{obj}A_{ref}\exp(i\varphi_{obj}) + A_{rec}A_{obj}A_{ref}\exp[i(2\varphi_{ref} - \varphi_{obj})], \qquad (2.29)$$

wobei $a(\xi, \eta)$ nach Gleichung (2.28) eingesetzt wurde. Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung ist die gedämpfte Rekonstruktionswelle. Sie ist eine getreue Nachbildung der Intensitätsverteilung bei der Hologrammaufnahme. Der zweite Term stellt die bis auf einen konstanten Amplitudenfaktor rekonstruierte Objektwelle dar, die durch die Verwendung einer mit der Referenzwelle identischen Rekonstruktionswelle getreu rekonstruiert wird. Diese Welle nennt man auch als "direkte Welle". Der dritte Term repräsentiert eine Welle, die auch die Amplituden- und die Phaseninformation und somit die gesamte Information über die Objektwellenfront enthält. Hier tritt φ_{obj} aber mit einem negativen Faktor auf. Deswegen nennt man diese Welle "rekonstruierte konjugierte Welle". Wegen ihrer Phase $2\varphi_{ref} - \varphi_{obj}$ verlässt sie das Hologramm unter anderer Richtung als die direkte Welle.

Die direkte Welle wird in der Rekonstruktion (Abbildung 2.3) als eine divergierende Welle dargestellt, deren geometrische Verlängerung in die Gegenrichtung das reale Objekt an seiner Ausgangsposition bilden würde. Der direkten Welle entspricht somit ein virtueller Bildpunkt.

Die konjugierte Welle wird in der Rekonstruktion als eine konvergierte Welle dargestellt. Der konjugierten Welle entspricht ein reeller Bildpunkt.

Für die Aufnahme des virtuellen Bildes benötigt man ein optisches System. Hierfür wird das optische System auf der Seite des reellen Bildes positioniert. Ein solches System kann z.B. eine Kamera, die mit einem Objektiv ausgerüstet ist, oder das menschliche Auge sein.

Das reelle Bild kann aufgenommen werden, indem man ein photoempfindliches Material an die Stelle des reellen Objektbildes anbringt (z.B. Photopapier) und darauf das optisch rekonstruierte Objekt aufnimmt.

Das aufgenommene Hologramm kann auch als Beugungsgitter betrachtet werden, an dem die bei der Hologrammrekonstruktion verwendete Rekonstruktionswelle gebeugt wird. Der geradeaus durchgehende und dabei gleichmäßig geschwächte Anteil ist die Beugung nullter Ordnung. Die direkte Welle und die konjugierte Welle sind die Wellen erster Beugungsordnung (1 Ordnung und -1 Ordnung entsprechend).

Das Beugungsgitter in Abbildung 2.2b hat eine Gitterkonstante, die von der Mitte nach außen abnimmt. Der Beugungswinkel ist der Gitterkonstanten umgekehrt proportional. Das bedeutet, dass die weiter von der Gittermitte entfernt einfallenden Lichtstrahlen stärker gebeugt werden, als diejenigen, die in der Mitte des Gitters einfallen. Somit erhält die gebeugte Wellenfront ihre sphärische Form. Bei der Welle der -1 Beugungsordnung werden die Lichtstrahlen zu einem reellen Punkt fokussiert. In diesem Fall dient die Zonenplatte als eine Sammellinse. Dadurch entsteht die reelle Abbildung des Objekts [Gab_71]. Bei der Welle der 1 Beugungsordnung werden die Lichtstrahlen zu einem virtuellen Punkt fokussiert, der an der Stelle liegt, an der die

Wellenquelle während der Hologrammaufnahme war. Hierbei dient die Zonenplatte als eine Dispersionslinse.

Bei den optischen Aufbauten zur Aufnahme eines Hologramms wird eine kohärente Lichtquelle (Laser) zur Erzeugung der Objekt- und der Referenzwelle verwendet. Der von ihr erzeugte Lichtstrahl wird in zwei Anteile zerlegt. Der erste ist der Referenzstrahl. Er tritt mit dem Objekt nicht in Kontakt und dient als die Referenzwelle. Der zweite Teil ist der Objektstrahl. Dieser wird zur Beleuchtung des Objekts verwendet. Das am Objekt reflektierte bzw. durch das Objekt gestreute Licht dient als die Objektwelle.

2.4.3 Optischer Aufbau

Die Geometrien des optischen Aufbaus unterscheidet man nach der Lagebeziehung zwischen der Objektwelle und der Referenzwelle.

2.4.3.1 "In-line" Aufbau

Beim "in-line" Aufbau befinden sich die Referenzwelle und die Objektwelle auf einer optischen Achse. In Abbildung 2.4a ist eine "in-line" Geometrie dargestellt, in der als Referenzwelle eine planare Welle und als Objektwelle eine Punktquelle derselben Wellenlänge λ dient. Das Interferenzmuster auf dem Hologramm entsteht durch die Weglängenunterschiede zwischen der Objektwelle und der Referenzwelle.



Abbildung 2.4: Aufnahme a) und Rekonstruktion b) eines "in-line" Hologramms

Zur Rekonstruktion des gespeicherten Hologramms wird dieses mit einer Rekonstruktionswelle durchstrahlt, welche die gleiche Wellenlänge und dieselbe Geometrie, wie die Referenzwelle bei der Hologrammaufnahme hat. In Abbildung 2.4b wird das "in-line" Hologramm durch die Verwendung einer planaren Rekonstruktionswelle optisch rekonstruiert. Hier wird der Nachteil der "in-line" Geometrie ersichtlich. Dieser äußert sich bei der Rekonstruktion eines "in-line" Hologramms in der Überlagerung des reellen Bildes, des virtuellen Bildes und der Beugung nullter Ordnung. Das führt zu einem schlechten Signal-Rausch-Verhältnis in der Rekonstruktion [Koe_05].

Die Vorteile des "in-line" Aufbaus sind seine Einfachheit und seine minimalen Anforderungen an die optischen Komponenten sowie die Auflösungskapazität des Aufnahmemediums. Dies beruht auf dem kleinen Winkel zwischen der Objektwelle und der Referenzwelle. Dieser geringe Winkel führt zu einer Begrenzung der maximalen Frequenz des Interferenzmusters.

2.4.3.2 "Off-axis" Aufbau

Bei der "off-axis" Anordnung des optischen Aufbaus sind Objekt- und Referenzwelle bei der Hologrammaufnahme räumlich getrennt. In Abbildung 2.5a wird ein "off-axis" Aufbau gezeigt. Hier dient eine planare Welle als Referenzwelle und eine punktförmige Quelle als Objektwelle. Der Unterschied zum "in-line" Aufbau ist, dass sich die Quelle der Objektwelle jetzt außerhalb der Referenzwelle befindet.



Abbildung 2.5: Aufnahme a) und Rekonstruktion b) eines "off-axis" Hologramms

In Abbildung 2.5b wird die Rekonstruktion des "off-axis" Hologramms dargestellt. Dafür wird das Hologramm wieder mit einer planaren Rekonstruktionswelle belichtet. Wie zu sehen ist, ermöglicht ein solcher Aufbau die räumliche Trennung des reellen Bildes, des virtuellen Bildes und der Beugung nullter Ordnung bei der Rekonstruktion eines "off-axis" Hologramms. Dafür hat aber dieser Aufbau höhere Anforderungen an die Auflösung des Aufnahmemediums als im

Fall des "in-line" Aufbaus, da das Interferenzmuster wegen des größeren Winkels zwischen der Objekt- und der Referenzwelle wesentlich höhere Frequenzen enthält.

2.5 Digitale Holographie

Die "Digitale Holographie" ist erst durch die Vorschritte in der Entwicklung der Rechnertechnik möglich geworden, da deren ständig steigende Leistung die Generierung oder die Rekonstruktion der Hologramme direkt im Rechner erlaubt. Die Generierung der Hologramme mit Hilfe von numerischen Methoden wird als Computer Generated Holography (CGF) bezeichnet. Das Ziel der synthetischen Holographie ist es, solche künstlich erzeugten Hologramme später wieder optisch rekonstruieren zu können. In die Tiefe dieser Technik wird aber in diese Arbeit nicht eingegangen, weil die Grundlage für die DHPIV die zweite Technik, nämlich die numerische Rekonstruktion der Hologramme, bildet. In der Arbeit wird der Begriff "Digitale Holographie" im Sinne der digitalen Aufnahme und der numerischen Rekonstruktion eines Hologramms verwendet.

Die digitale Rekonstruktion eines Hologramms wurde von Goodman und Lawrence [Goo_67] und von Kronod, Merzlyakov und Yaroslavskii [Kro_72] entwickelt. Sie haben dafür die optisch vergrößerten Teile eines auf der Holoplatte gespeicherten Hologramms abgetastet und diese danach numerisch rekonstruiert. Später wurde die numerische Rekonstruktion von Liu und Scott [Liu_87] verbessert und von Onural und Özgen für Partikelmessungen verwendet [Onu_92]. Die weitere Entwicklung der digitalen Holographie wurde durch die Arbeiten von Schnars und Jüptner [Sch_93] [Sch_94] massiv unterstützt, da sie gezeigt haben, wie man die Fresnelschen Hologramme direkt auf einen CCD Sensor aufnehmen und später numerisch rekonstruieren kann. Der Zwischenschritt mit photografischer Aufnahme wurde dadurch vermieden.

2.5.1 "In-line" und "off-axis" Aufbauten für DHPIV

Der typische "in-line" Aufbau für die digitale Holographie zur Aufnahme eines Partikelfeldes ist in Abbildung 2.6 gezeigt. Hier passiert der aufgeweitete Laserstrahl das Partikelfeld und fällt unter rechtem Winkel auf den Sensor. Nach dem Durchgang des Laserstrahles durch das Partikelfeld enthält dieser zwei Komponenten. Die erste ist das durch die Partikel gestreute Licht, welches als Objektwelle dient. Die zweite Komponente ist das ungestreute Licht. Dieses dient als Referenzwelle.



Abbildung 2.6: Typischer "in-line" Aufbau für die DHPIV

In diesem Aufbau dient der aufgeweitete Laserstrahl gleichzeitig als Referenz- und als Objektstrahl. Deswegen entsteht bei diesem Aufbau das Problem, dass das durch die Partikel gestreute Licht (Objektwelle) eine schwächere Intensität im Vergleich zum ungestreuten Anteil des Gesamtstrahles (Referenzwelle) hat. Dies hat zur Folge, dass das Interferenzmuster im Vergleich zum optischen "in-line" Aufbau, in dem der Referenz- und der Objektstrahl getrennt und somit in der Intensität individuell einstellbar sind, einen relativ geringen Intensitätskontrast aufweist. Dieses Problem kann man prinzipiell durch den Einsatz eines optischen Filters zur Eliminierung des ungestreuten Lichts, das als Referenzwelle dient, und die Verwendung eines separaten Referenzstrahles lösen. Der optische Filter besteht aus zwei Sammellinsen mit gleichen Brennweiten, welche sich in zwei Fokusabstände voneinander befinden. Das ungestreute Licht wird mit Hilfe der ersten Linse auf einen Punkt fokussiert und mit einem Stopppunkt ausgefiltert. Dabei gelangt das durch die Partikel gestreute Licht – die Objektwelle – ungestört hindurch.

Eine mögliche Realisierung eines solchen Aufbaus ist in Abbildung 2.7 gezeigt. Zuerst wird der vom Laser emittierte Strahl durch einen Strahlteilerwürfel in einen Objektstrahl und einen Referenzstrahl geteilt. Dabei wird das unerwünschte ungestreute Licht aus dem Lichtstrahl nach dem Durchgang des Objektstrahls durch das Partikelfeld mit Hilfe des optischen Filters wie oben beschrieben herausgefiltert. Das durch die Partikel gestreute Licht – die "reine" Objektwelle – passiert den Filter ungestört und wird durch die Verwendung des zweiten Strahlteilerwürfels mit dem Referenzstrahl gekoppelt. Die Intensität des Referenzstrahles kann durch Einsetzen eines optischen Neutralfilters nun individuell eingestellt werden.



Abbildung 2.7: "In-line" Aufbau für die DHPIV mit Möglichkeit zur Optimierung der Interferenzmusterintensität

Allerdings ist die Realisierung eines solchen Aufbaus zur Hologrammaufnahme beim derzeitigen technologischen Stand der digitalen Bildsensoren praktisch unmöglich, da deren geringe Auflösung nur niedrige Raumfrequenzen auflösen kann. Der Winkel zwischen der Objektwelle und der Referenzwelle darf üblicherweise einen Wert von 2-3° nicht überschreiten. Bei der Fokussierung des Gesamtstrahls nach dem Partikeldurchgang im optischen Filter mit Hilfe der ersten Linse liegt somit der Teil des gestreuten Lichts, der später in der Hologrammbildung als Objektwelle herangezogen wird, sehr nah an dem in einen Punkt fokussierten ungestreuten Licht. Deswegen ist es schwierig in der Praxis, die Objektwelle nach dem Durchgang des Lichts durch das Partikelfeld mit dem optischen Filter vom unerwünschten ungestreuten Licht zu trennen. Einen Ausweg findet man, indem man das Streulicht von der Seite her beobachtet. Eine mögliche Ausführung eines solchen Aufbaus ist in Abbildung 2.8 dargestellt.



Abbildung 2.8: Quasi "in-line" Aufbau für DHPIV mit seitlicher Streuung

Hier wird das durch die Partikel unter ca. 90° gestreute Licht durch einen Strahlteilerwürfel beobachtet und gleichzeitig mit dem vorher abgetrennten Referenzstrahl gekoppelt. Das unerwünschte ungestreute Licht, das mit der Objektwelle gekoppelt ist, wird ohne Einsatz eines optischen Filters von dem durch die Partikel gestreuten Licht getrennt. Jedoch hat diese Lösung auch einen Nachteil. Da die Streulichtintensität von einem Partikel laut Mie-Theorie sehr stark vom Streuwinkel abhängig ist, und ihr Maximum bei einem Streuwinkel von null Grad aufweist (siehe Kap. 2.3), muss man mit höheren Intensitätsverlusten in der Objektwelle rechnen. Das wird vor allem bei der Hologrammaufnahme mit einem digitalen Sensor kritisch, da hier der Aufnahmeabstand wegen der geringen Auflösung des Sensors relativ groß gewählt werden muss (siehe Kap. 2.5.2.2).

"Off-axis" Aufbauten zur Aufnahme eines Partikelfeldes kann man durch leichte Veränderungen der beiden in Abbildung 2.7 sowie in Abbildung 2.8 dargestellten Anordnungen gewinnen. Dafür muss man den Referenzstrahl durch Drehen des Strahlteilerwürfels aus der optischen Achse der Objektwelle schieben und in einem speziellen Winkel zu dieser ausrichten. Allerdings ist der erste, auf Abbildung 2.7 beruhende "off-axis" Aufbau wegen des oben geschilderten Problems der Trennung des gestreuten und des ungestreuten Lichts mit Hilfe eines optischen Filters bei Verwendung digitaler Sensoren zur Hologrammaufnahme für die praktische Anwendung nicht geeignet.

Beim zweiten, auf Abbildung 2.8 beruhenden "off-axis" Aufbau muss man damit rechnen, dass der Aufnahmeabstand bei der "off-axis" Geometrie noch größer wird als im Fall der "in-line" Geometrie, da die höheren Raumfrequenzen nur so aufgelöst werden können (siehe Kap. 2.5.2.1). Das führt wiederum dazu, dass die Intensität der Objektwelle weiter abnimmt. Das zweite Problem, das durch einen größeren Abstand hervorgerufen wird, ist die höhere Intensität des Speckle-Rauschens (Kap. 2.5.5), was die Auflösung des optischen Systems reduziert.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass beim derzeitigen Stand der Sensorentwicklung nur das apparativ sehr einfache "in-line" Verfahren effektiv eingesetzt werden kann.

2.5.2 Hologrammaufnahme mit digitalem Sensor

In diesem Abschnitt werden die Einschränkungen bei der Erfassung eines Hologramms mit einem digitalen Bildsensor besprochen und daraus Regeln für den optischen Aufbau abgeleitet.

2.5.2.1 Ortsauflösung

Bei der Hologrammaufnahme auf einen digitalen Sensor wird ein kontinuierliches Signal – das Interferenzmuster – diskretisiert. Um die volle Information des kontinuierlichen Signals in diskreter Form speichern zu können, muss es mit ausreichender räumlicher Frequenz abgetastet werden. Diese Frequenz, die durch das Nyquist–Shannon-Theorem³ bestimmt ist, muss mindestens zweimal so groß wie die Bandbreite (= zweimal die Grenzfrequenz) des zu diskretisierenden Signals sein:

$$f_{abtast} \ge 2 \left(f_{obereGrenzfrequenz} - f_{untereGrenzfrequenz} \right)$$
(2.30)

Da im Fall eines Interferenzmusters die untere Frequenz gleich null ist, lässt sich die Formel (2.30) umschreiben:

$$f_{abtast} \ge 2f_{\max} \tag{2.31}$$

Die maximale Frequenz, die in einem Interferenzmuster auftritt, hängt vom maximalen Winkel θ_{max} zwischen der Referenz- und der Objektwelle ab und ist gegeben durch:

$$f_{\max} = \frac{2}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right)$$
(2.32)

Die Abtastfrequenz eines digitalen Sensors ist:

$$f_{sensor} = \frac{1}{\Delta N},$$
(2.33)

wobei ΔN die Pixelgröße des Sensors beschreibt.

Daraus folgt der maximale zulässige Winkel:

$$\theta_{\max} \le 2 \arcsin\left(\frac{\lambda}{4\Delta N}\right),$$
(2.34)

Moderne digitale Sensoren haben noch eine relativ geringe Auflösung (ca. 100-150Linien/mm). Deshalb darf die maximale Winkeldifferenz zwischen der Objekt- und der Referenzwelle einen Wert von 2°-3° nicht übersteigen.

³ Das Theorem ist auch als Nyquist–Shannon–Kotelnikov-, Whittaker–Shannon–Kotelnikov-, Whittaker–Nyquist–Kotelnikov–Shannon-, WKS- sowie einfach als Abtasttheorem bekannt.

2.5.2.2 Minimaler Abstand bei der Hologrammaufnahme

Aus der oben beschriebenen Beschränkung des maximalen Winkels folgt sofort eine Einschränkung an den minimalen erlaubten Abstand zwischen der Hologrammebene und dem Objekt. Für den "in-line" Aufbau ist der maximale Winkel θ_{max} zwischen der Objekt- und der planaren Referenzwelle in Abbildung 2.9 gezeigt. Hier trifft die Objektwelle am unteren Rand des Objekts unter dem Winkel θ_{max} den Sensor an der Oberkante. Der Abstand bei der Hologrammaufnahme muss so gewählt werden, dass der Winkel θ_{max} den maximalen erlaubten Wert, der durch Gleichung (2.34) definiert ist, für den gegebenen Sensor und die verwendete Wellenlänge nicht überschreitet. Dabei wird diese Bedingung auch für die anderen Punkte des Objekts automatisch erfüllt und somit wird sichergestellt, dass der Alias-Effekt in der Rekonstruktion vermieden wird und alle Objektpunkte störungsfrei rekonstruiert werden.



Abbildung 2.9: Bestimmung des minimalen Abstandes für den "in-line" Aufbau

So ergibt sich aus Abbildung 2.9 die Abstandbedingung für kleine Winkel θ_{max} :

$$D_{\min} = \frac{h_{obj} + h_{ccd}}{2\theta_{\max}}$$
(2.35)

Die Geometrie für die Bestimmung des minimalen Abstandes beim "off-axis" Aufbau ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Hier trifft das Streulicht eines Partikels am unteren Rand des Objekts unter dem Winkel θ_{max} den Sensor an der Oberkante. Somit ist θ_{max} der maximale Winkel, der bei dieser Geometrie zwischen der Objekt- und der Referenzwelle auftritt.



Abbildung 2.10: Bestimmung des minimalen Abstandes für den "off-axis" Aufbau

Im Fall der "off-axis" Geometrie existiert noch ein Winkel θ_{min} zwischen den Mittelpunkten des Objekts und des Bildsensors. Dieser minimale Winkel muss beim "off-axis" Aufbau gesichert werden, damit das reelle Bild, das virtuelle Bild und die Welle nullter Ordnung in der Rekonstruktion räumlich getrennt sind. Hier gilt für den minimalen zulässigen Winkel bei kleinen Winkeln θ_{min} [Xu_00]:

$$\theta_{\min} \cong \frac{3h_{obj}}{2d} \tag{2.36}$$

Für den minimalen zulässigen Abstand D_{\min} gilt für kleine Winkel θ_{\max} [Xu_00]:

$$D_{\min} \cong \frac{h_{CCD} + 4h_{obj}}{2\theta_{\max}}$$
(2.37)

Bei den Überlegungen zur Bestimmung des minimalen Abstandes für beide Geometrien ging man davon aus, dass alle Interferenzringe des Interferenzmusters eines Partikels auf dem Sensor gespeichert werden. In Wirklichkeit wird das Interferenzbild durch die
Modulationsübertragungsfunktion⁴ des Sensors moduliert. Diese Funktion beschreibt die Fähigkeit des Systems zum Übertragen der Raumfrequenzen. Sie hängt vom Füllfaktor α und der Pixelgröße ΔN des Sensors ab, und ist gegeben durch [Kre_02a]:

$$MTF_{seom} = \operatorname{sinc}(\alpha \Delta Nx) \tag{2.38}$$

Das hat zur Folge, dass die Amplituden höherer Frequenzen bei der Aufnahme auf den Sensor im Vergleich zu den Amplituden niedrigerer Frequenzen stärker gedämpft werden.

Der zweite Effekt, wodurch die Intensität des Interferenzmusters beeinflusst wird, ist die starke Abhängigkeit der Intensität des Streulichts von Partikeln vom Streuwinkel (siehe Kap. 2.3). Bei der Hologrammaufnahme werden somit nur die ersten Interferenzringe von einem Partikel mit niedrigen Frequenzen, die die stärkste Intensität enthalten, auf dem digitalen Sensor gespeichert. Die Information von den weiteren Ringen, die eine mit dem Hintergrundrauschen vergleichbare Intensität haben, geht dabei verloren. Deshalb lässt sich in der Praxis der minimale theoretische Abstand kleiner wählen.

Wie aus den Gleichungen für den minimalen Abstand ersichtlich, ist die Anforderung an den minimalen Abstand beim "in-line" Aufbau geringer als beim "off-axis" Aufbau, was einen Vorteil hinsichtlich der Intensität des Speckle-Rauschens (siehe Kap. 2.5.5) hat [Xu_00].

2.5.3 Numerische Rekonstruktion eines Hologramms

Wenn man zur Hologrammaufnahme einen digitalen Sensor verwendet, kann das Wellenfeld im vom Objektstrahl erfassten Volumen aus der auf dem Hologramm gespeicherten Information Ebene für Ebene rein numerisch rekonstruiert werden. Die Rekonstruktion beruht auf der Rayleigh-Sommerfeld Beugungsformel, die das in Abbildung 2.11 dargestellte Beugungsproblem löst [Goo_96].

Hier wird der Spalt Σ mit einer Kugelwelle,

$$U(P_1) = \frac{A\exp(jkp_{21})}{p_{21}}$$

belichtet, die sich vom Punkt P_2 aus ausbreitet.

⁴ Auch als MTF bekannt (aus dem Englischen: Modulation Transfer Function).



Abbildung 2.11: Belichtung des Spaltes mit einer Kugelwelle

Die Rayleigh-Sommerfeld Beugungsformel ermöglicht die Berechnung des Wellenfeldes im Beobachtungspunkt P_0 :

$$U(P_0) = \frac{A}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{\exp[jk(p_{21} + p_{01})]}{p_{21}p_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{p}_{21}) ds$$
(2.39)

In der Herleitung dieser Formel wird angenommen, dass der Abstand vom Spalt bis zum Betrachtungspunkt P_0 viel größer als die Wellenlänge λ ist. Außerdem wird vorausgesetzt, dass die Beugungsstrukturen im Vergleich mit der Wellenlänge groß sind und damit die skalare Beugungstheorie gilt (siehe Kap. 2.2).

Wenn das Wellenfeld im Spalt Σ gegeben ist, kann das Wellenfeld im Beobachtungspunkt P_0 durch:

$$U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(jkp_{01})}{p_{01}} \cos\theta ds , \qquad (2.40)$$

berechnet werden. Dabei ist $U(P_1)$ das Wellenfeld in der Spaltebene und $\cos\theta$ der Winkel zwischen dem Positionsvektor $\overrightarrow{p_{01}}$ und der Normalen \vec{n} .

Dieses Integral kann als mathematische Darstellung des Huygens-Fresnel-Prinzips angesehen werden. Es beschreibt das Wellenfeld U am Betrachtungspunkt P_0 als Superposition der

einzelnen Kugelwellen. Diese gehen von sekundären Quellen aus, die sich an jedem Punkt P_1 des Spaltes Σ befinden. Jede sekundäre Quelle hat folgende Eigenschaften [Goo_96]:

- 1. Sie hat eine komplexe Amplitude, die proportional zur Anregung $U(P_1)$ am entsprechenden Punkt ist.
- 2. Sie besitzt eine Amplitude, die sich zur Wellenlänge λ umgekehrt (und folglich zur Wellenfrequenz *f* direkt) proportional verhält.
- 3. Sie weist eine Phasenverschiebung von 90° zu der an den Spalt Σ einfallenden Welle auf, was aus dem multiplikativen Faktor 1/ *j* ersichtlich ist.
- 4. Jede sekundäre Welle hat ein Richtungsmuster $\cos \theta$.

Die erste Eigenschaft der sekundären Wellen lässt sich durch die Linearität des betrachteten Phänomens erklären, da die von dem Spalt ausgehende Welle proportional zu der an dem Spalt ankommenden Welle sein muss.

Zur Erklärung der zweiten und der dritten Eigenschaft muss man die Wellenausbreitung vom Spalt zum Betrachtungspunkt P_0 genauer betrachten. Diese wird von der zeitlichen Veränderung des Wellenfelds am Spalt hervorgerufen. Eine monochromatische Welle wird durch eine Funktion der Form $\exp(-j2\pi ft)$ beschrieben. Die zeitliche Ableitung dieser Funktion ist proportional zu f sowie zu -j.

Für die vierte Eigenschaft, nämlich für das Richtungsmuster, gibt es keine physikalische Erklärung. Diese tritt in allen Beugungstheorien in einer leicht veränderten Form auf [Goo_96]. Man darf nicht vergessen, dass das Huygens-Fresnel-Prinzip ein einfaches mathematisches Modell ist, das die Beschreibung der Beugungsphänomene ohne detaillierten Einblick in die physikalischen Prozesse am Rand des Spalts ermöglicht.

Für die praktische Anwendung ist es sinnvoller, die Integralformel (2.40) in kartesische Koordinaten umzuschreiben. Wie es aus Abbildung 2.12 ersichtlich ist, liegt die Apertur in einer Ebene (ξ, η) und wird in die positive *z*-Richtung belichtet. Das Wellenfeld soll an einer (x, y)-Ebene berechnet werden, die sich im Abstand *d* von der Apertur befindet.



Abbildung 2.12: Beugung in kartesischen Koordinaten

Für dieses Koordinatensystem lässt sich die Integralformel (2.40) umschreiben:

$$U(x,y) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi,\eta) \frac{\exp\left[jk\sqrt{d^{2} + (x-\xi)^{2} + (y-\eta)^{2}}\right]}{\sqrt{d^{2} + (x-\xi)^{2} + (y-\eta)^{2}}} \cos\theta dx dy$$
(2.41)

Mit Hilfe dieses Integrals lässt sich die am Hologramm registrierte Wellenfront vorwärts fortpflanzen und so kann die Wellenfront im Rekonstruktionsbereich Ebene für Ebene im gegebenen Abstand vom Hologramm rekonstruiert werden.

Der multiplikative Faktor $\cos \theta$ in Gleichung (2.41) wird zu eins, wenn der maximale Winkel θ , wie bei digitalen holographischen Verfahren mit Sensoren geringer räumlicher Auflösung, die Grenze von 2°-3° nicht übersteigt (siehe Kap. 2.5.2.1). Die Formel (2.41) lässt sich damit folgendermaßen vereinfachen:

$$U(x,y) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi,\eta) \frac{\exp\left[jk\sqrt{d^{2} + (x-\xi)^{2} + (y-\eta)^{2}}\right]}{\sqrt{d^{2} + (x-\xi)^{2} + (y-\eta)^{2}}} dxdy$$
(2.42)

2.5.3.1 Direkte Auswertung des Fresnel-Huygens Integrals

Das Huygens-Fresnel Prinzip, wie es durch die Formel (2.42) präsentiert wird, kann als Superpositionsintegral interpretiert werden [Goo_96]. Um zu erläutern wird die Integralformel (2.42) in:

$$U(x,y) = \iint_{\Sigma} U(\xi,\eta) h(x,y;\xi,\eta) dxdy, \qquad (2.43)$$

umgeschrieben. Nun tritt die Impuls-Antwort-Funktion⁵ (IAF) $h(x, y; \xi, \eta)$ auf, die durch

$$h(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp\left[jk\sqrt{d^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}\right]}{\sqrt{d^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}}$$
(2.44)

gegeben ist.

Die IAF $h(x, y; \xi, \eta)$ ist invariant im Raum, d.h. dass die IAF eine Funktion der Differenz der Koordinaten in der Hologramm- und der Rekonstruktionsebene ist:

$$h(x, y; \xi, \eta) = h(x - \xi, y - \eta)$$

$$(2.45)$$

Somit ist das Beugungsintegral (2.43) eine Faltung der komplexen Welle in der Hologrammebene mit der IAF:

$$U(x,y) = U \otimes h \tag{2.46}$$

Das Faltungsprodukt in der Formel (2.46) lässt sich mit Hilfe des Faltungssatzes der Fourier-Transformation umformen zu:

$$U(x, y) = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{F}(U) \cdot \mathbf{F}(h))$$
(2.47)

⁵ In der Theorie des Optical Imaging wird die Impuls-Antwort-Funktion oft als Punkt-Spreizungs-Funktion bezeichnet [Yar_96].

Die Gleichung (2.47) kann man numerisch mit Hilfe von drei schnellen Fourier-Transformationen effizient berechnen:

$$U(x,y) = FFT^{-1}(FFT(U(\xi,\eta)) \cdot FFT(h))$$
(2.48)

Bei Verwendung der Formel (2.48) für die Hologrammrekonstruktion steht U(x, y) für die Rekonstruktionsebene und $U(\xi, \eta)$ für die Wellenfront in der Hologrammebene. Die Wellenfront in der Hologrammebene ist das Produkt von Hologrammfunktion und Rekonstruktionswelle:

$$U(\xi,\eta) = a_{ccd}(\xi,\eta) \cdot A_{rec} \exp(i\varphi_{rec})$$
(2.49)

Die Impuls-Antwort-Funktion ändert sich in Abhängigkeit vom Abstand d zwischen der zu rekonstruierenden Ebene und der Hologrammebene und muss deswegen für jeden Abstand neu berechnet werden.

Bei dieser Rekonstruktionstechnik werden die direkte und die inverse Fourier-Transformation am Raumsignal nacheinander ausgeführt. Deshalb erhält man das Ergebnis im Raumbereich. Für das Verhältnis zwischen den Pixelgrößen in der Hologrammebene $\Delta \xi$, $\Delta \eta$ und in der Rekonstruktionsebene Δx , Δy gilt folgendes:

$$\Delta x = \Delta \xi \qquad \Delta y = \Delta \eta \tag{2.50}$$

Eine schnelle Fourier-Transformation in Formel (2.48) kann man sparen, wenn die analytische Lösung für die Fourier-Transformierte der IAF h verwendet wird. Die analytische Lösung ist gegeben durch [Goo_96]:

$$F(h) = H(f_x, f_y) = \exp\left(\frac{2\pi jd}{\lambda}\sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right)$$
(2.51)

Diese Funktion ist definiert für den Bereich, in dem der Radikand positiv ist:

$$f_x^2 + f_y^2 < \frac{1}{\lambda^2}$$
 (2.52)

Nun ist es möglich, das komplexe Wellenfeld in der Rekonstruktionsebene mittels zwei schneller Fourier-Transformationen zu berechnen:

$$U(x, y) = FFT^{-1}(FFT(U) \cdot H)$$
(2.53)

2.5.3.2 Fresnel-Annäherung

Die numerische Lösung des Beugungsintegrals für die Hologrammrekonstruktion, die sich auf drei bzw. zwei schnelle Fourier-Transformationen bezieht, wie das im obigen Kapitel beschrieben wurde, ist rechenaufwändig. Durch die Verwendung einer Näherung lässt sich das Huygens-Fresnel Integral (2.42) wesentlich vereinfachen. Die Vereinfachung bezieht sich auf die binomische Entwicklung der Quadratwurzel:

$$\sqrt{1+a} = 1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \cdots$$
 (2.54)

Damit kann man die Wurzel im Exponenten Gleichung (2.42) umschreiben:

$$\sqrt{d^{2} + (x - \xi)^{2} + (y - \eta)^{2}} \approx d \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \xi}{d} \right)^{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y - \eta}{d} \right)^{2} \right]$$
(2.55)

Alle Glieder höherer Ordnung in der binomischen Entwicklung werden weggelassen, was streng genommen nur zulässig ist, wenn das folgende Kriterium eingehalten wird:

$$d \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[\left(x - \xi \right)^2 + \left(y - \eta \right)^2 \right]_{\max}^2$$
(2.56)

Für die praktische Anwendung ist dieses Kriterium zu restriktiv und man darf es laut dem so genannten "Prinzip der stationären Phase" [Bor_99] in gewissem Maße überschreiten. Gleichzeitig wird in Gleichung (2.42) im Nenner beim Entwickeln des Quadrates der Wurzel nur das erste Glied beibehalten, wobei der Fehler durch die Quadrierung vernachlässigt wird. Physikalisch gesehen bedeutet diese Näherung das Ersetzen der sekundären sphärischen Wellen im Fresnel-Huygens Prinzip durch Wellen mit parabolischer Wellenfront. Mit diesem Ansatz lässt sich Gleichung (2.42) folgendermaßen umschreiben:

$$U(x,y) = \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} e^{j\frac{k}{2d}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi,\eta) e^{j\frac{k}{2d}(\xi^2+\eta^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda d}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta$$
(2.57)

Diese Gleichung ist bis auf den multiplikativen Faktor

$$z = \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} e^{j\frac{k}{2d}(x^2 + y^2)},$$
 (2.58)

der vorm Integral steht, eine Fourier-Transformation des Produktes der Wellenfront $U(\xi,\eta)$ und der Exponentialfunktion

$$w = e^{j\frac{k}{2d}(\xi^2 + \eta^2)}$$
(2.59)

Gleichung (2.57) lässt sich deshalb folgendermaßen umschreiben:

$$U(x, y) = z \cdot F(U(\xi, \eta) \cdot w)$$
(2.60)

Somit reduziert sich die numerische Rekonstruktion eines Hologramms mit Hilfe des Fresnel-Beugungsintegrals auf eine einzelne schnelle Fourier-Transformation:

$$U(x, y) = z \cdot \text{FFT}(U(\xi, \eta) \cdot w)$$
(2.61)

Bei dieser Rekonstruktionstechnik erhält man das Ergebnis wegen der einzelnen Fourier-Transformation im Frequenzbereich. Beim digitalen Sensor mit $N_{\xi} \times N_{\eta}$ Pixeln ergeben sich zwischen den Pixelgrößen in der Hologrammebene ΔN_{ξ} , ΔN_{η} und in der Rekonstruktionsebene Δx , Δy die Verhältnisse [Kre_97]:

$$\Delta x = \frac{d\lambda}{N_{\xi}\Delta\xi} \qquad \Delta y = \frac{d\lambda}{N_{\eta}\Delta\eta}$$
(2.62)

2.5.3.3 Vergleich der Rekonstruktionsalgorithmen

In Abbildung 2.13 werden die aus einem Hologramm an verschiedenen Abständen rekonstruierten Ebenen schematisch gezeigt. Der rote und der grüne Bereich in jeder Rekonstruktionsebene stellen gemeinsam den gesamten "sichtbaren" Bereich dar, den man aus dem Hologramm am entsprechenden Abstand rekonstruieren kann. Den gesamten Bereich kann man in einem Rekonstruktionsschritt mit Hilfe des Fresnel-Integrals (2.61) ausrechnen.

Der grüne Bereich, dessen Größe gleich der Größe des Sensors ist, zeigt die physikalische Größe des Bereiches, den man mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals (2.48) bzw. (2.53) bei der numerischen Rekonstruktion des Hologramms mit nicht verschobener IAF auflöst. Um das Objektfeld zu rekonstruieren, das außerhalb dieses Bereichs liegt, muss man die Rekonstruktion mit der verschobenen IAF (siehe Kap. 2.5.4) durchführen [Kre_97]. Das gesamte Objektfeld in einer Rekonstruktionsebene bildet man dann aus den Ergebnissen mehrerer Rekonstruktionschritten. Dabei steigt der Zeitaufwand für die Rekonstruktion des gesamten Objektbereiches.



Abbildung 2.13: Physikalische Größe der rekonstruierten Ebenen aus einem Hologramm: direkte Lösung des Beugungsintegrals mit nicht verschobener IAF (grün) und das Fresnel-Integral (grün+rot)

Bei der Rekonstruktionstechnik, die das Fresnel-Integral in Anspruch nimmt, ändert sich die physikalische Pixelgröße in der Rekonstruktionsebene in Abhängigkeit vom Rekonstruktionsabstand. Sie entspricht der Größe des Speckle-Rauschens (siehe Kap. 2.5.5) beim jeweiligen Abstand und stellt somit die physikalische Auflösung in der Rekonstruktionsebene dar. Um den Vergleich der Informationen an verschiedenen Rekonstruktionsebenen zu ermöglichen, muss man die rekonstruierten Ebenen entsprechend skalieren.

Bei der Rekonstruktionstechnik über die direkte Lösung des Beugungsintegrals, wird dagegen die physikalische Pixelgröße in der Hologrammebene und in der Rekonstruktionsebene gleich gehalten. Zwar ist es physikalisch betrachtet nicht korrekt, dass die Auflösung mit zunehmendem Abstand gleich bleibt, aber es ist sehr nützlich in der praktischen Anwendung, da man sich um die Skalierung zwischen den Rekonstruktionsebenen in unterschiedlichen Abständen nicht kümmern muss.

Die Anwendung der ersten Rekonstruktionstechnik ist zum Beispiel im Fall des "in-line" Aufbaus für die DHPIV sinnvoll. Hier rekonstruiert man genau den nötigen Bereich in der Rekonstruktionsebene und die Informationen an den verschiedenen Abständen können miteinander direkt verglichen werden.

Im Gegenteil dazu ist der Fresnel-Ansatz zum Beispiel beim "off-axis" Aufbau für die DHPIV besser geeignet. Hier muss man nämlich das ganze Objektfeld rekonstruieren, welches man mit diesem Verfahren in einem Rekonstruktionsschritt für jeden Rekonstruktionsabstand bekommt.

2.5.4 Praktische Implementierung der Rekonstruktionsalgorithmen

Die praktische Implementierung der Rekonstruktionsalgorithmen hängt von der Geometrie des verwendeten optischen Aufbaus ab. Je nachdem ob die "in-line" oder "off-axis" Geometrie verwendet wird, wird das entsprechende Modell für die Referenzwelle benutzt.

Für Pixelanzahlen N_{ξ} und N_{η} des Bildsensors in den zwei Richtungen ξ und η und für die entsprechenden Pixelgrößen $\Delta\xi$ und $\Delta\eta$ ist die komplexe Amplitude der Referenzwelle in der Hologrammebene für die "off-axis" Geometrie mit zwei Winkeln α und β zwischen der planaren Referenzwelle und der Normale zur Sensoroberfläche gegeben durch:

$$a_{ref}\left(m_{\xi}, m_{\eta}\right) = A_{ref} \exp\left(jk\Delta N_{\xi}m_{\xi}\sin\alpha + jk\Delta N_{\eta}m_{\eta}\sin\beta\right)$$
(2.63)

wobei m_{ξ} und m_{η} für die entsprechenden Pixelnummer des Sensors stehen.

Für die "in-line" Geometrie mit $\alpha = 0$ und $\beta = 0$ ist die komplexe Amplitude der planaren Referenzwelle in der Hologrammebene durch die reale Amplitude:

$$a_{ref}\left(m_{\xi}, m_{\eta}\right) = A_{ref} \tag{2.64}$$

gegeben. Für die Rekonstruktion des Hologramms mit Hilfe der IAF (Kap. 2.5.3.1), ist die diskrete Form der IAF (2.44) gegeben durch [Kre_97]:

$$h(m_{\xi}, m_{\eta}) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp\left(\frac{2\pi j}{\lambda}\sqrt{d^{2} + (m_{\xi} - N_{\xi}/2)^{2}\Delta N_{\xi}^{2} + (m_{\eta} - N_{\eta}/2)^{2}\Delta N_{\eta}^{2}}}{\sqrt{d^{2} + (m_{\xi} - N_{\xi}/2)^{2}\Delta N_{\xi}^{2} + (m_{\eta} - N_{\eta}/2)^{2}\Delta N_{\eta}^{2}}}$$
(2.65)

Die Verschiebung der Funktion h um $N_1/2$ bzw. um $N_2/2$ wurde aus Gründen der Symmetrie vorgenommen. Damit wird der mittlere Teil des in der Rekonstruktionsebene "sichtbaren" Bereiches rekonstruiert. Für die Rekonstruktion der weiteren Teile des in der Rekonstruktionsebene sichtbaren Bereiches müssen die Werte der Verschiebungen entsprechend angepasst werden (siehe Kap. 2.5.3.3).

Wenn statt der IAF ihre Fourier-Transformierte (2.51) verwendet werden soll, ist diese gegeben durch [Kre_97]:

$$H(m_{\xi}, m_{\eta}) = \exp\left\{\frac{2\pi jd}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \left(m_{\xi} + \frac{N_{\xi}^2 \Delta N_{\xi}^2}{2d\lambda}\right)^2}{N_{\xi}^2 \Delta N_{\xi}^2} - \frac{\lambda^2 \left(m_{\eta} + \frac{N_{\eta}^2 \Delta N_{\eta}^2}{2d\lambda}\right)^2}{N_{\eta}^2 \Delta N_{\eta}^2}}\right\}$$
(2.66)

Soll für die Rekonstruktion des Hologramms die Fresnel-Methode (2.61) verwendet werden, müssen die Funktionen w und z diskretisiert werden. Diese sind gegeben durch [Kre_97]:

$$w(m_{\xi}, m_{\eta}) = \frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \exp\left\{\frac{j\pi}{d\lambda} \left(m_{\xi}^{2} \Delta N_{\xi}^{2} + m_{\eta}^{2} \Delta N_{\eta}^{2}\right)\right\}$$
(2.67)

$$z(m_{\xi}, m_{\eta}) = \exp\left\{-j\pi d\lambda \left(\frac{m_{\xi}^{2}}{N_{\xi}^{2}\Delta N_{\xi}^{2}} + \frac{m_{\eta}^{2}}{N_{\eta}^{2}\Delta N_{\eta}^{2}}\right)\right\}$$
(2.68)

Außer dem Fall, dass die maximale Frequenz des Interferenzmusters bei der Hologrammaufnahme den Grenzwert des Sensors überschreitet (siehe Kap. 2.5.2.1), tritt der Alias-Effekt auch dann auf, wenn in der zu diskretisierenden Rekonstruktionsfunktion Frequenzanteile vorkommen, die größer als die Nyquist-Frequenz (halbe Abtastfrequenz) sind. Wird das Abtasttheorem bei der Diskretisierung der Rekonstruktionsfunktion verletzt, werden Frequenzanteile, die höher als die halbe Abtastfrequenz sind, als niedrigere Frequenzen interpretiert, was die Qualität der Rekonstruktion deutlich verschlechtert. Deswegen muss die Rekonstruktionsfunktion entsprechend beschränkt werden, falls ein Hologramm am Abstand, der kleiner als der theoretisch erlaubte (Kap. 2.5.2.2), rekonstruiert werden soll.

Der Ablauf der Rekonstruktion einer Ebene aus einem Hologramm nach diesen drei Methoden ist im Flussdiagramm, das aus Abbildung 2.14 zu entnehmen ist, zusammengefasst.



Abbildung 2.14: Flussdiagramm zur Rekonstruktion einer Ebene aus einem Hologramm

Zusammenfassend kann man sagen, dass für die Rekonstruktion der "in-line" Hologramme der Algorithmus mit der direkten Lösung des Beugungsintegrals unter Verwendung der Fourier-

Transformierten der IAF (2.53) bevorzugt werden soll. Hier wird keine Skalierung der rekonstruierten Ebenen benötigt, wie im Fall des Algorithmus, der auf die Fresnel-Annäherung basiert (2.61) und im Vergleich zu der Rekonstruktionstechnik mit der direkten Lösung des Beugungsintegrals unter Verwendung der im Zeitbereich definierten IAF (2.48) wird eine schnelle Fourier-Transformation gespart. Darüber hinaus hat diese Rekonstruktionstechnik einen Vorteil hinsichtlich Problemen, die aufgrund der Beugungswelle nullter Ordnung in der Hologrammrekonstruktion bei der "in-line" Geometrie entstehen, was im Kapitel 2.5.6 und im Kapitel 5.2 detailliert erläutert wird.

2.5.5 Speckle-Rauschen

Das Speckle-Rauschen ist ein inhärentes Problem der kohärenten Optik. Bei der Beleuchtung einer rauhen Oberfläche mit einem kohärenten Strahl bildet sich im Fernfeld des reflektierenden Lichts ein körniges Interferenzmuster, das helle und dunkle Flecken enthält. Diese bilden sich durch gegenseitige Interferenz von Objektpunkten, die aufgrund der Oberflächerauhigkeit eine statistisch variierte Höhe haben und deshalb das reflektierte Licht eine zufällige Phasenverteilung aufweist. Ein einzelner Lichtfleck innerhalb dieses Musters heißt Speckle. Weist die Oberfläche keine systematische Struktur auf, so ist das Speckle-Muster vollkommen zufällig. Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Intensität des Speckle-Rauschens erfüllt die negative Exponentialverteilung [Sch_05]:

$$P(I)dI = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right)$$
(2.69)

Hier ist P(I)dI die Wahrscheinlichkeit, dass die Intensität eines Punktes im Bereich zwischen *I* und *I*+*dI* liegt. $\langle I \rangle$ ist die mittlere Intensität des gesamten Speckle-Feldes.

Das Verfahren der digitalen Holographie kann als ein beugungsbegrenztes optisches System betrachtet werden, da die zur Hologrammaufnahme verwendeten Bildsensoren eine endliche Größe besitzen. Der Effekt der Hologrammapertur kann mit Hilfe der zwei-dimensionalen rect Funktion, $\operatorname{rect}(\xi/(N_{\xi}\Delta N_{\xi}))\operatorname{rect}(\eta/(N_{\eta}\Delta N_{\eta}))$, modelliert werden. Somit kann das Wellenfeld nach der numerischen Rekonstruktion eines Hologramms durch die Gleichung:

$$U(x, y) = F\left\{a_{ccd}\left(\xi, \eta\right) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d}\left(\xi^{2} + \eta^{2}\right)\right]\right\} \otimes \left(\Delta N_{\xi}\Delta N_{\eta}\right) \operatorname{comb}\left(\frac{\Delta N_{\xi} \cdot x}{\lambda d}\right) \operatorname{comb}\left(\frac{\Delta N_{\eta} \cdot y}{\lambda d}\right) \otimes \left(N_{\xi}N_{\eta}\Delta N_{\xi}\Delta N_{\eta}\right) \operatorname{Sinc}\left(\frac{N_{\xi}\Delta N_{\xi} \cdot x}{\lambda d}\right) \operatorname{Sinc}\left(\frac{N_{\eta}\Delta N_{\eta} \cdot y}{\lambda d}\right) \right)$$
(2.70)

beschrieben werden [Xu_00]. Die Sinc Funktion stellt dabei den Einfluss des optischen Systems auf die Bilderzeugung dar. Die räumliche Verteilung der Speckles, die bei der Bilderzeugung entstehen, wird durch die Beugungsbegrenzung des optischen Systems bestimmt. Die mittlere Größe der Speckles wird durch die Größe der Apertur, die Wellenlänge und den Objektabstand definiert. Für die digitale Holographie ist diese durch:

$$d_{sp_x} = \frac{\lambda d}{N_{\xi} \Delta N_{\xi}}$$

$$d_{sp_y} = \frac{\lambda d}{N_{\eta} \Delta N_{\eta}}$$
(2.71)

gegeben, was den Werten von x und y entspricht, bei denen die Sinc Funktion zum ersten Mal Null wird.

Offensichtlich ist der Abstand vom Objekt zur Hologrammebene ein wichtiger Parameter, der die Auflösung des optischen Systems beeinflusst. Deswegen muss der Aufnahmeabstand bei der Auslegung des optischen Aufbaus möglichst gering gewählt werden.

Aufgrund der oben erwähnten Einschränkungen im Fall der Aufnahme der Hologramme auf digitale Sensoren mit beschränkten Auflösungsvermögen stellt sich die "in-line" Geometrie des optischen Aufbaus derzeit als am geeignetsten für die DHPIV dar.

2.5.6 Beugungswelle nullter Ordnung

Wie schon erwähnt wurde, überlagern sich beim "in-line" Aufbau die Welle nullter Ordnung, das reelle und das virtuelle Bild (Kap. 2.4.3.1) in der Rekonstruktionsebene. Während der Experimente mit der DHPIV wurde festgestellt, dass die Welle nullter Ordnung die Genauigkeit der Messtechnik wesentlich verschlechtern kann, wenn zur Hologrammrekonstruktion die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48) bzw. die

Fresnel-Annäherung (2.61) verwendet wird. Das liegt wiederum an der beschränkten Auflösung des digitalen Sensors.

Bei der Rekonstruktion eines Hologramms wird die IAF h (2.44) bzw. die Funktion w (2.59) für den entsprechenden Rekonstruktionsabstand diskretisiert. Somit kommt es mit zunehmendem Abstand zwischen dem Hologramm und der Rekonstruktionsebene zur Interferenz zwischen der Rekonstruktionsfunktion und dem Rekonstruktionsgitter. Dies äußert sich unter anderem in einer Oszillation des Mittelwertes der Intensität der Rekonstruktionsebenen. Dieser Effekt lässt sich ähnlich wie der so genannte "truncation error" der diskreten Fourier-Transformation verstehen, dem dort durch das so genannte "windowing" begegnet wird.

Abbildung 2.15 zeigt den numerisch berechneten Verlauf der mittleren Intensität einer Wellenfront mit gleichmäßiger Intensitätsverteilung, was der Welle nullter Ordnung in der Hologrammrekonstruktion entspricht, an verschiedenen Abständen von der Ausgangsposition. Bei der numerischen Berechnung wurde die Wellenfrontausbreitung mit Hilfe des Beugungsintegrals an den entsprechenden Abständen ausgerechnet. Als Rekonstruktionstechnik wurde die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF verwendet. Dabei wurden die Parameter für die Diskretisierung der Wellenfront und der Rekonstruktionsfunktion gleich denen in den holographischen Experimenten gewählt. Das gleiche Verhalten der mittleren Intensität erhält man, wenn als Rekonstruktionstechnik die Fresnel-Annäherung verwendet wird.



Abbildung 2.15: Numerisch gewonnenen Verlauf der mittleren Intensität einer Wellenfront gleichmäßiger Intensität über dem Abstand von der Ausgangsposition

Es existieren mehrere Möglichkeiten zur Filterung der Welle nullter Ordnung im Hologramm [Sch_02]. Das sind z.B. die Subtraktion des Hintergrundbildes, die Moving-Average-Filterung, oder die Subtraktion des Mittelwertes des Hologramms. Zur Bewertung dieser Filterungstechniken wurden Benchmark-Tests durchgeführt, die zu dem Ergebnis führten, dass die Subtraktion des Hintergrundbildes am effektivsten ist (siehe Kap. 5.2).

Das geschilderte Problem der Intensitätsschwankung besteht nur bei der Verwendung der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48) bzw. der Fresnel-Annäherung (2.61) zur Rekonstruktion eines Hologramms. Wie im Kapitel 5.2 gezeigt wird, kann man das Problem umgehen, indem zur Rekonstruktion des Hologramms die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Frequenzbereich definierten IAF (2.53) verwendet wird. Auch die Filterung der Welle nullter Ordnung ist bei dieser Rekonstruktionsmethode überflüssig und kann bei bestimmten Filterungstechniken die Genauigkeit der Messtechnik sogar verschlechtern. Deswegen stellt sich die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Frequenzbereich definierten IAF (2.53) wirder werschlechtern. Deswegen stellt sich die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Frequenzbereich definierten IAF als ideale Rekonstruktionstechnik für die "in-line" Geometrie dar (siehe auch Kap. 2.5.3.3 und Kap. 2.5.4).

3 Digitale Holographische PIV (DHPIV)

Die Digitale Holographische PIV soll die Vorteile der digitalen Holographie mit dem Prinzip der üblichen PIV kombinieren und so die zeitaufgelöste Geschwindigkeitsmessung von drei Strömungskomponenten (3C-3D Messung) im gesamten beobachteten Volumen ermöglichen.

3.1 Particle Image Velocimetry (PIV)

Die Particle Image Velocimetry (PIV) ist eine Messtechnik, die Geschwindigkeitsmessungen von zwei Geschwindigkeitskomponenten in einer Ebene (2C-2D) des zu untersuchenden Volumens ermöglicht. Der typische Aufbau für die PIV und die wichtigsten Auswertungsschritte sind in Abbildung 3.1 dargestellt.



Abbildung 3.1: Typischer Aufbau und die Auswertungsschritte für die PIV [Dan_05]

Die zu untersuchende Ebene des Messvolumens wird mit einem ebenen Laserlichtschnitt beleuchtet. Als Lichtquelle wird ein gepulster Laser verwendet. Eine mit dem Laser synchronisierte digitale Kamera, die auf die Messungsebene fokussiert ist, nimmt Bilder von der mit Tracer-Partikeln versetzten Strömung auf. Die Strömungsgeschwindigkeiten werden aus zwei nacheinander aufgenommenen Bildern ermittelt. Dafür wird erst das aufgenommene Bild in kleine Bereiche unterteilt. Die Geschwindigkeit in einem Bereich rechnet man üblicherweise mit Hilfe der Kreuzkorrelationstechnik aus. Zwei nacheinander aufgenommene Partikelbilder werden miteinander korreliert und die Kreuzkorrelationsmatrix wird berechnet. Mittels der Position des Maximums in der Kreuzkorrelationsmatrix wird die relative Verschiebung der Partikelgruppe in diesem Bereich zwischen den beiden Zeitschritten der Aufnahmen bestimmt. Daraus werden anschließend die zwei Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit berechnet. Bei der Stereo-PIV Technik, werden zwei Kameras statt nur einer eingesetzt (Abbildung 3.2). Sie werden in einem Winkel zu der Messebenennormale angeordnet. Ein solcher Aufbau ermöglicht Messungen von drei Strömungskomponenten. Allerdings ist der Messbereich, wie im Fall der einfachen PIV, auf eine Ebene des Messvolumens beschränkt (3C-2D Messung).



Abbildung 3.2: Typischer Aufbau für die Stereo-PIV [Dan_05]

3.2 Prinzip der DHPIV

Wie schon erwähnt wurde, kombiniert die DHPIV die Vorteile der digitalen Holographie mit dem Prinzip der konventionellen PIV und ermöglicht somit die 3D-3C Geschwindigkeitsmessungen. Das Prinzip illustriert Abbildung 3.3. Zuerst wird das zu untersuchende Messvolumen in Form einer Serie von digitalen Hologrammen mittels einer Digitalkamera gespeichert. Jedes Hologramm aus der Hologrammserie enthält die komplette Amplituden- und die Phaseninformation über das Wellenfeld im Messvolumen. Das Messvolumen wird nun Ebene für Ebene für jeden Zeitschritt aus dem entsprechenden Hologramm numerisch rekonstruiert und die drei 3D-Partikelkoordinaten werden extrahiert. Auf der Basis dieser Daten werden nun über eine dreidimensionale Kreuzkorrelationstechnik die drei Komponenten der Strömungsgeschwindigkeiten ermittelt oder dies geschieht alternativ hierzu durch eine dreidimensionale Partikelverfolgungstechnik, welche im Zwischenschritt die Partikelbahnen liefert.

Unabhängig von der Art der Partikelverfolgungstechnik besteht zunächst die Aufgabe, jedem Partikel genaue 3D-Koordinaten im Messvolumen zu jedem Zeitpunkt zuzuordnen. Dazu müssen die Partikel identifiziert und insbesondere ihre Tiefenlage, d.h. ihre Position senkrecht zur Sensorebene bestimmt werden. Nach einem Überblick über den Stand der Forschung auf dem Gebiet der DHPIV werden in weiteren Kapiteln verschiedene Methoden vorgestellt, die sich zur Lösung dieser Aufgabe eignen.



Abbildung 3.3: Prinzip der DHPIV

3.3 Stand der Forschung

Die Grundlage für die DHPIV bildet die digitale Holographie. Wie schon erwähnt, ist das größte aber glücklicherweise nur vorübergehende Problem bei der digitalen Holographie zurzeit die Auflösung der modernen Sensoren. Sie beträgt ca. 150 Linien/mm, was eine Größenordnung geringer als die Auflösung der Holoplatten ist. Die geringe Auflösung der Sensoren ruft zwei weitere Probleme bei der DHPIV hervor, die die Anwendbarkeit der Messtechnik deutlich beschränken. Das erste ist die Genauigkeit der Extraktion der Partikeltiefenkoordinate. Sie liegt bei Anwendung der DHPIV im Makrobereich, d.h. ohne abbildende Optik und bei Verwendung der planaren Referenzwelle im Bereich von 5-6 Partikeldurchmessern. Als Fokusdetektionstechnik wird dabei üblicherweise die intensitätsbasierte eingesetzt (siehe Kap. 3.4.1). Das zweite Problem ist die maximal auflösbare Konzentration der Partikel, die im Makrobereich bei ca. 1-2 Partikel/mm³ liegt. Deswegen haben sich bisher nur vergleichsweise wenige Arbeitsgruppen mit der Anwendung der DHPIV zur Strömungsmessung befasst [Dub 00] [Fou 04] [Mal 03] [Pan 01] [Sat 04] [Tag 06]. Einige experimentelle Arbeiten untersuchen den Einsatz der digitalen Holographie für die Partikelgrößenmessung [Mur 00] [Mül 04] [Pal 06] [Pu 05], wobei der Tiefendetektionsfehler eine nicht so kritische Rolle wie in der DHPIV spielt. Die praktische Anwendung der DHPIV für die Strömungsmessungen ist deshalb noch eingeschränkt und der Schwerpunkt heutiger Forschung liegt bei den Untersuchungen zur Theorie der digitalen Holographie.

Eine ausführliche Übersicht zu den Grundlagen und den wichtigsten Anwendungen der digitalen Aufnahme und der numerischen Rekonstruktion der Hologramme findet man in der Arbeit von Schnars und Jüptner [Sch_02]. Kreis et al. beschreiben Methoden und Anwendungsbereiche der digitalen Holographie [Kre_97] [Kre_98] [Kre_99a]. Eine Analyse der numerischen Rekonstruktion im Frequenzbereich findet man in weiteren Arbeiten vom Kreis [Kre_02a] [Kre_02b]. Grundlegende Information zur holographischen PIV kann man aus dem Paper von Meng et al. [Men_04] entnehmen. Xu beschäftigt sich mit der Analyse des "in-line" Aufbaus für die digitale Holographie und der damit verbundenen Einschränkungen [Xu_00]. Das Potential der "in-line" Geometrie für die digitale Holographie analysieren und untersuchen auch Grilli et al. [Gri_01]. Eine systematische Betrachtungsweise zur Bildentstehung in der digitalen Holographie sowie Methoden zur Hologrammaufnahme von großen Objekten stellen Rastogi und Sharma vor [Ras_03].

Ein großer Anteil der Arbeiten beschäftigt sich mit der Verbesserung der numerischen Rekonstruktion der Hologramme. Demoli et al. stellen eine Technik zur Eliminierung der Welle

nullter Ordnung in der Hologrammrekonstruktion mittels eines Subtraktionsverfahrens vor [Dem 03]. Zhang et al. lösen dieses Problem durch den Einsatz eines Phase-Shifting-Verfahrens [Zha 04]. Onural beschreibt, wie man Information aus Hologrammen mit "undersampled" Beugungsmustern rekonstruieren kann [Onu 00]. Zhang stellt ein neues Verfahren zur Aufnahme und Rekonstruktion von großen Objekten vor [Zha 06]. Dabei werden erst mehrere "undersampled" Hologramme des Objektes aufgenommen und im zweiten Schritt wird das Objekt nach dem Einsatz eines speziellen Algorithmus aus diesen Hologrammen rekonstruiert. Somit kann man das räumliche Auflösungsvermögen der digitalen Hologramme deutlich verbessern. Liu et al. [Liu 02] schlagen den Einsatz eines optionalen Beugungsgitters zur Verbesserung der Auflösung der numerischen Rekonstruktion vor. Pasko und Jozwicki präsentieren ein neues Fourier-Verfahren für die digitale Holographie [Pas 02]. Dieses Verfahren besitzt zwar ähnliche Eigenschaften wie die Fresnel-Annäherung (siehe Kap. 2.5.3.2), ermöglicht aber eine vereinfachte Analyse der digitalen Holographie. Die Autoren beschreiben auch verbesserte Algorithmen zur Hologrammrekonstruktion für das direkte (Kap. 2.5.3.1) sowie für das auf der Fresnel-Annäherung basierte Rekonstruktionsverfahren, deren Einsatz die Rekonstruktion des Hologramms beschleunigen kann [Pas 03]. Coëtmellec et al. [Coe 02] untersuchen das Potential der 2D "fractional-order" Fourier-Transformation zur Beschleunigung der Rekonstruktion von "in-line" Hologrammen der Partikelfelder. Liebling et al. [Lie 02a] präsentieren eine neue Wavelet-Basis für die digitale Holographie. Die Autoren beschreiben auch einen neuen iterativen Algorithmus zur numerischen Rekonstruktion der "off-axis" Hologramme [Lie 02b]. Dieser fußt auf der Annahme, dass eine langsam variierende Objektwelle mit einer schnell ändernden Referenzwelle interferiert. Dabei rechnet man erst die Phasenverteilung in der Hologrammebene aus und danach lässt man die komplexe Wellenfront propagieren. Dadurch befreit man die Rekonstruktionsebenen von der Welle nullter Ordnung und von der konjugierten Welle, die in der numerischen Rekonstruktion eines "off-axis" Hologramms das Sichtfeld deutlich beschränken. Yu und Cai präsentieren einen iterativen Algorithmus zur numerischen Rekonstruktion eines transparenten 3D Objekts für die "off-axis" Geometrie des optischen Aufbaus [Yu 01]. Mit dieser Methode eliminiert man die Welle nullter Ordnung und die konjugierte Welle ebenso aus den Rekonstruktionsebenen. Eine mögliche Lösung zur Verbesserung der Rekonstruktion von "in-line" Hologrammen durch Eliminierung des konjugierten Bildes in den Rekonstruktionsebenen mit dem Einsatz der Phase-Retrieval-Algorithmen wurde von einigen Autoren vorgeschlagen [Den 05] [Liu 87] [Zha 05]. Bei dieser Technik geht man davon aus, dass die Eigenschaften des Objekts (ein reines Amplituden- oder ein Phasenobjekt) bekannt sind. Allerdings wird hierbei die Rekonstruktionsebene in mehreren Iterationsschritten berechnet, was mit intensivem Rechenaufwand verbunden ist und deswegen derzeit keinen praktischen Einsatz in der DHPIV findet.

Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist somit den Fehler in der Extraktion der Partikeltiefenkoordinate durch die Entwicklung neuer Tiefendetektionstechniken und durch die Verbesserung der numerischen Rekonstruktion zu minimieren und das Potential der Messtechnik für die Strömungsgeschwindigkeitsmessungen im Makrobereich beim aktuellen Stand der Entwicklung der Bildsensortechnologie durch die Durchführung von entsprechenden Experimenten zu untersuchen.

3.4 Tiefendetektion der Partikel

Bei der numerischen Rekonstruktion eines Hologramms werden Ebenen im Messvolumen mit möglichst geringem Abstand zwischeneinander rekonstruiert. Danach werden die drei Raumkoordinaten der Partikel aus den rekonstruierten Ebenen extrahiert. Wie in Abbildung 3.4 zu sehen ist, erscheint jedes Partikel in mehreren Rekonstruktionsebenen, aber nur in einer Ebene ist das Partikel scharf abgebildet (im Fokus). Hier wurde der Abstand zwischen den Rekonstruktionsebenen der Anschaulichkeit halber groß gewählt. Die Fokusposition eines Partikels wird in Abbildung in der entsprechenden Ebene durch den gelben Punkt bezeichnet. Der Abstand dieser Ebene von der Hologrammebene dient zur Bestimmung der z-Koordinate des Partikels. Die x, y-Koordinaten des Partikels werden durch seine Lage in der Fokusebene ermittelt.



Abbildung 3.4: Rekonstruktion des Messvolumens aus dem Hologramm

Wie schon erwähnt haben zurzeit verfügbare Sensoren eine relativ geringe Auflösung. Die Genauigkeit der Extraktion der Tiefenkoordinaten der Partikel im Makrobereich beträgt deshalb einige Partikeldurchmesser.

Das Problem der Tiefendetektion wird zurzeit intensiv beforscht. Man versucht sowohl durch die Verbesserung der Tiefenextraktion [Pan_03a] und der Rekonstruktion [Yan_05] [Fou_03] [Fou_04] als auch durch stereoskopische Anordnungen [Ada_97] [Kre_99b] [Mal_03] [Tag_06], den Fehler in der Tiefendetektion zu reduzieren. Bisher sind jedoch die Ergebnisse dieser Ansätze entweder unbefriedigend geblieben [Ada_97] [Kre_99b] oder erfordern einen optischen Aufbau, der dessen Anwendbarkeit auf relevante Probleme stark einschränkt [Mal_03]. Sehr viel versprechende Ergebnisse wurden von Pan und Meng [Pan_03b] berichtet. Sie umgehen allerdings das Tiefendetektionsproblem, indem sie nur die beiden Komponenten der Strömung parallel zur Sensorebene betrachten und damit das Potential DHPIV nicht ausschöpfen. Durch Einsatz von zwei Kameras beim optischen Aufbau von Tagawa et. al [Tag_06] erreicht man in allen drei Richtungen gleiche Genauigkeit. Diese Lösung wurde auch früher in Experimenten mit HPIV erfolgreich eingesetzt [Fel_99]. Allerdings ist sie mit hohem Hardware- sowie Rechenaufwand verbunden, da die Hologramme von zwei Kameras ausgewertet werden müssen. Darüber hinaus stellt dieser optische Aufbau erhebliche Anforderungen an die optische Zugänglichkeit des zu untersuchenden Messvolumens.

Anders stellt sich die Situation im Mikrobereich dar. Hier wird durch die abbildende Optik oder durch Verwendung der kugelförmigen Referenzwelle der Fehler in der Tiefendetektion wesentlich geringer. Das gelingt deshalb, weil man durch die Vergrößerung des Messbereichs eine Auflösung von etwa der Größenordnung der Wellenlänge erreichen kann [Kre_01]. Die erhöhte Auflösung unterdrückt auch den Einfluss des virtuellen Bildes in der Rekonstruktion des Hologramms [Xu_02]. Dubois et al. [Dub_00] berichten beispielsweise von einem Fehler in der Größe des Partikeldurchmessers. Die Arbeitsgruppe von Xu et al. [Xu_02] hat eine Genauigkeit von 50nm in der 3D-Partikelpositionsbestimmung erreicht, die für alle drei Richtungen gleich ist. Allerdings ist dies mit einer entsprechenden Reduktion des Messvolumens verbunden, was den Einsatz der Messtechnik auf Mikrostrukturen beschränkt.

3.4.1 Intensitätsbasierte Technik

Die übliche Technik zur Tiefendetektion basiert auf der Änderung der Intensität in der Mitte des Partikels. Durch die Position der Ebene, in der der Intensitätswert das Minimum erreicht, wird die Tiefenkoordinate des Partikels bestimmt. Wenn der Abstand zwischen den Rekonstruktionsebenen wegen der Rechenkapazität nicht fein genug ist, kann die charakteristische Kurve der mittleren Intensität durch einen Polynom zweiter Ordnung auf Basis der Intensitätswerte in der Mitte des Partikels in den Nachbarebenen interpoliert werden und die Genauigkeit der Tiefendetektionstechnik kann somit erhöht werden. Wie es auch später gezeigt wird, kann man bei der intensitätsbasierten Technik eine Verbesserung der Genauigkeit um ca. 50% erreichen, wenn alle zum Partikel gehörigen Pixel bei der Bestimmung der Tiefendetektion zur Berechnung gezogen werden und nicht nur die Intensität in der Mitte des Partikels betrachtet wird (siehe Kap. 5.1).

Bei dieser Technik geht man davon aus, dass das Wellenfeld an der Stelle des Partikels vollkommen abgeschattet wird und deswegen das rekonstruierte Wellenfeld ein Intensitätsminimum in der Ebene der Partikeltiefenlage aufweisen muss. Der Nachteil der intensitätsbasierten Tiefendetektionstechnik ist ihre hohe Anfälligkeit gegen Rauschen. Daher wurden im Rahmen der Arbeit verbesserte Techniken entwickelt, die nachfolgend beschrieben werden.

3.4.2 Gradientenbasierte Technik

Die erste dieser Tiefendetektionstechniken basiert auf den Gradienten der Intensitätsbilder der Partikel. Bei dieser Technik wird die Tiefenlage des Partikels durch einen Schärfewert *S* bestimmt, welcher als der Mittelwert der *N* größten Gradientenwerte in Abbildung des Partikels b(x, y) berechnet wird. In Abbildung 3.5 werden die 10 größten Gradienten der Intensität in der Abbildung eines Partikels in der Tiefenebene exemplarisch dargestellt.



Abbildung 3.5: Größte Gradienten der Intensitätsverteilung am Ort eines Partikels

Definiert man einen Operator $\max_N X$ als die Summe der N größten Werte einer Matrix X, ist der Schärfewert durch:

$$S(z) = \frac{1}{N} \max_{N} \left\| \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \right) b(x, y) \right\|$$
(3.1)

gegeben. Die Ebene, in der der Schärfewert sein Maximum erreicht, wird als die Fokusebene des Partikels definiert. Wenn der Schritt zwischen den Rekonstruktionsebenen nicht fein genug ist, kann die Genauigkeit der Tiefendetektion, wie im Fall bei der intensitätsbasierten Technik, durch den Einsatz eines Polynoms zweiter Ordnung, zu dessen Bildung die Schärfenwerte des Partikels in den Nachbarebenen genommen werden, verbessert werden. Die Anzahl der Gradientenwerte N, die in die Berechnung des Schärfewertes einbezogen werden sollen, hängt von der Partikelgröße und den Parametern des Sensors ab. Der optimale Wert N wird für einen gegebenen Aufbau durch einen Genauigkeitstest (siehe Kap.3.5) festgelegt.

Das Prinzip dieser Tiefendetektionstechnik ist ähnlich der automatischen Fokuseinstellung digitaler Photokameras.

3.4.3 Phasenbasierte Technik

Wie aus anderen Ingenieurgebieten bekannt, ist die Anfälligkeit der Phase von Signalen gegen Rauschen üblicherweise geringer im Vergleich zur Amplitude des Signals. Da man in der digitalen Holographie direkt sowohl auf die Intensitäts- als auch die Phaseninformation zugreifen kann, wurde versucht, auch die Phaseninformation für die Tiefendetektion der Partikel zu verwenden, um die Nachteile der intensitätsbasierten Technik zu vermeiden. Ein solches Verfahren zur Tiefendetektion der Partikel wurde schon von Pan und Meng [Pan_03a] vorgeschlagen. Bei diesem Verfahren berechnet man die Standardabweichung der imaginären Werte des rekonstruierten komplexen Wellenfeldes am Ort des Partikels in den rekonstruierten Ebenen. Laut den Autoren bekommt man dann ein Minimum der Standardabweichung an der Tiefenposition des Partikels. Diese Tiefendetektionstechnik ist nur bei der Verwendung von undurchsichtigen Partikeln anwendbar [Pan_03a]. Das ist ein Nachteil für die praktische Anwendung, da solche Partikel häufig eine größere Dichte als das sie umgebende Fluid besitzen und daher schlecht als Tracer-Partikel benutzt werden können. Aus diesem Grund wurde diese Methode nicht weiter verfolgt. Da in den in Kapitel 5.3 beschriebenen Strömungsexperimenten ausschließlich unbeschichtete Partikel geringer Dichte mit besserem Folgevermögen verwendet wurden, kam diese Tiefendetektionstechnik nicht in Frage und es bestand die Aufgabe, eine verbesserte, von den optischen Eigenschaften der Tracer-Partikel unabhängig funktionierende Variante zu entwickeln. Diese Variante basiert auf einem bisher nicht bekannten Effekt, der Phasendrehung in der Nähe der Tiefenposition des Partikels.

Nach dem Durchgang einer ebenen Welle durch ein Tracer-Partikel entstehen Phasendifferenzen im Wellenfeld hinter dem Partikel in den senkrecht zur Ausbreitungsrichtung liegenden Ebenen. Bei der holographischen Rekonstruktion des Hologramms eines Partikels kann man diesen Effekt zwei Mal beobachten. Phasendifferenzen, die bei der Hologrammaufnahme im Wellenfeld hinter dem Partikel entstanden sind, kann man in Rekonstruktionsebenen sehen, die vor der Tiefenposition des rekonstruierten Partikels liegen. Bei der Hologrammrekonstruktion kommt die Beugungswelle nullter Ordnung durch das rekonstruierte Partikel. Deswegen beobachtet man den gleichen Effekt ein zweites Mal in Rekonstruktionsebenen, die hinter der Tiefenposition des rekonstruierten Partikels liegen.

Wie man aus der Rekonstruktion eines experimentellen Hologramms sehen kann, sind die Phasenwerte am Ort eines Partikels in der Rekonstruktionsebene, die gerade vor der Tiefenebene des Partikels liegt, deutlich geringer als die Phasen des Hintergrundes sind (Abbildung 3.6).



Abbildung 3.6: Verlauf der Phasenfunktion als Funktion der Pixelkoordinaten der Rekonstruktionsebene vor der Tiefenebene eines Partikels



Abbildung 3.7: Verlauf der Phasenfunktion als Funktion der Pixelkoordinaten der Rekonstruktionsebene in der Tiefenebene eines Partikels



Abbildung 3.8: Verlauf der Phasenfunktion als Funktion der Pixelkoordinaten hinter der Tiefenebene eines Partikels

Die Phasenwerte in der Tiefenebene des Partikels sind am Ort des Partikels fast gleich denen des Hintergrundes (Abbildung 3.7). Entsprechend sind die Phasen hinter der Tiefenebene höher als die Phasen des Hintergrunds (Abbildung 3.8). Die Phasenbilder wurden berechnet, nachdem ein Phasen-Unwrapping-Algorithmus⁶ auf die Phasenwerte angewendet wurde.

Dieses Verhalten der Phasenfunktion wurde sowohl bei der Rekonstruktion von experimentellen Hologrammen als auch im Rahmen der numerischen Simulation der Hologrammaufnahme mit anschießender Rekonstruktion der Hologramme beobachtet. Die Simulation der Hologrammaufnahme wurde mit Hilfe des Beugungsintegrals durchgeführt. Dabei wurden erst Beugungsmuster einzelner Partikel in verschiedenen Abständen von der Hologrammebene simuliert und anschließend wurde ein komplettes Hologramm durch die Superposition der einzelnen Beugungsmuster berechnet.

In den oben dargestellten Phasenbildern sind nur niedrige Frequenzen zu erkennen. In Wirklichkeit ist das Phasenbild der originalen Wellenfront in der Nähe der Tiefenposition eines Partikels viel komplizierter als das Phasenbild aus der Rekonstruktion eines digitalen Hologramms mit geringer Auflösung und enthält viel höhere Frequenzen wegen des großen Winkels zwischen der Referenz- und der Objektwelle.

Der Grund dafür liegt daran, dass bei der Hologrammaufnahme nur ein Teil des Interferenzmusters auf dem Sensor aufgenommen wird. Dabei ist die maximal auflösbare Frequenz durch das Auflösungsvermögen des Bildsensors beschränkt (siehe Kap.2.5.2.1). Das hat zur Folge, dass bei der Hologrammrekonstruktion nur ein Teil des Frequenzspektrums der originalen Wellenfront rekonstruiert werden kann.

In Abbildung 3.9 werden Phasenbilder aus der Simulation der Wellenfrontausbreitung mit hoher Auflösung in der Umgebung eines Partikels an verschiedenen Abständen dargestellt. Deutlich sind hierbei die hohen Frequenzen zu erkennen. Diese Frequenzen können aber, wie schon erwähnt wurde, nicht mehr aus dem digitalen Hologramm rekonstruiert werden. Deswegen enthält man bei der Rekonstruktion einer Ebene aus einem digitalen Hologramm mit geringer Auflösung ein gefiltertes Phasenbild.

⁶ Phase-Unwrapping ist eine Technik, die Unstetigkeiten in einem Phasenbild aufgrund der Modulo- 2π -Problematik eliminiert.



Abbildung 3.9: Phasenbild in der Umgebung eines Partikels an verschiedenen Abständen vom Partikel aus der numerischen Simulation mit hoher Auflösung

Filtert man die Phasenbilder der originalen Wellenfront mit einem Tiefpassfilter, was der Rekonstruktion der Wellenfront aus einem digitalen Hologramm entspricht, so erhält man ein Phasenbild, wie es in der Hologrammrekonstruktion der experimentellen Hologramme (Abbildung 3.6) beobachtet wurde. Die entsprechenden gefilterten Phasenbilder aus Abbildung 3.9 sind in Abbildung 3.10 zu sehen. Die Filtergrenzfrequenz wurde dabei so gewählt, dass sie mit der maximalen Frequenz der Phasenbilder bei der Rekonstruktion aus dem experimentellen Hologramm am gegebenen Abstand übereinstimmt.



Abbildung 3.10: Phasenverteilung zu Abbildung 3.9 nach Filterung mit einem Tiefpassfilter, um die Rekonstruktion aus experimentellen Hologrammen zu simulieren

Aus solchen Phasenverteilungen resultiert nach Berechnung der maximalen absoluten Phasendifferenz zur mittleren Phase jeder Ebene die charakteristische Kurve, die auch bei der Rekonstruktion aus den experimentellen Hologrammen beobachtet wurde. In Abbildung 3.11 ist die Phasenkurve zu Abbildung 3.10 dargestellt.



Abbildung 3.11: Maximale absolute Phasendifferenz zur mittleren Phase der Umgebung zu Abbildung 3.10

Abbildung 3.12 zeigt einen Ausschnitt aus der Rekonstruktion eines experimentellen Hologramms, in welchem zwei Partikel vorhanden sind. Dabei befindet sich die Fokusposition des ersten Partikels in dieser Rekonstruktionsebene und die Fokusposition des zweiten Partikels liegt ca. 2mm von der Ebene entfernt.



Abbildung 3.12: Ausschnitt aus der Rekonstruktion eines Hologramms mit zwei Partikeln

Abbildung 3.13 stellt den Verlauf der maximalen absoluten Differenz zwischen den Phasenwerten an der Position des Partikels und den Phasenwerten des Hintergrundes über der Tiefenkoordinate im ganzen Messvolumen für die zwei Partikel in diesem Ausschnitt dar.

Die Phasencharakteristik wurde berechnet, nachdem ein Phasen-Unwrapping-Algorithmus auf die Phasenwerte angewendet wurde. Man sieht deutlich, dass vor und nach der zum Partikel ein gehörigen Tiefenposition jeweils lokales Maximum der maximalen absoluten Phasendifferenz auftritt, während in der Nähe der Tiefenposition des Partikels ein Minimum auftritt. Die zwei Maxima der Phasencharakteristik liegen dabei symmetrisch zur Tiefenposition des Partikels. Dieses Verhalten der Phasenfunktion kann zur Detektion der Tiefenkoordinaten der Partikel genutzt werden. Durch zahlreiche Experimente wurde nachgewiesen, dass dieser Effekt sowohl bei der Verwendung von undurchsichtigen als auch bei der Verwendung von durchsichtigen Partikeln auftritt. Somit ist diese Technik für die Tiefenpositionsbestimmung von Partikeln beider Typen anwendbar.

Darüber hinaus ist diese Eigenschaft der Phasenfunktion charakteristisch für Partikel, d.h. hiermit wurde ein scharfes Kriterium zur Identifikation realer Partikel entdeckt, mit dem sie klar von z.B. Intensitätsmodulationen durch Speckle-Rauschen unterscheidbar sind.



Abbildung 3.13: Verlauf der maximalen absoluten Differenz zwischen den Phasenwerten an der Position des Partikels und den Hintergrundwerten über der Tiefenkoordinate (Position der Ebene)

Die numerische Simulation für die phasenbasierte Technik hat auch gezeigt, dass die Genauigkeit der Tiefendetektion mit Hilfe dieser Technik stark von der Pixelgröße des Sensors abhängig ist. Abbildung 3.14 stellt einen Vergleich der Phasencharakteristiken eines Partikels bei verschiedenen Pixelgrößen des verwendeten Sensors dar. Wie es deutlich zu sehen ist, steigt die Steilheit der Phasencharakteristik und somit die Genauigkeit der Tiefendetektion bei der Verwendung der Sensoren mit kleineren Pixelgrößen enorm. Das klingt sehr viel versprechend für das Potential der phasenbasierten Technik, wenn zur Hologrammaufnahme Bildsensoren mit kleinen Pixelgrößen eingesetzt werden.



Abbildung 3.14: Phasencharakteristik eines Partikels bei verschiedenen Pixelgrößen des verwendeten Sensors aus der numerischen Simulation

3.5 Genauigkeitstest

Mit einem Genauigkeitstest, der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde, lässt sich die Genauigkeit der Partikeltiefendetektion für den spezifischen optischen Aufbau und verschiedene Tiefendetektionstechniken bestimmen. Somit kann man die Effizienz der Tiefendetektionstechniken miteinander vergleichen und die effektivste für den gegebenen Aufbau bestimmen. Da die Genauigkeit der DHPIV-Messtechnik in erster Linie durch die Genauigkeit der Tiefenpositionsdetektion der einzelnen Partikel bestimmt wird, kann man mit Hilfe dieses Tests auch den Fehler der Extraktion der zur Sensorfläche senkrecht liegenden Geschwindigkeitskomponente abschätzen.

Im ersten Schritt werden die bei der Durchführung des Genauigkeitstests verwendeten Partikel auf einer Glassplatte gleichmäßig verteilt und die Glassplatte wird parallel zur Sensorfläche fixiert (Abbildung 3.15). Der aufgeweitete Laserstrahl wird durch ein Spiegelsystem senkrecht auf den Sensor gerichtet.



Abbildung 3.15: Aufbau des Genauigkeitstests

Nach der Aufnahme des Testhologramms, wird dieses mit einer sehr kleinen Schrittweite zwischen den Rekonstruktionsebenen rekonstruiert. Danach werden die drei Koordinaten der Partikel aus der Hologrammrekonstruktion extrahiert. Die ermittelten Partikelkoordinaten weisen bestimmte Abweichungen von den realen Partikelkoordinaten, also Fehler, auf. Um diese zu ermitteln, wird mit der nachfolgend beschriebene Prozedur erst die genaue Lage der Partikelebene bestimmt. Das Kriterium für die Bestimmung der Lage der Partikelebene ist das Minimum der Summe der Quadratabweichungen aller Partikel zur Partikelebene:

$$\sum_{i} \left(z_i - f\left(x_i, y_i\right) \right)^2 \to \min, \qquad (3.2)$$

wobei x_i, y_i, z_i die aus der Hologrammrekonstruktion ermittelten Koordinaten des *i*-ten Partikels und *f* die Ebenenfunktion sind. Nachdem die Lage der Partikelebene bestimmt ist, kann man den Fehler der Partikeltiefenbestimmung ermitteln. Das geschieht durch die Analyse der Verteilung der Abweichungen aller Partikel von der Partikelebene (Abbildung 3.16).



Abbildung 3.16: Abweichungen der aus der Hologrammrekonstruktion ermittelten Partikelkoordinaten von den realen Positionen

Durch mehrere Experimente wurde mit Hilfe des Lilliefors-Tests [Lil_67] die Hypothese der Normalverteilung der Abweichungen nachgewiesen. Dieser Nachweis rechtfertigt, die Standardabweichung der Verteilung als Kriterium zur Bewertung des Tiefendetektionsfehlers zu verwenden. Somit kann man für die gegebene Standardabweichung σ mit der Wahrscheinlichkeit *P* behaupten, dass die reale Tiefenposition z_r eines aus dem Hologramm extrahierten Partikels im Bereich

$$z_r = z_e \pm n\sigma \tag{3.3}$$

liegt. Hier steht z_e für die experimentell ermittelte Tiefenposition des Partikels und der Parameter n wird aus der Tabelle für die vorgegebene Wahrscheinlichkeit P entnommen [Bro_99]:

Р	0.9015	0.9505	0.9918
n	1.29	1.65	2.40

Tabelle 3.1: Parameter n für unterschiedliche Wahrscheinlichkeitswerte P der Normalverteilung

Da der Messbereich auf der Glassplatte relativ klein ist (gleich der Sensorgröße), kann man den Fehler durch die Unebenheit der Platte vernachlässigen. Auch der Fehler aufgrund des diskreten Rekonstruktionsschritts wird durch die Einstellung eines feinen Schritts so weit minimiert, dass dieser nicht mehr von Bedeutung ist. Der Test ermöglicht es deshalb, sehr genau das Auflösungsvermögen des Messsystems in der Bestimmung der Tiefenkoordinaten der Partikel zu ermitteln. Somit kann dieser Test zum Vergleich der Effizienz der Tiefendetektionstechniken sowie zur Abschätzung des Fehlers bei der Bestimmung der senkrecht zur Sensorfläche liegenden Geschwindigkeitskomponente verwendet werden.

3.6 Verwendung der Phasencharakteristik eines Partikels

Bei der automatischen Auswertung der Hologramme müssen die Partikel erst in allen Rekonstruktionsebenen, in denen sie noch sichtbar sind, detektiert und deren (x, y)-Koordinaten ermittelt werden, bevor man eine der oben beschriebenen Techniken zur Tiefendetektion einsetzen kann. Auf der Basis der Intensitätsinformation alleine ist es oft schwierig, die Partikel fehlerfrei in den Rekonstruktionsebenen zu identifizieren, da die Amplitude des Signals, wie schon erwähnt wurde, anfällig gegen Rauschen ist. Im Gegensatz dazu konnte nachgewiesen werden, dass sich die im Kapitel 3.4.3 präsentierte Phasencharakteristik des Partikels als extrem sensitives Kriterium für die Partikelmarkierung eignet. Die in der Phasencharakteristik vorhandenen Maxima sind eine Charakteristik des individuellen Partikels und mit ihr lassen sich die Partikel vom Hintergrund präzise trennen. Dafür wird erst das auf dem Hologramm gespeicherte Volumen Ebene für Ebene mit einem Schritt von 1mm rekonstruiert. Danach wird ein Unwrapping-Algorithmus auf die Phasenwerte jeder rekonstruierten Ebene angewendet und die absolute Differenz zwischen den Phasenwerten und dem Mittelwert der ganzen Ebene berechnet. Die Matrix der Differenzwerte wird für jede Ebene binarisiert und in ein schwarzweißes Bild umgewandelt. Der Treshold-Level dabei wird entsprechend der in Abbildung 3.13 dargestellten Phasencharakteristiken der Partikel gewählt. Dabei wird der Mittelwert zwischen den Maxima und den Phasenwerten des Hintergrunds verwendet. Eine binäre Ergebnismatrix wird durch die Konjunktion aller Schwarzweißbilder, welche für die entsprechenden Tiefenebenen ausgewertet werden, berechnet. Eine solche Matrix enthält alle Partikel aus dem rekonstruierten Messvolumen.

Abbildung 3.17a stellt einen Ausschnitt aus einer Rekonstruktionsebene dar. Die sich überlagernden Partikel sind mit gelben Kreisen markiert. Es ist fast unmöglich, in solchen Fällen auf Basis der Intensitätsinformation einzelne Partikel fehlerfrei zu identifizieren. Das gelingt

64

aber durch die Verwendung der Phaseninformation, wie oben beschrieben wurde, fast einwandfrei. Man kann deutlich sehen, dass sogar an den Stellen, an denen ein Partikel im Fokus ist und mit einem unscharfen Partikel überlagert wird, die Markierung der Partikel (Abbildung 3.17b) fehlerfrei funktioniert.



Abbildung 3.17: Verwendung der Phaseninformation zur Markierung der Partikel: Ausschnitt einer Rekonstruktionsebene (a) und die durch die Verwendung der Phaseninformation markierten Partikel (b)

Durch die numerische Simulation wurde auch nachgewiesen, dass die Phasencharakteristik für jedes Partikel bestimmter Form und Größe einzigartig ist.

Abbildung 3.18 zeigt einen Vergleich der Phasencharakteristiken für ein rundes und ein leicht ovales Partikel gleicher Querschnittsgröße. Wie es zu sehen ist, resultiert eine leichte Änderung der Partikelform in einer Änderung der Phasencharakteristik.


Abbildung 3.18: Phasencharakteristik eines runden und eines ovalen Partikels gleicher Querschnittgröße aus der numerischen Simulation

Da die in Experimenten verwendeten Partikel immer gewisse Größen- und Formunterschiede aufweisen, kann man die Phasencharakteristik zur Partikelidentifikation bei der Partikelverfolgung verwenden. Somit kann die Zuordnung der Partikel aus zwei nacheinander folgenden Zeitschritten durch die Korrelation der Phasencharakteristiken durchgeführt werden.

3.7 Geschwindigkeitsbestimmung

Nach der Extraktion der drei Koordinaten jedes Partikels zu jedem Zeitpunkt mit Hilfe einer der oben genannten Techniken werden die Geschwindigkeiten ermittelt. Für die Berechnung der Geschwindigkeiten kann man entweder auf gleicher Weise wie bei der PIV üblich vorgehen und die Geschwindigkeiten mit Hilfe der dreidimensionalen Kreuzkorrelationstechnik berechnen oder man kann eine Partikelverfolgungstechnik (zum Beispiel [Gold_98], [Kre_00]) einsetzen. Allerdings ist es für die beiden Methoden erforderlich, dass bei der Berechnung der lokalen Geschwindigkeiten mehrere Partikel (mindestens 15 [Kre_00]) im Auswertebereich sind und

berücksichtigt werden. Diese Forderung ist bei der DHPIV schwierig zu erfüllen, da die auflösbare Partikeldichte bei den Messungen im Makrobereich bei Verwendung der derzeitig verfügbaren Sensoren relativ gering ist (1-2 Partikel/mm³). Daher kann man mit solchen Techniken zur Geschwindigkeitsbestimmung in der DHPIV nur die lokalen Geschwindigkeiten für relativ große Auswertebereiche sicher auflösen, was die Einsetzbarkeit der Messtechnik auf die Strömungen mit hoher Homogenität der Strömungsfelder beschränkt. Darüber hinaus sind diese Algorithmen rechenintensiv [Kre_00] und daher würde deren Einsatz bei der Auswertung der Daten aus einem holographischen Hochgeschwindigkeitsfilm mit 2000 Bildern und Zeitschritten die Rechenzeit drastisch erhöhen.

Eine elegante Lösung dieses Problems wäre es, eine Charakteristik des Partikels zu finden, mit der ein einzelnes Partikel im nächsten Zeitschritt mit geringem Aufwand präzise identifizierbar ist. Es bietet sich nun an, hierzu die Phasencharakteristik der Partikel zu verwenden (Kap. 3.4.3 und Kap. 3.6). Sie charakterisiert jedes Partikel eindeutig, weshalb sich das zu verfolgende Partikel im nächsten Zeitschritt von den anderen Partikeln und von den Fehlereinflüssen, wie überlappende andere Partikel, deutlich unterscheiden und so praktisch fehlerfrei identifizieren lässt. Vorausgesetzt werden muss aber, dass die Verschiebung des Partikels zwischen zwei Zeitschritten relativ klein ist. Die Phasencharakteristik des Partikels aus dem ersten Zeitschritt wird im nächsten Zeitschritt mit den Phasencharakteristiken aller anderen Partikel im Auswertebereich korreliert. Das Partikel im nächsten Bild, dessen Phasencharakteristik mit dem des zu verfolgenden Partikels am besten korreliert, wird zu dem verfolgenden Partikel zugeordnet. Um zu vermeiden, dass ein falsches Partikel zugeordnet wird, wenn das zu verfolgende Partikel im zweiten Zeitschritt nicht existiert, wird ein minimaler Korrelationswert spezifiziert, der für die Zuordnung der Partikel erforderlich ist. Falls kein Korrelationswert den vordefinierten minimalen Wert überschreitet, wird die Verfolgung des Partikels eingestellt. Wird dieses Partikel in einem weiteren Zeitschritt wieder identifiziert, wird die Verfolgung des Partikels fortgesetzt, d.h. eine neue Trajektorie bestimmt.

Abbildung 3.19 stellt einen Ausschnitt einer Projektion der extrahierten Partikelkoordinaten auf die x, y-Ebene⁷ dar. Man sieht den Weg der Partikel über alle erfassten Zeitschritte. Das Beispiel stammt aus der Auswertung einer, mit hoher Repetitionsrate aufgenommenen holographischen Bildsequenz, die das Geschwindigkeitsfeld in einem T-Strömungsmischer erfasst (siehe auch Kap. 5.3).

⁷ Ebene, die parallel zur Sensorebene liegt.



Abbildung 3.19: Einzelne Partikelpositionen in der x, y-Ebene über der Zeit, gewonnen durch die Auswertung eines holographischen Hochgeschwindigkeitsfilms

In Abbildung 3.20 werden die aus den Partikelpositionen berechneten Trajektorien gezeigt (Projektion in die x, y-Ebene). Diese wurden mit dem oben beschriebenen Partikel-Verfolgungs-Algorithmus bestimmt. Wie deutlich zu sehen ist, werden die Partikelbahnen aus den oben gezeigten einzelnen Partikelpositionen fast fehlerfrei detektiert. Auch in den schwierigen Fällen, in denen sich einige Partikelbahnen überkreuzen oder sehr nahe zusammen liegen, liefert der Algorithmus ein schlüssiges Ergebnis.



Abbildung 3.20: Detektierte Partikelbahnen in der x, y-Ebene, gewonnen durch die Auswertung eines holographischen Hochgeschwindigkeitsfilms

Abbildung 3.21 stellt das Ergebnis der Partikelverfolgung in der x, z-Ebene⁸ dar. Wie man sehen kann, weisen die Partikelbahnen starke Abweichungen in der z-Richtung von dem erwarteten Verlauf auf, welche auf der Ungenauigkeit der Messtechnik bei der Bestimmung der Tiefenlage der Partikel beruhen. Das resultiert in einem großen Fehler bei der Bestimmung der senkrecht zur Sensorebene liegenden Strömungskomponente. Dieser kann z. B. durch den Einsatz der Kreuzkorrelationstechnik zur Geschwindigkeitsbestimmung minimiert werden. Hierbei reduziert sich der Fehler um Faktor \sqrt{n} , wobei *n* die Anzahl der Partikel ist, die zur Berechnung eines Geschwindigkeitsvektors miteinbezogen werden. Allerdings ist der Einsatz der Kreuzkorrelationstechnik, wie es oben beschrieben wurde, wegen der relativ geringen auflösbaren Partikeldichte auf Strömungen mit hoher Homogenität der Strömungsfelder beschränkt. Unter Verwendung der Partikelverfolgungstechnik bei Hochgeschwindigkeitsaufnahmen lässt sich der Fehler durch den Einsatz eines adaptiven

⁸ Ebene, die senkrecht zur Sensorebene liegt.

Algorithmus bzw. eines Regressionsverfahrens minimieren. Diese werden unten vorgestellt und mit einander verglichen.



Abbildung 3.21: Detektierte Partikelbahnen für drei Partikel in der x, z-Ebene, gewonnen durch die Auswertung eines Hochgeschwindigkeitsfilms

Die Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit durch Partikelverfolgung während eines definierten Zeitintervalls unterliegt verschiedenen Fehlereinflüssen. Zu den primären Fehlern zählt der Positionsfehler aus der Partikellagebestimmung, der sich in den relativen Geschwindigkeitsfehlern als Verhältnis des mittleren Lagefehlers der Partikel zur Partikelverschiebung im betrachteten Zeitintervall fortpflanzt. Der Positionsfehler wird vor allem kritisch, wenn die Verfolgung einzelner Partikel angestrebt wird. Im Gegensatz zu statischen Methoden, wie z.B. der Korrelationstechnik, wird der Fehler hier nicht durch die gleichzeitige Betrachtung mehrerer Partikel bei der Geschwindigkeitsberechnung ausgemittelt. Weiterhin erfordert die Partikelverfolgung eine Beschränkung des Teilchenversatzes, um sowohl das vorliegende Strömungsfeld hinreichend genau abzubilden, als auch die eindeutige Zuordnung der Partikel zwischen zwei Zeitschritten, wie oben beschrieben wurde, zu sichern. Das bedeutet, dass es für eine gegebene Strömungsgeschwindigkeit einen optimalen Zeitschritt zwischen zwei Partikelbildern gibt, der zu einem Fehlerminimum führt. Da bereits in zweidimensionalen

Strömungssituationen meistens Geschwindigkeitsgradienten vorliegen, hängt die Wahl des optimalen Zeitschrittes in der Praxis auch noch von der aufzulösenden Geschwindigkeitsamplitude ab.

Eine adaptive Auswertung bietet sich als Ausweg aus dem Dilemma zwischen Genauigkeit und Dynamik der Geschwindigkeitsmessung an, sofern statt des Doppelbildes ganze Bilderserien vorliegen. Da bei den durchgeführten Versuchen (siehe Kap. 5.3) zur zeitabhängigen Erfassung der Strömungsfelder Hologrammserien aufgenommen wurden, war diese Voraussetzung gegeben. Es konnte deshalb untersucht werden, inwiefern sich Verbesserungen durch eine adaptive Auswertung erzielen lassen.



Abbildung 3.22: Darstellung der adaptiven Auswertung: niedrige Geschwindigkeit (a), hohe Geschwindigkeit (b), Regressionsverfahren (c)

In Abbildung 3.22 werden exemplarisch die rekonstruierten Partikelbahnen, die mittleren Streichlinien sowie einige Geschwindigkeitsvektoren für das untersuchte adaptive Verfahren und für das schließlich implementierte Regressionsverfahren dargestellt. Beim adaptiven Verfahren (Abbildung 3.22a und b) wird die mittlere Streichlinie aus der Mittelung der mit Bildversatz sukzessive ausgewerteten Vektoren gefunden. Dieses Verfahren beruht darauf, dass jeweils aus dem mit der vorangegangenen Geschwindigkeit geschätzten Bildversatz der nächste Vektor bestimmt wird. Dann wird dessen realer Versatz mit den Kriterien des Adaptionsalgorithmus

verglichen und ggf. korrigiert. Das Kriterium dabei ist das Verhältnis des mit Hilfe des Genauigkeitstests ermittelten Fehlers (siehe Kap. 3.5) zum realen Versatz des Partikels, was ein Maß für den Fehler in der Bestimmung der senkrecht zur Sensorebene liegenden Strömungsgeschwindigkeitskomponente ist.

Im Gegensatz dazu verwendet das in Abbildung 3.22c gezeigte Regressionsverfahren einen räumlichen Spline, der sich aus der Regression an die verfolgte Partikelbahn ergibt. Hierbei berechnen sich die Geschwindigkeitskomponenten direkt aus dessen Zeitableitung. Bei dieser Technik zur Geschwindigkeitsbestimmung wird auch der Oversampling-Effekt bei der Hochgeschwindigkeitsaufnahme zur Reduzierung des Tiefendetektionsfehlers automatisch genutzt. Somit reduziert sich der Einfluss des Tiefendetektionsfehlers um \sqrt{N} , wobei N der Oversampling-Faktor ist.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die adaptive Auswertung keine bessere Genauigkeit als das Regressionsverfahren erreicht. Da sie jedoch wesentlich mehr Speicherplatz und Rechenzeit benötigt, wurde letzterem der Vorzug gegeben.

4 Experimentelle Infrastruktur

Zur Entwicklung und zum Test der Leistungsfähigkeit der in Kapitel 3 beschriebenen DHPIV-Varianten wurden mit den nachfolgend beschriebenen Geräten sowohl holographische Einzelaufnahmen als auch holographische Filme aufgenommen. Zu ihrer Auswertung musste die Theorie in Software umgesetzt werden, deren Aufbau ebenfalls beschrieben wird, bevor in Kapitel 5 auf die Experimente selbst eingegangen wird.

4.1 Lichtquelle

In den Experimenten wurden entweder ein He-Ne-Laser oder ein Ion-Argon-Laser als Lichtquelle verwendet, deren Eigenschaften in Tabelle 4.1 zusammengestellt wurden. Aufgrund der geringen Strömungsgeschwindigkeiten in den Experimenten konnte auf ein Pulsen der Lichtquellen verzichtet und so der apparative Aufwand für die Experimente begrenzt werden:

	He-Ne-Laser	Argon-Ion-Laser
Wellenlänge [nm]	632,8	450-520
Leistung [mW]	40	360
Polarisation	ja	ja

Tabelle 4.1: Eigenschaften der Lichtquellen

4.2 Optische Komponenten

Zur Ausweitung des Laserstrahles wurde ein Strahlaufweitungssystem mit einem Raumfilter der Firma Linos verwendet.

Eintrittsöffnung	Ø 3mm
Austrittsöffnung	Ø 78mm
Wellenfrontdeformation	<1 <i>\lambda</i> bei 633nm
Raumfilter	\emptyset 10 μ m (Justierbar in X, Y und Z)

Tabelle 4.2: Eigenschaften des Strahlaufweitungssystems

Die Optik des Strahlaufweitungssystems war mit einer auf die verwendete Wellenlänge abgestimmten Antireflektionsbeschichtung ausgerüstet.

4.3 Kameras

In den Experimenten wurden drei Typen von Digitalkameras verwendet – eine digitale Photokamera Canon EOS-D60 und zwei Hochgeschwindigkeitskameras Phantom v4.1 und Photron APX mit folgenden Eigenschaften:

	Canon EOS D60	Phantom v4.1	Photron APX
Pixelanzahl	3072x2048	512x512	1024x1024
Pixelgröße [µm]	7,4	16	17
Verschlussgeschwindigkeit [µs]	500	10	5
Bildfrequenz [Bilder/s]	3	1000 (bei voller	2000 (bei voller
		Auflösung)	Auflösung)
Minimale Verschlusszeit [s]	1/2000	1/200000	1/200000
BPP	24 (Farbig)	8	12
Verwendetes Bildformat	RAW, TIFF	TIFF	TIFF, PNG

Tabelle 4.3: Eigenschaften der Kameras

Zwei Kameras, die Photokamera Canon EOS D60 sowie die Hochgeschwindigkeitskamera Phantom v4.1, wurden mit einem Schutzglas vor dem digitalen Sensor ausgestattet. Das Schutzglas ist eine gebräuliche Komponente bei Digitalkameras. Es besteht aus mehreren Schichten und dient neben dem mechanischen Schutz vor Beschädigungen des Sensors auch als IR-Sperrfilter und gleichzeitig als Tiefpassfilter. Das erste lässt nur das sichtbare Licht durch und das zweite zeichnet das Bild weich und unterdrückt somit die Aliasingartefakte.

Während der Experimente wurde festgestellt, dass das Schutzglas bei der Verwendung kohärenter Lichtquellen eine unerwünschte Interferenzmusterbildung durch die mehrfache Reflektion des Lichts an den Grenzschichten des Schutzglases in der Sensorebene verursacht. Dies hatte negative Auswirkung auf die Qualität der holographischen Aufnahmen. Deswegen wurde die für die Durchführung des Projekts gekaufte Photron APX Kamera speziell für die holographische Anwendung ohne Einsatz des Schutzglases angefertigt. Dadurch wurden deutliche Verbesserungen in der Qualität der aufgenommenen Bilder erzielt (Abbildung 4.1).

Wie man in der Mitte der beiden Bilder gut erkennen kann, ist das mit der Kamera ohne Schutzglas aufgenommene Bild weitgehend frei von unerwünschten Interferenzmustern. Das Interferenzmuster am Rand der beiden Bilder erklärt sich durch den Einsatz einer quadratischen Apertur, die im Strahlgang nach dem Strahlaufweitungssystem eingebaut wurde. Die Apertur sollte den aufgeweiteten Laserstrahl genau auf die Sensorgröße anpassen und somit unerwünschte Reflexionen minimieren.



Abbildung 4.1: Bild eines mit der digitalen Kamera Photron APX mit (links) und ohne (rechts) Schutzglas aufgenommenen aufgeweiteten Laserstrahls

4.4 Partikel

In den Experimenten mit dem "in-line" Aufbau wurden Polystyrol-Partikel (PS) zweier unterschiedlicher Durchmesser verwendet, während beim "off-axis" Aufbau zur Erhöhung der Intensität des seitlichen Streulichts silberbeschichtete Polymethylmethacrylat-Partikel (PMMA) eingesetzt wurden:

	PS/Q-F-B634	PS/Q-F-L1436	PMMA, Ag-Beschichtet
Partikeldichte [g/cm ³]	1,05	1,05	1,18
Mittlerer Partikeldurchmesser [µm]	48,15	64,9	50
Standardabweichung	0,67	1,8	-
Brechungsindex	1,59	1,59	-

Tabelle 4.4: Eigenschaften der Partikel

4.5 Auswertesoftware

Das Softwarepaket zur Auswertung und Untersuchung einzelner Hologramme und ganzer Hologrammserien wurde in Matlab umgesetzt und besteht aus zwei Bausteinen. Der Erste ist ein Programm mit GUI (Abbildung 4.2), welches zur Rekonstruktion und Untersuchung einzelner Hologramme verwendet wird.



Abbildung 4.2: Screenshot der Auswertesoftware

Das Programm ermöglicht eine freie Auswahl der experimentellen Parameter wie Wellenlänge der Lichtquelle, Pixelgröße des Bildsensors etc. und unterstützt beide Methoden, die "in-line" und "off-axis" Hologrammrekonstruktion. Der Benutzer kann auch zwischen unterschiedlichen Rekonstruktionsalgorithmen (Kap. 2.5.3) und Tiefendetektionstechniken (Kap. 3.4) wählen. Damit kann das Programm schnell an das gegebene Experiment angepasst werden.

- Mit Hilfe dieses Programms lassen sich folgende Aufgaben lösen:
 - Berechnung der Tiefenebenen aus einem Hologramm, wobei der gewünschte Tiefenbereich und der Abstand zwischen den Rekonstruktionsebenen vorgegeben werden
 - "Durchblättern" der Tiefenebenen nach der Rekonstruktion
 - Einzoomen und Auszoomen in die gewählte Tiefenebene an beliebigen Stellen
 - Untersuchung und Darstellung der Partikeltiefencharakteristiken einzelner Partikel (Intensität, Gradient bzw. Phasencharakteristik) innerhalb des rekonstruierenden Tiefenbereichs, was z.B. zur Bestimmung des Treshold-Levels zur automatischen Markierung der Partikel mit Hilfe der Phaseninformation (siehe Kap. 3.6) verwendet werden kann
 - Automatische Auswertung der während des Genauigkeitstests gespeicherten Hologramme und Ermittlung des Tiefendetektionsfehlers für die gewählte Tiefendetektionstechnik

Der zweite Baustein des Softwarepakets ist eine Sammlung von Matlab-Routinen ohne GUI. Diese enthält zum Teil die Routinen des ersten Programms zur Rekonstruktion einzelner Hologramme und verfügt zusätzlich über Algorithmen zur Auswertung und zur Analyse ganzer Hologrammserien. Das Flussdiagramm der Auswertung einer Hologrammserie ist in Abbildung 4.3 dargestellt.



Abbildung 4.3: Flussdiagramm zur Auswertung einer Serie der Hologramme

Die erste Routine bearbeitet die Hologramme sequenziell. Das Messvolumen wird erst mit einer großen Schrittweite von 1mm zwischen den Ebenen aus dem entsprechenden Hologramm rekonstruiert. Danach wird für jedes Hologramm der im Kap. 3.6 beschriebene Algorithmus für die Partikelmarkierung abgearbeitet. Der Treshold-Level wird erst mit Hilfe des Programms mit GUI definiert. Nachdem die binare Matrix mit den markierten Partikeln auf Basis der Phaseninformation berechnet ist, wird das gesamte Messvolumen mit einer kleineren Schrittweite rekonstruiert. Danach werden drei Partikelcharakteristiken für jedes Partikel, nämlich die Intensitäts-, die Gradienten- und die Phasencharakteristik für jeden Rekonstruktionsabstand extrahiert.

Das so erhaltene Feld mit den x, y-Koordinaten und den Partikelcharakteristiken an allen Rekonstruktionsabständen bildet die Basis für die weitere Auswertung. Daraus extrahiert man die Tiefenkoordinaten aller Partikel und bekommt somit ein Feld mit 3D-Partikelkoordinaten für jeden Zeitschritt der Hologrammsequenz. Dafür wird je nach der gewählten Tiefendetektionstechnik die entsprechende Partikelcharakteristik genommen.

Die erste Routine ist äußerst zeitaufwändig. Für die Auswertung einer Hologrammserie aus 2000 Hologrammen auf einem einzelnen Rechner werden ca. 10 Tage benötigt. Zur Verkürzung dieser Rechenzeit wurde die Routine parallelisiert und als autark auf 64-Bit-Rechnern unter Linux lauffähige Anwendung kompiliert. Die Hologrammserien wurden auf dem Rechnercluster des Leibniz-Rechenzentrums (LRZ) der TU München ausgewertet. Je nach Auslastung des Clusters standen 6-10 Rechner zur Verfügung. Die Portabilität wurde durch Vergleichsrechnungen auf dem lehrstuhleigenen Cluster mit einem vom LRZ Cluster abweichenden Betriebssystem erfolgreich bestätigt. Für die Auswertung einer Hologrammserie wurden ca. 1-1.5 Tage benötigt, was auf eine sehr gute Parallelisierbarkeit des Problems hindeutet.

Nachdem die 3D-Partikelkoordinaten sowie die Partikelcharakteristiken zu jedem Zeitpunkt mit Hilfe der ersten Routine aus dem entsprechenden Hologramm extrahiert sind, werden im nächsten Auswerteschritt die Partikelbahnen unter Einsatz der auf der Phasencharakteristik basierten Partikelverfolgungstechnik (Kap. 3.6) aus den einzelnen Partikelpositionen bestimmt und in Form einer Matrix gespeichert. Dieser und weitere Auswertungsschritte werden auf einem einzelnen Rechner durchgeführt.

Im nächsten Schritt werden die Partikelgeschwindigkeiten aus den Partikelbahnen berechnet. Zur Reduzierung des Tiefendetektionsfehlers werden Partikelbahnen in der z-Richtung mittels des Regressionsverfahrens approximiert. Dabei wird der Oversampling-Effekt bei der Hochgeschwindigkeitsaufnahme zur Minimierung des Fehlers ausgenutzt (Kap. 3.7).

78

Zum Schluss werden Fehlerbahnen, die sich durch sehr hohe Schwankungen der Partikelkoordinaten in der x, z-Ebene auszeichnen, aus dem Gesamtergebnis herausgefiltert und die Daten werden visualisiert oder in eine Datei exportiert.

Das Softwarepaket verfügt zusätzlich über optionale Routinen zur Prüfung der ordnungsgemäßen Funktion der Auswertealgorithmen und zur Anpassung der optimalen Auswerteparameter. Mit diesen Routinen kann man folgende zwei Aufgaben lösen:

- Visuelle Pr
 üfung der Partikelmarkierung mit Hilfe der Phaseninformation (siehe Kap. 3.6) in den Rekonstruktionsebenen zur feinen Einstellung des optimalen Grenzwertes, der am Anfang mit Hilfe des Programms mit GUI, wie es schon erw
 ähnt wurde, grob definiert wird
- Visuelle Kontrolle der Partikelverfolgung in drei Projektionen durch Vergleich der Positionen einzelner Partikel aus mehreren Zeitschritten (Abbildung 3.19) mit den extrahierten Partikelbahnen (Abbildung 3.20) zur Einstellung des optimalen Kreuzkorrelationsgrenzwertes für die Partikelzuordnung mit Hilfe der Phasencharakteristik bei der Partikelverfolgung (siehe Kap. 3.6)

5 Experimente

5.1 Bestimmung der Effizienz der Tiefendetektionstechniken

In diesem Kapitel werden experimentelle Ergebnisse zur Untersuchung der Effizienz der Tiefendetektionstechniken für verschiedene Geometrien des optischen Aufbaus präsentiert.

5.1.1 "In-line" Anordnung

Erste Experimente zur Untersuchung der Effizienz der Tiefendetektionstechnik wurden mit Hilfe der Canon-Photokamera durchgeführt. Hier wurde die Effizienz sowohl der intensitäts- als auch der gradientenbasierten Technik unter Verwendung von Polystyrol-Partikeln PS/Q-F-B634 untersucht. Der Genauigkeitstest für diese Partikel wurde nach der im Kapitel 3.5 beschriebenen Methode durchgeführt.



Abbildung 5.1: Vergleich der Tiefendetektionstechniken für Polystyrol-Partikel PS/Q-F-B634 für die Photokamera Canon EOS D-60

Abbildung 5.1 präsentiert das Ergebnis des Genauigkeitstests. Die x-Achse im Diagramm zeigt die Anzahl N der ausgewerteten Intensitätswerte bei der intensitätsbasierten Technik bzw. die Anzahl N der Gradientenwerte bei der gradientenbasierten Technik, welche jeweils bei der

Berechnung der entsprechenden Schärfencharakteristik an verschiedenen Tiefenpositionen berücksichtigt wurden.

Anhand der geringeren Standardabweichung σ ist zu sehen, dass die gradientenbasierte Technik eine deutlich bessere Genauigkeit im Vergleich zur intensitätsbasierten Technik liefert kann. Darüber hinaus ist diese Tiefendetektionstechnik stabiler gegen die Werteanzahl, die zur Berechnung des charakteristischen Wertes (der Intensitäts- bzw. Gradientencharakteristik) herangezogen werden muss, um die beste Genauigkeit zu erreichen. Das kann vor allem wichtig sein, wenn die verwendeten/untersuchten Partikel/Objekte eine inhomogene Größenverteilung aufweisen, weil für die gradientenbasierte Technik die optimale Anzahl der Gradinentenwerte für ein breiteres Spektrum der Partikel- bzw. Objektgrößen gleich bleiben wird. Somit wird die höchste Genauigkeit der Tiefendetektion für ein breites Größenspektrum der zu verwendeten/untersuchten Partikel/Objekte gewährleistet. Dennoch ist auch festzuhalten, dass die Standardabweichung wesentlich größer als der Partikeldurchmesser ist.

Eine weitere Folgerung kann man aus dem Verlauf der Kurve für die intensitätsbasierte Technik in Abbildung 5.1 ziehen: Die Genauigkeit dieser Tiefendetektionstechnik steigt um 50%, wenn alle zu dem Partikel gehörigen Punkte aus seiner Abbildung in die Berechnung der Intensitätscharakteristik mit einbezogen werden. Das ist erstaunlich, wird doch üblicherweise nur die Intensität in der Mitte des Partikels zur Auswertung benutzt.

In die Berechnung des Schärfewertes des Partikels mit Hilfe der Gradientenwerte wird automatisch Information von den Pixeln, die an der Grenze des Partikels liegen, mit einbezogen, da die Gradientenwerte hier am größten sind. Diese Werte werden auch in die Berechnung des Schärfewertes des Partikels bei der intensitätsbasierten Technik einbezogen, wenn alle dem Partikel zugehörigen Pixel verwendet werden. Dabei steigt die Effizienz der intensitätsbasierten Technik im Vergleich zum Fall, bei dem nur die Pixel in der Mitte des Partikels betrachtet werden. Das weist darauf hin, dass die Pixel mit Informationsgehalt an der Grenze der Partikelabbildung liegen.

Weitere Experimente wurden unter Verwendung derselben Partikel mit Hilfe der Hochgeschwindigkeitskamera Photron APX durchgeführt.



Abbildung 5.2: Vergleich der Tiefendetektionstechniken für die Hochgeschwindigkeitskamera Photron APX an verschiedenen Abständen vom Testobjekt zur Sensorebene

In Abbildung 5.2 werden Ergebnisse des Genauigkeitstests dargestellt. Hier werden die gradientenbasierte sowie die phasenbasierte Technik miteinander verglichen. Parameter ist der Abstand vom Objekt zur Sensorebene. Für die berücksichtigte Gradientenanzahl wurde in einer Voruntersuchung der optimale Wert gewählt. Dieser wurde durch die oben beschriebene Prozedur ermittelt.

Wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist, weißt die phasenbasierte Technik beim untersuchten Aufbau keinen Vorteil im Vergleich zur gradientenbasierten Tiefendetektionstechnik bei dem gegebenen Aufbau auf. Das kann an der Pixelgröße der verwendeten Kamera liegen. Wie im Kapitel 3.4.3 gezeigt wurde, ist die Genauigkeit der phasenbasierten Technik sehr stark von der Pixelgröße abhängig. Somit kann man bei der gegebenen Pixelgröße von 17µm das Potenzial der phasenbasierten Technik nicht ausschöpfen.

Interessant am Kurvenverlauf in Abbildung 5.2 ist die Tatsache, dass die besten Ergebnisse für beide Tiefendetektionstechniken in einem Abstand zwischen 400 und 500mm erreicht wurden. Dieser Abstand entspricht dem theoretisch erlaubten minimalen Abstand (siehe Kap.2.5.2.2) bei den gegebenen experimentellen Bedingungen.

5.1.2 "Off-axis" Anordnung

Die relativ geringe Genauigkeit der Tiefendetektion der Partikel beim "in-line" Aufbau lässt sich vor allem durch die nicht ausreichende Auflösung der zurzeit verfügbaren digitalen Sensoren

erklären. Ein zweiter Grund ist aber das inhärente Problem der Überlagerung des reellen Bildes mit dem virtuellen Bild und der Beugung nullter Ordnung bei der Rekonstruktion von "in-line" Hologrammen. Dieses Problem kann man durch Einsetzen der "off-axis" Geometrie (Kap. 5.1.2) umgehen.

Die "off-axis" Geometrie stellt große Anforderungen an die Auflösung des Bildsensors, da viel höhere Raumfrequenzen als im "in-line" Aufbau gespeichert werden müssen. Das ist wiederum ein kritischer Parameter bei allen verfügbaren Sensoren. Um diese Anforderung zu erfüllen ohne die Auflösung der Sensoren zu überfordern, muss der Abstand zum Objekt vergrößert werden. Dabei steigt aber die Intensität des Speckle-Rauschens an (siehe Kap. 2.5.5).



Abbildung 5.3: Experimenteller Aufbau mit "off-axis" Geometrie

Zur Untersuchung der "off-axis" Anordnung wurde ein Aufbau realisiert, der in Abbildung 5.3 skizziert ist. Diese "off-axis" Anordnung ist dadurch charakterisiert, dass der Laserstrahl nach der Strahlaufweitung mittels eines Strahlteilerwürfels in einen Referenz- und einen Objektstrahl im Verhältnis 10/90 geteilt wird. Der Referenzstrahl wird anschließend über einen Spiegel umgelenkt und gelangt zu einem weiteren Strahlteilerwürfel mit dem gleichen Teilungsverhältnis. Der am Chip ankommende Referenzstrahl entspricht damit einem Prozent der Ausgangsstrahlleistung des Lasers. Somit wurde gewährleistet, dass der größte Teil der Gesamtleistung des Laserstrahls zur Beleuchtung der Partikel verwendet wurde, um eine möglichst hohe Intensität des seitlichen Streulichts zu erreichen. Der Strahlteiler ist dabei so angeordnet, dass sich der Referenzstrahl mit dem durch das Objekt gestreute Licht (Objektwelle) vereinigen kann. Bei der verwendeten Kamera Canon EOS D-60 darf der Winkel zwischen der Referenzwelle und der Objektwelle maximal ca. 2° betragen. Der Objektstrahl geht mit 90% der

Anfangsstrahlleistung durch das Objekt, das aus 50µm großen silberbeschichteten Partikeln besteht, die zwischen einem diagonal geteilten Quarzwürfel mittels eines optischen Klebers befestigt sind. Der Abstand der Kamera zu den untersuchten Partikeln beträgt 450mm.

Der Vorteil des in Abbildung 5.3 gezeigten "off-axis" Aufbaus ist die Ausblendung des ungestreuten Lichts, das mit der Objektwelle nach dem Partikelfelddurchgang gekoppelt ist, wenn die klassische "off-axis" Anordnung verwendet wird, und das als unerwünschte Information auf der Hologrammplatte bzw. dem Bildsensor mitregistriert wird (siehe Kap. 2.5.1). Wie sich zeigte, konnten mit diesem Aufbau aber keine brauchbaren Ergebnisse erzielt werden, da das Streulicht bei diesem Winkel eine zu geringe Intensität hat. Die Signalstärke hatte damit eine ähnliche Größenordnung wie das Grundrauschen, so dass eine gute Hologrammaufnahme sowie eine aussagekräftige und exakte Hologrammrekonstruktion nicht möglich waren.

Um die Intensität des Objektstreulichts zu erhöhen, wurde der Winkel der Streulichtaufnahme so stark wie möglich reduziert.



Abbildung 5.4: "Off-axis" Aufbau mit kleinem Winkel der Streuung

Die entsprechende Anordnung ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Mit dieser Anordnung konnte die Intensität des Streulichts soweit erhöht werden, dass eine brauchbare Hologrammaufnahme möglich war. Auch bei diesem Aufbau wurden entsprechende Referenzversuche, wie im Fall der "in-line" Anordnung, durchgeführt. Diese Genauigkeitstests haben gezeigt, dass der Tiefendetektionsfehler beim "off-axis" viel höher als beim "in-line" Aufbau ist und über 1mm liegt. Der Grund dafür ist vor allem das oben beschriebene Problem des Speckle-Rauschens sowie die relativ schwache Intensität des seitlichen Streulichts.

Abbildung 5.5 zeigt eine Rekonstruktionsebene, in der auf der rechten Seite die Partikel sichtbar sind. Der Intensitätskontrast beim Partikelbereich wurde separat eingestellt, da sonst die Partikel wegen der hohen Intensität des Beugungslichts nullter Ordnung in der Rekonstruktion nicht sichtbar wären. Wie man auf dem Bild sehen kann, ist die Intensität des Hintergrundrauschens ziemlich hoch im Vergleich zur Intensität der rekonstruierten Partikel.



Abbildung 5.5: Rekonstruktionsebene eines "off-axis" Hologramms

5.1.3 "In-line" Anordnung mit "off-axis" Rekonstruktion

Eine prinzipiell interessante Lösung zur Verbesserung der numerischen Rekonstruktion von "inline" Hologrammen wurde von Lai et al. [Lai_99] vorgeschlagen. Diese Lösung beruht auf der Grundeigenschaft des Hologramms, dass jeder Teil des ganzen Hologramms Informationen über das gesamte in dem Hologramm gespeicherte Volumen enthält. Die komplette dreidimensionale Information kann damit auch aus nur einem Teil des Hologramms rekonstruiert werden, jedoch dann nur mit geringerer Auflösung. Wenn man einen Teil des "in-line" Hologramms numerisch mit Nullen ersetzt und anschließend das komplette Hologramm rekonstruiert, kann das in dem "abgedeckten" Teil des Hologramms rekonstruierte Volumen als eine "off-axis" Rekonstruktion betrachtet werden. Man bekommt das rekonstruierte reelle Objektbild in diesem Teil des Hologramms ohne die Überlagerung mit der Beugungswelle nullter Ordnung und dem virtuellen Bild.

Dieses Verfahren wurde programmiert und seine Effizienz in der Partikellagebestimmung getestet. Die Tests zeigen, dass man wie im Fall des "off-axis" Aufbaus, leider keinen Gewinn an Genauigkeit erzielen kann. Das Problem hierbei ist, dass die starken Randeffekte in den Rekonstruktionsebenen an den Grenzen des mit Nullen ersetzten Bereichs die Qualität der Rekonstruktion verschlechtern und so die Vorteile dieses Rekonstruktionsverfahrens zunichte machen, wenn der als "off-axis" zu rekonstruierende Teil des Hologramms zu klein gewählt wird. Vergrößert man den Ausschnitt, verringert sich das Signal-Rausch-Verhältnis, so wie es auch der Fall beim "off-axis" Aufbau war (Abbildung 5.5), was wiederum keinen Gewinn in der Genauigkeit bringt.

5.2 Filterung des Beugungslichts nullter Ordnung

Die durch die Beugung nullter Ordnung verursachten Probleme bei der Rekonstruktion sind im Rahmen der Arbeit zuerst im Zusammenhang mit den Experimenten an der laminaren Kanalströmung (siehe Kap. 5.3.1) aufgetreten.



Abbildung 5.6: Häufigkeitsverteilung der detektierten Partikel in einer möglichst homogen getracerten Kanalströmung über der Breite des Kanals (numerische Rekonstruktion des Hologramms unter Nutzung der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48))

Es wurde festgestellt, dass nach der Rekonstruktion des Hologramms, wenn als Rekonstruktionstechnik die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48) bzw. die Fresnel-Annäherung (2.61) verwendet wurde, die weitergehend homogen über der Tiefe des Kanals verteilten Partikel nur in bestimmten Tiefenpositionen detektiert werden konnten (Abbildung 5.6), deren Lage mit der Schwankung der mittleren Intensität korreliert werden konnte (siehe Kap. 2.5.6).

Dieses Problem lässt sich lösen, wenn eine der im Kapitel 2.5.6 erwähnten Filterungstechniken zur Eliminierung der Beugung nullter Ordnung eingesetzt wird.

Abbildung 5.7 stellt die Verteilung der Partikel über der Tiefe des Kanals nach der Rekonstruktion des gefilterten Hologramms dar. Hier wurde als Filterungstechnik die Subtraktion des Hintergrundbildes verwendet.



Abbildung 5.7: Häufigkeitsverteilung der Partikel der möglichst homogen getracerten Kanalströmung über der Breite des Kanals aus der numerischen Rekonstruktion eines gefilterten Hologramms unter der Nutzung der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48))

Um die beste Kombination aus einer Rekonstruktions- und einer Filterungstechnik zu bestimmen wurde ein Benchmark-Test durchgeführt. Dafür wurde erst eine Hochgeschwindigkeitsaufnahme der laminaren Strömung in einem rechteckigen Kanal mit Hilfe der APX-Kamera durchgeführt. Die gespeicherten Hologramme wurden danach mit Hilfe der im Kapitel 4.5 präsentierten Software bearbeitet und die Partikelbahnen schließlich extrahiert. Dabei wurden verschiedene Rekonstruktionstechniken in Kombination mit verschiedenen Filterungstechniken ausprobiert. Das Kriterium für die Bestimmung der Güte der optimalen Rekonstruktionsvariante war die mittlere Standardabweichung aller Partikelbahnen von dem zu erwartenden geraden Verlauf.

Abbildung 5.8 stellt die kumulierte Wahrscheinlichkeit der Standardabweichungen aller extrahierten Partikeltiefenpositionen von ihren tatsächlichen Tiefenlagen für drei Rekonstruktionsvarianten dar. Die ersten zwei Ergebnisse stehen für die gefilterten (BkGr) und ungefilterten (h) Hologramme, die mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF (2.48) rekonstruiert wurden. Als Filterungstechnik wurde dabei die Subtraktion des Hintergrundes des Hologramms gewählt, die sich als effektivste herausstellte. Das Ergebnis für die Rekonstruktion mit Hilfe der Fresnel-Annäherung für diese zwei Varianten war gleich dem bei der Rekonstruktion mit der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Zeitbereich definierten IAF. Das dritte Ergebnis (H) steht für die ungefilterten Hologramme, die mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der im Frequenzbereich definierten IAF (2.53) rekonstruiert wurden.



Abbildung 5.8: Kumulierte Wahrscheinlichkeit der Standardabweichungen aller extrahierten Partikeltiefenpositionen von ihren tatsächlichen Tiefenlagen für drei Rekonstruktionsvarianten: Rekonstruktion von ungefilterten (h) und hintergrundgefilterten (BkGr) Hologrammen mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der direkt im Zeitbereich definierten IAF und Rekonstruktion der ungefilterten Hologramme mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der direkt im Zeitbereich definierten Lösung des Beugungsintegrals mit Hilfe der direkten Lösung des Beugungsintegrals mit der direkten Lösung des Beu

Der aus den Partikelbahnen ermittelte Fehler der Tiefenpositionsbestimmung der Partikel ist bei allen Rekonstruktionsvarianten größer als die bei den entsprechenden Genauigkeitstests ermittelten, da hier der zusätzliche Fehler des Partikel-Verfolgungs-Algorithmus auftritt.

Wie deutlich zu sehen ist, wird das beste Ergebnis erzielt, wenn als Rekonstruktionsalgorithmus die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der direkt im Frequenzbereich definierten IAF (Kap. 2.5.3.1) verwendet wird. Die Filterung des Hologramms bei der Verwendung dieser Rekonstruktionstechnik war überflüssig, weil sie die Genauigkeit der Partikeltiefenextraktion dabei herabgesetzt hat. Deshalb ist es sinnvoll, die direkte Auswertung des Beugungsintegrals unter Verwendung der im Frequenzbereich definierten IAF bei der Rekonstruktion von "in-line" Hologrammen trotz des höheren Rechenaufwands im Vergleich zur Rekonstruktionstechnik, die auf der Fresnel-Annäherung basiert, zu bevorzugen. Das Problem, das die Beugungswelle nullter Ordnung verursacht, kann bei der Verwendung der Fresnel-Annäherung nur durch den Einsatz einer Filterungstechnik behoben werden, was nicht die beste Lösung für die Genauigkeit der Partikeltiefenextraktion ist. Falls aus bestimmten Gründen doch die Fresnel-Annäherung zur Rekonstruktion der "in-line" Hologramme verwendet wird, sollen die Hologramme vor der Rekonstruktion gefiltert werden. Dabei sollte als Filterungstechnik die Subtraktion des Hintergrunds genommen werden, da sich diese als die effektivste in den Benchmark-Tests herausgestellt hat.

5.3 Validierungsmessungen

Um das Potential der Messtechnik zu untersuchen, wurden Messungen an verschiedenen Strömungsgeometrien und in verschiedenen Strömungsregimes durchgeführt.

5.3.1 Experimente am Strömungskanal

Im laminaren Bereich wurden die Experimente zur Validierung der Messtechnik an Kanälen mit quadratischem und mit rechteckigem Profil durchgeführt. Das experimentell ermittelte Geschwindigkeitsprofil für den ausgebildeten Zustand wurde mit der analytischen Lösung verglichen und der Fehler berechnet. Zur Aufnahme von Hologrammen wurden dabei die digitale Photokamera Canon EOS-D60 und die Hochgeschwindigkeitskamera Photron APX verwendet.

5.3.1.1 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau zur Untersuchung der laminaren Kanalströmung ist in Abbildung 5.9 gezeigt. Der Strömungskanal besteht aus einem 1m langen Plastikkanal und einem 0.2m langen Glaskanal. Die Größe des Kanalquerschnitts beträgt 20x20mm² bei den Experimenten mit der 10x20mm² Canon Photokamera bzw. bei den Experimenten mit der Hochgeschwindigkeitskamera. Im Plastikkanal wird eine voll ausgebildete laminare Kanalströmung erzeugt, die im anschließenden Glaskanal vermessen wird. Die Tracer-Partikel wurden mit Hilfe eines Rührers homogen im Wasser verteilt. Als Lichtquelle wurde der He-Ne-Laser verwendet.



Abbildung 5.9: Experimenteller Aufbau

Die Achsenlage im Messvolumen ist aus Abbildung 5.10 ersichtlich.



Abbildung 5.10: Achsenlage im Messvolumen

Für die Geschwindigkeitsprofile im laminaren, ausgebildeten Fall existiert eine analytische Lösung, die als Vergleichsbasis für die Validierung der Messungen benutzt wurde. Das analytische Profil ist gegeben durch [Eri_03]:

$$u(y,z) = \frac{12\dot{Q}}{\pi^3 ab} \cdot \frac{\xi(y,z,a,b)}{\varphi}, \qquad (3.4)$$

wobei die Funktionen ξ und φ sind:

$$\xi(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(i-1)/2} \left(1 - \frac{\cosh(i\pi \mathbf{z}/2\mathbf{a})}{\cosh(i\pi \mathbf{b}/2\mathbf{a})} \right) \frac{\cos(i\pi \mathbf{y}/2\mathbf{a})}{i^3}$$
(3.5)

$$\varphi = 1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\tanh(i\pi/2)}{i^5}$$
(3.6)

Für einen Kanal mit quadratischem Profil, d.h. a=b=h, ist $\varphi = 0.422$ und somit vereinfacht sich die Formel (3.4) auf:

$$u(y,z) = \frac{12\dot{Q}}{0.422\pi^{3}ab} \cdot \xi(y,z,h)$$
(3.7)

Hier ist \dot{Q} der Volumenstrom und *a* und *b* sind die Abmessungen des Kanals.

5.3.1.2 Experimente mit der digitalen Photokamera

Zur Hologrammaufnahme wurde zuerst die digitale Photokamera Canon EOS-D60 verwendet, die sich durch ein geringes Rauschen auszeichnet. Die maximale Bildrate der Kamera von drei Bildern pro Sekunde beschränkt den Messungsbereich auf geringe Strömungsgeschwindigkeiten. Durch den Einsatz dieser Kamera wurde das Potenzial des Doppelbildverfahrens in Kombination mit der Kreuzkorrelationstechnik zur Bestimmung der Geschwindigkeiten getestet. Zwei nacheinander gespeicherte Hologramme wurden numerisch rekonstruiert und die drei Partikelkoordinaten extrahiert. Die Geschwindigkeiten wurden mittels der Kreuzkorrelationstechnik berechnet.

Abbildung 5.11 stellt den Vergleich zwischen dem aus dem Experiment gewonnenen, axialen Geschwindigkeitsprofil und der analytischen Lösung für Re=50 dar. Wie aus dem Bild ersichtlich ist, weist das experimentelle Profil am Rand des Kanals starke Abweichungen von der analytischen Lösung auf. Der Grund dafür war die relativ geringe Konzentration der Partikel am Rand des Kanals. Es wurde festgestellt, dass die minimale Partikelanzahl in den Korrelationsvolumina sechs betragen muss, um die Geschwindigkeiten extrahieren zu können. Bei der allgemein geringen Konzentration der Partikel (ca. 0.5 Partikel/mm³) in der Strömung, wurde dieser Grenzwert vor allem am Rand des Kanals oft unterschritten. Die ermittelte minimale Anzahl der Partikel in Korrelationsvolumina stimmt mit den Erfahrungswerten für PIV überein.



Abbildung 5.11: Vergleich des experimentellen Profils (rechts) mit der analytischen Lösung (links) für einen Kanal mit quadratischem Profil von 20x20mm² bei Re=50

Dieses Ergebnis hat gezeigt, dass die Kreuzkorrelationstechnik in Strömungen mit hoher Inhomogenität der Geschwindigkeitsfelder nicht anwendbar ist. Bei der maximal auflösbaren Partikelkonzentration von ca. 1-2 Partikel/mm³ wären die zu korrelierenden Volumina viel zu groß, um vernünftige Ergebnisse liefern zu können, da die Partikelgeschwindigkeiten in diesen Volumina sehr unterschiedliche Werte haben würden. Deswegen wurden weitere Experimente mit der Hochgeschwindigkeitskamera Photron APX durchgeführt, um das Potenzial der Hochgeschwindigkeitsaufnahme in Verbindung mit der Partikel-Verfolgungs-Technik zu untersuchen.

5.3.1.3 Experimente mit der Hochgeschwindigkeitskamera

Beim Einsatz der Hochgeschwindigkeitskamera Photron APX in Verbindung mit der Partikel-Verfolgungs-Technik zur Geschwindigkeitsbestimmung konnten die Geschwindigkeiten im Kanal bei laminarer Strömung besser aufgelöst werden. Abbildung 5.12 stellt das experimentelle Ergebnis bei Re=100 im Vergleich zur analytischen Lösung dar. Es ist deutlich zu sehen, dass man dabei wesentliche Verbesserungen vor allem im Randbereich des Kanals erzielt hat. Der Gesamtfehler bei dieser Messung lag unter 4%. Dieser wurde ermittelt, indem erst die integrale Summe alle Differenzen berechnet und diese anschließend mit der höchsten Geschwindigkeit normiert wurde.



Abbildung 5.12: Vergleich des experimentellen Profils (rechts) mit der analytischen Lösung (links) für einen Kanal mit recheckigem Profil von 10x20mm² bei Re=100

Bei der Hochgeschwindigkeitsaufnahme kann durch Oversampling die Genauigkeit der Partikeltiefenbestimmung in der Richtung senkrecht zu der Sensorebene verbessert werden, was vor allem bei Messungen wichtig ist, in denen alle drei Geschwindigkeitskomponenten ermittelt werden sollen. Hier skaliert der Fehler mit \sqrt{N} , wobei N die Oversamplingrate ist.

Um das Potential der Messtechnik beim Einsatz einer Hochgeschwindigkeitskamera in Verbindung mit der Partikel-Verfolgungs-Technik zur Geschwindigkeitsbestimmung in einer instationären Strömung zu untersuchen, wurden weitere Experimente am Strömungsmischer mit zwei Einläufen durchgeführt. Bei diesen Experimenten wurde geprüft, ob die Messtechnik dazu in der Lage ist, turbulente Strukturen in einer instationären Strömung zeitlich aufzulösen.

5.3.2 Experimente am Strömungsmischer mit zwei Einläufen

Der experimentelle Aufbau zur Messung der Geschwindigkeitsfelder im Strömungsmischer mit zwei Einläufen ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Zur Hologrammaufnahme wurde die Hochgeschwindigkeitskamera Phantom v4.1 verwendet. Die Tracer-Partikel wurden in die seitliche Strömung eingebracht. Wie in den früheren Experimenten wurde eine möglichst homogene Verteilung der Tracer-Partikel im Wasser mit Hilfe eines Rührers gewährleistet.



Abbildung 5.13: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung des Strömungsmischers mit zwei Einläufen

Nach der Aufnahme einer Serie von Hologrammen und deren Auswertung wurden die drei Komponenten der Partikelkoordinaten extrahiert. Danach wurden die zu verschiedenen Zeitpunkten sichtbaren Partikel durch Anwenden des Partikel-Verfolgungs-Algorithmus zueinander zugeordnet und daraus die Partikelbahnen bestimmt. Zum Schluss wurden die Komponenten der Geschwindigkeitsvektoren zu jedem Zeitpunkt berechnet.



Abbildung 5.14: Axiales Geschwindigkeitsprofil (erster Zeitschritt aus dem Holofilm)



Abbildung 5.15: Axiales Geschwindigkeitsprofil (zweiter Zeitschritt aus dem Holofilm)



Abbildung 5.16: Axiales Geschwindigkeitsprofil (dritter Zeitschritt aus dem Holofilm)



Abbildung 5.17: Axiales Geschwindigkeitsprofil (vierter Zeitschritt aus dem Holofilm)

Die Abbildungen 5.14 bis 5.17 zeigen vier Momentaufnahmen des axialen Geschwindigkeitsprofils, auf denen das Entstehen einer turbulenten Struktur deutlich zu sehen ist. Zur besseren Veranschaulichung wurden die Achsen entsprechend skaliert.

Im Allgemeinen hat die Zeitsequenz des Geschwindigkeitsfeldes das erwartete Strömungsverhalten bestätigt. Gleichzeitig stellte sich dieser Aufbau wegen der schwierigen Reproduzierbarkeit der Messungen und der fehlenden Vergleichbasis als nicht ideal geeignet zur Validierung der Messtechnik dar. Deshalb wurden weitere Experimente an einem T-Strömungsmischer durchgeführt, für den, dank der engen Zusammenarbeit mit dem Kooperationspartner (Lehrstuhl für Konstruktion von Mikrosystemen, Universität Freiburg), eine breite Vergleichbasis zur Verfügung stand.

5.3.3 Experimente am T-Strömungsmischer

In bisher vorgestellten Experimenten existiert im Wesentlichen den nur eine Geschwindigkeitskomponente, die mit einer 3D-1C Messung erfasst wurde. Die senkrecht zu der Sensorebene auftretende Strömungskomponente, bei der der höchste Fehler wegen der begrenzten Genauigkeit der Tiefenpositionsbestimmung der Partikel zu erwarten ist, wurde nicht gemessen. Um die Leistungsfähigkeit der Messtechnik hinsichtlich der Auflösung dieser ungünstigen Geschwindigkeitskomponente zu testen, wurden Messungen an einem T-Strömungsmischer durchgeführt. Das Photo des T-Mischers ist in Abbildung 5.18 gezeigt. Er besteht aus zwei jeweils 1m langen Einläufen mit einer Querschnittgröße von 10x10mm² und einer Mischstrecke, die ebenfalls 1m lang ist und einen Querschnitt von 10x20mm² aufweist.

Solche Mischer erzeigen schon im laminaren Bereich durch das Entstehen des so genannten "Engulfment Flow" sehr komplexe 3D Strömungsfelder mit instationärer dreidimensionaler Struktur. Abbildung 5.19 zeigt die Verteilung von Tracer-Partikeln im T-Strömungsmischer aus der Simulation und aus dem Experiment am Eingang des Mischungskanals. Wie zu sehen ist, bilden sich zwei Wirbel im Mischkanal aus und die Teilströme greifen ineinander. Durch das Entstehen solcher Wirbel erhöht sich die Kontaktfläche zwischen den Fluiden und somit steigt die diffusive Vermischung⁹.

⁹ Es entsteht das so genannte "Rühren ohne Rührer" [Eng_05].



Abbildung 5.18: T-Strömungsmischer



Abbildung 5.19: Partikelverteilung in einem T-Strömungsmischer aus der Simulation (oben) und aus dem Experiment (unten) am Eingang des Mischungskanals [Bot_05]

Bei der holographischen Beobachtung mit einer seitlich angeordneten Kamera breitet sich die Sekundärströmung auch in die Richtung senkrecht zur Sensorebene aus. Diese Geometrie stellt den schwierigsten Fall für die Messtechnik dar, weil es gilt, die schwache Geschwindigkeitskomponente in der Richtung senkrecht zur Sensorebene richtig zu erfassen. Im durchgeführten Experiment befand sich das Messvolumen im besonders interessanten Abstand von 3 hydraulischen Durchmessern vom Eingang des Mischkanals (Abbildung 5.20).



Abbildung 5.20: T-Mischer mit der Position des Messvolumens

Die Lage der Rekonstruktionsebenen und die Achsenlage sind in Abbildung 5.21 dargestellt.



Abbildung 5.21: Lage der Achsen und der Rekonstruktionsebenen im Messvolumen

Nach der Auswertung einer Serie von Hologrammen wurden die Strömungsgeschwindigkeitsfelder durch Einsatz der Partikel-Verfolgungs-Technik berechnet. Abbildung 5.22 zeigt einen Vergleich zwischen dem experimentell und dem numerisch gewonnenen Geschwindigkeitsfeld mit seinen drei Strömungskomponenten in einer (z, y)-Ebene.

Wie aus dem Bild ersichtlich ist, wurde das Axialgeschwindigkeitsprofil in der x-Richtung und die schwache Sekundärströmung in der y-Richtung gut aufgelöst, wobei die Abweichungen in dem experimentellen Profil eher von den nicht idealen experimentellen Bedingungen (nicht ideale Geometrie des Kanals und ungleiche Volumenströme in den Eingangskanälen) und weniger von den Fehlern der Auswertung herrühren. Darüber hinaus wurde die Sekundärströmung auch in der schwierig zu erfassenden z-Richtung zumindest qualitativ gut aufgelöst, was das große Potential der Methode unterstreicht.



Abbildung 5.22: Isokonturen der V_x , V_y und V_z Geschwindigkeiten im T-Mischer bei Re=170, z/d=3,5. Rechnung von Kockmann, Dreher, Woias, Univ. Freiburg [Eng_05]

6 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein vollständiges Messsystem auf Basis der DHPIV zu dreidimensionalen Strömungsgeschwindigkeitsmessungen (3D-3C) entwickelt. Die Anwendbarkeit des Messsystems für Geschwindigkeitsmessungen wurde sowie im laminaren als auch im turbulenten Regime experimentell überprüft. Es wurde gezeigt, dass die Messtechnik für die 3D-2C Messungen in beiden Regimes sehr gut geeignet ist und vernünftige Ergebnisse liefert. Der Gesamtfehler bei Messung eines laminaren Geschwindigkeitsprofils liegt z.B. unter 4%. Darüber hinaus wurde herausgefunden, dass die Messtechnik bei Ausnutzung der Möglichkeit des Oversampling bei den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen dazu in der Lage ist, sogar schwache Sekundärströmungen, die sich senkrecht zur Sensorebene ausbreiten, qualitativ aufzulösen. Die Portabilität und die Flexibilität der für die Hologrammanalyse und -auswertung entwickelten skalierbaren Software wurden an verschiedenen Beispielen sowie durch Benutzung von verschiedenen Hardware-Plattformen überprüft und bestätigt. Anhand von Benchmark-Tests für verschiedene Anordnungen des optischen Aufbaus wurde gezeigt, dass die einfache "in-line" Geometrie die effektivste Technik zur Hologrammaufnahme mit zurzeit verfügbaren Sensoren ist. Trotz des inhärenten Problems des "in-line" Aufbaus aufgrund des niedrigen Signal-Rausch-Verhältnisses bei der Rekonstruktion ermöglicht dieser Aufbau, dank der geringen Anforderungen an die Auflösung des Bildsensors und die optischen Komponenten, das Potential moderner Digitalkameras am effektivsten zu nutzen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei neue Techniken – eine gradientenbasierte und eine phasenbasierte – zur Extraktion der Partikeltiefenkoordinaten vorgeschlagen und deren Effizienz mit den bekannten Techniken verglichen. Für die Durchführung des Benchmark-Tests wurde ein geeigneter Genauigkeitstest entwickelt und in der Arbeit vorgestellt. Dabei wurde ein tieferes Verständnis der Physik der holographischen Partikelrekonstruktion gewonnen, da gezeigt wurde, dass sich für die Analyse wichtige Pixel in der rekonstruierten Partikelabbildung an der Grenze des Partikels befinden. Gleichzeitig wurde festgestellt, dass wesentliche Verbesserungen auch bei der herkömmlichen intensitätsbasierten Tiefendetektionstechnik erzielt werden können, wenn alle zur Partikelabbildung gehörigen Pixel bei der Tiefenpositionsbestimmung in Betracht gezogen werden¹⁰.

Der im Rahmen der Untersuchungen entdeckte Effekt der Phasendrehung im Bereich von Partikeln in der Nähe der Tiefenposition, auf dem die neu entwickelte phasenbasierte

¹⁰ Standardmäßig wird nur die Intensität in der Mitte des Partikels betrachtet.
Tiefendetektionstechnik basiert, erweist sich sehr nützlich für die Partikelmarkierung bei der Automatisierung der Hologrammauswertung sowie für die Partikelzuordnung bei der Partikelverfolgung.

Es wurde dargestellt, welche Probleme bei der numerischen Rekonstruktion eines "in-line" Hologramms durch die Beugungswelle nullter Ordnung entstehen können und wie diese die Genauigkeit der Messtechnik beeinflussen. Hierbei wurde gezeigt, dass man die Beugung nullter Ordnung zur Lösung dieses Problems nicht unbedingt filtern muss. Das beste Ergebnis wird erzielt, wenn für die Rekonstruktion eines "in-line" Hologramms die direkte Lösung des Beugungsintegrals mit der direkt im Frequenzbereich definierten Impuls-Antwort-Funktion verwendet wird. Da dies zusammen mit dem Fresnel-Ansatz zur Rekonstruktion eines Hologramms nicht möglich ist, sollte auf die Verwendung dieser Rekonstruktionstechnik trotz des geringeren Rechenaufwands verzichtet werden. Anderenfalls sollte die Welle nullter Ordnung erst im Hologramm gefiltert werden, bevor man mit der Rekonstruktion beginnt. Dabei ist die Subtraktion des Hintergrundbildes die effektivste Filterungstechnik.

Wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, hat die DHPIV-Messtechnik ein großes Potenzial in den Strömungsgeschwindigkeitsmessungen. Das einzige, aber zum Glück nur vorübergehende Problem, das den Einsatz der Messtechnik momentan einschränkt, ist die Auflösung der digitalen Sensoren. Berücksichtigt man den technologischen Trend auf dem Markt der Bildsensoren sowie die zunehmende Anzahl der Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der digitalen Holographie, kann man damit rechnen, dass die Messtechnik DHPIV in der näheren Zukunft zu einer etablierten Messtechnik im Bereich der Strömungstechnik werden wird.

7 Literaturverzeichnis

- [Ada_97] Adams M., Kreis T., Jüptner W.: Particle Size and Position Measurement with Digital Holography, Proceedings of SPIE, Vol. 3098, pp. 234-240, 1997.
- [Ben_69] Benton S.: Hologram Reconstructions with Extended Incoherent Sources, J. Opt. Soc. Am., Vol. 59, No. 10, pp. 1545A-1546A, 1969.
- [Bot_05] Bothea D., Stemich C., Warneckeb H.: Mixing in a T-Shaped Microreactor: Scales and Quality of Mixing, Elsevier B.V./Ltd, 2005.
- [Bro_99] Bronstein I., Semendjajew K., Musiol G., Mühlig H.: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, 1999.
- [Bor_99] Born M., Wolf E.: Principle of Optics, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [Coe_02] Coëtmellec S., Lebrun D., Özkul C.: Application of the Two-Dimensional Fractional Fourier Transformation to Particle Field Digital Holography, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 19, No. 8, pp. 1537-1546, 2002.
- [Dan_05] Dantec Dynamics, http://www.dantecdynamics.com/, 2005.
- [Dem_03] Demoli N., Mestrovic J., Sovic I.: Subtraction Digital Holography, Applied Optics, Vol. 42, No. 5, pp. 798-804, 2003.
- [Den_05] Denis L., Fournier C., Fournel T., Ducottet C.: Twin-Image Noise Reduction by Phase Retrieval in In-Line Digital Holography, Proceedings of SPIE, Vol. 5914, pp. 148-161, 2005.
- [Den_62] Denisyuk Y.: On the Reflection of Optical Properties of an Object in the Wave Field of Light Scattered by It, Doklady Akademii Nauk SSSR, Vol. 144, pp. 1275-1278, 1962.
- [Dub_00] Dubois F., Joannes L., Vedernikov A., Legros J.: Application of Digital Holography Technique to Three-Dimensional Velocimetry of Micro-Size Aerosol Particles, J. Aerosol Sci., Vol. 31, Suppl. 1, pp. S1019-S1020, 2000.
- [Eng_05] Engler M., Kockmann N., Woias P.: Theoretische und Experimentelle Untersuchungen an T-Förmigen Mikromischern Stand und Ausblick, DFG-Kolloquium SPP1141, 2005.
- [Eri_03] Ericson S.: Square Duct Verification Equations, http://www.jics.utk.edu/~sericson/, 2003.

- [Fel_99] Feldmann O., Mayinger F.: Bubble Size Distribution in an Aerated Stirred Vessel, Proc. 2nd European Congress of Chemical Engineering (ECCE 2), Montpellier, France, Oct. 5-9, 1999.
- [Fir_01] Firnkes M.: Die Historische Entwicklung, http://www.holographieonline.de/, 2001.
- [Fou_03] Fournier C., Barat C., Ducottet C., Fournel T.: Digital Holography Applied to PIV: Hologram Reconstruction and Selection of a Cloud of Particles in the Reconstructed Volume, Proceedings of PSFVIP-4, F4093, June 3-5, Chamonix, France, 2003.
- [Fou_04] Fournier C., Ducottet C., Fournel T.: Digital In-Line Holography: Influence of the Reconstruction Function on the Axial Profile of a Reconstructed Particle Image, Meas. Sci. Technol., No. 15, pp. 686-693, 2004.
- [Gab_48] Gabor D.: A New Microscopic Principles, Nature, Vol. 161, No. 4098, pp. 777-778, 1948.
- [Gab_71] Gabor D.: Holography, 1948-1971, Nobel Lectures in Physics 1971-1980, World Scientific, Singapore, 1992.
- [Gol_98] Gold S., Rangarajan A., Lu C., Pappu S., Mjolsness E.: New Algorithms for 2D and 3D Point Matching: Pose Estimation und Correspondence, Pattern Recognition 31, pp. 1019-1031, 1998.
- [Goo_67] Goodman J., Lawrence R.: Digital Image Formation From Electronically Detected Holograms, Appl. Phys. Lett., Vol. 11, No. 3, pp. 77-79, 1967.
- [Goo_96] Goodman J.: Introduction to Fourier Optics 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1996.
- [Gri_01] Grilli S., Ferraro P., Nicola S., Finizio A., Pierattini G., Meucci R.: Whole Optical Wavefields Reconstruction by Digital Holography, Optics Express 294, Vol. 9, No. 6, 2001.
- [Kim_69] Kiemle H., Röss D.: Einführung in die Technik der Holographie, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1969.
- [Koe_05] Koek W., Bhattacharya N., Braat J.: Influence of Virtual Images on the Signal-to-Noise Ratio in Digital In-Line Particle Holography, Optics Express 2578, Vol. 13, No. 7, 2005.
- [Kre_97] Kreis T., Adams M., Jüptner W.: Methods of Digital Holography: A Comparison, Proceedings of SPIE, Vol. 3098, pp. 224–233, 1997.
- [Kre_98] Kreis T., Jüptner W., Geldmacher J.: Digital Holography: Methods and Applications, Proceedings of SPIE, Vol. 3407, pp. 169-177, 1998.
- [Kre_99a] Kreis T.: Digital Holography and Holographic Interferometry, Machine Graphics & Vision, Vol. 8, No. 4, pp. 611-624, 1999.

- [Kre_99b] Kreis T., Adams M., Jüptner W.: Digital In-Line Holography in Particle Measurement, Proceedings of SPIE, Vol. 3744, pp. 54-64, 1999.
- [Kre_00] Krepki R., Pu Y., Meng H., Obermayer K.: A New Algorithm for the Interrogation of 3D Holographic PTV Data Based on Deterministic Annealing and Expectation Minimization Optimization, Experiments in Fluids [Suppl.], pp. s99-s107, Springer-Verlag, 2000.
- [Kre_01] Kreuzer H., Jericho M., Xu W.: Digital In-Line Holography with Numerical Reconstruction: Three-Dimensional Particle Tracking, Proceedings of SPIE, Vol. 4401, pp. 234 -244, 2001.
- [Kre_02a] Kreis T.: Frequency Analysis of Digital Holography, Optical Engineering, Vol. 41, No. 4, pp. 771-778, 2002.
- [Kre_02b] Kreis T.: Frequency Analysis of Digital Holography with Reconstruction by Convolution, Opt. Eng., Vol. 41, No. 8, pp. 1829-1839, 2002.
- [Kro_72] Kronrod M., Merzlyakov N., Yaroslavski L.: Reconstruction of Holograms with a Computer, Sov. Phys-Tech. Phys., Vol. 17, No. 2, pp. 333-334, 1972.
- [Lai_99] Lai S., Kemper B., Bally G.: Off-Axis Reconstruction of In-Line Holograms for Twin-Image Elimination, Optics Communications, Vol. 169, pp. 37-43, 1999.
- [Lie_02a] Liebling M., Blu T., Unser M.: Fresnelets: New Multiresolution Wavelet Bases for Digital Holography, IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 11, No. 12, pp. 1-14, 2002.
- [Lie_02b] Liebling M., Blu T., Cuche E., Marquet P., Depeursinge C., Unser M.: A Novel Non-Diffractive Reconstruction Method for Digital Holographic Microscopy, Microdiag, pp. 625-628, 2002.
- [Lil_67] Lilliefors H.: On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown, J. of the American Statistical Association, Vol. 62, pp. 399-402, 1967.
- [Liu_87] Liu G., Scott P.: Phase Retrieval and Twin-Image Elimination for In-Line Fresnel Holograms, J. Opt. Soc. Am., Vol. 4, No. 1, pp.159-165, 1987.
- [Liu_02] Liu C., Liu Z., Bo F., Wang Y., Zhu J.: Super-Resolution Digital Holographic Imaging Method, Applied Physics Letter, Vol. 81, No. 17, pp. 3143-3145, 2002.
- [Mal_03] Malkiel E., Sheng J., Katz J., Strickler J.: The Three-Dimensional Flow Field Generated by a Feeding Calanoid Copepod Measured Using Digital Holography, J. Experimental Biology, Vol. 206, pp. 3657-3666, 2003.
- [May_01] Mayinger F., Feldmann O.: Optical Measurements: Techniques and Applications, 2nd edition, Springer-Verlag, 2001.

- [Men_04] Meng H., Pan G., Pu Y., Woodward S.: Holographic Particle Image Velocimetry: From Film to Digital Recording, Meas. Sci. Technol., No. 15, pp. 673-685, 2004.
- [Möl 76] Möller K.: Optics, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- [Mül_04] Müller J., Kebbel V., Jüptner W.: Characterization of Spatial Particle Distributions in a Spray-Forming Process Using Digital Holography, Measurement Science and Technology, No. 15, pp. 706-710, 2004.
- [Mur_00] Murata S., Yasuda N.: Potential of Digital Holography in Particle Measurement, Optics & Laser Technology, No. 32, pp. 567-574, 2000.
- [Onu_92] Onural L., Özgen M.: Extraction of Three-Dimensional Object-Location Information Directly from In-Line Holograms Using Wigner Analysis, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 9, No. 2, pp. 252-260, 1992.
- [Onu_00] Onural L.: Sampling of the Diffraction Field, Applied Optics, Vol. 39, No. 32, pp. 5929-5935, 2000.
- [Pal_06] Palero V., Arroyo P., Soria J.: Digital Holography for Micro-Droplet Diagnostics, 13th Int. Symp. on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, 26-29 June, 2006.
- [Pan_01] Pan G., Meng H.: Digital In-Line Holographic PIV for 3D Particulate Flow Diagnostics, 4th International Symposium on Particle Image Velocimetry Göttingen, Germany, PIV'01 Paper 1008, 2001.
- [Pan_03a] Pan G., Meng H.: Digital Holography of Particle Fields: Reconstruction by Use of Complex Amplitude, Applied Optics, Vol. 42, No. 5, pp. 827-833, 2003.
- [Pan_03b] Pan G.: Digital Holographic Imaging for 3D Particle and Flow Measurements, UMI Microform 3125749, 2003.
- [Pas_02] Pasko S., Jozwicki R.: Novel Fourier Approach to Digital Holography, Optoelectronics Review, Vol. 10, No. 2, pp. 89-95, 2002.
- [Pas_03] Pasko S., Jozwicki R.: Improvement Methods of Reconstruction Process in Digital Holography, Opto-electronics Review, Vol. 11, No. 3, pp. 203-209, 2003.
- [Pu_05] Pu S., Allano D., Patte-Rouland B., Malek M., Lebrum D., Cen K.: Particle Field Characterization by Digital In-Line Holography: 3D Location and Sizing, Experiments in Fluids, No. 39, DOI 10.1007/s00348-005-0937-0, 2005.
- [Ras_03] Rastogi P., Sharma A.: Systematic Approach to Image Formation in Digital Holography, J. Opt. Eng., 42(5), pp. 1208-1214, 2003.

- [Sat_04] Satake S., Kunugi T., Sato K., Ito T.: Digital Holographic Particle Tracking Velocimetry for 3-D Transient Flow Around an Obstacle in a Narrow Channel, Optical Review, Vol. 11, No. 3, pp. 162-164, 2004.
- [Sch_93] Schnars U., Jüptner W.: Principles of Direct Holography for Interferometry, in: Jüptner W., Osten W. (eds): Fringe 93, Proc. 2nd International Workshop on Automatic Processing of Fringe Patterns, Akademie, Berlin, pp. 115-120, 1993.
- [Sch_94] Schnars U., Jüptner W.: Direct Recording of Holograms by a CCD-Target and Numerical Reconstruction, Applied Optics, Vol. 33, No. 2, pp.179-181, 1994.
- [Sch_02] Schnars U., Jüptner W.: Digital Recording and Numerical Reconstruction of Holograms, Measurement Science and Technology, No. 13, pp. R85-R101, 2002.
- [Sch_05] Schnars U., Jüptner W.: Digital Holography, Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [Tag_06] Tagawa Y., Takagi S., Matsumoto Y.: 3D Wake Structure of Zigzagging or Spiraling Bubbles by Digital Holography Measurement, 13th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, 26-29 June, 2006.
- [Wol_20] Wolfke M.: Über die Möglichkeit der Optischen Abbildung von Molekulargittern, Physikalische Zeitschrift, Vol. 21, No. 18, pp. 495-497, 1920.
- [Xu_00] Xu L., Miao J., Asundi A.: Properties of Digital Holography Based on In-Line Configuration, Optical Engineering, Vol. 39, No. 12, pp. 3214-3219, 2000.
- [Xu_02] Xu W., Jericho M., Meinertzhagen I., Kreuzer H.: Digital In-Line Holography of Microspheres, Opt. Soc. Am., Vol. 41, Nr. 25, pp. 5367-5375, 2002.
- [Yan_05] Yang W., Kostinski A., Shaw R.: Depth-of-Focus Reduction for Digital In-Line Holography of Particle Fields, Opt. Soc. Am., OCIS codes 090.0090. 120.3940, 2005.
- [Yar_96] Yaroslavsky L., Murray E.: Fundamentals of Digital Optics: Digital Signal Prosessing in Optics and Holography, Birkhäuser Boston, 1996.
- [Yu_01] Yu L., Cai L.: Iterative Algorithm with a Constraint Condition for Numerical Reconstruction of a Three-Dimensional Object From Its Hologram, Opt. Soc. Am, Vol. 18, No. 5, pp. 1033-1044, 2001.
- [Zha_04] Zhang Y., Lü Q., Ge B.: Elimination of Zero-Order Diffraction in Digital Off-Axis Holography, Optics Communications, No. 240, pp. 261-267, 2004.

- [Zha_05] Zhang Y., Pedrini G., Osten W., Titziani H.: Reconstruction of In-Iine Hologramms Using Phase Retrieval Algorithms, Physica Scripta, Vol. T118, pp. 102-106, 2005.
- [Zha_06] Zhang S.: Application of the Super-Resolution Image Reconstruction to Digital Holography, EURASIP J. Applied Signal Processing, Vol. 2006, Article ID 90358, pp. 1-7, 2006.