

Technische Universität München  
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

# **Einfluss der Flammenposition auf transversale hochfrequente akustische Moden in zylindrischen Brennkammern**

**Michael Frederic Hertweck**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr.-Ing. Udo Lindemann

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer
2. Priv.-Doz. Dr. Fabrice Giuliani

Die Dissertation wurde am 04.02.2016 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 04.05.2016 angenommen.



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München. Sie wurde im Rahmen der zweiten Phase der Forschungsinitiative „Kraftwerke des 21. Jahrhunderts“ (KW21) von Alstom Power und dem Freistaat Bayern gefördert.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Professor Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer für die fachliche Betreuung, das entgegengebrachte Vertrauen und die Geduld bei der Fertigstellung der Arbeit. Bei Herrn Dr. Fabrice Giuliani möchte ich mich für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens bedanken. Ebenso gilt mein Dank dem Vorsitzenden der Prüfungskommission, Herrn Professor Dr.-Ing. Udo Lindemann.

Die Zeit am Lehrstuhl wird mir vor allem wegen der freundschaftlichen Atmosphäre und der kollegialen Zusammenarbeit in Erinnerung bleiben. Stellvertretend möchte ich mich an dieser Stelle bei meinem Diplomarbeitsbetreuer Martin Lauer, allen meinen Bürokollegen, der Weisswurstgruppe, der Mensagruppe, der SI-Gruppe, den Experimentatoren, der elektrischen und der mechanischen Werkstatt, den Damen vom Sekretariat, den Fußballspielern, den Boazn-Tour-Begleitern, den Korrekturlesern und den Probevortragshörern bedanken. Eine besondere Erwähnung haben sich meine Nachfolger Tobias Hummel und Frederik Berger durch ihre großartige und umfangreiche Hilfe verdient.

Herzlicher Dank gilt meiner Familie für den stetigen Rückhalt. Zum Schluss möchte ich meiner Freundin Maren für die allumfassende Unterstützung, vor allem in der Endphase, danken. Du realisierst vermutlich gar nicht, wie viel du zu dieser Arbeit beigetragen hast. Vielen Dank dafür!

München, im August 2016

Michael Hertweck



## **Kurzfassung**

Die hier vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung von hochfrequenten, transversalen Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern. Ausgehend von den Grundlagen der Thermoakustik wird das Verschiebungsmodell vorgestellt, das am Versuchsstand, der auch in dieser Arbeit verwendet wird, entwickelt wurde. Ein besseres Verständnis des Phänomens basierend auf diesem Modell ist ein Ziel der Arbeit. Mit Hilfe der LIF-Messtechnik ist die periodische Verschiebung der Flamme zu sehen, phasengemittelte Flammenbilder zeigen zudem eine erhöhte Reaktivität im Bereich des akustisch positiven Drucks. Bei der Variation der Flammenposition ergeben sich teilweise große Unterschiede im Stabilitätsverhalten, die nicht durch das Verschiebungsmodell erklärt werden können. Numerische Untersuchungen lassen einen Zusammenhang zwischen Dämpfungsrate und Temperaturfeld vermuten. Die Bestimmung von Rayleigh-Integralen aus mittleren Flammenpositionen und die Abschätzung der Wachstumsrate zeigen keine konsistente Übereinstimmung mit den experimentellen Stabilitätsgrenzen.

## **Abstract**

This work deals with the investigation of transversal instabilities in the high frequency range of gas turbine combustion chambers. Starting with the fundamentals of thermoacoustics, the displacement model - developed at the same test rig as used for this work - is introduced. The goal of this work is to gain a deeper understanding of the phenomena based on this model. The periodic displacement of the flame can be seen in LIF-images and phase-locked chemiluminescence in addition shows increased reactivity in the zone of positive acoustic pressure. For some conditions, the variation of the flame position indicates huge differences in the stability behavior of the test rig, which can not be explained by the displacement model. Numeric investigations are suggesting a connection between damping rate and the temperature field in the combustion chamber. The computation of the Rayleigh-Index with mean flame positions as measure for the growth rate is not consistent with the stability limits derived from the experiment.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>iii</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation . . . . .	1
1.2. Struktur der Arbeit . . . . .	3
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1. Akustik . . . . .	5
2.2. Thermoakustik . . . . .	12
2.3. Verbrennung . . . . .	14
<b>3. Die selbsterregte Instabilität und das Verschiebungsmodell</b>	<b>17</b>
3.1. Selbsterregte Instabilität . . . . .	17
3.2. Verschiebungsmodell . . . . .	18
3.3. Modellentwicklung und weitere Modelle . . . . .	21
3.4. Modellbewertung und Ausblick . . . . .	22
<b>4. Versuchsaufbau und Messtechnik</b>	<b>27</b>
4.1. Versuchsaufbau . . . . .	27
4.2. Messtechnik . . . . .	32
4.3. Synchronisation der Messtechniken . . . . .	37
<b>5. Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>39</b>
5.1. Laserinduzierte Fluoreszenz . . . . .	40
5.2. Phasengemittelte Chemilumineszenz . . . . .	45
5.3. Stabilitätsgrenzen . . . . .	47
5.4. Mittlere Flammenposition . . . . .	52
5.5. Zusammenfassung und Bewertung der experimentellen Ergebnisse	61
<b>6. Numerische Dämpfungsbestimmung</b>	<b>65</b>
6.1. Aufbau des numerischen Modells . . . . .	65
6.2. Analytische Dämpfungsbestimmung . . . . .	67
6.3. Dämpfung über die Einlassrandbedingung . . . . .	69
6.4. Einfluss des Temperatursprungs auf die Dämpfung . . . . .	71
6.5. Druckfeld und Wachstumsrate . . . . .	75
6.6. Akustisches Verhalten des Temperatursprungs . . . . .	76

6.7. Zusammenfassung . . . . .	77
<b>7. Modellbetrachtung</b>	<b>79</b>
7.1. Lokale Betrachtung der Kopplungsgleichungen . . . . .	79
7.2. Betrachtung des globalen Rayleigh-Integrals für verschiedene Betriebspunkte . . . . .	86
7.3. Bewertung der Ergebnisse . . . . .	91
<b>8. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>93</b>
<b>A. Radiale und axiale Flammenprofile für die Variation von <math>T_{pre}</math>, <math>\lambda</math> und <math>\dot{m}_L</math></b>	<b>95</b>
<b>B. Herleitung der Dämpfungsrate</b>	<b>99</b>
B.1. Dämpfung aus Energie und Impuls . . . . .	99
B.2. Volumenintegrierte Energie $\mathcal{E}$ . . . . .	101
B.3. Flächenintegral des akustischen Flusses . . . . .	101
B.4. Zusammenfassung . . . . .	103
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>105</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1. Strombedarf in einer Woche im Jahr 2012 und im Jahr 2020 [34] . . .	2
2.1. Besselfunktion und deren charakteristische Werte . . . . .	10
2.2. Druck- und Geschwindigkeitsverteilung der 1T, 2T und 1R Mode nach [22] . . . . .	11
2.3. Rückkopplungsmechanismen longitudinaler Moden [51] . . . . .	14
2.4. Schematisches Strömungsfeld einer drallstabilisierten Flamme . . .	15
3.1. Zeitreihe und Spektrum der Instabilität [51] . . . . .	18
3.2. Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 100 °C [51] . . . . .	19
3.3. Schemaskizze des Verschiebungsmodells [51] . . . . .	20
3.4. Lokales Rayleigh-Integral des Verschiebungsmodells [51] . . . . .	23
3.5. Lokales Rayleigh-Integral des flammengeschwindigkeitsbasierten Modells [51] . . . . .	24
4.1. Schemaskizze des Prüfstands . . . . .	28
4.2. Schema der axialen Düse im Kopf des Drallerzeugers . . . . .	28
4.3. Drallerzeuger mit Einlegeplatten . . . . .	29
4.4. Quarzglasbrennkammer im Versuchsstand . . . . .	30
4.5. Varianten mit und ohne Diffusor mit variablem Diffusorwinkel $\alpha_D$ .	31
4.6. Drucksensor vom Typ PCB 106B . . . . .	32
4.7. Frontplatte mit Sensorpositionen . . . . .	33
4.8. Spektrum einer turbulenten Methan-Luftflamme [26]. . . . .	35
4.9. Aufnahme der OH*-Chemilumineszenz vor und nach der inversen Abel-Transformation . . . . .	36
4.10. Schema des LIF-Versuchsaufbaus [8] . . . . .	37
4.11. Synchronisationsschema aus Drucksignal, Aufnahmesignal der Kamera und das Belichtungssignal des Bildverstärkers . . . . .	38
5.1. Prinzipskizze LIF . . . . .	41
5.2. Auswerteschema der LIF-Zeitreihe . . . . .	42
5.3. Spektrum der Verschiebung aus den LIF-Messungen . . . . .	43
5.4. Ausschnitt aus dem Signal von Verschiebung und Druck der LIF-Messungen . . . . .	43

5.5. Hohe Amplitude von Verschiebung und Drucksignal der LIF-Messungen . . . . .	44
5.6. Geringe Amplitude von Verschiebung und Drucksignal der LIF-Messungen . . . . .	44
5.7. Prinzipskizze phasengemittelte Chemilumineszenz . . . . .	45
5.8. Auswertungsprinzip phasengemittelte Chemilumineszenz . . . . .	46
5.9. Vergleich der Mittelbilder bei den Phasenwinkeln $0^\circ$ und $180^\circ$ für Konfiguration K1 ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s, $\alpha_D = 10^\circ$ und $\lambda = 1,4$ ) . . . . .	46
5.10. Radiale Flammenprofile bei den Phasenwinkeln $0^\circ$ und $180^\circ$ . . . . .	47
5.11. Stabilitätsgrenzen für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 ( $b = 11$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80$ g/s und $100$ g/s) . . . . .	48
5.12. Stabilitätsgrenzen für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80$ g/s und $100$ g/s) . . . . .	49
5.13. Stabilitätsgrenzen für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K4 ( $b = 11$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80$ g/s und $100$ g/s) . . . . .	50
5.14. Stabilitätsgrenzen für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K3 ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80$ g/s und $100$ g/s) . . . . .	51
5.15. Stabilitätsgrenzen für die Variation des Brennstoffprofils, Konfigurationen K5 und K1 ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	51
5.16. Radiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	53
5.17. Radiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 11$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	53
5.18. Radiale Flammenprofile für die Variation der Drallstärke für zwei Diffusorwinkel, Konfigurationen K1 und K2 bei $\lambda = 1,6$ ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	54
5.19. Radiale Flammenprofile für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K3 ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	56
5.20. Radiale Flammenprofile für die Variation des Brennstoffprofils, Konfiguration K5 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) und Konfiguration K1 ( $\alpha_D = 10^\circ$ und $\alpha_D = \text{kD}$ ) zum Vergleich . . . . .	57
5.21. Axiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	58
5.22. Axiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 11$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	59
5.23. Axiale Flammenprofile für die Variation der Drallstärke für zwei Diffusorwinkel, Konfigurationen K1 und K2 bei $\lambda = 1,6$ ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	59

5.24. Axiale Flammenprofile für unterschiedliche Brennstoffzusammensetzungen, Konfiguration K3 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s) . . . . .	60
5.25. Axiale Flammenprofile für die Variation des Brennstoffprofils, Konfiguration K5 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14$ mm, $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s), und Konfiguration K1 ( $\alpha_D = 10^\circ$ und $\alpha_D = \text{kD}$ ) zum Vergleich . . . . .	61
5.26. Stabilitätskarte Flammenschwerpunkt . . . . .	62
6.1. Numerisches Modell zur Bestimmung der Dämpfungsrate . . . . .	66
6.2. Temperaturverteilung als Funktion der axialen Position . . . . .	67
6.3. Geometrie des Aufbaus zur Bestimmung des Reflexionsfaktors . . . . .	69
6.4. Frequenzabhängiger Reflexionsfaktor für zwei Drallstärken . . . . .	70
6.5. Dämpfungsrate in Abhängigkeit des Temperaturhubs für verschiedene Eingangstemperaturen . . . . .	72
6.6. Energie der Mode in Abhängigkeit des Temperaturhubs für verschiedene Eingangstemperaturen . . . . .	73
6.7. Dämpfungsrate in Abhängigkeit der Position des Temperaturhubs für zwei Längen des Temperaturhubs . . . . .	74
6.8. Energie der Mode in Abhängigkeit der Position des Temperaturhubs für zwei Längen des Temperaturhubs . . . . .	74
6.9. Modenform als Funktion des Betrags des akustischen Drucks $ \hat{p} $ in axialer Richtung für die Fälle $x_C = 20$ mm (oben) und $x_C = 100$ mm (unten) bei $\Delta x = 50$ mm . . . . .	75
6.10. Frequenzabhängiger Reflexionsfaktor für den Temperatursprung . . . . .	77
7.1. Instantanes Druckfeld nach Gleichung 2.26 bei $z = 20$ mm, normiert auf 1 Pa bei $z = 0$ mm . . . . .	81
7.2. Gradient des akustischen Druckfelds aus Abb. 7.1 in Richtung des Radius und des Umfangs bei $z = 20$ mm . . . . .	82
7.3. Verschiebungsfeld zum akustischen Druckfeld aus Abb. 7.1 in Richtung des Radius und des Umfangs bei $z = 20$ mm . . . . .	82
7.4. Konturverlauf der mittleren Wärmefreisetzung und des Gradienten der Wärmefreisetzung in radialer Richtung für den Betriebspunkt $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100$ g/s und $\lambda = 1,6$ für die Konfiguration K1 nach Tabelle 5.1 mit $\alpha_D = 10^\circ$ bei $z = 20$ mm . . . . .	83
7.5. Das Argument des Rayleigh-Integrals in Abhängigkeit von Dichteschwankungen für $z = 20$ mm und $t = 0$ . . . . .	84
7.6. Das Argument des Rayleigh-Integrals in Abhängigkeit der Verschiebung nach Zellhuber für $z = 20$ mm und $t = 0$ . . . . .	85
7.7. Das Argument des Rayleigh-Integrals nach Sattelmayer et al. für $z = 20$ mm und $t = 0$ . . . . .	86

7.8.	Zusammensetzung des Rayleigh-Integrals $RI_{Zel}$ und Vergleich der Rayleigh-Integrale $RI_{Zel}$ und $RI_{Sat}$ für Konfiguration K1 mit $\alpha_D = 10^\circ$ ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) . . . . .	87
7.9.	Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 mit $\alpha_D = 10^\circ$ ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) . . . . .	88
7.10.	Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 mit $\alpha_D = \text{kD}$ ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) . . . . .	88
7.11.	Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) . . . . .	89
7.12.	Rayleigh-Integral für Konfiguration K2 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) . . . . .	89
7.13.	Rayleigh-Integral für die Konfigurationen K3 und K4 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 100\text{ g/s}$ ) . . . . .	90
A.1.	Radiale Flammenprofile für die Variation des Luftmassenstroms, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14\text{ mm}$ , $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ) . . . . .	95
A.2.	Radiale Flammenprofile für die Variation der Vorheiztemperatur, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14\text{ mm}$ , $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$ ) . . . . .	96
A.3.	Radiale Flammenprofile für die Variation der Luftzahl, Konfiguration K1 ( $b = 14\text{ mm}$ , $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$ ) . . . . .	96
A.4.	Axiale Flammenprofile für die Variation des Luftmassenstroms, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14\text{ mm}$ , $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ) . . . . .	97
A.5.	Axiale Flammenprofile für die Variation der Vorheiztemperatur, Konfiguration K1 bei $\lambda = 1,6$ ( $b = 14\text{ mm}$ , $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$ ) . . . . .	97
A.6.	Axiale Flammenprofile für die Variation der Luftzahl, Konfiguration K1 ( $b = 14\text{ mm}$ , $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ , $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$ ) . . . . .	98

# Tabellenverzeichnis

2.1. Auflistung der Koeffizienten der Eigenmoden [24] . . . . .	10
4.1. Abmessungen des Experiments . . . . .	31
5.1. Übersicht der Versuchskonfigurationen . . . . .	40
7.1. Aufteilung der Betriebspunkte in den Abbildungen des Rayleigh- Integrals $RI_{Zel}$ . . . . .	88



# Symbolverzeichnis

## Lateinische Buchstaben

$A_s$	Admittanz
$A$	Amplitude
$b$	Schlitzbreite [mm]
$c$	Schallgeschwindigkeit [m/s]
$E$	akustische Energie [J/m <sup>3</sup> ]
$\mathcal{E}$	periodengemittelte, volumenintegrierte akustische Energie [J]
$f$	Frequenz [Hz]
$i$	Imaginäre Einheit
$J$	Besselfunktion
$L$	Länge Zylinder [m]
$l$	Laufindex Longitudinalmode
$\dot{m}_L$	Luftmassenstrom [g/s]
$n$	Laufindex Kreuzkorrelation
$p$	Druck [Pa]
$P$	Leistung [kW/mm]
$q$	Wärmefreisetzung [W/m <sup>3</sup> ]
$R$	Reflexionsfaktor
$\Re$	Realteil
$R$	Zylinderradius [m]
$r$	Ortskoordinate zylindrisch [m]
$RI$	Rayleigh-Integral [kg <sup>2</sup> m/s <sup>4</sup> ]
$t$	Zeit [s]
$T$	Temperatur [K]
$T_s$	Periodendauer [s]
$u$	Geschwindigkeit [m/s]
$V$	Volumen [m <sup>3</sup> ]
$v$	Geschwindigkeit in y-Richtung [m/s]
$x$	Ortskoordinate kartesisch [m]
$x$	Position Temperaturhub [m]
$y$	Ortskoordinate kartesisch [m]
$z$	Ortskoordinate kartesisch/zylindrisch [m]

### Griechische Buchstaben

$\alpha_D$	Diffusorwinkel [°]
$\alpha_{ma}$	Charakteristische Werte der Besselfunktion
$\alpha$	Dämpfungsrate [1/s]
$\delta$	Wellenzahl [1/m]
$\Delta$	Differenz
$\Delta_{ac}$	Verschiebung [m]
$\Delta_y$	vertikale Flammenposition [m]
$\kappa$	Isentropenexponent
$\lambda$	Luftzahl
$\lambda_L$	Wellenlänge Longitudinalmode [m]
$\rho$	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]
$\phi$	Ortskoordinate zylindrisch [rad]
$\omega$	Kreisfrequenz [rad/s]

### Indizes

a	Index Wellenzahl
ac	akustisch
ad	adiabat
BK	Brennkammer
C	Beginn Temperaturhub
c	Index Wellenzahl
cut	Cut-On
D	Diffusor
i	Laufindex Ortskoordinate
j	Laufindex Ortskoordinate
H	Ende Temperaturhub
krit	kritisch: Grenze stabil/instabil
L	Luft
L	Longitudinal
m	Ordnung der Besselfunktion
max	Maximalwert
pre	vor Verbrennung
s	Eintrittsfläche
Zel, $\Delta$	Verschiebung nach Zellhuber
Zel, $\rho$	Dichtekopplung nach Zellhuber
Zel	Gesamt nach Zellhuber
Sat	Gesamt nach Sattelmayer

### **Hochgestellt**

*	Angeregter Zustand
'	Schwankungsgröße erster Ordnung
''	Schwankungsgröße zweiter Ordnung
-	Mittelwert
^	komplexe Amplitude
.	Rate

### **Physikalische Konstanten**

<i>R</i>	Allgemeine Gaskonstante [8,314 46 J/(molK)]
----------	---

### **Abkürzungen**

BV	Bildverstärker
kD	kein Diffusor
LEE	linearisierte Eulergleichungen
LIF	laserinduzierte Fluoreszenz
REC	Recordsignal (Kamera)
UV	Ultraviolett
Vol-%	Volumenprozent
1T	erste transversale Mode
2T	zweite transversale Mode
1R	erste radiale Mode



# 1. Einleitung

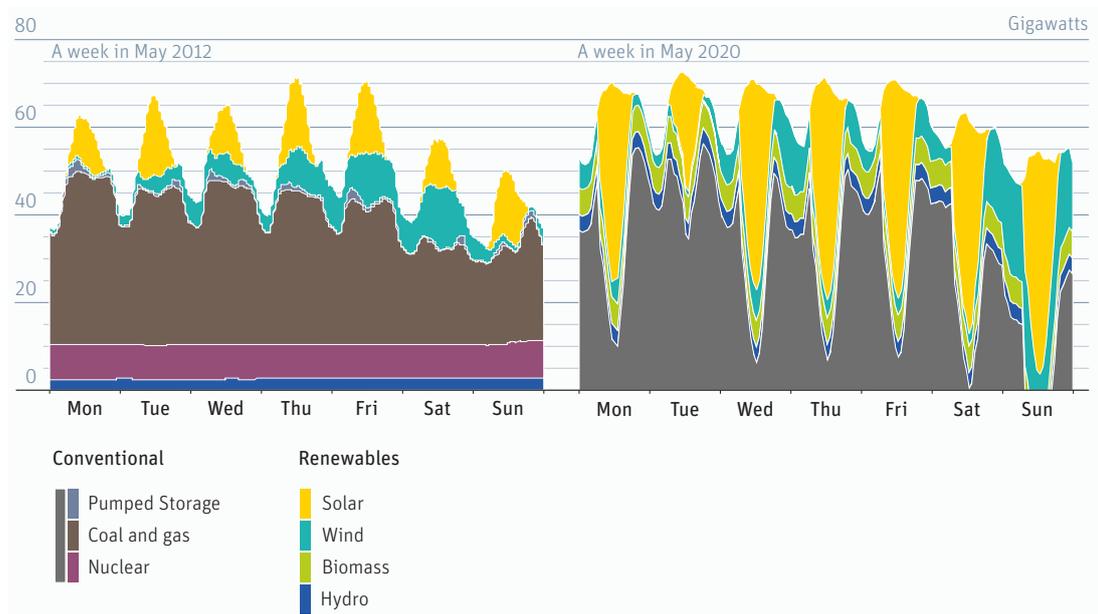
## 1.1. Motivation

In einer noch nicht abgeschlossenen Debatte wird darüber diskutiert, ob sich der Planet Erde inzwischen in einer neuen geochronologischen Epoche, dem Anthropozän, befindet. Anthropozän (griechisch: *anthropos*, das menschlich Neue) steht dabei für die Epoche, in welcher der Mensch ein wesentlicher Einflussfaktor auf die atmosphärischen, biologischen und geologischen Prozesse auf der Erde ist. Dabei müssen primär die Phänomene Klimawandel und Umweltverschmutzung genannt werden. Deren Folgen, wie z.B. der Anstieg des Meeresspiegels, haben dabei weitreichende Folgen für die Menschheit. Die Benennung des menschlichen Einflusses spiegelt sich dabei auch in politischen und gesellschaftlichen Bewegungen wieder, die für ein nachhaltigeres und umweltverträglicheres Leben und Wirtschaften eintreten.

Für die Energiewirtschaft bedeutete dies in der jüngeren Vergangenheit in den westlich geprägten Industriestaaten, vor allem in Deutschland, den Ausstieg aus der Atomenergie sowie die Energiewende. Dabei soll die Wende von der nicht nachhaltigen, auf fossile Brennstoffe fokussierten Energiebereitstellung auf regenerative Energieträger vollzogen werden. Diese Umstellung sorgt auch für konventionelle Energieträger für neue Herausforderungen, wie z.B. die Versorgungssicherheit oder die Brennstoffflexibilität.

Die regenerativen Energieträger, namentlich die Solar- und Windenergie, haben den Nachteil, nicht nach dem Energiebedarf geregelt werden zu können. In Abb. 1.1 ist der voraussichtliche Strombedarf in einer Woche im Mai des Jahres 2020 sowie der Strombedarf einer Woche im Mai des Jahres 2012 dargestellt. Während 2012 die erneuerbaren Energieträger die Lastspitzen und die konventionellen Kraftwerke die Grundlast abdecken, verändert sich dies bis 2020 deutlich. Durch den prognostizierten enormen Zuwachs der Solarenergie wird zeitweise nur eine geringe Grundlast benötigt. Typische Grundlastkraftwerke mit langen Anfahr- und Abschaltzeiten sind in diesem Szenario nicht zu gebrauchen. Die Anforderungen an konventionelle Kraftwerke sind dabei eine flexible Einsetzbarkeit und kurze Anfahrzeiten, wobei dafür vor allem Gasturbinenkraftwerke geeignet sind. Des Weiteren können Gasturbinenkraftwerke einen weiteren Beitrag zur Energiewende leisten, in dem dort Gas aus regenerativen Quellen verwendet wird. Jedoch ist auch

die Brennstoffflexibilität ein noch nicht abgeschlossenes Forschungsfeld.



**Abbildung 1.1.:** Strombedarf in einer Woche im Jahr 2012 und im Jahr 2020 [34]

Um bei Gaskraftwerken einen schadstoffarmen Betrieb zu gewährleisten, hat sich die magere Vormischverbrennung durchgesetzt. Vorher wurde mit Diffusionsflammen gearbeitet, die einfach zu beherrschen waren, jedoch hohe  $\text{NO}_x$ -Emissionen verursacht haben. Die magere Vormischverbrennung ist im Gegensatz dazu schadstoffarm, jedoch anfällig für Flammenrückschlag, Ausblasen und thermoakustische Instabilitäten.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einem Teilaspekt der Thermoakustik. Thermoakustik bezeichnet ganz allgemein die Interaktion zwischen Wärmefreisetzung und Akustik. Dabei kann zwischen vier verschiedenen Kopplungsmechanismen unterschieden werden [28]:

- turbulenter Verbrennungslärm
- kohärente Strukturen der Strömung
- kohärente Strukturen durch thermoakustische Rückkopplung
- selbsterregte Schwingungen

In dieser Arbeit werden transversale akustische Moden betrachtet. Diese unterscheiden sich von den normalerweise auftretenden longitudinalen Moden durch die deutlich höheren Frequenzen und der transversalen (und damit komplexeren) Schwingungsrichtung. Im Gegensatz zu den Rückkopplungsmechanismen bei longitudinalen Moden ist über die Zusammenhänge bei transversalen Moden

wenig bekannt. Transversale Instabilitäten in Gasturbinen sind ein relativ junges Forschungsthema, das von verschiedenen Gruppen bearbeitet wird [35]. Als ein Grund für das vermehrte Auftreten wird dabei der Verlust von Dämpfung durch den Verzicht auf Kühlluftbohrungen gesehen. In der Raketenforschung dagegen sind transversale Instabilitäten ein Problem seit dem Beginn der Raketenentwicklung, wobei es gewisse Gemeinsamkeiten, aber auch Unterschiede zwischen den Anwendungsfällen gibt.

### 1.2. Struktur der Arbeit

Diese Arbeit behandelt eine selbsterregte Instabilität, die an einem Versuchsstand des Lehrstuhls für Thermodynamik auftritt und eine einzigartige Gelegenheit bietet, ein solches Phänomen unter Laborbedingungen ohne den Einsatz von externen Anregungsquellen zu untersuchen. Der Versuchsstand ist ein aerodynamisch stabilisierter Drallbrenner, der im perfekt vorgemischtem Betrieb dieses Verhalten zeigt. Schwing [51] lieferte den Nachweis, dass es sich tatsächlich um eine transversale Mode handelt und entwickelte ein Rückkopplungsmodell auf Basis der Schnelleschwankung. Ausgehend davon soll das Modell überprüft und erweitert werden. Des Weiteren hat sich herausgestellt, dass bereits kleine Änderungen in der Geometrie einen großen Einfluss auf das Auftreten der Instabilität haben können.

Ziel der Arbeit ist ein tieferes Verständnis der Rückkopplungsmechanismen sowie die Identifikation der Faktoren, die das Auftreten der Instabilität begünstigen bzw. verhindern.

Im Grundlagenteil der Arbeit werden die akustischen Gleichungen hergeleitet, mit denen die Betrachtung des akustischen Felds in Brennkammern möglich ist. Außerdem werden die Grundbegriffe der Thermoakustik erklärt sowie auf die Prinzipien von aerodynamisch stabilisierten Drallflammen eingegangen.

Wichtig für das Verständnis ist das im Vorfeld dieser Arbeit entwickelte Verschiebungsmodell als eine Möglichkeit für die Rückkopplung zwischen Verbrennung und Akustik, welches in Kapitel 3.2 vorgestellt wird. Zudem wird dort auf die Charakterisierung der selbsterregten Instabilität eingegangen, die am verwendeten Versuchsstand unter gewissen Betriebsbedingungen auftritt.

Die experimentellen Ergebnisse, insbesondere die örtliche Verteilung der OH\*-Chemilumineszenz als Indikator für die Wärmefreisetzung, wird in Abhängigkeit der variierten Betriebsparameter und der dabei veränderlichen Stabilitätsgrenzen diskutiert. Der experimentelle Nachweis der Flammenverschiebung, welche ein Teil des postulierten thermoakustischen Rückkopplungsmodells ist, konnte mit Hilfe von LIF-Messungen nachgewiesen werden. Das dynamische Verhalten der Wärmefreisetzung über eine Schwingungsperiode wird mit Hilfe von phasengemittelten

Chemilumineszenzaufnahmen untersucht.

Der Einfluss von Temperaturverteilungen in einer Brennkammer auf die Dämpfung und die Modenform wird mit Hilfe von numerischen Methoden in Kapitel 6 betrachtet. Die Vorstellung von Kopplungsmodellen und deren Anwendung auf experimentelle Wärmefreisetzungsverteilungen sowie eine Bewertung ist Teil von Kapitel 7.

## 2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zu thermoakustischen Strömungsinstabilitäten vorgestellt. Dabei wird zuerst die Akustik allgemein erklärt sowie die zur physikalischen Beschreibung der Akustik notwendigen Gleichungen vorgestellt. Anschließend wird auf die Kopplung von Verbrennung und Akustik eingegangen, bevor die verbrennungstechnischen Grundlagen aerodynamisch stabilisierter Drallflammen erörtert werden.

### 2.1. Akustik

Als Akustik wird die Lehre vom Schall und seiner Ausbreitung in verschiedenen Medien bezeichnet. Genauer gesagt handelt es sich dabei um die Ausbreitung von sehr kleinen Druck-, Dichte- und Geschwindigkeitsfluktuationen in elastischen Medien. Das offensichtliche Beispiel dafür ist die Wahrnehmung jeglicher Geräusche durch den Menschen, der mit Hilfe des Ohrs die Druckschwankungen in der Luft registriert und zum Beispiel zur Kommunikation nutzt.

Physikalisch werden kompressible Strömungen durch die Navier-Stokes Gleichungen [1] beschrieben, worin auch die Schallentstehung und Ausbreitung enthalten ist. Diese sollen als Ausgangspunkt für die Herleitung der Grundgleichungen zur Beschreibung der Akustik im folgenden Abschnitt dienen.

#### 2.1.1. Herleitung der akustischen Grundgleichungen

Aus den eben erwähnten Navier-Stokes Gleichungen lassen sich unter Vernachlässigung von Viskosität und Wärmeleitung des Fluids die Euler-Gleichungen formulieren [38],[51]. Diese bestehen aus der Massenerhaltung, bzw. Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

der reibungsfreien Impulsgleichung:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

und der Energieerhaltungsgleichung:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c^2} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\kappa - 1}{c^2} \dot{q} \quad (2.3)$$

Wenn man kleine Störungen annimmt, ist eine linearisierte Betrachtung der Gleichungen möglich. Die Zustandsgrößen lassen sich dabei in ihren Mittelwert und in Schwankungsgrößen aufspalten:

$$p = \bar{p} + p' + p'' + \dots \quad (2.4)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' + \rho'' + \dots \quad (2.5)$$

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i + u''_i + \dots \quad (2.6)$$

Dabei ist der Mittelwert durch einen horizontalen Strich ( $\bar{\phantom{x}}$ ), die Schwankungsgröße erster Ordnung durch einen Strich ( $\phantom{x}'$ ) und die Schwankungsgröße zweiter Ordnung durch zwei Striche ( $\phantom{x}''$ ) markiert. Durch die Annahme kleiner Störungen können die Schwankungen zweiter und höherer Ordnung vernachlässigt werden, woraus sich aus den Euler-Gleichungen die linearisierten Euler-Gleichungen (LEE) ergeben, die sich aus der linearisierten Massenerhaltung,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial \rho'}{\partial x_i} + \bar{\rho} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

der linearisierten Impulserhaltung

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.8)$$

und der linearisierten Energieerhaltung zusammensetzen.

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u'_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \bar{p} \kappa \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + p' \kappa \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = (\kappa - 1) \dot{q}' \quad (2.9)$$

Die Gleichungen beschreiben die Ausbreitung von Störungen in einer gegebenen, mittleren, nicht-gleichförmigen Strömung. In den drei Gleichungen 2.7 - 2.9 ist die Druckschwankung  $p'$  und in Gleichung 2.9 zudem die Wärmefreisetzungsschwankung  $\dot{q}'$  enthalten, womit die beiden zentralen Größen der Thermoakustik (siehe Abschnitt 2.2) vorhanden sind. In der Numerik kann mit einem geeigneten Flammenmodell, in dem das Verhalten der Flamme als Wärmefreisetzungsschwankung  $\dot{q}'$  modelliert wird, mit diesen Gleichungen das akustische Verhalten eines Systems abgebildet werden. Im numerischen Teil dieser Arbeit (Kapitel 6) werden diese Gleichungen verwendet, um die Dämpfungsrate in Abhängigkeit des Temperaturfelds zu untersuchen.

Um eine analytisch lösbare Darstellung der Akustik zu erhalten, kann man mit weiteren Annahmen die Gleichungen 2.7, 2.8 und 2.9 auf die sogenannte inhomogene Wellengleichung reduzieren. Diese Annahmen sind dabei die Vernachlässigung einer Grundströmung sowie ein konstanter mittlerer Druck:

$$\bar{u}_i = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.11)$$

Mit der Vernachlässigung der mittleren Strömung wird ein ruhendes Feld angenommen. Dies stimmt nicht unbedingt mit der Realität überein, da schon geringe mittlere Geschwindigkeiten die Akustik beeinflussen können (z.B. der Doppler-Effekt). Für eine näherungsweise Bestimmung des akustischen Felds ist diese Einschränkung jedoch brauchbar. Die Vernachlässigung des Druckgradienten setzt lediglich eine isobare Strömung voraus, wovon die mittlere Dichte  $\bar{\rho}$ , Temperatur  $\bar{T}$  und Schallgeschwindigkeit  $\bar{c}$  nicht beeinflusst sind. Diese Größen können abhängig von der Ortskoordinate sein.

Durch Einsetzen der Annahmen in die linearisierten Eulergleichungen ineinander erhält man die inhomogene Wellengleichung im Zeitbereich:

$$\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = \frac{\kappa - 1}{\bar{c}^2} \frac{\partial \dot{q}'}{\partial t} \quad (2.12)$$

Durch Vernachlässigung des Quellterms auf der rechten Seite der Gleichung erhält man die homogene Wellengleichung:

$$\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2.13)$$

Ein Vorteil dieser Gleichung ist, dass sie für spezielle Geometrien mit sowohl konstanter mittlerer Dichte  $\bar{\rho}$  als auch konstanter Schallgeschwindigkeit  $\bar{c}$  analytisch gelöst werden kann. Damit ist es möglich, mit vereinfachten Annahmen und geringem Rechenaufwand Vergleichslösungen zu produzieren, bzw. Abschätzungen zu machen oder auch einfache Modelle zu entwickeln. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen lautet die Gleichung:

$$\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 \quad (2.14)$$

### 2.1.2. Akustik in zylindrischen Geometrien

Da die Brennkammer des Versuchs vereinfacht als Zylinder betrachtet werden kann, soll in diesem Abschnitt auf die Eigenheiten der Akustik in begrenzten Geometrien eingegangen werden.

Es bietet sich dazu an, die Wellengleichung 2.14 mit den Beziehungen:

$$x = r \cos \phi \quad (2.15)$$

$$y = r \sin \phi \quad (2.16)$$

$$z = z \quad (2.17)$$

in ein zylindrisches Koordinatensystem zu transformieren. Im Zeitbereich lautet die Gleichung:

$$\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi^2} - \frac{\partial p'}{\partial z^2} = 0 \quad (2.18)$$

Mit Hilfe des harmonischen Ansatzes:

$$p' = \hat{p} e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

kann die Gleichung in den Frequenzbereich transformiert werden:

$$\frac{\omega^2}{\bar{c}^2} \hat{p} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \hat{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \phi^2} - \frac{\partial \hat{p}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.20)$$

Weitere Formulierungen der Lösung der Wellengleichung in verschiedenen Geometrien sind z.B. in Lieuwen [30], Harrje und Reardon [15] oder Knapp et. al [24] zu finden. Mittels eines Separationsansatzes kann eine allgemeine, analytische Lösung für zylindrische Geometrien formuliert werden, die im Frequenzraum lautet [10] [51]:

$$\hat{p} = \sum_{m,a} J_m(\delta_a r) \exp(im\phi) (C_{ma,1} \exp(i\delta_c z) + C_{ma,2} \exp(-i\delta_c z)) \quad (2.21)$$

Für eine vorgegebene Geometrie mit entsprechenden Randbedingungen sowie Stoffwerten für das Medium existieren Lösungen zu den Eigenwerten der Gleichung. Die Lösungen dieser Gleichung werden Eigenmoden genannt, welche sich in verschiedenen räumlichen Ausbreitungsformen zeigen können. Dabei wird prinzipiell zwischen Longitudinal- und Transversalmoden unterschieden. Longitudinalmoden besitzen lediglich einen Druckgradienten in axialer Richtung des Zylinders, transversale Moden dagegen auch senkrecht dazu. Ebenso können Mischformen aus diesen beiden Modenformen auftreten.

### Longitudinalanteil

Der zweite Teil von Gleichung 2.21 entspricht der eindimensionalen Lösung der Wellengleichung für Längsmoden und ist somit nur für gemischte Moden relevant.

Die Eigenmoden sind dabei durch die longitudinale Wellenzahl  $\delta_c$  definiert, die von der Wellenlänge abhängt:

$$\delta_c = \frac{2\pi}{\lambda_L} \quad (2.22)$$

Die Wellenlänge wiederum wird von den Randbedingungen an den Stirnflächen des Zylinders bestimmt. Bei zwei voll reflektierenden Randbedingungen würde die Wellenlänge

$$\lambda_L = \frac{2L}{l} \quad (2.23)$$

lauten. Bei der Paarung einer voll reflektierenden Randbedingung mit der Bedingung  $p' = 0$  wäre sie folgendermaßen definiert:

$$\lambda_L = \frac{4L}{(1 + 2(l-1))} \quad (2.24)$$

Dabei bezeichnet  $L$  die Länge des Zylinders und  $l$  die longitudinale Modenzahl. Für die erste longitudinale Mode bei diesen Randbedingungen ist auch der Begriff „Viertelwellenlänge“ gebräuchlich.

Die Frequenz einer reinen Longitudinalmode kann mit folgender Beziehung berechnet werden:

$$f_L = \frac{c}{\lambda_L} \quad (2.25)$$

### Transversalanteil

Der erste Teil von Gleichung 2.21, das Produkt aus Bessel- und Exponentialfunktion, bestimmt die Druckverteilung in transversaler und radialer Richtung. Die transversale Wellenzahl  $\delta_a$  wird über die Randbedingung der Zylindermantelfläche definiert und ist zudem von den Koeffizienten  $a$  und  $m$  abhängig, welche die Anzahl der Knotenlinien in Umfangsrichtung sowie in radialer Richtung bestimmen und damit die Modenform festlegen. Der Parameter

$$\alpha_{m,a} = \delta_a R$$

fasst dabei die Koeffizienten für jede Mode zu einem Wert zusammen. Als Voraussetzung dafür wird eine vollreflektierende Randbedingung an der Zylinderwand angenommen. Dabei ist der Druckgradient normal zur Zylinderwand Null:  $\partial J_m(\delta_a r)/\partial r = 0$ .

Diese Bedingung ist an den Extremwerten der  $m$ -ten Besselfunktion erfüllt [39], was in Abb. 2.1 dargestellt ist. In Tabelle 2.1 ist der dazugehörige Parameter für einige der höheren Moden aufgeführt.

Wie den Namen der Moden in Tabelle 2.1 zu entnehmen ist, können transversale Moden sowohl tangential und/oder radial ausgeprägt sein. Zur Veranschaulichung

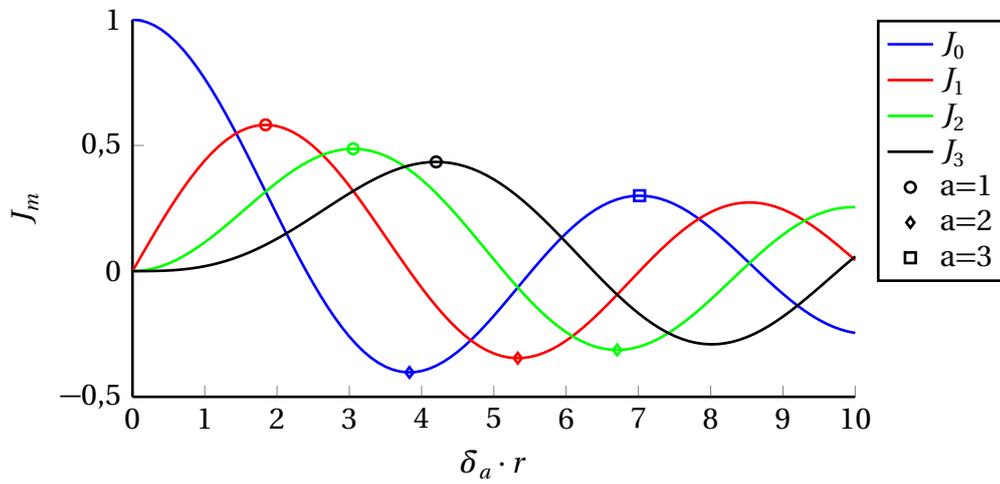
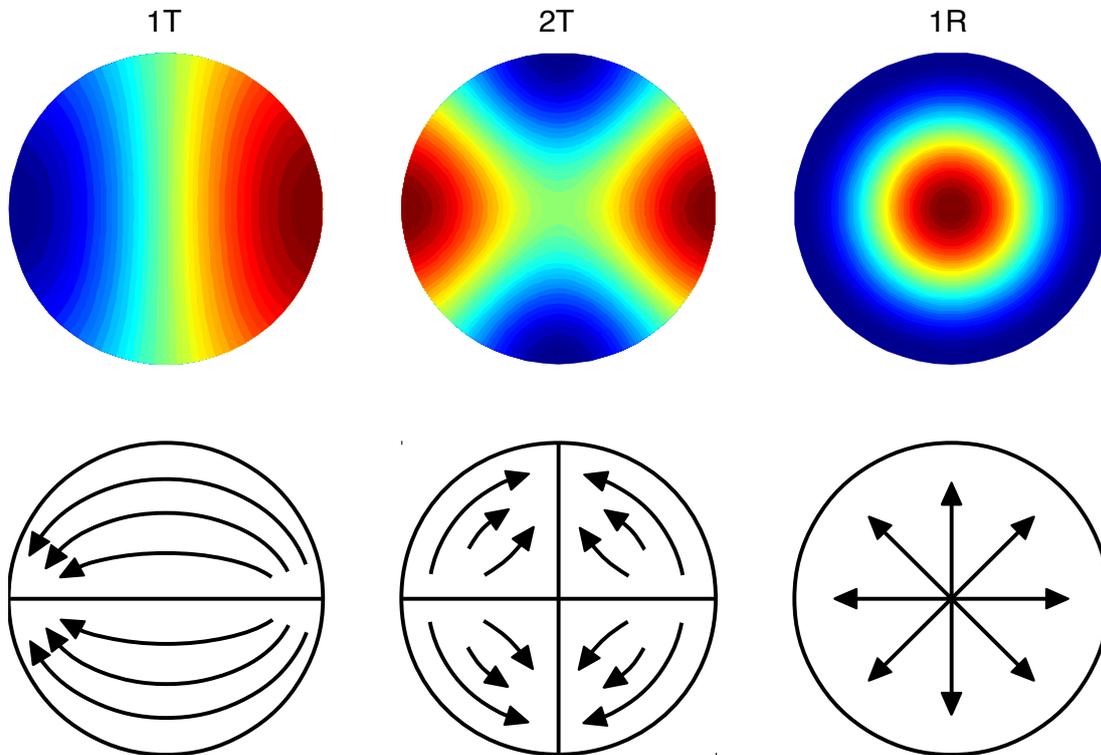


Abbildung 2.1.: Besselfunktion und deren charakteristische Werte

Mode	l	a	m	$\alpha_{ma}$
1T	0	1	1	1,841
2T	0	1	2	3,054
1R	0	2	0	3,832
3T	0	1	3	4,201
4T	0	1	4	5,318
1T1R	0	2	1	5,331
5T	0	1	5	6,461
2T1R	0	2	2	6,706
2R	0	3	0	7,016

Tabelle 2.1.: Auflistung der Koeffizienten der Eigenmoden [24]

ist im oberen Teil von Abb. 2.2 die Druckverteilung der ersten schwingungsfähigen transversalen Mode (1T), der zweiten schwingungsfähigen transversalen Mode (2T) und der ersten schwingungsfähigen radialen Mode (1R) über einem Zylinderquerschnitt dargestellt.



**Abbildung 2.2.:** Druck- und Geschwindigkeitsverteilung der 1T, 2T und 1R Mode nach [22]

Das Druckfeld einer reinen 1T-Mode stellt sich im Frequenzraum folgendermaßen dar:

$$\hat{p}(x, y) = A_+ J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(+i\phi(x, y)) + A_- J_1(\delta_a r(x, y)) \exp(-i\phi(x, y)) \quad (2.26)$$

Das Druckfeld setzt sich aus zwei gegenläufig rotierenden Moden zusammen. Die Amplituden der beiden Wellen bestimmen dabei, ob es sich bei der Superposition um eine stehende Mode ( $A_+ = A_-$ ), eine mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit rotierende Mode (z.B.  $A_+ = 0$  oder  $A_- = 0$ ) oder um eine Mischform handelt [14].

Für die Eigenmoden lassen sich die Eigenfrequenzen berechnen. Für transversale Moden gilt die Gleichung:

$$f_{ma} = \frac{\alpha_{ma} c}{2\pi R} = \frac{\delta_a c}{2\pi} \quad (2.27)$$

Dabei ist  $c$  die Schallgeschwindigkeit und  $R$  der Radius der Brennkammer. Die Eigenfrequenz einer Mode ist damit nur von der Schallgeschwindigkeit abhängig, da  $R$  und  $\alpha_{ma}$  für eine Mode konstant sind.

### Gemischte Moden

In der Realität treten diese reinen Moden nicht auf. Dort sind in der Regel kombinierte Moden anzutreffen, d.h. gemischte Moden, die auch einen Längsanteil beinhalten. Für diese Moden gilt die Gleichung:

$$f_{ma,l} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\alpha_{ma}}{R}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_L}\right)^2} \quad (2.28)$$

Die Frequenz der gemischten Mode ist dabei von den geometrischen Abmessungen, der Schallgeschwindigkeit und den longitudinalen Randbedingungen abhängig.

### Druckfeld und Schnellfeld

Bei longitudinalen Moden mit vollreflektierenden Randbedingungen beschreibt eine sinusförmige Welle die Druckverteilung im Kanal mit Druckextrema an den Randbedingungen. Die Schnelleschwankung dagegen wird an den Positionen der Druckextrema Null, und an den Knotenpunkten des Drucks hat die Schnelle ihre Extrema. Der Abstand zwischen den Extrema von Schnelle und Druck beträgt dabei ein Viertel der Wellenlänge. Über einen Schwingungszyklus gesehen tritt das Maximum der Schnelleschwankung  $90^\circ$  nach dem Druckmaximum auf. Die Schnelle ist maximal, wenn der Druck am Nulldurchgang ist und umgekehrt. Diese Zusammenhänge treten analog auch bei transversalen Moden auf, müssen jedoch auf den Zylinderquerschnitt übertragen werden. Die zeitliche Beziehung verhält sich genauso, da die Schnelle proportional zur zeitlichen Ableitung des Drucks ist. Auch die örtliche Beziehung von Druck und Schnelle entsprechen sich bei transversalen Moden: Während bei einer 1T-Mode die Druckmaxima an den Rändern auftreten, hat die Schnelle ihr Maximum in der Mitte des Feldes. Dies gilt analog auch für die weiteren Transversalmoden, deren Schnellfelder für drei Modenformen in Abb. 2.2 (unten) schematisch dargestellt sind.

## 2.2. Thermoakustik

Die Thermoakustik befasst sich mit der Wechselwirkung zwischen Wärmefreisetzung und Akustik. Ganz allgemein kann dies als Produktion von akustischen Schwankungen durch die Schwankung der Wärmefreisetzung und einer Rückkopplung der Akustik auf die Wärmefreisetzung, bzw. deren Schwankung gesehen werden. Die Kopplung von Wärmefreisetzung und Akustik ist schon in den im vorherigen Abschnitt eingeführten Gleichungen enthalten. In Gleichung 2.9 bzw. 2.12 steht die Wärmefreisetzungsschwankung jeweils auf der rechten Seite.

Zur Entstehung von Verbrennungsinstabilitäten müssen zwei Kriterien erfüllt sein[38]:

- Das **Rayleigh-Kriterium** [40] besagt, dass das Integral des Produkts von Druckschwankung und Wärmefreisetzungsschwankung über eine Periode und das Volumen positiv sein muss. Mathematisch ausgedrückt:

$$\int_V \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} p' \cdot \dot{q}' dt dV > 0 \quad (2.29)$$

- Die durch die Wärmefreisetzung eingebrachte Schwingungsenergie muss die Verluste an Schwingungsenergie übersteigen.

Mit dem Rayleigh-Integral ist es möglich, mit bekannter Wärmefreisetzungsrates  $\dot{q}'$  und bekanntem Druckfeld  $p'$  den treibenden Einfluss auf das System zu bestimmen. Jedoch ist damit noch keine Aussage darüber getroffen, wieso die Wärmefreisetzung schwankt. Dies ist Aufgabe des Rückkopplungsmodells. In Kapitel 3.2 wird ein mögliches Modell für die Interaktion zwischen Akustik und Wärmefreisetzung für transversale Moden vorgestellt.

Die zweite Bedingung der Bilanz von Wachstumsrate und Dämpfungsrate kann ebenfalls bestimmt werden. Die Wachstums- bzw. die Dämpfungsrate ist definiert als die zeitliche Ableitung der akustischen Energie [11]:

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{1}{\mathcal{E}} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \quad (2.30)$$

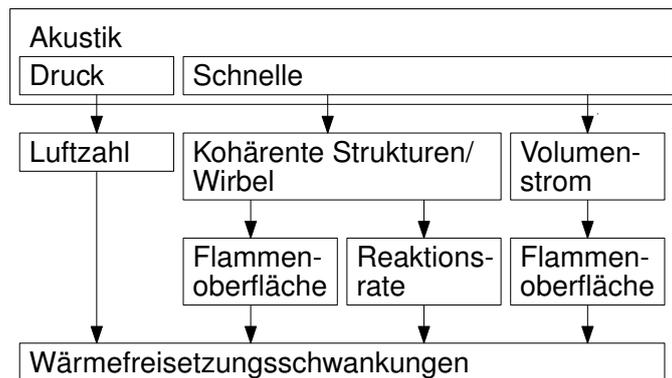
Dabei wird die akustische Energie über das Volumen integriert und über eine Schwingungsperiode gemittelt:

$$\mathcal{E} = \int_V \langle E \rangle dV = \int_V \frac{1}{T_s} \int_0^T E dt dV \quad (2.31)$$

Die Ableitung der akustischen Energie nach der Zeit ist die Differenz des Quellterms und des akustischen Flusses. Die Details dazu können in Anhang B nachgelesen werden. Typische Verlustmechanismen sind dabei viskose Reibung, Wärmeverluste sowie akustische Abstrahlung in die Umgebung.

Eine Übersicht von Rückkopplungsmechanismen longitudinaler Moden ist in Abb. 2.3 zu sehen. Die Kopplungsmechanismen unterscheiden sich nominell nicht zwischen longitudinalen und transversalen Moden, jedoch gibt es einen fundamentalen Unterschied in der Symmetrie der Störungen. Ganz allgemein tritt eine Kopplung des akustischen Felds mit der Flamme über kleine Störungen im Strömungsfeld auf. Dabei kann es sich um Schwankungen der Geschwindigkeit, des Drucks oder

auch der Mischungszusammensetzung handeln. Schwankungen der Geschwindigkeit können sowohl akustisch als auch wirbelinduziert sein. Geschwindigkeitsschwankungen können dabei über die Flammenoberfläche oder die Reaktionsrate die Wärmefreisetzung beeinflussen. Schwankungen in der Mischungszusammensetzung bzw. der Luftzahl sind anfällig für akustische Schwankungen. Diese Rückkopplungsmechanismen sind in der Regel an konvektive Transportvorgänge gekoppelt.



**Abbildung 2.3.:** Rückkopplungsmechanismen longitudinaler Moden [51]

Einen allgemeinen Überblick über Verbrennungsinstabilitäten, deren Einflussfaktoren und der Mechanismen ist in Candel [5] und Ducriux [7] nachzulesen, ein Überblick über aktuelle Forschungsprojekte der letzten Jahre, die sich mit transversalen Verbrennungsinstabilitäten beschäftigen, findet sich bei O'Connor et al. [35]. Auf weitere Modelle, insbesondere das Verschiebungsmodell, wird in Kapitel 3.2 und 3.3 näher eingegangen.

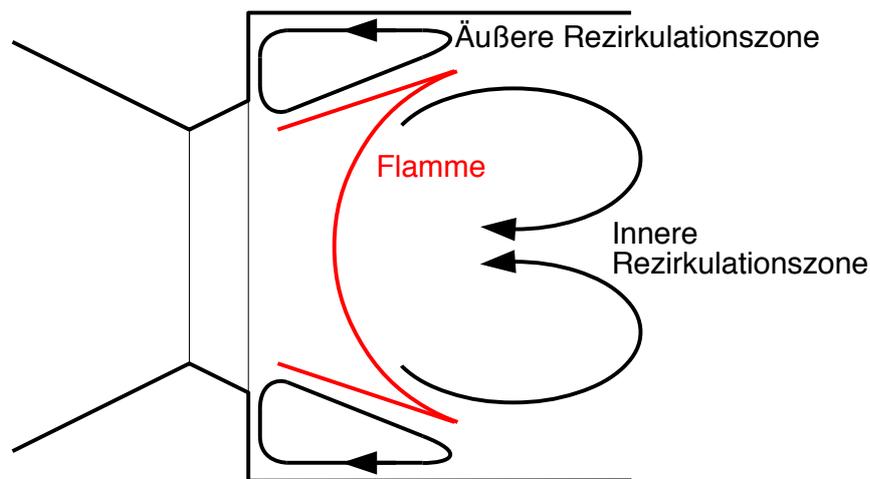
### 2.3. Verbrennung

Wie aus den vorherigen Abschnitten bekannt, ist die Wärmefreisetzungsschwankung  $\dot{q}'$  ein wesentlicher Faktor in der Thermoakustik. Die örtliche Verteilung könnte dabei von besonderer Bedeutung sein, weswegen hier auf die Positionierung der Flamme in der Brennkammer eingegangen werden soll. Der dafür verwendete aerodynamische Drallbrenner kam auch in den Arbeiten von Mayer [33] und Schwing [51] zum Einsatz. Der Aufbau des Brenners wird in Kapitel 4.1 vorgestellt, auf das Prinzip der Flammenstabilisierung wird hier eingegangen. Grundlagen zur Verbrennung sind z.B. bei Turns [52] zu finden.

Die Position der Wärmefreisetzung wird von der Art der Flammenstabilisierung bestimmt. Verschiedene Arten der Flammenstabilisierung und Brennertypen werden

von Lechner und Seume [28] beschrieben. Lefebvre und Ballal [29] liefern einen Überblick über Drallströmungen und Drallerzeuger.

Der hier verwendete Brenner nutzt das Prinzip einer aerodynamisch stabilisierten Drallflamme. Dabei platzt eine verdrehte Strömung an einem Querschnittsprung auf, wodurch sich eine zentrale sowie eine äußere Rezirkulationszone bilden. Die Verbrennung stabilisiert sich dabei in den von den Rezirkulationszonen gebildeten Scherschichten, vgl. Abb. 2.4.



**Abbildung 2.4.:** Schematisches Strömungsfeld einer drallstabilisierten Flamme

Wie schon bei Schwing erwähnt, sei nochmals auf die Reynoldsinvarianz [31] der Drallströmung hingewiesen. Reynoldsinvariant bedeutet, dass das Strömungsprofil unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit und damit vom Massenstrom ist. Im Gegensatz dazu lässt sich das Strömungsprofil und damit die Position der Wärmefreisetzung mit der Drallzahl verändern. Dabei rückt die innere Rezirkulationszone mit sinkender Drallstärke weiter in die Brennkammer hinein und der Winkel der äußeren Scherschicht wird kleiner [17].

Der optionale Diffusor, der in Abschnitt 4.1.2 vorgestellt wird, hat ebenso einen Einfluss auf das Strömungsfeld. Die innere Rezirkulationszone wird durch den Diffusor deutlich in Richtung Brennkammereintritt verschoben, der Winkel der äußeren Scherschicht wird größer.



## 3. Die selbsterregte Instabilität und das Verschiebungsmodell

In diesem Kapitel sollen die wesentlichen Punkte aus der Arbeit von Schwing [51] wiedergegeben werden, die für das Verständnis dieser Arbeit von Bedeutung sind. Dabei wird vor allem auf die Phänomenologie der selbsterregten Instabilität eingegangen sowie das dort entwickelte Verschiebungsmodell präsentiert.

### 3.1. Selbsterregte Instabilität

An dem in Kapitel 4.1 vorgestellten Versuchsstand tritt eine selbsterregte Instabilität auf, die sich durch eine hohe Amplitude des akustischen Drucks - einem „lauten, hochfrequenten Pfeifen“ - bemerkbar macht. Dieses Phänomen tritt ohne externe Anregung des Systems auf.

Diese Instabilität tritt über einen breiten Betriebsbereich auf. Abhängig von den Parametern Vorheiztemperatur, Luftmassenstrom und Drall stellt sich dann eine kritische Luftzahl  $\lambda_{krit}$  ein, unterhalb derer die Instabilität auftritt. Die Instabilität ist dabei durch eine hohe Amplitude des akustischen Drucks  $p'$  charakterisiert. Dabei stellt sich eine variable Frequenz ein, die von Vorheiztemperatur, Luftzahl und Drall abhängt. Die Identifikation der Mode erfolgt über die Phasendifferenzen der räumlich verteilten Drucksensoren, wie es in Abb. 4.7 dargestellt ist. Die Messung des akustischen Drucks am Querschnittsprung lässt lediglich eine Charakterisierung in Umfangsrichtung zu, die axiale Ausdehnung der Mode bleibt unberücksichtigt. Exemplarisch ist hier eine Zeitreihe sowie das dazugehörige Spektrum einer Instabilität dargestellt, siehe Abb. 3.1. Im Spektrum ist ein Peak bei ca. 3000 Hz zu sehen, welcher der Frequenz der Instabilität entspricht. Eine Abschätzung der Frequenz mit Hilfe von Formel 2.27  $f_{ma} = \frac{\alpha_{ma} c}{2\pi R}$  und einer mittleren Schallgeschwindigkeit von  $\bar{c} = 800$  m/s (entspricht einer mittleren Brennkamertemperatur von ca.  $\bar{T}_{BK} = 1600$  K) ergibt einen Wert von  $f_{1T} = 2970$  Hz für die 1T-Mode. Die weitere Identifikation der Mode erfolgt über die Phasendifferenzen der Sensoren. Die äquidistanten Differenzen, die den Winkelabständen zwischen den Sensoren entsprechen, lassen auf eine mit konstanter Geschwindigkeit rotierende Mode schließen.

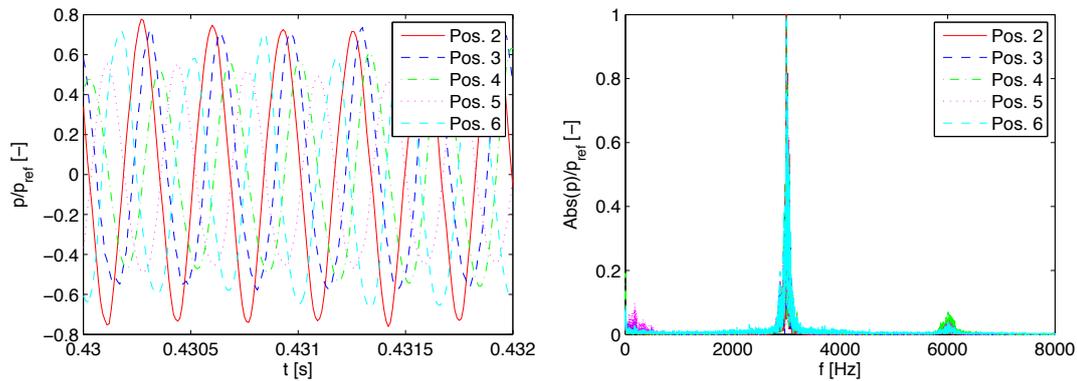


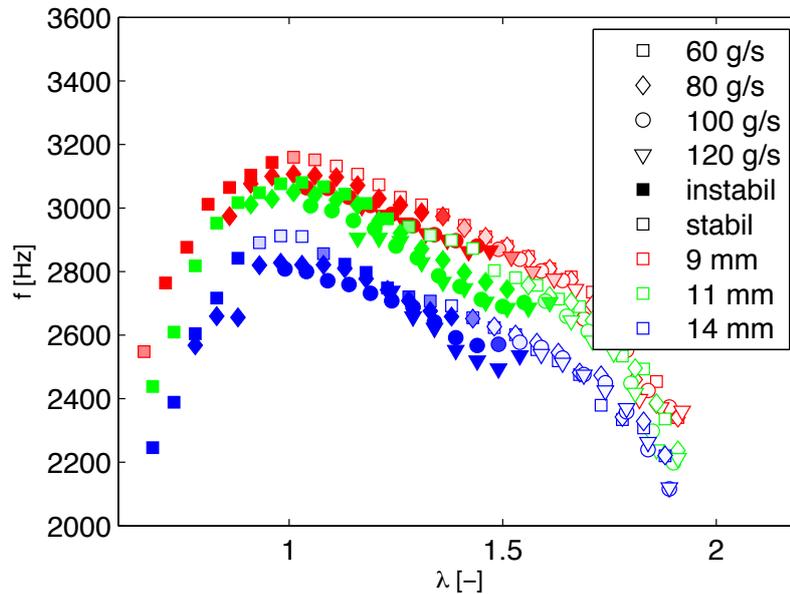
Abbildung 3.1.: Zeitreihe und Spektrum der Instabilität [51]

In Abb. 3.2 ist die Frequenz aller Betriebspunkte mit einer Vorheiztemperatur von  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  über die Luftzahl  $\lambda$  aufgetragen. Ausgefüllte Symbole stehen dabei für instabile Betriebspunkte, leere Symbole für stabile Betriebspunkte. Der Luftmassenstrom, bzw. die Leistung, ist durch die Form der Symbole gekennzeichnet. Die Drallstärke, die an Hand der Schlitzbreite der Drallschlitze im Drallerzeuger (siehe Kapitel 4.1.1) eingestellt wird, kann über die Farben der Symbole unterschieden werden. Der Einfluss der Drallstärke auf die Frequenz ist deutlich sichtbar und kann durch die höhere Eindringtiefe des kalten Frischgases und der damit geringeren mittleren Brennkammertemperatur  $\bar{T}_{BK}$  und folglich geringeren mittleren Schallgeschwindigkeit  $\bar{c}$  erklärt werden. Ebenfalls ein Temperatureinfluss ist das Ansteigen der Frequenz mit fallender Luftzahl  $\lambda$ , was auf die höhere Verbrennungstemperatur zurückzuführen ist. Des Weiteren fällt auf, dass der Einfluss der Leistung auf die Frequenz gering ist. Dies ist konsistent mit der Reynoldsinvarianz (vgl. Kapitel 2.3) der Drallströmung. Nicht dargestellt ist der Einfluss der Vorheiztemperatur auf die Frequenz, welche mit steigender Temperatur ebenfalls steigt.

### 3.2. Verschiebungsmodell

Ein erster Schritt für das Verständnis von hochfrequenten, transversalen Instabilitäten ist das von Schwing [51] entwickelte Rückkopplungsmodell, welches an dieser Stelle vorgestellt wird.

Grundlage des Verschiebungsmodells ist die Vorstellung, dass die Flamme in der Brennkammer auf der Schallschnelle „reitet“. Dieses Prinzip soll an einer Schwingungsperiode veranschaulicht werden, vgl. dazu Abb. 3.3: Es wird dazu ein Schnitt durch die Mittelebene einer zylindrischen Brennkammer betrachtet, in der das Druckfeld einer stehenden 1T-Mode vorliegt und deren Knotenlinie dabei in Richtung der x-Achse zeigt. Die Mode schwingt von oben nach unten und wieder zurück.



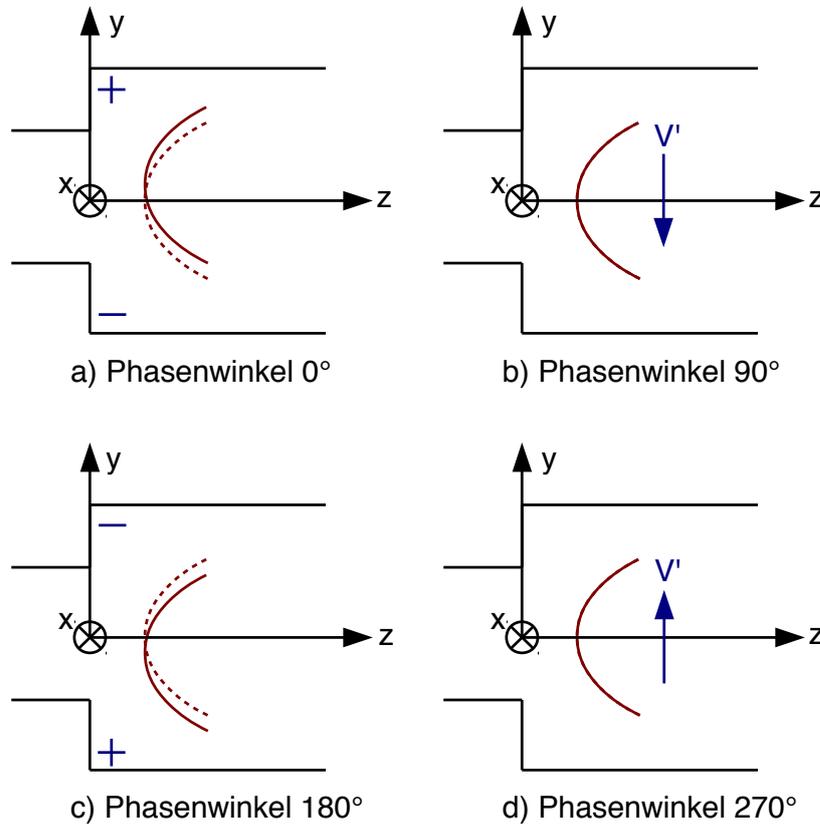
**Abbildung 3.2.:** Stabile und instabile Betriebspunkte bei einer Vorheiztemperatur von 100 °C [51]

Die mittlere Position der Flamme ist als gestrichelte rote Linie, die aktuelle Position der Flamme als durchgezogene rote Linie dargestellt.

- In Abb. 3.3 (a), hier als Phasenwinkel  $0^\circ$  bezeichnet, ist der akustische Druck in der oberen Hälfte der Brennkammer positiv, in der unteren Hälfte negativ. Dabei ist die Flamme nach oben hin verschoben. Die Schnelle ist zu diesem Zeitpunkt gerade an ihrem Umkehrpunkt.
- Durch die Druckdifferenz zwischen oberer und unterer Hälfte wird eine akustische Schnelle  $v'$  induziert, die in negativer y-Richtung orientiert ist. Dabei wandert die Flamme mit der Schnelle nach unten. In Abb. 3.3 (b), bei einem Phasenwinkel von  $90^\circ$ , an dem die Schnelle ihren maximalen Wert annimmt, befindet sich die Flamme gerade auf ihrer mittleren Position. Zu diesem Zeitpunkt besteht keine Differenz im akustischen Druck zwischen der oberen und unteren Hälfte der Brennkammer.
- Bei dem Zustand, der dem Phasenwinkel  $180^\circ$  entspricht, hat sich das Druckfeld wieder aufgebaut, diesmal jedoch mit positivem akustischem Druck in der unteren Hälfte der Brennkammer. Die von der Schnelle transportierte Flamme ist nun nach unten hin ausgelenkt, vgl. Abb 3.3 (c)
- Analog zum Phasenwinkel  $90^\circ$ , wird wieder vom Druckfeld eine akustische Schnelle induziert, die diesmal nach oben gerichtet ist. Die vorher nach unten orientierte Flamme wird dabei nach oben verschoben und passiert

beim Phasenwinkel von  $270^\circ$  wieder die mittlere Position, vgl. 3.3 (d).

- Danach wiederholt sich der Zyklus, beginnend bei Phasenwinkel  $0^\circ$ .



**Abbildung 3.3.:** Schemaskizze des Verschiebungsmodells [51]

Wichtig für das Verständnis des Modells sind die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Effekten. Wie bereits in Kapitel 2.1.2 dargestellt, besteht eine Phasendifferenz von  $90^\circ$  zwischen Druckfeld und Schnellefeld, d.h. die Schnelleschwankung ist  $90^\circ$  nach der Druckschwankung maximal. Des Weiteren ist die Verschiebung das zeitliche Integral der Schnelle:  $y' = \int v' dt$ , was einen Phasenverzug von  $90^\circ$  zwischen Verschiebung und Schnelle bedingt. Insgesamt führen die Phasenverzüge zur Auslenkung der Flamme hin zum höheren Druck. Damit ist das Rayleigh-Kriterium (siehe Kapitel 2.2) immer positiv, womit eine Voraussetzung für thermoakustische Instabilitäten gegeben ist.

### 3.3. Modellentwicklung und weitere Modelle

Bei der Entwicklung des Verschiebungsmodells wurden von Schwing [51] verschiedene Hypothesen, bzw. bereits existierende Modelle, aufgrund von experimentellen Beobachtungen ausgeschlossen.

Im hier vorliegenden Fall ändert sich die Frequenz kontinuierlich mit der Variation der Betriebsparameter. Diskrete Modelle, bei denen es zu einem „Lock-In“-Effekt [32] kommt, bei dem sich die Instabilität bei wenigen, aber immer den gleichen Frequenzen zeigt, erscheinen daher eher unwahrscheinlich. Diese Modelle werden in der Regel von charakteristischen Zeiten, wie z.B. konvektiven Verzugszeiten bestimmt, die zu dem eben erwähnten „Lock-In“-Effekt auf definierte Frequenzen führt.

Die Hypothese von akustisch induzierter Wirbelablösung, wie sie zum Beispiel in den Arbeiten von [4], [3] oder auch [21] diskutiert werden, sind aufgrund der experimentellen Beobachtungen unwahrscheinlich. Zum Einen nimmt die Intensität der Wirbel mit sinkender Drallzahl stark ab, während gleichzeitig die Instabilitätsneigung zunimmt. Zum Anderen zeigte sich bei Untersuchungen mit Brennstoffanreicherung in der äußeren Scherschicht ein stabileres Betriebsverhalten.

Als weitere Kopplungsmechanismen kommen sowohl die Geschwindigkeits- als auch die Druckkopplung in Frage. Das Verschiebungsmodell basiert auf der Geschwindigkeitskopplung, bei der die Schwankungen der Wärmefreisetzung von Fluktuationen der akustischen Schnelle verursacht werden. Beispiele für die Geschwindigkeitskopplung sind in [41], [23], [19] und [18] zu finden. Bei der Druckkopplung dagegen wird die Wärmefreisetzung durch das Druckfeld moduliert und basiert auf der adiabaten Kompression, bzw. auf dem Einfluss von Dichteschwankungen.

Schwing vergleicht dabei das Verschiebungsmodell mit dem Modell der adiabaten Kompression. Die Details dazu werden im folgenden Kapitel 3.4 vorgestellt. Beide Modelle haben Wachstumsraten in der selben Größenordnung, Schwing favorisiert jedoch das Verschiebungsmodell, da zum einen die experimentellen Beobachtungen dieses stützen, zum anderen die Wachstumsrate der adiabaten Kompression als Abschätzung nach oben betrachtet wird.

Zellhuber [53] untersuchte in seiner Arbeit in einer generischen Geometrie eine Selbstzündflamme unter transversaler akustischer Anregung. Dabei wurden folgende Kopplungsmechanismen betrachtet:

- Flammenverschiebung aufgrund der Schnelle
- Flammenverschiebung aufgrund der Krümmung der Flammenfront
- Wärmefreisetzungsschwankungen aufgrund von Dichteschwankungen

- Wärmefreisetzungsschwankungen aufgrund von chemischen Umsatzraten-schwankungen

In seiner Analyse sind dabei, wie schon bei Schwing, die Flammenverschiebung aufgrund der akustischen Schnelle sowie der Einfluss der Dichteschwankungen als Haupteinflüsse identifizierbar. Im Gegensatz zu Schwing tragen hier jedoch die Dichteschwankungen mehr zur Wachstumsrate bei als die Schnelleschwankungen.

Beide Modelle werden auch in einer gemeinsamen Arbeit [54] vorgestellt. Dabei wird hergeleitet, dass die Formulierung des Rayleigh-Integrals von Schwing ein Spezialfall der allgemeineren Formulierung von Zellhuber ist, wenn dabei eine in Bezug auf die akustische Mode sehr dünne Flamme angenommen wird.

Ein weiteres Modell wird von Sattelmayer et al. [47] vorgeschlagen. Dort wird die Interaktion von Verbrennung und transversalen Geschwindigkeitsfluktuationen einer Raketenbrennkammer mit Flüssigtreibstoff betrachtet. An Hand eines Injektors wird das Rayleigh-Integral für die transversale Flammenverschiebung aufgestellt. Es zeigt sich, dass von vier verschiedenen Effekten die Wärmefreisetzungsschwankung aufgrund der Flammenverschiebung der einzige Effekt ist, der bei der Anregungsfrequenz antwortet.

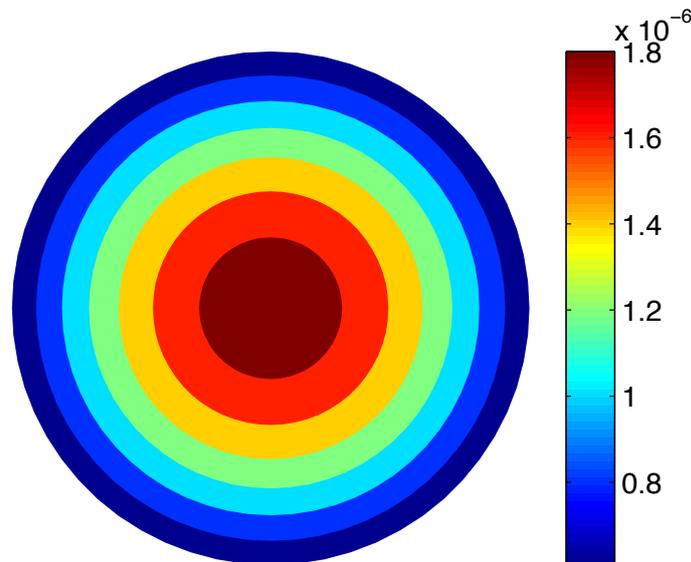
### 3.4. Modellbewertung und Ausblick

Da diese Arbeit am selben Versuchsstand wie die Arbeit von Schwing entstanden ist, konzentriert sich dieser Abschnitt auf dessen Modell. Die Modelle von Zellhuber und Sattelmayer werden in Kapitel 7 verwendet, um Rayleigh-Integrale zu berechnen.

Schwing [51] vergleicht in seiner Arbeit das von ihm entwickelte Verschiebungsmodell quantitativ mit zwei Modellen der adiabaten Kompression. Bei der adiabaten Kompression geht man davon aus, dass durch das Druckfeld die Stromlinien im Bereich des akustisch höheren Drucks komprimiert werden, wodurch bei gleichbleibender globaler Wärmefreisetzung die spezifische Wärmefreisetzung steigt, da sich das Bezugsvolumen verkleinert. Im Bereich des akustisch niedrigeren Drucks wird die spezifische Wärmefreisetzung kleiner, da sich das Bezugsvolumen erhöht.

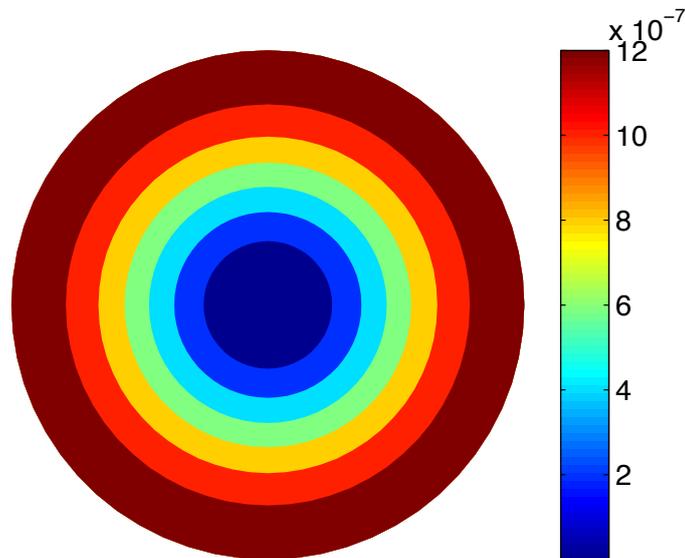
Schwing wählt bei der adiabaten Kompression zwei Grenzfälle aus: Ein quasistationäres, auf der Flammengeschwindigkeit basierendes Modell, bei dem Flammengeschwindigkeit und Reaktionsumsatz instantan auf die Kompression reagieren. Dieser Fall kann als „Best-Case“-Abschätzung betrachtet werden und zeigt das maximale Potential der adiabaten Kompression. Der zweite Fall dagegen ist ein instationäres Rührreaktormodell, bei dem zeitliche Änderungen in Druck und Temperatur bei der Berechnung der Wärmefreisetzung berücksichtigt werden.

Das lokale Rayleigh-Integral des Verschiebungsmodells für eine rotierende Mode nach Formel 2.29 aus Kapitel 2.2, ohne die Integration über das Volumen, ist in Abb. 3.4 zu sehen. Dabei erreicht das Wachstumspotential im Zentrum, wo die Schnellechwankungen am höchsten sind, seine maximalen Werte und fällt mit steigendem Radius ab. Das Rayleigh-Integral des flammengeschwindigkeitsbasierten Modells der adiabaten Kompression ist in Abb. 3.5 zu sehen. Im Gegensatz zum Verschiebungsmodell erreicht das Wachstumspotential am Rand, wo der akustische Druck maximal wird, die höchsten Werte und fällt zum Zentrum hin ab. Das Rührreaktormodell verhält sich qualitativ gleichwertig. Das Verschiebungsmodell und das flammengeschwindigkeitsbasierte Modell erreichen die gleiche Größenordnung für das Rayleigh-Integral, das Rührreaktormodell liegt einige Größenordnungen darunter. Alle Modelle wurden mit einer Druckamplitude von 1 Pa und einer volumetrischen Wärmefreisetzungsrate von  $1 \text{ W/m}^3$  betrachtet. Das flammengeschwin-



**Abbildung 3.4.:** Lokales Rayleigh-Integral des Verschiebungsmodells [51]

digkeitsbasierte Modell der adiabaten Kompression wird von Schwing jedoch als als Best-Case-Szenario bezeichnet. Die im Experiment beobachtbare erhöhte Instabilitätsneigung bei geringerem Drall wird mit der Verschiebung der Wärmefreisetzung in Richtung der Brennkammerachse als Indiz für das Verschiebungsmodell gewertet, da bei diesem die Wachstumsrate auf der Brennkammerachse am höchsten und am Rand am geringsten ist. Schlussendlich wird dem Verschiebungsmodell der Vorzug gegeben, unter anderem auch, da die berechneten Wachstumsraten in etwa gemessenen Dämpfungsraten entsprechen.



**Abbildung 3.5.:** Lokales Rayleigh-Integral des flammengeschwindigkeitsbasierten Modells [51]

Das Modell liefert einen Erklärungsansatz für die Rückkopplung hochfrequenter, transversaler Moden. Dabei ist es in sich konsistent und wird zudem von den experimentellen Daten gestützt.

Die Verschiebung der Flamme wurde jedoch noch nicht experimentell nachgewiesen. Des Weiteren ist das Flammenmodell der auf einen Kreisumfang konzentrierten Wärmefreisetzung eine sehr einfache Betrachtung, die zudem die dreidimensionale Ausprägung der Flamme vernachlässigt.

Das Modell beschreibt den Kopplungsmechanismus anhand einer Modellflamme, macht jedoch keine quantitativen Aussagen über die ermittelten Stabilitätsgrenzen. Die Unterschiede zwischen den von der Drallstärke abhängigen Stabilitätsgrenzen werden lediglich qualitativ über die radiale Wachstumsrate im Verschiebungsmodell erklärt.

Außerdem gibt es keine eindeutigen Argumente, die das Verschiebungsmodell gegenüber der adiabaten Kompression bevorzugen. Es sind lediglich experimentelle Beobachtungen, deren Ausprägung auch andere Ursachen haben kann. Zum Beispiel wird in der Modellvorstellung von einer für alle Betriebspunkte ähnlich starken Dämpfungsrate ausgegangen und die unterschiedlichen Stabilitätsgrenzen nur über die von der Flammenposition abhängigen Wachstumsrate begründet.

Für die Weiterentwicklung des Modells ist es daher wichtig, die Verschiebung experimentell nachzuweisen. Des Weiteren müsste die Bestimmung von Wachstums-

und Dämpfungsrate für jeden Betriebspunkt erfolgen, um die Stabilitätsgrenzen für den kompletten Betriebsbereich nachvollziehen zu können. Für diese Ziele muss jedoch erst ein tieferes Verständnis erreicht werden, insbesondere zum Einfluss der verschiedenen Kopplungsmechanismen sowie der Dämpfung des Systems. An diesen Punkten setzt diese Arbeit an.



## 4. Versuchsaufbau und Messtechnik

Zur Untersuchung der selbsterregten Instabilität standen ein Labor mit Versuchsstand sowie verschiedene Messtechniken zur Verfügung, die im folgenden näher beschrieben werden.

### 4.1. Versuchsaufbau

Für die Versuche wurde derselbe Versuchsstand wie in der Vorgängerarbeit verwendet [51]. Ebenfalls wurde der Prüfstand in der Arbeit von Mayer [33] beschrieben. Konzipiert wurde der turbulente Drallbrenner ursprünglich für die brennstoffflexible magere Vormischverbrennung unter Vermeidung von Flammenrückschlägen. Der Prüfstand modelliert eine Gasturbinenbrennkammer, wird jedoch im Gegensatz zu realen Maschinenbedingungen bei atmosphärischem Druck betrieben. Die Auslegung, das Konzept sowie detaillierte Untersuchungen des stationären Strömungsfelds sind in [44], [45] und [43] zu finden.

#### 4.1.1. Prüfstand

Die Funktionsweise des Prüfstands sei anhand einer schematischen Abbildung (Abb. 4.1) erklärt. Ein Gebläse (nicht dargestellt) versorgt den Prüfstand mit Luft, die elektrisch vorgeheizt werden kann, was die Temperaturerhöhung im Verdichter einer Gasturbine simulieren soll. In der Vorkammer (1) des Prüfstands wird die Luft mit dem Brennstoff in einem statischen Mischer (2) perfekt gemischt. Dabei kann der Prüfstand sowohl mit Erdgas als auch mit Wasserstoff und variablen Mischungen dieser beiden Brennstoffe betrieben werden. Der Versuchsstand kann auch mit Brennstoffeindüsung im Drallerzeuger betrieben werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde, bis auf eine Messung, nur die perfekte Vormischung verwendet. Für diese eine Messung wurde ein Teil der Infrastruktur der Brennstoffeindüsung im Drallerzeuger verwendet, um das Brennstoffprofil der perfekten Vormischung zu verändern. Eine schematische Darstellung der Position der Brennstoffdüse zur axialen Brennstoffinjektion ist in Abb. 4.2 dargestellt. Ein Teil des Brennstoffs wird nicht perfekt vorgemischt, sondern durch die Düse injiziert. Dadurch kann die relative Brennstoffkonzentration im Kern der Strömung erhöht werden. Das Brennstoff-

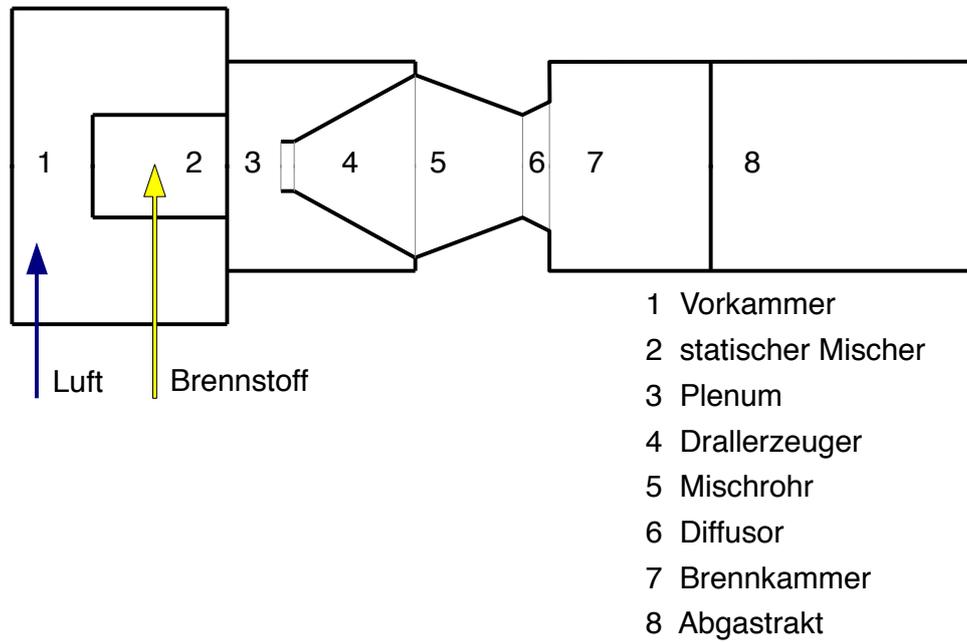


Abbildung 4.1.: Schemaskizze des Prüfstands

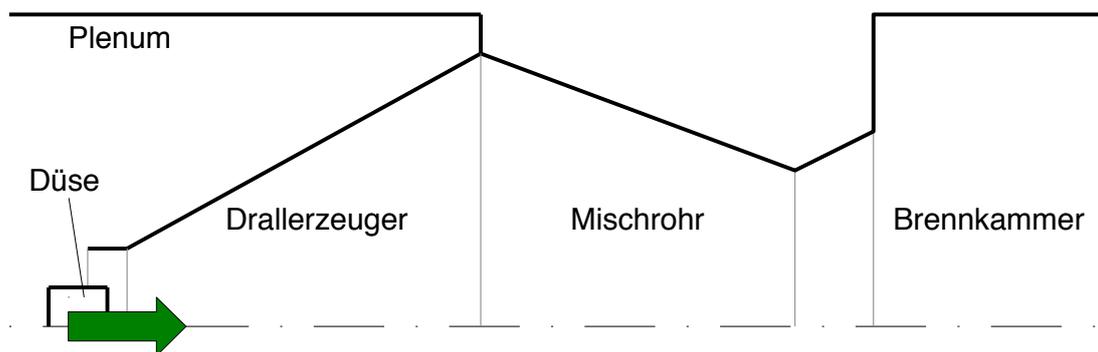


Abbildung 4.2.: Schema der axialen Düse im Kopf des Drallerzeugers

Luft-Gemisch tritt danach in das Plenum (3) ein, an dessen Ende der Drallerzeuger (4) installiert ist. Die Drallstärke kann dabei über Einlegeplatten variiert werden, welche die Breite  $b$  der Drallschlitze verändern, wobei die Drallstärke mit kleiner werdender Breite  $b$  steigt. Beide Komponenten sind in Abbildung 4.3 zu sehen. Nach dem Drallerzeuger strömt das Gemisch in ein konisches Mischrohr (5). Die



**Abbildung 4.3.:** Drallerzeuger mit Einlegeplatten

nächste Komponente, der Diffusor (6), wird aufgrund ihrer Relevanz für diese Arbeit etwas ausführlicher im nächsten Abschnitt 4.1.2 besprochen. Nach dem Übergang in die Brennkammer schließt direkt die zylindrische Brennkammer (7) an, die zusätzlich in Abb. 4.4 im montierten Zustand am Versuchsstand dargestellt ist. Diese ist normalerweise aus Quarzglas gefertigt, es ist jedoch auch eine Stahlbrennkammer mit Gewindebohrungen zum Anschluss von Drucksensoren verfügbar. Nach der Brennkammer folgt ein Abgaskanal (8), dessen Innendurchmesser dem der Brennkammer entspricht.

Der Versuchsstand wurde dabei mit folgenden Parametern betrieben:

- Vorheiztemperatur:  $T_{pre} = 100\text{ °C} - 400\text{ °C}$
- Luftmassenstrom:  $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$
- Schlitzbreite des Drallerzeugers:  $b = 9\text{ mm} - 14\text{ mm}$

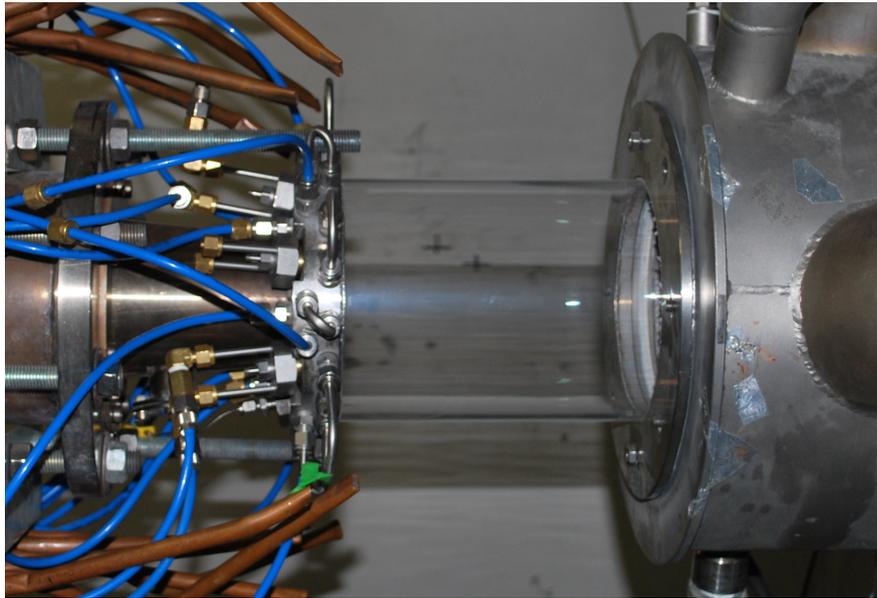
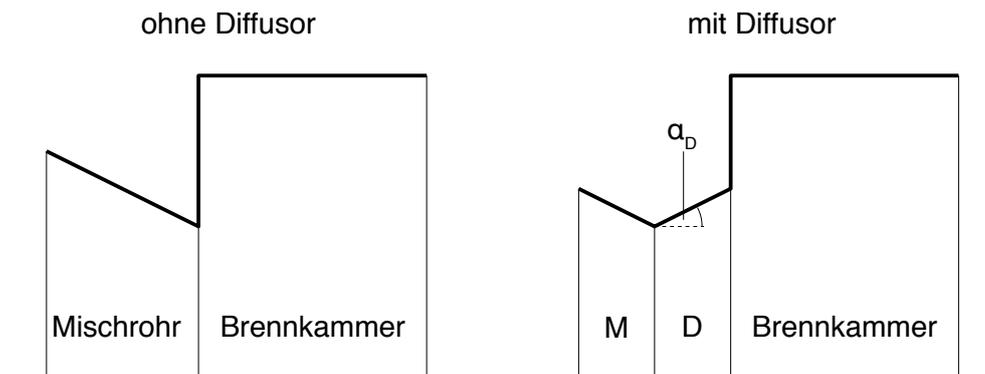


Abbildung 4.4.: Quarzglasbrennkammer im Versuchsstand

#### 4.1.2. Geometrie der Brennkammer

Bei der Untersuchung der selbsterregten Instabilität hat sich herausgestellt, dass geometrische Änderungen am Brennkammereinlass großen Einfluss auf die selbst-erregte Instabilität haben. Dabei sind zwei verschiedene Konfigurationen für den Übergang zwischen Mischrohr und Brennkammer von Interesse, die bereits von Mayer [33] erwähnt werden. Bei einer Variante ist zwischen Mischrohr und Brennkammer ein Diffusor, bei der anderen Variante ist kein Diffusor vorhanden, vgl. Abb. 4.5. Der ursprüngliche Zweck des Diffusors ist der Schutz der Flammenwurzel vor Pulsationen der Nachbarbrenner bei einer Mehrbrenneranordnung. Die Position der Rückströmzone ist dabei, bezogen auf das Ende des Mischrohrs, unverändert. Bei Schwing [51] wurde lediglich die Variante mit einem Diffusoröffnungswinkel von  $\alpha_D = 10^\circ$ , welcher bei sehr niedrigen Leistungen schon instabil wird, untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit wurden beide Varianten untersucht. Zudem wurde der Winkel  $\alpha_D$  des Diffusor zwischen  $0^\circ$  und  $15^\circ$  variiert. Neben der schon erwähnten Variation der Schlitzbreite des Drallerzeugers ist dies eine weitere konstruktive Maßnahme zur Beeinflussung des Strömungsfelds in der Brennkammer. Die Abmessungen des Diffusors sowie der Brennkammer sind in Tabelle 4.1 angegeben.



**Abbildung 4.5.:** Varianten mit und ohne Diffusor mit variablem Diffusorwinkel  $\alpha_D$

Größe	Symbol	Wert	Einheit
Länge des Diffusors	$L_D$	25	mm
engster Durchmesser des Diffusors	$D_D$	75	mm
Diffusorwinkel	$\alpha_D$	0 - 15	°
Länge der Glasbrennkammer	$L_{BK}$	200	mm
Durchmesser der Glasbrennkammer	$D_{BK}$	158	mm

**Tabelle 4.1.:** Abmessungen des Experiments

## 4.2. Messtechnik

Zur experimentellen Erfassung der selbsterregten Instabilität wurden verschiedene Messtechniken verwendet. Dabei wurden die für thermoakustische Instabilitäten relevanten Messgrößen, bzw. representative Hilfsgrößen erfasst. Zum einen wurde der akustische Druck  $p'$  an der Brennkammerwand und zum anderen die OH\*-Chemilumineszenz als Maß für die Wärmefreisetzung  $\dot{q}'$  gemessen. Zudem wurde eine laserbasierte optische Messtechnik zur Erfassung der Flammenverschiebung eingesetzt.

### 4.2.1. Druckmessungen

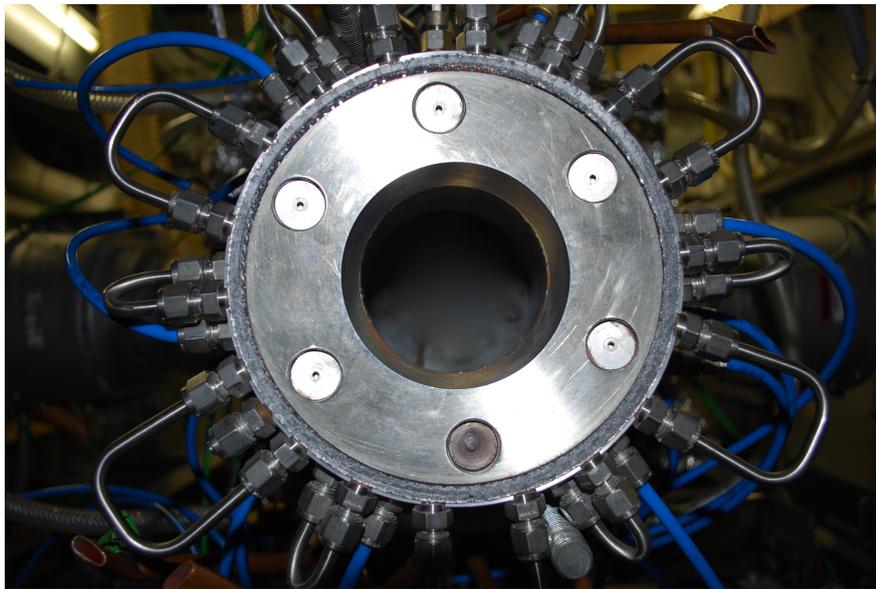
Für die Erfassung des akustischen Drucks wurden Sensoren des Herstellers PCB Piezotronics Inc. verwendet. Dabei kamen 5 Sensoren vom Typ 106B mit Kühladapter 064B06 zum Einsatz [37] [36]. Ein Sensor dieses Typs ist in Abb. 4.6 dargestellt. Die Datenerfassung erfolgte mit Hilfe der Messkarte NI 4472 von National Instruments, mit der es möglich ist, 8 Kanäle simultan abzutasten. Die Drucksensoren wurden dabei mit einer Samplerate von 100 kHz und unterschiedlich langen Messdauern aufgezeichnet. Für die Identifikation der Mode und Bestimmung des Stabilitätszustands war eine Messdauer von 1 s ausreichend. Für simultane Aufnahmen wurde die Messdauer der Drucksensoren an die Messdauer der Kamera angepasst.



Abbildung 4.6.: Drucksensor vom Typ PCB 106B

Zur Erfassung von hochfrequenten, transversalen Druckmoden muss bei der Positionierung der Drucksensoren auf die, im Gegensatz zu niederfrequenten, longitudinalen Druckmoden, dreidimensionale Druckverteilung geachtet werden. Bei longitudinalen Moden kommt in der Regel die sogenannte Multi-Mikrofon-Methode zum Einsatz [2], bei der mehrere Drucksensoren über die axiale Koordinate verteilt

werden. Aus den gemessenen Drucksignalen kann bei dieser Methode das komplette akustische Feld einer Brennkammer rekonstruiert werden. Aufgrund der Tatsache, dass bei longitudinalen Moden aufgrund der planaren Wellenausbreitung lediglich ein Sensor pro axialer Position benötigt wird, ist der Aufwand für diese Messtechnik überschaubar. Für transversale Druckmoden (vgl. Abb. 2.2) werden dagegen mehrere Drucksensoren pro axialer Ebene benötigt, um das Druckfeld identifizieren zu können. In Abb. 4.7 ist dargestellt, wie die Sensoren in der Frontplatte der Brennkammer positioniert sind. Dabei sind sechs Sensorpositionen verfügbar, die in  $60^\circ$ -Abständen angeordnet sind. Diese Konfiguration erlaubt eine gleichzeitige



**Abbildung 4.7.:** Frontplatte mit Sensorpositionen

optische Zugänglichkeit sowie die Erfassung von Druckdaten aus der Brennkammer. Für eine Erfassung bzw. Rekonstruktion des kompletten, dreidimensionalen Druckfelds wären dagegen weitere Messpositionen an der Brennkammerwand in axialer Richtung notwendig. Eine Stahlbrennkammer mit 24 Messzugängen (4 axiale Ebenen mit jeweils 6 um den Umfang verteilten Zugängen) wurde ebenfalls für einige Versuche verwendet, eine Rekonstruktion des Druckfelds war jedoch nicht möglich. Zum einen waren die Messungen durch die Anzahl der verfügbaren Drucksensoren limitiert und zum anderen ist fraglich, in wie weit die Signale der Drucksensoren bei Versuchen mit Verbrennung verfälscht werden. Schwing [51] hat in seiner Arbeit die Signale der Drucksensoren normiert, da seiner Meinung nach die absoluten Werte im heißen Betrieb nicht aussagekräftig sind. Die Phasentreue soll davon jedoch nicht betroffen sein. Bei den Versuchen für diese Arbeit hat sich diese Einschätzung bestätigt. Jedoch kann nicht mit absoluter Gewissheit davon ausgegangen werden, dass die Phasentreue zu 100% gegeben ist. Drucksensoren

mit hohen gemessenen Amplituden lieferten Phaseninformationen, die den theoretischen Erwartungen entsprachen. Drucksensoren, deren gemessene Amplituden dagegen deutlich geringer ausfielen, haben ebenso unzuverlässigere Phaseninformationen produziert. Ein Grund dafür könnte der Einbau des Drucksensors in den Kühladapter und das unbekannte akustische Übertragungsverhalten dieser Konstruktion sein.

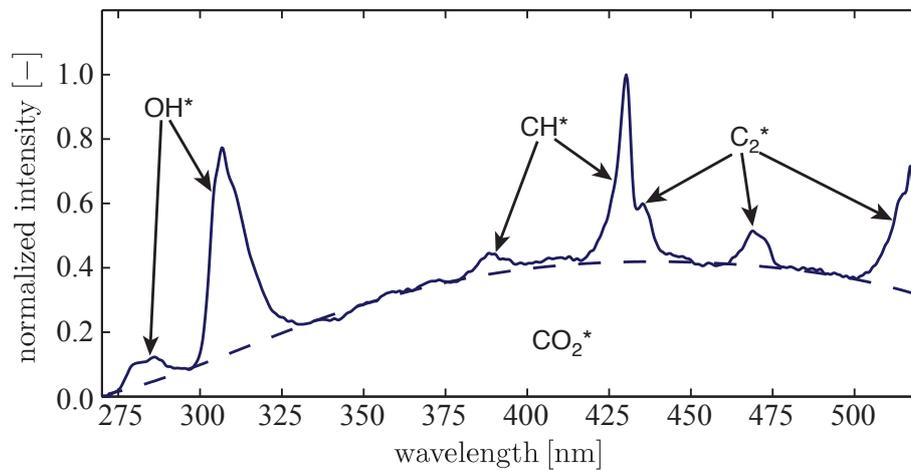
### 4.2.2. Optische Messtechnik

Zur Erfassung der Flammendynamik kamen zwei optische Messtechniken zum Einsatz. Zum einen die OH<sup>\*</sup>-Chemilumineszenz, bei der das Eigenleuchten der Flamme detektiert wird, zum anderen laserinduzierte Fluoreszenz, bei der mit Hilfe eines Lasers Verbrennungsradikale angeregt und ebenfalls von einer Kamera detektiert werden.

#### Chemilumineszenz

Als maßgeblicher Einfluss auf thermoakustische Instabilitäten sind die Wärmefreisetzung, bzw. die Wärmefreisetzungsschwankung der Flamme zu sehen. Die messtechnische Erfassung der Wärmefreisetzung ist als sehr aufwändig anzusehen, wo hingegen die Erfassung des Eigenleuchtens der Flamme deutlich einfacher ist. Genauer gesagt handelt es sich bei Chemilumineszenz um die Emission von Licht von angeregten Molekülen oder Radikalen. In Abb. 4.8 ist das Spektrum einer turbulenten Methan-Luft-Flamme abgebildet. Dabei ist die schmalbandige Emission des OH<sup>\*</sup>-, des CH<sup>\*</sup>- und des C<sub>2</sub><sup>\*</sup>-Radikals sowie die breitbandige Emission des CO<sub>2</sub><sup>\*</sup>-Moleküls erkennbar. Bei den Radikalen handelt es sich um Produkte von Seitenpfaden der Verbrennungsreaktion. Es ist jedoch zu beachten, dass bei lokal aufgelösten Messungen das Eigenleuchten der Flamme aufgrund von Turbulenz-Chemie-Interaktion nicht der Wärmefreisetzung entspricht [26]. Aus diesem Grund kann Chemilumineszenz nur als Indikator für die Wärmefreisetzung verwendet werden. In dieser Arbeit wurde dabei die bandpassgefilterte OH<sup>\*</sup>-Chemilumineszenz aufgenommen.

Zur Aufzeichnung von OH<sup>\*</sup>-Chemilumineszenzbildern wurden die High-Speed-Kameras SA5 bzw. SAX des Herstellers Photron verwendet. Da die Wellenlänge der OH<sup>\*</sup>-Strahlung ca. 308 nm beträgt, was ausserhalb des Erfassungsbereichs der Kamera liegt, kam ein externer Bildverstärker vom Typ Hamamatsu C10880-03F zum Einsatz. Dabei wurde der Bildverstärker mittels einer speziellen Koppeloptik an die Kamera angeschlossen. Des Weiteren mussten spezielle UV-fähige Objektive verwendet werden. Hierbei kamen eines von Nikkor (105mm, f=1:4,5) und eines von Sodern (45mm, f=1:1,8) zum Einsatz. Zur Filterung wurde ein Filter der Firma Andover Corporation vom Typ 307-FS10-50 mit einer Zentralwellenlänge von

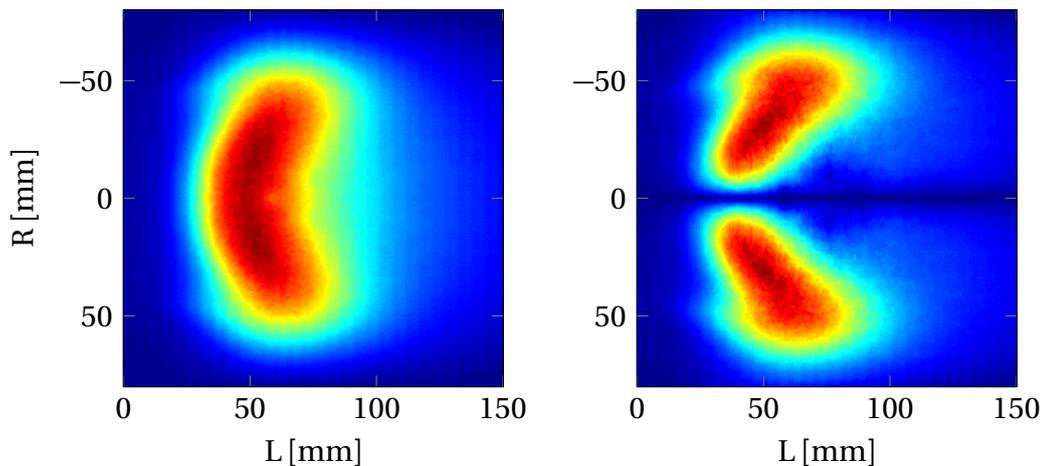


**Abbildung 4.8.:** Spektrum einer turbulenten Methan-Luftflamme [26]

308,5 nm, einer Halbwertsbreite von 10 nm und einer maximalen Transmissionsrate von 16,17% verwendet.

Die Hochgeschwindigkeitskameras nehmen Zeitreihen von Einzelbildern auf, aus denen sowohl Mittelwertbilder als auch phasengemittelte Bilder gewonnen werden konnten. Für die Mittelwertbilder waren dabei deutlich geringere Aufnahmezeiten (1 kHz) als für die phasengemittelten Bilder (15 kHz) möglich.

Chemilumineszenzaufnahmen sind immer tiefenintegrierte Aufnahmen. Jedes Pixel des Chips registriert dabei das über den optischen Pfad aufsummierte Signal. Zur Analyse der Wärmefreisetzung sind jedoch Schnittbilder besser geeignet, da eine 2D-Darstellung die lokale Verteilung wiedergibt. Für rotationssymmetrische Körper kann man mit Hilfe der inversen Abel-Transformation tiefenintegrierte Bilder auf die Rotationsebene zurückrechnen. Dafür muss das zu beobachtende Objekt jedoch eine ausreichend geringe optische Dichte aufweisen. Unter den vorliegenden Versuchsbedingungen erfüllt  $\text{OH}^*$ -Strahlung das Kriterium der geringen optischen Dichte [12]. Die Anwendung der inversen Abel-Transformation ist beispielhaft in Abb. 4.9 dargestellt. Für die hier vorliegenden Daten wurde dabei mit der BASEX-Methode [6] gearbeitet, die jedoch nur auf die normalen Mittelwertbilder angewendet werden konnte. Die phasengemittelten Aufnahmen müssen daher in der tiefenintegrierten Darstellung analysiert werden, da bei diesen die Rotationsebene verschoben sowie die Flamme nicht rotationssymmetrisch ist.



**Abbildung 4.9.:** Aufnahme der OH\*-Chemilumineszenz vor und nach der inversen Abel-Transformation

### Laser-Induzierte Fluoreszenz

Die *laserinduzierte Fluoreszenz* (LIF) wird im Allgemeinen zur Bestimmung von Stoffkonzentrationen in Gasen und Flüssigkeiten verwendet. Dieses spektroskopische Verfahren basiert dabei auf der Fluoreszenzanregung, bei der die Energie eines Lasers Moleküle auf ein höheres Energieniveau hebt. Dieser Zustand bleibt jedoch nicht lange bestehen und das Molekül fällt auf seinen energetischen Grundzustand zurück, wobei es zur Emission von Licht kommt.

In der Verbrennungsforschung wird dabei unter anderem das OH-Radikal angeregt, um dessen Konzentration zu messen. Dieses Radikal wird bei der Verbrennung gebildet, wodurch sich über den Konzentrationsunterschied die Flammenfront erkennen lässt. Weiterführende Informationen dazu finden sich auch bei [9] und [25]. Im Rahmen dieser Arbeit soll diese Technik dazu verwendet werden, die Verschiebung der Flamme zu detektieren.

Der für diese Arbeit verwendete Versuchsaufbau und die verwendete Technik lässt sich anhand von Abb. 4.10 erklären. Ein Pump laser vom Typ *Edgewave IS8II* mit einer Repititionsrate von 2x 20 kHz und einer Pulsenergie von 2 mJ bei einer Wellenlänge von 532 nm ist die erste Komponente des Messaufbaus. Um die Wellenlänge des Lasers an das Maximum des Absorptionsspektrums des zu untersuchenden Moleküls anzupassen, kommt ein Farbstofflaser zum Einsatz. Abhängig von der Zielwellenlänge können verschiedene Farbstoffe verwendet werden, im hier vorliegenden Fall wird dafür *Rhodamin 6G* verwendet. Der Farbstoff emittiert dann Licht bei einer Wellenlänge von ca. 566 nm, welche durch eine nachfolgende Frequenzverdopplungseinheit auf ca. 283 nm halbiert wird. Anschließend wird der Laserstrahl von einer Lichtschnittoptik aufgeweitet und auf die Mittelebene der Brennkammer ausgerichtet. Zur Detektion des Fluoreszenzspektrums der Flamme

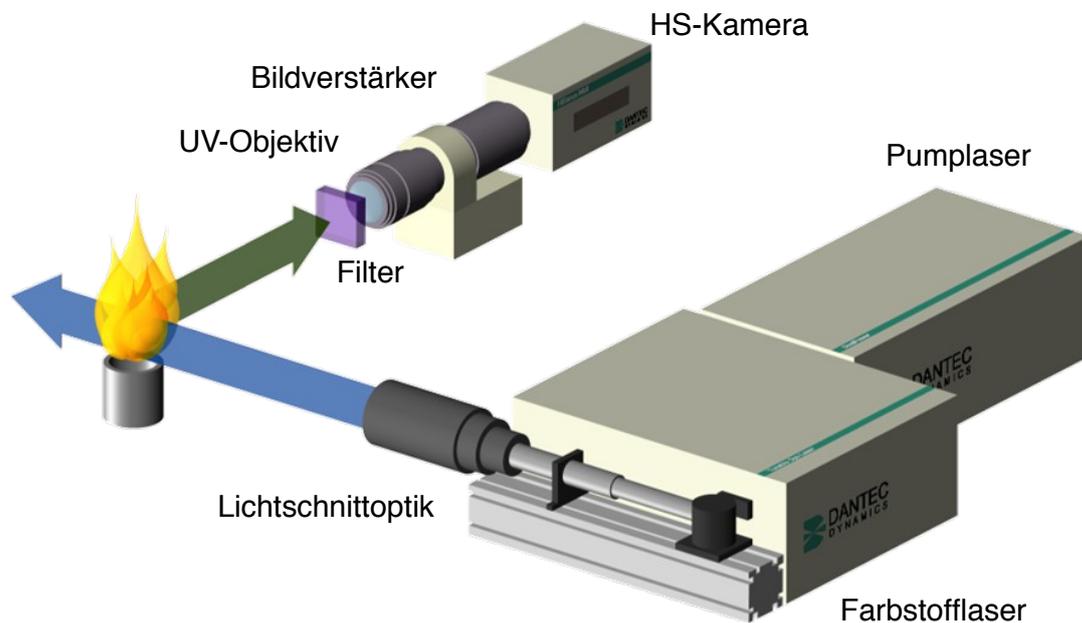


Abbildung 4.10.: Schema des LIF-Versuchsaufbaus [8]

kommt die selbe Kombination aus Kamera, Bildverstärker und UV-Objektiven wie bei den Chemilumineszenzaufnahmen zur Anwendung. Zur Eliminierung störender Einflüsse, insbesondere des Lasers, wurde ein Filter vom Typ *Semrock Brightline HC* mit einer Zentralwellenlänge von 320 nm, einer Halbwertsbreite von 40 nm und einer Transmissionsrate von über 70% verwendet.

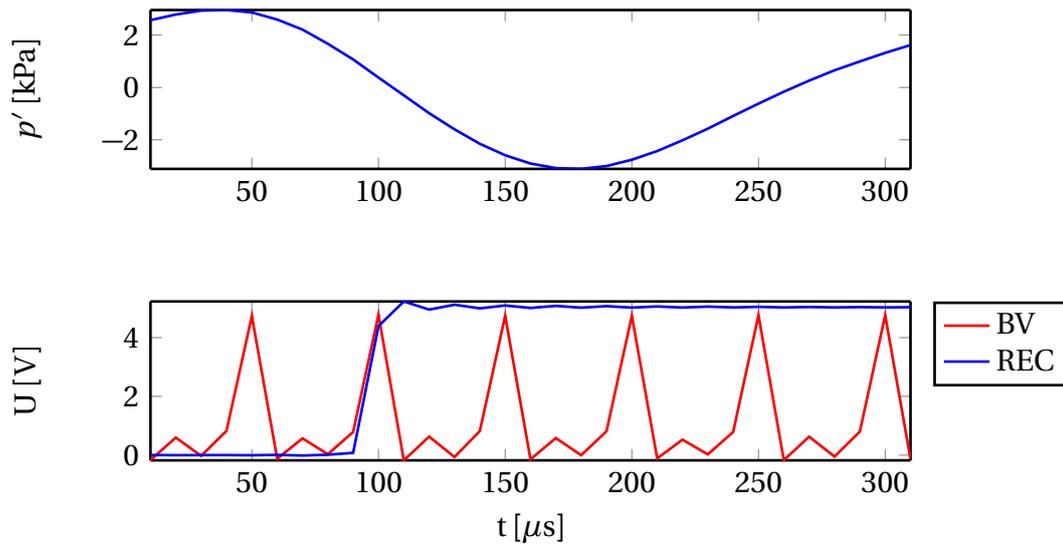
Zur richtigen Erfassung des Phänomens müssen die Flammenposition und der akustische Druck simultan bei einer hohen zeitlichen Auflösung aufgenommen werden. Die Drucksensoren wurden dabei mit 100 kHz, die LIF-Aufnahmen mit 20 kHz aufgenommen, das Nyquist-Kriterium ist dabei für die Instabilität bei ca. 3 kHz gut erfüllt.

### 4.3. Synchronisation der Messtechniken

Sowohl für die LIF-Aufnahmen als auch für phasengemittelte Chemilumineszenzaufnahmen ist es notwendig zu wissen, wie sich die Bilder der Kamera zum aktuellen Druckzustand in der Brennkammer verhalten.

Zu diesem Zweck wurde sowohl das Belichtungssignal des Bildverstärkers als auch das Aufnahmesignal der Kamera auf der NI-Messkarte simultan zu den Signalen

der Drucksensoren mitgeschrieben. Der Zeitpunkt der Messbeginns der Kamera ist im unteren Teil von Abb. 4.11 dargestellt und beginnt mit der steigenden Flanke des REC-Signals. An den Spannungsspitzen des Signals des Bildverstärkers (BV) war dieser aktiv, so dass dem Drucksignal im oberen Teil von Abb. 4.11 an diesen Zeitpunkten das entsprechende Bild zugeordnet werden kann, wobei das erste Bild der Zeitreihe durch das REC-Signal identifizierbar ist.



**Abbildung 4.11.:** Synchronisationsschema aus Drucksignal, Aufnahmesignal der Kamera und das Belichtungssignal des Bildverstärkers

## 5. Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse der Versuche vorgestellt, die an dem in Kapitel 4.1 vorgestellten Brenner durchgeführt wurden.

Ausgehend von dem in der Vorgängerarbeit entwickelten Verschiebungsmodell wurden Versuche unternommen, dieses experimentell zu bestätigen bzw. den Rückkopplungsmechanismus genauer zu untersuchen. Ein Teil dieser Arbeit widmet sich daher den Ergebnissen von zeitlich hoch aufgelösten Messtechniken zur Analyse des phasenabhängigen Flammenverhaltens. Dabei kamen die optischen Messtechniken laserinduzierte Fluoreszenz (Kapitel 5.1) und Chemilumineszenz (5.2) mit simultaner Aufzeichnung des akustischen Drucks zu Einsatz.

Hauptsächlich beschäftigt sich diese Arbeit damit, zum weiteren Verständnis des Systemverhaltens beizutragen. Insbesondere wurde dabei der Einfluss der Flammenposition auf die Akustik, bzw. die Stabilitätsgrenze des Systems untersucht. Im Versuchsbetrieb wurden dabei mehrere Parameter verändert. Dabei wurde der akustische Druck sowie die Flammenposition mit Hilfe von Chemilumineszenzbildern aufgenommen. Der Einfluss der Parametervariation auf die Stabilitätsgrenzen wird in Abschnitt 5.3 vorgestellt, die Veränderung der radialen Flammenposition wird in Abschnitt 5.4.1 diskutiert. Die Unterschiede in der axialen Flammenposition und Flammenlänge werden in Abschnitt 5.4.2 besprochen.

Folgende Parameter wurden dabei variiert:

- Vorheiztemperatur
- Drallschlitze
- Luftmassenstrom
- Luftzahl, bzw. Leistung
- Diffusorwinkel
- Brennstoffzusammensetzung
- radiale Brennstoffverteilung

Die ersten vier Parameter wurden bereits, zumindest deren Stabilitätsgrenzen, in der Vorgängerarbeit untersucht. Der Fokus dieser Arbeit liegt vor allem auf den drei weiteren Parametern und deren Einfluss auf die Position der Flamme.

Die Variation des Diffusorwinkels ist dabei eine Veränderung der Brennergeometrie,

die sich in einer Veränderung des Strömungsfelds zeigt. Die Details dazu sind in Kapitel 4.1.2 zu finden.

Für die Variation der Brennstoffzusammensetzung wurde dem normalerweise verwendeten Methan auch Wasserstoff zugemischt. Durch die höhere Reaktivität des Wasserstoffs erhält man deutlich kompaktere Flammen, insbesondere in axialer Richtung äußert sich dies in einer kürzeren Flamme. Zur Vergleichbarkeit mit den Versuchen mit reinem Erdgas wurde die thermische Leistung als Vergleichsmaß gewählt. Bei den zu vergleichenden Betriebspunkten wurden Mischungen verwendet, bei denen der Anteil des Wasserstoffs am Brennstoff bei 25%, bzw. 40% lag.

Die Beeinflussung des Brennstoffprofils wurde bereits von Schwing genutzt, um seine Modellhypothese zu bekräftigen. Dabei wurde der Kern der Strömung abgemagert, wodurch die Stabilitätsgrenze des Systems zu höheren Leistungen verschoben wurde. Schwing sah dies als Bestätigung des Verschiebungsmodells. In dieser Arbeit wurde versucht, diese Hypothese durch eine gegensätzliche Maßnahme zu überprüfen. Durch die in Abschnitt 4.1.1 erwähnte zusätzliche Eindüsung von Brennstoff auf der Brennerachse wird im Gegensatz zu Schwing der Brennstoffanteil im Kern der Strömung erhöht, was nach dem Verschiebungsmodell zu niedrigeren Stabilitätslimits führen sollte.

Eine Übersicht der in den Kapiteln 5.3 bis 5.4.2 untersuchten Konfigurationen ist in Tabelle 5.1 aufgeführt. Die Werte für Vorheiztemperatur  $T_{pre}$  und Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  werden bei der Vorstellung der Ergebnisse mit angegeben. Die perfekte Vormischung wird mit p.V., die zusätzliche axiale Eindüsung mit z.a.E. abgekürzt.

Nr.	$b$ [mm]	$\alpha_D$ [°]	Brennstoff	Eindüsung
K1	14	kD, 0 - 15	CH <sub>4</sub>	p.V.
K2	11	kD, 0 - 15	CH <sub>4</sub>	p.V.
K3	14	10	CH <sub>4</sub> + H <sub>2</sub>	p.V.
K4	11	10	CH <sub>4</sub> + H <sub>2</sub>	p.V.
K5	14	10	CH <sub>4</sub>	z.a.E

**Tabelle 5.1.:** Übersicht der Versuchskonfigurationen

## 5.1. Laserinduzierte Fluoreszenz

Die *laserinduzierte Fluoreszenz* wird, wie bereits in Kapitel 4.2.2 beschrieben, zur Ermittlung von Spezieskonzentrationen verwendet. In hier vorliegenden Fall wird dabei planar in der Mittelebene der Flamme die OH\*-Konzentration gemessen, welche durch einen hohen Anstieg in der Reaktionszone gekennzeichnet ist und dabei u.a. zur Detektion von Flammenfronten genutzt wird. Die Verschiebung der

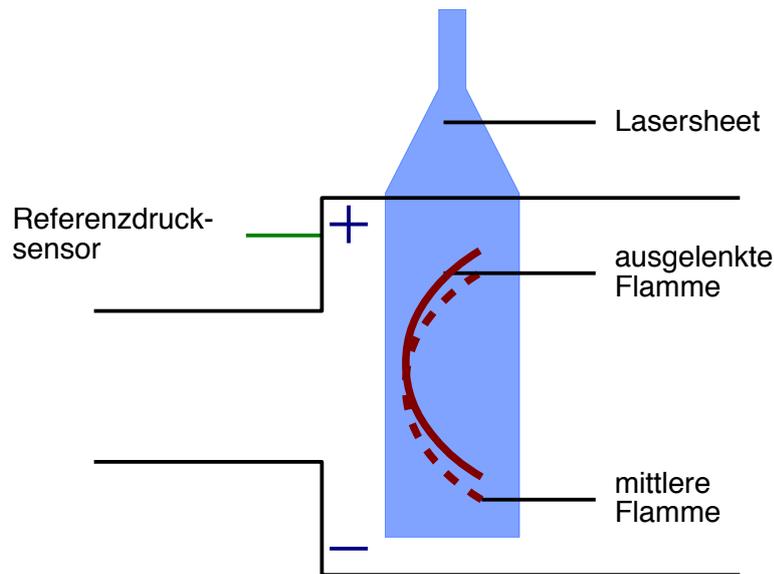
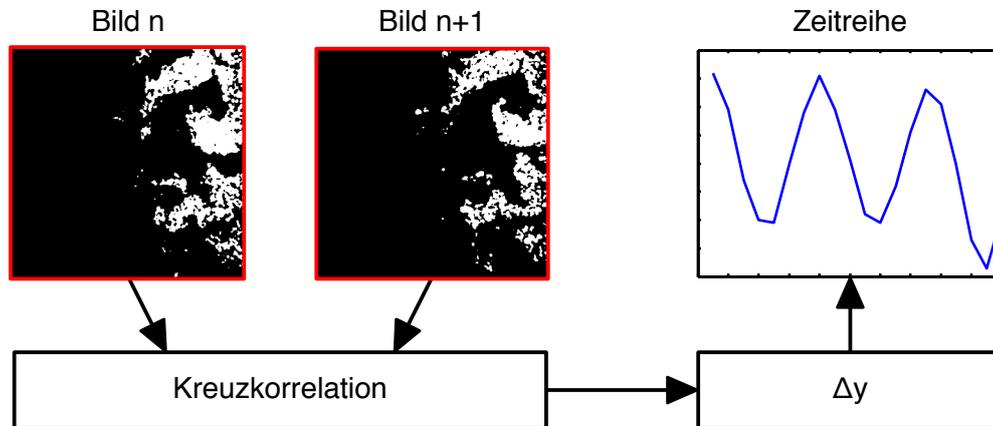


Abbildung 5.1.: Prinzipskizze LIF

Flamme, wie sie bereits in Abb. 3.3 skizziert wurde, soll experimentell nachgewiesen werden. Zu diesem Zweck wurde ein Messaufbau gewählt, wie er in Abb. 5.1 dargestellt ist. Die Verschiebung der Flamme hin zum akustisch positiven Druck in der Brennkammer soll dabei in der Mittelebene detektiert werden. Zur Auswertung der Flammenverschiebung wurde die Zeitreihe der LIF-Bilder mit Hilfe des Prinzips der Kreuzkorrelation ausgewertet. Wie in Abb. 5.2 dargestellt ist, wird dabei jedes Bild der Zeitreihe mit dem nachfolgenden Bild korreliert, woraus ein relativer Verschiebungswert in vertikaler und horizontaler Bildrichtung gewonnen werden kann. Ausgehend vom Verschiebungsmodell wird jedoch nur die Verschiebung in vertikaler Richtung betrachtet. Für alle Bilder ergibt sich schlussendlich eine Zeitreihe des relativen Verschiebungssignals.

Aus dieser Zeitreihe kann ein Spektrum ermittelt werden, das in Abb. 5.3 dargestellt ist. Dabei ist ein klares Maximum im Frequenzbereich der hochfrequenten Instabilität zu erkennen, was den Schluss nahelegt, dass die Flamme eine periodische Bewegung in vertikaler Richtung mit der gleichen Frequenz wie die Druckfluktuation ausführt.

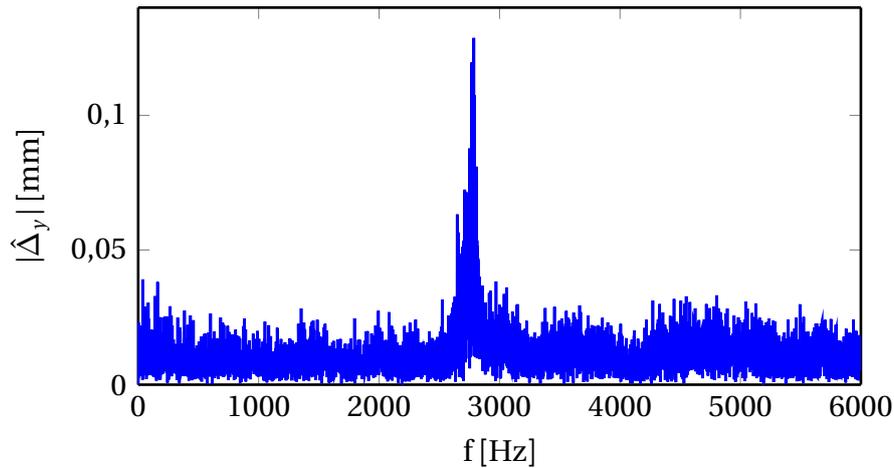
Das Zeitsignal der relativen Verschiebung zwischen den Einzelbildern wird anschließend gefiltert. Um ein absolutes Zeitsignal zu erhalten, das mit dem Zeitsignal des akustischen Drucks verglichen werden kann, muss das relative Zeitsignal, das die Differenzen zwischen zwei Einzelbildern enthält, aufsummiert werden. Dabei wird der Startwert des absoluten Zeitsignals auf Null festgelegt. Der Wert an der Stelle  $n$  im absoluten Zeitsignal ist die Summe der Werte von 1 bis  $n-1$  des relativen Signals.



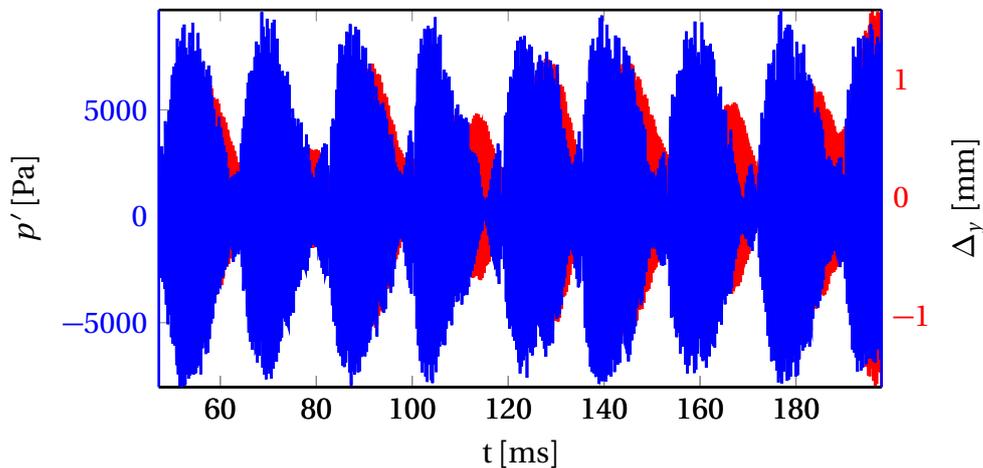
**Abbildung 5.2.:** Auswerteschema der LIF-Zeitreihe

Das erhaltene Signal kann nun mit dem Drucksignal verglichen werden. In Abb. 5.4 ist ein Ausschnitt aus der Zeitreihe von Druck und Verschiebung dargestellt. Dabei ist erkennbar, dass sowohl das Drucksignal als auch das Verschiebungssignal einer Amplitudenschwankung unterworfen ist. Dies äußert sich in einem periodischen Ansteigen und Abklingen der Signale. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Amplitudenschwankung der Verschiebung einen leichten Phasenversatz zum Drucksignal hat. Die Verschiebung scheint dabei dem Druck leicht versetzt im Zeitverlauf zu folgen. Dies könnte als Trägheit der Flamme gesehen werden, die dem Drucksignal nicht instantan folgen kann.

Zur weiteren Analyse werden Ausschnitte aus der Zeitreihe betrachtet, bei denen die Phase bei der dominanten Frequenz zu erkennen ist. Zwei Ausschnitte aus der Zeitreihe zu unterschiedlichen Zeitpunkten sind in den Abbildungen 5.5 und 5.6 zu sehen. Während in Abb. 5.5 ein Zeitpunkt gewählt ist, bei dem die Amplitude beider Signale hoch ist, ist in Abb. 5.6 ein Zeitpunkt gewählt, bei dem beide Signale abklingen und wieder ansteigen. Für den Fall, dass beide Signale eine hohe Amplitude aufweisen, kann man erkennen, dass Druck und Verschiebung in Phase sind. Die Verschiebung der Flamme folgt dabei ohne Verzögerung dem akustischen Druck. Für den Fall der abklingenden Amplitude ist die Situation anders zu bewerten. Beide Signale haben anfangs noch eine hohe Amplitude und sind in Phase. Aus noch unbekanntem Grund stellt sich ein Phasenverzug zwischen den Signalen ein und die Amplitude des Drucksignals beginnt zu fallen. Wenige Zyklen später fällt auch die Amplitude des Verschiebungssignals ab. Während die Amplitude der Verschiebung fällt, stellt sich wieder die gleiche Phase bei den Signalen ein. Die Amplitude des Drucksignals steigt daraufhin wieder an, die Amplitude des Verschiebungssignals folgt darauf mit kurzer zeitlicher Verzögerung.



**Abbildung 5.3.:** Spektrum der Verschiebung aus den LIF-Messungen



**Abbildung 5.4.:** Ausschnitt aus dem Signal von Verschiebung und Druck der LIF-Messungen

Zusammengefasst lässt sich feststellen: Eine periodische Auslenkung der Flamme hin zum akustisch positiven Druck ist, wie im Verschiebungsmodell postuliert, beobachtbar. Das dynamische Verhalten des Systems zeigt, dass das System keinem Grenzyklus mit konstanter Amplitude folgt, sondern von einem periodischen Abfallen und Aufklingen geprägt ist. Bei diesem Wechsel scheint die Flamme dem Drucksignal jedoch nur mit einer gewissen Trägheit zu folgen. Die Betrachtung eines quasistationären Zustands, bei dem die Amplituden beider Signale hoch sind, entsprechen der Erwartung aus dem Modell. Inwiefern die Verschiebung der für die Rückkopplung ursächliche Mechanismus ist, kann dadurch noch nicht beantwortet werden, da es sich bei der Verschiebung auch um eine Begleiterscheinung eines anderen Mechanismus handeln könnte.

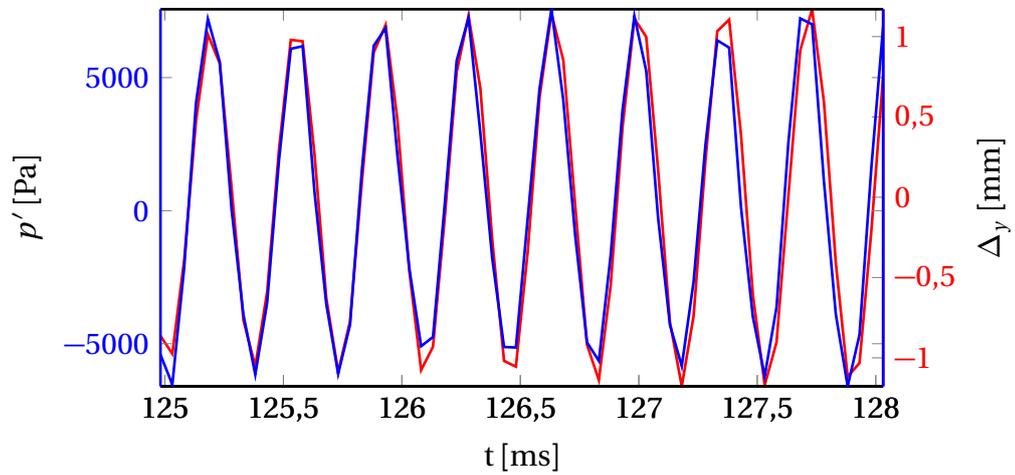


Abbildung 5.5.: Hohe Amplitude von Verschiebung und Drucksignal der LIF-Messungen

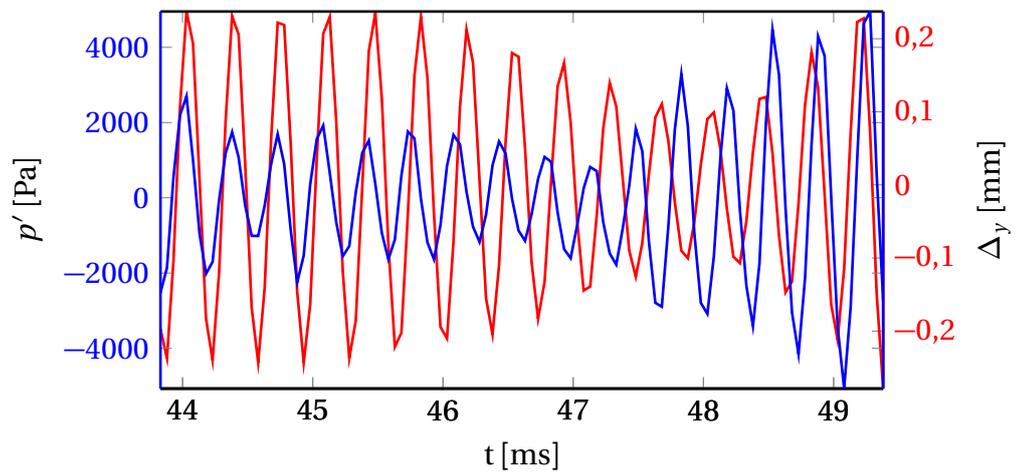


Abbildung 5.6.: Geringe Amplitude von Verschiebung und Drucksignal der LIF-Messungen

## 5.2. Phasengemittelte Chemilumineszenz

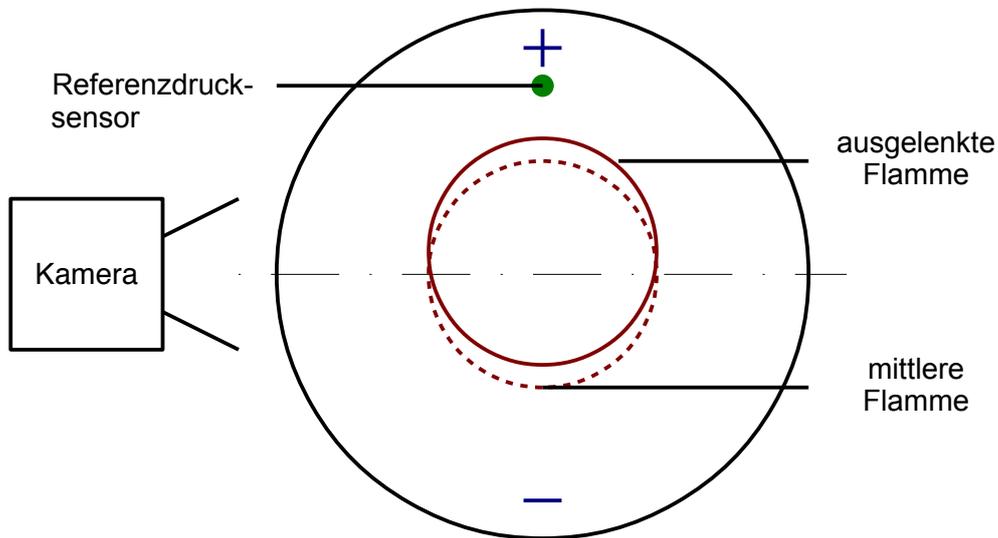
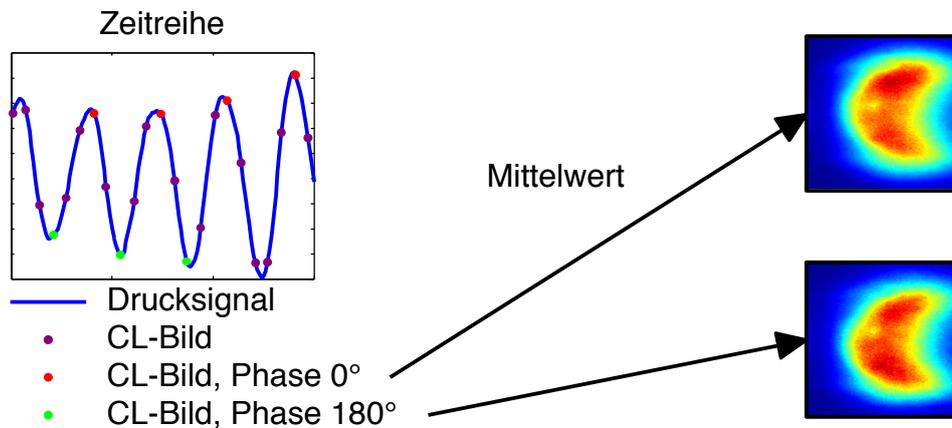


Abbildung 5.7.: Prinzipskizze phasengemittelte Chemilumineszenz

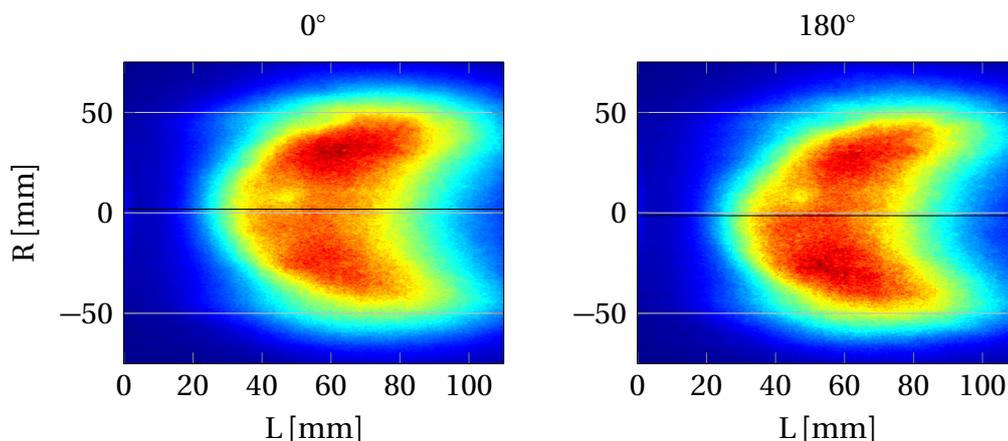
Zum besseren Verständnis der selbsterregten Instabilität kam zudem die *phasengemittelte Chemilumineszenz* zum Einsatz. Dabei werden Chemilumineszenzbilder simultan zum akustischen Druck aufgenommen und nach dem Phasenwinkel des Drucksignals sortiert und gemittelt.

Dieses Prinzip soll an Hand von Abb. 5.7 veranschaulicht werden, in der ein Schema des Messaufbaus, bezogen auf das Schema des Verschiebungsmodells (Abb. 3.3), dargestellt ist. Die Kamera nimmt die Brennkammer von der Seite auf und ein Drucksensor zeichnet simultan dazu den akustischen Druck in der oberen Hälfte der Brennkammer auf. Dabei kann man dem Phasenwinkel des Drucksignals die räumliche Ausrichtung der Mode zuordnen. Im dargestellten Beispiel wäre die Knotenlinie der Mode genau horizontal. Interessant für die Auswertung der Bilder sind nun die Mittelwertbilder der Zustände, bei denen das Druckmaximum genau nach oben bzw. nach unten zeigt. Wie in Abb. 5.8 veranschaulicht ist, kann den Chemilumineszenzbildern über das Drucksignal ein Phasenwinkel zugeordnet werden. Dabei sind die Phasenwinkel  $0^\circ$  (Druckmaximum oben) und  $180^\circ$  (Druckmaximum unten) von besonderer Bedeutung, da dies die Zustände mit maximaler Unterscheidbarkeit sind. Zur Analyse der selbsterregten Instabilität sollen diese beiden Zustände miteinander verglichen werden. Für diese Auswertung wurden



**Abbildung 5.8.:** Auswertungsprinzip phasengemittelte Chemilumineszenz

nur Bilder gemittelt, zu deren Zeitpunkte die Amplitude des akustischen Drucks ausreichend hoch ist, vgl. Abb. 5.4.



**Abbildung 5.9.:** Vergleich der Mittelbilder bei den Phasenwinkeln  $0^\circ$  und  $180^\circ$  für Konfiguration K1 ( $b = 14 \text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$ ,  $\alpha_D = 10^\circ$  und  $\lambda = 1,4$ )

In Abb. 5.9 sind die Mittelwertbilder der beiden Phasenwinkel für den instabilen Betriebspunkt  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$  und  $\lambda = 1,4$  bei Konfiguration K1 zu sehen. Dabei ist direkt erkennbar, dass die  $\text{OH}^*$ -Chemilumineszenz beim Phasenwinkel  $0^\circ$  im oberen Teil des Bildes deutlich höher als im unteren Teil des Bildes ist. Für den Phasenwinkel  $180^\circ$  ist die  $\text{OH}^*$ -Chemilumineszenz im unteren Bereich des Bildes deutlich höher. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Wärmefreisetzung im Bereich des höheren akustischen Drucks erhöht ist. Offen ist jedoch noch, welche Effekte dabei beteiligt sind.

Zu diesem Zweck bietet es sich an, die Mittelwertbilder in axialer Richtung aufzusummieren. Die daraus resultierenden Profile können gut miteinander verglichen werden. In Abb. 5.10 sind die Profile der beiden Phasenwinkel über den Radius der Brennkammer aufgetragen. Dabei kann man einen Versatz der beiden Profile zueinander in radialer Richtung anhand der Profilflanken erkennen. Des Weiteren ist bei beiden Profilen ein Intensitätsmaximum erkennbar, welches jeweils auf der Seite des höheren akustischen Drucks zu finden ist. Die Differenz zwischen den Flanken kann dabei als Indiz für die Verschiebung der Flamme, die Maxima dagegen als Indiz für eine Erhöhung der lokalen Wärmefreisetzungsrates gewertet werden. In diesem Zusammenhang sei nochmals auf die beiden von Schwing [51] näher betrachteten Rückkopplungsmechanismen aus Kapitel 3.4 hingewiesen.

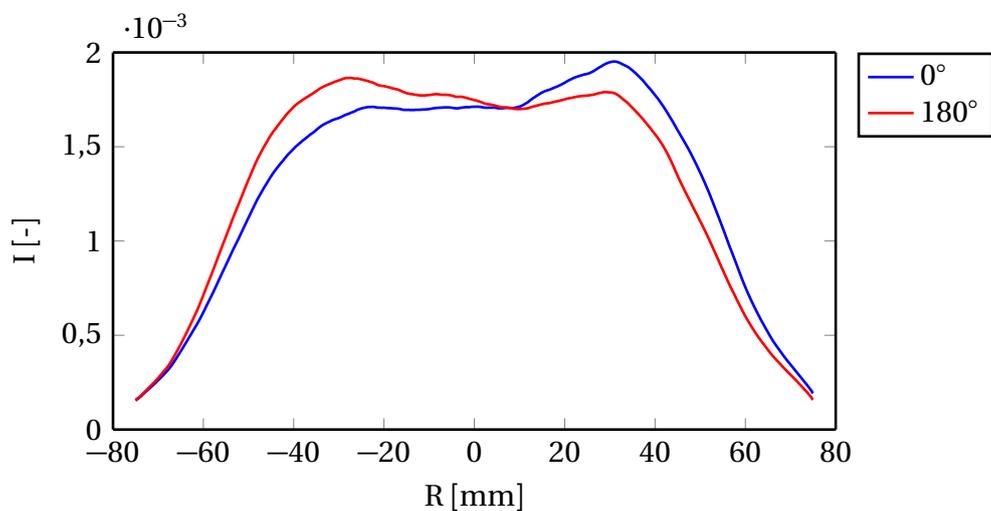


Abbildung 5.10.: Radiale Flammenprofile bei den Phasenwinkeln  $0^\circ$  und  $180^\circ$

### 5.3. Stabilitätsgrenzen

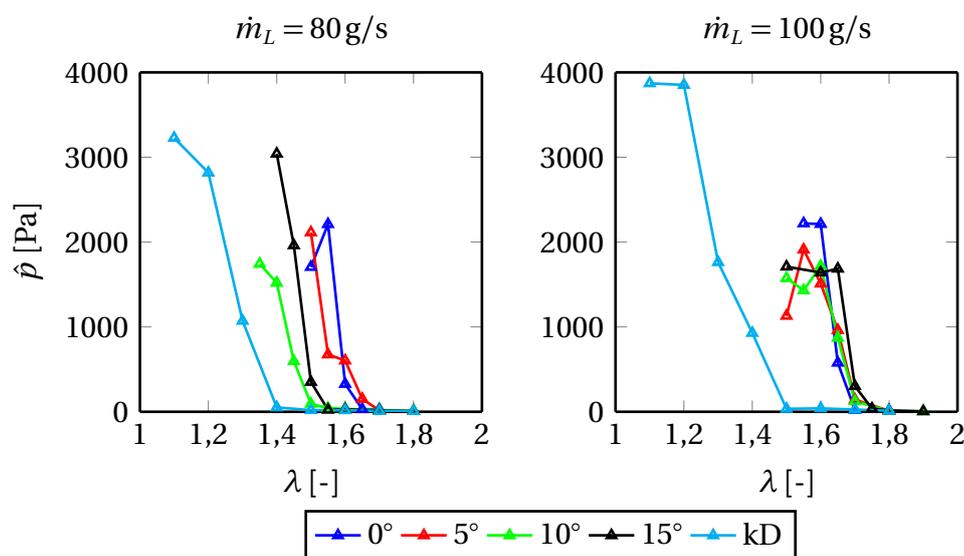
Bei der experimentellen Untersuchung der selbsterregten Instabilität wurden verschiedene Parameter variiert und deren Einfluss auf die Stabilitätsgrenzen bestimmt. Dabei konnten die Stabilitätsgrenzen für die Parametervariation (Vorheiztemperatur, Massenstrom, Luftzahl und Drall) von Schwing und Grimm [13] nachvollzogen werden. Für diese Arbeit wurden als zusätzliche Parameter der Diffusorwinkel (vgl. Kapitel 4.1.2), die Brennstoffzusammensetzung sowie die radiale Brennstoffverteilung untersucht. Alle drei Parameter wurden gewählt, um den Einfluss der lokalen Wärmefreisetzungverteilung auf die Instabilität abhängig von diesen Parametern zu untersuchen.

### 5.3.1. Einfluss des Diffusorwinkels

Die Veränderung der Stabilitätsgrenzen wurde für die folgenden Parameter durchgeführt:

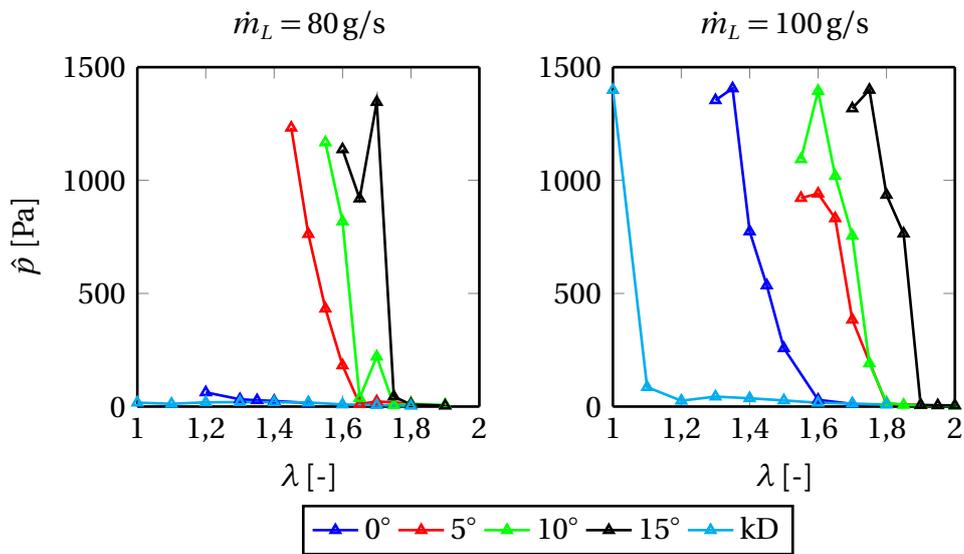
- $T_{pre} = 200\text{ °C}$
- $\dot{m}_L = 80\text{ g/s}$  und  $100\text{ g/s}$
- $b = 11\text{ mm}$  und  $14\text{ mm}$
- $\alpha_D = 0^\circ - 15^\circ$  und kD (kein Diffusor)
- Brennstoff: Methan

Die Stabilitätsgrenzen für die Variation des Diffusorwinkels sind für die Konfiguration K2 (Betriebspunkt:  $T_{pre} = 200\text{ °C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s}$  und  $100\text{ g/s}$ ) in Abb. 5.11 sowie für die Konfiguration K1 (gleicher Betriebspunkt) in Abb. 5.12 über die Luftzahl aufgetragen. Die Stabilitätsgrenze wird hier aus dem Maximum der Druckamplitude im Bereich zwischen  $2000\text{ Hz}$  und  $4000\text{ Hz}$  gewonnen. Analog zu Schwing [51] werden dabei kleine Druckamplituden als „stabile“ und große Druckamplituden als „instabile“ Betriebspunkte bezeichnet. Durch den starken Anstieg der Amplitude lassen sich die Stabilitätslimits gut in den Abbildungen darstellen. Für den Fall der



**Abbildung 5.11.:** Stabilitätsgrenzen für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 ( $b = 11\text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200\text{ °C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s}$  und  $100\text{ g/s}$ )

Diffusorwinkelvariation lassen sich folgende Beobachtungen feststellen: Bei hoher Drallstärke ( $b = 11\text{ mm}$ ) scheint der Einfluss des Diffusorwinkels zwar sichtbar, jedoch recht gering zu sein, da die Stabilitätslimits näher zusammenliegen als im Fall  $b = 14\text{ mm}$ . Besonders fällt dies bei den Betriebspunkten mit höherer Leistung ( $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$ ) auf. Zudem muss man die Konfiguration ohne Diffusor betrachten,



**Abbildung 5.12.:** Stabilitätsgrenzen für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 ( $b = 14 \text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80 \text{ g/s}$  und  $100 \text{ g/s}$ )

deren Stabilitätslimit deutlich von den anderen Konfigurationen abweicht. Für den Fall mit geringem Drall bedeutet dies, dass ohne den Diffusor die Instabilität nahezu gar nicht stattfindet. Insgesamt bedeutet es, dass das System ohne Diffusor deutlich weniger anfällig für Instabilitäten ist.

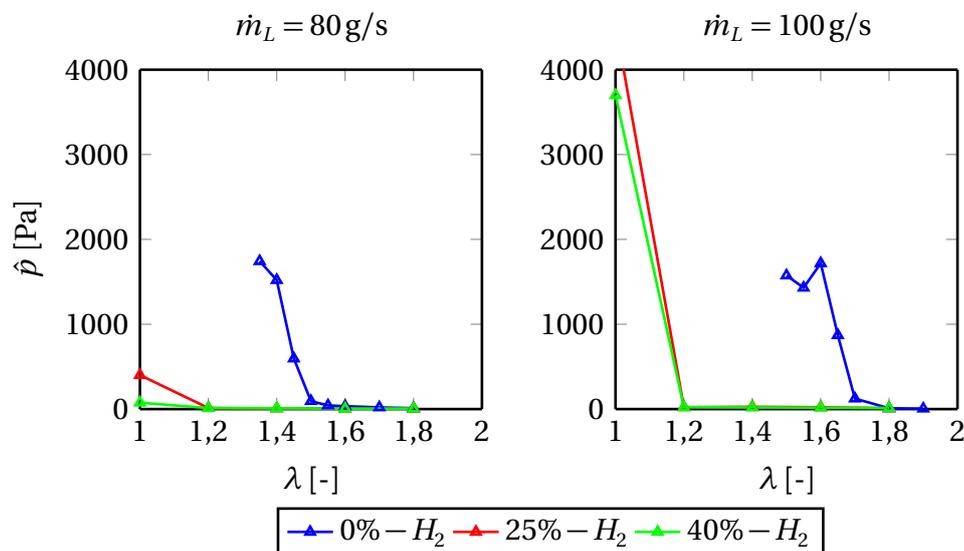
Zusätzlich ist aus den Abbildungen der Einfluss der Drallvariation zu erkennen, die auch schon bei Schwingung diskutiert wird. Dabei ist ersichtlich, dass im Fall des Diffusorwinkels von  $\alpha_D = 10^\circ$  eine höhere Instabilitätsneigung bei geringer Drallstärke zu erkennen ist. Für den Fall ohne Diffusor steigt dagegen die Instabilitätsneigung mit hoher Drallstärke. Für die weiteren Winkel ist kein einheitliches Verhalten bezüglich der Diffusorvariation zu erkennen.

Sowohl der Diffusor als auch die Drallstärke haben einen Einfluss auf die Stabilitätslimits. Beide Parameter verändern zudem das Strömungsfeld in der Brennkammer und dadurch die lokale Wärmefreisetzungsrates. Für das Strömungsfeld muss jedoch die Kombination aus beiden Parametern betrachtet werden, da der Diffusor, abhängig von der Drallstärke, dieses auf unterschiedliche Art verändern kann. Eine generelle Aussage, wie z.B.: „Je größer der Diffusorwinkel, desto instabiler das System“ kann aus den Beobachtungen nicht abgeleitet werden.

Mögliche Ursachen in Abhängigkeit der radialen Flammenposition werden in Kap. 5.4.1 erörtert.

### 5.3.2. Einfluss der Brennstoffzusammensetzung

Um die Position der Wärmefreisetzung ohne Geometrieänderungen beeinflussen zu können, wurde die Zusammensetzung des Brennstoffs verändert. Dazu wurde ein Teil des Methans durch Wasserstoff ersetzt. Zur Vergleichbarkeit wurden dabei Betriebspunkte gleicher thermischer Leistung untersucht. Zwei verschiedene Mischungsverhältnisse (25 Vol – % und 40 Vol – % Wasserstoff im Brennstoff) kamen dabei zum Einsatz. Untersucht wurden die Konfigurationen K3 ( $b = 14$  mm) und K4 ( $b = 11$  mm) mit  $\alpha_D = 10^\circ$  nach Tabelle 5.1 beim Betriebspunkt  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80$  g/s und 100 g/s. Wie in Abb. 5.13 und 5.14 zu sehen ist, verschiebt sich

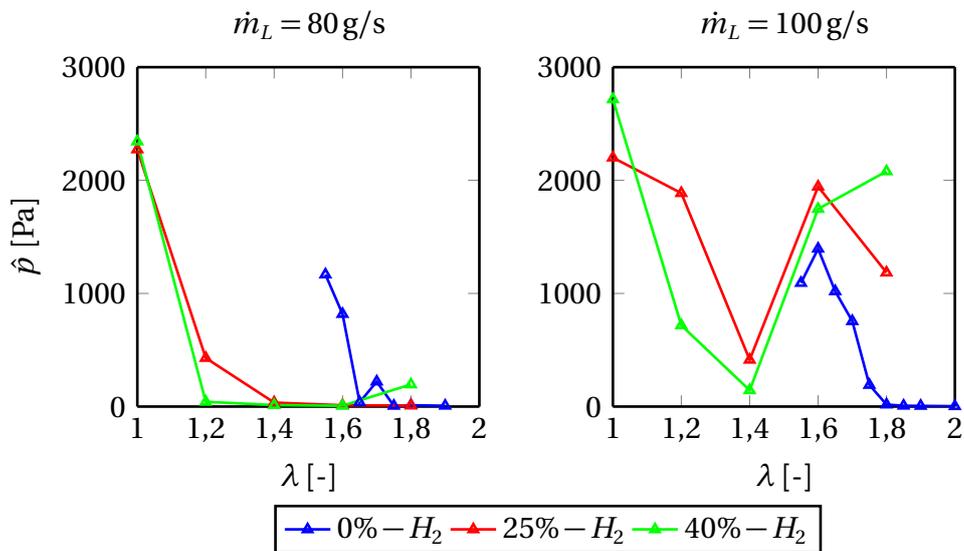


**Abbildung 5.13.:** Stabilitätsgrenzen für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K4 ( $b = 11$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80$  g/s und 100 g/s)

die Stabilitätsgrenze bei der Zugabe von Wasserstoff in Richtung einer niedrigeren Luftzahl bzw. zu Betriebspunkten mit höherer Leistung. Auf die Konfiguration K3 muss gesondert eingegangen werden, da bei dieser die Instabilität schon bei hoher Luftzahl auftritt, jedoch zunächst wieder abklingt, bevor diese wieder erscheint. Tendenziell kann jedoch festgestellt werden, dass die Zugabe von Wasserstoff das System insgesamt stabiler macht. Auf die möglichen Gründe, vor allem die Veränderung der lokalen Wärmefreisetzung, wird in Kap. 5.4.1 eingegangen.

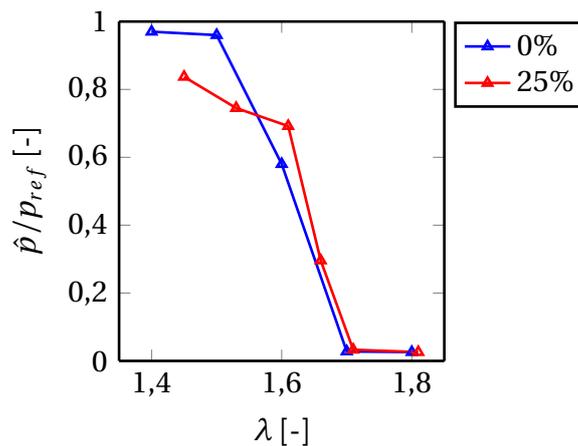
### 5.3.3. Einfluss des Brennstoffprofils

Die radiale Verteilung der Wärmefreisetzung wurde zudem variiert, in dem das radiale Brennstoffprofil verändert wurde. Dies wurde durch die Injektion von Brennstoff mittels einer auf der Brennerachse positionierten Düse umgesetzt (eine detail-



**Abbildung 5.14.:** Stabilitätsgrenzen für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K3 ( $b = 14 \text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80 \text{ g/s}$  und  $100 \text{ g/s}$ )

lierte Beschreibung findet sich in Abschnitt 4.1.1). In Abbildung 5.15 ist die normierte Amplitude über die Luftzahl für eine Versuchsreihe mit Brennstoffinjektion auf der Brennerachse (Konfiguration K5,  $b = 14 \text{ mm}$ ,  $\alpha_D = 10^\circ$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $100 \text{ g/s}$ ) sowie zum Vergleich die Versuchsreihe der Konfiguration K1 ohne Brennstoffinjektion auf der Brennerachse dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass die Verlagerung des Brennstoffs in diesem Fall keinen Einfluss auf das Stabilitätslimit hat. Die Veränderung der lokalen Wärmefreisetzungsverteilung infolge der Brennstoffeindüsung wird in Kap. 5.4.1 besprochen.



**Abbildung 5.15.:** Stabilitätsgrenzen für die Variation des Brennstoffprofils, Konfigurationen K5 und K1 ( $b = 14 \text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$ )

## 5.4. Mittlere Flammenposition

Zur Analyse der Flammenposition werden hier radiale und axiale Wärmefreisetzungsprofile verglichen. Diese Profile sind aus zeitlich gemittelten und mittels inverser Abel-Transformation bearbeiteten Chemilumineszenzaufnahmen abgeleitet. Wie schon in Kapitel 4.2.2 sei nochmals darauf hingewiesen, dass lokal aufgelöste OH\*-Chemilumineszenz nicht der Wärmefreisetzung entspricht. Es ist jedoch die Messmethode, die mit vertretbarem Aufwand der Wärmefreisetzung am nächsten kommt und bei globaler Betrachtung damit korreliert. Aus diesem Grund wird die OH\*-Chemilumineszenz im folgenden als Maß für die Wärmefreisetzung verwendet.

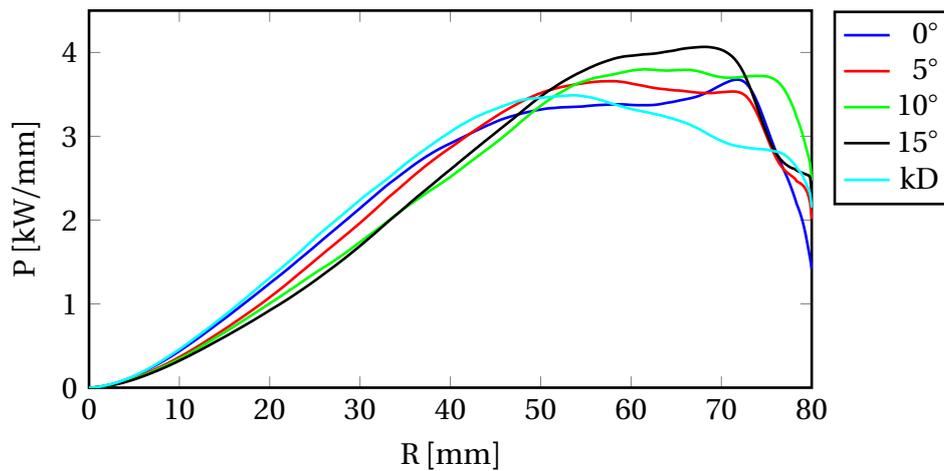
Der Fokus liegt dabei auf der Variation von Diffusorwinkel, Drall und Brennstoffzusammensetzung sowie des Brennstoffprofils. Die entsprechenden Profile für die von Schwing untersuchten Parameter Luftmassenstrom, Leistung bzw. Luftzahl und Vorheiztemperatur sind in Anhang A zusammengestellt.

### 5.4.1. Radiale Verteilung

Zur Bestimmung der radialen Verteilung der Wärmefreisetzung wurden aus gemittelten OH\*-Chemilumineszenzaufnahmen mit Hilfe der Abel-Transformation (siehe Kapitel 4.2.2) Schnittbilder gewonnen. Diese wurden, aufgrund des mit Radius steigenden Volumens, mit dem Radius gewichtet [2] und anschließend über die axiale Länge integriert. Zum Schluss wurden die daraus gewonnenen Profile normiert und mit der thermischen Leistung des Betriebspunkts skaliert. Aufgrund der im bisherigen Modell angenommenen radialen Abhängigkeit der Wachstumsrate steht bei dieser Betrachtung im Vordergrund, ob Parallelen zwischen den Stabilitätslimits und der radialen Verteilung der Wärmefreisetzung bestehen.

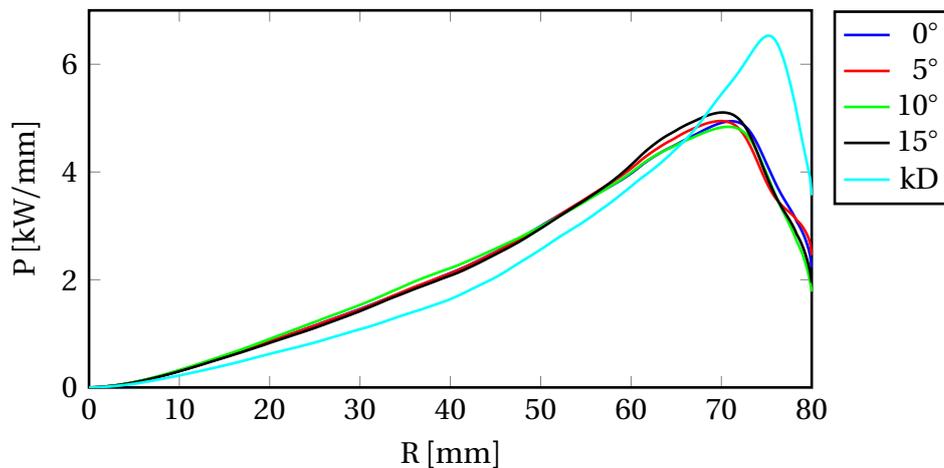
#### Veränderung durch den Diffusor

In Abb. 5.16 sind Wärmefreisetzungsprofile für die Konfiguration K1 (Betriebspunkt  $\lambda = 1,6$   $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100$  g/s) für die verschiedenen Diffusorwinkel aufgetragen. Die Kurven sind dabei mit der thermischen Leistung skaliert, was bedeutet, dass die Flächen unter den Kurven alle gleich groß sind. Dabei kann man erkennen, dass im Bereich bis zum Radius 40 mm, in dem das Profil ansteigt, sich die Steigungen der Profile nach dem Diffusorwinkel sortieren. Wie zu erwarten ist, hat die Verteilung des Falls ohne Diffusor die höchste Steigung, da in diesem Fall der axiale Impuls am höchsten und die innere Rezirkulationszone schmaler ist. Mit steigendem Diffusorwinkel nimmt die Steigung der Kurve stetig ab, wobei die Kurven von den Fällen  $10^\circ$  und  $15^\circ$  nahezu identisch verlaufen. Diese Sortie-



**Abbildung 5.16.:** Radiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

Die Verschiebung des Maximums der Kurven mit zunehmendem Diffusorwinkel spiegelt sich in der Position des Maximums der Kurven wieder, auch wenn dies nicht so deutlich zu erkennen ist. Für den Fall mit geringem Drall wird die Wärmefreisetzung mit steigendem Diffusorwinkel nach außen verschoben.



**Abbildung 5.17.:** Radiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 11$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

Die Veränderung des Wärmefreisetzungsprofils durch den Diffusor bei höherer Drallstärke zeichnet dagegen ein etwas anderes Bild. Wie in Abb. 5.17 (Konfiguration K2, gleicher Betriebspunkt) zu sehen ist, kann kaum ein Unterschied zwischen den vier verschiedenen Winkeln festgestellt werden. Der Fall ohne Diffusor weicht dagegen deutlich ab.

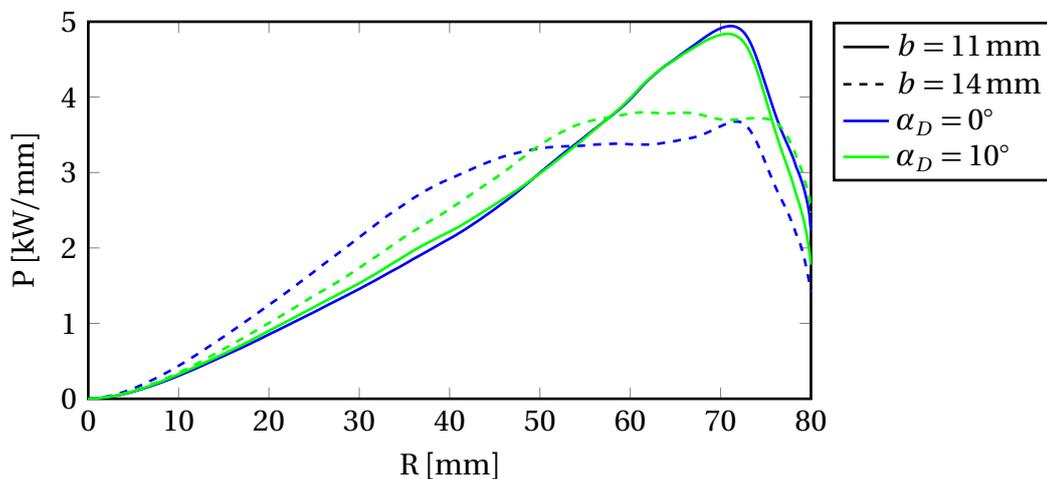
In diesem Zusammenhang soll nochmal auf die Abbildungen 5.11 und 5.12 aus Kapitel 5.3.1 hingewiesen werden. Analog zu den in diesen Abbildungen dargestellten

Stabilitätslimits verhalten sich die Wärmefreisetzungsprofile. Für den Fall höherer Drallstärke ( $b = 11 \text{ mm}$ , Konfiguration K2) und  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$  liegen dabei sowohl die Stabilitätslimits, als auch die Flammenprofile für die vier Winkel nah zusammen. Die Konfiguration ohne Diffusor weicht dagegen sowohl beim Profil als auch beim Stabilitätslimit von den anderen Konfigurationen ab. Für den Fall niedriger Drallstärke ( $b = 14 \text{ mm}$ , Konfiguration K1) liegen dagegen die Stabilitätslimits als auch die Flammenprofile weiter auseinander, und auch die Sortierung der Winkel stimmt überein, wenngleich bei den Stabilitätslimits die Fälle  $5^\circ$  und  $10^\circ$ , bei den Flammenprofilen jedoch  $10^\circ$  und  $15^\circ$  nahe zusammenliegen.

Nach dem Verschiebungsmodell von Schwing sollten Betriebspunkte, deren Wärmefreisetzung in Richtung der Brennerachse orientiert ist, eher ein instabiles Verhalten zeigen. Die Variation des Diffusorwinkels bei Konfiguration K1 deckt sich jedoch nicht mit dieser Betrachtung, da hier die Betriebspunkte, deren Wärmefreisetzung näher an der Brennkammerwand positioniert ist, eine höhere Instabilitätsneigung haben (vgl. dazu Abb. 5.12).

Insgesamt lässt sich feststellen, dass der Diffusorwinkel vor allem bei niedrigem Drall von Bedeutung ist. Bei höherem Drall spielt er eine eher untergeordnete Rolle, da die radiale Flammenposition vor allem durch den Drall festgelegt und vom Diffusor kaum noch verändert wird.

### Veränderung durch die Drallstärke



**Abbildung 5.18.:** Radiale Flammenprofile für die Variation der Drallstärke für zwei Diffusorwinkel, Konfigurationen K1 und K2 bei  $\lambda = 1,6$  ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$ )

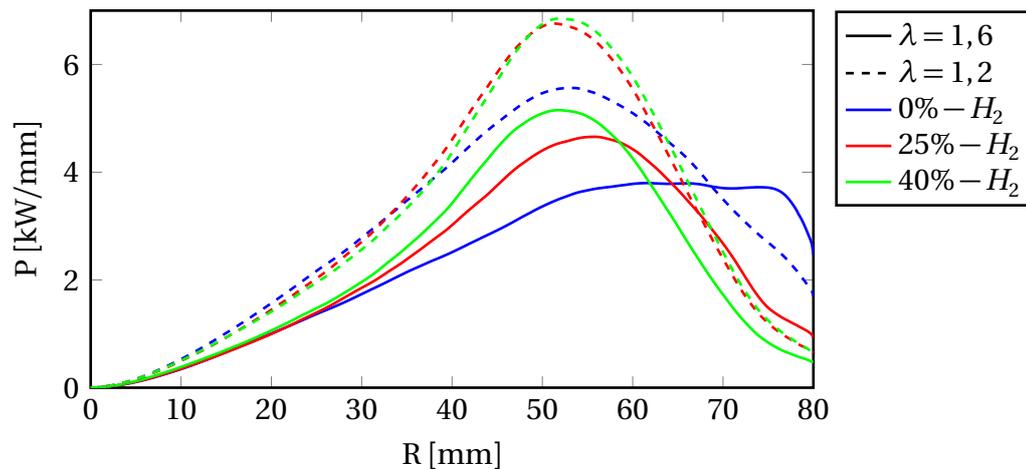
In Abb. 5.18 sind radiale Flammenprofile für die Konfigurationen K1 und K2 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$  und  $\lambda = 1,6$ ) bei zwei verschiedenen Diffusorwin-

keln zu sehen. Wie zu erkennen ist, wird die Flamme bei höherer Drallstärke weiter nach außen verschoben. Dies gilt, wie zu sehen ist, auch für verschiedene Diffusorwinkel. Im Vergleich mit dem Fall ohne Diffusor (siehe Abb. 5.16 und 5.17) fällt auf, dass bei geringer Drallstärke die Flamme zentraler positioniert ist, sie bei höherer Drallstärke dagegen noch weiter außen sitzt. Der fehlende Diffusor verschiebt also die Flamme nicht zwangsläufig nach innen, sondern beeinflusst das Strömungsfeld so, dass bei höherer Drallstärke die Wärmefreisetzung zur Brennkammerwand hin verschoben wird. Des Weiteren kann man Unterschiede im Wärmefreisetzungsprofil erkennen. Während im Fall mit geringer Drallstärke ein flaches, aber breites Maximum auftritt, ist dieses im Fall mit höherer Drallstärke deutlich größer und schmaler. Die Flamme scheint bei höherer Drallstärke etwas kompakter und dabei mehr auf einen radialen Abschnitt konzentriert zu sein. Wenn man der Argumentation des Verschiebungsmodells folgt, ist die Variation der Drallstärke ein gutes Beispiel dafür, dass eine Verlagerung der Wärmefreisetzung in das Zentrum der Strömung die Instabilitätsneigung erhöht, solange ein Diffusor eingesetzt wird. Dies kann man in den Abb. 5.11 und 5.12 aus Kapitel 5.3.1 erkennen. Ohne den Diffusor ist jedoch die Variante mit höherer Drallstärke instabiler, obwohl dort die Flamme weiter vom Zentrum der Strömung entfernt ist.

### **Veränderung durch die Brennstoffzusammensetzung**

In Abb. 5.19 sind die Wärmefreisetzungsprofile für drei verschiedene Brennstoffzusammensetzungen und zwei Luftzahlen (Konfiguration K3, Betriebspunkt  $b = 14 \text{ mm}$ ),  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $100 \text{ g/s}$ ) dargestellt. Für den Fall  $\lambda = 1,6$  unterscheiden sich die Flammenprofile deutlich, wobei die Zugabe von Wasserstoff das Maximum des Profils in Richtung der Brennkammerachse verschiebt. Für  $\lambda = 1,2$  dagegen nähern sich die Maxima der drei Profile an. Für die Fälle mit Wasserstoff sind die Profile nahezu identisch. Das Profil ohne Wasserstoffanteil hat ein leicht in Richtung Brennkammerwand verschobenes, breiteres Maximum.

Allgemein lässt sich für die Zugabe von Wasserstoff sagen, dass die Wärmefreisetzung eher auf eine schmalere radiale Position konzentriert ist, die insbesondere in Richtung der Brennkammerwand stark abfällt. Betrachtet man diese Kurven in Bezug auf das Verschiebungsmodell, so kann man insgesamt von einer Verlagerung der Wärmefreisetzung in Richtung des Zentrums der Strömung bezogen auf den Vergleichsfall sprechen. Diese Verlagerung deckt sich jedoch nicht mit den in Abb. 5.13 und 5.14 gezeigten Stabilitätsgrenzen aus Kapitel 5.3.2, da nach dem Verschiebungsmodell eine höhere Instabilitätsneigung zu erwarten ist, die Betriebspunkte mit Wasserstoffzugabe jedoch tendenziell stabiler sind.



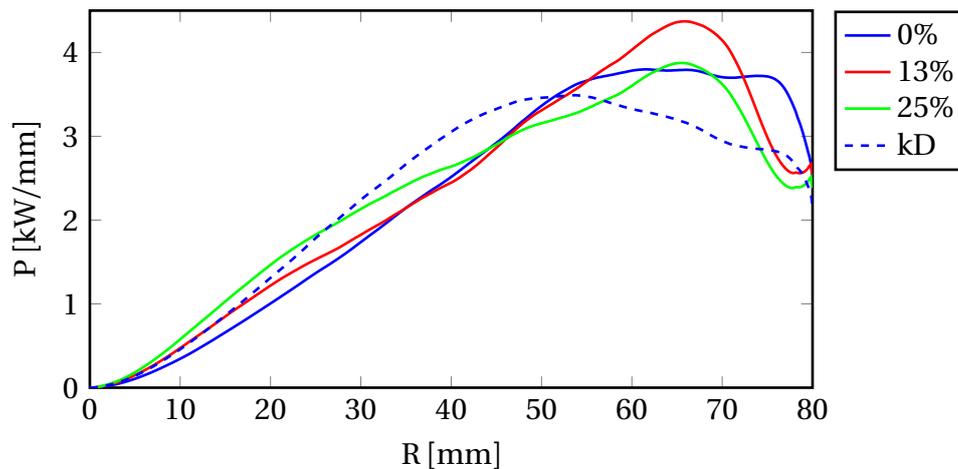
**Abbildung 5.19.:** Radiale Flammenprofile für die Variation der Brennstoffzusammensetzung, Konfiguration K3 ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

### Veränderung durch das Brennstoffprofil

In weiteren Versuchen wurde das radiale Brennstoffprofil beim Einsatz von Methan durch konstruktive Maßnahmen beeinflusst, um die Abhängigkeit der radialen Brennstoffverteilung untersuchen zu können. Ausschlaggebend dafür war die Prognose von Schwing [51], dass bei einer Abmagerung der Kernströmung die Stabilitätsgrenze erst bei höherer Leistung bzw. niedrigerer Luftzahl erreicht wird. Durch die Erhöhung der Brennstoffkonzentration im Kern sollte demnach die Stabilitätsgrenze in Richtung geringerer Leistung bzw. höherer Luftzahl verschoben werden.

In Abb. 5.20 sind die Wärmefreisetzungsprofile für zwei Betriebspunkte der Konfiguration K5 mit zentralem Zusatzbrennstoff dargestellt. Dabei können die Betriebspunkte nach dem Anteil von Brennstoff, der axial eingedüst wird, unterschieden werden. Zum Vergleich ist der Betriebspunkt ohne axiale Eindüsung sowie der Betriebspunkt ohne Diffusor (beide Konfiguration K1,  $\alpha_D = 10^\circ$  und  $\alpha_D = kD$ ) abgebildet. Dabei sieht man, dass bei einem geringen axialen Brennstoffanteil das Profil nahezu dem Profil ohne axialem Brennstoff entspricht. Durch Erhöhung des Anteils auf 25% kann man an Hand der Flanke des Profils erkennen, dass signifikant mehr Brennstoff im Kern der Strömung ist. Die Flanke entspricht dabei im Bereich bis ca. 30 mm in etwa dem Fall ohne Diffusor. Im Hinblick auf die Stabilitätsgrenzen (Abb. 5.15) kann festgestellt werden, dass die Verlagerung des Brennstoffs zur Brennkammerachse hin zwar in den Profilen erkennbar ist, dies jedoch keinen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten hat. Ausgehend vom Verschiebungsmodell würde man erwarten, dass das System früher instabil wird, dies hat sich jedoch nicht bestätigt.

Für den Fall der axialen Brennstoffeindüsung muss zusätzlich erwähnt werden,



**Abbildung 5.20.:** Radiale Flammenprofile für die Variation des Brennstoffprofils, Konfiguration K5 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100$  g/s) und Konfiguration K1 ( $\alpha_D = 10^\circ$  und  $\alpha_D = \text{kD}$ ) zum Vergleich

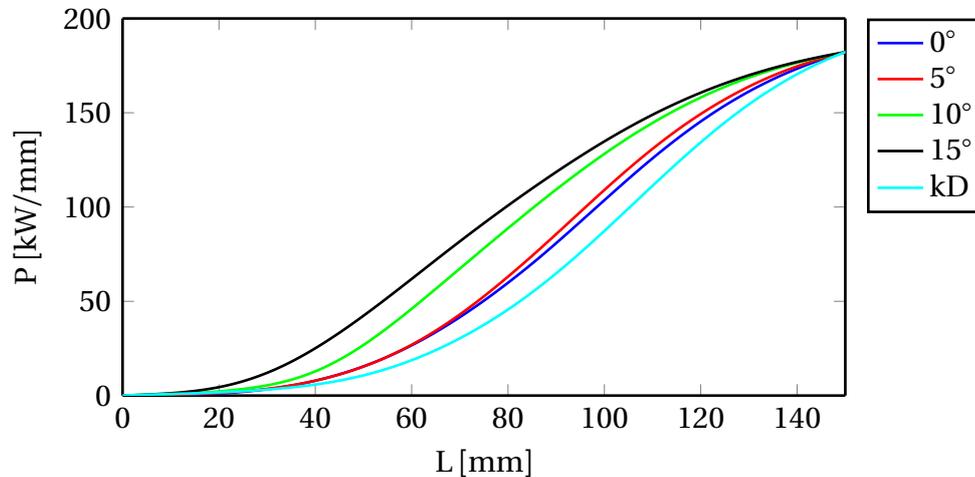
dass die Chemilumineszenzintensität mit sinkender Luftzahl überproportional zur Leistung steigt [27]. Da durch die axiale Brennstoffeindüsung die lokale Luftzahl verändert wird, kann es sein, dass die erhöhte Chemilumineszenzintensität auch durch die veränderte Luftzahl und nicht nur durch die erhöhte Leistung bedingt ist. Die eben gezeigten Profile, insbesondere die Unterschiede bei geringen Radien, könnten aufgrund dieses Effekts verfälscht sein.

### 5.4.2. Axiale Verteilung

Analog zur Betrachtung der radialen Brennstoffprofile kann auch die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung ausgewertet werden. Im Gegensatz zu den radialen Profilen wird hier die kumulierte Wärmefreisetzung über die Länge der Brennkammer aufgetragen. Im bisherigen Modell ist keine axiale Abhängigkeit der Wachstums- bzw. Dämpfungsrate berücksichtigt. Die axiale Verteilung könnte jedoch die Dämpfungsrate über das Temperaturfeld (siehe Kapitel 6) und die Wachstumsrate über die Querdämpfung der Mode beeinflussen, weswegen sie hier näher betrachtet wird.

In Abb. 5.21 sind axiale Flammenprofile für verschiedene Diffusorwinkel bei einer Drallschlitzweite von  $b = 14$  mm (Konfiguration K1) für den Betriebspunkt  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $100$  g/s und  $\lambda = 1,6$  aufgetragen. Analog zur radialen Verteilung sieht man eine Abhängigkeit der axialen Flammenposition vom Diffusorwinkel. Je kleiner der Diffusorwinkel, desto weiter stromab ist die Flamme positioniert. Diese Beobachtung kann mit dem Einfluss des Diffusors auf das Strömungsfeld erklärt werden. Durch den Diffusor wird der Axialimpuls der Strömung verringert, wodurch

die Flamme stromauf verschoben wird. Die axiale Differenz zwischen den Fällen  $0^\circ$  und kD ist jedoch deutlich geringer als die Länge des Diffusors.

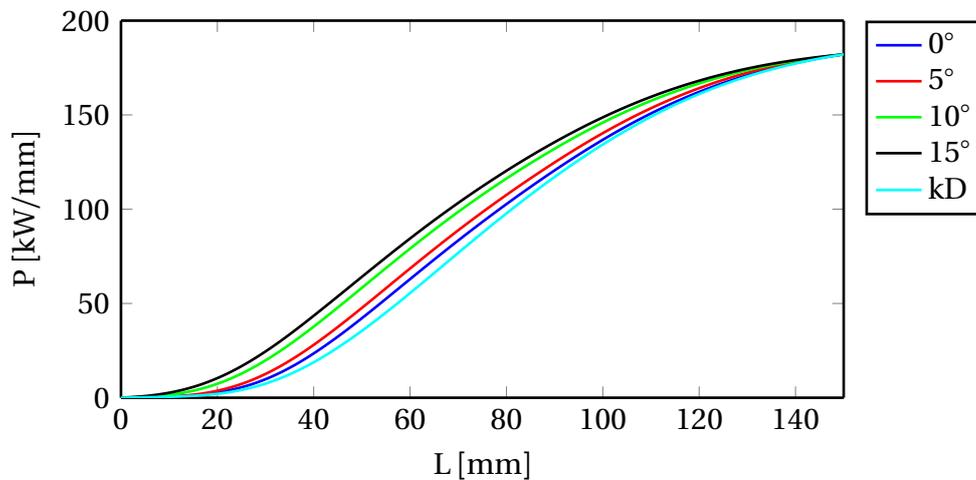


**Abbildung 5.21.:** Axiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

In Abb. 5.22 sind axiale Flammenprofile für verschiedene Diffusorwinkel bei einer Drallschlitzweite von  $b = 11$  mm (Konfiguration K2) für den Betriebspunkt  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $100$  g/s und  $\lambda = 1,6$  aufgetragen. Wie schon für den Fall mit  $b = 14$  mm ist die axiale Verschiebung der Flamme in Abhängigkeit des Diffusorwinkels sichtbar. Die Flamme wird dabei nicht so weit verschoben wie im Fall mit geringer Drallstärke. Wie bei der radialen Verteilung ist der Einfluss des Diffusorwinkels auf das Strömungsfeld bei hoher Drallstärke deutlich geringer.

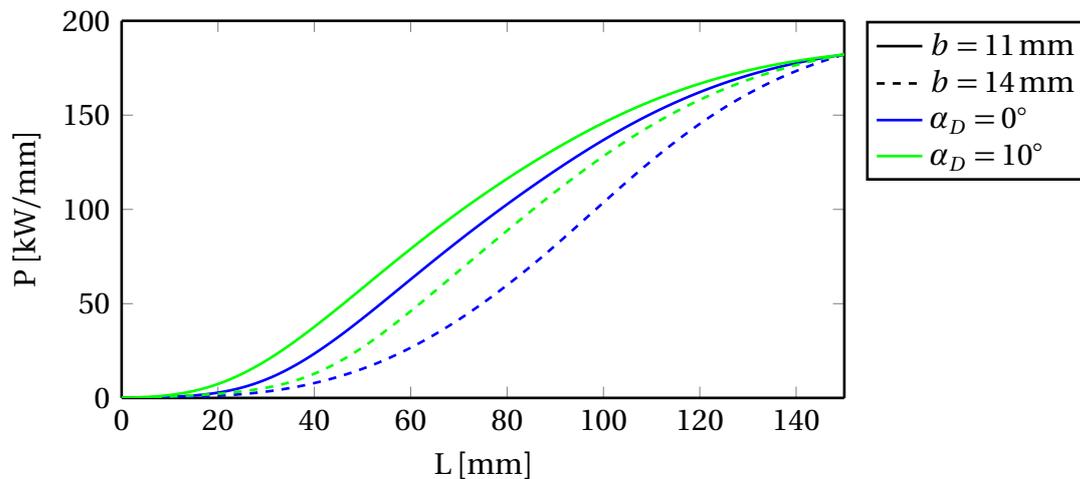
Analog zu den radialen Profilen (vgl. Abb. 5.16 und 5.17), liegen die axialen Profile bei geringer Drallstärke weiter auseinander als bei höherer Drallstärke, bei der die axialen Profile nahe beieinander liegen. Interessant ist dabei der Fall ohne Diffusor (kD) und  $b = 11$  mm, da dessen axiales Profil nahezu dem des Falls  $0^\circ$  entspricht. Mit der Annahme, dass das axiale Profil in Zusammenhang mit der Dämpfungsrate steht, würde man für diese beiden Fälle eine ähnliche Dämpfungsrate vermuten. Die Unterschiede bei den Stabilitätsgrenzen (vgl. Abb. 5.11) müssten demnach durch Unterschiede in den radialen Profilen (vg. Abb. 5.17) zu erklären sein, da kaum Unterschiede in den axialen Profilen zu erkennen ist. Dies ist ein gutes Indiz dafür, dass die radiale Position die Wachstumsrate beeinflussen kann.

Wenig überraschend ist der Einfluss des Dralls auf die axiale Flammenposition, wie es in Abb. 5.23 zu sehen ist, wofür die Konfigurationen K1 und K2 verglichen werden. Bei höherer Drallstärke ist die Flamme deutlich in Richtung stromauf verschoben, was Unterschiede in der Dämpfungsrate bedeuten könnte. Im Gegensatz zur Variation des Diffusorwinkels kann in diesem Fall nicht unbedingt mit einer Verringerung der Dämpfungsrate bei Verschiebung der axialen Position in Richtung



**Abbildung 5.22.:** Axiale Flammenprofile für die Variation des Diffusorwinkels, Konfiguration K2 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 11$  mm,  $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

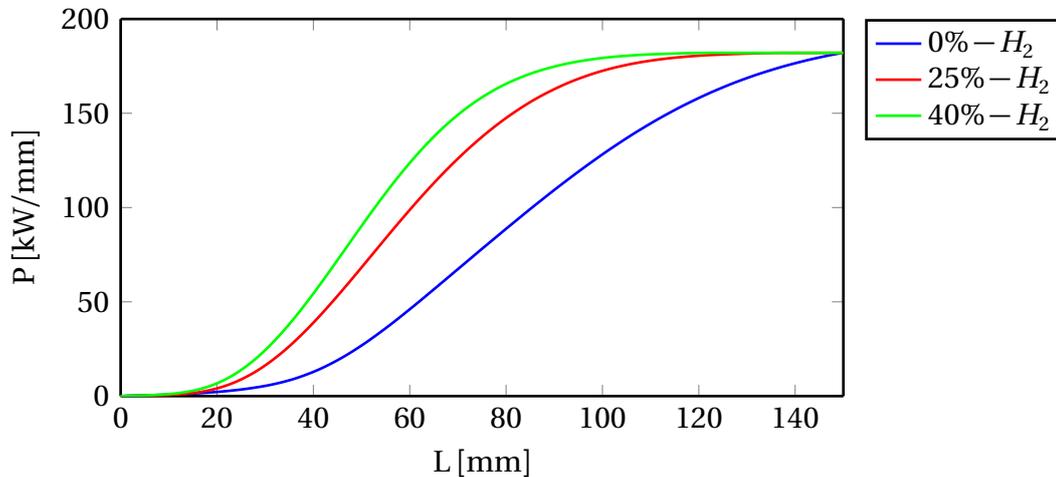
Brennkammereinlass gerechnet werden, da die Stabilitätsgrenzen mit höherem Drall in Richtung höherer Leistungen steigen.



**Abbildung 5.23.:** Axiale Flammenprofile für die Variation der Drallstärke für zwei Diffusorwinkel, Konfigurationen K1 und K2 bei  $\lambda = 1,6$  ( $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

Die Zugabe von Wasserstoff zum Brennstoff hat eine deutlich stärkere Ausprägung auf die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung als die Variation von Diffusorwinkel und Drallstärke, was in Abb. 5.24 anhand von Konfiguration K3 illustriert wird. Die Flamme ist dabei deutlich kürzer und weiter stromauf positioniert, je höher der Wasserstoffanteil im Brennstoff ist. Dies ist aufgrund der höheren laminaren Flammengeschwindigkeit (siehe [46]) von Wasserstoff gegenüber Erdgas zu erklären,

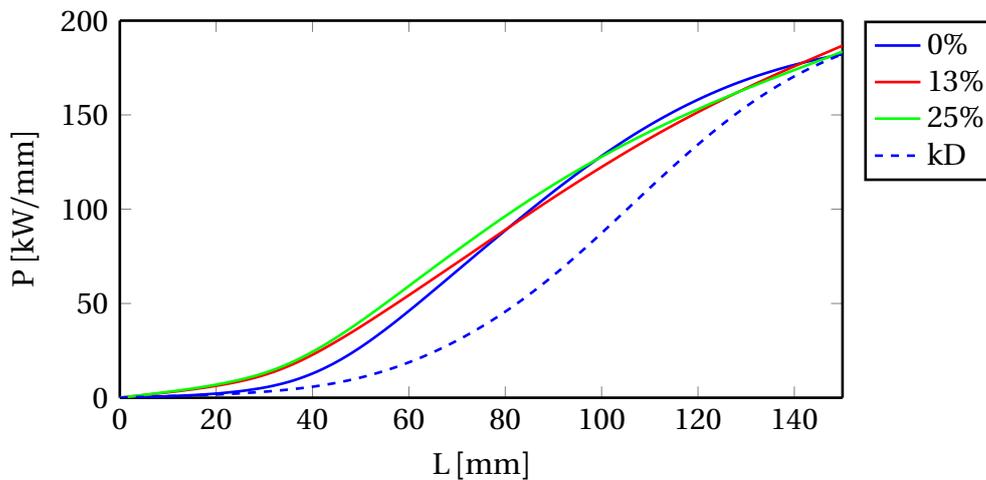
welche die Flamme stromauf verschiebt und kompakter macht. Bezogen auf die Stabilitätslimits scheint dabei die Verlagerung in Richtung Brennkammereinlass zu einem stabileren Verhalten zu führen.



**Abbildung 5.24.:** Axiale Flammenprofile für unterschiedliche Brennstoffzusammensetzungen, Konfiguration K3 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)

Die Variation des radialen Brennstoffprofils hat ebenso eine Auswirkung auf die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung. In Abb. 5.25 ist diese für zwei Fälle mit zusätzlicher axialer Brennstoffeindüsung (Konfiguration K5) für den Betriebspunkt  $T_{pre} = 200$  °C,  $100$  g/s und  $\lambda = 1,6$  dargestellt. Dabei ist der Verlauf ähnlich wie für den Fall ohne Zusatzbrennstoff, jedoch gibt es kleine Abweichungen. Zum Einen ist die Wärmefreisetzung leicht nach stromauf verschoben, obwohl aufgrund des zusätzlichen axialen Impulses eine Verschiebung stromab zu erwarten war. Möglicherweise wird die Wärmefreisetzung, deren Anteil im Kern der Strömung nahe des Brennkammereintritts positioniert ist, durch den zusätzlichen Brennstoff erhöht, wodurch sich dieses Verhalten erklären lässt. Zum Anderen steigt die kumulierte Wärmefreisetzung im Anschluss weniger stark an, was auf eine etwas längere Flamme schließen lässt. Im Vergleich zum Fall kD (Konfiguration K1) ist die Flamme etwas länger, jedoch deutlich weiter stromauf positioniert.

Die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung und deren Einfluss auf das Stabilitätsverhalten spielt bisher eine eher untergeordnete Rolle. In den bisherigen Modellen wird vor allem mit der radialen Abhängigkeit der Wachstumsrate gearbeitet, um Unterschiede in den Stabilitätslimits zu erklären. Die axiale Verteilung könnte dagegen einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Dämpfungsrate des Systems haben.



**Abbildung 5.25.:** Axiale Flammenprofile für die Variation des Brennstoffprofils, Konfiguration K5 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s), und Konfiguration K1 ( $\alpha_D = 10^\circ$  und  $\alpha_D = kD$ ) zum Vergleich

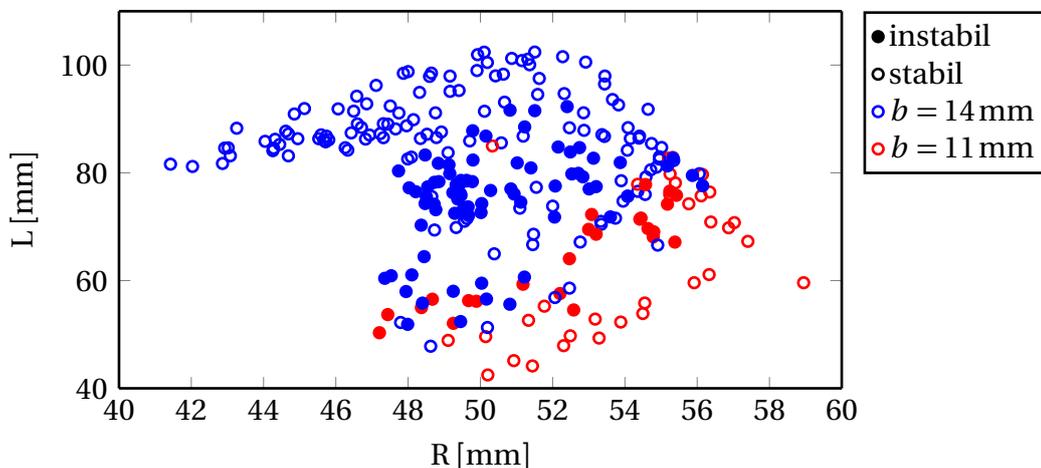
## 5.5. Zusammenfassung und Bewertung der experimentellen Ergebnisse

Die LIF-Messungen zeigen eine periodische Verschiebung der Flamme, die zudem bei hohen Amplituden in Phase mit der selbsterregten Instabilität ist. Eine Vorhersage aus dem Verschiebungsmodell - die periodische Auslenkung der Flamme - konnte dadurch experimentell nachgewiesen werden. Jedoch macht der Nachweis der Flammenverschiebung keine Aussage darüber, ob diese Verschiebung nun ursächlich für die Instabilität ist. Da weiterhin die Möglichkeit besteht, dass ein anderer Rückkopplungsmechanismus für die Instabilität verantwortlich ist, könnte die Flamme zwar periodisch von der Schnelle verschoben werden, jedoch keinen Einfluss auf die Rückkopplung haben. In den Messungen der phasengemittelten Chemilumineszenz ist ebenfalls die Verschiebung der Flamme zu erkennen, jedoch auch eine erhöhte Reaktivität auf der Seite des höheren akustischen Drucks. Diese erhöhte Reaktivität ist ein Indiz für einen auf Druckkopplung basierenden Rückkopplungsmechanismus.

In den radialen und axialen Flammenprofilen sind teilweise große Unterschiede zwischen verschiedenen Konfigurationen zu erkennen, die durch die verschiedenen Parameterzustände kommen. Daraus konnten Trends abgeleitet werden, wobei sich zeigte, dass sich z.B. die radiale Flammenposition und die Stabilitätslimits ähnlich verhalten. Die Erwartung aus dem Verschiebungsmodell - höhere Instabilitätsneigung durch Positionierung der Flamme in der Mitte der Brennkammer - konnte nicht bestätigt werden. Bei der Diffusorwinkelvariation stieg die Instabilitätsneigung mit dem Radius der Flammenposition. Die Zugabe von Was-

serstoff positionierte die Flamme im Gegensatz zur Methanflamme zentraler in der Brennkammer, insgesamt stieg durch diese Maßnahme jedoch die Stabilitätsgrenze an.

An dieser Stelle bietet es sich an, die einzeln betrachteten Einflüsse nochmals global zu untersuchen. Zu diesem Zweck sind in Abb. 5.26 alle Betriebspunkte aller Konfigurationen über dem Flammenschwerpunkt aufgetragen. Der Schwerpunkt wurde dabei aus axialen und radialen Profilen abgeleitet. Zudem ist für jeden Betriebspunkt dargestellt, ob dieser über oder unter dem Stabilitätslimit liegt. Dadurch lässt sich feststellen, in wie weit die Kombination von axialer und radialer Position in Zusammenhang mit den Stabilitätslimits steht. Des Weiteren können die Betriebspunkte über die farbliche Markierung nach ihrer Drallstärke unterschieden werden.



**Abbildung 5.26.:** Stabilitätskarte Flammenschwerpunkt

Wie schon bei den axialen Profilen in Abschnitt 5.4.2 ist zu erkennen, dass der Flammenschwerpunkt für Betriebspunkte mit hoher Drallstärke tendenziell näher am Brennkammereinlass und an der Brennkammerwand positioniert sind. Des weiteren ist unabhängig von der Drallstärke ersichtlich, dass sich die Flammenschwerpunkte instabiler Betriebspunkte in einer gewissen Region sammeln. Für die Betriebspunkte mit hoher Drallstärke liegen die stabilen Betriebspunkte bei kurzen Flammenlängen. Aufgrund der axialen Profile liegt der Schluss nahe, dass dies vor allem die Betriebspunkte mit Wasserstoffzugabe sind, die dort zu sehen sind. Zum Einen sind diese Betriebspunkte tendenziell stabiler (siehe Kap. 5.3.2), zum Anderen sind diese Betriebspunkte näher am Brennkammereinlass positioniert.

Für die Betriebspunkte bei geringer Drallstärke ist zu erkennen, dass ab einer gewissen Flammenlänge L unabhängig von der radialen Position das Stabilitätslimit nicht mehr überschritten werden kann. Dies sind zum Einen die Betriebspunkte

der Konfiguration K1 ohne Diffusor, deren Flammen weit stromab und bei geringen Radien positioniert sind. Zum Anderen sind dies die weiteren Betriebspunkte der Konfiguration K1 bei geringen Leistungen, deren Flammen lang sind und deren Schwerpunkte dadurch bei größeren Längen sind.

Unabhängig von allen Betriebsparametern zeigt sich in Abb. 5.26, dass sich die instabilen Betriebspunkte in einem Bereich der Brennkammer häufen und eine Verschiebung des Schwerpunkts, egal in welche Richtung, zu stabileren Betriebszuständen führt. Es ist nicht bekannt, ob dies an einer Veränderung der Dämpfungsrates des Systems oder an einer Veränderung der Wachstumsrate liegt.

Inwieweit die Flammenlänge, bzw. deren axiale Position die Dämpfungsrates beeinflusst, soll im folgenden Kapitel näher untersucht werden.



## 6. Numerische Dämpfungsbestimmung

Die experimentellen Ergebnisse, insbesondere die axiale Verteilung der Wärmefreisetzung (Kap. 5.4.2), deuten auf einen Zusammenhang zwischen dem Temperaturfeld in der Brennkammer und dem Auftreten der Instabilität hin. Es besteht die Vermutung, dass die Dämpfungsrate von der Temperaturverteilung beeinflusst wird.

Diese Vermutung soll mit Hilfe von numerischen Berechnungen untersucht werden. Für diese Untersuchungen ist es entscheidend, das numerische Modell so wählen, dass nur Veränderungen des Temperaturfelds zu Änderungen der Dämpfungsrate führen. Der Aufbau eines dafür geeigneten Modells wird daher in Kapitel 6.1 beschrieben. Um die Veränderungen der Dämpfungsrate besser verstehen zu können, wird diese an Hand einer analytischen Gleichung untersucht, die in Kapitel 6.2 vorgestellt wird. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden in Kapitel 6.4 mit Hilfe dieser Gleichung diskutiert.

Auf den indirekten Einfluss der Temperaturverteilung über die Modenform auf die Wachstumsrate und deren Anwendung zur Modellbildung wird in Kapitel 6.5 eingegangen.

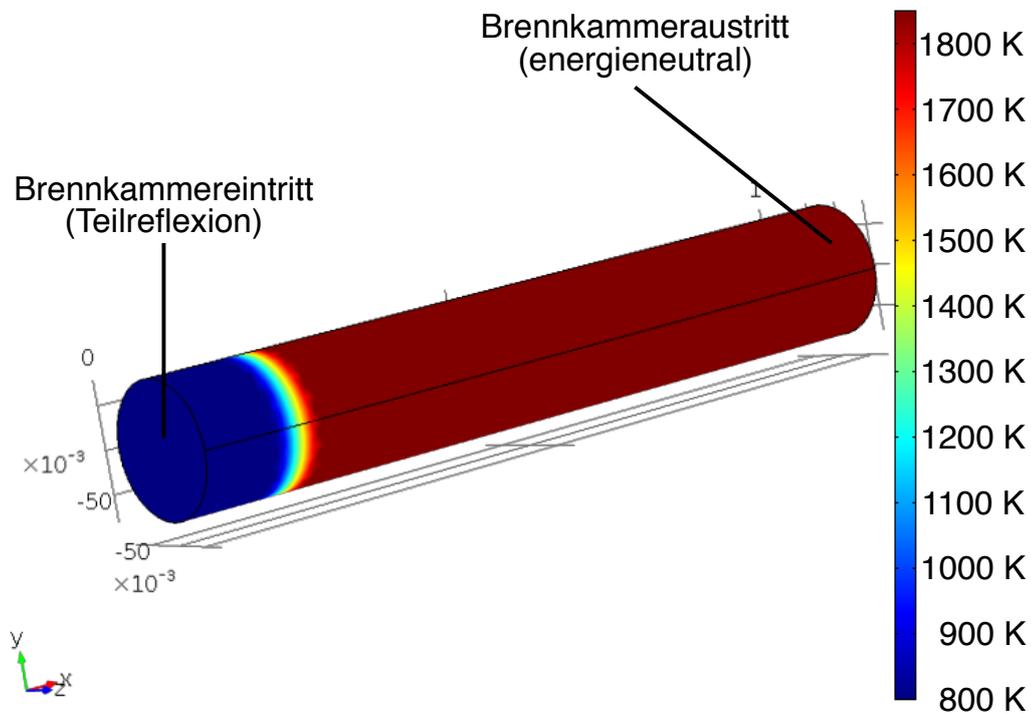
Des Weiteren wird das akustische Verhalten des Temperatursprungs in Kap. 6.6 untersucht.

### 6.1. Aufbau des numerischen Modells

Wie bereits erwähnt, bestehen mehrere Anforderungen an das numerische Modell zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Temperaturfeld und Dämpfungsrate. Das Modell wird mit den LEE-Gleichungen (Gleichungen 2.7 bis 2.9) ohne Grundströmung gerechnet, was im Wesentlichen der Helmholtz-Gleichung entspricht. Dadurch werden Verluste durch die Interaktion von Grundströmung und akustischem Feld nicht berücksichtigt, lediglich Verluste über die Randbedingungen bestimmen die Dämpfungsrate. Sofern die Verluste über die Randbedingungen konstant sind, kann der Einfluss des Temperaturfelds auf die Dämpfungsrate bestimmt werden.

Das zu diesem Zweck erstellte, reduzierte Modell, das im Wesentlichen aus einem Zylinder besteht, ist in Abb. 6.1 dargestellt. Dieser repräsentiert die Brennkammer,

jedoch ohne zusätzliche Komponenten wie z.B. einem Querschnittsprung am Einlass.



**Abbildung 6.1.:** Numerisches Modell zur Bestimmung der Dämpfungsrate

Um für die Variation des Temperaturfelds gleichbleibende Bedingungen einzustellen, wurden die Randbedingungen folgendermaßen festgelegt:

- Die Mantelfläche des Zylinders als *schallharte Wand*. Dies entspricht dem Aufbau des Experiments, zudem gibt es keine Verluste an dieser Randbedingung.
- Der Brennkammereintritt (Stirnseite 1) als *teilreflektierende Fläche*. Über diese Fläche werden mit Hilfe eines Reflexionsfaktors  $|R| < 1$  konstante Verluste produziert, da sonst keine Dämpfung im System vorhanden wäre. Die Bestimmung dieses Reflexionsfaktors wird in Kapitel 6.3 besprochen.
- Der Brennkammeraustritt (Stirnseite 2) als *energieneutrale Randbedingung*, wodurch keine Verluste entstehen können.

Durch die Wahl der Randbedingungen können Verluste nur an einer definierten Grenzfläche des Systems auftreten, die von außen vorgegeben und somit konstant

sind. Der Einfluss anderer Größen auf die Dämpfung kann damit untersucht werden.

Die Dämpfung des Systems soll in Abhängigkeit des Parameters „Temperaturfeld“ untersucht werden, der hier als eine eindimensionale Verteilung in Achsrichtung des Zylinders modelliert wird. Wie in Abb. 6.2 dargestellt, handelt es sich dabei um die Temperatur am „kalten“ Einlass der Brennkammer,  $T_C$  und die Temperatur am „heißen“ Auslass der Brennkammer  $T_H$ . Bis zur Position  $x_C$  herrscht  $T_C$ , zwischen  $x_C$  und  $x_H$  steigt die Temperatur linear an und erreicht bei Position  $x_H$  Temperatur  $T_H$ . Die vier Parameter können frei eingestellt werden, wobei gelten muss:  $x_C < x_H$  und  $T_C < T_H$ . Beispielfhaft ist der Temperatursprung auch im Modell (Abb. 6.1) dargestellt.

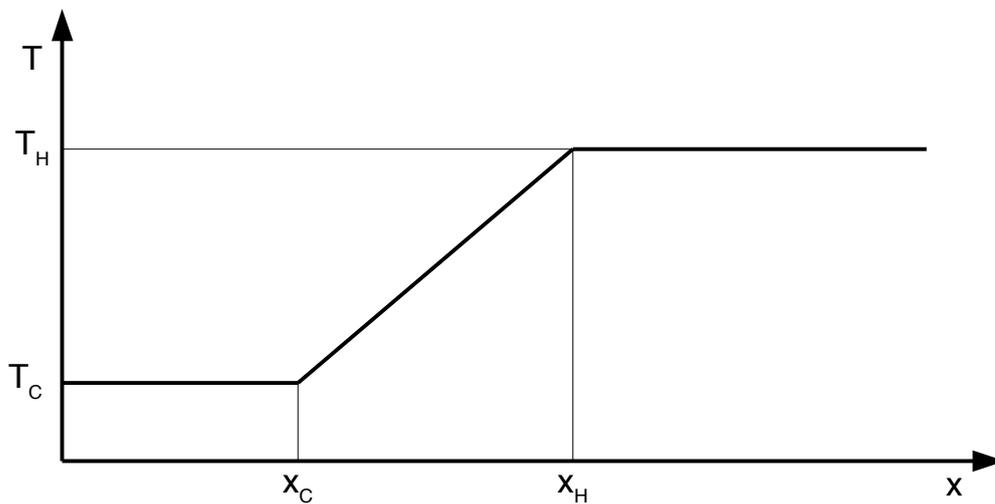


Abbildung 6.2.: Temperaturverteilung als Funktion der axialen Position

Die Gleichungen werden nach den Eigenfrequenzen des Systems gelöst. Dabei wurden nur die Ergebnisse der 1T-Mode betrachtet und mit der in Abschnitt 6.2 vorgestellten Gleichung analysiert. Die Berechnungen wurden mit der kommerziellen Software COMSOL durchgeführt.

## 6.2. Analytische Dämpfungsbestimmung

Die Bestimmung der Dämpfungsrate bzw. der Wachstumsrate ist prinzipiell einfach, da dieser Wert dem Imaginärteil der Lösung der Eigenwerte entspricht. Für Systeme, deren Randbedingungen bekannt sind, liefern die LEEs für die Eigenwertanalyse

eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik, sowohl für die Frequenz als auch für die Dämpfungsrate [49].

Zur detaillierteren Analyse des Zusammenhangs zwischen Dämpfungsrate und Temperaturfeld soll eine analytische Gleichung verwendet werden, in welcher der Einfluss der Randbedingungen und des Druckfelds auf die Dämpfungsrate bewertet werden kann:

$$\alpha = \frac{\Re\{A_s\}}{\bar{\rho}_s \bar{c}_s} \frac{\oint |\hat{p}_s|^2 dS}{\int \left[ \frac{|\hat{p}|^2}{\kappa \bar{p}} + \bar{\rho} |\hat{u}|^2 \right] dV} \quad (6.1)$$

Diese Gleichung bilanziert die akustische Energie im System sowie den akustischen Fluss über die Randbedingungen, wobei im hier vorliegenden Fall nur die Einlassrandbedingung von Bedeutung ist, da über die anderen Randbedingungen kein akustischer Fluss stattfindet. Die Gleichung wurde aus der linearisierten Energie- und Impulsgleichung hergeleitet, die ausführliche Herleitung ist in Anhang B zu finden.

Der akustische Fluss über die Einlassrandbedingung wird in Gleichung 6.1 über die Größen mit dem Subskript  $s$  ausgewertet:

- $\Re\{A_s\}$ , Realteil der Admittanz der Grenzfläche, abhängig vom Reflexionsfaktor
- $\bar{\rho}_s \bar{c}_s$ , mittlere Dichte und Schallgeschwindigkeit an der Grenzfläche
- $\oint |\hat{p}_s|^2 dS$ , Integral des Quadrats des Betrags des akustischen Drucks an der Grenzfläche

Die Admittanz nimmt für alle Fälle einen konstanten Wert, in Abhängigkeit des Reflexionsfaktors an (siehe Abschnitt 6.3) und der Wert des Flächenintegrals ist, da für alle Fälle die 1T-Mode betrachtet wird, nahezu konstant. An der Randbedingung hat lediglich das Produkt aus Dichte und Schallgeschwindigkeit, welche beide von der Temperatur abhängig sind, einen Einfluss auf die Dämpfungsrate des Systems.

Als letzter Teil geht das Volumenintegral im Nenner in die Gleichung ein. Dieses Volumenintegral entspricht, abgesehen von einem Vorfaktor (vgl. dazu Anhang B), der akustischen Energie im System und ist abhängig von der räumlichen Ausbreitung der Mode.

Der Vergleich der Dämpfungsrate aus dem Imaginärteil der Eigenwertlösung mit der Dämpfungsrate aus Gleichung 6.1 zeigt eine annähernd konstante Differenz. Diese Differenz wird von der numerischen Stabilisierung der Gleichungen verursacht, die angewendet wird, um unphysikalische Moden zu vermeiden und geglättete Ergebnisse zu erhalten. Mit der Verwendung der analytischen Gleichung wird zum Einen der Fehler aus der numerischen Stabilisierung vermieden und zum Anderen kann die Dämpfungsrate auf die verschiedenen Anteile aus Gleichung 6.1 hin untersucht werden.

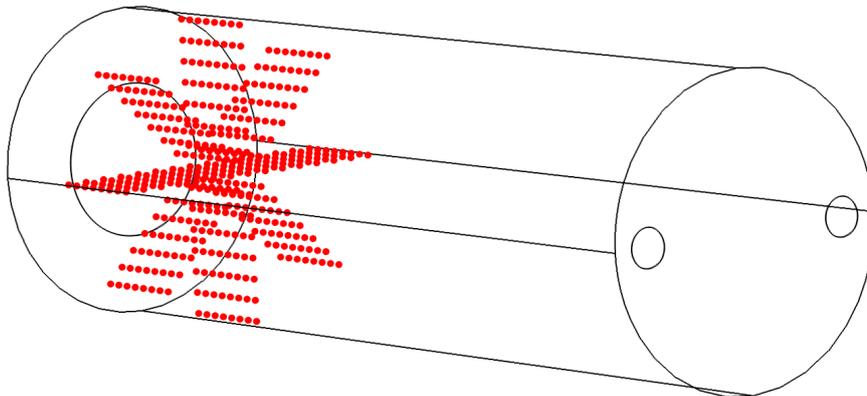
### 6.3. Dämpfung über die Einlassrandbedingung

Die akustische Dämpfung im Modell wird, wie bereits beschrieben, über die verlustbehaftete Randbedingung des Brennkammereintritts beschrieben, da ohne Geschwindigkeitsfeld keine Dämpfung im Berechnungsgebiet produziert wird. Dabei wird ein Reflexionsfaktor für diese Fläche gewählt, der über die Admittanz in Gleichung 6.1 eingeht:

$$A_s = \frac{|R| - 1}{|R| + 1} \quad (6.2)$$

Dieser Reflexionsfaktor soll die akustischen Verluste im gewählten System modellieren. Um einen annähernd physikalisch sinnvollen Wert für den Reflexionsfaktor verwenden zu können, wurde mit Hilfe eines isothermen Strömungsfelds des Versuchsbrenners der Reflexionsfaktor des Brennkammereintritts für die 1T-Mode numerisch bestimmt. Dadurch werden die dämpfenden Effekte des Strömungsfelds auf die Akustik in der Randbedingung zusammengefasst. Das Prozedere dazu soll im folgenden kurz beschrieben werden.

Das isotherme Strömungsfeld für die Geometrie des Versuchsaufbaus ist, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, für zwei verschiedene Drallstärken  $b = 9 \text{ mm}$  und  $b = 14 \text{ mm}$  und einem Diffusorwinkel von  $\alpha_D = 10^\circ$  jeweils bei einer Vorheiztemperatur von  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$  und einem Massenstrom von  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$  bereits vorhanden. Diese Strömungsfelder wurden mit der kommerziellen Softwarelösung ANSYS Fluent gerechnet. Die Strömungsfelder werden in COMSOL importiert, wobei die Geome-

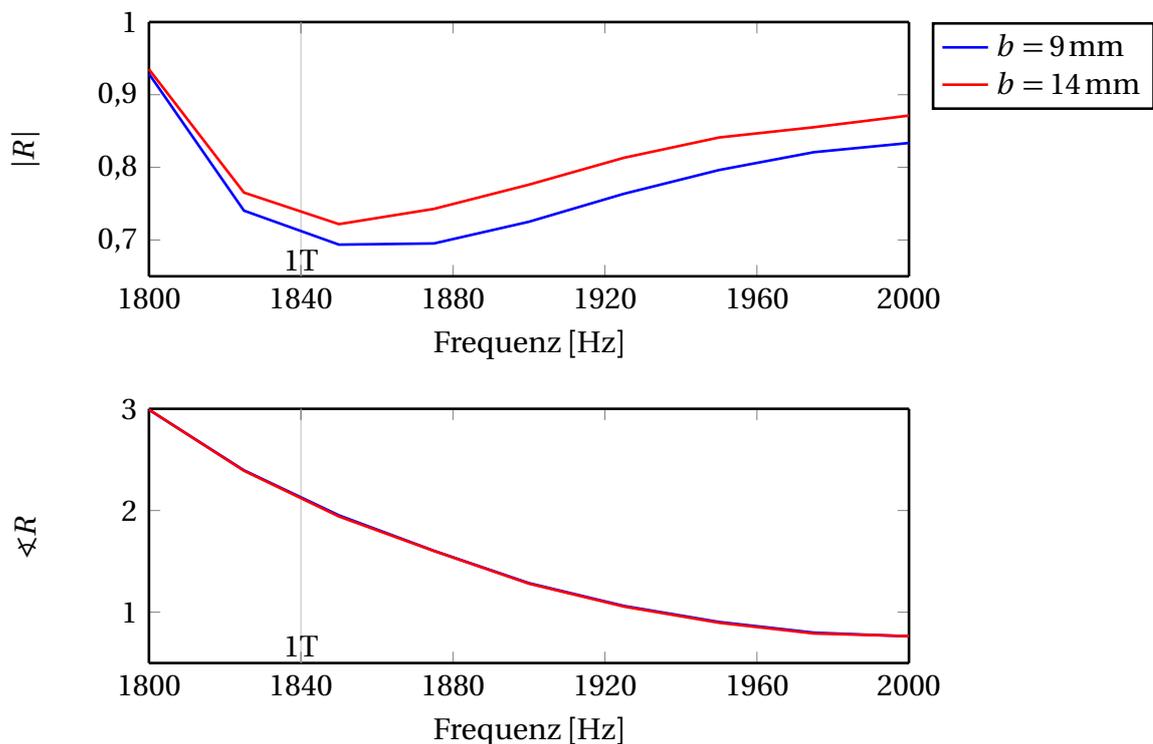


**Abbildung 6.3.:** Geometrie des Aufbaus zur Bestimmung des Reflexionsfaktors

trie des Versuchsaufbaus leicht angepasst wird. Anstatt der Einlassfläche ist der Querschnittsprung mit Diffusor sowie einen Teil des Mischrohrs, wie es in Abb. 4.1 in Kapitel 4.1.1 dargestellt ist, in das Modell integriert. Die neue Stirnfläche des

Modells, deren Randbedingung als energieneutral gewählt wurde, liegt im Mischrohr 50 mm vor dem Querschnittsprung. Es wird wieder mit den linearisierten Eulergleichungen gerechnet. In diesem Fall wird jedoch nicht nach der Eigenfrequenz gelöst, sondern das System vom Brennkammeraustritt her angeregt. In Abb. 6.3 ist das Prinzip dieses Vorgehens veranschaulicht: Zur Anregung transversaler Moden befinden sich am Auslass (rechts) zwei kleine Flächen, die, bezogen auf die Brennerachse, gegenüber voneinander positioniert sind. An diesen Flächen wurde als Randbedingung eine axiale Geschwindigkeitsfluktuation gesetzt, die sich zueinander gegenphasig verhält. Kurz vor dem Flächensprung, dessen Reflexionsfaktor in Richtung Brennkammer ermittelt werden soll, wird eine Punktematrix definiert. An diesen Punkten wird das Druckfeld bestimmt und daraus die Mode rekonstruiert. Daraus lassen sich die stromauf- und stromablaufenden Wellen für die 1T-Mode berechnen, aus deren Verhältnis sich der Reflexionsfaktor bestimmen lässt. Dieses Verfahren entspricht dem Vorgehen in [50]. Dieses Verfahren wird in einem Frequenzbereich um die analytische Frequenz der 1T-Mode durchgeführt, um einen frequenzabhängigen Reflexionsfaktor zu bekommen.

Dieser frequenzabhängige Reflexionsfaktor ist in Abb. 6.4 für zwei verschiedene Drallstärken dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass der Verlauf der Reflexionsfaktoren



**Abbildung 6.4.:** Frequenzabhängiger Reflexionsfaktor für zwei Drallstärken

ren für beide Fälle qualitativ ähnlich ist. Dabei fällt der Betrag beider Reflexions-

faktoren zuerst stark ab, erreicht ein Minimum und steigt danach langsam an, die Phase fällt dagegen im Verlauf langsam ab. Das Minimum liegt in der Nähe der analytischen Frequenz der 1T-Mode, bei der die Amplitude am Höchsten ist. Da deshalb die Interaktionsmechanismen ebenfalls am größten sind, treten dort die höchsten Verluste auf. Der Betrag des Reflexionsfaktors ist für den Fall mit geringerer Drallstärke tendenziell etwas höher als für den Fall mit hoher Drallstärke, für die Phase des Reflexionsfaktors sind dagegen keine Unterschiede feststellbar. Für den Fall mit höherer Drallstärke kann man von größeren Gradienten in den Scherschichten ausgehen, wodurch sich der etwas niedrigere Reflexionsfaktor erklären lässt.

Da ein höherer Reflexionsfaktor auf eine geringere Dämpfung schließen lässt, bestätigt dieses Ergebnis die experimentelle Beobachtung der höheren Instabilitätsneigung bei geringerer Drallstärke, wie dies bereits von Schwing [51] beobachtet wurde. Der simple Vergleich von Reflexionsfaktoren unterschlägt jedoch Phänomene, die einen zusätzlichen Einfluss auf die Dämpfung haben können, wie z.B. das Temperaturfeld. Aus diesem Grund werden im folgenden diese Effekte untersucht. Als gute Näherung können die Reflexionsfaktoren verwendet werden, um die akustischen Verluste im System für das generische Modell abzubilden.

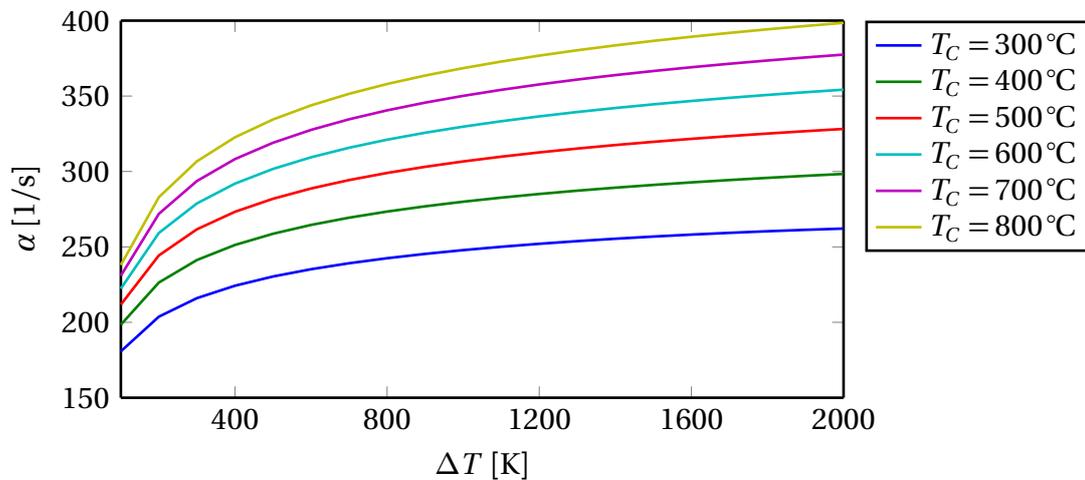
Um einen Reflexionsfaktor für die nachfolgenden Untersuchungen zu ermitteln, wird die Eigenfrequenz der 1T-Mode für diesen Fall, die bei ca. 1840 Hz liegt, betrachtet. Bei dieser Frequenz scheint zudem das lokale Minimum im Verlauf des Reflexionsfaktors zu sein. Für die nachfolgenden Untersuchungen wird der Reflexionsfaktor auf  $|R| = 0,7$  gesetzt.

### 6.4. Einfluss des Temperatursprungs auf die Dämpfung

Um den Einfluss des Temperatursprungs auf die Dämpfung zu untersuchen, wurden die Parameter  $T_C$ ,  $T_H$ ,  $x_C$  und  $x_H$  variiert. Dabei wurde zum Einen die Position konstant gehalten, während die Temperaturen verändert wurden und zum Anderen die Temperaturen konstant gehalten, während die Position variiert wurde.

#### 6.4.1. Eingangstemperatur und Temperaturhub

Bei der Variation der Temperaturvariablen wurden für sechs verschiedene Einlass Temperaturen  $T_C$  zwischen 300 °C und 800 °C zwanzig verschiedene Temperaturdifferenzen  $\Delta T = T_H - T_C$  (bei konstantem  $x_C = 20$  mm und  $x_H = 25$  mm) bezüglich der Dämpfungsrates ausgewertet. In Abb. 6.5 ist die Dämpfungsrates nach Gleichung 6.1 über den Temperaturhub  $\Delta T$  für verschiedene Eingangstemperaturen aufgetragen. Dabei ist offensichtlich, dass der qualitative Verlauf unabhängig von der

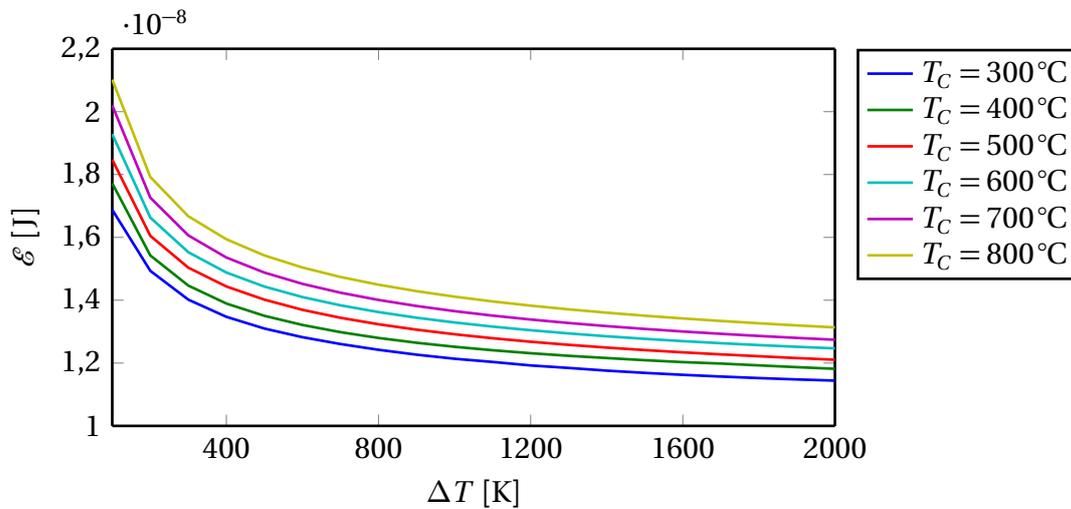


**Abbildung 6.5.:** Dämpfungsrate in Abhängigkeit des Temperaturhubes für verschiedene Eingangstemperaturen

Eingangstemperatur ist. Die Dämpfungsrate erhöht sich dabei mit steigender Eingangstemperatur. In Abhängigkeit des Temperaturhubes wächst die Dämpfungsrate zuerst stark und später immer langsamer an. Um den qualitativen Verlauf über den Temperaturhub verstehen zu können, ist die Analyse von Gleichung 6.1 notwendig. Wie bereits in Abschnitt 6.2 erwähnt, können sich für den gegebenen Fall nur die Größen im Nenner von Gleichung 6.1 verändern. Da bei konstanter Eingangstemperatur zudem das Produkt aus Dichte und Schallgeschwindigkeit am Einlass konstant sind, können Unterschiede in der Dämpfungsrate ihre Ursache nur im Volumenintegral im Nenner von Gleichung 6.1 haben. Dieses Volumenintegral ist dabei proportional zur akustischen Energie der Mode.

In Abb. 6.6 ist daher das Volumenintegral bzw. die akustische Energie der Mode über den Temperaturhub  $\Delta T$  für verschiedene Eingangstemperaturen aufgetragen. Die Energie der Mode ist für einen geringen Temperaturhub hoch und fällt mit steigendem Temperaturhub zuerst stark und im weiteren Verlauf immer schwächer ab. Die Energie der Mode ist proportional zur räumlichen Ausdehnung der Mode. Je länger das Druckfeld ist, desto größer wird die Energie der Mode und desto geringer wird die Dämpfung. In diesem Fall bedeutet dies, dass sich die Mode bei einem geringen Temperaturhub über das Gebiet des Temperatursprungs hinaus erstreckt und mit steigendem Temperaturhub immer kürzer wird. Der Temperaturhub setzt der Mode einen Widerstand gegen eine Ausbreitung in Achsrichtung entgegen. Ab einem ausreichend hohen Temperaturhub verändert sich die Länge der Mode kaum noch.

Bei der Analyse der Daten für einen konstanten Temperaturhub für verschiedene Eingangstemperaturen kann wieder Gleichung 6.1 betrachtet werden. Für verschiedene Eingangstemperaturen spielt nun der Term  $\bar{\rho}_s \bar{c}_s$  wieder eine Rolle. Dieser



**Abbildung 6.6.:** Energie der Mode in Abhängigkeit des Temperaturhubs für verschiedene Eingangstemperaturen

Term lässt sich mit Hilfe des allgemeinen Gasgesetzes auf eine einfache Abhängigkeit von der Eingangstemperatur zurückführen:

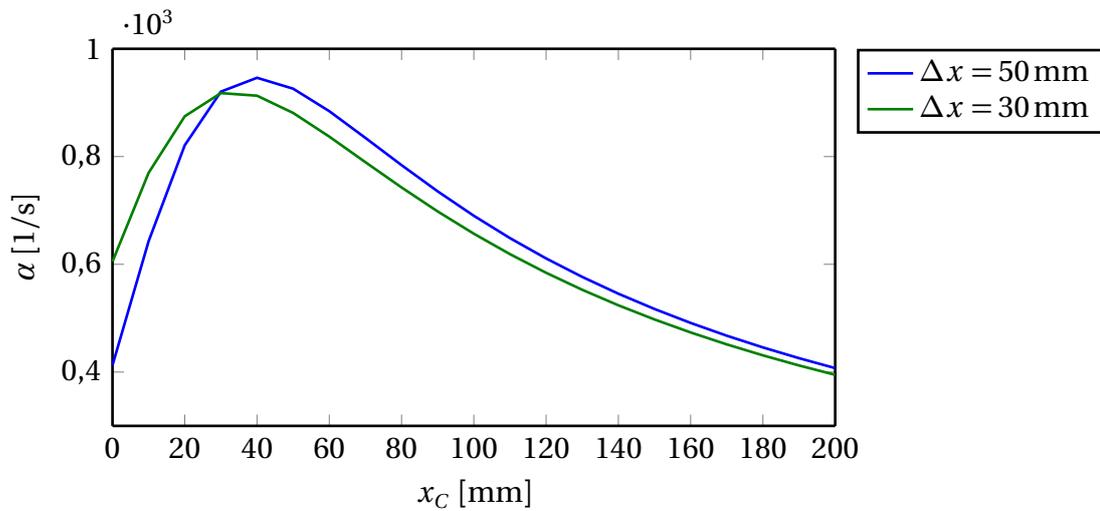
$$\bar{\rho}_s \bar{c}_s = \frac{p_s}{RT_C} \cdot \sqrt{\kappa RT_C} = \frac{p_s \sqrt{\kappa}}{\sqrt{R}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T_C}} \sim \frac{1}{\sqrt{T_C}}$$

Der Ausdruck  $\frac{p_s \sqrt{\kappa}}{\sqrt{R}}$  kann als konstant angenommen werden. Da der Term  $\bar{\rho}_s \bar{c}_s$  im Nenner von Gleichung 6.1 steht, steigt die Dämpfung mit steigender Einlasstemperatur.

Wie Schwing [51] und Grimm [13] zu entnehmen ist, zeigt sich insbesondere bei geringen Leistungen eine erhöhte Instabilitätsneigung bei geringen Einlasstemperaturen. Möglicherweise liefert der hier gezeigte Zusammenhang zwischen Einlasstemperatur und Dämpfungsrate hierfür eine Erklärung.

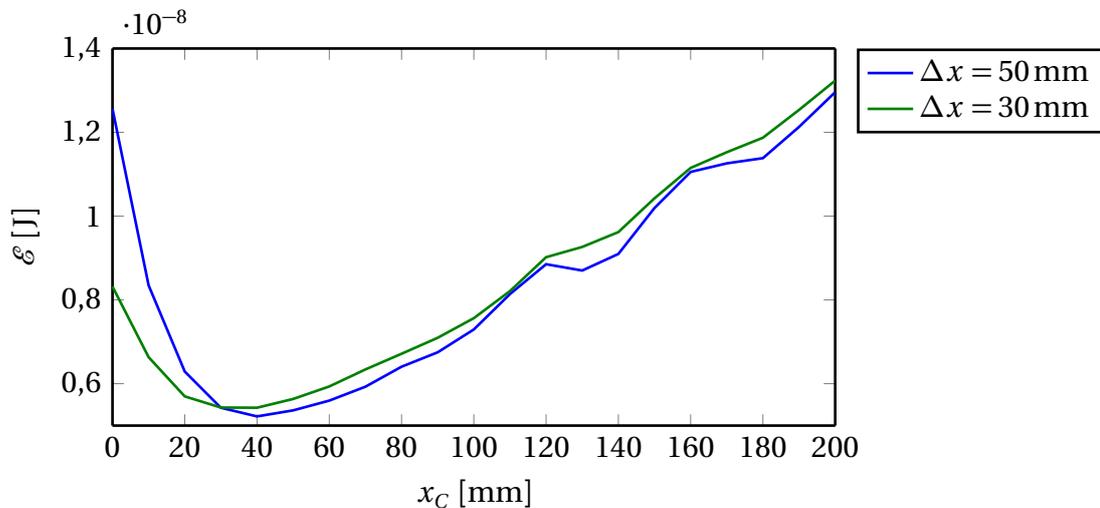
### 6.4.2. Position und Länge des Temperaturhubs

Auch die Position und die Länge des Temperaturhubs bei konstanter Anfangs- und Endtemperatur ( $T_C = 800 \text{ K}$ ,  $T_H = 1800 \text{ K}$ ) haben einen Einfluss auf die Dämpfungsrate. Für diesen Fall wurden für 21 Werte von  $x_C$  zwei Längen des Temperaturhubs  $\Delta x = x_H - x_C$  untersucht. In Abb. 6.7 ist die Dämpfungsrate über die Position  $x_C$  für zwei Längen des Temperaturhubs  $\Delta x$  dargestellt. Der qualitative Verlauf ist dabei für beiden Längen ähnlich. Eine Auffälligkeit besteht darin, dass die Dämpfungsrate erst stark ansteigt und ein Maximum erreicht, um dann langsam abzufallen. Wie schon für den Einfluss der Temperaturen kann wieder Gleichung 6.1 analysiert wer-



**Abbildung 6.7.:** Dämpfungsrate in Abhängigkeit der Position des Temperaturhubs für zwei Längen des Temperaturhubs

den. Da bis auf das Volumenintegral alle anderen Terme näherungsweise konstant sind, scheint die Dämpfungsrate nur von diesem abzuhängen.

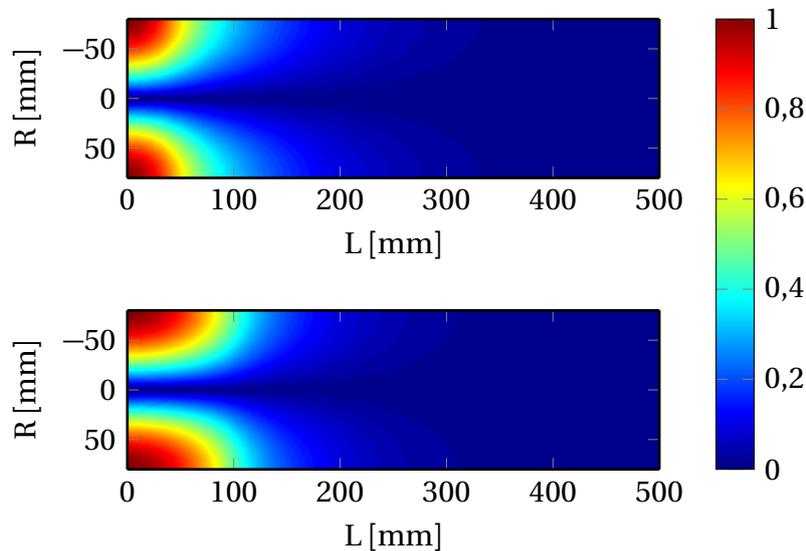


**Abbildung 6.8.:** Energie der Mode in Abhängigkeit der Position des Temperaturhubs für zwei Längen des Temperaturhubs

In Abb. 6.8 ist das Volumenintegral über die Position  $x_C$  aufgetragen. Der Verlauf verhält sich, da das Integral im Nenner der Gleichung steht, genau entgegengesetzt zur Dämpfungsrate. Das stetige Wachsen des Volumenintegrals für steigendes  $x_C$  lässt sich über das damit steigende Volumen, bei dem die Eingangstemperatur  $T_C$  herrscht, erklären. Die Mode wird erst mit dem Temperaturanstieg in Achsrichtung gedämpft, so dass die Verlagerung des Temperatursprungs ebenso die Mode ver-

längert. Für das Verhalten der Mode für kleine Werte von  $x_C$  lässt sich feststellen, dass die Dämpfung der Mode in Achsrichtung wieder abnimmt. Die Gründe dafür sind jedoch unklar.

Zum besseren Verständnis der mit steigendem  $x_C$  fallenden Dämpfung ist die axiale Ausdehnung der Druckmode für die Fälle  $x_C = 20$  mm (oben) und  $x_C = 100$  mm (unten) bei  $\Delta x = 50$  mm in Abb.6.9 illustriert. Dabei ist ein axialer Schnitt orthogonal zur Knotenlinie der Mode für den normierten Absolutwert des akustischen Drucks dargestellt, der mit dem Volumenintegral korreliert. Je größer die Ausdehnung des Druckfelds, desto kleiner wird die Dämpfung der Mode. An den hier dargestellten Fällen kann man erkennen, dass die Mode mit der größeren axialen Ausdehnung auch eine geringere Dämpfung besitzt (vgl. Abb. 6.7).



**Abbildung 6.9.:** Modenform als Funktion des Betrags des akustischen Drucks  $|\hat{p}|$  in axialer Richtung für die Fälle  $x_C = 20$  mm (oben) und  $x_C = 100$  mm (unten) bei  $\Delta x = 50$  mm

## 6.5. Druckfeld und Wachstumsrate

Das Abklingen des Druckfelds in axialer Richtung hat nicht nur einen Einfluss auf die Dämpfungsrage des Systems, sondern ist auch für die Wachstumsrate von Bedeutung. Bei der Berechnung des Rayleigh-Integrals ist die räumliche Verteilung von Druckschwankung und Wärmefreisetzungsschwankung entscheidend. Wenn nun der akustische Druck, wie in Abb. 6.9 dargestellt, mit jeweils der gleichen Wärmefreisetzungsverteilung interagiert, so würde man für den unteren Fall ein

höheres Rayleigh-Integral erwarten. Durch die längere Ausdehnung kann noch an Positionen weiter stromab ein Beitrag für das Rayleigh-Integral generiert werden.

Diese Tatsache wird in Kapitel 7 bei der Berechnung von dreidimensionalen Rayleigh-Integralen genutzt. Das numerische Modell kann für eine gegebene Temperaturverteilung (wie z.B. in Abb. 6.2) die Modenform (Abb. 6.9) bestimmen, aus der sich wiederum eine axiale Druckverteilung ableiten lässt. Da für die experimentell untersuchten Betriebspunkte keine Temperaturverteilungen vorliegen, wird angenommen, dass die axialen Wärmefreisetzungsprofile aus Kapitel 5.4.2 der axialen Temperaturerhöhung entsprechen. Dafür werden die vorhandenen axialen Wärmefreisetzungsverteilungen auf axiale Temperaturverteilungen mit der Vorheiztemperatur  $T_{pre}$  und der adiabaten Verbrennungstemperatur  $T_{ad}$  skaliert. Mit dieser Temperaturverteilung kann mit Hilfe des in diesem Kapitel vorgestellten Modells eine axiale Druckverteilung berechnet werden, die zur Berechnung des Rayleigh-Integrals verwendet werden kann. Die Verwendung der axialen Druckverteilungen wird in Kapitel 7.1 näher erläutert.

### 6.6. Akustisches Verhalten des Temperatursprungs

Eine weitere Studie, die für das Verständnis der hochfrequenten Instabilitäten hilfreich sein könnte, wurde mit einem numerischen Modell durchgeführt. Dabei wurde untersucht, inwieweit der Temperatursprung als akustische Randbedingung gesehen werden kann. Zu diesem Zweck wurde ein ähnlicher Aufbau wie in Abb. 6.3 gewählt. Im Gegensatz zur Ermittlung des Reflexionsfaktors des Querschnittsprungs wurde in diesem Fall ohne Strömung, dafür aber mit einem Temperatursprung gearbeitet. Des Weiteren wurden die Anregungsstellen auf die andere Seite des Zylinders verlegt, so dass der Temperatursprung von der „kalten“ Seite aus untersucht werden konnte. Als Randbedingung am Auslass wurde ein nicht reflektierendes Ende gewählt, um als standardmäßiges Ergebnis einen Reflexionsfaktor von Null zu erhalten.

In Abb. 6.10 ist der frequenzabhängige Reflexionsfaktor für einen Temperatursprung von 1100 K dargestellt. Die Cut-On Frequenz der kalten Seite beträgt  $f_{cut} = 1758$  Hz. Der Reflexionsfaktor des Temperatursprungs vor dieser Frequenz liegt bei 0 und steigt dann auf den Wert 1 an. Unterhalb der Cut-On Frequenz ist die Welle nicht ausbreitungsfähig, wodurch in diesem Frequenzbereich die Welle auch nicht reflektiert werden kann. Interessant ist jedoch, dass der Reflexionsfaktor ab der Cut-On Frequenz nahezu konstant beim Wert 1 bleibt. Daraus kann geschlossen werden, dass sich der Temperatursprung für die 1T-Mode wie eine akustische Randbedingung verhält und die Mode nicht von der stromab liegenden Randbedingung bzw. der Geometrie beeinflusst wird. Zu einer ähnlichen Einschätzung kommt Grimm

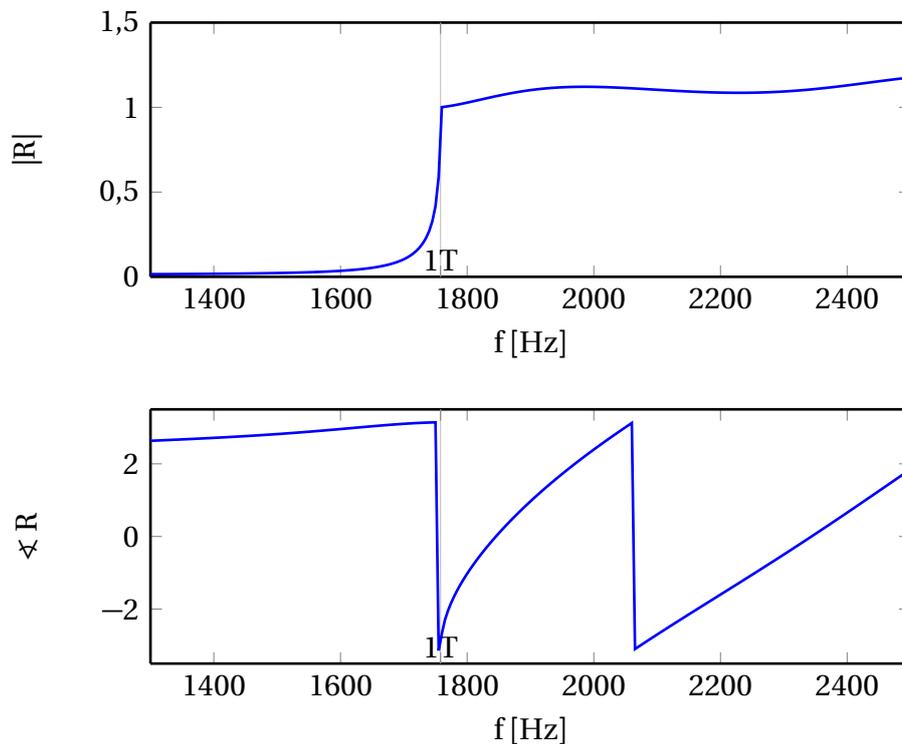


Abbildung 6.10.: Frequenzabhängiger Reflexionsfaktor für den Temperatursprung

[13], bei dem geometrische Veränderungen im Abgaskanal keinen Einfluss auf die Instabilität gezeigt haben.

## 6.7. Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden, dass das Temperaturfeld, welches wiederum von der Flammenform und Flammenlänge abhängig ist, einen Einfluss auf die Dämpfungsrate des Systems hat. Der hauptsächliche Einflussfaktor ist die Ausdehnung der akustischen Mode. Je kürzer die Mode ist, desto größer wird die Dämpfungsrate. Die Länge der Mode wird sowohl von der Größe des Temperaturhubs als auch von der Position des Temperaturhubs bestimmt. Die Mode wird mit steigendem Temperaturhub kürzer. Mit steigendem Abstand des Temperaturhubs vom Brennkammereintritt wird die Mode zuerst kürzer und nimmt einen minimalen Wert an, bevor sie stetig an Länge gewinnt.

Die Länge der Mode kann bei der Modellierung der Rayleigh-Integrale genutzt werden, um die axiale Abhängigkeit zu berücksichtigen. Die dafür notwendigen axialen Druckverteilungen wurden aus den experimentellen Daten mit Hilfe des in diesem Kapitel vorgestellten numerischen Modells ermittelt.



## 7. Modellbetrachtung

Ausgehend von dem in der Vorgängerarbeit von Schwing [51] entwickelten und in Kapitel 3.2 vorgestellten Verschiebungsmodell wurden in dieser Arbeit weitere experimentellen Untersuchungen durchgeführt, die dieses Modell zumindest in Frage stellen. Zum Einen zeigt die Auswertung der phasengemittelten Chemilumineszenz (5.2) zwar eine Verschiebung der Flamme, zum Anderen sieht man eine erhöhte Intensität auf der Seite des Druckmaximums. Des Weiteren zeigt die Variation weiterer Betriebsparameter wie der Diffusorvariation und der Brennstoffvariation sowie deren Einfluss auf die Flammenposition, dass gewisse Schlussfolgerungen des Verschiebungsmodells nicht zutreffen müssen.

Im Folgenden sollen die experimentellen Daten auf Basis von Kopplungsgleichungen verglichen und bewertet werden. Dabei werden zwei verschiedene Ansätze untersucht: Zum einen die Modellgleichungen von Zellhuber [53], bei denen der Einfluss von Dichteschwankungen und Flammenverschiebung getrennt betrachtet wird sowie die Modellgleichung nach Sattelmayer et al. [47], bei der diese Effekte nicht getrennt werden.

### 7.1. Lokale Betrachtung der Kopplungsgleichungen

Zellhuber [53] stellt in seiner Arbeit Rayleigh-Integrale für verschiedene Einflussfaktoren auf. Dabei wird das Rayleigh-Integral für die akustische Flammenverschiebung, die Dichte und die Drucksensitivität formuliert. Die Drucksensitivität soll in der hier vorliegenden Arbeit nicht mit berücksichtigt werden, da diese den Einfluss der Selbstzündung beschreibt, welche bei den im Experiment auftretenden Edukttemperaturen keine Rolle spielt. Die folgenden Flammentransferfunktionen, welche die Wärmefreisetzungsschwankung an akustische Größen wie Dichteschwankung und Druckschwankung koppeln, lauten für die Dichte:

$$\left. \frac{\dot{q}'(\mathbf{x}, t)}{\bar{q}(\mathbf{x})} \right|_{\rho} = \frac{\rho'(\mathbf{x}, t)}{\bar{\rho}(\mathbf{x})} = \frac{1}{\kappa} \frac{p'(\mathbf{x}, t)}{\bar{p}(\mathbf{x})} \quad (7.1)$$

sowie für die Flammenverschiebung:

$$\left. \frac{\dot{q}'(\mathbf{x}, t)}{\bar{q}(\mathbf{x})} \right|_{\Delta, ac} = - \frac{\Delta_{ac}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \bar{q}(\mathbf{x})}{\bar{q}(\mathbf{x})} \quad (7.2)$$

Demzufolge lautet das Rayleigh-Integral:

$$RI_{Zel,\rho} = \iiint \int_0^\tau p'(\mathbf{x}, t) \bar{q}(\mathbf{x}) \frac{1}{\kappa} \frac{p'(\mathbf{x}, t)}{\bar{p}(\mathbf{x})} dt d\mathbf{x} \quad (7.3)$$

$$RI_{Zel,\Delta} = - \iiint \int_0^\tau p'(\mathbf{x}, t) \Delta_{ac}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \bar{q}(\mathbf{x}) dt d\mathbf{x} \quad (7.4)$$

Sattelmayer et al. [47] stellen eine Kopplungsgleichung für transversale Geschwindigkeitsfluktuationen anhand einer Einzelflamme in einer Raketenbrennkammer auf. Diese Gleichung soll hier mit der Vereinfachung, dass kein Schlupf zwischen Flamme und Akustik herrscht, für die gesamte Brennkammer betrachtet werden. Die Kopplungsbedingung lautet:

$$\dot{q}' \cdot p' = \bar{q}(\mathbf{x}) \cdot \Delta_{ac}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla p'(\mathbf{x}, t) \quad (7.5)$$

woraus für das Rayleigh-Integral folgt:

$$RI_{Sat} = \iiint \int_0^\tau \bar{q}(\mathbf{x}) \cdot \Delta_{ac}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla p'(\mathbf{x}, t) dt d\mathbf{x} \quad (7.6)$$

In [16] wird gezeigt, dass sich durch eine partielle Integration von Gleichung 7.6 die Summe der Gleichungen 7.3 und 7.4 ergibt:

$$RI_{Sat} = RI_{Zel,\rho} + RI_{Zel,\Delta} = RI_{Zel} \quad (7.7)$$

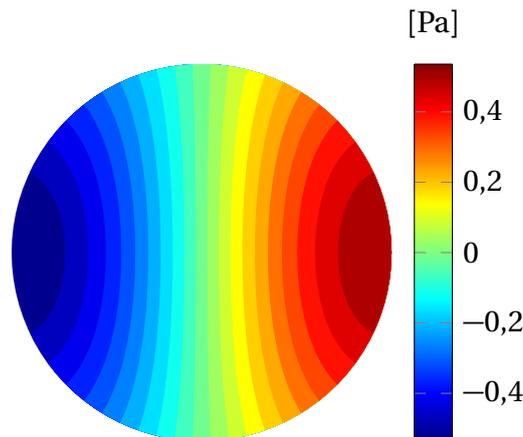
Anhand dieser Gleichungen sollen die experimentellen Wärmefreisetzungsverteilungen evaluiert werden, wodurch sich für jeden Betriebspunkt ein globaler Wert für das Rayleigh-Integral ergibt, anhand dessen man die Betriebspunkte untereinander vergleichen kann. Bevor diese Ergebnisse in Abschnitt 7.2 präsentiert werden, soll im folgenden darauf eingegangen werden, wie sich die hier vorgestellten Gleichungen auf lokaler Ebene unterscheiden. Dazu sollen, exemplarisch für einen Betriebspunkt in einer Schnittebene der zylinderförmigen Brennkammer zum Zeitpunkt  $t = 0$ , die einzelnen Bestandteile der Gleichungen 7.3, 7.4 und 7.6 betrachtet werden.

Für die Berechnung der Rayleigh-Integrale wird ein dreidimensionales akustisches Druckfeld  $p'(\mathbf{x}, t)$  benötigt. Dieses Druckfeld wird mit Hilfe von Gleichung 2.26 und Gleichung 2.19 für jede Schnittebene des Zylinders für jeden Zeitpunkt für eine mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden 1T-Mode in einem zylindrischen Koordinatensystem berechnet. Die Amplitude des Druckfelds bestimmt sich für jede Schnittebene aus der axialen Druckverteilung, die mit Hilfe des numerischen Modells aus Kapitel 6.5 für jeden Betriebspunkt bestimmt wurde. Die maximale Amplitude im axialen Druckverlauf tritt am Brennkammereintritt auf und wurde dabei auf 1 Pa normiert.

Der Gradient des akustischen Druckfelds  $\nabla p'(\mathbf{x}, t)$  und das akustische Verschiebungsfeld  $\Delta_{ac}(\mathbf{x}, t)$  werden direkt aus dem akustischen Druckfeld berechnet, da beide Variablen nur vom akustischen Druckfeld abhängen. Beide Größen werden in Richtung des Radius und des Umfangs bestimmt. Die analytische Herleitung für die Berechnung des Verschiebungsfelds ist bei Grimm [13] zu finden.

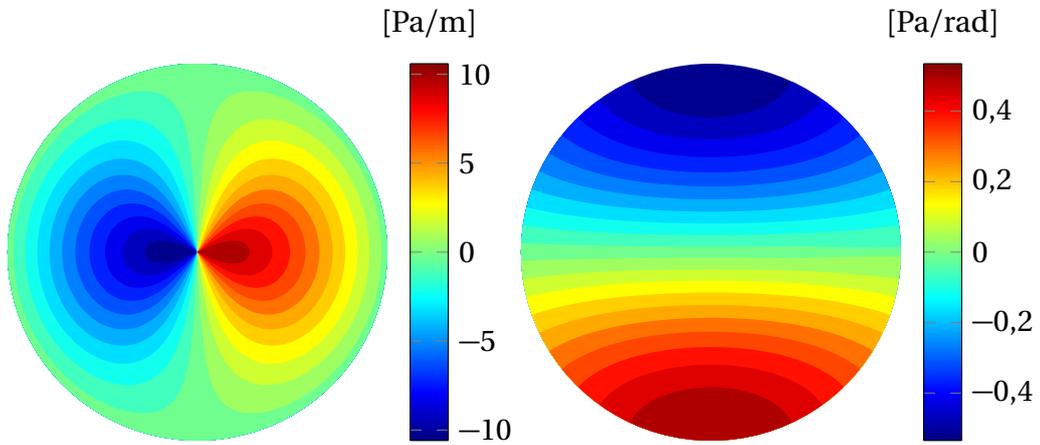
Die mittlere Wärmefreisetzungsrates  $\bar{q}(\mathbf{x})$  wird aus den experimentellen Daten als Punktematrix auf das gewählte zylindrische Koordinatensystem projiziert, woraus sich die Werte für jede Schnittebene gewinnen lassen. Der Gradient der mittleren Wärmefreisetzungsrates  $\nabla \bar{q}(\mathbf{x})$  wird in Richtung des Radius bestimmt.

Für den Betriebspunkt  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$  und  $\lambda = 1,6$  für die Konfiguration K1 nach Tabelle 5.1 mit  $\alpha_D = 10^\circ$  sind für die axiale Schnittebene  $z = 20\text{ mm}$  und den Zeitpunkt  $t = 0$  im folgenden zweidimensionale Schnittfelder der für die Lösung der Gleichungen benötigten Variablen dargestellt. Für das Druckfeld  $p'(\mathbf{x}, t)$  und die abhängigen Variablen  $\nabla p'(\mathbf{x}, t)$  und  $\Delta_{ac}(\mathbf{x}, t)$  bestimmt der Betriebspunkt über den in Kapitel 6.5 bestimmten axialen Druckverlauf die Amplitude. Die Wärmefreisetzungsrates bestimmt sich aus den auf die thermische Leistung skalierten OH\*-Chemilumineszenzaufnahmen.

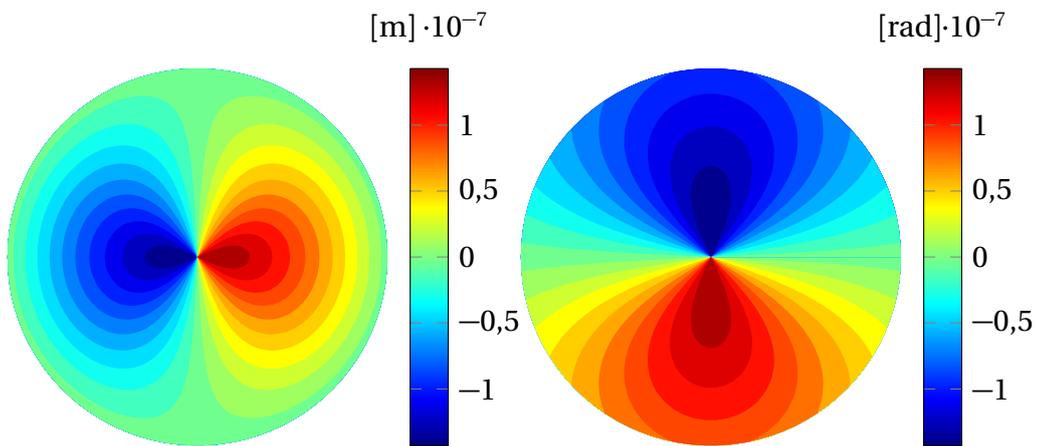


**Abbildung 7.1.:** Instantanes Druckfeld nach Gleichung 2.26 bei  $z = 20\text{ mm}$ , normiert auf 1 Pa bei  $z = 0\text{ mm}$

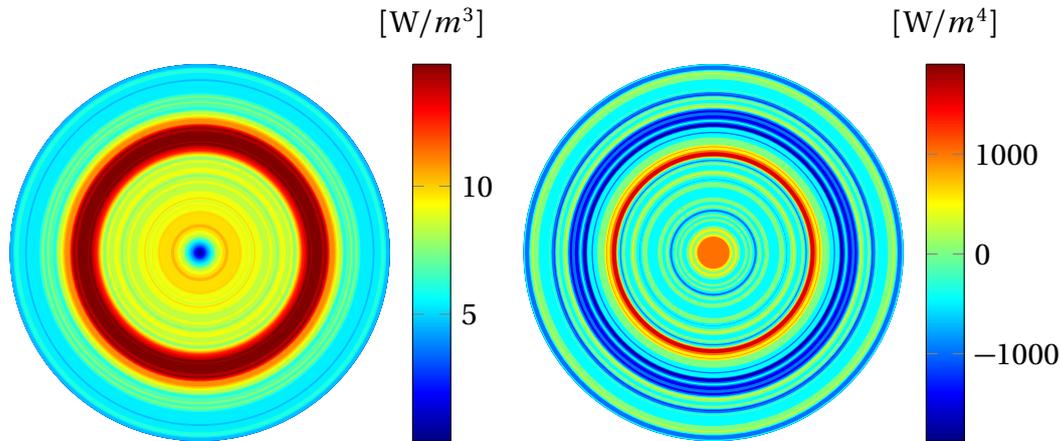
In Abb. 7.1 ist das Druckfeld einer 1T-Mode dargestellt, wie man es bereits aus Kapitel 2.1.1 kennt und mit Hilfe der Wellengleichung (Gleichung 2.26) berechnen kann. In Abb. 7.2 ist der Gradient des Druckfelds, links in radialer Richtung und rechts in Umfangsrichtung, dargestellt. Die ungewohnte Darstellung in zylindrischen Koordinaten kann gut an Hand der horizontalen und vertikalen Achsen im Druckfeld (Abb. 7.1) überprüft werden: Vom Mittelpunkt aus nach rechts ist der Gradient in radialer Richtung erst stark positiv und flacht ab, vom Mittelpunkt nach oben ist kein Gradient vorhanden und demzufolge Null. Für die Betrachtung der Umfangsrichtung dreht sich das Spiel um: Vom Mittelpunkt nach rechts ist der



**Abbildung 7.2.:** Gradient des akustischen Druckfelds aus Abb. 7.1 in Richtung des Radius und des Umfangs bei  $z = 20 \text{ mm}$



**Abbildung 7.3.:** Verschiebungsfeld zum akustischen Druckfeld aus Abb. 7.1 in Richtung des Radius und des Umfangs bei  $z = 20 \text{ mm}$



**Abbildung 7.4.:** Konturverlauf der mittleren Wärmefreisetzung und des Gradienten der Wärmefreisetzung in radialer Richtung für den Betriebspunkt  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100\text{ g/s}$  und  $\lambda = 1,6$  für die Konfiguration K1 nach Tabelle 5.1 mit  $\alpha_D = 10^\circ$  bei  $z = 20\text{ mm}$

Gradient Null. Vom Mittelpunkt nach oben ist die Erklärung etwas komplizierter. Aufgrund des Koordinatensystems ist der Gradient negativ und bei Betrachtung des Druckfelds würde man auf der Achse (Mittelpunkt - Oben) aufgrund des Farb-codes einen konstanten Gradienten erwarten, jedoch sind die tatsächlichen Werte zwischen Mittelpunkt und Oben so unterschiedlich, dass sich dies im Gradienten zeigt.

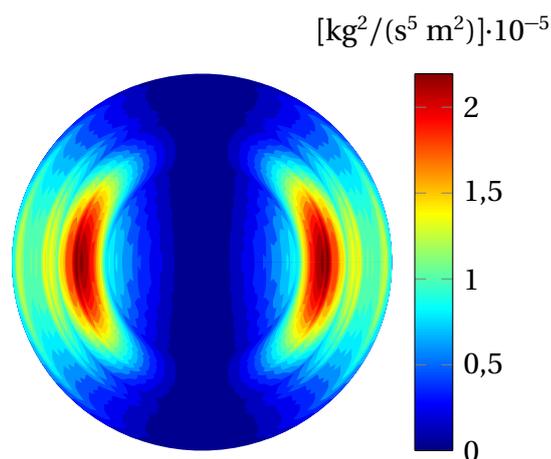
In Abb. 7.3 ist die Verschiebung in Richtung des Radius (links) und in Richtung des Umfangs (rechts) dargestellt. Die Verschiebung in radialer Richtung entspricht dabei qualitativ dem Druckgradienten in radialer Richtung, die Darstellungen in Umfangsrichtung unterscheiden sich jedoch. Wie schon beim Druckgradienten ist es hilfreich, die Darstellungen an Hand der horizontalen und vertikalen Achsen mit der intuitiven Erwartung zu überprüfen. In den zentralen Bereichen des Druckfelds erwartet man die höchsten Werte für die Verschiebung in Richtung des Druckmaximums. In radialer Richtung ist diese auf der Strecke vom Mittelpunkt bis zum rechten Rand in der Nähe des Mittelpunkts maximal. In Umfangsrichtung ist die Verschiebung auf der Strecke zwischen Mittelpunkt und oberem Rand aufgrund der Orientierung des Umfangswinkels an dieser Stelle negativ und auf der Strecke vom Mittelpunkt zum unteren Rand positiv, was in einem X-Y-Koordinatensystem positive Werte in Richtung des rechten Rands bedeuten würde. Die Werte sind im Zentrum maximal und fallen zum Rand hin ab, was ebenfalls der Erwartung entspricht. In der radialen Darstellung ist in Richtung der Y-Achse, in der Umfangsrichtung in X-Richtung keine Verschiebung zu sehen, da in Richtung der Knotenlinie keine Verschiebung stattfindet.

In Abb. 7.4 ist links die Wärmefreisetzungverteilung und rechts der Gradient der

Wärmefreisetzungsverteilung in radialer Richtung zu sehen. Der Gradient der Wärmefreisetzungsverteilung in Umfangsrichtung ist nicht dargestellt, da die Wärmefreisetzungsverteilung in dieser Richtung keinen Gradienten hat.

Genauso wie die im vorherigen Absatz beschriebenen Variablen der Gleichungen 7.3, 7.4 und 7.6 können diese Gleichungen für die gewählte Schnittebene  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$  ausgewertet werden.

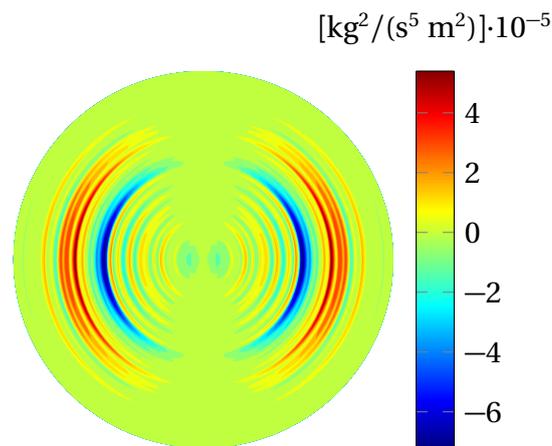
In Abb. 7.5 ist das Argument des Rayleigh-Integrals der Dichteschwankung nach Zellhuber  $RI_{Zel,\rho}$  (Gleichung 7.3) für die Schnittebene  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$  angegeben. Das Argument setzt sich dabei aus dem Quadrat des Druckfelds sowie der mittleren Wärmefreisetzung, wie sie in den Abb. 7.1 und 7.4 dargestellt sind, zusammen. Da das Quadrat des Drucks und die mittlere Wärmefreisetzung nur positiv sind, nimmt demzufolge das Argument des Rayleigh-Integrals ebenfalls nur positive Werte an. Da das Quadrat des akustischen Drucks mit steigendem Radius auf der horizontalen Achse größer wird, ist der Wert des Arguments des Rayleigh-Integrals umso höher, je mehr die mittlere Wärmefreisetzung auf großen Radien positioniert ist.



**Abbildung 7.5.:** Das Argument des Rayleigh-Integrals in Abhängigkeit von Dichteschwankungen für  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$

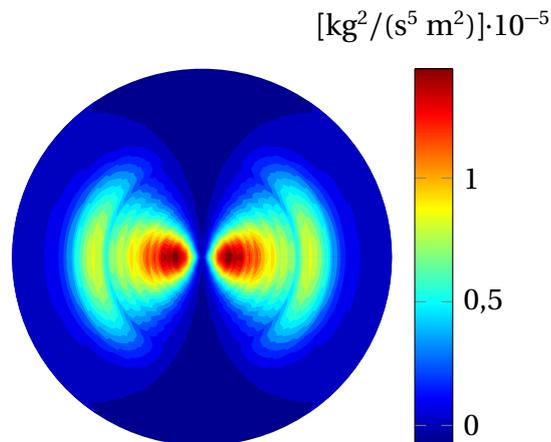
Das Argument des Rayleigh-Integrals für den Beitrag der Verschiebung nach Zellhuber  $RI_{Zel,\Delta}$  setzt sich nach Gleichung 7.4 aus dem Druckfeld, dem radialen Verschiebungsfeld und dem radialen Gradienten der Wärmefreisetzung aus den Abb. 7.1, 7.3 und 7.4 zusammen und ist in Abb. 7.6 für die Schnittebene  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$  zu sehen. Qualitativ lässt sich dieses Bild folgendermaßen erklären: Das Produkt aus Druckfeld und radialem Verschiebungsfeld ist immer positiv, da beide Felder auf der linken Seite negativ und auf der rechten Seite positiv sind. Zusammen mit dem Gradienten der Wärmefreisetzung und dem Minus vor dem Integral wird das Argument des Rayleigh-Integrals dort negativ, wo der Gradient positiv ist und

umgekehrt. Dieser Wert wird maximal, wenn die positive Flanke des Gradienten beim halben Brennkammerradius positioniert ist. Minimal und gleichzeitig negativ wird dieser Wert, wenn die negative Flanke beim halben Brennkammerradius positioniert wird. Aufgrund der Verteilung des Gradienten der Wärmefreisetzungsrates nach Abb. 7.4 sind für diese Gleichung im Querschnitt sowohl positive und negative Beiträge zu erwarten. Das Rayleigh-Integral aus dieser Gleichung wird deshalb nur geringe Beiträge produzieren, die sowohl positiv als auch negativ sein können. Dies wird im folgenden Abschnitt 7.2 näher betrachtet.



**Abbildung 7.6.:** Das Argument des Rayleigh-Integrals in Abhängigkeit der Verschiebung nach Zellhuber für  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$

Das Argument des Rayleigh-Integrals nach Sattelmayer et al.  $RI_{Sat}$  setzt sich nach Gleichung 7.6 aus dem Produkt von Wärmefreisetzung, Druckgradient und Verschiebung zusammen und ist in Abb. 7.7 für  $z = 20 \text{ mm}$  und  $t = 0$  zu sehen. Das Skalarprodukt aus Druckgradient und Verschiebung beinhaltet beide Richtungen des Koordinatensystems. Dies lässt sich wieder mit Hilfe der Abb. 7.2, 7.3 und 7.4 veranschaulichen. Das Produkt aus Druckgradient und Verschiebung in radialer Richtung ist immer positiv, da jeweils die linke Hälfte negativ und die rechte positiv ist. Analog gilt dies für die obere und untere Hälfte von Druckgradient und Verschiebung in Umfangsrichtung. Die Summe der beiden Produkte aus Druckgradient und Verschiebung ist damit ebenfalls positiv. Das Produkt aus dieser Summe und der Wärmefreisetzung ist folglich immer positiv. Maximal wird das Argument des Rayleigh-Integrals an Positionen, an denen das Produkt aus Druckgradient und Verschiebung maximal wird, was in der Mitte der Brennkammer zutrifft.



**Abbildung 7.7.:** Das Argument des Rayleigh-Integrals nach Sattelmayer et al. für  $z = 20$  mm und  $t = 0$

## 7.2. Betrachtung des globalen Rayleigh-Integrals für verschiedene Betriebspunkte

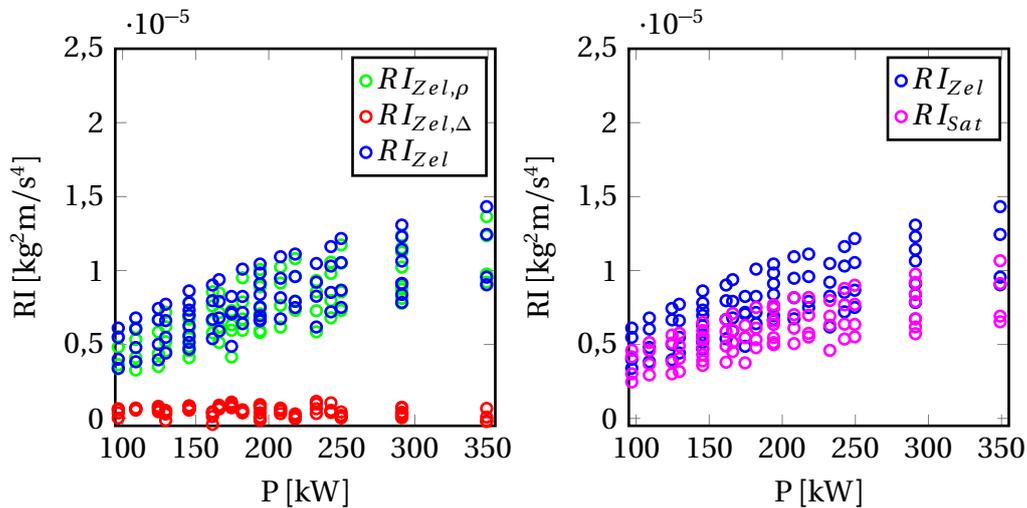
Mit den im vorherigen Abschnitt im Detail vorgestellten Gleichungen und den ebenfalls vorgestellten Druckfeldern und Wärmefreisetzungsverteilungen kann für alle Betriebspunkte ein globales Rayleigh-Integral ermittelt und die verschiedenen Betriebspunkte untereinander verglichen werden.

Ausgehend von den Ergebnissen der phasengemittelten Chemilumineszenz in Kapitel 5.2 liegt der Schluss nahe, dass sowohl die Verschiebung der Flamme als auch die Dichteschwankung ihren Anteil an der selbsterregten Instabilität hat. Aus diesem Grund werden die beiden Rayleigh-Integrale  $RI_{Zel}$  und  $RI_{Sat}$  nach Gleichung 7.7 näher betrachtet. In einem ersten Schritt wird an Hand des kompletten Betriebsfelds für die Konfiguration K1,  $\alpha_D = 10^\circ$  die Zusammensetzung des Rayleigh-Integrals  $RI_{Zel}$  aus den Anteilen der Dichteschwankung  $RI_{Zel,\rho}$  und der Verschiebung  $RI_{Zel,\Delta}$  erläutert sowie die Rayleigh-Integrale  $RI_{Zel}$  und  $RI_{Sat}$  verglichen. Im zweiten Schritt werden anschließend alle Betriebspunkte an Hand des Rayleigh-Integrals  $RI_{Zel}$  bewertet und zudem mit den Stabilitätsgrenzen aus Kapitel 5.3 verglichen.

In Abb. 7.8 ist im linken Teil die Zusammensetzung von  $RI_{Zel}$  über die Leistung für die Konfiguration K1,  $\alpha_D = 10^\circ$  zu sehen. Der Beitrag der Dichteschwankung ist annähernd proportional zur Leistung, was nicht überrascht, da die mittlere Wärmefreisetzungsverteilung in die Gleichung eingeht. Das Rayleigh-Integral der Verschiebung nach Zellhuber  $RI_{Zel,\Delta}$  liefert einen im Vergleich zum Beitrag der Dichte geringen Beitrag, der zudem im Großteil der Fälle negativ ist. Des Weiteren scheint das Rayleigh-Integral der Verschiebung nach Zellhuber unabhängig von der

## 7.2 Betrachtung des globalen Rayleigh-Integrals für verschiedene Betriebspunkte

Leistung zu sein. Wie im vorherigen Abschnitt bei der lokalen Betrachtung schon vermutet, sorgt der Gradient der Wärmefreisetzung in Summe über den gesamten Kreisquerschnitt für sehr geringe Werte für das Rayleigh-Integral. Für das Rayleigh-Integral  $RI_{Zel}$  dominiert daher die Dichteschwankung das Ergebnis. Im rechten Teil von Abb. 7.8 sind das Rayleigh-Integral  $RI_{Zel}$  und  $RI_{Sat}$  zu sehen. Nach Gleichung 7.7 sollten beide Gleichungen das selbe Ergebnis liefern, es ist jedoch ein deutlicher Unterschied zwischen den Rayleigh-Integralen zu erkennen. Die Unterschiede können über die Implementierung der Gleichungen erklärt werden. Gleichung 7.7 gilt für alle Koordinatenrichtungen, die Gleichungen 7.4 und 7.6 werden jedoch nur für die transversale Schwingungsrichtung gelöst, wodurch der longitudinale Anteil vernachlässigt wird. Da Gleichung 7.3 implizit alle drei Raumrichtungen abdeckt, erhält man deshalb für das Rayleigh-Integral nach Zellhuber höhere Werte als für das Rayleigh-Integral nach Sattelmayer et al.



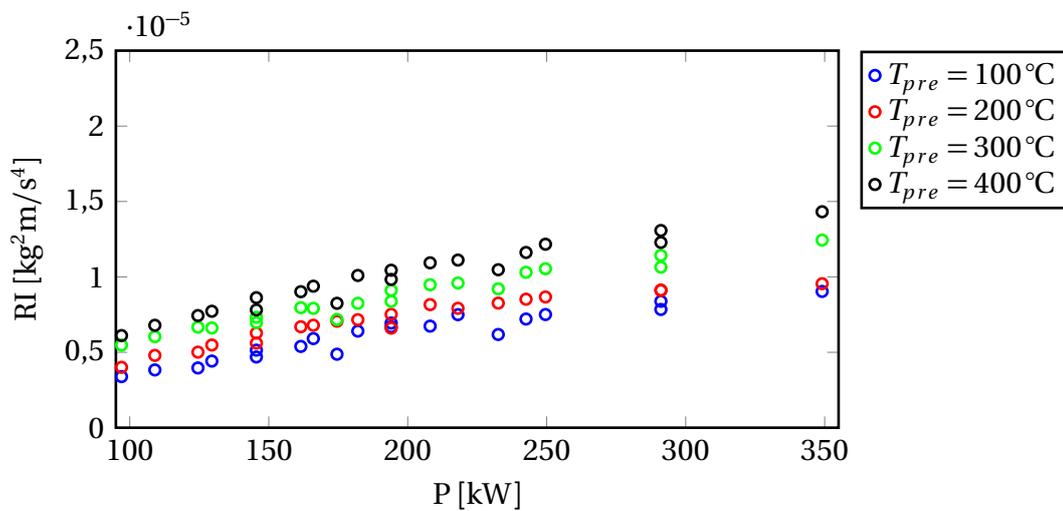
**Abbildung 7.8.:** Zusammensetzung des Rayleigh-Integrals  $RI_{Zel}$  und Vergleich der Rayleigh-Integrale  $RI_{Zel}$  und  $RI_{Sat}$  für Konfiguration K1 mit  $\alpha_D = 10^\circ$  ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ )

In den Abbildungen 7.9 - 7.13 ist das Rayleigh-Integral  $RI_{Zel}$  für alle gemessenen Betriebspunkte der Konfigurationen K1 bis K4 visualisiert. In Tabelle 7.1 ist aufgeführt, welche Betriebspunkte in welcher Abbildung zu finden sind.

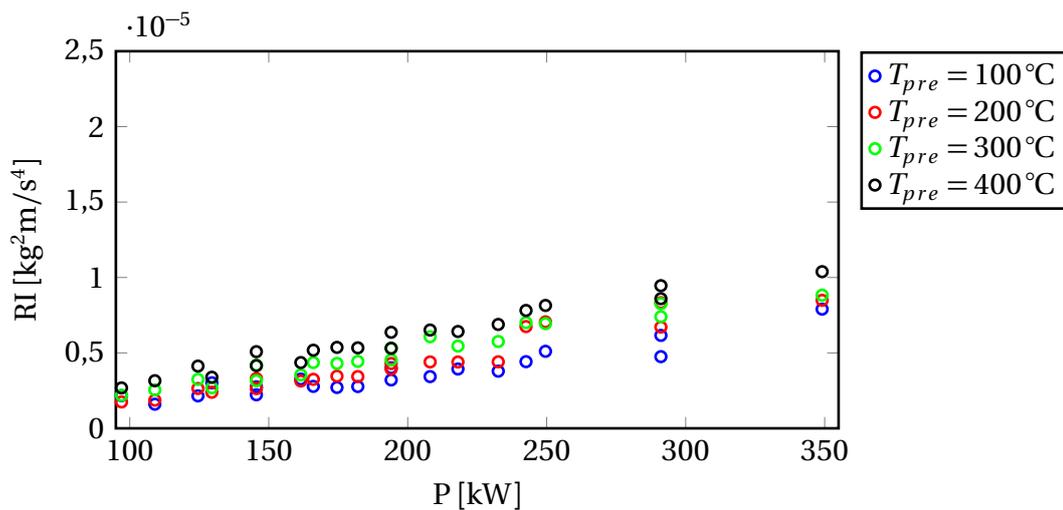
Vergleicht man die Abbildungen 7.9 bis 7.13 untereinander, so fällt auf, dass sich die Werte für die Rayleigh-Integrale der verschiedenen Konfigurationen teilweise deutlich unterscheiden. Der Vergleich von Konfiguration K1 mit  $\alpha_D = 10^\circ$  (Abb. 7.9) und K1 mit  $\alpha_D = kD$  (Abb. 7.10) zeigt insgesamt höhere Werte für den Fall  $\alpha_D = 10^\circ$ . Dieses Ergebnis korreliert mit den Stabilitätsgrenzen aus Kapitel 5.3, für die im Fall  $\alpha_D = kD$  nahezu keine Instabilität auftritt, vgl. dazu Abb. 5.12. Einen großen Einfluss auf dieses Ergebnis hat die axiale Druckverteilung in Abhängigkeit der axialen Wärmefreisetzungverteilung, wie es in Kapitel 6.5 beschrieben wurde. Für den Fall

Abb.	Konfiguration	$T_{pre}$	$\dot{m}_L$
7.9	K1, $\alpha_D = 10^\circ$	100°C–400°C	60 g/s–120 g/s
7.10	K1, $\alpha_D = kD$	100°C–400°C	60 g/s–120 g/s
7.11	K1	200°C	80 g/s–120 g/s
7.12	K2	200°C	80 g/s–120 g/s
7.13	K3, K4	200°C	80 g/s–100 g/s

**Tabelle 7.1.:** Aufteilung der Betriebspunkte in den Abbildungen des Rayleigh-Integrals  $RI_{Zel}$

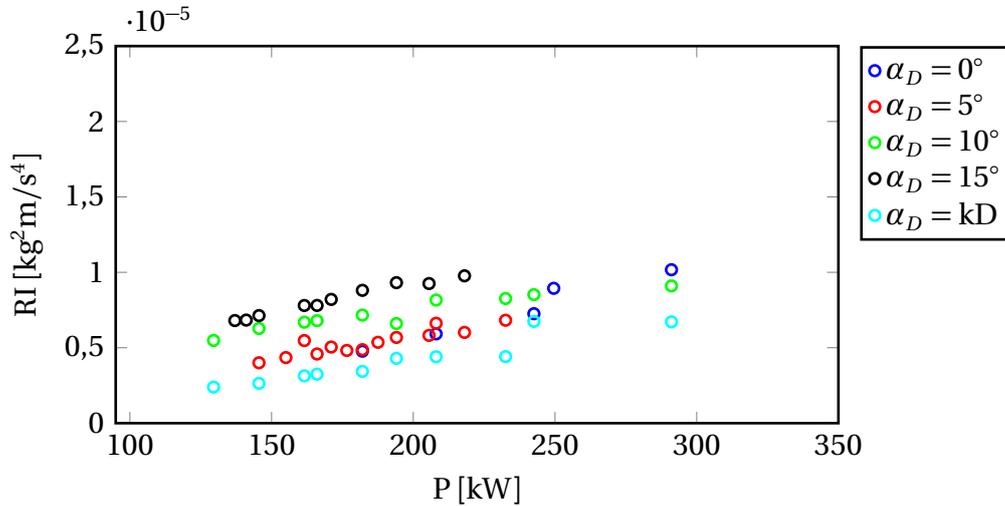


**Abbildung 7.9.:** Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 mit  $\alpha_D = 10^\circ$  ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ )

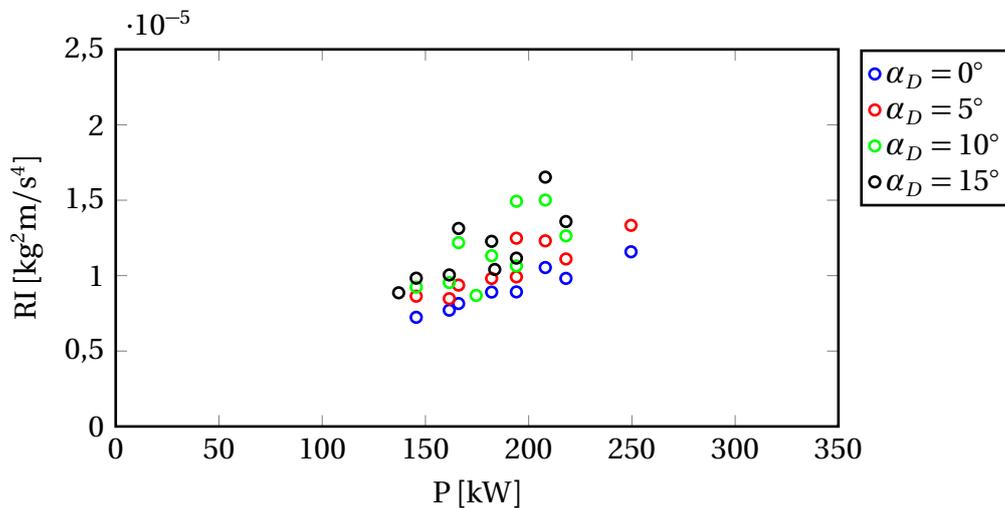


**Abbildung 7.10.:** Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 mit  $\alpha_D = kD$  ( $T_{pre} = 100^\circ\text{C} - 400^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 60\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ )

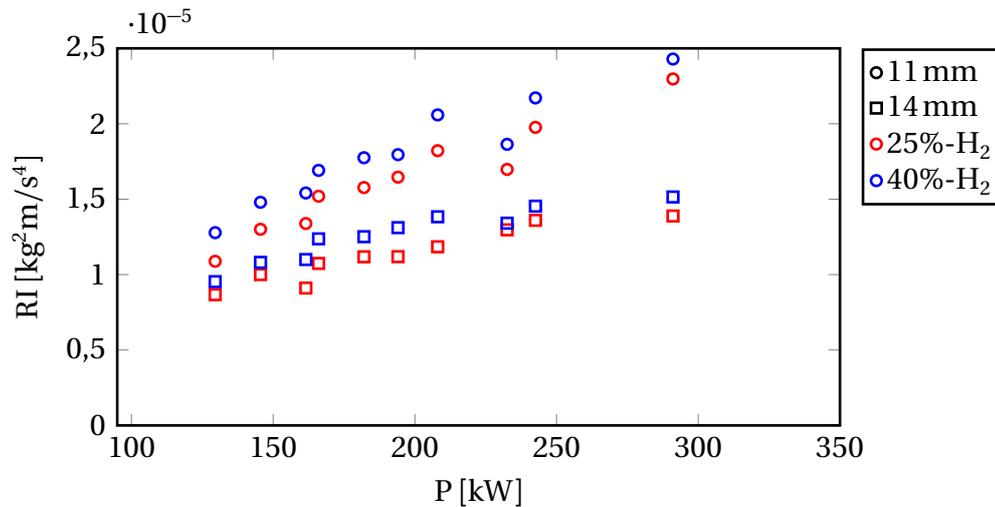
## 7.2 Betrachtung des globalen Rayleigh-Integrals für verschiedene Betriebspunkte



**Abbildung 7.11.:** Rayleigh-Integral für Konfiguration K1 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ )



**Abbildung 7.12.:** Rayleigh-Integral für Konfiguration K2 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ )



**Abbildung 7.13.:** Rayleigh-Integral für die Konfigurationen K3 und K4 ( $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 100\text{ g/s}$ )

ohne Diffusor, dessen Wärmefreisetzung deutlich weiter stromab positioniert ist als im Fall  $\alpha_D = 10^\circ$ , ist das Rayleigh-Integral aufgrund der geringen Druckamplitude geringer.

Des Weiteren können in beiden Abbildungen die Betriebspunkte nach der Vorheiztemperatur unterschieden werden. Dabei ist ersichtlich, dass tendenziell das Rayleigh-Integral mit steigender Vorheiztemperatur steigt. Dies liegt vermutlich an der axialen Position der Flamme, die mit steigender Vorheiztemperatur näher am Brennkammereinlass positioniert ist (vgl. dazu Abb. A.5 in Anhang A).

Die Betriebspunkte der Variation des Diffusorwinkels bei geringem Drall ( $b = 14\text{ mm}$ , Konfiguration K2,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 80\text{ g/s} - 120\text{ g/s}$ ) zeigen in Abb. 7.11 ähnliche Größenordnungen für das Rayleigh-Integral wie für die Variation von Leistung und Vorheiztemperatur (Konfiguration K1,  $\alpha_D = 10^\circ$ ) in Abb. 7.9. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da sich die Stabilitätsgrenzen durch den Diffusorwinkel nur leicht verändern (vgl. Abb. 5.12 in Kapitel 5.3). Des Weiteren ist zu erkennen, dass das Rayleigh-Integral mit steigendem Diffusorwinkel ebenfalls ansteigt. Dabei ist wieder der Einfluss der axialen Position zu erkennen, da sich die Flamme mit steigendem Diffusorwinkel in Richtung des Brennkammereintritts verschiebt, wie es schon in Abb. 5.21 in Kapitel 5.4.2 dargestellt wurde.

Für die Betriebspunkte der Diffusorwinkelvariation mit Konfiguration K2 ( $b = 11\text{ mm}$ ) zeigen sich in Abb. 7.12 tendenziell höhere Werte für das Rayleigh-Integral im Gegensatz zur Diffusorwinkelvariation mit Konfiguration K1 ( $b = 14\text{ mm}$ ) in Abb. 7.11. Aufgrund der axialen Position der Flamme, die bei höherem Drall weiter stromauf positioniert ist, können diese Werte erklärt werden, da durch die am Brennkammereintritt höheren Druckamplituden ebenso höhere Werte für das

Rayleigh-Integral erreicht werden. Dies würde eine höhere Instabilitätsneigung bei höherer Drallstärke implizieren, was jedoch den Stabilitätsgrenzen (vgl. Abb. 5.11 und 5.12 in Kapitel 5.3) widerspricht, die eine höhere Instabilitätsneigung bei geringer Drallstärke zeigen.

Ein ähnliches Verhalten ergibt sich für die Rayleigh-Integrale der Betriebspunkte mit Wasserstoff im Brennstoff (Konfiguration K3 und K4), die in Abb. 7.13 dargestellt sind. Aufgrund der höheren Druckamplitude am Brennkammereintritt und einer deutlich stromauf positionierten Flamme im Gegensatz zu Konfiguration K1 (vgl. dazu Abb. 5.24 in Kapitel 5.4.2), kommt es zu deutlich höheren Werten für das Rayleigh-Integral. Jedoch passen in diesem Fall die Stabilitätsgrenzen (vgl. Abb. 5.13 und 5.13 in Kapitel 5.3) ebenfalls nicht zu diesen Ergebnissen, die ein deutlich stabileres Verhalten für Betriebspunkte mit Wasserstoffzugabe zeigen.

Eine mögliche Erklärung ist in Abb. 6.7 aus Kapitel 6.4 zu finden: Die Dämpfungsrate steigt zuerst mit der axialen Flammenposition an und fällt danach wieder ab. Es liegt die Vermutung nahe, dass die Betriebspunkte mit Wasserstoffzugabe dem Temperaturprofil entsprechen, das die maximale Dämpfungsrate produziert. Die Flammenpositionen der Konfigurationen mit Erdgas als Brennstoff entsprechen Flammenpositionen, die weiter stromab positioniert sind und daher eine geringere Dämpfungsrate haben.

Der interne Vergleich des Rayleigh-Integrals  $RI_{Z_{el}}$  für Konfiguration 1 (Abb. 7.9) über die Leistung zeigt einen weiteren Schwachpunkt des Modells. Für das Rayleigh-Integral werden schon bei geringen Leistungen ähnlich hohe Werte wie bei deutlich höheren Leistungen erreicht, was den gemessenen Stabilitätsgrenzen widerspricht, sofern man eine annähernd konstante Dämpfung über den Leistungsbereich annimmt.

### 7.3. Bewertung der Ergebnisse

Mit den gewählten Modellgleichungen war es möglich, mit Hilfe von experimentell ermittelten Wärmefreisetzungsverteilungen, einer numerisch bestimmten axialen Druckverteilung und einem analytisch bestimmten akustischen Druckfeld Rayleigh-Integrale zu berechnen.

Insgesamt müssen die Ergebnisse jedoch kritisch beurteilt werden. Zwar liefern die Rayleigh-Integrale für einen wichtigen Fall ( $\alpha_D = 10^\circ$  gegenüber  $\alpha_D = kD$  von Konfiguration K1) eine Erklärung für die großen Unterschiede in den Stabilitätsgrenzen, diese Erklärung ist jedoch nicht für die restlichen Konfigurationen gültig. Insbesondere die Erhöhung der Drallstärke und die Zugabe von Wasserstoff im Brennstoff sorgen für hohe Werte des Rayleigh-Integrals, was jedoch den Stabilitätsgrenzen widerspricht. Hauptsächlicher Einflussfaktor ist dabei die axiale Position

der Flamme.

Beim Vergleich unterschiedlicher Leistungen für Konfiguration K1 erreichen die Rayleigh-Integrale für geringe Leistungen ähnlich hohe Werte wie für hohe Leistungen, was den gemessenen Stabilitätsgrenzen widerspricht.

Des Weiteren muss auf den Unterschied zwischen der Gleichung der Verschiebung nach Zellhuber und dem Verschiebungsmodell nach Schwing eingegangen werden, da sich laut [54] diese Gleichungen entsprechen. Nach Schwing [51] sind keine negativen Wachstumsraten zu erwarten, da das Rayleigh-Integral per Definition nur positive Werte annehmen kann. Die Auswertung der Gleichung zeigt jedoch auch negative Werte. Möglicherweise könnte eine Berücksichtigung des longitudinalen Anteils zu einem positiven Rayleigh-Integral führen.

Da das Rayleigh-Integral lediglich das treibende Potential betrachtet und die Dämpfungsraten der einzelnen Betriebspunkte nicht bekannt sind, besteht zumindest die Möglichkeit, dass die Widersprüche bei den Stabilitätsgrenzen durch die Berücksichtigung der Dämpfungsrate erklärt werden können.

Die Bestimmung der Rayleigh-Integrale für ein dreidimensionales Feld mit den experimentell ermittelten Wärmefreisetzungsverteilungen ist ein Fortschritt gegenüber der Arbeit von Schwing, da dort nur ein 2D-Feld und zudem eine sehr vereinfachte Flamme verwendet wurde. Jedoch zeigt der Vergleich zwischen  $RI_{Zel}$  und  $RI_{Sat}$ , dass im longitudinalen Anteil ein nicht zu vernachlässigendes Treibpotential vorhanden ist.

Die hier vorgestellten Rayleigh-Integrale können, abgesehen von der Berücksichtigung der Dämpfungsraten, auch bei der Approximation des Druckfelds noch verbessert werden. In dieser Arbeit wurde lediglich ein 1-D Temperaturfeld verwendet, das zudem nur aus der axialen Wärmefreisetzungsverteilung gewonnen wurde.

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Eine vertiefende experimentelle Untersuchung der selbsterregten Instabilität einer Drallflamme in einer zylindrischen Brennkammer wurde in dieser Arbeit durchgeführt, um das Auftreten der Instabilität in Abhängigkeit der Betriebsparameter zu erfassen. Dazu wurden mehrere Parameter variiert und sowohl die Veränderung der Flammenform als auch die Veränderung im Stabilitätsverhalten aufgezeichnet. Des Weiteren wurden über zeitlich hoch aufgelöste Messungen die Verschiebung der Flamme und die phasenaufgelöste Verteilung der OH\*-Chemilumineszenz ermittelt. Numerische Studien wurden zum Einfluss des Temperaturfelds auf die Dämpfungsrate durchgeführt.

Für die experimentell ermittelten Wärmefreisetzungsverteilungen wurden dreidimensionale Rayleigh-Integrale berechnet, welche die axiale Ausdehnung der Mode berücksichtigen. Die Rayleigh-Integrale wurden dabei für zwei Modelle aus unterschiedlichen Quellen aufgestellt, wobei sich gezeigt hat, dass sich diese beiden Modelle entsprechen. Ein Modell beinhaltet eine Aufteilung in Dichteschwankung und Flammenverschiebung, das zweite Modell unterscheidet nicht zwischen diesen Effekten. Teilweise liefern die Ergebnisse des Rayleigh-Integrals eine Erklärung für unterschiedliche Stabilitätsgrenzen, wie zum Beispiel zwischen den Fällen ohne Diffusor und mit einem Diffusorwinkel von  $10^\circ$  bei geringem Drall. Ursächlich für die Unterschiede in den Rayleigh-Integralen ist das Zusammenspiel aus der axialen Druckverteilung und der axialen Position der Flamme. Für andere untersuchte Fälle besteht keine Korrelation zwischen den Stabilitätsgrenzen und den Werten des Rayleigh-Integrals. Die Erhöhung der Drallstärke sorgt für höhere Werte des Rayleigh-Integrals, die Betriebspunkte bei dieser Konfiguration sind jedoch tendenziell stabiler. Ebenso erhält man für die Zugabe von Wasserstoff zum Brennstoff höhere Werte für das Rayleigh-Integral, die Betriebspunkte sind jedoch ebenfalls tendenziell stabiler als die Vergleichsfälle ohne Wasserstoffzugabe. Die hauptsächlichsten Unterschiede in den Rayleigh-Integralen zwischen den verschiedenen Konfigurationen werden von der axialen Position der Flamme verursacht. Zudem muss darauf hingewiesen werden, dass diese Betrachtung die Dämpfungsrate nicht berücksichtigt.

Die zukünftige Herausforderung besteht in einer genauen Bestimmung der Dämpfungsrate für jeden Betriebspunkt jeder Konfiguration. Mit der Kenntnis der Dämpfungsrate ist eine genauere Evaluation des hier verwendeten treibenden Potentials der Flamme mit Hilfe der bekannten Stabilitätsgrenzen möglich. Da die Ergebnisse

stark von der axialen Ausdehnung des Druckfelds abhängig sind, wäre die Ermittlung des dreidimensionalen Druckfelds ein weiterer Schritt, um die Ergebnisse zu verbessern. Dies ist eine Herausforderung für die Messtechnik, da bisher keine quantitativ zuverlässigen Ergebnisse für hohe Frequenzen bei hohen Temperaturen und unter Strahlungseinfluss erreicht wurden. Des Weiteren konkurrieren die optische Messtechnik zur Erfassung der Wärmefreisetzung und die Sensoren zur Erfassung des akustischen Drucks um die Zugänglichkeit zur Brennkammer. Bei einer dreidimensionalen Messung des akustischen Drucks wäre die optische Zugänglichkeit zur Brennkammer deutlich eingeschränkt.

Ein vielversprechender Ansatz ist die numerische Betrachtung des Gesamtsystems mit den linearisierten Eulergleichungen. Für diesen Ansatz ist jedoch die Bestimmung der Temperaturverteilung für die Ermittlung des Druckfelds eine essentielle Voraussetzung. Mit der Kenntnis aller Randbedingungen ließe sich für die Wärmefreisetzungsverteilungen zumindest realistisch abschätzen, inwieweit die Rayleigh-Integrale mit den Stabilitätsgrenzen korrelieren.

Durch die Annahme eines linearen Verhaltens wurden nichtlinearer Effekte sowie die Kopplung zwischen verschiedenen Moden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Dies könnte jedoch ein Thema für zukünftige Arbeiten sein.

## Anhang A.

### Radiale und axiale Flammenprofile für die Variation von $T_{pre}$ , $\lambda$ und $\dot{m}_L$

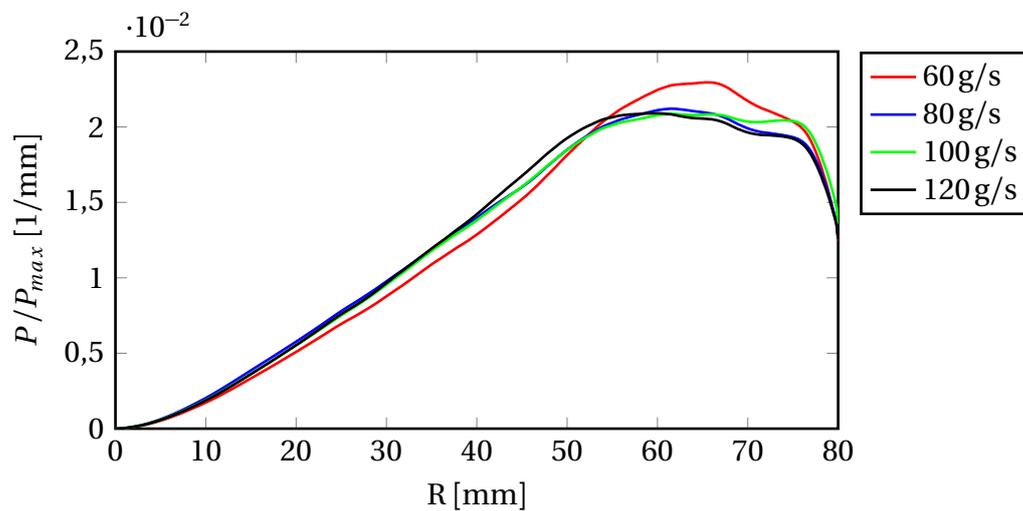
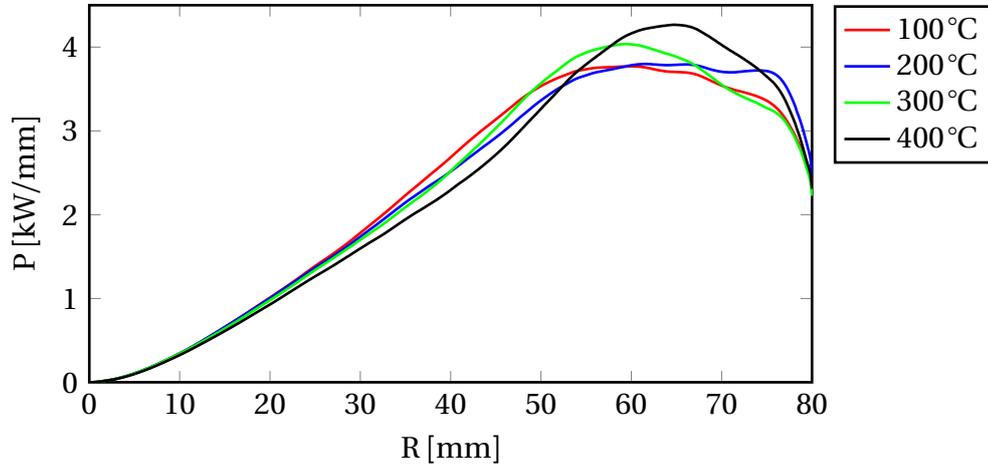
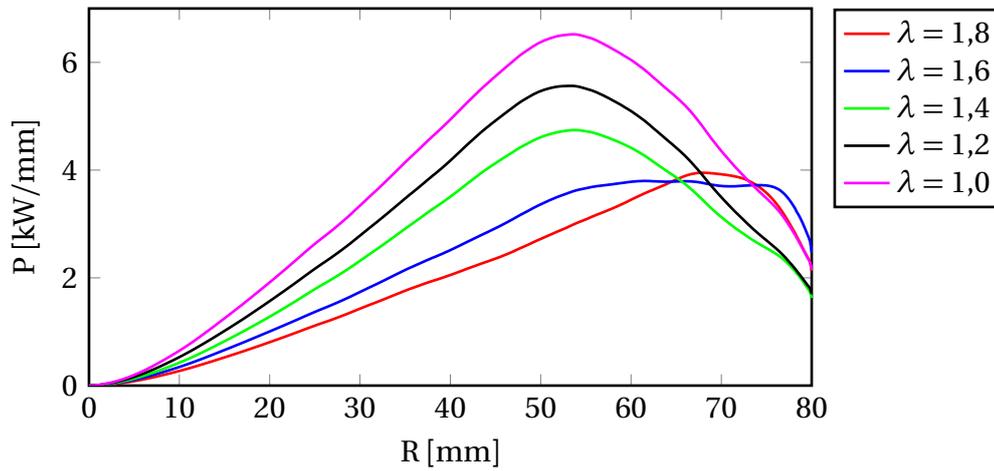


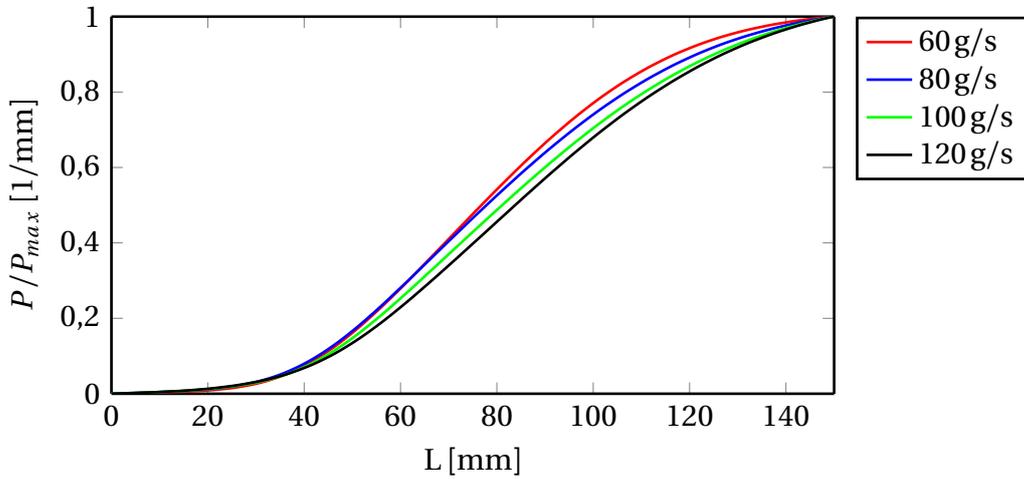
Abbildung A.1.: Radiale Flammenprofile für die Variation des Luftmassenstroms, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ )



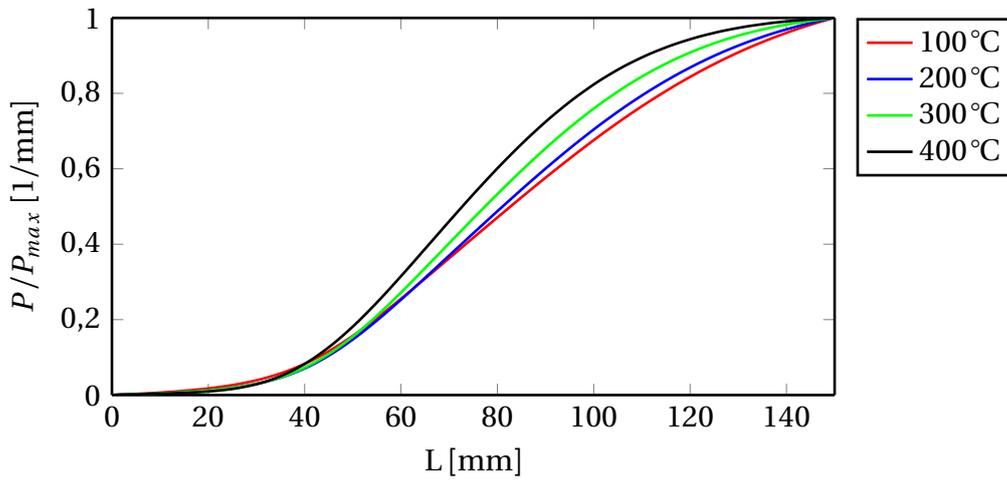
**Abbildung A.2.:** Radiale Flammenprofile für die Variation der Vorheiztemperatur, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)



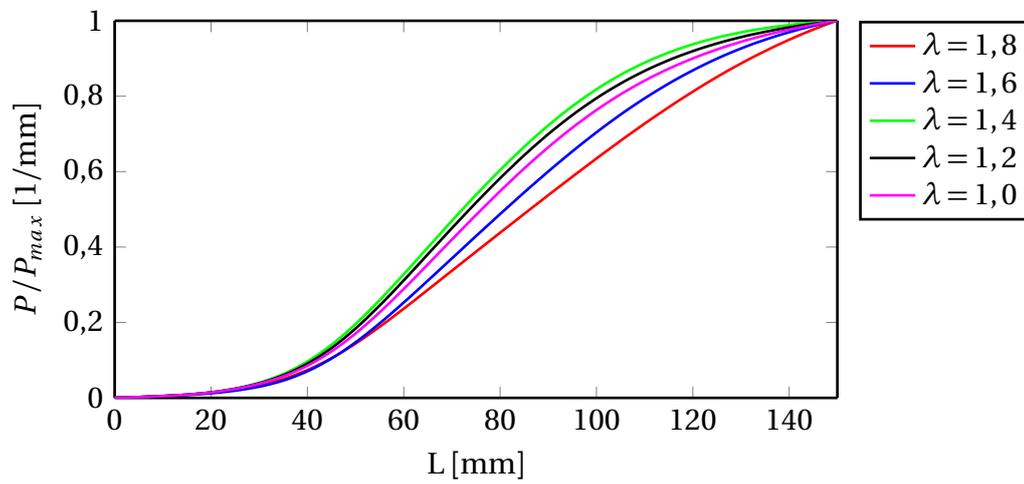
**Abbildung A.3.:** Radiale Flammenprofile für die Variation der Luftzahl, Konfiguration K1 ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200$  °C,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)



**Abbildung A.4.:** Axiale Flammenprofile für die Variation des Luftmassenstroms, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ )



**Abbildung A.5.:** Axiale Flammenprofile für die Variation der Vorheiztemperatur, Konfiguration K1 bei  $\lambda = 1,6$  ( $b = 14$  mm,  $\dot{m}_L = 100$  g/s)



**Abbildung A.6.:** Axiale Flammenprofile für die Variation der Luftzahl, Konfiguration K1  
( $b = 14 \text{ mm}$ ,  $T_{pre} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\dot{m}_L = 100 \text{ g/s}$ )

# Anhang B.

## Herleitung der Dämpfungsrate

Die folgende Herleitung basiert primär auf [20] sowie auf [48] und [42].

### B.1. Dämpfung aus Energie und Impuls

Die Dämpfungsrate wird aus den Linearisierten Eulergleichungen ohne Grundströmung hergeleitet. Dabei wird die Energiegleichung:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \kappa \bar{p} \nabla \cdot u' = (\kappa - 1) q' \quad (\text{B.1})$$

und die Impulsgleichung verwendet:

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \nabla p' = 0 \quad (\text{B.2})$$

Multiplikation der Energiegleichung mit  $\frac{p'}{\kappa \bar{p}}$

$$\frac{p'}{\kappa \bar{p}} \frac{\partial p'}{\partial t} + p' \nabla \cdot u' = \frac{(\kappa - 1)}{\bar{p} \kappa} p' q' \quad (\text{B.3})$$

und der Impulsgleichung mit  $u'$

$$\bar{\rho} u' \frac{\partial u'}{\partial t} + u' \nabla p' = 0 \quad (\text{B.4})$$

Addition (unter Zuhilfenahme der Kettenregel) von Gleichung B.3 und B.4

$$\frac{1}{2\kappa \bar{p}} \frac{\partial p'^2}{\partial t} + \nabla \cdot (p' u') + \frac{\bar{\rho}}{2} \frac{\partial u'^2}{\partial t} = \frac{(\kappa - 1)}{\bar{p} \kappa} p' q'$$

Umstellen der Gleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2\kappa \bar{p}} \cdot p'^2 + \frac{\bar{\rho}}{2} u'^2 \right) + \nabla \cdot (p' u') = \frac{(\kappa - 1)}{\bar{p} \kappa} p' q' \quad (\text{B.5})$$

## Herleitung der Dämpfungsrate

---

mit den Definitionen der akustische Energie:

$$E = \frac{1}{2\kappa\bar{p}} \cdot p'^2 + \frac{\bar{\rho}}{2} u'^2 \quad (\text{B.6})$$

des akustischen Flusses

$$I = p' u'$$

und des Quellterms:

$$Q = \frac{(\kappa-1)}{\bar{p}\kappa} p' q'$$

kann die Gleichung folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{\partial}{\partial t} E + \nabla \cdot I = Q \quad (\text{B.7})$$

Die Wachstumsrate, bzw. Dämpfungsrate ist definiert als die zeitliche Ableitung der volumenintegrierten Energie, gemittelt über eine Periode:

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{1}{\mathcal{E}} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$$

mit

$$\mathcal{E} = \int \langle E \rangle dV = \int_V \frac{1}{T} \int_0^T E dt dV \quad (\text{B.8})$$

mit Umstellen von Gleichung B.7 folgt:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{\int \langle Q \rangle dV}{\mathcal{E}} - \frac{\int \langle \nabla \cdot I \rangle dV}{\mathcal{E}} \right)$$

Vereinfachung des akustischen Flusses als Oberflächenintegral:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{\int \langle Q \rangle dV}{\mathcal{E}} - \frac{\oint_S \langle I \cdot n \rangle dS}{\mathcal{E}} \right)$$

Vernachlässigung des Quellterms (erster Bruch, treibende Effekte):

$$\alpha = -\frac{1}{2} \left( \frac{\oint_S \langle I \cdot n \rangle dS}{\mathcal{E}} \right)$$

In den nächsten beiden Abschnitten werden Zähler und Nenner der Gleichung ausformuliert.

## B.2. Volumenintegrierte Energie $\mathcal{E}$

Einsetzen von Gleichung B.6 in Gleichung B.8 :

$$\mathcal{E} = \int \langle E \rangle dV = \int_V \frac{1}{T} \int_0^T \left( \underbrace{\frac{1}{2\kappa\bar{p}} \cdot p'^2}_{a)} + \underbrace{\frac{\bar{\rho}}{2} u'^2}_{b)} \right) dt dV$$

a) Erster Summand des Integrals mit Annahme einer harmonischen Schwingung:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{1}{2\kappa\bar{p}} \right) \Re\{(\hat{p} \exp(i\omega t))\} dt \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{1}{2\kappa\bar{p}} \right) (\Re\{(\hat{p}_R + i\hat{p}_i) \cdot (\cos \omega t + i \sin \omega t)\})^2 dt \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{1}{T2\kappa\bar{p}} \int_0^T (\hat{p}_R \cos \omega t - \hat{p}_i \sin \omega t)^2 dt \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{1}{T2\kappa\bar{p}} \int_0^T (\hat{p}_R^2 \cos^2 \omega t - 2\hat{p}_R\hat{p}_i \cos \omega t \sin \omega t + \hat{p}_i^2 \sin^2 \omega t) dt \quad (\text{B.12})$$

Integrieren über die Zeit:

$$\frac{1}{T2\kappa\bar{p}} \frac{1}{2} [\hat{p}_R^2 T + \hat{p}_i^2 T] = \frac{|\hat{p}|^2}{4\kappa\bar{p}}$$

b) zweiter Summand des Integrals, analoge Ausführung:

$$\frac{\bar{\rho}}{2T} \int u'^2 dt = \frac{\bar{\rho}}{4} |\hat{u}|^2$$

Zusammenfügen von a) und b) und Volumenintegration:

$$\mathcal{E} = \int \langle E \rangle dV = \frac{1}{4} \int \left( \frac{|\hat{p}|^2}{\kappa\bar{p}} + \bar{\rho} |\hat{u}|^2 \right) dV$$

## B.3. Flächenintegral des akustischen Flusses

$$\oint_S \langle I \cdot n \rangle dS \Rightarrow \langle I \cdot n \rangle = \frac{1}{T} \int p' u' \cdot n dt$$

Mit der Annahme  $p', u' = \Re(\hat{p}, \hat{u} \exp(i\omega t))$ :

$$\langle I \cdot n \rangle = \frac{1}{T} \int \operatorname{Re}\{\hat{p} \exp(i\omega t)\} \operatorname{Re}\{\hat{u} \exp(i\omega t)\} \cdot n \, dt \quad (\text{B.13})$$

$$= \frac{1}{T} \int (\hat{p}_R \cos \omega t - \hat{p}_i \sin \omega t)(\hat{u}_R \cos \omega t - \hat{u}_i \sin \omega t) \cdot n \, dt \quad (\text{B.14})$$

$$= \frac{1}{T} \int (\hat{p}_R \hat{u}_R \cos^2 \omega t - \hat{p}_R \hat{u}_i \cos \omega t \sin \omega t - \hat{p}_i \hat{u}_R \cos \omega t \sin \omega t - \hat{p}_i \hat{u}_i \sin^2 \omega t) \cdot n \, dt \quad (\text{B.15})$$

Integrieren:

$$\langle I \cdot n \rangle = \frac{1}{T} \frac{1}{2} T (\hat{p}_R \hat{u}_R + \hat{p}_i \hat{u}_i) \cdot n \quad (\text{B.16})$$

Die Admittanz ist definiert als:

$$\hat{A} = \frac{n \cdot \hat{u}}{\hat{p}} \bar{\rho} \bar{c} \Rightarrow n \cdot \hat{u} = \frac{\hat{A} \hat{p}}{\bar{\rho} \bar{c}} \quad (\text{B.17})$$

Einsetzen und Ausformulieren dieses Produkts:

$$n \cdot \hat{u} = \frac{(\hat{A}_R + i\hat{A}_i)(\hat{p}_R + i\hat{p}_i)}{\bar{\rho} \bar{c}} \quad (\text{B.18})$$

$$= \frac{\hat{A}_R \hat{p}_R - \hat{A}_i \hat{p}_i + i\hat{A}_R \hat{p}_i + i\hat{A}_i \hat{p}_R}{\bar{\rho} \bar{c}} \quad (\text{B.19})$$

$$= \frac{(\hat{A}_R \hat{p}_R - \hat{A}_i \hat{p}_i) + i(\hat{A}_R \hat{p}_i - \hat{A}_i \hat{p}_R)}{\bar{\rho} \bar{c}} \quad (\text{B.20})$$

Daraus folgt:

$$\langle I \cdot n \rangle = \frac{1}{2\bar{\rho} \bar{c}} (\hat{p}_R \hat{A}_R \hat{p}_R - \hat{p}_R \hat{A}_i \hat{p}_i + \hat{p}_i \hat{A}_R \hat{p}_i + \hat{p}_i \hat{A}_i \hat{p}_R) \quad (\text{B.21})$$

$$= \frac{1}{2\bar{\rho} \bar{c}} (\hat{p}_R^2 + \hat{p}_i^2) \hat{A}_R = \frac{1}{2\bar{\rho} \bar{c}} |\hat{p}|^2 \Re\{\hat{A}\} \quad (\text{B.22})$$

Integrieren:

$$\int \langle I \cdot n \rangle \, dS = \frac{1}{2\bar{\rho}_s \bar{c}_s} \Re\{\hat{A}_s\} \oint |\hat{p}|^2 \, dS \quad (\text{B.23})$$

## B.4. Zusammenfassung

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{1}{\bar{E}} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{\bar{\rho}_s \bar{c}_s} \Re\{\hat{A}_s\} \oint |\hat{p}_s|^2 dS}{\frac{1}{4} \int \left( \frac{|\hat{p}|^2}{\kappa \bar{p}} + \bar{\rho} |\hat{u}|^2 \right) dV} \quad (\text{B.24})$$

und kompakt mit gekürzten Faktoren:

$$\alpha = \frac{\Re\{\hat{A}_s\}}{\bar{\rho}_s \bar{c}_s} \frac{\oint |\hat{p}_s|^2 dS}{\int \left( \frac{|\hat{p}|^2}{\kappa \bar{p}} + \bar{\rho} |\hat{u}|^2 \right) dV} \quad (\text{B.25})$$



# Literaturverzeichnis

- [1] N. A. Adams. Fluidmechanik 1 - Einführung in die Mechanik der Fluide, 2006.
- [2] S. Bade. *Messung und Modellierung der thermoakustischen Eigenschaften eines modularen Brennersystems für vorgemischte Drallflammen*. PhD thesis, TU München, 2014.
- [3] C. L. Barker. *Experiments Concerning the Occurrence and Mechanism of High-Frequency Combustion Instability*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1958.
- [4] P. L. Blackshear, W. D. Rayle, and L. K. Tower. Experimental Determination of Gas Motion Accompanying Screeching Combustion in a 6-inch Simulated Afterburner. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics, 1953.
- [5] S. Candel. Combustion Dynamics and Control: Progress and Challenges. *Proceedings of the Combustion Institute*, 29:1–28, 2002.
- [6] V. Dribinski, A. Ossadtchi, V. A. Mandelshtam, and H. Reisler. Reconstruction of Abel-Transformable Images: The Gaussian Basis-Set Expansion Abel Transform Method. *Review of Scientific Instruments*, 73(7):2634–2642, 2002. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1482156>. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/73/7/10.1063/1.1482156>.
- [7] S. Ducruix, T. Schuller, D. Durox, and S. Candel. Combustion Dynamics and Instabilities: Elementary Coupling and Driving Mechanisms. *Journal of Propulsion and Power*, 19:722–733, 2003.
- [8] D. Dynamics. Combustion Diagnostics: Advanced Optical Measurement Solutions, 2011.
- [9] A. Eckbreth. *Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species*. Combustion science and technology book series. Taylor & Francis, 1996. ISBN 9789056995324.
- [10] K. Ehrenfried. Skript zur Vorlesung Strömungsakustik II, 2003.
- [11] T. Fiala. *Bestimmung der Dämpfung akustischer Weller in einer Raketenbrennkammer*. Master's thesis, TU München, 2010.
- [12] T. Fiala. *Radiation from High Pressure Hydrogen-Oxygen Flames and its Use in*

- Assessing Rocket Combustion Instability*. PhD thesis, Technische Universität München, 2015.
- [13] F. Grimm. *Investigation and Modelling of Thermo Acoustic High-Frequency Instability in a Tubular Premixed Combustion System*. Master's thesis, TU München, 2011.
- [14] S. Groening. *Berechnung eines Response Faktors in einer Raketenbrennkammer durch Bestimmung des dynamischen Druckfelds und einem anschließenden Vergleich mit Flammenemissionmessungen*. Master's thesis, RWTH Aachen, 2010.
- [15] D. Harrje and F. H. Reardon. *Liquid Propellant Rocket Combustion Instabilities*. Technical report, NASA, 1972.
- [16] M. Hertweck, F. Berger, T. Hummel, and T. Sattelmayer. *Impact of the Heat Release Distribution on Transverse Thermoacoustic Driving in Premixed Swirl Flames*. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, submitted, 2016.
- [17] C. Hirsch, D. Fanaca, P. Reddy, W. Polifke, and T. Sattelmayer. *Influence of the Swirler Design on the Flame Transfer Function of Premixed Flames*. *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2:151–160, 2005.
- [18] Y. Huang and V. Yang. *Dynamics and Stability of Lean-Premixed Swirl-Stabilized Combustion*. *Progress in Energy and Combustion Science*, 35: 293–364, 2009.
- [19] Y. Huang, H.-G. Sung, S.-Y. Hsieh, and V. Yang. *Large-Eddy Simulation of Combustion Dynamics of Lean-Premixed Swirl-Stabilized Combustor*. *Journal of Propulsion and Power*, 19:782–794, 2003.
- [20] T. Hummel. *Interne Mitteilung*, 2015.
- [21] W. E. Kaskan and A. E. Noreen. *High-Frequency Oscillations of a Flame Held by a Bluff Body*. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 77:885–895, 1955.
- [22] R. Kathan. *Verlustmechanismen in Raketenbrennkammern*. PhD thesis, TU München, 2013.
- [23] J. O. Keller, L. Vaneveld, D. Korschelt, G. L. Hubbard, A. F. Ghoniem, J. Daily, and A. K. Oppenheim. *Mechanism of Instabilities in Turbulent Combustion Leading to Flashback*. *AIAA Journal*, 20:254–262, 1981.
- [24] B. Knapp, M. Oswald, and S. Anders. *Untersuchung der tangentialen Moden von hochfrequenten Verbrennungsinstabilitäten in Raketenbrennkammern*. In *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, Band I + II*, 2005.

- 
- [25] K. Kohse-Höinghaus. *Applied Combustion Diagnostics*. Applied Combustion Diagnostics. Taylor & Francis, 2002. ISBN 9781560329138. URL <http://books.google.de/books?id=KXPqhIrdSNAC>.
- [26] M. Lauer. *Determination of the Heat Release Distribution in Turbulent Flames by Chemiluminescence Imaging*. PhD thesis, TU München, 2011.
- [27] M. Lauer and T. Sattelmayer. On the Adequacy of Chemiluminescence as a Measure for Heat Release in Turbulent Flames With Mixture Gradients. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 132(6):061502–061502, 03 2010. URL <http://dx.doi.org/10.1115/1.4000126>.
- [28] C. Lechner and J. Seume, editors. *Stationäre Gasturbinen*. Springer, 2010.
- [29] A. Lefebvre and D. R. Ballal. *Gas Turbine Combustion: Alternative Fuels and Emissions*. CRC Press, 2010.
- [30] T. Lieuwen. *Unsteady Combustor Physics*. Cambridge University Press, 2012.
- [31] P. Maier. Untersuchung isothermer drallbehafteter Freistrahlen. *Forschung im Ingenieurwesen*, 34:133–164, 1968.
- [32] K. I. Matveev and F. E. C. Culick. A Model for Combustion Instability Involving Vortex Shedding. *Combustion Science and Technology*, 175:1059–1083, 2003.
- [33] C. Mayer. *Konzept zur vorgemischten Verbrennung wasserstoffhaltiger Brennstoffe in Gasturbinen*. PhD thesis, TU München, 2012.
- [34] C. Morris and M. Pehnt. Energy Transition - The German Energiewende, 2014.
- [35] J. O'Connor, V. Acharya, and T. Lieuwen. Transverse Combustion Instabilities: Acoustic, Fluid Mechanic, and Flame Processes. *Progress in Energy and Combustion Science*, 49:1–39, 2015.
- [36] *Model 064B06: Water-cooled Adaptor - Installation and Operating Manual*. PCB Piezotronics Inc., 2007.
- [37] *Model 106B ICP Pressure Sensor Installation and Operating Manual*. PCB Piezotronics Inc., 2008.
- [38] J. Pieringer. *Simulation Selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Raketenschubkammern im Zeitbereich*. PhD thesis, TU München, 2008.
- [39] L. Rade, B. Westergren, and P. Vachenauer. *Springers Mathematische Formeln*. Springer, 2000.
- [40] L. Rayleigh. The Explanation of Certain Acoustical Phenomena. *Nature*, 18 (455):319–321, 1878.
- [41] F. Richecoeur. *Expérimentations et Simulations Numériques des Interactions Entre Modes Acoustiques Transverses et Flammes Cryotechnique*. PhD thesis, Laboratoire d'Énergétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion

- (EM2C) du CNRS et de l'ECP, 2006.
- [42] S. W. Rienstra and A. Hirschberg. *An Introduction to Acoustics*, 2004.
- [43] J. Sangl. *Erhöhung der Brennstoffflexibilität von Vormischbrennern durch Beeinflussung der Wirbeldynamik*. PhD thesis, TU München, 2011.
- [44] J. Sangl, C. Mayer, and T. Sattelmayer. Dynamic Adaptation of Aerodynamic Flame Stabilization of a Premixed Swirl Burner to Fuel Reactivity Using Fuel Momentum. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, 2:279–290, 2010.
- [45] J. Sangl, C. Mayer, and T. Sattelmayer. Dynamic Adaptation of Aerodynamic Flame Stabilization of a Premix Swirl Burner to Fuel Reactivity Using Fuel Momentum. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 133, 2011.
- [46] T. Sattelmayer. *Technische Thermodynamik: Verbrennung, Gas-Dampf-Gemische, Gasdynamik*, 2008.
- [47] T. Sattelmayer, M. Schmid, and M. Schulze. Interaction of Combustion with Transverse Velocity Fluctuations in Liquid Rocket Engines. *Journal of Propulsion and Power*, 31(4):1137–1147, 2015/09/16 2015. doi: 10.2514/1.B35529. URL <http://dx.doi.org/10.2514/1.B35529>.
- [48] B. Schuermans. *Modeling and Control of Thermoacoustic Instabilities*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2003.
- [49] M. Schulze and T. Sattelmayer. Time and Frequency Domain Descriptions of Thermoacoustic in Rocket Engines with Focus on Dome Coupling - A Comparison. Technical report, Sonderforschungsbereich/Transregio, 2014.
- [50] M. Schulze, J. Gikadi, and T. Sattelmayer. Acoustic Admittance Prediction of Two Nozzle Designs of Different Length Using Frequency Domain Simulations. In *5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences. EUCASS*, 2013.
- [51] J. Schwing. *Über die Interaktion von transversalen akustischen Moden, Strömung und drallstabilisierter Flamme in zylindrischen Flammrohren*. PhD thesis, TU München, 2013.
- [52] S. Turns. *An Introduction to Combustion - Concepts and Applications*. McGraw-Hill, 2000.
- [53] M. Zellhuber. *High Frequency Response of Auto-Ignition and Heat Release to Acoustic Perturbations*. PhD thesis, TU München, 2013.
- [54] M. Zellhuber, J. Schwing, B. Schuermans, T. Sattelmayer, and W. Polifke. Experimental and Numerical Investigation of Thermoacoustic Sources Related to High-Frequency Instabilities. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 6(1), 2014.