

Lehrstuhl für Thermodynamik
Technische Universität München

Wärme- und Stofftransport in gekrümmten Kanälen beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion

Annett Hartmann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technischen Universität München
zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTOR – INGENIEURS
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. D. Hein
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. F. Mayinger,
emeritiert
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. R. Schilling

Die Dissertation wurde am 30. April 2002
bei der Technischen Universität München eingereicht und durch
die Fakultät für Maschinenwesen am 17. Juli 2002 angenommen.

Vorwort

Diese Arbeit entstand am Lehrstuhl A für Thermodynamik der Technischen Universität München.

Meinem sehr verehrten Lehrer, Herrn Professor em. Dr.–Ing. Dr.–Ing. E.h. F. Mayinger gilt mein ganz besonderer Dank für sein reges Interesse am Fortgang meiner Arbeit und für die intensiven sowie richtungsweisenden Gespräche, die mir eine wertvolle Hilfe waren, wie auch für die Freiheit bei der wissenschaftlichen Arbeit und das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Herrn Professor Dr.–Ing. Dr.–Ing. habil Schilling danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates und Herrn Professor Dr.–Ing. Hein für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung.

Mein Dank geht auch an meine Kolleginnen und Kollegen, zum einen für die fachliche Unterstützung, zum anderen aber auch für die freundschaftliche Atmosphäre am Lehrstuhl. Weiterhin danke ich den zahlreichen Studenten und wissenschaftlichen Hilfskräften für ihren Einsatz und insbesondere Bernd Faber für die tatkräftige Unterstützung.

Diese Arbeit entstand im Rahmen eines durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsvorhabens „Mischkonvektion bei simultanem Wärme- und Stofftransport“ Ma 501/36-1/2/3. Für die Finanzierung und die administrative Begleitung durch die Forschungsbetreuung der DFG sei herzlich gedankt.

München, im April 2002

Annett Hartmann

Kurzfassung

Wärme- und Stofftransport in gekrümmten Kanälen beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion

Das thermofluidynamische Verhalten im Übergangsbereich von freier zu erzwungener, laminarer Konvektion wurde in vertikalen, beheizten, gekrümmten, rechteckigen Kanälen untersucht. Zur Anwendung kamen die Laser-Doppler-Anemometrie, die holographische Interferometrie und die Laser-induzierte Fluoreszenz. Der Einfluss des thermischen Auftriebs wurde als Funktion der Grashof-Zahl und der Re-Zahl in zwei Kanälen unterschiedlicher Krümmungsradien analysiert. Bei den Untersuchungen der Mischkonvektion bei kombinierten Wärme- und Stofftransport wurde Naphthalin als Versuchsmedium verwendet. Es konnten quantitativ und qualitativ sehr gute Aufschlüsse über die Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsfelder erzielt werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Aufgabenstellung	1
2	Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens	4
2.1	Grundlagen konvektiver Wärme- und Stoffübertragung	4
2.2	Neue Untersuchungen zu Mischkonvektionsströmungen	13
2.2.1	Wärmeübergang bei vertikalen Kanalströmungen mit Auftrieb	13
2.2.2	Wärmeübergang in vertikalen Krümmern . . .	19
2.2.2.1	Krümmenströmung ohne Wärmetransport	19
2.2.2.2	Wärmeübergang ohne Auftrieb in gekrümmten Kanälen	21
2.2.2.3	Wärmeübergang in gekrümmten Kanälen bei Mischkonvektion	24
2.2.3	Simultaner Wärme- und Stofftransport in geraden und gekrümmten Kanälen bei Mischkonvektion	26
3	Beschreibung der Versuchsanlage	29
3.1	Aufbau der Versuchsanlage	29
3.2	Aufbau des Versuchskanals	30
3.3	Instrumentierung der Anlage	34
3.4	Parameter zur Versuchsdurchführung	36
4	Optische Messmethoden	38
4.1	Holographische Durchlichtinterferometrie	39
4.1.1	Die Grundlagen der holographischen Interferometrie	39
4.1.2	Versuchsaufbau für die holographische Interferometrie	43
4.1.3	Auswertung der Interferogramme	45
4.1.4	Computergestützte Auswertung	51
4.2	Laser-Doppler-Anemometrie	52
4.2.1	Einführung	52

4.2.2	Grundlagen zur Laser-Doppler-Anemometrie	53
4.2.3	Versuchsanordnung	55
4.2.3.1	Teilchenzugabe	56
4.3	Laser-induzierte Fluoreszenz	58
4.3.1	Grundlagen zur Laser-induzierten Fluoreszenz	59
4.3.2	Das photophysikalische Verhalten von Naphthalin	61
4.3.3	Versuchsaufbau und -durchführung zur Laser-induzierten Fluoreszenz-Messung	62
4.4	Die Kombination von HI und PLI(P)F	65
5	Numerische Untersuchung der Kanalströmung	68
5.1	Einführung	68
5.2	Die Erhaltungssätze	69
5.3	Modellierung des Auftriebs	72
5.4	Turbulenzmodellierung	76
5.4.1	Mathematische Beschreibung turbulenter Strömungen	77
5.4.2	Die zeitlich gemittelten Grundgleichungen	77
5.4.3	Modellierung der turbulenten Austauschvorgänge	79
5.5	Spezielle Turbulenzmodelle	81
5.5.1	k, ε -Modell	82
5.5.2	Modifizierte k, ε -Modelle	83
5.5.3	Turbulente Wandbehandlung	83
6	Darstellung der Versuchsergebnisse	85
6.1	Reiner Wärmeübergang bei Mischkonvektion	85
6.1.1	Kanal mit großem Krümmungsradius	86
6.1.1.1	Geschwindigkeitsverteilungen	86
6.1.1.2	Temperaturfelder	91
6.1.1.3	Wärmeübergang	99
6.1.2	Kanal mit kleinem Krümmungsradius	107
6.1.2.1	Geschwindigkeitsverteilungen	107

6.1.2.2	Vergleich mit numerischen Ergebnissen	115
6.1.2.3	Temperaturverteilungen	118
6.1.2.4	Wärmeübergang	127
6.1.3	Einfluss des Krümmungsradius	129
6.1.3.1	Geschwindigkeitsverteilung	129
6.1.3.2	Temperaturverteilung und Wärme- übergang	130
6.2	Simultaner Wärme- und Stofftransport	135
7	Zusammenfassung	140
	Literatur	143
A	Anhang	151
A.1	Fehlerbetrachtung	151
A.1.1	Abweichungen von der idealen holographischen Interferometrie	151
A.2	Rechenregeln für die Mittelungsprozedur	153

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

Zeichen *Bedeutung*

A	Querschnittsfläche
A_{21}	Einsteinkoeffizient für Fluoreszenz
a	Temperaturleitfähigkeit
B	Breite des Versuchskanal
B_{12}	Einsteinkoeffizient der Absorption
C_k	Massenkonzentration der Komponente k
C_{N0}	Sättigungskonzentration des Naphthalins $C_{N0} = \frac{p_N^0}{RT}$
c	Lichtgeschwindigkeit
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$const.$	konstant
c_p	spezifische Wärmekapazität
D_{AB}	Diffusionskoeffizient des Stoffgemisches AB
De	Dean-Zahl $De = Re\sqrt{0,5D_H/R}$
D_H	hydraulischer Durchmesser $D_H = 4A/U$
f	Frequenz
f_i	Volumenkraft in i -Richtung
g	Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Gr	Grashof-Zahl
Gz	Graetz-Zahl
H	Höhe des Versuchskanals
h	spezifische Enthalpie
I_v	spektrale Energiedichte
k	kinetische Turbulenzenergie
L	charakteristisches Längenmaß
Le	Lewis-Zahl
l	beheizte Durchstrahlänge
l_A	Auslauflänge
l_E	Einlauflänge

Zeichen *Bedeutung*

M	molare Masse
N	Molekularrefraktion
N_{ges}	Molekülanzahl
n	Brechzahl
\dot{n}	Stoffstromdichte
Nu	Nußelt-Zahl
P_2	Prädissoziationsrate
Pr	Prandtl-Zahl
p	Druck
p_N^0	Dampfdruck des Naphthalins
Q_{21}	Stoßrate
\dot{q}	Wärmestromdichte
R	mittlerer Krümmungsradius des Versuchskanals
Re	Reynolds-Zahl $Re = \frac{UL}{\nu}$
R_i	Gaskonstante des Stoffes i
\hat{R}	universelle Gaskonstante 8,315 [J/(Kmol)]
\bar{r}	spezifisches Brechvermögen
S	Interferenzordnung
S_0	energetischer Grundzustand eines Moleküls
S_1	energetisch angeregter Zustand eines Moleküls
S_F	Fluoreszenzlichtintensität
S_Φ	Quellterm der Transportgleichung für Φ
Sc	Schmidt-Zahl
Sh	Sherwood-Zahl
T	Temperatur
t	Zeit
U	Umfang
u	Geschwindigkeit
\dot{V}	Volumenstrom
v	Schwingungsquantenzahl
x	karthesische Koordinate

Zeichen Bedeutung

y	karthesische Koordinate
z	karthesische Koordinate

Griechische Buchstaben

Zeichen Bedeutung

α	Wärmeübergangskoeffizient
β	thermische Ausdehnungskoeffizient
β_{AB}	Stoffübergangskoeffizient
δ	Grenzschichtdicke
δ_{ij}	Kronecker-Symbol mit $\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{falls } i \neq j \\ 1 & \text{falls } i = j \end{cases}$
Δ	Differenz
ϵ	Orbitalenergie
ε	Dissipationsenergie
γ	Stoffausdehnungskoeffizient
Γ	Proportionalitätsfaktor
λ_i	Wärmeleitfähigkeit des Mediums i
λ	Wellenlänge
μ	dynamische Viskosität mit $\mu = \nu \cdot \varrho$
ν	kinematische Viskosität
$\tilde{\nu}$	Wellenzahl
ϱ	Dichte
τ_{ij}	viskoser Spannungstensor
ξ	Überlagerungshalbwinkel

Indices

<i>Zeichen</i>	<i>Bedeutung</i>
<i>beh</i>	beheizt
<i>bez</i>	Bezugsgröße
<i>C</i>	konzentrationsbedingt
<i>ein</i>	auf den Eintritt in den Untersuchungsbereich bezogen
<i>erzw</i>	erzwungen
<i>Eintritt</i>	bezogen auf den Kanaleintritt
<i>G</i>	gerade
<i>Gemisch</i>	auf das Gemisch bezogen
<i>ges</i>	gesamt
<i>H</i>	hydraulisch
<i>h</i>	bezogen auf die Enthalpie
<i>hyd</i>	hydrodynamisch
<i>i</i>	bezogen auf Medium i
<i>i, j, k</i>	in Raumrichtung x,y,z
<i>geeicht</i>	Eichzustand (1 bar, 20°C)
<i>Kr</i>	bezogen auf Krümmer
<i>L</i>	Luft
<i>log</i>	logarithmisch
<i>M</i>	Messzustand
<i>MK</i>	Mischkonvektion
<i>m</i>	Mittelwert
<i>N</i>	bezogen auf Naphthalin
<i>Norm</i>	physikalische Normbedingungen ($T_{Norm} = 0^{\circ}C, p_{Norm} = 101,325kPa$)
<i>norm</i>	normiert
<i>real</i>	tatsächlich vorhanden
<i>Setup</i>	bezogen auf die Versuchsanordnung
<i>Skala</i>	Skalenwert
<i>SDM</i>	am Schwebekörperdurchflussmesser
<i>t</i>	turbulent

Zeichen Bedeutung

T	thermisch
V	Vergleichszustand
W	Wand
x	örtlich
Φ	bezogen auf die Transportgröße Φ
0	Referenzwert
∞	Referenzzustand

Hochindices

Zeichen Bedeutung

$'$	turbulenter Schwankungsanteil
$\bar{\Phi}$	zeitl. gemittelter Wert der Variablen Φ
$\tilde{\Phi}$	momentaner Wert der turbulent schwankenden Variable Φ
m	Exponent der Nußelt-Korrelation
n	Exponent der Nußelt-Korrelation

1 Einleitung und Aufgabenstellung

Konvektive Wärme- und Stoffübergänge sind Bestandteile zahlreicher industrieller Anwendungen und gehören zu den Grundprozessen der stoffwandelnden Industrie, der Heizungs- und Klimatechnik wie auch anderer Industriezweige. Beispiele für technische Anwendungen sind chemische Reaktionen in Reaktoren, Kühlung elektronischer Ausrüstungen, Verdampfungskühlung bei der Abwärbeseitigung, Kühlung von Hochtemperatur-Oberflächen durch Beschichtung mit phasenändernden Materialien, Flüssigfilmverdampfung, Turbinenschaufelkühlung, Destillation flüchtiger Komponenten aus nicht flüchtigen Gemischen. Aber auch bei natürlichen Prozessen, wie der beidseitigen Diffusionskonvektion in Ozean-Strömungen und der simultanen Diffusion der Körperwärme und Transpiration zur Regulierung der Körpertemperatur an heißen Sommertagen, spielt der Wärme- und Stofftransport eine Rolle.

Sind die Strömungsgeschwindigkeiten bei den Wärme- und Stofftransportprozessen sehr klein, kommt es zu einer Überlagerung von erzwungener Konvektion und freier Konvektion. Im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion sind die thermo- und fluiddynamischen Phänomene, insbesondere das Grenzschichtverhalten und hier insbesondere in gekrümmten Kanälen, wenig untersucht. Die Kenntnis der ablaufenden Transportprozesse trägt bei industriellen Anwendungen aber wesentlich zur Qualität und Quantität des Produktionsergebnisses bei. Daher ist es wichtig, die jeweilig ablaufenden Prozesse zu kennen und richtig einzuordnen. Erst wenn diese Voraussetzung erfüllt ist, besteht die Möglichkeit, Anlagen mit Hilfe entsprechender Gebrauchsformeln optimiert zu planen.

Ziel dieser Arbeit ist es, das thermo- und fluiddynamische Verhalten von Luftströmungen im Übergangsbereich von Natur- zu Zwangskonvektion in vertikalen, gekrümmten Kanälen mit Wärme- und Stoffübergang aufzuklären. Die gewonnenen Erkenntnisse fließen in Gebrauchsformeln ein, um Wärme- und Stoffübergänge in ähnlichen Kanalgeometrien abschätzen zu können.

Im Rahmen dieser Arbeit wird anhand von Messungen in einem breiten Parameterfeld (Krümmungsradius, Massenstrom, Wandtemperatur) aufgezeigt, welche thermo- und fluiddynamischen Vorgänge den Wärme- und Stoffübergang massgebend beeinflussen und wie sich Änderungen der Parameter auf die Ausbildung der Grenzschicht auswirken. Hierzu werden Geschwindigkeitsfelder mit der Laser-Doppler-Anemometrie, Temperaturfelder mit der holographischen Interferometrie und Konzentrationsfelder mit der Methode der Laser-induzierten Fluoreszenz ermittelt. Beim simultanen Wärme- und Stoffübergang kommt eine Kombination aus holographischer Interferometrie und Laser-induzierter Fluoreszenz zum Einsatz, die eine Separation von Temperatur- und Konzentrationsfeld aus den holographischen Interferogrammen ermöglicht.

Zunächst werden Geschwindigkeits- und Temperaturfelder bei reinem Wärmeübergang im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion gemessen, welche die Ausgangsbasis für weitere Untersuchungen zu den komplizierten Transportvorgängen beim simultanen Wärme- und Stofftransport bilden. Entscheidend bei der Überlagerung von freier und erzwungener Konvektion sind die Wirkungsrichtungen der Impuls- und Auftriebskräfte zueinander und in Bezug auf die Schwerkraft. Die freie Konvektion kann sowohl in Richtung der Schwerkraft als auch entgegengesetzt dazu wirken.

Zur Untersuchung der Auswirkungen von gleichzeitig auftretenden dichtevergrößernden und dichteverkleinernden Effekten wurde zusätzlich zur Wärmezufuhr Naphthalin als Versuchsmedium gewählt. Naphthalin ist schwerer als Luft, so dass in Temperaturbereichen $T \geq 35^\circ\text{C}$ die Gemischdichte größer als die der reinen Luft ist. Während die Diffusion des sublimierten Naphthalins von der Wand weg eine Zunahme der Dichte und damit eine Abtriebsströmung verursacht, bewirkt die Beheizung der Luftströmung eine Dichteabnahme und damit eine Auftriebsströmung. Somit wird möglich, die Wirkung gegenläufiger Dichteveränderungen und der daraus resultierenden Auftriebseffekte bei überlagerter Zwangskonvektion auf das Grenzschichtverhalten zu analysieren.

Die experimentellen Ergebnisse bilden schließlich die Grundlage für die numerischen Berechnungen. Der Einfluss der temperaturabhängigen Dichte auf das numerische Ergebnis wird untersucht und die im Experiment auftretenden Instabilitäten werden, mit Hilfe unterschiedlicher Modelle, nachgebildet. Dabei zeigt der Vergleich Experiment - Numerik deutlich die Grenzen der numerischen Simulation mittels CFX4.3.

2 Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens

2.1 Grundlagen konvektiver Wärme- und Stoffübertragung

Konvektion bezeichnet den Transport einer bilanzierbaren Größe, wie z.B. Enthalpie und Masse, durch bewegte Teilchen. Unter konvektivem Wärmeübergang versteht man den Energietransport durch Fortführung von Wärme mittels einer Strömung. Wärmekonvektion ergibt sich aus der Überlagerung von Wärmeleitung (Diffusion) und Enthalpietransport durch das strömende Fluid. Analog dazu werden beim konvektiven Stoffübergang Konzentrationsunterschiede durch Diffusion ausgeglichen. Dadurch bewegen sich Fluidelemente einer Komponente aus Bereichen höherer Konzentration in Bereiche niedrigerer Konzentration und werden dort von der Strömung abtransportiert.

Die Konvektion wird hinsichtlich ihrer Entstehungsursache unterteilt in

- **erzwungene Konvektion**

Sie ist eine durch von außen aufgeprägte Druckdifferenz (z. B. Pumpen, Verdichter) herbeigeführte Bewegung von Fluidteilchen.

- **freie oder natürliche Konvektion**

Darunter versteht man eine durch Auftriebskräfte induzierte Bewegung des Fluids. Die Auftriebskräfte entstehen durch Dichteunterschiede, die wiederum durch Temperatur- oder Konzentrationsunterschiede hervorgerufen werden.

- **von frei zu erzwungen übergehende Konvektion**

Diese Art wird als Mischkonvektion bezeichnet. Sowohl durch Pumpen aufgeprägte Druckunterschiede als auch Auftriebskräfte tragen zur Bewegung der Fluidteilchen bei.

Abbildung 1 verdeutlicht die Bereiche, in denen die unterschiedlichen

Konvektionsarten von Bedeutung sind. Mischkonvektion tritt auf,

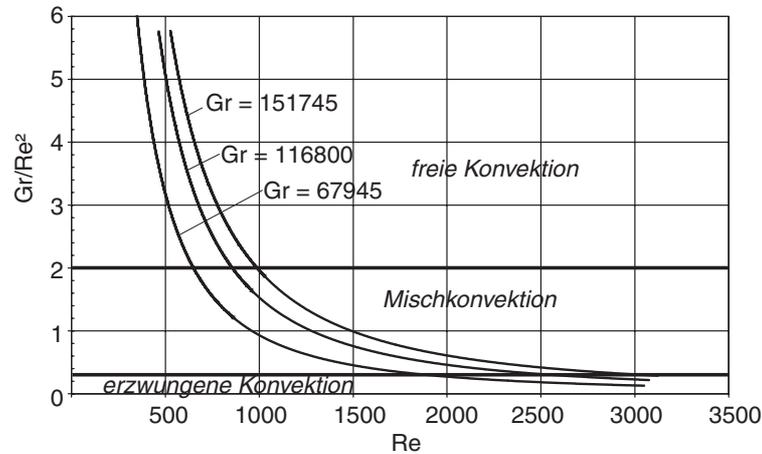


Abbildung 1: In der Versuchsanlage realisierbare Strömungszustände.

wenn Auftriebskräfte und Trägheitskräfte etwa gleich groß sind, d.h. bei einem Verhältnis $Gr/Re^2 \approx 1$. Ist das Verhältnis sehr viel kleiner als 1, überwiegen die Impulskräfte und die natürliche Konvektion kann vernachlässigt werden, während für $Gr/Re^2 \gg 1$ eine durch natürliche Konvektion geprägte Strömung vorliegt.

Zur Beschreibung von konvektiven Wärme- und Stoffübertragungsprozessen stehen bekanntlich an Differenzialgleichungen zu Verfügung:

a) **Der globale Massenerhaltungssatz**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

b) **Der Impulserhaltungssatz bzw. die Navier-Stokes'schen Bewegungsgleichungen**

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (2)$$

mit dem viskosen Spannungstensor τ_{ij} für Newton'sches Fluid

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (3)$$

c) **Der Energieerhaltungssatz**

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i h)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) + S_h \quad (4)$$

d) **Die partielle Kontinuitätsgleichung als Erhaltungssatz für den Massenanteil c einer beliebigen Gemischkomponente**

$$\frac{\partial(\rho C_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i C_k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{AB} \frac{\partial(\rho C_k)}{\partial x_i} \right) + S_C \quad (5)$$

Die vollständige Lösung dieser partiellen Differenzialgleichungen muss das Vektorfeld der Geschwindigkeiten, das Temperaturfeld und das Konzentrationsfeld für die gegebenen Randbedingungen liefern. Die Differenzialgleichungen sind nicht linear. Beim Auftrieb wird die Lösung dadurch erschwert, dass die *Navier – Stokes*'schen Gleichungen und sowohl die Energiegleichung als auch die partielle Kontinuitätsgleichung für den Massenanteil C_k miteinander gekoppelt sind, da in den drei Gleichungen sowohl die Geschwindigkeiten als auch die Temperatur bzw. die Konzentration enthalten sind. Je nach Konvektionsart überwiegt das eine oder andere Glied dieser Differenzialgleichungen. Die Auswirkungen des verschobenen Kräfteverhältnisses zwischen Impulskraft infolge a) des von außen aufgeprägten Druckgradienten im Kanal bzw. b) infolge des Auftriebs durch Dichteunterschiede auf die Fluidströmung sind in den Abb. 2 und 3 verdeutlicht.

Bei der erzwungenen Konvektion überwiegen die Impulskräfte durch den von außen aufgeprägten Druckunterschied. Der erste Term der rechten Seite $\frac{\partial p}{\partial x_j}$ der *Navier – Stokes*'schen Bewegungsgleichungen dominiert. Der Quellterm $\rho \cdot f_i$, der die Summe der von außen auf das System wirkenden Kräfte beinhaltet, die in diesem Fall die Auftriebskräfte sind, ist Null. Die sich ausbildende Geschwindigkeitsverteilung ist der Abb. 2 a zu entnehmen.

Im Falle der freien Konvektion ist der erste Term der rechten Seite

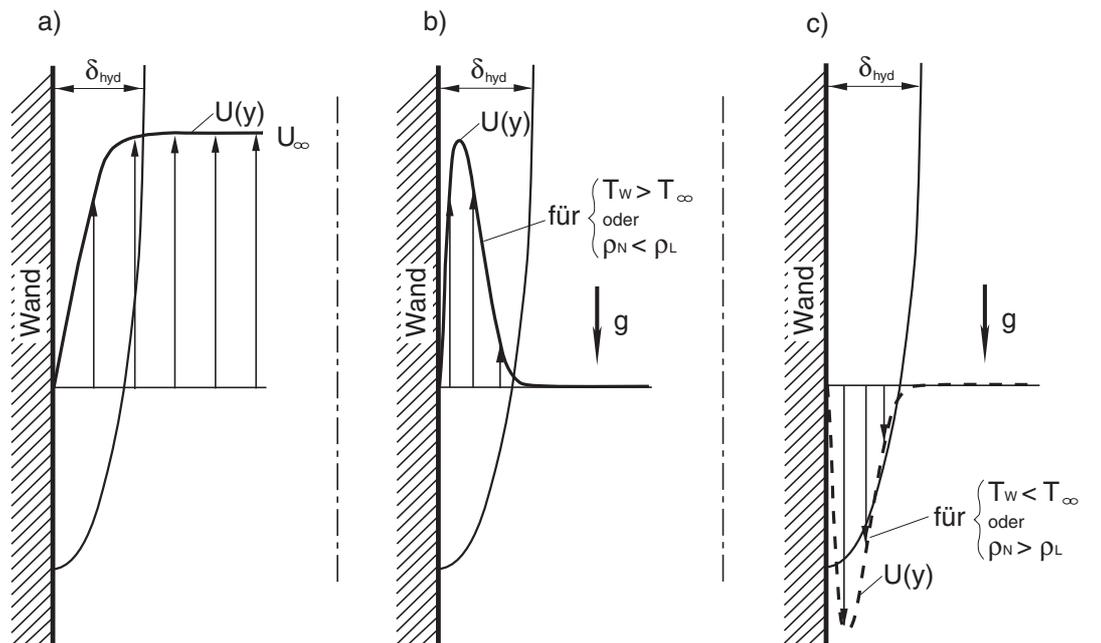


Abbildung 2: Geschwindigkeitsprofile der a) erzwungenen, b) Auftriebs-, c) Abtriebs- Konvektion im Halbkanal.

$\frac{\partial p}{\partial x_j}$ der Navier – Stokes'schen Bewegungsgleichungen gleich Null, d.h. die von außen aufgeprägte Strömung fehlt. Der Quellterm, der sich aus der Kraft in der jeweiligen Richtung und der Dichte zusammensetzt, entspricht dem Auftrieb $[-(\varrho - \varrho_0) \cdot g]$ und bestimmt das sich ausbildende Geschwindigkeitsfeld. Es gibt zwei unterschiedliche Möglichkeiten, die auftreten können:

1. $(\varrho - \varrho_0) < 0 \longrightarrow$ **Auftrieb**

Die lokale Dichte ϱ ist kleiner als die Dichte ϱ_0 des als bewegungslos vorausgesetzten Fluids. Der Quellterm wird positiv. Dadurch muss die linke Seite der Navier – Stokes'schen Bewegungsgleichungen auch positiv sein. Abbildung 2 b zeigt schematisch die dazugehörige Geschwindigkeitsverteilung.

2. $(\varrho - \varrho_0) > 0 \longrightarrow$ **Abtrieb**

Der Quellterm ist negativ. Das sich ausbildende Geschwindigkeitsfeld, schematisch dargestellt in Abb. 2 c, muss negativ sein.

Die Impuls- und die Energiegleichung sind bei der freien Konvektion

durch den Auftriebsterm stark gekoppelt. Bei der Berücksichtigung der freien Konvektion sind

- **für reinen Wärmeübergang**
Impuls- und Energiegleichung
- **für reinen Stoffübergang**
Impulsgleichung und partielle Kontinuitätsgleichung für den Massenanteil C_k
- **für kombinierten Wärme- und Stoffübergang**
Impuls- und sowohl Energiegleichung als auch die partielle Kontinuitätsgleichung für den Massenanteil C_k

durch den Auftriebsterm (Quellterm) stark gekoppelt.

Sind erzwungene und freie Konvektion überlagert, leisten der erste und der letzte Term der rechten Seite der *Navier – Stokes'*schen Bewegungsgleichungen einen Beitrag bei der Berechnung der Geschwindigkeitsfelder. Wird die erzwungene Konvektion durch den Druckterm $\frac{\partial p}{\partial x_j}$ beschrieben und als vorgegeben betrachtet, so resultieren aus den zwei diskutierten Möglichkeiten der freien Konvektion vorerst zwei Überlagerungsfälle:

1. $\frac{\partial p}{\partial x_j} < 0$ **und** $(\varrho - \varrho_0) < 0$
Der erste und der letzte Term der rechten Seite der *Navier – Stokes'*schen Bewegungsgleichungen sind beide positiv. Die Beiträge beider zur berechneten Geschwindigkeit summieren sich. In Abb. 3 a sind schematisch die Geschwindigkeitsprofile dargestellt, wenn eine erzwungene Konvektionsströmung durch eine Auftriebsströmung überlagert wird.
2. $\frac{\partial p}{\partial x_j} < 0$ **und** $(\varrho - \varrho_0) > 0$
Der erste Term der rechten Seite der *Navier – Stokes'*schen Bewegungsgleichungen ist positiv und der letzte Term ist negativ. Die resultierende Geschwindigkeitsverteilung ist schematisch in Abb. 3 b für eine erzwungene Konvektion mit überlagerter Abtriebsströmung dargestellt.

Diese beschriebenen Möglichkeiten gehören zu den einfacheren der Mischkonvektionsströmungen. Viel komplizierter wird die Strömung, wenn bei Mischkonvektion die Fluidichte von zwei Faktoren gleichzeitig und gegenläufig beeinflusst wird. In Abb. 3 c wurde versucht, das resultierende Geschwindigkeitsprofil schematisch für diesen Fall darzustellen.

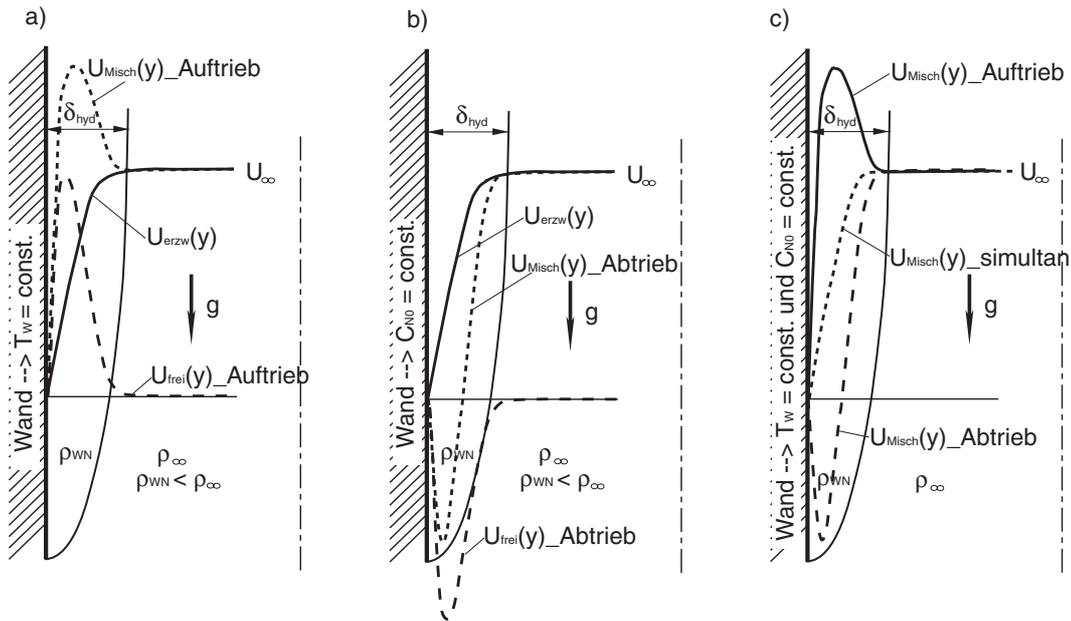


Abbildung 3: *Zwangskonvektion mit überlagertem a) Auftrieb, b) Abtrieb, c) simultanem Auf- und Abtrieb.*

Der Quellterm wird durch zwei gegenläufige, dichteverändernde Prozesse bestimmt. Die resultierende Dichtedifferenz ist ausschlaggebend für das sich ausbildende Geschwindigkeitsfeld. Sollten beide Dichteänderungen betragsmäßig gleich sein, kann es zu einer Aufhebung der Auf- und Abtriebseffekte kommen (Abb. 3c) und die Zwangskonvektion bleibt unbeeinflusst.

Die größten Geschwindigkeitsänderungen vollziehen sich in der Grenzschicht. Auch die Wärme- und Stofftransportprozesse laufen vorwiegend innerhalb der Grenzschicht ab. Als Grenzschicht wird der wandnahe Bereich definiert, in dem sich die Änderung der Geschwindigkeit, der Temperatur oder der Konzentration von dem Wandwert zu dem 98%-Wert des Kernbereiches vollzieht. Durch die Prandtl-

Zahl, die Schmidt-Zahl und die Lewis-Zahl werden die Verhältnisse der Grenzschichtdicken zueinander definiert.

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (6)$$

Die Prandtl-Zahl beschreibt das Verhältnis von Impulsdiffusion zu Wärmetransport in einem Fluid [45]. Für Gase liegt sie im Bereich von $Pr \approx 1$. Analog dazu beschreibt die Schmidt-Zahl das Verhältnis Impuls- zu Stoffaustausch.

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} \quad (7)$$

Die Schmidt-Zahl ist abhängig von der Stoffkombination AB und hat beim Luft-Naphthalin-Gemisch einen Wert von $Sc = 2,5$ [70]. Das Verhältnis von Wärme- zu Stoffaustausch wird über die Lewis-Zahl beschrieben.

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{a}{D_{AB}} \quad (8)$$

Die Dicken der thermischen und der hydrodynamischen Grenzschicht stellen sich so ein, dass die gesamte von der Wand abgegebene Wärmemenge innerhalb der hydrodynamischen Grenzschicht durch Konvektion fortgeführt wird. Analog dazu erfolgt beim Stoffübergang die Ausbildung der hydrodynamischen Grenzschicht und der Konzentrationsgrenzschicht derart, dass die Stoffmenge der Komponente, die von der Wand weg diffundiert, innerhalb der Grenzschicht konvektiv abgeführt wird. Damit gilt verallgemeinert für Wärme- und Stofftransport gemäß **Prandtl** in der Grenzschicht:

$$\text{Diffusion} = \text{Transport durch Teilchen}$$

Für den Wärme- und Stofftransport in der Grenzschicht bedeutet das:

$$a) \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_W = \alpha \Delta T \quad b) \quad -D_{AB} \frac{\partial C_N}{\partial n} \Big|_W = \beta_{AB} \Delta C_N \quad (9)$$

Die Gln. 9a) und b) führen zu den Definitionsgleichungen für den Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten:

$$a) \quad \alpha = \frac{-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_W}{\Delta T} \quad b) \quad \beta_{AB} = \frac{-D_{AB} \frac{\partial C_N}{\partial n} \Big|_W}{\Delta C_N} \quad (10)$$

Bei der Aufstellung der Gesetze physikalischer Ähnlichkeit leitete **Nußelt** [60] aus den Differenzialgleichungen und ihren Randbedingungen Kennzahlen ab:

$$a) \quad Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \qquad b) \quad Sh = \frac{\beta_{AB} L}{D_{AB}} \quad (11)$$

L bezeichnet eine für die jeweilige Problemstellung spezifische charakteristische Länge. Für Kanalströmungen wird als charakteristisches Längenmaß meist die Kanalhöhe H (siehe Abb. 9) verwendet.

Die Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten müssen für Strömungen mit Ablösung, wie sie sich bei einer Krümmerströmung einstellt, experimentell bestimmt werden. Für die praktische Anwendung hat man die Rechen- oder Versuchsergebnisse in empirische Korrelationen der Form $Nu = f(Re, Pr)$ für erzwungene Strömungen und $Nu = f(Gr, Pr)$ für die freie Konvektion zusammengefasst. Mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes zur Berechnung der Nußelt-Zahl bei Zwangskonvektion

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n \quad (12)$$

lassen sich durch Anpassung der Exponenten m und n viele Systeme mit Zwangskonvektion beschreiben. Die Reynolds-Zahl Re ist ein dimensionsloses Maß für die Strömungsgeschwindigkeit und beschreibt das Verhältnis zwischen Trägheitskraft und Reibungskraft. Bei freier Konvektion ist keine charakteristische Geschwindigkeit a priori gegeben. Anstelle der Reynolds-Zahl Re wird deshalb die Grashof-Zahl Gr verwendet, die Auftriebs- und Reibungskräfte verknüpft.

Die Grashof-Zahl wird unter Berücksichtigung der

- Temperaturunterschiede
mit

$$Gr = \frac{\beta_{\infty}(T_0 - T_{\infty})gL^3}{\nu^2} \quad (13)$$

- Konzentrationsunterschiede
mit

$$Gr = \frac{\gamma_{\infty}(C_0 - C_{\infty})gL^3}{\nu^2} \quad (14)$$

- Temperatur- und Konzentrationsunterschiede mit

$$Gr = \frac{\beta_{\infty}(T_0 - T_{\infty})gL^3}{\nu^2} + \frac{\gamma_{\infty}(C_0 - C_{\infty})gL^3}{\nu^2} \quad (15)$$

berechnet. Wie **Saville** und **Churchill** [67] zeigten, liefert diese modifizierte Form der Grashof-Zahl in Gl. 15 nur dann genaue Ergebnisse, wenn Schmidt- und Prandtl-Zahl des Gemisches übereinstimmen. Andernfalls wird offenbar die gegenseitige Beeinflussung von Stoffaustausch und Strömungsfeld nicht ausreichend berücksichtigt.

Erzwungene und freie Strömungen können sich je nach Richtung von Trägheits- und Auftriebskräften gegenseitig anfachen oder auch dämpfen. Der Wärme- und Stoffübergang kann daher in einer erzwungenen Strömung, der sich eine freie Strömung überlagert, verstärkt (Abb. 3a) oder gehemmt (Abb. 3b) werden. Für grobe Näherungen können Wärmeübergangskoeffizienten bei Mischkonvektion nach dem Ansatz von **Churchill** [24]

$$Nu^n = |Nu_{erzw}^n \pm Nu_{frei}^n| \quad (16)$$

berechnet werden, der aus experimentellen Ergebnissen entwickelt wurde. Das positive Vorzeichen gilt, wenn erzwungene und freie Strömung einander gleichgerichtet sind, das negative hingegen, wenn sie entgegengerichtet sind. Der Exponent n ist abhängig von der Geometrie, allerdings ist im Allgemeinen $n = 3$. Der in Gl. 16 gegebene Ansatz wurde bisher nur anhand von Strömungen überprüft, in denen Auftrieb und Zwangskonvektion parallel zueinander gerichtet waren. Verlaufen beide Strömungsrichtungen in einem Winkel zueinander, so wie es bei Umlenkungen der Fall ist, gibt es in der Literatur keine Hinweise über die Gültigkeit dieses Ansatzes.

Die Stoffübergangskoeffizienten lassen sich aus den Gleichungen für Wärmeübergangskoeffizienten, deren Form in den Gln. 12 und 16 angegeben wurde, berechnen. Dafür wird die Nußelt-Zahl Nu durch die Sherwood-Zahl Sh und die Prandtl-Zahl Pr durch die Schmidt-Zahl Sc ersetzt.

Um ausreichend gesicherte, empirische Korrelationen für den Wärme- und Stoffübergang herzuleiten, sind in der Literatur zahlreiche Untersuchungen zu rein erzwungener Konvektion und zu rein freier Konvektion in verschiedenen Geometrien zu finden. Der Übergang von freier zu erzwungener Konvektion (im Weiteren kurz: Mischkonvektion), bei dem beide Konvektionsarten überlagert auftreten, ist eines der Wärmeübertragungsphänomene bei Einphasenströmungen und erhielt erst in letzter Zeit die notwendige Beachtung. Nachfolgend wird ein Überblick über neue, durchgeführte Untersuchungen zu Mischkonvektionsströmungen in vertikalen und gekrümmten Kanalgeometrien gegeben.

2.2 Neue Untersuchungen zu Mischkonvektionsströmungen

Untersuchungen von Mischkonvektionsströmungen sind in der Literatur zahlreich zu finden. Sie sind von der Orientierung im Raum abhängig, so dass es eine Vielzahl von Untersuchungsvarianten gibt. Im Weiteren sind die Betrachtungen auf vertikale Kanäle und vertikal orientierte, gekrümmte Kanäle beschränkt, um einen sinnvollen Vergleich mit den eigenen Untersuchungen vornehmen zu können.

2.2.1 Wärmeübergang bei vertikalen Kanalströmungen mit Auftrieb

Wärmeübergang bei Mischkonvektion kann sich gegenüber dem bei rein freier oder bei rein erzwungener Konvektion wesentlich unterscheiden. Die interagierenden Effekte von freier und erzwungener Konvektion sind in den Berechnungsgleichungen für den Wärmeübergang bei Mischkonvektion wiederzufinden. Zur Herleitung solcher Gleichungen werden numerische und experimentelle Untersuchungen in den jeweiligen Geometrien durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in Korrelationen zusammengefasst, die größten-

teils nur für bestimmte Parameterbereiche ihre Gültigkeit haben.

In vertikalen Kanälen wurden Mischkonvektionsströmungen wegen ihres relevanten Auftretens in Wärmetauschern und beim Kühlen elektronischer Ausrüstungen numerisch und experimentell untersucht.

Im Allgemeinen verursacht die freie Konvektion in der Nähe wärmeübertragender Wände, dass sich das wandnahe Fluid erwärmt. Dadurch wird die Dichte des Fluids kleiner und bewegt sich nach oben (Auftrieb). Aus Kontinuitätsgründen erfordert der Abtransport des Fluids an der Wand ein Nachströmen kalten Fluids zur Wand hin. Das Fluid wird dadurch quervermischt, was zur Verbesserung des Wärmeübergangs beiträgt. Die Auftriebseffekte beeinflussen auch die hydrodynamische Einlauflänge. Bei laminaren, gleichgerichteten Mischkonvektionsströmungen in vertikalen Kanälen bewirkt die freie Konvektion zwar eine Verkürzung der thermischen Einlauflänge, aber auch eine beachtliche Verlängerung der hydrodynamischen Einlauflänge [2].

Eine voll entwickelte, laminare Mischkonvektionsströmung in vertikalen Rechteckkanälen mit der Randbedingung eines gleichmäßigen Wärmestroms wurde durch **Han** (1959) [35], **Tao** (1960) [72], [73] und **Agrawal** (1962) [1] untersucht. Sie leiteten exakte Lösungen für die Erhaltungsgleichungen durch verschiedene Methoden her. Die Stoffeigenschaften wurden als konstant angenommen, mit Ausnahme der Dichte, die für den Auftrieb verantwortlich ist. Diese Analysen schlossen eine volumetrische Wärmeerzeugung im Fluid ein.

Durch Anwendung einer finiten Fourier-Transformations-Methode auf die dimensionslosen Bestimmungsgleichungen analysierte **Barletta** [4] eine voll entwickelte, laminare Mischkonvektionsströmung in einem vertikalen Kanal, der durch konstanten Wärmestrom (UHF) über alle Kanalwände gleich beheizt wurde. Für ein konstantes Höhe/Breite-Verhältnis des Kanals und einer entgegengesetzten Auftriebswirkung zur Hauptströmung wurde beobachtet, dass Rückströmungen auftreten. Vergleiche mit analytischen Ergebnissen

von **Han** [35] zu demselben Wärmeübertragungsproblem ergaben zum Teil erhebliche Widersprüche bezüglich der Reibungsbeiwerte und der Nußelt-Zahlen. Zurückgeführt werden diese Unstimmigkeiten auf die unterschiedliche Wahl der Referenztemperaturen, mit denen die Analysen durchgeführt wurden.

Den Einfluss der gewählten Referenztemperatur bei Berechnungen voll ausgebildeter Mischkonvektionsströmungen in vertikalen Kanälen wurde von **Barletta** und **Zanchini** [6] in einer weiteren Arbeit diskutiert. Für unterschiedliche Randbedingungen (1. konstante Wandtemperaturen; 2. eine Wand hat konstante Wandtemperatur und eine Wand konstanten Wärmestrom) wird gezeigt, dass die Referenztemperatur einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf die vorhergesagten Geschwindigkeitsverteilungen und auf die vorausberechnete axiale Druckdifferenz ausübt. Für den Fall des konstanten Wärmestromes wird eine analytische Lösung unter Verwendung der mittleren Fluidtemperatur in jedem Strömungsquerschnitt als lokale Referenztemperatur angegeben.

Neue Untersuchungen zu beheizten, vertikalen Kanalströmungen unter Berücksichtigung des Auftriebs stammen von **Cheng et al.** [22]. Sie untersuchten numerisch Mischkonvektionsströmungen, bei denen eine Wand auf eine konstante Temperatur aufgeheizt wurde. Durch die Beheizung nimmt die Fluidichte in Wandnähe ab, wird beschleunigt und es bildet sich innerhalb der Grenzschicht ein Geschwindigkeitsmaximum aus. Aus Kontinuitätsgründen sinkt die Geschwindigkeit im Strömungskern teilweise soweit ab, dass negative Geschwindigkeiten (Rückströmung) auftreten. Gezeigt wird, dass das Auftreten von Rückströmungen und deren Intensität hauptsächlich von dem Verhältnis Gr/Re und vom Höhe/Breite-Verhältnis des Strömungsquerschnittes abhängt. Mit steigendem Höhe/Breite-Verhältnis steigt auch der Grenzwert für Gr/Re , der für das Vorhandensein von Rückströmgebieten verantwortlich ist. Die Nu-Zahl an der heißen Wand steigt deutlich mit zunehmendem Gr/Re -Verhältnis an.

Mischkonvektionsströmungen in vertikalen Kanälen bei sowohl unterschiedlichen als auch gleichen Temperaturen zweier gegenüberliegender Wände mit konstanter Temperaturverteilung wurden von **Aung** und **Worku** [2] analysiert. Für eine voll entwickelte Mischkonvektionsströmung mit ungleichen Wandtemperaturen konnte gezeigt werden, dass Rückströmgebiete auftreten, wenn das Verhältnis Gr/Re einen bestimmten Wert überschreitet und bestätigen somit die Ergebnisse von **Cheng et al.** [22]. Bei gleichen Wandtemperaturen wurden keine Rückströmungen beobachtet.

In einer numerischen Untersuchung der Mischkonvektion in einem vertikalen Kanal, bei dem zwei gegenüberliegende Wände mit gleichem, konstantem Wärmestrom beaufschlagt wurden und dem zusätzlich über ein Gebläse Luft zugeführt wurde, fanden **Chen, Chung** und **Lee** [18] heraus, dass der Wärmeübergang die Instabilität der Strömung erhöht und eine großskalige Wirbelstruktur der Strömung hervorruft.

Dutta et al. [29] fanden durch experimentelle Untersuchungen von Mischkonvektionsströmungen in einem von zwei Seiten beheizten, vertikalen Kanal quadratischen Strömungsquerschnitts heraus, dass

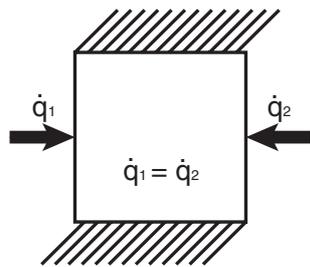


Abbildung 4: *Asymmetrische Beheizung* [29].

durch die asymmetrische Beheizung eines Kanals große auftriebsbehaftete Zellstrukturen in der Strömung entstehen. In einer zweidimensionalen Strömung, die von **Gau** [33] untersucht wurde, wurden ebenso getrennte Strömungsbereiche beobachtet, die durch die asymmetrische Beheizung verursacht worden sind.

Die Ausbildung dieser großskaligen, dreidimensionalen Strömungsstrukturen infolge der asymmetrischen Beheizung bewirken einen verbesserten Wärmeübergang gegenüber symmetrisch beheizten, vertikalen Kanälen. **Dutta et al.** [29] empfehlen zur Berechnung des Wärmeüberganges bei asymmetrischer Beheizung und gleichgerich-

teter Mischkonvektionsströmung

$$\frac{\overline{Nu}_{MK}}{Nu_{erz}} = 3,6226 \left[\log \left(\frac{Gr}{Re} \right) \right]^2 - 23,0610 \log \left(\frac{Gr}{Re} \right) + 37,9287$$

Die Untersuchungen ergaben, dass in asymmetrisch beheizten, laminaren Mischkonvektionsströmungen der Wärmeübergang den achtfachen Wert der erzwungenen Konvektion annehmen kann.

Jeng et al. [44] führten numerische Berechnungen durch, bei denen in einem vertikalen Kanal zwei gegenüberliegende Wände unterschiedliche Wandtemperaturen hatten. In einem Bereich von Re zwischen 1 und 1000 wurde die Mischkonvektion zwischen zwei parallelen Platten näher untersucht. Es wird gezeigt, dass sowohl das Strömungs- als auch das thermische Verhalten bei konstantem Verhältnis von Gr/Re und konstanter Wandtemperatur unabhängig von der Re -Zahl bei $Re > 50$ ist. Basierend auf dem Parameter Gr/Re und der Wandtemperatur werden Beziehungen für die mittlere Fluidtemperatur und die Nu -Zahl der heißen Wand

$$Nu = \frac{1 - r_t}{\theta_{b_f}}$$

vorgeschlagen, wobei θ_{b_f} die dimensionslose Fluidtemperatur wie folgt definiert ist:

$$\theta_{b_f} = \frac{1}{720} \left(\frac{Gr}{Re} \right) (1 - r_t)^2 + \frac{1}{2} (1 + r_t)$$

mit r_t der dimensionslosen Temperatur

$$r_t = \theta_c = \frac{T_c - T_0}{T_h - T_0}$$

der kalten Wand. Die Berechnungsgleichung ist für einen Reynolds-Zahl-Bereich von $1 \leq Re \leq 1000$ und $0 \leq Gr/Re \leq 500$ gültig.

Neueste Untersuchungen zu asymmetrisch beheizten Mischkonvektionsströmungen wurden von **Barletta** [5] durchgeführt. Durch ähnliche Vorgehensweise wie in [4] analysiert **Barletta** eine Mischkonvektionsströmung für zwei unterschiedliche Fälle: (A) zwei Wände

isotherm, aber unterschiedliche Temperaturen, und zwei isolierte Wände; (B) zwei Wände mit konstantem Wärmestrom und zwei isolierte Wände. Als Ergebnis berechnet er unabhängig vom dimensionslosen Geschwindigkeitsfeld die dimensionslose Temperaturverteilung im Kanal. Für die betrachteten Fälle und unterschiedlichen Werte für Gr/Re werden dimensionslose Geschwindigkeitsverteilungen gezeigt. In beiden Fällen treten Rückströmungen auf. **Barletta** stellt heraus, dass im Fall (A) der Reibungsbeiwert nur vom Höhe/Breite-Verhältnis des Kanals abhängig ist, während für Fall (B) auch eine Abhängigkeit vom Verhältnis Gr/Re beobachtet werden kann.

Den instationären Wärmeübergang in einem vertikalen Kanal unter der Bedingung der Mischkonvektion, sowohl bei konstantem Wärmestrom als auch bei konstanter Wandtemperatur, untersuchten **Yan** und **Lee** [78] numerisch. Ihre Berechnungen berücksichtigen auch den Einfluss der Wandwärmeleitung und der Wärmekapazität der Wand. Eine Vernachlässigung der Wandeffekte bei einer instationären Betrachtung der Mischkonvektion führt zu substantiellen Fehlern. Hingegen sind bei der stationären Betrachtung die Wandinflüsse durchaus zu vernachlässigen.

Ebenfalls numerisch wurde von **Machado** und **Cotta** [51] eine Untersuchung zur Mischkonvektion in einem vertikalen Kanal durchgeführt. Im Gegensatz zu Barletta [4] wurde bei dieser Simulation nicht die Boussinesq-Approximation angewendet, sondern es wurden zur Berechnung die kompressiblen Grenzschichtgleichungen für die Stromfunktion herangezogen. Die Lösung wird mit Experimenten (ältere) verglichen und zeigt gute Übereinstimmung. Weiterhin erfolgte ein Vergleich dieser Berechnungen mit anderen Berechnungen, in denen verschiedene Modelle (z.B. Boussinesq-Approximation mit konstanten Stoffwerten, aber variabler Dichte) Anwendung fanden.

Die Ausführungen zeigen, dass die Mischkonvektion in vertikalen Kanälen durchaus Untersuchungsgegenstand gewesen ist. Ihre komplexe Erscheinung, die Vielseitigkeit der Einflussparameter und ihre Auswirkungen auf die Strömung sind dafür verantwortlich, dass z. B.

für den Wärmeübergang keine allgemeingültigen Gebrauchsformeln existieren, die ohne Einschränkungen angewendet werden können. Die Geometrie, die Orientierung im Raum, das Strömungsregime, die Beheizungsart spiegeln sich in den Gebrauchsformeln zur Berechnung des Wärme- und Stoffüberganges wider und sind nur beschränkt anwendbar.

2.2.2 Wärmeübergang in vertikalen Krümmern

Der Einsatz von Wendeln oder Spiralen als Wärmetauscherkomponenten ist in der Industrie weit verbreitet. Die Vorteile liegen in der kompakten Bauweise, einem besseren Wärmeübergang und der Unempfindlichkeit gegenüber Längenänderung durch Wärmedehnung. Als Nachteil steht dem im Wesentlichen der höhere Druckverlust gegenüber.

Trotz zahlreicher Untersuchungen fehlen bis heute für die Auslegung von Wärmetauscher und Rohrreaktoren unter Mischkonvektionsbedingungen umfassende Berechnungsgleichungen, die die wichtigsten Einflüsse bei Mischkonvektion berücksichtigen. Dies liegt an den komplexen, physikalischen Vorgängen, die in Krümmern auftreten. Daher wird zunächst die grundsätzliche Verhaltensweise von Krümmerströmungen erläutert. Im Weiteren wird dann näher auf den Einfluss des Wärme- und Stofftransports auf die Krümmerströmung bei Mischkonvektion eingegangen.

2.2.2.1 Krümmerströmung ohne Wärmetransport

Zahlreiche, numerische und experimentelle Untersuchungen von **Ito** [43] und **Berger** [10] trugen zur Aufklärung des Strömungsfeldes, vor allem der Sekundärströmung, in gekrümmten Kanälen bei.

Die Untersuchungen von **Humphrey et al.** [41] an 90° - Krümmern mit geraden Zu- und Ablaufstrecken bei laminaren Strömungen ergaben, dass die sich im Krümmer verändernden Druckverhältnisse bereits mehrere hydraulische Durchmesser vor dem Krümmereintritt

feststellbar sind und auch noch nach dem Ausgang ($10 D$) wirken (Abbildung 5).

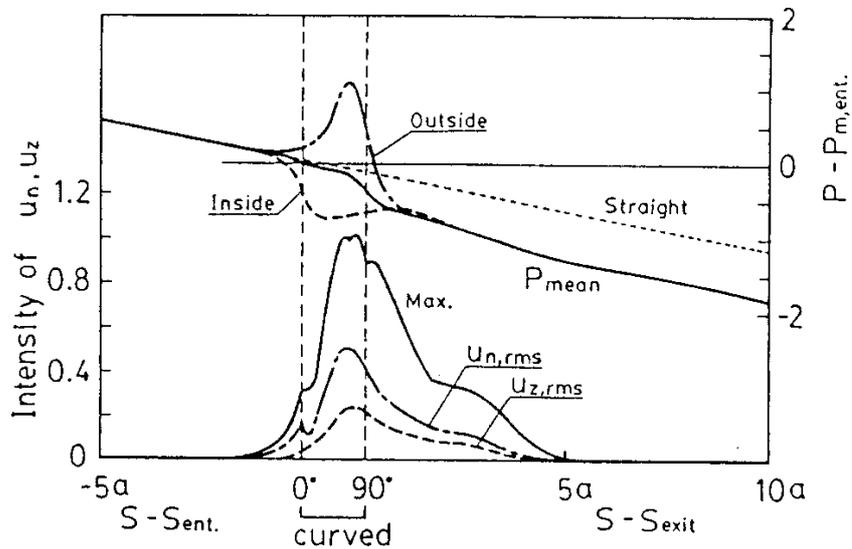


Abbildung 5: Druckverteilung in einem Kanal quadratischen Querschnitts mit einem 90° -Krümmer [41].

Dadurch wird die Strömung bereits vor dem Krümmereintritt an der Innenseite beschleunigt und an der Außenseite verzögert. Mit dem Eintritt in den Krümmer findet die Ausbildung der Sekundärströmung statt. Diese bewirkt eine Verlagerung des Geschwindigkeitsmaximums hin zur Außenseite, was sowohl durch Messungen als auch theoretisch-numerische Untersuchungen bestätigt wurde ([10], [71], [41], [58]).

Die Sekundärströmung in gekrümmten Kanälen mit Rechteckquerschnitt ist Gegenstand zahlreicher, in der Literatur zu findender Untersuchungen und kann in zwei Arten unterteilt werden:

- Die Sekundärströmung stellt ein Paar entgegengesetzt drehender Wirbel (Hauptwirbel) dar, die in einem Bereich kleiner Dean-Zahlen De auftreten und über den gesamten Strömungsquerschnitt verlaufen.
- Die Sekundärströmung ist dadurch gekennzeichnet, dass zu

dem Hauptwirbelpaar noch ein oder mehrere Paare entgegengesetzt drehender Wirbel hinzukommen, die in der Nähe der konkaven Außenwand auftreten. Beobachtet wurden derartige Sekundärströmungen beim Überschreiten der kritischen Dean-Zahl.

Für eine Dean-Zahl von $De < 130$ wurde durch **Cheng** und **Akiyama** [19] ein entgegengesetzt drehendes Wirbelpaar gefunden. Bei numerischen Untersuchungen von Krümmerströmungen mit quadratischem Querschnitt fanden **Joseph et al.** [46] und **Cheng et al.** [20] heraus, dass bei Überschreitung der Dean-Zahl

$$De = Re \sqrt{\frac{0,5D_H}{R_{Kr}}} \quad (17)$$

über einen bestimmten Wert ein zusätzliches Wirbelpaar an der konkaven Wand in Erscheinung tritt. Experimentell wurde dies erstmals durch **Cheng et al.** [21] anhand von Photographien der vier Wirbel im Strömungsquerschnitt bestätigt. Die experimentellen Untersuchungen von **Sugiyama et al.** [71] einer sich entwickelnden Krümmerströmung bestätigten ebenso das Auftreten spiralförmiger Wirbelpaare wie bei Rohrkrümmern.

2.2.2.2 **Wärmeübergang ohne Auftrieb in gekrümmten Kanälen**

In der Literatur gibt es zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Wärmeübergang bei Krümmerströmungen, bei denen die Überlagerung durch freie Konvektion vernachlässigt wird. Allen Arbeiten ist gemeinsam, dass der mittlere Wärmeübergangskoeffizient bei Krümmern größer ist, als bei geraden Kanälen unter vergleichbaren Strömungsbedingungen. Die sich in Krümmern ausbildende Sekundärströmung, beschrieben in Kap. 2.2.2.1, bewirkt eine konvektive Quervermischung des strömenden Fluids, was zu einer Verbesserung des Wärmeübergangs über den gesamten Umfang führt. Die Verbesserung des Wärmeübergangs nimmt mit abnehmendem Krümmungsverhältnis ($\frac{2R_{Kr}}{H}$) zu. Der Wärmeübergang ist an der

Krümmeraußenseite besser als an der Innenseite und kann bei laminarer Strömung bis zu 5 mal höher liegen. **Metzger** und **Larson** [57] ermittelten experimentell für turbulente Strömungen mittlere Wärmeübergangskoeffizienten, die 20 ÷ 30% höher waren als in geraden Kanälen.

Die analytische Beschreibung des Wärmeübergangs beschränkt sich fast ausschließlich auf mittlere und nicht auf örtliche Wärmeübergangskoeffizienten. Dabei beziehen sich viele Autoren auf die Wärmeübergangskoeffizienten für gerade Kanäle und verwenden dafür eine Korrekturfunktion.

Cheng und **Akiyama** [19] untersuchten numerisch den Wärmeübergang in Rechteckkrümmern und empfehlen

$$\frac{Nu_{Kr}}{Nu_G} = 0,182De^{\frac{1}{4}}Pr^{\frac{1}{4}}$$

für ein Höhe/Breite-Verhältnis von $H/B = 1$, einem Pr-Zahl-Bereich von $1 \leq Pr \leq 10^4$ und einem Verhältnis von $\frac{Nu_{Kr}}{Nu_G} \leq 1,5$.

Mori et al. [59] führten experimentelle und analytische Untersuchungen zum Wärmeübergang in Krümmern mit quadratischem Strömungsquerschnitt für den Fall des konstanten Wärmestroms für eine vollausgebildete, laminare Strömung durch. Sie unterteilten das Strömungsgebiet in einen Grenzschichtbereich und einen Kernbereich. Die Bewegungs- und Energiegleichung für die Grenzschicht werden mit Bilanzen für die kinetische Energie und die Entropieproduktion gelöst. Die Wärmeübergangskoeffizienten, die in folgender Gleichung formelmäßig erfasst sind, wurden sowohl analytisch als auch experimentell ermittelt und stimmen gut überein.

$$\frac{Nu_{Kr}}{Nu_G} = 0,0208De^{\frac{4}{5}} \left(1 + 0,287De^{-\frac{1}{5}} \right),$$

Sie beziehen sich dabei auf turbulente Krümmerströmungen, wo der hydraulische Durchmesser als bestimmendes Längenmaß anstelle des Rohrdurchmessers verwendet wird.

Auch die durch **Komiyama et al.** [49] gewonnenen, numerischen Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten von **Mori et al.** [59]. Basierend auf numerischen Untersuchungen einer Luftströmung in einem gekrümmten Kanal rechteckigen Querschnitts schlagen sie zur Berechnung des Wärmeübergangs vor:

$$\frac{Nu_{Kr}}{Nu_G} = 0,0208De^{\frac{4}{5}}(1 + 19,817De^{-\frac{1}{2}} - 234,79De^{-1} + 1422,2De^{-\frac{3}{2}} - 2578,5De^{-2})$$

Diese Gleichung ist für Krümmerströmungen im Dean-Zahl-Bereich von $15 \leq De \leq 2000$ und ein Höhe/Breite-Verhältnis von $H/B = 1$ gültig. **Komiyama et al.** zeigen, dass mit steigender Dean-Zahl zusätzliche Wirbel abhängig vom Höhe/Breite-Verhältnis des Strömungsquerschnittes auftreten. Der Wärmeübergang im Krümmer wird stark durch das Auftreten zusätzlicher Wirbel der Sekundärströmung beeinflusst.

Hwang und Chao [42], die numerische Untersuchungen einer Krümmerströmung quadratischen Strömungsquerschnitts durchführten, geben eine Berechnungsgleichung an, die für Luft $Pr = 0,7$ bei $De < 8 \cdot 10^5$ Gültigkeit besitzt:

$$\frac{Nu_{Kr}}{Nu_G} = 0,278 (PrDe^2)^{0,222}$$

Der Fehler der mit dieser Berechnungsgleichung ermittelten Nu-Zahlen gegenüber experimentellen Werten wird mit 7,9% angegeben.

In ihren Untersuchungen berechneten **Yee et al.** [79] theoretisch den in Abb. 6 dargestellten Nußelt-Zahl-Verlauf für beheizte Luftströmungen durch Krümmer rechteckigen Querschnitts mit konstanter Wandtemperatur. Zwar wurden die Ergebnisse nur für einen Strömungszustand, nämlich $De = 368$, dargestellt, aber für verschiedene Höhe-Breite-Verhältnisse des Strömungsquerschnittes bei konstantem Verhältnis von Krümmerdurchmesser zu Kanalhöhe $R_{Kr}/H = 4,6$. Wie anhand der Kurven 1 und 4 der Abb. 6 zu

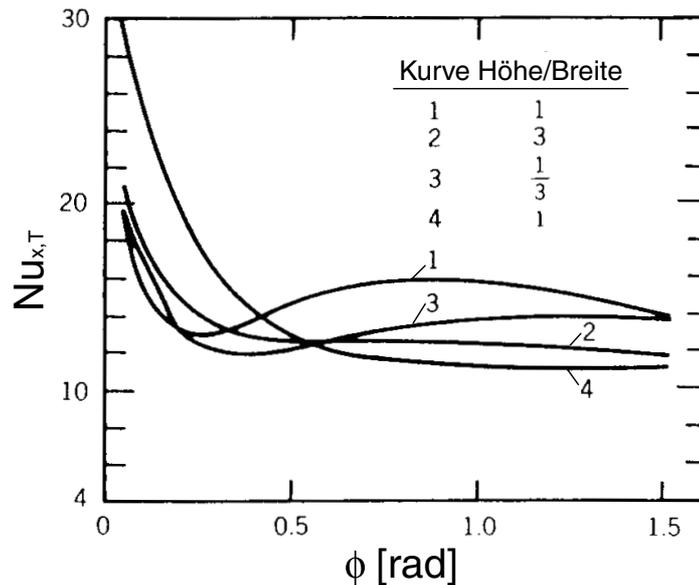


Abbildung 6: Verlauf der mittleren, axial lokalen Nußelt-Zahl innerhalb eines 90° Rechteckkrümmers bei $De = 368$; Kurve 1-3 hydrodynamisch vollentwickelt, Kurve 4 Propfenströmung [79].

erkennen ist, hat das Geschwindigkeitsprofil einen wesentlichen Einfluss auf die Nu-Zahl. Hingegen spielt das Höhe/Breite-Verhältnis des Kanals eine geringere Rolle.

Die aufgeführten Beispiele zeigen, dass es verschiedene Ansätze für die Berechnung des Wärmeübergangs für Krümmerströmungen gibt. Die angegebenen Berechnungsgleichungen gelten jedoch nur für Strömungen, bei denen der Auftrieb vernachlässigbar ist. Sie geben mittlere und keine örtlichen Nußelt-Zahlen wieder, so dass die Wärmeübergänge an der Krümmeraußenseite und -innenseite, wo verschieden große Strömungsgeschwindigkeiten herrschen, nicht getrennt voneinander berechnet werden können.

2.2.2.3 Wärmeübergang in gekrümmten Kanälen bei Mischkonvektion

Bei den in Kap. 2.2.2.2 vorgestellten Untersuchungen von Krümmerströmungen spielte die Orientierung des Krümmers im Raum keine

Rolle, weil sowohl die Druckkräfte als auch die Zentrifugalkraft davon unabhängig wirken. Hingegen müssen bei der Untersuchung von Mischkonvektionsströmungen die Wirkungsrichtungen der Auftriebskraft, der Zentrifugalkraft und der Druckkraft zueinander beachtet werden. Die Ausrichtung des Krümmers im Raum, die Anordnung der beheizten und stoffabgebenden Wände des Kanals und die Orientierung des Einlaufs üben wesentliche Einflüsse auf das thermohydraulische Verhalten der Strömung aus. Die Wirkungsrichtungen der Auftriebskraft und der Zentrifugalkraft sind in horizontal und vertikal ausgerichteten Krümmern völlig unterschiedlich und demzufolge nicht vergleichbar.

In Anlehnung an die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse wurde die Literaturrecherche sinnvoll auf vertikal orientierte Krümmerströmungen unter Mischkonvektionsbedingungen beschränkt. Ergebnisse aus Untersuchungen zu vertikalen Krümmerströmungen mit vertikalem Einlauf bei Mischkonvektion sind aus der Literatur bisher nicht bekannt.

Numerisch betrachteten **Chilukuri** und **Humphrey** [23] eine stationäre, laminare Mischkonvektionsströmung durch einen vertikalen Krümmer mit quadratischem Querschnitt, um den Einfluss der freien Konvektion auf eine Krümmerströmung herauszufinden. Es wurden zwei Fälle untersucht, eine dem Auftrieb entgegengerichtete Strömung und eine mit dem Auftrieb gerichtete Strömung. Nach einer horizontalen Anlaufstrecke erfolgt eine 90°-Umlenkung in die vertikale Ausströmstrecke. Die Berechnungen basierten auf den dreidimensionalen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie, wobei die Auftriebseffekte unter Verwendung der Boussinesq-Approximation berücksichtigt worden sind. Wirkt die Auftriebskraft in Richtung der Hauptströmung, wird der Wärmeübergang verbessert. Der in Abb. 7 dargestellte Verlauf der mittleren Nu-Zahl im Krümmer zeigt einen besseren Wärmeübergang im Krümmer bei gleichgerichteter Mischkonvektionsströmung im Vergleich zu entgegengesetzten Mischkonvektionsströmungen. Die lokalen Nußelt-Zahlen können allerdings Werte erreichen, die doppelt so groß im

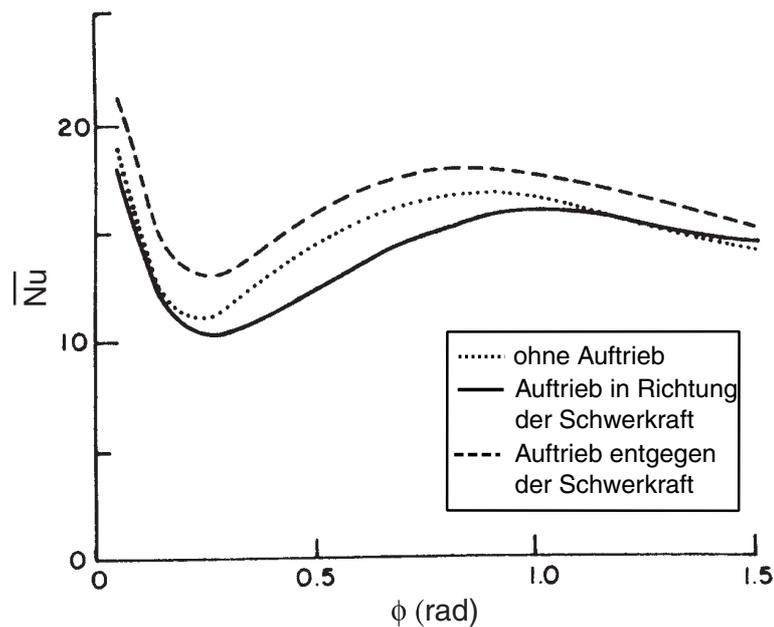


Abbildung 7: Verlauf der mittleren Nußelt-Zahl innerhalb eines 90° Rechteckkrümmers [23].

Vergleich zu denen entgegengerichteter Strömungen sind. Bei vertikaler Ausrichtung von Krümmern wurden an der Außenwand Rezirkulationsgebiete sowohl für gleichgerichtete als auch entgegengesetzte Mischkonvektionsströmungen vorausgesagt, an der Innenwand nur für entgegengesetzte Mischkonvektionsströmungen. Für einen ausgewählten Parametersatz wurden dimensionslose Geschwindigkeitsverteilungen, Stromlinien, Nu-Zahl-Verläufe, sowohl im Strömungsquerschnitt als auch entlang der Strömungsrichtung angegeben.

2.2.3 Simultaner Wärme- und Stofftransport in geraden und gekrümmten Kanälen bei Mischkonvektion

Mischkonvektion mit simultanem Wärme- und Stofftransport tritt in zahlreichen industriellen Anwendungen auf. Dazu gehören chemische Reaktionen in Reaktoren, Verdampfungskühlung bei der Abwärbeseitigung, Kühlung von Hochtemperatur-Oberflächen durch Beschichtung mit phasenändernden Materialien, Flüssigfilmverdampfung, Turbinenschaufelkühlung, Destillation flüchtiger Komponenten

aus nicht flüchtigen Gemischen. Aber auch bei natürlichen Prozessen, wie der beidseitigen Diffusionskonvektion in Ozean-Strömungen und der simultanen Diffusion der Körperwärme und Transpiration zur Regulierung der Körpertemperatur an heißen Sommertagen, spielt Mischkonvektion mit simultanem Wärme- und Stofftransport eine Rolle. Bei der Verdunstungskühlung ist die Kombination von Luft und Wasser die häufigste Variante. Verschiedene nachfolgend aufgeführte Arbeiten haben diese Kombination genutzt, um den simultanen Wärme- und Stoffübergang unter verschiedenen Bedingungen zu erforschen.

Bisher wurden für gekrümmte Kanäle keine Arbeiten zu simultanen Wärme- und Stofftransportvorgängen unter der Bedingung der Mischkonvektion veröffentlicht. Trotz ihrer Bedeutung für ingenieurtechnische Anwendungen erhielten die kombinierten Auftriebseffekte durch thermische und Massendiffusion bei der laminaren, erzwungenen Konvektion nur wenig Beachtung.

Tsay und **Yan** führten eine Reihe von Untersuchungen zum Wärme- und Stofftransport bei laminarer Mischkonvektionen in vertikalen Rohren und Kanälen durch. Numerisch betrachteten **Tsay** und **Yan** (1990) [74] den Wärme- und Stoffübergang bei laminarer Mischkonvektion in Luft-Wasser-Kanalströmungen mit gleichmäßigen Wandwärmeströmen. Ausgehend von einem besonders dünnen und daher vernachlässigbaren Flüssigkeitsfilm an der Wand und der Temperatur- und Konzentrationsabhängigkeit der physikalischen Eigenschaften des Gasgemisches wurde der Einfluss des Wandwärmestromes, der Re-Zahl und der relativen Feuchte der Luft detailliert untersucht. In ihren Untersuchungen gehen sie von einem Energietransport von der nassen Wand zur feuchten Luft von zwei Faktoren aus:

1. der Temperaturgradient des Fluids an der feuchten Wand \rightarrow sensible Wärme
2. der Massenstrom \rightarrow latenter Wärmetransport.

Anhand von Nu-Zahl-Verläufen wird deutlich, dass der Transport latenter Wärme effektiver ist, als der der sensiblen Wärme. Das bedeutet, dass der größte Wandwärmestrom absorbiert wird und dann als latente Wärme der Filmverdunstung zur Verfügung steht. Höhere Wärmeströme bewirken größere Speziegeschwindigkeiten und damit größere, lokale Nu-Zahlen. Allerdings wirkt eine steigende Luftfeuchtigkeit dem entgegen. Vor allem am Kanaleingang nimmt die Luftfeuchtigkeit zu und damit sinkt die Nu-Zahl, die aus dem latenten Wärmetransport resultiert. Bei Strömungen, deren Auftrieb entgegen der Hauptströmung wirkt, hat die relative Luftfeuchtigkeit nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf die latente Nu-Zahl. Die gewonnenen Ergebnisse basieren auf einer Reihe von Annahmen, die durch Experimente zu validieren sind.

Die Gültigkeit einer der o.g. Annahmen, der extrem dünnen Film-*dicke*, wurde von **Yan** (1992) [77] in einer weiteren Studie näher überprüft. Yan fand heraus, dass die Annahme nur bei geringem Massenstrom der flüssigen Phase gültig ist. Andernfalls kommt es besonders am Kanaleintritt zu großen Ungenauigkeiten. Die Intensität des latenten Verdampfungswärmestroms kann bis zu 5 Mal größer sein als die des sensiblen Wärmestroms. Bei kleinen Re-Zahlen treten in bestimmten Bereichen der Strömung Rückströmungen auf. Bei hohen Gasmassenströmen wird die Strömung turbulent und die anfangs getroffenen Annahmen werden ungültig. **Yan** untersuchte in weiteren Studien [76], [75] den Wärme- und Stofftransport für turbulente Gasströmungen, vorrangig Luft-Wasser, bei unterschiedlichen Wandtemperaturen.

3 Beschreibung der Versuchsanlage

3.1 Aufbau der Versuchsanlage

Die experimentellen Untersuchungen zur Mischkonvektion und zur freien Konvektion wurden mit der in Abb. 8 schematisch dargestellten Versuchsanlage durchgeführt. Für die freie Konvektion, Abbil-

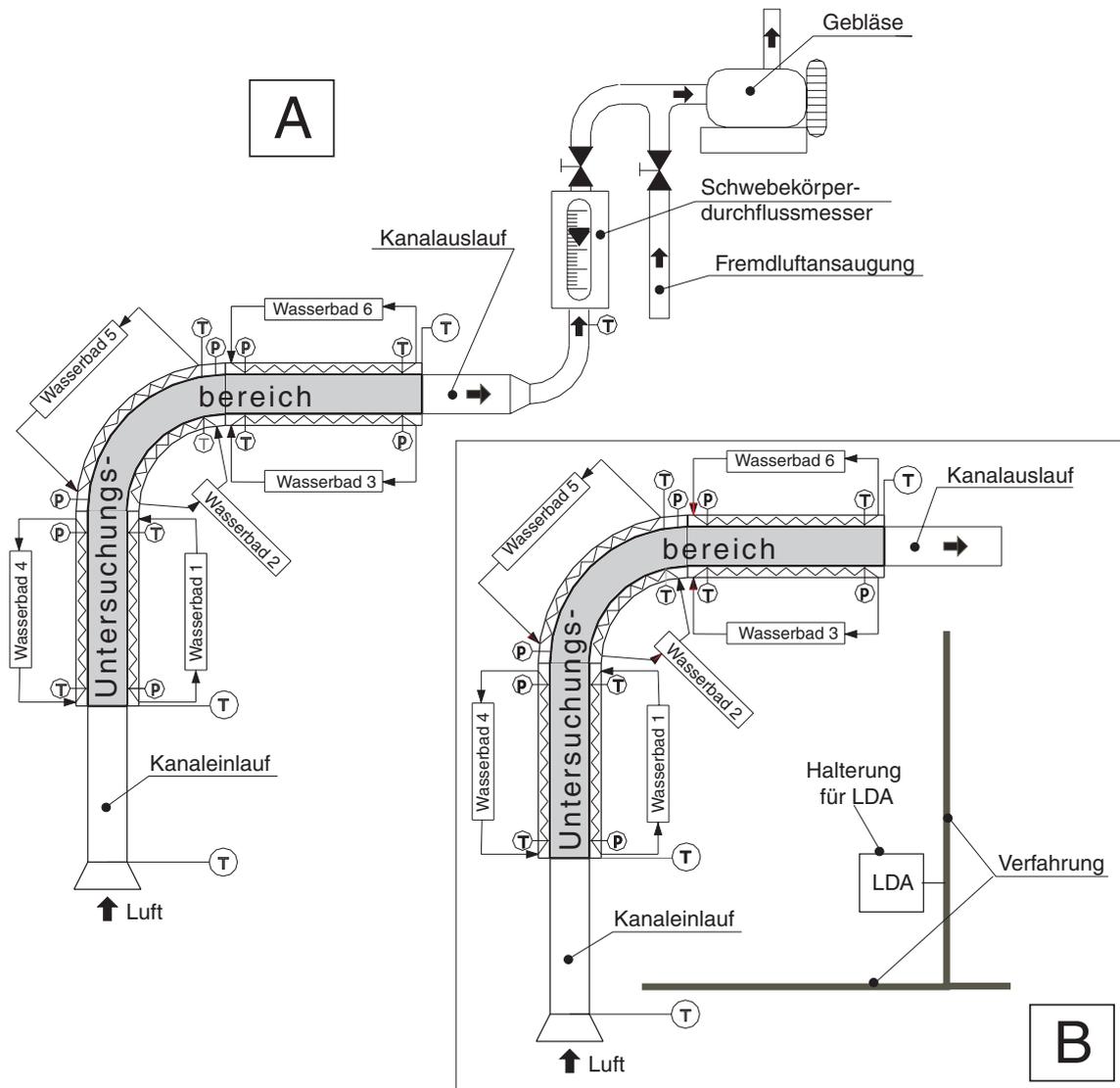


Abbildung 8: Schematische Darstellung der Versuchsanordnung für A) erzwungene und Mischkonvektion und für B) freie Konvektion

dung 8 B, wird der Versuchskanal von dem Schwebekörperdurchflussmesser und dem Gebläse abgetrennt, um eine ungestörte Ausbildung der freien Konvektionsströmung gewährleisten zu können.

Die Luft gelangt aus der klimatisierten Umgebung ($T_\infty = 20^\circ\text{C}$) durch den Kanaleinlauf in den mit thermostatisiertem Wasser beheizten Untersuchungsbereich, durchströmt diesen und verlässt nach dem Kanalauslauf den Versuchskanal. Bei Untersuchungen der freien Konvektion (siehe Abb. 8 B) tritt die Luft nach dem Kanalauslauf direkt in die Laborumgebung aus, während bei erzwungener Konvektion und Mischkonvektion (Abb. 8 A) die Luft nach Verlassen des Untersuchungsbereichs durch den Kanalauslauf zu einem Schwebekörperdurchflussmesser strömt. Die sich anschließende Fremdluftansaugung ermöglicht sehr geringe Luftdurchströmungen des Versuchskanals bei gegebener Gebläsecharakteristik. Die erzwungene Konvektion wird durch ein Zentrifugalgebläse mit einer maximalen Förderleistung von $\dot{V} = 20 \text{ m}^3/\text{h}$ erzeugt.

3.2 Aufbau des Versuchskanals

Der Versuchskanal hat eine senkrechte Ausrichtung. Der Aufbau und die wesentlichen Abmessungen des Versuchskanals sind in Abb. 9 A zu sehen. Die Bestandteile des Versuchskanals sind:

- die vertikale, unbeheizte Einlaufstrecke $l_E = 0,78 \text{ m}$,
- der Untersuchungsbereich, bestehend aus
 - der vertikalen, beheizten Einlaufstrecke $l_{E_{beh}} = 0,28 \text{ m}$,
 - dem beheizten 90° Krümmersegment, $R_{Kr} = 0,05 \text{ m}$ bzw. $R_{Kr} = 0,1 \text{ m}$
 - der horizontalen, beheizten Auslaufstrecke $l_{A_{beh}} = 0,28 \text{ m}$,
- die horizontale, unbeheizte Auslaufstrecke $l_A = 0,53 \text{ m}$.

Der Kanal hat einen rechteckigen Querschnitt mit einem Höhe/Breite-Verhältnis von $H/B = 0,3$. Die Kanalhöhe beträgt

$H = 0,03 \text{ m}$ (in Richtung der y -Achse des Koordinatensystems gemäß Abb. 9) und die Kanalbreite ist $B = 0,1 \text{ m}$ (in Richtung der z -Achse, welche auch der Durchstrahlrichtung des Laser-Lichtes entspricht).

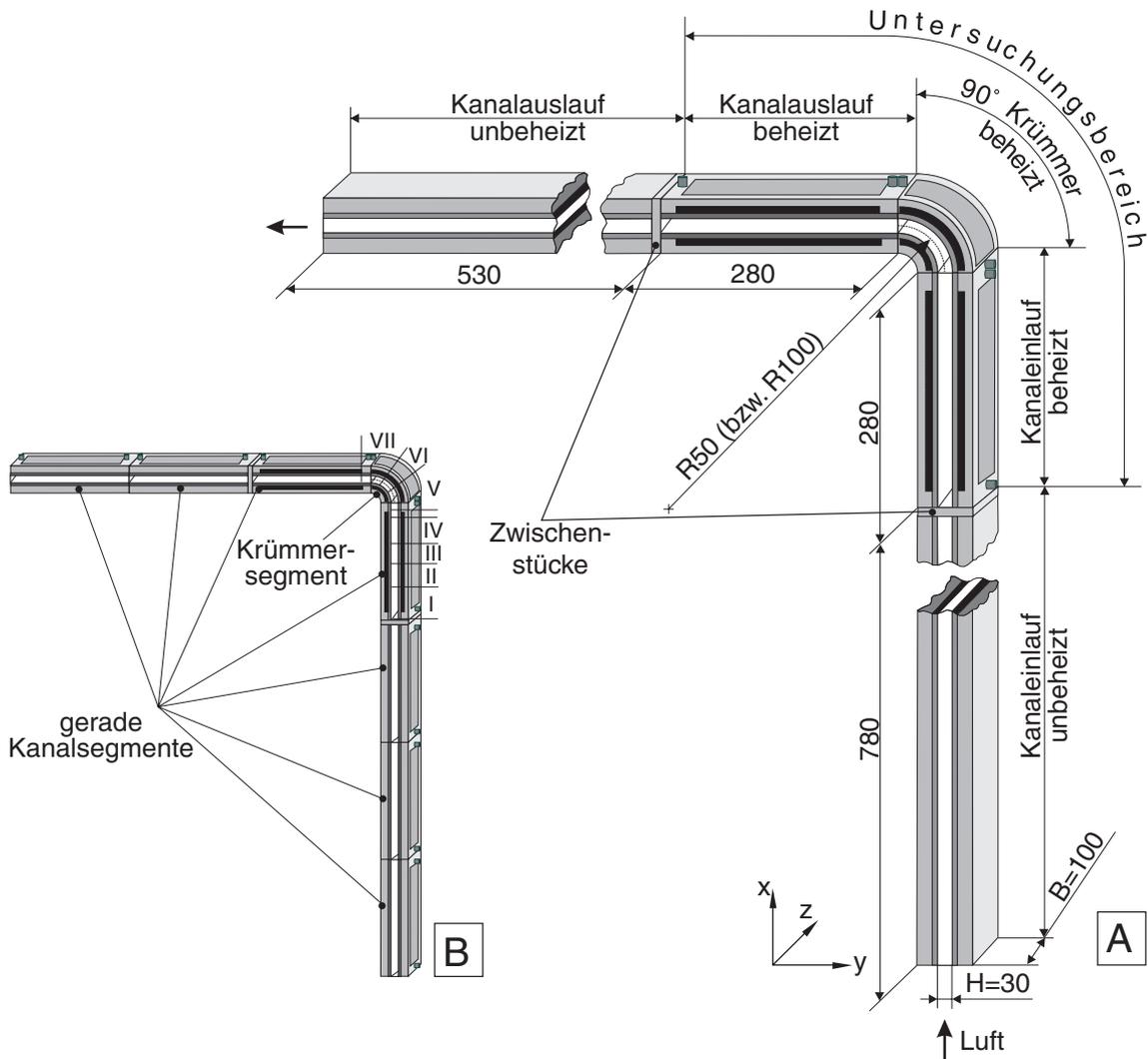


Abbildung 9: A) Bestandteile und B) Segmentbauweise des Versuchskanals

Zwischenstücke aus Plexiglas, stromaufwärts und -abwärts der Messkammer, vermindern einerseits die Wärmeleitung zum unbeheizten Kanalein- bzw. Kanalauslauf hin und dienen andererseits als Halterungen für die Thermolemente. Der Versuchskanal ist aus einzelnen Kanalsegmenten zusammengesetzt, deren Anordnung in

Abb. 9 B dargestellt ist. Diese Segmentbauweise des Versuchskanals ermöglicht den Austausch des zu variierenden Krümmersegments unter Beibehaltung der Peripherie. Zur Untersuchung des Einflusses des mittleren Krümmerradius auf den Wärmeübergang wurden zwei Krümmersegmente mit mittleren Radien von 50 und 100 mm angefertigt. Alle geraden Kanalsegmente sind von gleicher Bauweise. Abbildung 10 zeigt den Aufbau eines Kanalsegmentes, der prinzipiell sowohl für gerade als auch gekrümmte Kanalsegmente zutreffend ist.

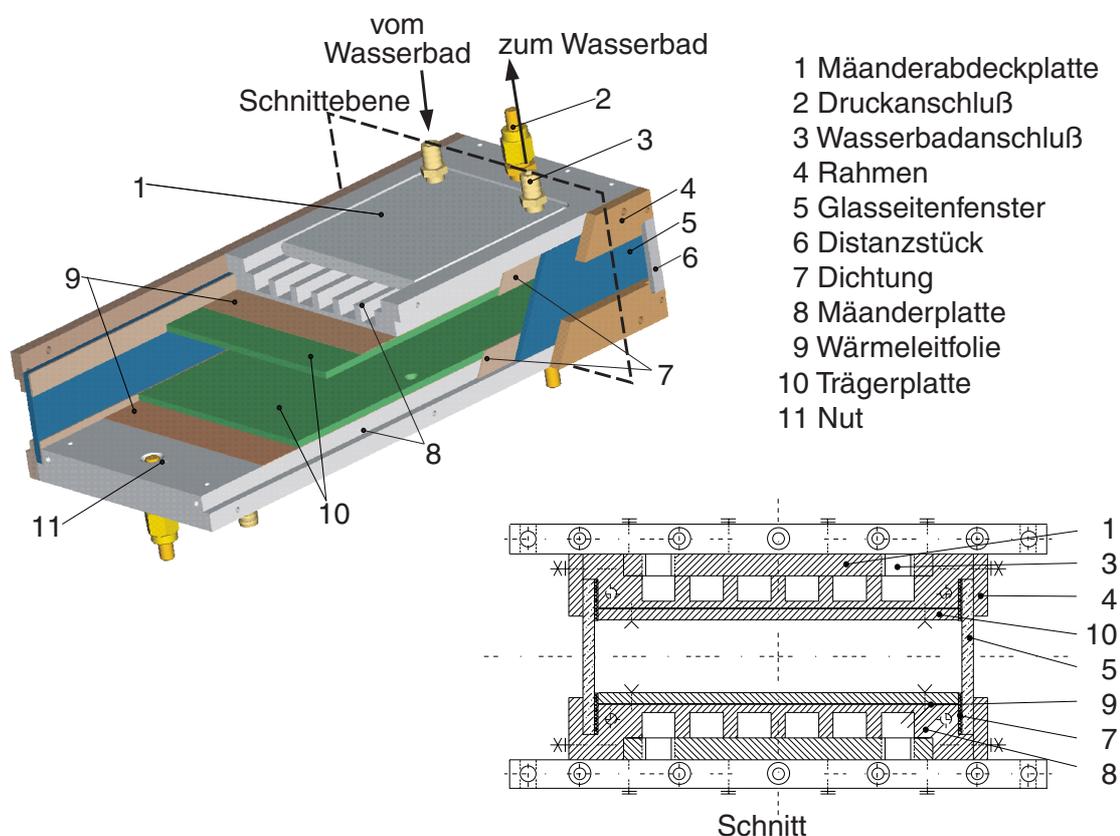


Abbildung 10: Kanalsegment (rechts: Schnittdarstellung)

Ein Kanalsegment besteht aus:

- **zwei gegenüberliegenden Mäanderplatten**

In diesen Aluminiumplatten befinden sich mäanderförmige Strömungskanäle. Die Mäander werden mit temperiertem Wasser hoher Geschwindigkeit durchströmt, um eine konstante

Oberflächentemperatur innerhalb des Untersuchungsbereichs zu erreichen. Gleichzeitig trägt die mäanderförmige Anordnung zu einer sehr gleichmäßigen Temperaturverteilung in der Kanalwand bei. Das Wasser zur Beheizung der Kanalwände des Untersuchungsbereichs wird in sechs Wasserbädern getrennt voneinander temperiert. Zum Einbau von Temperatur- und Druckmesssonden befinden sich zwei Gewindebohrungen in der Mäanderplatte, dargestellt in Abb. 11.

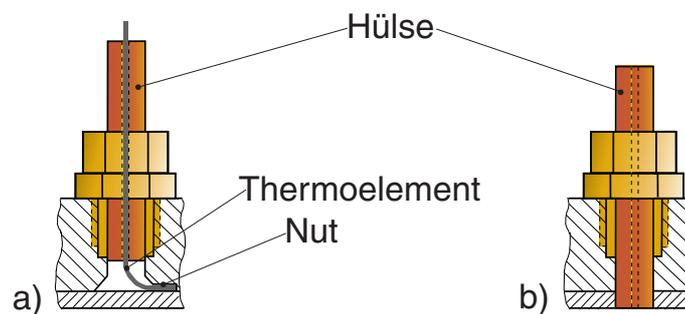


Abbildung 11: a) Einbau der Thermoelemente zur Messung der Wandtemperatur und
b) der Druckmessanschlüsse in der Mäanderplatte

Die Thermoelemente, die zur Messung der Plattentemperatur eingesetzt werden, sind in Hülsen eingeklebt, wobei das Thermoelement ca. 20 mm herausragt (Abb. 11 a). Dieser herausstehende Teil wird beim Einbau in die Platte so gebogen, dass das Thermoelement in einem möglichst großen Radius in der 1 mm tiefen Nut liegt. Der verbleibende Luftraum (Senkung, teilweise Nut) ist mit einer Wärmeleitpaste ausgefüllt. Der Druckmessanschluss (Abb. 11 b), bestehend aus einer Einschraubung und einer Hülse, schließt im Kanalinneren bündig mit der Trägerplatte ab.

- **Abdeckplatten**

Die Mäander jeder Aluminiumplatte werden mit einer Abdeckplatte verschlossen, in der sich Zu- und Ablauf zu den Wasserbädern befinden.

- **Trägerplatten**

Die Trägerplatte befindet sich auf der Kanalinnenseite jeder Mäanderplatte und dient bei Untersuchungen des simultanen Wärme- und Stofftransports dem Naphthalin als Beschichtungsgrundlage. Zwischen der Mäanderplatte und der Trägerplatte befindet sich eine Wärmeleitfolie. Mit dieser Folie, die über eine sehr hohe Wärmeleitfähigkeit ($\lambda = 1,6 \frac{W}{mK}$) verfügt, werden Lufteinschlüsse verhindert und gewährleistet somit eine optimale Wärmeleitung zwischen Mäanderplatte und Trägerplatte.

Beim Krümmersegment wurde aus fertigungstechnischen Gründen auf diese Trägerplatte verzichtet. Die Beschichtung mit Naphthalin erfolgt hier direkt auf die gekrümmten Mäanderplatten.

- **Quarzglasfenster**

Die beiden anderen gegenüberliegenden Kanalwände sind Quarzglasfenster, die den optischen Zugang für die nicht-invasiven Messtechniken im Kanal ermöglichen.

3.3 Instrumentierung der Anlage

Bei Untersuchungen der Mischkonvektion und der erzwungenen Konvektion kommt zur Bestimmung des Luftmassenstromes ein Schwebekörperdurchflussmesser (kurz: SDM) zum Einsatz. Mischkonvektion läuft nur bei sehr geringen Volumenströmen ab. Um den Übergang von Mischkonvektion zu erzwungener Konvektion untersuchen zu können, wurden zwei SDM der Messbereiche $0 \div 5 \text{ m}^3/h$ und $5 \div 35 \text{ m}^3/h$ parallel geschaltet. Der abzulesende Skalenwert am SDM entspricht nur dann dem realen Volumenstrom, wenn die Lufteintrittstemperatur gleich der Eichtemperatur $T_{geicht} = 293,15K$ des Schwebekörperdurchflussmessers ist. Ansonsten wird der abgelesene Skalenwert unter Verwendung der Lufteintrittstemperatur in den Schwebekörperdurchflussmesser mit der Gl. 18 umgerechnet.

$$\dot{V}_{real} = \dot{V}_{Skala} \sqrt{\frac{T_{geicht}[K]}{T_{SDM}[K]}} \quad (18)$$

Der Einsatz eines SDM ist bei der Untersuchung der freien Konvektion nicht möglich. In diesem Fall wird der Massenstrom mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie (siehe Kap. 4.2) ermittelt. Dazu werden an verschiedenen Punkten innerhalb einer durchströmten Kanalquerschnittsebene die Geschwindigkeiten bestimmt und aufintegriert. Die gewählte Durchströmungsebene befindet sich im unbeheizten Kanaleinlauf, um eine konstante Dichte über die durchströmte Querschnittsfläche voraussetzen zu können und damit die Berechnung des Massenstromes zu vereinfachen.

Die Temperaturen in der Versuchsanlage werden mit kalibrierten NiCr-Ni-Thermoelementen gemessen. Die analogen Signale werden über Voltmeter-Messkarten erfaßt, digitalisiert und über einen Datenbus zur kontinuierlichen Aufzeichnung und automatischen Weiterverarbeitung auf einen PC übertragen. Folgende Temperaturmessstellen, deren Position in der Abb. 8 gezeigt sind, werden mittels eines Messdatenerfassungsprogramms [39], [40] verarbeitet und deren Daten gespeichert:

- **die Oberflächentemperaturen der beheizten Kanalwände im Untersuchungsbereich**
- **die Lufttemperaturen am Ein- und Austritt des Untersuchungsbereichs**
Sie entsprechen volumenstromgemittelten Temperaturen, die aus den gemessenen Temperaturen von jeweils 5 über den Kanalquerschnitt verteilten Thermoelementen gemessen werden.
- **die Lufttemperatur am Kanaleintritt**
Sie wird als arithmetischer Mittelwert von 3 über den Kanalquerschnitt verteilt gemessenen Temperaturen berechnet.
- **die Lufttemperatur am Schwebekörperdurchflussmesser,**
die unmittelbar vor dessen Eintritt gemessen wird.

3.4 Parameter zur Versuchsdurchführung

Mit Hilfe der in Kap. 3.1 beschriebenen Versuchsanlage wurden im Rahmen dieser Arbeit Untersuchungen zum Wärme- und Stofftransport beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion durchgeführt. Das Ziel bestand darin, Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsfelder sowie lokale Wärme- und Stoffübergänge in Kanalkrümmern in Abhängigkeit von Auftriebseinfluss und Krümmungsradius zu ermitteln.

Zunächst wurden durch thermischen Auftrieb behaftete Luftströmungen in senkrechten, gekrümmten Versuchskanälen mit rechteckigem Strömungsquerschnitt mittels holographischer Interferometrie und Laser-Doppler-Anemometrie untersucht. Durch den Einsatz eines zweiten Krümmers mit größerem, mittlerem Krümmungsradius sollte der Einfluss des Krümmungsverhältnisses D_H/D_{Kr} auf den lokalen und mittleren Wärmeübergang geklärt werden. Zusätzlich konnten die Zusammenhänge zwischen den Geschwindigkeits- und Temperaturfeldern herausgearbeitet werden. Als Ergänzung zu den Experimenten wurden Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen sowie lokale Wärmeübergangskoeffizienten in den Kanälen auch mit dem im Kap. 5 beschriebenen Rechenprogramm ermittelt und mit den Messungen verglichen. Die Tabelle 1 gibt eine Übersicht der variierten Größen.

Tabelle 1: Zusammenfassung der untersuchten Versuchsparemeter

<i>Bedeutung</i>	<i>Zeichen</i>	<i>Bereich</i>
Eintrittstemperatur der Luft	T_{ein}	ca. 20°C
Grashof-Zahl	Gr	67945 ÷ 151745
Reynolds-Zahl	Re	138 ÷ 2300
Dean-Zahl	De	94 ÷ 1562
Krümmungsverhältnis	D_H/D_{Kr}	0,23; 0,46

Die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder wurden für die in Ta-

belle 1 zusammengefassten Parameter experimentell ermittelt und verglichen.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde der simultane Wärme- und Stofftransport in dem Krümmer mit großem Krümmungsradius untersucht. Besonderes Augenmerk wurde dabei auf den Einfluss des konzentrationsbedingten Auftriebs gelegt, der zusätzlich zum thermischen Auftrieb, allerdings aber in entgegengesetzter Richtung wirkt. Dieser Fall tritt nur ein, wenn die in die Strömung diffundierende Komponente des Gemisches schwerer ist als die andere. Um diesen besonderen Fall beobachten zu können, wurde das Gemisch Luft-Naphthalin ausgesucht. Naphthalin ist im Temperaturbereich $20 \leq T \leq 80^\circ C$ mit einer nahezu fünfmal größeren Dichte schwerer als Luft. Grenzschichtablösungen infolge der zusätzlich auftretenden, konzentrationsbedingten Auftriebskräfte wurden mittels holographischer Interferometrie und Laser-induzierter Fluoreszenz beobachtet.

4 Optische Messmethoden

Zum Verständnis charakteristischer Mechanismen bei der Mischkonvektion reichen Informationen über globale Kenngrößen nicht aus. Es ist die Kenntnis der lokalen wie auch zeitlichen Verteilung verschiedener Prozessgrößen, insbesondere der Temperatur und der Geschwindigkeit, zur exakten Beschreibung komplizierter Vorgänge notwendig. Mechanische und elektrische Sonden sind jedoch aufgrund ihres direkten und zum Teil störenden Einflusses auf die Strömung und die empfindliche Grenzschicht ungeeignet. Zur Bestimmung der thermo- und fluiddynamischen Kenngrößen der Mischkonvektionsströmungen sowie zur Ermittlung der Konzentrationsverteilung bei simultanem Wärme- und Stofftransport bieten optische Messmethoden, wie z.B. die Laser-Doppler-Anemometrie, die holographische Interferometrie und die Laser-induzierte Fluoreszenz, wesentliche Vorteile. Die berührungslose Arbeitsweise dieser Messmethoden verursacht keine Beeinflussung des zu untersuchenden Prozesses. Desweiteren ermöglicht die nahezu trägheitslose Arbeitsweise, auch bei schnell ablaufenden Vorgängen, eine sehr hohe zeitliche Auflösung. Durch die heute verfügbare Technik kann eine zeitlich wie auch örtlich hochaufgelöste Abspeicherung der zu untersuchenden Effekte erfolgen.

Zur exakten Beschreibung der physikalischen Vorgänge beim simultanen Wärme- und Stofftransport unter den Bedingungen der Mischkonvektion ist es notwendig, die Strömung durch Anwendung der optischen Meßmethoden zu untersuchen, deren Ergebnisse zu analysieren und in Kombination miteinander auszuwerten. Die Anwendung der Laser-Doppler-Anemometrie liefert dabei die Geschwindigkeitsfelder der Mischkonvektionsströmung. Mit der holographischen Interferometrie ist man in der Lage, ein Brechzahlfeld und damit ein Dichtefeld der Strömung zu ermitteln. Wird eine Dichteänderung während der Untersuchungen nur durch eine Ursache, z.B. Wärmezufuhr oder -abfuhr, hervorgerufen, ist eine Ermittlung der Verteilung dieser

dichteverändernden Größe ohne weitere Messungen möglich. Bei simultanem Wärme- und Stofftransport wird aber die Dichteänderung des Fluids Luft sowohl durch Wärmezufuhr als auch durch Diffusion verursacht. Durch die Kombination mit einer weiteren Messmethode, z.B. der Laser-induzierten Fluoreszenz, kann eine exakte Ermittlung des Temperatur- und Konzentrationsfeldes erfolgen. In diesem Kapitel wird sowohl auf die einzelnen, angewandten Messmethoden als auch auf deren Kombination näher eingegangen.

4.1 Holographische Durchlichtinterferometrie

Mit der von **Gabor** [31], [32] im Jahre 1948 entdeckten Holographie und der Entwicklung des Lasers (1962) als kohärente Lichtquelle erhielt die holographische Interferometrie einen Auftrieb in vielen Bereichen von Wissenschaft und Technik. Durch die nicht-invasive und trägheitslose Arbeitsweise spielt die holographische Interferometrie in der Erforschung der Wärme- und Stoffübertragung eine wesentliche Rolle.

4.1.1 Die Grundlagen der holographischen Interferometrie

Die grundlegende Theorie der Holographie ist so umfassend, dass hier nur auf das wesentliche Prinzip eingegangen und für detailliertere Beschreibungen auf die Literatur von **Kiemle** und **Roess** [47], **Smith** [69], **Caulfield** und **Sun Lu** [16], sowie **Collier et al.** [26] verwiesen wird.

Die holographische Durchlichtinterferometrie ist ein aus Holographie und Interferometrie kombiniertes, optisches Messverfahren, mit dem sich Brechzahlfelder in transparenten Gasen und Flüssigkeiten sichtbar machen lassen. Aus der Verteilung der Brechzahl werden die Temperatur- oder Konzentrationsverteilungen berechnet. Die holographische Interferometrie basiert auf dem Aufnahme- und Wieder-

gabeprinzip der Holographie: in einem ersten Schritt wird die vom Objekt ausgehende Welle fotografisch registriert (Aufnahme), und im zweiten Schritt wird die ursprüngliche Welle aus dieser Aufzeichnung wieder hergestellt (Wiedergabe).

1. **Aufnahme des Hologramms**

Entsprechend der Maxwellsche Theorie der elektromagnetischen Strahlung ist eine Welle durch ihre Amplitude und ihre Phase beschreibbar. Die Aufnahme der Amplitude erfolgt über die Schwärzung einer Photoplatte. Die Phasenverteilung kann nur durch Überlagerung mit einer zweiten Welle (Bezugswelle) in Form einer Hell-Dunkel-Verteilung, hervorgerufen durch die Verstärkung und die Auslöschung von Wellenbergen und -tälern, sichtbar gemacht und aufgenommen werden. Diese entstehenden Interferenzen werden auf einer Photoplatte aufgenommen.

2. **Wiedergabe**

Durchleuchtet man nach der Entwicklung das Hologramm mit der ursprünglichen Bezugswelle, wird ein räumliches Bild des aufgenommenen Objektes rekonstruiert.

Bei der holographischen Durchlichtinterferometrie nutzt man diese Aufzeichnungseigenschaften, um unterschiedliche Wellen gleichzeitig aufzuzeichnen. In Abb. 12 ist ein allgemein einsetzbarer Versuchsaufbau skizziert.

Der Laser dient als Lichtquelle, die ein kohärentes, monochromatisches Licht zur Verfügung stellt. Mit Hilfe eines Strahlteilers wird der Laserstrahl in einen Objekt- und einen Referenzstrahl geteilt. Beide Strahlen werden in Teleskopen, welche aus einem Mikroskopobjektiv und einer Kollimatorlinse bestehen, zu parallelen Wellen aufgeweitet. Die Objektwelle durchläuft die Messkammer, in der das Temperatur- oder Konzentrationsfeld zu untersuchen ist. Die Referenzwelle gelangt auf direktem Weg zur Photoplatte, die das Hologramm enthält, von wo aus die Aufnahme der Bilder mit Hilfe einer Kamera erfolgt.

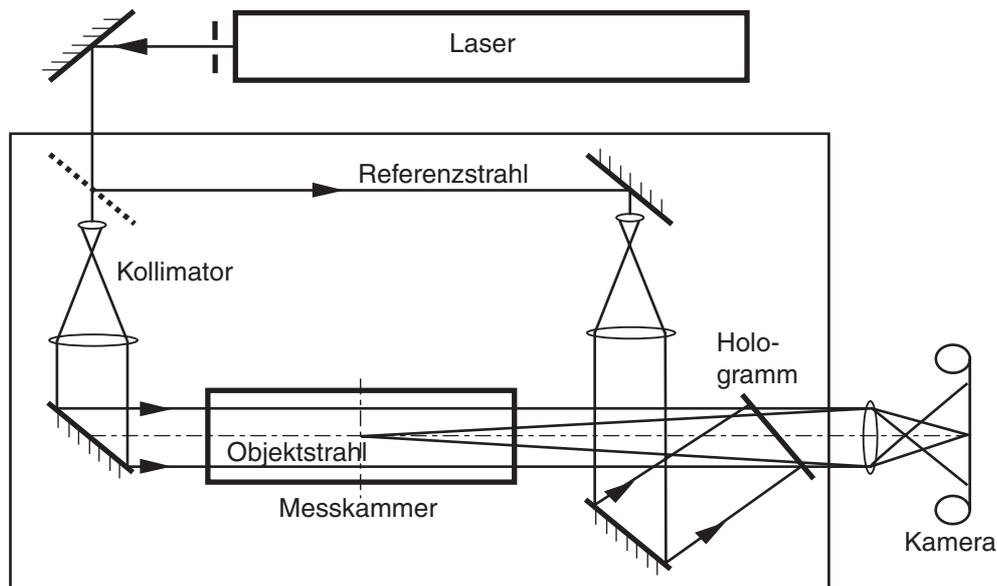
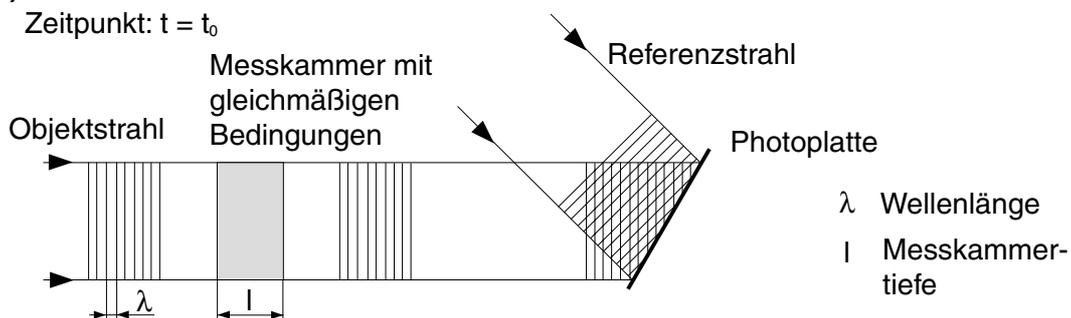
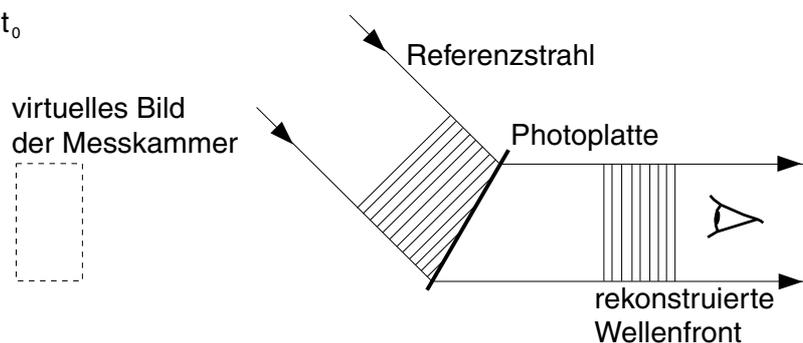
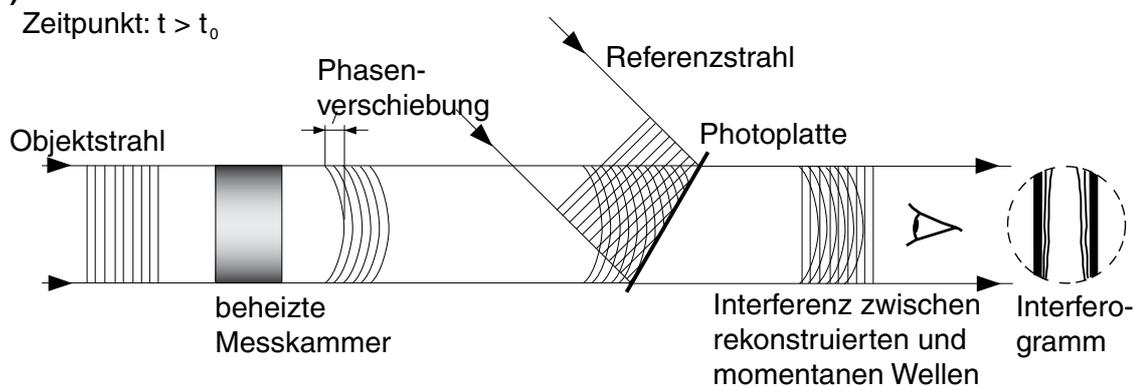


Abbildung 12: Schematischer Aufbau für die holographische Durchlichtinterferometrie

Zur Aufzeichnung holographischer Interferenzbilder hat sich im Wesentlichen die Echtzeitmethode bewährt, die eine kontinuierliche Beobachtung der Interferenzstreifenbewegung und damit auch des Dichtefeldes ermöglicht. Bei der in Abb. 13 prinzipiell erläuterten Echtzeitmethode wird eine Vergleichswelle auf dem Hologramm gespeichert. Die Vergleichswelle ist die Objektwelle, die die Messkammer mit einer konstanten, gleichmäßigen Temperatur- und Konzentrationsverteilung vor Beginn des zu untersuchenden Wärme- und Stofftransportes durchläuft. Nach der Belichtung wird das Hologramm entwickelt und in seine ursprüngliche Lage exakt rückpositioniert. Durch die Beleuchtung des Hologramms mit der Referenzwelle wird die gespeicherte Vergleichswelle kontinuierlich wiedergegeben, die die Originalbedingungen in der Messkammer verkörpert. Bei exakter Rückpositionierung des Hologramms und bei unveränderten Bedingungen zwischen dem Aufnahmezeitpunkt und dem Rekonstruktionszeitpunkt dürfen keine Interferenzstreifen entstehen. Diese interferenzlinienfreie Überlagerung von momentaner Objektwelle und Vergleichswelle vor Beginn des zu untersuchenden Prozesses wird als **infinite-fringe-Methode** oder **Nullfeld-Methode** bezeichnet.

a) Aufnahme des ReferenzzustandesZeitpunkt: $t = t_0$ **b) Rekonstruktion des Referenzzustandes**Zeitpunkt: $t > t_0$ **c) Interferenz des Referenzzustandes und des Messzustandes**Zeitpunkt: $t > t_0$ **Abbildung 13:** *Prinzip der Echtzeitmethode*

Wird nun der zu untersuchende Wärme- und Stofftransportprozess eingeschaltet, erfährt die momentane Objektwelle beim Durchlaufen der Messkammer durch das sich verändernde Temperatur- und Konzentrationsfeld eine zusätzliche Phasenverschiebung. Hinter dem Hologramm interferiert die Vergleichswelle (gespeicherte Objektwelle unter Originalbedingungen) mit der momentanen Objektwelle. Die Änderungen der Interferenzstreifen können kontinuierlich beobachtet und aufgenommen werden.

Für eine umfangreiche Beschreibung der unterschiedlichen Interferenztechniken sei an dieser Stelle auf die Literatur verwiesen [37], [38], [53], [36].

4.1.2 Versuchsaufbau für die holographische Interferometrie

In Abb. 14 ist die Versuchsanordnung für die holographische Durchlichtinterferometrie dargestellt, die zur Untersuchung der Luftströmung unter der Bedingung der Mischkonvektion in dieser Arbeit zum Einsatz kam.

Die optischen Komponenten sind auf einem schwingungs isolierten Tisch mit Permanentmagneten fixiert. Dieser Tisch ist so gut wie möglich gegen Schwingungsanregungen von außen isoliert, um eine ungestörte Aufnahme der Hologramme realisieren zu können. Die Tischplatte des Tisches ist in Sandwichbauweise zusammengesetzt. Sie besteht aus zwei Stahlplatten, deren Zwischenraum aus einer mit Quarzsand gefüllten Aluminiumwabenstruktur versehen ist. Damit genügt die Tischplatte den Ansprüchen einer starken inneren Dämpfung. Um Vibrationsübertragungen von der Wasserkühlung des Lasers auf die optischen Komponenten zu vermeiden, wird eine getrennte und schwingungsgedämpfte Aufstellung bevorzugt.

Als Lichtquelle wird ein Argon-Ionen-Laser (Dauerstrichlaser) mit einer Wellenlänge von $514,5 \text{ nm}$ und einer Leistung von 1 W eingesetzt. Um über den gesamten Strahlenweg kohärentes, monochromatisches Licht zu gewährleisten, welches die Grundvoraussetzung für die ideale Holographie ist, wird der Laser mit einem integrierten Etalon betrieben. Der Laserstrahl des Argon-Ionen-Lasers wird über einen Spiegel mit einem variablen Strahlteiler in zwei Strahlen (Objektstrahl und Referenzstrahl) aufgeteilt. Der variable Strahlteiler ist eine planparallele, runde Glasplatte, die mit einer teildurchlässigen Spiegelschicht bedampft ist, deren Reflexions- und Durchlässigkeitsgrad azimuthal veränderlich ist. Das Intensitätsverhältnis von Objekt-

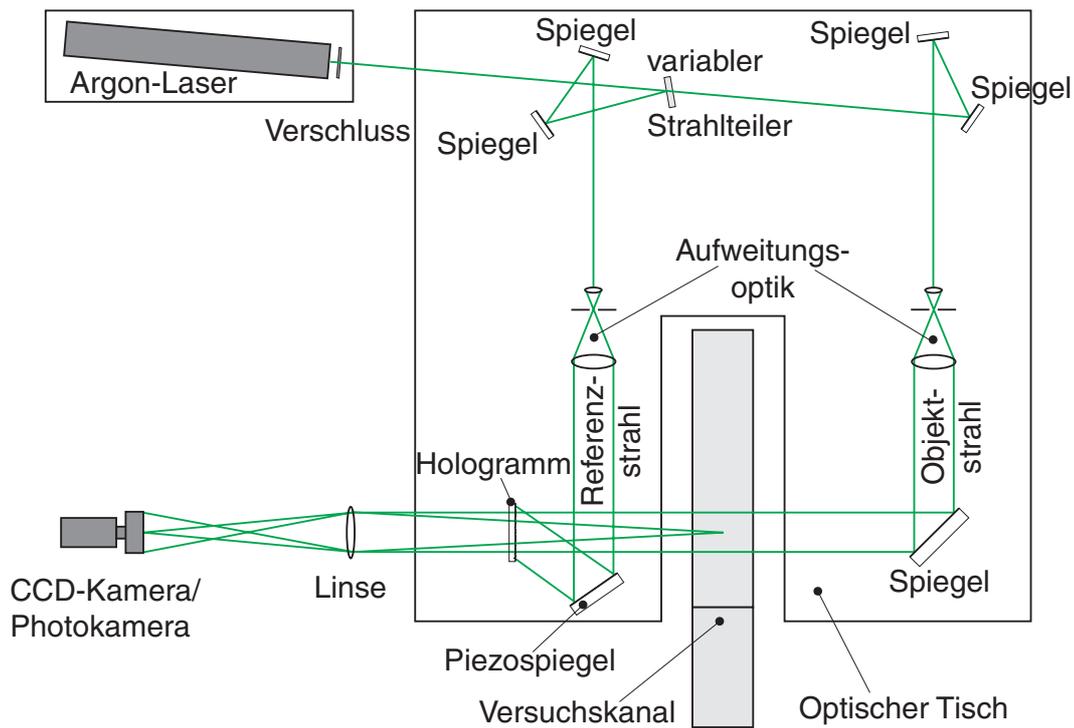


Abbildung 14: Versuchsaufbau für die holographische Durchlichtinterferometrie

und Referenzstrahl kann so variiert werden, dass die Strahlen den jeweiligen Versuchsbedingungen angepasst werden und somit der Kontrast der Interferogramme optimiert wird. Eine völlige Auslöschung bzw. eine maximale Verstärkung der Wellenzüge kann nur bei gleicher Intensität der beiden Strahlen auf der Photoplatte erreicht werden.

Nach der Teilung in eine Objekt- und eine Referenzwelle werden diese Strahlen in Strahlaufweitungssystemen mit 50-facher Vergrößerung zu parallelen Strahlen mit einem Durchmesser von 78 mm aufgeweitet. Das Strahlaufweitungssystem besteht aus einer Lochblende (Pinhole), einem Mikroskopobjektiv und einer Kollimatorlinse. Das Pinhole wird radial und axial in den Brennpunkt des Mikroskopobjektives justiert, um störendes Streulicht herauszufiltern und die Intensitätsverteilung über dem Laserquerschnitt zu verbessern.

Nach der Aufweitung durchläuft die Objektwelle über einen Justierspiegel die Messkammer. Mit Hilfe der Mikrometerschrauben am Jus-

tierspiegel erfolgt die Ausrichtung des Objektstrahles, der parallel zu den wärmeübertragenden Wänden durch die Messkammer hindurch zur Photoplatte geleitet wird.

Der Referenzstrahl wird nach der Aufweitung von einem mit Hilfe von Piezo-Quarz-Elementen sehr fein verstellbaren Spiegel in Richtung der Photoplatte umgelenkt, so dass eine Überlagerung von Objekt- und Referenzstrahl auf der Photoplatte (Hologramm) gegeben ist.

Entlang des Strahlweges befindet sich nach dem Hologramm eine Sammellinse. Eine der Fokussierebenen dieser Linse befindet sich in der Kanalmitte (z-Richtung in Abb. 8). Dadurch ist es möglich, Fehler (siehe auch Anhang A.1) zu eliminieren, die durch einen endlichen Eintrittswinkel in die Messkammer entstehen. In der anderen Fokussierebene ist eine Photokamera oder eine CCD-Kamera installiert, mit der die Aufnahmen der Interferogramme erfolgt.

Die CCD-Kamera ist mit einem Chip der Auflösung 1280×960 Bildpunkte ausgestattet ist. Mittels einer IEEE 1394 Firewire-Karte wird die Datenübertragung zum PC mit einer maximalen Geschwindigkeit von 400 Mb/s realisiert.

4.1.3 Auswertung der Interferogramme

Die holographische Interferometrie ist ein Messverfahren, welches auf der Abhängigkeit der Brechzahl von intensiven Zustandsgrößen wie Temperatur, Druck und Konzentration basiert. Während die Frequenz f einer Lichtwelle beim Durchgang durch ein Medium i unbeeinflusst bleibt, ändert sich ihre Geschwindigkeit c_i . Die Brechzahl n wird definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 zur lokalen Lichtgeschwindigkeit c_i .

$$n_i := \frac{c_0}{c_i} > 1 \quad (19)$$

Die Brechzahl n_i ist abhängig von der Dichte ρ_i des Mediums i . Durch die Aufheizung der Luft ändert sich deren Dichte und damit

die Brechzahl n . Der Unterschied zwischen Vergleichs- und Messwelle (Kap. 4.1) ergibt sich also durch eine Veränderung der optischen Weglänge der Messwelle gegenüber der Vergleichswelle. Unter idealen Bedingungen [61] berechnet sich die im Interferenzbild sichtbare Phasenverschiebung, ausgedrückt im Vielfachen S der Wellenlänge λ des Laserlichtes, aus der Differenz der optischen Weglängen der Mess- und Vergleichswelle.

$$S_{ideal}(x, y) \lambda = l [n_M(x_i, y_i) - n_V(x_i, y_i)] \quad (20)$$

Eine Auslöschung des Signals bei der Interferenz tritt ein bei

$$|S| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \text{ usw.}$$

und eine Verstärkung bei

$$|S| = 1, 2, 3, \text{ usw.}$$

Der Wert S kann somit auch als Ordnung der Interferenzstreifen gedeutet werden. Die Interferenzlinien sind zunächst als Linien gleicher Brechzahl zu sehen. Ist die Brechzahl $n_V(x, y)$ des Vergleichszustandes bekannt, so lässt sich ein zweidimensionales Brechzahlfeld ermitteln.

$$S(x, y) \cdot \lambda = l \cdot [n_M(x_i, y_i) - n_\infty] \quad n_V(x, y) = \text{const.} = n_\infty \quad (21)$$

Da bei gekoppelten Wärme- und Stofftransportprozessen das Brechzahlfeld sowohl durch Temperatur- als auch durch Konzentrationsänderungen beeinflusst wird, muss ein Zusammenhang zwischen den Größen gesucht werden. Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Dichte eines Mediums ist durch die *Lorentz – Lorenz – Gleichung* gegeben [38]:

$$\frac{n(\lambda)_i^2 - 1}{\rho \cdot (n(\lambda)_i^2 + 2)} = \frac{N}{M} = \bar{r}(\lambda) = \text{const.} \quad (22)$$

Die Molekularrefraktion N und damit auch das spezifische Brechvermögen \bar{r} sind druck- und temperaturunabhängige Stoffkonstanten, die nur von der Wellenlänge abhängig sind. Die Molekularrefraktion einer aus q Komponenten bestehenden Mischung lässt sich

additiv aus denen der einzelnen Stoffkomponenten berechnen.

$$N = \sum_q C_m \cdot N_m \quad \text{mit} \quad \sum_q C_m = 1 \quad (23)$$

N_m ist die Molekularrefraktion der reinen Komponente m und C_m der Molanteil der Komponente m im Stoffgemisch.

Für Gase mit ihren nahe bei Eins liegenden Brechzahlen [für Luft $n_{Luft} = 1,00027$ bei physikalischen Normbedingungen ($T_{Norm} = 0^\circ C, p_{Norm} = 101350 Pa$)] kann statt der Gl. 22 die einfachere *Gladstone – Dale – Gleichung* verwendet werden [38].

$$\frac{2 \cdot (n(\lambda) - 1)}{3 \cdot \rho} = \frac{N}{M} = \bar{r} = const. \quad (24)$$

Unter Einbeziehung der Zustandsgleichung für das ideale Gas

$$\frac{1}{\rho} = \frac{R_L \cdot T}{p} \quad (25)$$

folgt

$$N(\lambda) = \frac{2RT}{3p} (n(\lambda) - 1) \quad (26)$$

mit dem Gesamtdruck p , der universellen Gaskonstante \hat{R} und dem Molekulargewicht M .

Wird in Gl. 21 die Brechzahl durch die Molekularrefraktion ersetzt, so ergibt sich die Auswertungsgleichung eines mit einer Wellenlänge λ aufgenommenen Interferogramms

$$S\lambda = \frac{3pl}{2R} \left(\frac{1}{T} \sum_q c_m N_m - \frac{1}{T_\infty} \sum_q c_{m_\infty} N_{m_\infty} \right). \quad (27)$$

Dies ist die Gleichung der idealen Interferometrie zur Messung von Mehrstoffgemischen. Bei der quantitativen Auswertung von Interferogrammen, die sowohl durch Temperatur- als auch Konzentrationsänderungen entstanden sind, ist die Kenntnis eines der beiden Felder Voraussetzung. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten und deren Auswertungen mit dem Zweistoffgemisch Luft - Naphthalin wurde die Naphthalinkonzentration mit

Hilfe eines zusätzlichen Messverfahrens (siehe Kapitel 4.4) ermittelt. Dadurch wurde es möglich, aus dem Interferenzbild unter Verwendung des Konzentrationsfeldes in der Gl. 27 das Temperaturfeld zu berechnen.

Für den reinen Wärmetransport, wird mit Hilfe der Gl. 24 unter Einbeziehung der Zustandsgleichung für das ideale Gas und der Gl. 20 für die ideale Interferometrie, ein Zusammenhang zwischen Streifen-temperatur und Streifenordnung zu

$$T(S_{ideal}) = \frac{T_{\infty}}{1 - aS_{ideal}} \quad (28)$$

hergestellt, wobei die Konstante a wie folgt definiert ist:

$$a = \frac{1}{n_{\infty} - 1} \frac{\lambda}{l} = \frac{2 R_L T_{\infty} \lambda}{3 \bar{r} p_{\infty} l} \quad (29)$$

Die Brechzahl n_{∞} wird mit

$$n_{\infty} = 1 + \frac{[n_0(\lambda) - 1] p}{(1 + \beta T) p_n} \quad (30)$$

berechnet. Für die Brechzahl n_0 bei physikalischen Normbedingungen ($T_{Norm} = 0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$, $p_{Norm} = 101,325 \text{ kPa}$) wird anhand der Dispersionsformel für trockene Luft [50] bei einer Wellenlänge von $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ ein Wert von $n_0 = 1,0002933$ ermittelt.

Mit Hilfe der Gl. 28 und der Kenntnis einer Temperatur innerhalb der Messkammer, z.B. durch Messung mit Thermoelementen, ist es möglich, den Streifen der Interferogramme -bei reinem Wärmeübergang- Temperaturen zuzuordnen. Unter Verwendung des ermittelten Temperaturfeldes können Aussagen zur Qualität des Wärmeüberganges zwischen der strömenden Luft und den festen Wänden getroffen werden. Der konvektive Wärmeübergang ist eine Überlagerung von Wärmeleitung und Energietransport durch das strömende Fluid [3]. Er ist abhängig von der Fluidschicht in unmittelbarer Wandnähe. Die Abbildung 15 verdeutlicht den Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit und der Temperatur eines strömenden Fluids in Abhängigkeit vom Wandabstand y .

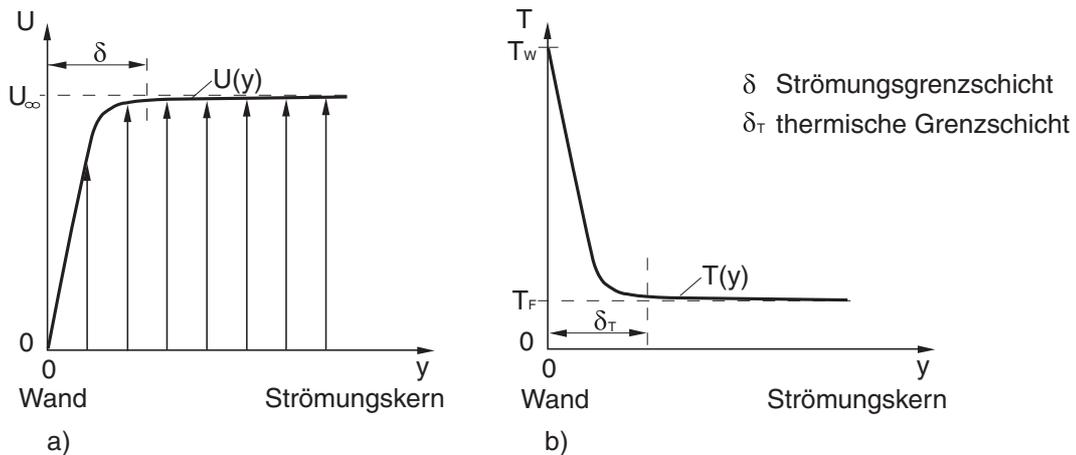


Abbildung 15: Verlauf der a) Strömungsgeschwindigkeit U und b) der Temperatur T eines strömenden Fluids in Abhängigkeit vom Wandabstand y .

In der Strömungsgrenzschicht der Dicke δ ändert sich die parallel zur Wand gerichtete Komponente der Strömungsgeschwindigkeit $U(y)$ vom Wert Null an der Wand, über eine kurze Entfernung, fast bis zum Maximalwert der Kernströmung. Auch die Temperatur ändert sich vor allem in der thermischen Grenzschicht, auf einem kurzen Weg, von der Wandtemperatur T_W zum Wert T_F . Zur Beschreibung des fluidseitigen Wärmetransportes von der Wand an das strömende Fluid gilt der Newton'sche Ansatz:

$$\dot{q} = \alpha_x \Delta T \quad (31)$$

Daraus folgt für die an der Wand auftretende Wärmestromdichte \dot{q}_W :

$$\dot{q}_W = \alpha_x (T_W - T_F) \quad (32)$$

Für den örtlichen Wärmeübergangskoeffizient α_x ergibt sich daraus

$$\alpha_x := \frac{\dot{q}_W}{T_W - T_F}. \quad (33)$$

Er ist kein Stoffwert des Fluids, sondern hängt von den Transportvorgängen in der Grenzschicht ab.

Zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten wird die Energiebilanz in unmittelbarer Wandnähe herangezogen. Das Fluid haftet

an der Wand, seine Geschwindigkeit ist hier exakt Null. Die Energie kann hier nur durch Wärmeleitung transportiert werden. Es gilt daher das Gesetz von *Fourier*

$$\dot{q}_W = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_W. \quad (34)$$

Die Wärmeleitfähigkeit λ ist der Stoffwert des Fluids bei der örtlichen Wandtemperatur T_W . Nach Verknüpfung der Gln. 33 und 34 folgt für den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha_x = -\lambda \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_W}{T_W - T_F}. \quad (35)$$

In der Gl. 35 bezeichnet T_F die Temperatur des Fluids in hinreichend großem Abstand von der Wand (siehe auch Abb. 15). Es wird als Temperatur T_F ein Querschnittsmittelwert verwendet, der für den Energietransport des strömenden Fluids in Richtung der Kanalachse charakteristisch ist.

$$T_F = \frac{1}{\dot{M}} \int_{(A_q)} \rho u T \, dA_q \quad (36)$$

Diese nach Gl. 36 gebildete Querschnittsmitteltemperatur, auch adiabate Mischungstemperatur genannt, verknüpft den von der Kanalwand übergehenden und durch α charakterisierten Wärmestrom mit dem Energietransport durch das strömende Fluid [3].

Unter Verwendung der Definition für den Wärmeübergangskoeffizienten α_x (Gl. 35) ergibt sich für die lokale *Nußelt*-Zahl:

$$Nu_x = \frac{\alpha_x \cdot l}{\lambda_F} = \frac{l}{T_W - T_F} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_W. \quad (37)$$

Die lokale *Nußelt*-Zahl stellt ein dimensionsloses Maß für den Wärmeübergang dar und wird zur Beurteilung der Qualität von Wärmeübergangsprozessen herangezogen.

4.1.4 Computergestützte Auswertung

Voraussetzung für eine computergestützte Auswertung ist das Vorhandensein von Interferogrammen in digitaler Form. Sie ermöglicht eine wesentliche Verkürzung der Arbeitszeit. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wurden die mit Hilfe der Echtzeitmethode, vgl. Kap. 4.1.1, erzeugten Interferogramme (siehe Abb. 16) mit einer CCD-Kamera online auf-

genommen. Die Belichtungszeit der Aufnahmen betrug $100 \mu s$. Nach der Datenübertragung erfolgte eine Abspeicherung der Interferogramme in digitaler Form auf einem PC. Damit ist eine digitale Bearbeitung zur Qualitätsverbesserung der Interferogramme ohne weiteres möglich. Die Qualität der Interferogramme ist durch den Kontrast und die Anzahl der Bildfehler gekennzeichnet. Bei qualitativ weniger guten Aufnahmen besteht meist die Notwendigkeit, die Interferogramme vor

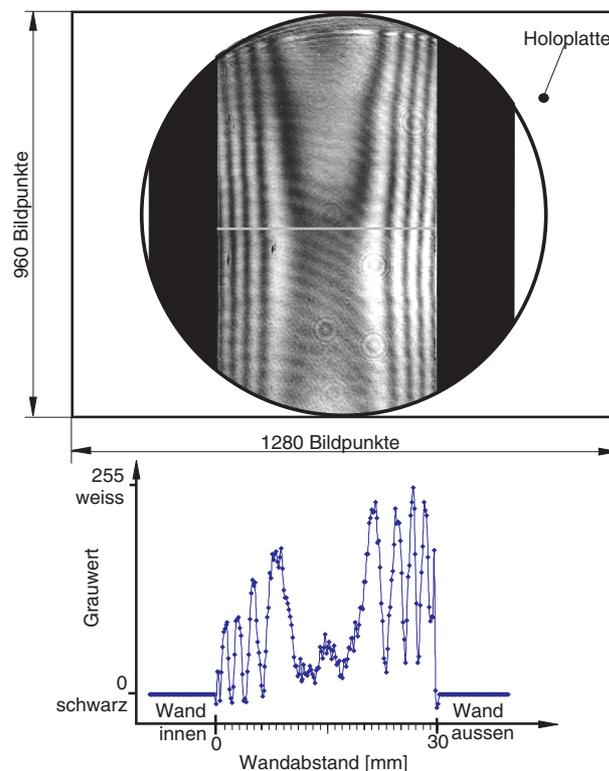


Abbildung 16: *Grauwertverteilung entlang einer Linie*

der Anwendung bestimmter Auswertelgorithmen einer digitalen Bildverarbeitung zu unterziehen. Mit Hilfe von Bildbearbeitungsprogrammen können in den Interferogrammen, Bildfehler eliminiert und ein hoher Kontrast erreicht werden. Mit der Erhöhung der Qualität steigt auch die Auswertegeschwindigkeit.

Zur Auswertung von Interferogrammen kommt ein Programm zum Einsatz, welches an gewünschten Orten des Interferogramms ent-

lang einer Linie die Grauwertverteilungen ausgibt. Abbildung 16 zeigt exemplarisch eine solche Grauwertverteilung. Die Abstände zwischen Wand und Maxima (weiße Streifen \rightarrow Streifenordnungen 0; 1; 2; 3....) bzw. Minima (schwarze Streifen \rightarrow Streifenordnungen 0,5; 1,5; 2,5...) werden ausgemessen und in einer Datei dem Programm zur Berechnung des örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten zur Verfügung gestellt. Der örtliche Wärmeübergangskoeffizient wird entsprechend der in Kap. 4.1.3 dargestellten Zusammenhänge berechnet. Der Berechnungsalgorithmus liefert Dateien und Diagramme, aus denen die Verläufe des innen- und außenseitigen Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{innen/außen}(x)$, sowie die lokale *Nußelt*-Zahl $Nu(x)$ entlang der beheizten Länge ermittelt werden können.

4.2 Laser-Doppler-Anemometrie

4.2.1 Einführung

Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) stellt ein optisches Messverfahren zur lokalen berührungslosen Geschwindigkeitsmessung von Fluiden dar. In hoher zeitlicher Auflösung kann die Geschwindigkeit an einem virtuellen Punkt, dem sogenannten Messvolumen, gemessen werden. Stationäre, als auch instationäre, turbulente Strömungen können mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie vermessen werden. Das Messprinzip basiert auf dem physikalischen Effekt der Streuung des Lichtes an Teilchen. Bei Strömungen, die nicht ausreichend Teilchen beinhalten, müssen Teilchen zugesetzt werden, die in der Lage sind, der Strömung möglichst schlupffrei zu folgen.

Der wesentliche Vorteil dieses Messverfahrens besteht darin, dass die Strömung nicht durch Einbringung von Sonden beeinflusst wird. Die lokale (punktuelle) Geschwindigkeitsbestimmung durch LDA erfordert bei Untersuchungen von Geschwindigkeitsfeldern ein Abscannen

des Untersuchungsbereiches, d.h. durch Verschiebung des LDA oder des Versuchskanals werden die Geschwindigkeiten punktuell gemessen und zu einer Feldverteilung zusammengestellt.

4.2.2 Grundlagen zur Laser-Doppler-Anemometrie

Die Laser-Doppler-Anemometrie, die umfangreich in der Literatur durch **Durst** [28] und **Ruck** [66] beschrieben ist, basiert auf dem Prinzip, dass kohärente Lichtwellen, die von bewegten Teilchen gestreut werden, eine Frequenzverschiebung gegenüber der Lichtquelle aufweisen. Dies ist der sogenannte Dopplereffekt. Er enthält Informationen über die Geschwindigkeit des Teilchens. Obwohl das Messprinzip immer dasselbe ist, wurden verschiedene LDA-Systeme entwickelt. Das LDA-Zweistrahilverfahren ist die weitaus am häufigsten verwendete Anordnung in der Laser-Doppler-Anemometrie. Dabei wird der Lichtstrahl einer Wellenlänge λ in zwei Partialstrahlen geteilt. Die beiden Partialstrahlen werden fokussiert und unter einem bestimmten Winkel ($2 \cdot \xi$) zum Schnitt gebracht. Der Schnittpunkt wird als Messvolumen bezeichnet. Ein Teilchen, das sich durch das Messvolumen bewegt, streut das Licht beider Laserstrahlen in unterschiedliche Raumrichtungen. Aufgrund der Bewegung der Teilchen besitzen beide Komponenten des Streulichts, entsprechend den einfallenden Lichtstrahlen, eine Frequenzverschiebung nach dem Doppler-Effekt. Die unterschiedlichen Winkel, die der Geschwindigkeitsvektor des Teilchens mit den Lichtstrahlen einschließt, rufen entgegengesetzte Dopplerverschiebung hervor. Diese Frequenzverschiebungen sind aber so gering, dass sie kaum messbar sind. Werden jedoch die beiden frequenzverschobenen Streulichtanteile überlagert, so entsteht eine Schwebung, deren Frequenz mit Hilfe eines Photodetektors erfasst werden kann.

Die Teilchengeschwindigkeit U kann direkt aus dieser Schwebungsfrequenz berechnet werden:

$$U = \frac{f \cdot \lambda}{2 \cdot \sin \xi} \quad (38)$$

Die ermittelte Frequenz f und damit auch die berechnete Geschwindigkeit U ist unabhängig von der Richtung der Geschwindigkeit. Eine positive oder eine negative Geschwindigkeit gleicher Größe rufen die gleiche Dopplerverschiebung hervor. Zur Lösung dieses Problems wird die Frequenz einer der beiden Lichtstrahlen durch eine definierte Frequenz f_0 verschoben. Das Licht, welches nun von einem ruhenden Teilchen reflektiert wird, interferiert mit der Verschiebungsfrequenz f_0 . Folglich verursacht ein Teilchen, welches sich in positiver Richtung bewegt, eine Dopplerverschiebung mit höherer Frequenz als die Verschiebungsfrequenz, hingegen bewirkt eine negative Geschwindigkeit eine kleinere Dopplerverschiebung als die Verschiebungsfrequenz f_0 . Die resultierende Geschwindigkeit lässt sich mit Hilfe der folgenden Beziehung bestimmen:

$$U = \frac{(f - f_0) \cdot \lambda}{2 \cdot \sin \xi} \quad (39)$$

Veranschaulichen lässt sich das Zweistrahl-Verfahren durch das Interferenzstreifenmodell, dargestellt in Abb. 17. Dieses Modell postuliert

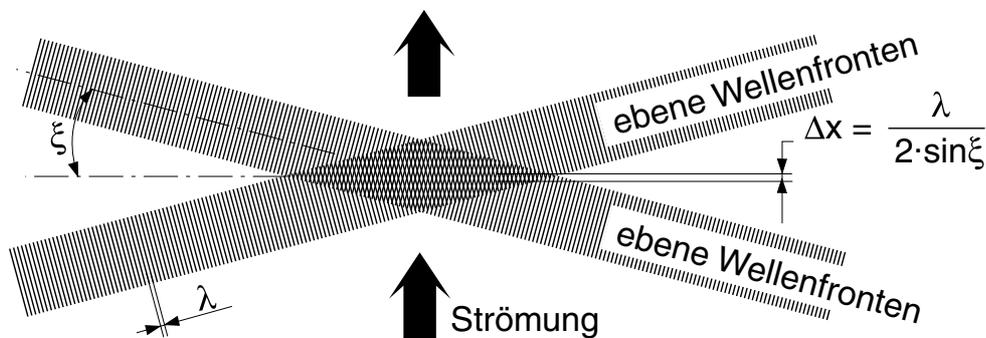


Abbildung 17: Überlagerung zweier Laserstrahlen in der Laser-Doppler-Anemometrie

am Überlagerungsort zweier Laserstrahlen das Vorhandensein von Interferenzstreifen, deren Abstand Δx eine Funktion des Überlagerungshalbwinkels ξ und der Lichtwellenlänge λ darstellt.

Teilchen, die sich in der Strömung mitbewegen, reflektieren bzw. streuen die Hell-Dunkel-Abschnitte (Interferenzstreifen) im Messvolumen. Ein Detektor empfängt diese Frequenzen, denen die Ge-

schwindigkeiten der jeweiligen Teilchen senkrecht zum Interferenzstreifenmuster zugeordnet werden können.

Sind der Halbwinkel der Laserstrahlen und die Wellenlänge des Laserlichtes bekannt, kann durch Messung der Signalfrequenz f die Geschwindigkeit u_{\perp} über die Gl. 38 ermittelt werden.

4.2.3 Versuchsanordnung

Der optische Versuchsaufbau zu dem LDA-Zweistrahilverfahren kann der Abb. 18 entnommen werden.

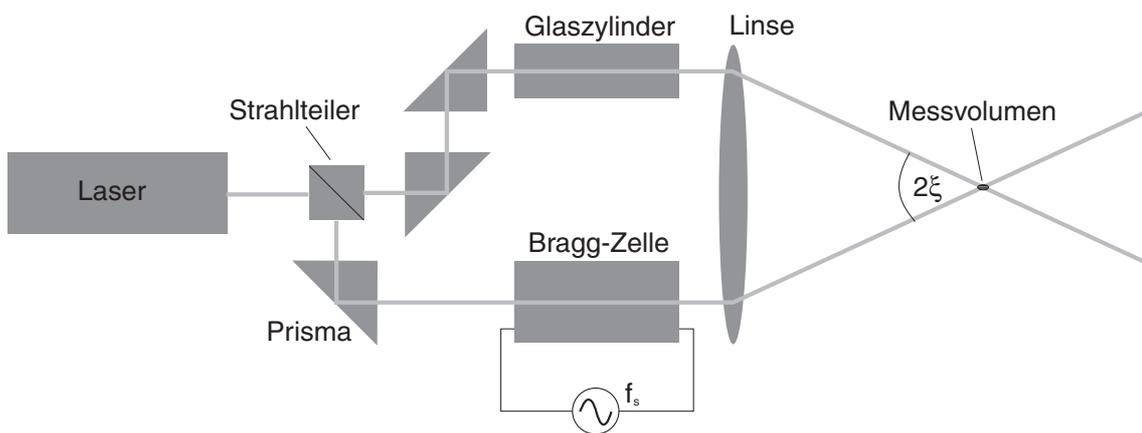


Abbildung 18: Versuchsaufbau zum Zweistrahilverfahren der LDA

Der Laserstrahl wird mittels eines Strahlteilers in zwei Strahlen gleicher Intensität aufgespalten. Ein Strahl durchläuft eine Bragg-Zelle, wo die Frequenz des Laserlichtes um die sogenannte Verschiebungsfrequenz (Shiftfrequenz) f_s abgesenkt oder erhöht werden kann. Die Bragg-Zelle ist ein akkustisch-optischer Modulator und erfordert einen Signalgenerator, der typischer Weise bei 40Hz arbeitet. Um die unterschiedlichen Wege der beiden Strahlen auszugleichen wird der Strahl, dessen Frequenz nicht verschoben wurde, durch einen Glaszylinder geleitet. Eine achromatische Linse fokussiert den frequenzverschobenen und den nicht frequenzverschobenen Strahl so, dass die beiden Strahlen sich in dem Winkel $2 \cdot \xi$ schneiden. Im

Schnittpunkt der Strahlen entsteht das Messvolumen in Form eines Ellipsoids und hat eine Gauss'sche Intensitätsverteilung in allen drei Richtungen. Der Schnittwinkel der Strahlen bestimmt die Sensitivität und damit auch den messbaren Geschwindigkeitsbereich des Systems. Durch die Anwendung von Frontlinsen unterschiedlicher Brennweiten lässt sich der Schnittwinkel ξ verändern. Durchqueren die Teilchen das Messvolumen, wird an ihnen das Laserlicht gestreut. Dieses Streulicht kann nun im Vorwärts- oder im Rückstreuverfahren detektiert werden. Im Rückstreuverfahren wird die Fokussierlinse gleichzeitig für die Laserstrahlen, die das Messvolumen bilden, und für das Streulicht verwendet. Mit dieser Anordnung ist keine zusätzliche Optik notwendig, um das Licht zu sammeln. Ausserdem muss der Untersuchungsbereich nur von einer Seite optisch zugänglich sein. Beim Vorwärtsstreuverfahren ist das Messvolumen zusätzlich detektorseitig zu fokussieren, was zusätzlichen Justieraufwand bedeutet. Allerdings kann dabei auch eine höhere Intensität des Streulichtes erreicht werden.

Für die Untersuchungen des Übergangs von freier zu erzwungener Konvektion wurde ein kommerziell erworbenes Ein-Komponenten-Laser-Doppler-Anemometer (Polytec LDV-300, Wellenlänge $\lambda = 630 \text{ nm}$) eingesetzt. Dieses Anemometer arbeitet im Rückstreuverfahren, d.h. Sender (Laser) und Empfänger (Photodetektor) des Streulichtes befinden sich in der gleichen Ebene. Der Photodetektor detektiert das Streulicht, welches rückwärts in Laserstrahlausbreitungsrichtung gestreut wird. Es handelt sich zudem um ein Ein-Komponenten-Laser-Doppler-Anemometer, weil nur eine Geschwindigkeitskomponente gleichzeitig gemessen werden kann.

4.2.3.1 Teilchenzugabe

Die Geschwindigkeitsmessung mit Hilfe eines Laser-Doppler-Anemometers ist in transparenten Fluiden nur möglich, wenn dieses Fluid genügend Tracer-Teilchen enthält. Ansonsten müssen der Strömung Teilchen hinzugefügt werden. Die Eigenschaften dieser Teilchen bestimmen sowohl die Genauigkeit als auch die Qualität (z.B. Signalra-

te) der LDA-Messungen. Deshalb werden an die Teilchen, aus deren Bewegung mit dem Fluid Rückschlüsse auf die Strömung des Fluids selbst gezogen werden sollen, folgende Bedingungen gestellt. Laut **Durst et al.** [28] sollte das Fluid

- in der Lage sein, den Strömungsschwankungen zu folgen,
- über gutes Lichtstreuvermögen verfügen,
- bequem herstellbar,
- billig,
- nicht toxisch, nicht korrosiv oder abreibend,
- nicht unbeständig, und
- chemisch inaktiv. und

sein. Die Art der zugegebenen Teilchen ist abhängig von der zu untersuchenden Strömung und vom verwendeten optischen System. In der Literatur [28] werden Empfehlungen für verschiedene Strömungen gegeben.

Die Tracer-Teilchen, die natürlicherweise in der Luft enthalten sind, reichen nicht aus, um eine Luftströmung ohne Zugabe von Teilchen zu vermessen. Die Geschwindigkeiten in der zu untersuchenden Luftströmung können nur gemessen werden, wenn der Strömung sehr feine Flüssigkeitströpfchen als Tracer-Teilchen beigefügt werden. Zahlreiche Vorversuche haben ergeben, dass ein kommerziell erworbenes Nebelfluid als Tracer-Teilchen für die Luftströmung im Versuchskanal beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion am geeignetsten ist. Mit Hilfe eines Nebelgenerators entsteht weißer Nebel, der eine höhere Temperatur als die Raumtemperatur besitzt. Dieser Nebel erfüllt die Bedingungen der Laser-Doppler-Anemometrie. Die Tracer-Teilchen können der Strömung ohne Schlupf folgen und sind auch in der Strömung chemisch und thermisch innerhalb der Versuchsbedingungen beständig. Vor Eintritt in den Versuchskanal wird der Nebel auf Raumtemperatur abgekühlt. Anderenfalls würde sich ein unerwünschter, auftriebsbedingter Anfangsimpuls in der Strömung ergeben.

4.3 Laser-induzierte Fluoreszenz

Die Laser-induzierte Fluoreszenz ist eines der neuesten Messverfahren, welches durch seine nicht beeinflussende Arbeitsweise zu den häufigst angewendeten Messtechniken in Gasen zählt. Vorrangig wird die Laser-induzierte Fluoreszenz zur Bestimmung von einzelnen Spezies, in selteneren Fällen auch von Temperatur, Dichte und Druck eingesetzt. Ihr großer Vorteil liegt in der hohen Empfindlichkeit gegenüber anderen Streulichtverfahren, z.B. der spontanen Ramanstreuung, bei der nur ein ca. 10^6 -fach schwächeres Signal erreicht wird [30]. Das Naphthalin, welches zur Untersuchung der Transportvorgänge bei simultanem Wärme- und Stofftransport eingesetzt wird, tritt beim untersuchten konvektiven Stoffübergang in Konzentrationsbereichen von $0 \div 1000 \text{ ppm}$ auf. Mit der Laser-induzierten Fluoreszenz können Spezies im *ppm*-Bereich, im günstigsten Fall auch noch im sub-*ppm*-Bereich, detektiert werden.

Die sehr hohe Signalstärke bei der Laser-induzierten Fluoreszenz ermöglicht eine zweidimensionale Messung - auch *planare* Laser-induzierte Fluoreszenz (PLIF) genannt - der Spezieskonzentration. Außer der Standard-Linear-Laser-induzierten Fluoreszenz werden zusätzlich hinsichtlich der Besonderheiten der ablaufenden Übergangsprozesse noch die gesättigte LIF [LI(S)F] und die Laser-induzierte Prädissoziations-Fluoreszenz [LI(P)F], auf die im Detail weiter unten eingegangen wird, unterschieden.

Die Laser-induzierte Fluoreszenz ist ein Verfahren, das eine zeitlich und örtlich hochauflösende Beobachtung von Konzentrationsverteilungen in Gasen ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Laser-induzierte Prädissoziations-Fluoreszenz bei simultanem Wärme- und Stoffübergang zur qualitativen Bestimmung der Naphthalinkonzentration in der Luftströmung angewendet. Da die Laser-induzierte Fluoreszenz zur Messung von Spezieskonzentrationen bereits in der Literatur [53], [54], [30] beschrieben wurde, soll hier nur kurz auf das physikalische Grundprinzip eingegangen werden.

4.3.1 Grundlagen zur Laser-induzierten Fluoreszenz

Die Laser-induzierte Fluoreszenz basiert auf einer natürlichen Fluoreszenz von Molekülen und Atomen, die durch Laserstrahlung angeregt wurden. Mit Hilfe von Abb. 19 sollen die verschiedenen Mechanismen, die für die Laser-induzierte Fluoreszenz eine Rolle spielen, veranschaulicht werden. Dargestellt sind zwei elektronische Niveaus eines Moleküls, die sich in Vibrationsniveaus mit den dazugehörigen Rotationsniveaus aufspalten.

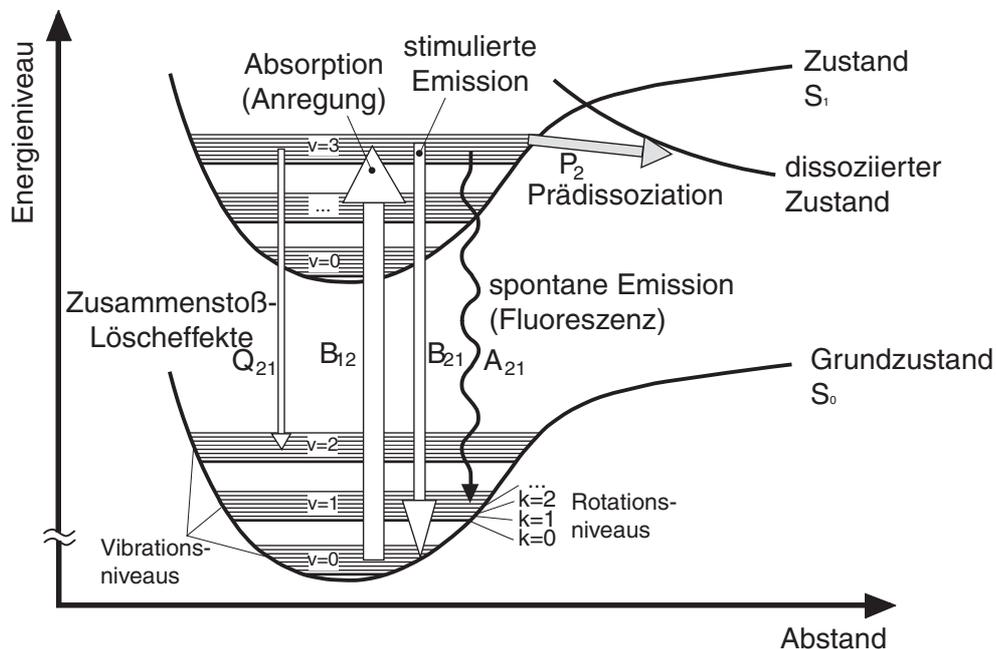


Abbildung 19: Ausschnitt aus einem Energieniveausystem eines Moleküls

Das Prinzip des LIPF-Verfahrens beruht auf der Absorption von Photonen mit ausreichend großer Energie, wodurch Moleküle von einem bestimmten Grundzustand S_0 in einen angeregten Zustand S_1 übergehen. Die Absorption durch Moleküle ist über den Einsteinkoeffizienten B_{12} charakterisiert, siehe Abb. 19. Innerhalb der elektronischen Energieniveaus ist der Zustand eines Moleküls durch die Schwingungsquantenzahl v sowie die Rotationsquantenzahl k gekennzeichnet. Nach einer kurzen Lebensdauer im angeregten Zustand (ca. $10^1 \div 10^2$ ns) geht das angeregte Molekül in einen niedrigeren

energetischen Zustand über. Dieser Übergang kann auf verschiedene Arten erfolgen, wovon die drei wichtigsten in Abb. 19 mit Pfeilen gekennzeichnet sind. Der Energieverlust eines angeregten Moleküls über eine spontane Fluoreszenz unter Emission eines Photons wird durch den Einsteinkoeffizienten für Fluoreszenz A_{21} beschrieben. Eine weitere Möglichkeit der Energieabgabe des angeregten Moleküls sind Stöße mit anderen Molekülen in der Umgebung. Dieser Übergang wird über die Stoßrate Q_{21} repräsentiert. Die Art der auftretenden Übergangseffekte ist abhängig vom angeregten Zustand des Moleküls. Wird z.B. der Übergang $(S_0, v = 0) \rightarrow (S_1, v = 0)$ angeregt, so treten vornehmlich spontane Emission und Stoßeffekte auf. In diesem Fall spricht man von Laser-induzierter Fluoreszenz. Wird hingegen der Übergang $(S_0, v = 0) \rightarrow (S_1, v = 3)$ angeregt, so wird ein Großteil der angeregten Moleküle dissoziiert. Die entsprechende Dissoziationsrate wird durch den Koeffizienten P_2 repräsentiert.

Die Intensität des detektierten Fluoreszenzlichtes S_F lässt sich berechnen durch:

$$S_F = C_{Setup} N_{ges} B_{12} I_v \frac{A_{21}}{A_{21} + Q_{21} + P_2} \quad (40)$$

wobei C_{Setup} eine Konstante ist, die von der Messanordnung sowie der Wellenlänge der eingesetzten Lichtquelle abhängt. N_{ges} stellt die Anzahl der beobachteten Moleküle und I_v die spektrale Energiedichte der Lichtquelle dar. Die Faktoren A_{21} und Q_{21} im Nenner der Gl. 40 werden für den Fall der Laser-induzierten Prädissociations-Fluoreszenz vernachlässigt. Damit reduziert sich der Bruch auf A_{21}/P_2 . Aufgrund der Druck- und Temperaturunabhängigkeit ergibt sich eine direkte Proportionalität zwischen der gemessenen Fluoreszenzintensität bei dem LI(P)F-Verfahren und den momentan vorhandenen Teilchen.

4.3.2 Das photophysikalische Verhalten von Naphthalin

In der Literatur wurde die Laser-induzierte Fluoreszenz zur Messung des Naphthalingehalts in der Luft bisher nicht erwähnt. Allerdings sind in der Literatur, beispielsweise in **Becker** [9], **Birks** [12] und **Klessinger** [48], zahlreiche Untersuchungen zur Photochemie organischer Verbindungen, zu denen Naphthalin zählt, zusammengestellt worden. Naphthalin gehört zu der Klasse der aromatischen Kohlenstoffverbindungen, deren UV-Spektren sowohl experimentell als auch theoretisch am besten untersucht sind [48]. Die Abb. 20 zeigt das UV-Absorptionsspektrum von Naphthalin im Vergleich zu anderen aromatischen Kohlenwasserstoffen. Naphthalin erlaubt durch

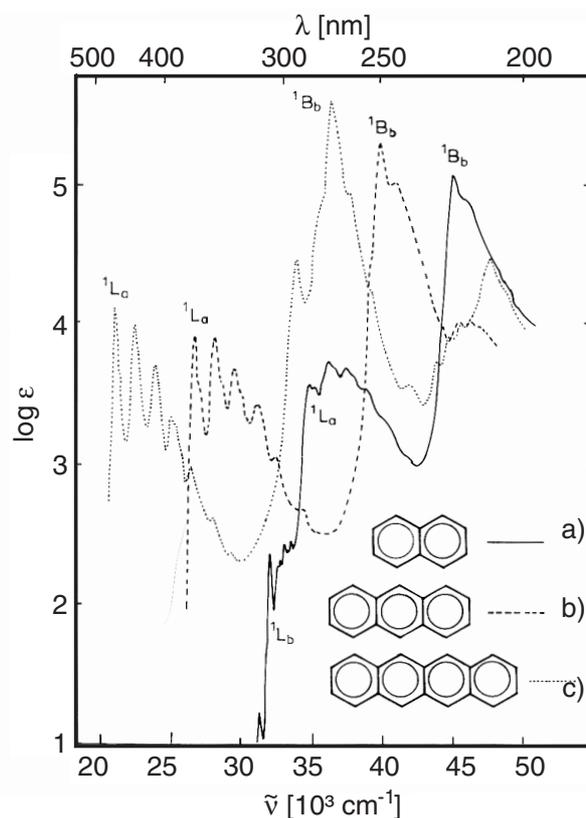


Abbildung 20: Absorptionsspektrum von a) Naphthalin, b) Anthracen und c) Tetracen [48].

seine Molekülstruktur eine Vielzahl von Rotations- und Vibrationszuständen, die durch drei Hauptbanden unterschiedlicher Intensität

(siehe Abb. 20) gekennzeichnet sind. Eine Anregung des Naphthalindampfes durch das Licht eines Krypton-Fluorid-EXCIMER-Lasers (Wellenlänge: $248 \text{ nm} \leq \lambda \leq 249 \text{ nm}$) betrifft die zweite Bande (Abb. 20, 1L_a), die sich durch eine mittlere Intensität ($\epsilon = 10^4$) auszeichnet. Das Spektrum für die Lumineszenz von Naphthalin, welche die Emission eines Photons von einem elektronisch angeregten Zustand bezeichnet, wird in Abb. 21 gezeigt. Die emittierte Strahlung ist in der Regel durch den strahlungslos abgegebenen Energiebetrag energieärmer und damit längerwellig als die absorbierte Strahlung. In Abb. 21 sind die Wellenlängen der emittierten Strahlung sowohl für die Fluoreszenz als auch die Phosphoreszenz dargestellt. Je nachdem, ob die Lumineszenz einem spinerlaubten oder einem spinverbotenem Übergang entspricht, wird die Lumineszenz als Fluoreszenz oder Phosphoreszenz bezeichnet. Bei Molekülen mit einem angeregten Singulett-Grundzustand tritt Fluoreszenz also bei der Desaktivierung von angeregten Singulettzuständen auf, während Phosphoreszenz bei der Desaktivierung angeregter Triplettzustände beobachtet wird [48].

Die im Vergleich zur Anregungswellenlänge größere Wellenlänge der emittierten Strahlung deutet auf den Ablauf strahlungsloser Vorgänge hin. Eine Verschiebung des Fluoreszenzspektrums zu größeren Wellenlängen lässt sich auch durch die Tatsache erklären, dass die zwischenmolekularen Wechselwirkungen im angeregten Zustand und im Grundzustand verschieden sind. Eine Umorientierung der Umgebung des Moleküls während seiner Lebensdauer im angeregten Zustand nimmt Energie in Anspruch, wodurch die Energie des angeregten Zustandes sinkt. Die Folge ist die Abstrahlung von längerwelligem Licht bei Desaktivierung des angeregten Zustands.

4.3.3 Versuchsaufbau und -durchführung zur Laser-induzierten Fluoreszenz-Messung

Der optische Aufbau der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten PLI(P)F-Messungen ist in Abb. 22 dargestellt. Als Laserlichtquelle

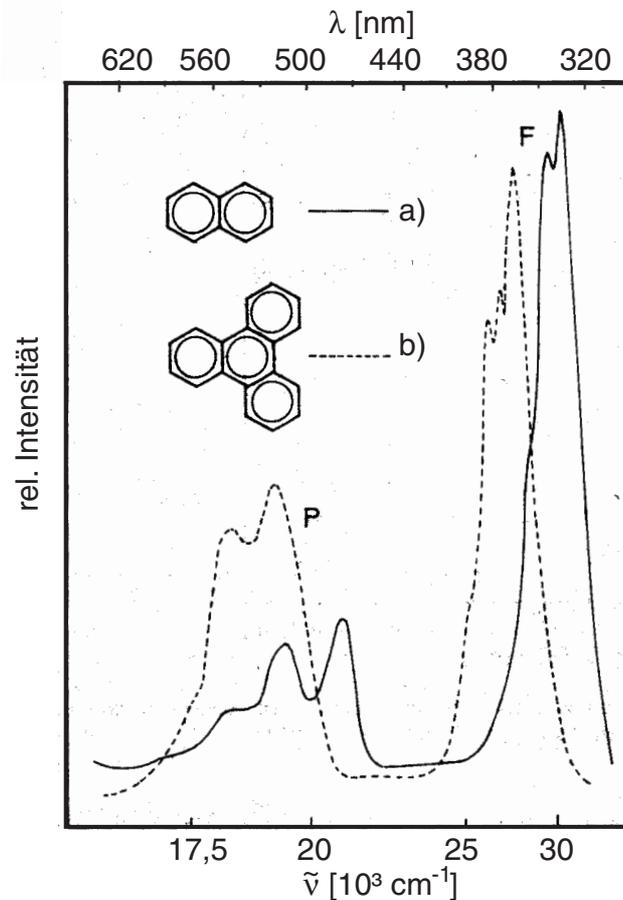


Abbildung 21: Lumineszenzspektrum von a) Naphthalin und b) Triphenylen [48].

wurde ein KrF-EXCIMER-Laser (Typ Compex 150, Fa. Lambda-Physik, Pulsenergie ca. 450 mJ) verwendet. Die Pulsdauer beträgt ca. 17 ns, wodurch eine sehr hohe zeitliche Auflösung erreicht wird. Strömung und Konzentrationsverteilung im Versuchskanal können dadurch als quasi-eingefroren betrachtet werden. Der Laserstrahl wird mit der in Abb. 22 dargestellten Linsenordnung divergent aufgeweitet und schräg von vorn in die Messstrecke eingespiegelt. Das entstehende Laserlichtband hat eine Breite von ca. 29 mm und aufgrund der Fokussierung des Laserstrahls auf eine Brennebene eine Dicke von 0,5 mm, wodurch eine hohe räumliche Auflösung realisiert wird. Andere optische Verfahren, wie zum Beispiel die holographische Interferometrie, erzeugen eine integrale Abbildung der

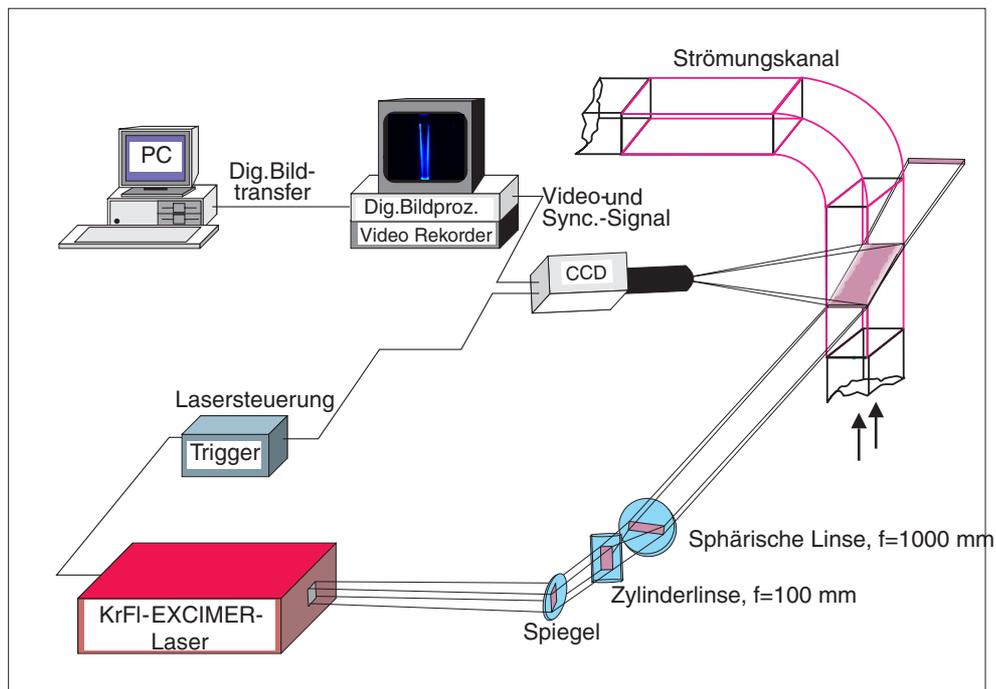


Abbildung 22: Versuchsaufbau zur Laser-induzierten Fluoreszenz

Messgröße über die gesamte Tiefe der Messkammer. Zur Detektion des Fluoreszenzsignales wurde eine UV-intensivierte CCD-Kamera (Typ Flamestar, Fa. LaVision, Auflösung $574 \times 384 \text{ Pixel}$) eingesetzt. Um das Streulicht von dem Fluoreszenzsignal zu trennen, wurde der CCD-Kamera ein UG11-Filter vorgeschaltet. Mit geeigneter Software erfolgt dann eine direkte Weiterverarbeitung im PC.

Die in Abb. 22 dargestellte Versuchsanordnung wurde sowohl zur Untersuchung des simultanen Wärme- und Stofftransports als auch für Kalibriermessungen genutzt. Kalibriermessungen wurden durchgeführt, um die Lichtintensität des emittierten Lichtes definierten Naphthalinkonzentrationen zuordnen zu können.

Für die Kalibriermessungen wurden die beheizbaren Kanalwände im senkrechten Teil der Messkammer mit Naphthalin beschichtet. Dieser Teil der Messkammer wurde für Kalibriermessungen vom Vor- und Nachlauf abgegrenzt, so dass eine Kammer ohne Zu- und Abströmung entsteht. Diese Kammer wurde auf bestimmte Temperaturen aufgeheizt, die die Stützpunkte für die Kalibrierkurve in Abb.

23 darstellen. Innerhalb der Kammer stellt sich bei jeder Tempe-

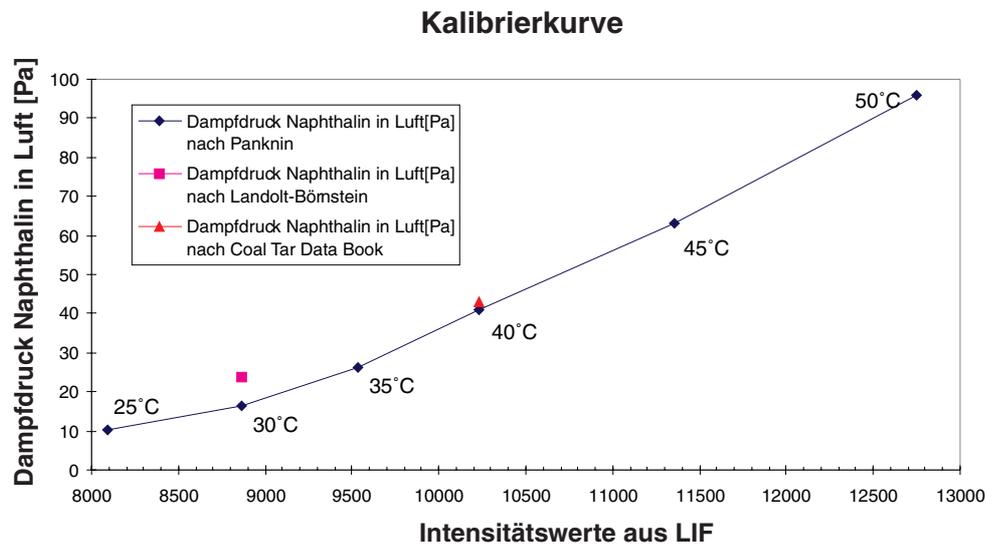


Abbildung 23: Messungen bei Sättigungszustand von Naphthalindampf in Luft bei verschiedenen Temperaturen

ratur ein Gleichgewicht derart ein, dass das Naphthalin sich in einer seines Sättigungsdampfdruckes entsprechenden Konzentration in der Luft befindet. Hinsichtlich des Sättigungsdampfdruckes von Naphthalin weisen verschiedene Literaturstellen, wie [3], [50] und [25], sehr unterschiedliche Werte aus. Die Intensitätswerte der Laser-induzierten Fluoreszenz-Messungen bei verschiedenen Temperaturen in Abhängigkeit von den jeweiligen Sättigungsdampfdrücken aus den verschiedenen Literaturstellen ergeben eine annähernd lineare Kalibrierkurve (Abb. 23). Damit ist es möglich, den Intensitätswerten der Laser-induzierten Fluoreszenz entsprechende Konzentrationen zuzuweisen.

4.4 Die Kombination von HI und PLI(P)F

Wie im Kap. 4.1.1 bereits erwähnt, liefert die holographische Interferometrie Aussagen über ein Brechzahlfeld. Bei gekoppelten Wärme- und Stoffübergangsprozessen hängt die Brechzahl gemäß der folgen-

den Beziehung von zwei Größen ab:

$$dn = (\delta T)_C dT + (\delta C)_T dC \quad (41)$$

Dabei ist C die örtliche Konzentration. Bei der Untersuchung des simultanen Wärme- und Stofftransportes ist es durch die holographische Interferometrie nicht möglich, das Temperatur- oder das Konzentrationsfeld zu ermitteln. Erst durch die Kenntnis des Konzentrationsfeldes aus Messungen mit Hilfe der Laser-induzierten Fluoreszenz lässt sich das Temperaturfeld aus den Ergebnissen der holographischen Interferometrie berechnen. Der in Abb. 24 dargestellte kombinierte Einsatz von holographischer Interferometrie und Laser-induzierten Fluoreszenz ermöglicht die experimentelle Untersuchung des simultanen Wärme- und Stofftransportes.

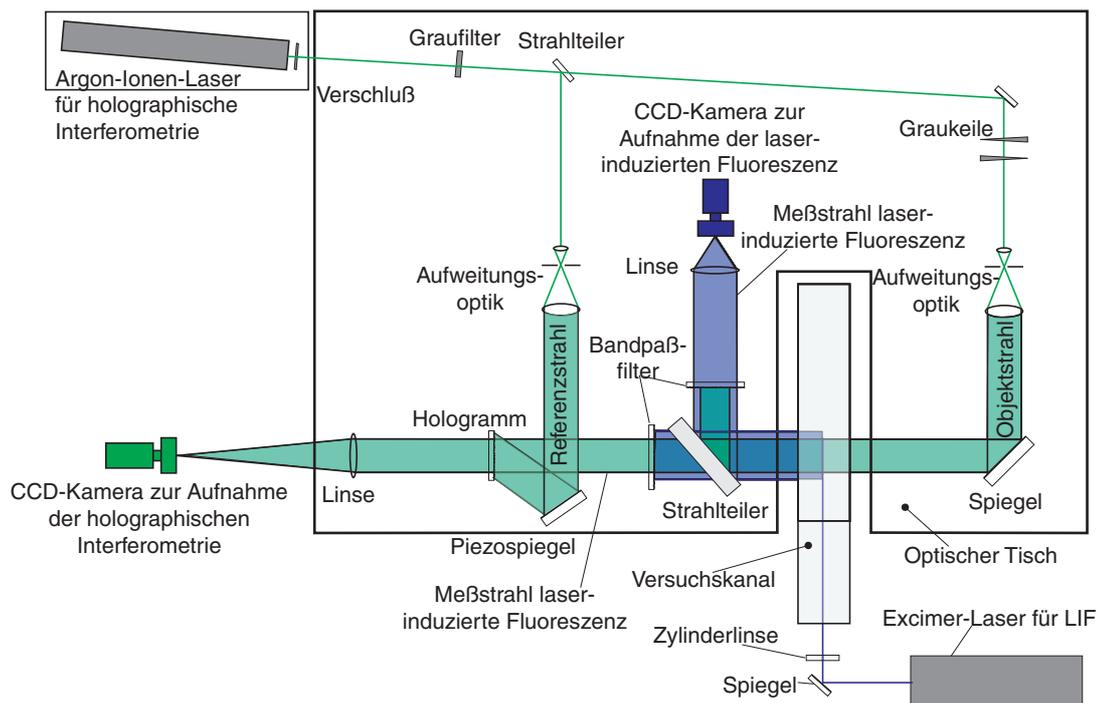


Abbildung 24: *Strahlführung für die Kombination von HI und LIF*

Der leichten Erkennbarkeit halber sind der interferometrische Strahlengang und der für die Laser-induzierte Fluoreszenz mit unterschiedlichen Farben gekennzeichnet.

Durch den gezeigten Aufbau ist es möglich, die interferometrischen Aufnahmen und die der Laser-induzierten Fluoreszenz in zeitlich sehr kurzer Abfolge zu realisieren. Damit ergibt sich die Möglichkeit, die zeitlich versetzt aufgenommenen Zustände der quasistationären Strömung kombiniert auszuwerten.

5 Numerische Untersuchung der Kanalströmung

Aufgrund der außergewöhnlichen Steigerung der Leistungsfähigkeit von Computern ist es heute bereits möglich, viele technische Vorgänge numerisch zu simulieren. Grundlegendes Ziel ist dabei, die Durchführung zeitaufwendiger oder kostspieliger Experimente nach Möglichkeit zu vermeiden und stattdessen durch Computerprogramme nachzuahmen. Um das Verhalten wärme- und stoffbeeinflusster Strömungen vorhersagen zu können, werden hohe Anforderungen an die verfügbare Soft- und Hardware gestellt, da komplexe und umfangreiche Gleichungssysteme gelöst werden müssen. Zuvor erfolgt eine Überführung der realen Problemstellung in eine mathematische Beschreibung (Modell) und die Festsetzung entsprechender Randbedingungen. Das reale Strömungsgebiet wird durch ein Berechnungsgebiet nachgebildet, welches in eine Vielzahl interagierender Kontrollvolumen (Gitterzellen) unterteilt ist. Die numerischen Verfahren lösen nun in jedem Kontrollvolumen des Berechnungsgebietes die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie, die sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen gültig sind. Mit den heutigen numerischen Verfahren ist die Berechnung solcher Strömungen ohne weitere Modellannahmen (DNS) prinzipiell möglich. Aber aufgrund extrem rechenintensiver Gleichungen bei der Direkten Numerischen Simulation (DNS) werden heute noch in der Regel Turbulenzmodelle zur Beschreibung turbulenter Transportvorgänge bevorzugt, um eine ökonomisch vertretbare Lösung zu erhalten.

5.1 Einführung

Die Wärme- und Stofftransportprozesse beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion sind sehr kompliziert und laufen gekop-

pelt ab. Für die anwendungstechnische Beherrschung derartiger Konvektionsströmungen ist es erforderlich, physikalisch sinnvolle, mathematische Modelle zu entwickeln, in denen diese Transportvorgänge implementiert sind. Diese Modelle liefern die Feldverteilungen der Prozessgrößen und damit die Auswirkungen verschiedenster Einflussgrößen auf die Intensität des Wärme- und Stofftransportes. Die Qualität des mathematischen Modells bestimmt weitgehend die Beherrschbarkeit der Transportprozesse.

Das Ziel dieser numerischen Simulation ist es, die gekoppelten Transportprozesse im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion in gekrümmten Kanälen nachzubilden und damit eine Basis zur Lösung ähnlicher Strömungsprobleme zu schaffen. Es stellt sich dabei die Frage, welche Möglichkeit der Auftriebsmodellierung, auf die im Kap. 5.3 näher eingegangen wird, zu Übereinstimmungen mit den experimentellen Ergebnissen führt. Weiterhin ist von besonderem Interesse, ob für das Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion, die Krümmenströmung durch ein laminares oder durch ein turbulentes Modell wiedergegeben werden kann. Innerhalb des experimentell untersuchten Parameterbereiches liegen zwar die Rayleigh-Zahlen mit maximal $Ra = 10^5$ weit unterhalb der kritischen Rayleigh-Zahl von 10^9 und ließen deshalb diesbezüglich auch keine Vermutung auf eine turbulente Strömung zu. Dennoch sollte der Einfluss des Krümmers nicht unterschätzt werden.

5.2 Die Erhaltungssätze

Die physikalischen Grundlagen zur mathematischen Modellierung des Wärme- und Stofftransportes sind folgende Erhaltungssätze der Thermofluiddynamik:

- *Massenerhaltung*, sowohl global über dem gesamten Berechnungsvolumen als auch lokal über dem finiten Volumen und partiell in Bezug auf die einzelnen Massenanteile der verschiedenen Spezies.

- *Navier-Stokes-Gleichungen*, die aus dem Newton'schen Impulsatz hervorgehen.
- *Energieerhaltungssatz* in der Form des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik.

Die Erhaltungssätze basieren auf dem Prinzip der Erhaltung und des Transportes der jeweilig betrachteten Größe, einer beliebigen Variablen Φ . In der Eulerschen Betrachtungsweise führt dieses Prinzip auf die Erhaltung einer Größe Φ innerhalb eines ortsfesten, differentiellen Kontrollvolumens und den Transport dieser Größe über die begrenzenden Flächen, wie in Abb. 25 dargestellt.

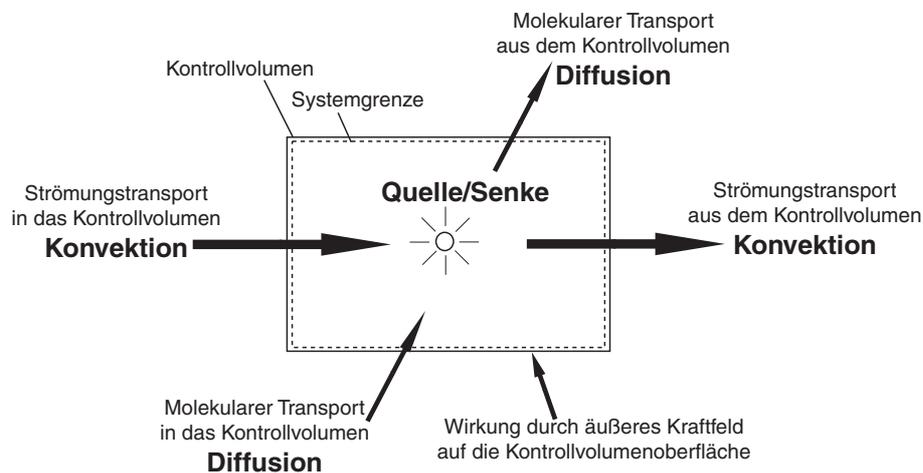


Abbildung 25: Bilanzierungskomponenten einer beliebigen Transportgröße Φ .

Werden sämtliche in der Strömung auftretenden Variablen, die im vorliegenden Fall die Masse sowie auch die Teilmassen der Gemischkomponenten, der Impuls (hier die Vektorkomponenten der Strömungsgeschwindigkeit) und die Enthalpie darstellen, auf diese Weise bilanziert, ergeben sich die grundlegenden Erhaltungssätze der Thermofluidmechanik. Die exakte Ableitung dieser Sätze ist z.B. bei **Jischa** [45], **Cebeci und Smith** [17], **Bird et al.** [11] zu finden.

Daraus ergibt sich das zu lösende Differentialgleichungssystem der Erhaltungssätze, zur Beschreibung von Strömungen im Übergangs-

gebiet von freier zu erzwungener Konvektion, welches im folgenden gezeigt wird:

- **Der globale Massenerhaltungssatz**

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (42)$$

- **Der Impulserhaltungssatz**

$$\frac{\partial(\varrho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \varrho f_j \quad (43)$$

mit dem viskosen Spannungstensor τ_{ij} für Newton'sches Fluid

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (44)$$

- **Der Energieerhaltungssatz**

$$\frac{\partial(\varrho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i h)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) + S_h \quad (45)$$

mit

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (46)$$

- **Die partielle Kontinuitätsgleichung als Erhaltungssatz für den Massenanteil C einer beliebigen Gemischkomponente**

$$\frac{\partial(\varrho C_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i C_k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{AB} \frac{\partial(\varrho C_k)}{\partial x_i} \right) + S_C \quad (47)$$

In den Impulsgleichungen stellt der Term ϱf_i die Summe der von außen auf das System wirkenden Kräfte dar. Darin werden die Auftriebskräfte durch Temperatur- und Konzentrationsunterschiede in x -Richtung durch die Wirkung der Erdschwere berücksichtigt. Eine detaillierte Beschreibung der Modellierungsmöglichkeiten des Auftriebes wird in Kap. 5.3 gegeben.

Das Transportgleichungssystem zur Beschreibung der untersuchten Strömung im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion wird durch die Anwendung zweier algebraischer Gleichungen der Thermodynamik vervollständigt:

- die thermische Zustandsgleichung idealer Gase, in der der Zusammenhang zwischen Dichte, Temperatur und Druck festgehalten wird.
- die kalorische Zustandsgleichung, die die Verbindung zwischen Enthalpie, Temperatur und Druck herstellt, wobei angenommen wird, dass die spezifische Wärmekapazität der Luft ausschließlich eine Funktion der Temperatur bei konstantem Druck ist.

Die vorgestellten Erhaltungssätze beschreiben sowohl laminare als auch turbulente Strömungen vollständig und exakt, wenn die transportierten Größen als Momentanwerte verstanden werden. Turbulenzerscheinungen bestehen aus chaotischen, sich nicht wiederholenden Bewegungen, die nur auf statistischem Wege beschreibbar sind [15]. Mit den heute gegebenen Simulationskapazitäten bezüglich Rechenleistung und Speicherplatz ist es bei so komplexen Vorgängen, wie der hier betrachteten simultanen Wärme- und Stofftransportprozesse beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion, nicht möglich, die turbulenten Erscheinungen numerisch aufzulösen. Die betrachteten Größenordnungen übersteigen die verfügbaren Hochleistungsrechner um ein Vielfaches. Im Kap. 5.4 wird näher auf die Möglichkeiten der Turbulenzmodellierung eingegangen.

5.3 Modellierung des Auftriebs

Auftriebskräfte werden durch Dichteunterschiede entlang des Strömungsweges hervorgerufen. Wenn sich das Fluid bewegt, werden Auftriebskräfte in zusätzlich auftretende Impulskräfte umgewandelt.

Dichteunterschiede können aus Druck-, Temperatur- oder Konzentrationgefälle bzw. einer Kombination derer resultieren. Im wesentlichen gibt es zwei Möglichkeiten, den Auftrieb im mathematischen Modell zu implementieren:

- **Inkompressible Strömung mit Anwendung der Boussinesq-Approximation [14]**

Gasströmungen mäßiger Geschwindigkeiten dürfen bei nicht allzu großen Temperaturänderungen näherungsweise als inkompressibel betrachtet werden [3]. Zur Beschreibung des Auftriebes bei rein thermisch beeinflussten Strömungen kommt in der Regel die *Boussinesq – Approximation* zum Einsatz.

Gray und **Giorgini** [34] leiteten ausführlich den Gültigkeitsbereich der *Boussinesq – Approximation* für Flüssigkeiten und Gase her. Ausgehend von einer zulässigen Änderung der Stoffeigenschaft in Abhängigkeit von Druck und Temperatur kleiner 10 % ergibt sich für Luft bei einer Ausgangstemperatur von 25°C und einem Druck von 1 atm ein maximaler Temperaturbereich von $29,74\text{ K}$. In diesem Bereich wäre eine Anwendung der *Boussinesq – Approximation* vertretbar. Neuere Untersuchungen von **Merker** und **Mey** [55], die die freie Konvektion sowohl in flachen als auch quadratischen Behältern untersucht haben, zeigen, dass die „exakte“ Lösung nur minimal von der *Boussinesq – Approximation* abweicht, wenn die arithmetische Mitteltemperatur als Bezugstemperatur und eine lineare Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte verwendet werden. Vergleiche experimenteller und numerischer Ergebnisse ergaben keine Unterschiede bezüglich der Nußelt-Zahlen und deuten darauf hin, dass der von Gray und Giorgini aufgezeigte Gültigkeitsbereich der *Boussinesq – Approximation* offensichtlich wesentlich größer ist.

Die *Boussinesq – Approximation* beinhaltet folgende Annahmen:

- Die Dichte wird als konstant angenommen, d.h. die Kon-

tinuitätsgleichung behält ihre inkompressible Form und die Dichte ist ausschließlich im Auftriebsterm der Impulsgleichung (Gl. 43, letzter Term der rechten Seite) eine zu berücksichtigende Variable.

- Alle weiteren Fluideigenschaften werden als konstant angenommen.
- Die viskose Dissipation wird als vernachlässigbar betrachtet.
- Der Einfluss der Druckänderung auf die Temperatur wird nicht berücksichtigt.

Bei rein thermisch beeinflussten Strömungen wird die Temperaturabhängigkeit der Dichte, die nur im Auftriebsterm berücksichtigt wird, wie folgt beschrieben:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \quad (48)$$

mit

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) = \underbrace{\frac{1}{T_0}}_{\text{für ein ideales Gas}} \quad (49)$$

Bei simultanem Wärme- und Stofftransport ist der Auftrieb aber sowohl temperatur- als auch konzentrationsabhängig. Damit ist Gl. 48 nicht mehr gültig. Der Einfluss der Konzentration wird über die spezielle Gaskonstante eingeführt, die wie folgt definiert ist:

$$R_i = \frac{\hat{R}}{M_i} \quad (50)$$

Die Gaskonstante der Mischung zwischen Luft und Naphthalin berechnet sich nach Gl. 51

$$R_{\text{Gemisch}} = C \cdot R_{\text{Naphthalin}} + (1 - C) \cdot R_{\text{Luft}} \quad (51)$$

Die Bildung und Linearisierung des totalen Differenzials, sowie die Ausführung einiger Umstellungen, führt zu einem linearisierten Zusammenhang zwischen der aktuellen Dichte und einem

Referenzzustand.

$$\rho = \rho_0 \left(\underbrace{1 - \frac{T - T_0}{T_0}}_{\text{Boussinesq-Approximation}} - \frac{R_{Naphthalin} - R_{Luft}}{R_0} \cdot (C - C_0) \right) \quad (52)$$

Die Referenztemperatur T_0 entspricht dem arithmetischen Mittelwert zwischen der Wandtemperatur und der Kanaleintrittstemperatur. Die Referenzdichte der Luft wird mit Hilfe dieser Referenztemperatur berechnet. Die in den Transportgleichungen verwendeten Stoffeigenschaften gehen als Konstanten, berechnet für diese Referenztemperatur, ein.

- **Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Dichte in den Transportgleichungen**

Eine Strömung wird als kompressibel bezeichnet, wenn sich die Dichte eines materiellen Volumenelements während seiner Bewegung ändert. Bei der betrachteten Strömung im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion erfolgt eine Dichteänderung infolge von Wärmezufuhr bzw. wärmeunterstützter Diffusion des Naphthalins in die Luft. Der Übergangsbereich zwischen freier und erzwungener Konvektion erfordert aufgrund der vorherrschenden Geschwindigkeiten keine kompressible Betrachtungsweise der Strömung. Machzahlen von $Ma = 0,01$ unterstützen diese Feststellung. Allerdings führen die großen Temperaturunterschiede in dem untersuchten Parameterbereich zu Dichteänderungen, die durch die Einführung einer ausschließlich temperaturabhängigen Dichte in den kompressiblen Impulserhaltungssätzen berücksichtigt werden. Der letzte Term der rechten Seite in der x -Impulstransportgleichung stellt den Auftriebsterm dar und erhält folgende Form:

$$\dots + (\varrho - \varrho_0) \cdot g. \quad (53)$$

Damit wird eine auftriebsbehaftete Strömung modelliert, in der der Druckeinfluss auf die Dichte vernachlässigt wird.

Die Auswahl des anzuwendenden Modells ist bei der betrachteten Strömung im Wesentlichen durch Temperatur- und Konzentrationsänderungen geprägt. Die Größe der Unterschiede zwischen einem bestimmten Referenzzustand und den lokalen Werten für Temperatur und Konzentration ist maßgebend bei der Auswahlentscheidung zur Auftriebsmodellierung.

5.4 Turbulenzmodellierung

Wie bereits im Kap. 5.2 angedeutet, ist es prinzipiell möglich, den instationären und stochastischen Vorgang der Turbulenz mit der Navier-Stokes-Gleichung ohne ergänzende Modellbildung zu lösen. Diese sogenannten DNS-Berechnungen (Direct Numerical Simulation) sind nur für einfache Geometrien und kleine Reynolds-Zahlen geeignet und bedürfen enormer Rechenkapazitäten. Eine weitere Modellierungsmöglichkeit bietet die sogenannte Grobstruktursimulation oder „Large Eddy Simulation (LES)“, bei der Turbulenzballen oberhalb einer bestimmten Größenordnung direkt simuliert werden, während die kleineren, die vom numerischen Gitter nicht aufgelöst werden können, modelliert werden. Diese Methode ist sehr aufwendig und war deshalb nicht Gegenstand dieser Arbeit, die eher einen experimentellen Schwerpunkt hat. Daher kamen statistische Turbulenzmodelle, basierend auf den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, zum Einsatz. Mit diesen sogenannten Schließungsmodellen werden die aus den turbulenten Schwankungen resultierenden Korrelationen höherer Ordnung modelliert. Die Wahl des Schließungsmodells ist abhängig von den ablaufenden Transportprozessen der zu untersuchenden Strömung. Inwiefern ein Turbulenzmodell geeigneter erscheint als ein anderes kann nur anhand von Erfahrungs-

werten bzw. nach der Anwendung durch Vergleiche mit experimentellen Daten entschieden werden. Die numerischen Untersuchungen der Kanalströmung beim Übergang von freier zu erzwungener Konvektion wurden unter Anwendung des laminaren Modells und der in diesem Kapitel vorgestellten Turbulenzmodelle durchgeführt.

5.4.1 Mathematische Beschreibung turbulenter Strömungen

Turbulente Strömungen sind durch Schwankungsbewegungen gekennzeichnet, die sich der Hauptströmung überlagern. Der momentane Wert einer transportierten Größe $\tilde{\Phi}$ wird mit dem Reynoldsansatz als Summe eines zeitlichen Mittelwertes $\bar{\Phi}$ und einer überlagerten Schwankung Φ' aufgefasst,

$$\tilde{\Phi}(x, y, z, t) = \bar{\Phi}(x, y, z, t) + \Phi'(x, y, z, t) \quad (54)$$

mit $\phi = u, p, T$. Für eine beliebige turbulente Größe $\tilde{\Phi}$ lässt sich der nicht chaotisch schwankende Anteil nach Gl. 55 bestimmen. Mittelwerte werden mit einem Querstrich angedeutet.

$$\bar{\tilde{\Phi}}(x, y, z, t) = \phi = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \tilde{\Phi}(x, y, z, t) dt \quad (55)$$

Das Mittelungsintervall Δt muss so groß gewählt werden, dass eine Vergrößerung des Zeitintervalls Δt keinen Einfluss auf den Mittelwert hat. Aus der Definitionsgl. 55 ergibt sich unmittelbar, dass die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungsgrößen Null sind:

$$\bar{\Phi}'(x, y, z, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Phi'(x, y, z, t) dt = 0 \quad (56)$$

5.4.2 Die zeitlich gemittelten Grundgleichungen

Die zeitliche Mittelungsprozedur nach **Reynolds** [63] wird auf die Differenzialgleichungen 42 - 47 angewandt. Unter der Berücksichtigung der im Anhang A.2 enthaltenen Rechenregeln wird der Term

des diffusiven Transportes um zusätzliche Ausdrücke erweitert. Diese stellen einen scheinbar höheren molekularen Austausch dar. Dieser erhöhte diffusive Transportanteil spiegelt die turbulenten Anteile der Strömung wieder. Durch die fluktuativen Schwankungen wird der Austausch zwischen den einzelnen Fluidballen deutlich gesteigert. Bei der Durchführung der Mittelungsprozedur werden die Transportgrößen in Form des Reynoldsansatzes (Gl. 54) in die Erhaltungssätze eingesetzt und die Gleichungen werden anschließend gemittelt. Eine ausführliche und exakte Ableitung dieser zeitgemittelten Erhaltungssätze ist bei **Rotta** [65] zu finden.

- **Der zeitgemittelte Erhaltungssatz für die globale Masse**

$$\frac{\partial(\varrho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (57)$$

Die Kontinuitätsgleichung bleibt in ihrer Form unbeeinflusst von der Einführung des Reynoldsansatzes.

- **Der zeitgemittelte Impulserhaltungssatz**

$$\frac{\partial(\varrho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \overline{\varrho u_i' u_j'} \right] \quad (58)$$

Als Folge der Berücksichtigung der Turbulenz und der zeitlichen Mittelung entstehen in den Reynolds-Gleichungen die konvektiven Schwankungsglieder $-\overline{\varrho u_i' u_j'}$, der sogenannte Reynolds-Spannungstensor, der als eine scheinbare Erhöhung der Viskosität auftritt.

- **Der zeitgemittelte Energieerhaltungssatz**

$$\frac{\partial(\varrho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{\varrho u_i' T'} \right) + S_T \quad (59)$$

Der zusätzliche Term $\overline{\varrho u_i' T'}$ wird turbulenter Wärmefluss genannt und drückt den erhöhten Wärmetransport aufgrund der Strömungsturbulenz aus.

- **Der zeitgemittelte Erhaltungssatz für den Massenanteil einer beliebigen Gemischkomponente**

$$\frac{\partial(\rho c)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i c)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D \frac{\partial(\rho c)}{\partial x_i} - \overline{\rho u'_i c'} \right) + S_c \quad (60)$$

Der zusätzliche Term $\overline{\rho u'_i c'}$ wird, in Analogie zum Wärmetransport, turbulenter Stofftransport genannt und drückt den erhöhten Stoffaustausch infolge der Strömungsturbulenz aus.

In den gemittelten Gleichungen entstehen durch die Anwendung des Reynolds-Ansatzes und der Durchführung der Mittelungsprozedur in den Termen höherer Ordnung (> 1) zusätzliche Korrelationen. Die Gleichungen 57 bis 60 entsprechen bis auf die Schwankungsanteile in ihrer Form den vorgestellten Grundgleichungen 42 bis 47. Das vorgestellte Gleichungssystem ist aufgrund der zusätzlichen Korrelationen, die zusätzliche unabhängige Variablen darstellen, unbestimmt. Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gleichungen ist kleiner als die Zahl der Unbekannten. Dieses sogenannte Schließungsproblem wird mit Hilfe von Turbulenzmodellen gelöst, die eine Modellierung der turbulenten Austauschvorgänge beinhalten.

5.4.3 Modellierung der turbulenten Austauschvorgänge

Zur Beschreibung der turbulenten Austauschvorgänge wird auf die *Wirbelviskositätshypothese* von **Boussinesq** [13] zurückgegriffen. Dabei wird eine turbulente Viskosität μ_t , auch Wirbelviskosität genannt, eingeführt und vorausgesetzt, dass die gesamte Viskosität μ_{ges} sich additiv aus der molaren Viskosität μ des Fluids und der turbulenten Viskosität μ_t zusammensetzt:

$$\mu_{ges} = \mu + \mu_t \quad (61)$$

Die Wirbelviskosität μ_t ist im Gegensatz zur molaren Viskosität μ keine Stoffkonstante, sondern eine Ortsfunktion, die von der lokalen Turbulenzstruktur abhängig ist. Analog zur molaren Diffusion (Schubspannung) wird die scheinbare, turbulente Diffusion

(Reynoldsspannung) als proportional zu den mittleren Geschwindigkeitsgradienten genommen:

$$\tau_{ij}^t = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (62)$$

wobei k die turbulente kinetische Energie

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (63)$$

und δ_{ij} das Kronecker-Symbol mit

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{falls } i \neq j \\ 1 & \text{falls } i = j \end{cases} \quad (64)$$

definiert ist. Analog zur Darstellung der scheinbaren Viskosität wird auch der turbulente Wärme- und Stofftransport mit der sogenannten Wirbeldiffusivitätshypothese behandelt.

Die turbulenten Ströme werden analog zur rein laminaren Strömung proportional zu den Gradienten der Mittelwerte gesetzt. Die jeweilige Proportionalitätskonstante ist empirisch ermittelt und wie die turbulente Viskosität keine Stoff-, sondern eine Turbulenzgröße. Allgemein lässt sich der turbulente Strom einer Größe Φ anhand der Wirbeldiffusivitätshypothese nach Gl. 65 angeben.

$$-\overline{\rho u'_i \Phi'} = \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (65)$$

Für die Energiegleichung ist der Proportionalitätsfaktor Γ_t definiert als:

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (66)$$

mit Pr_t als turbulente Prandtl-Zahl.

Bei der Transportgleichung für eine Luftbeimengung gilt

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Sc_t} \quad (67)$$

wobei Sc_t die turbulente Schmidt-Zahl darstellt. Die beiden soeben eingeführten turbulenten Kennzahlen sind analog zu den laminaren Kennzahlen definiert. Sie werden in diesem Zusammenhang als

Verhältnis der turbulenten Austauschgrößen angegeben. Die turbulente Prandtl-Zahl lautet:

$$Pr_t = \frac{\mu_t}{\lambda_t} \quad (68)$$

Die turbulente Schmidt-Zahl wird über

$$Sc_t = \frac{\mu_t}{D_t} \quad (69)$$

definiert.

Aufgrund der Anwendung der Wirbeldiffusivitätshypothese wird das Schließungsproblem auf die Bestimmung der turbulenten Proportionalitätskonstanten zurückgeführt. Dabei kommen halbempirische Ansätze zum Tragen.

5.5 Spezielle Turbulenzmodelle

Aufgrund der Komplexität turbulenter Strömungen gibt es eine Vielzahl von Turbulenzmodellen. Daher beinhaltet das vorliegende Kapitel nur eine Auswahl an Turbulenzmodellen, die bei den durchgeführten Untersuchungen zum Einsatz gekommen sind.

Die Turbulenzmodelle werden nach der Anzahl der zusätzlich zu verwendenden Transportgleichungen, die zur Beschreibung der turbulenten Austauschgrößen notwendig sind, benannt. Zur Verfügung stehen dabei

- Null-Gleichungs-Modelle
- Ein-Gleichungs-Modelle
- Zwei-Gleichungs-Modelle

In den meisten Turbulenzmodellen werden als charakteristische Größen ein Geschwindigkeitsmaß und ein Längenmaß der Turbulenz, die die Schwankungsintensität sowie die Größe der großskaligen

energetragenden Turbulenzballen kennzeichnen, verwendet.

Die einzelnen Turbulenzmodelle wurden von Rodi [64] ausführlich beschrieben. Hinsichtlich der grundlegenden Null- und Ein-Gleichungsmodelle sei auf die Literatur (z.B. Merker [56] und Schlichting [68]) verwiesen.

5.5.1 k, ε -Modell

Bei diesem Modell wird für die Wirbelviskosität der Ansatz

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (70)$$

eingeführt. Hierin entspricht ε der Dissipationsenergie und C_μ einer empirischen Konstanten. Mit diesem Ansatz kann aus der Navier-Stokes-Gleichung (Gl. 43) eine Transportgleichung für die Dissipation hergeleitet werden, die erst durch Modellannahmen [56] in eine lösbare, modellierte Transportgleichung für die Dissipation ε

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left[\mu_t \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right] - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{C_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) \quad (71)$$

übergeht. Mit den Gleichungen 59 und 70 folgt die zweite modellierte Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie k :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial u_k}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{C_{k\mu}} \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) \quad (72)$$

Die auftretenden empirischen Konstanten $C_\mu, C_k, C_\varepsilon, C_1$ und C_2 müssen an experimentelle Daten angepasst werden. Empfehlungen für die Werte der Konstanten und ihre Wirkung bei Veränderung sind z.B. bei **Merker** [56] und in [27] ausgeführt.

Aufgrund der zusätzlich zu lösenden Transportgleichungen für k und ε wird das Zwei-Gleichungs-Modell auch k - ε -Modell genannt und findet in praxisrelevanten Fällen am meisten Verwendung. Die Annahme isotroper Turbulenz bei der Modellerstellung sowie die Eignung

nur für hohe Reynolds-Zahlen sind die wesentlichen Nachteile des Standard- k - ε -Modells.

5.5.2 Modifizierte k, ε -Modelle

Das Low-Reynolds- k - ε -Modell ist ein modifiziertes k - ε -Modell für niedrige Reynolds-Zahlen, welches eine korrigierte Definition der Wirbelviskosität ε heranzieht, um zu gewährleisten, dass die Dissipation an festen Wänden zu Null wird. Dies ist vor allem bei Strömungen mit niedrigen Reynolds-Zahlen von Bedeutung, bei denen der Einfluss der Begrenzung auf die Kernströmung besonders groß ist. Detaillierte Erläuterungen zu Ansätzen und Hypothesen des Modells sind in [27] ausgeführt.

5.5.3 Turbulente Wandbehandlung

In Wandnähe treten sehr hohe Gradienten in den Variablen auf. Um diese exakt abzubilden, wäre ein sehr enges Rechengitter in den wandnächsten Schichten notwendig, welches den Rechen- und Speicheraufwand unnötig in die Höhe treiben würde. Aus diesem Grund bedient man sich sogenannter Wandfunktionen, die die wirklichen Verhältnisse gut wiedergeben. Die Strömung wird dabei in drei Schichten aufgeteilt:

- **viskose Unterschicht - direkt an der Wand**
Die Strömungsgeschwindigkeit ist aufgrund der Haftbedingung sehr gering und entspricht einer laminaren Strömung.
- **Übergangsbereich**
Die Strömung wird hier lokal instabil. Dieser Bereich besitzt ein logarithmisches Geschwindigkeitsprofil.
- **voll turbulenter Bereich - im Kern der Strömung**

Die viskose Unterschicht und der Übergangsbereich werden aus dem Berechnungsgebiet eliminiert und auf empirischem Weg über Wandfunktionen ermittelt. Für den voll turbulenten Bereich wird die Strömung mit Hilfe des gewählten Turbulenzmodells berechnet. Für detailliertere Ausführungen bezüglich der angewandten Wandfunktionen sei an dieser Stelle auf die Literatur [27] verwiesen.

Für die Vorgehensweise bei der Diskretisierung, die Beschreibung der Lösungsalgorithmen und das Postprocessing wird auf die Literatur (**Pantankar** [62] und [27]) verwiesen.

Es wurden numerische Berechnungen sowohl mit dem laminaren Modell als auch mit den vorgestellten, turbulenten Modellen durchgeführt. Die Ergebnisse der Berechnungen unter Verwendung der verschiedenen Turbulenzmodelle und Auftriebsmodelle werden vergleichend zu den experimentellen Ergebnissen im Kap. 6 dargestellt.

6 Darstellung der Versuchsergebnisse

Die Untersuchungen wurden in zwei vertikal orientierten, 90° gekrümmten Kanälen gleichen Strömungsquerschnitts mit unterschiedlichen Krümmungsradien und damit unterschiedlichen Krümmungsverhältnissen für verschiedene Geschwindigkeiten im laminaren Strömungsbereich und für drei verschiedene, jeweils über die gesamte wärmeübertragende Fläche konstante Wandtemperaturen durchgeführt. Die gemessenen Geschwindigkeiten stellen Primärgeschwindigkeiten, d.h. Geschwindigkeiten in Hauptstromrichtung dar. Für den Krümmer sind die Tangentialgeschwindigkeiten dargestellt. Die angeführten Re-Zahlen entsprechen resultierenden Re-Zahlen für die Mischkonvektion. Die Ergebnisse der selbst durchgeführten numerischen Berechnungen werden themenbezogen mit den Messergebnissen verglichen.

6.1 Reiner Wärmeübergang bei Mischkonvektion

Mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie und der holographischen Interferometrie wurden die Einflüsse

- der Strömungsgeschwindigkeit
- der Wandtemperatur
- des Krümmungsradius

sowohl auf die Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen als auch auf den Wärmeübergang untersucht. In diesem Kapitel werden anhand experimenteller Daten die drei o.g. Einflüsse für den Kanal mit großem Krümmungsradius und für den mit kleinem Krümmungsradius dargestellt und diskutiert. Die diskutierten Verbesserungen oder Verschlechterungen eines Qualitätsmerkmals, wie z.B. des Wärmeübergangs, in Abhängigkeit einer Prozessgröße, z.B. der Wandtemperatur, setzt voraus, dass weitere Prozessgrößen, wie

z.B. Lufteintrittstemperatur, Strömungsgeschwindigkeit usw., unverändert bleiben. Schwerpunkt der Untersuchungen liegt im Bereich der Mischkonvektion. Für den Kanal mit kleinem Krümmungsradius sind zusätzlich die Geschwindigkeitsverteilungen der freien Konvektion dargestellt.

6.1.1 Kanal mit großem Krümmungsradius

Die in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse beziehen sich auf Untersuchungen des vertikal orientierten, gekrümmten Versuchskanals mit Krümmungsradius von $R = 100 \text{ mm}$. Das Krümmungsverhältnis D_H/D_{Kr} beträgt 0,23.

6.1.1.1 Geschwindigkeitsverteilungen

Die Geschwindigkeitsverteilungen über die Kanalhöhe H wurden mit Hilfe eines Laser-Doppler-Anemometers in der Symmetrieebene bezüglich der Kanaltiefe für drei Wandtemperaturen und Strömungsgeschwindigkeiten bei Re gleich 500, 1000 und 2300 gemessen. Zusätzlich wurden zum Vergleich die Geschwindigkeiten der erzwungenen Konvektion bei isothermen Zustand (Raumtemperatur) im vertikalen, gekrümmten Kanal ermittelt.

In den Abbildungen 26 und 27 sind Geschwindigkeitsverteilungen in ausgewählten Kanalquerschnitten so dargestellt, dass zum einen die Entwicklung der Strömung in Abhängigkeit von der Kanalposition und zum anderen der Einfluss der Wandtemperatur deutlich hervorgehoben werden.

Um den Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit auf die Strömungsbildung zu verdeutlichen, wurden in Abb. 28 Geschwindigkeitsverteilungen beispielhaft für $Gr = 116.800$ bei verschiedenen Re-Zahlen zusammengestellt. Die Reynolds-Zahl wird mit dem hydraulischen Durchmesser gebildet und errechnet sich aus:

$$Re = \frac{u \cdot D_H}{\nu} \quad (73)$$

mit dem hydraulischen Durchmesser

$$D_H = \frac{4 \cdot A}{U} \quad (74)$$

Anhand Gl. 75 wird die Grashof-Zahl berechnet,

$$Gr = \frac{\beta_{\text{bez}}(T_{\text{Wand}} - T_{\text{Eintritt}})gH^3}{\nu^2} \quad (75)$$

wobei H die Kanalhöhe (siehe Abb. 9) ist und als charakteristisches Längenmaß fungiert. Der temperaturabhängige Volumenausdehnungskoeffizient β wird für die Bezugsstemperatur, die dem arithmetischen Mittelwert von Wandtemperatur und Lufteintrittstemperatur entspricht, errechnet und in Gl. 75 eingesetzt.

Innerhalb des 780 mm langen, unbeheizten Kanaleinlaufs bildet sich ein laminares Strömungsprofil aus. Mit Eintritt in den beheizten Untersuchungsbereich (280 mm vor dem Krümmereintritt) wird die erzwungene Strömung durch freie Konvektion überlagert. Durch die Beheizung ist die Dichte der Luft in den wandnahen Bereichen kleiner. Der Auftrieb bewirkt eine verstärkte Konvektion in der Nähe der Wand. Infolgedessen kommt es zu einer Umbildung der Geschwindigkeitsprofile, die ungefähr nach einer durchströmten, beheizten Länge von 100 mm (Kanalpos. 180 mm vor Krümmer) beginnt. Innerhalb der Grenzschichten an den zwei beheizten Wänden entstehen Geschwindigkeitsmaxima. Aber auch der Krümmer, wie bereits in Kap. 2.2.2.1 beschrieben, beeinflusst die Strömung stromaufwärts, so dass das Maximum der Geschwindigkeit an der Krümmerinnenseite unmittelbar vor Krümmereintritt noch näher zur Krümmerinnenseite hin verschoben ist. Beim Austritt aus den Krümmer befindet sich das Geschwindigkeitsmaximum näher an der Krümmeraußenseite. Während der Durchströmung des Krümmers erfolgt eine Vergleichmäßigung der Primärgeschwindigkeiten über die Kanalhöhe, da die Wirkungsrichtung der Auftriebskraft nicht mehr mit der Hauptströmung übereinstimmt.

Die Auftriebskraft verliert während der Krümmerdurchströmung an Wirkung. Die Wirkhöhe nach dem Krümmeraustritt beträgt nur

noch 30 mm (Kanalhöhe), wobei die Wandtemperatur beider gegenüberliegender (oben und unten), beheizter Wände gleich ist. Die Luft in der Nähe der unteren Wand nimmt weiterhin Wärme auf und steigt im Laufe des Durchströmens des horizontalen, beheizten

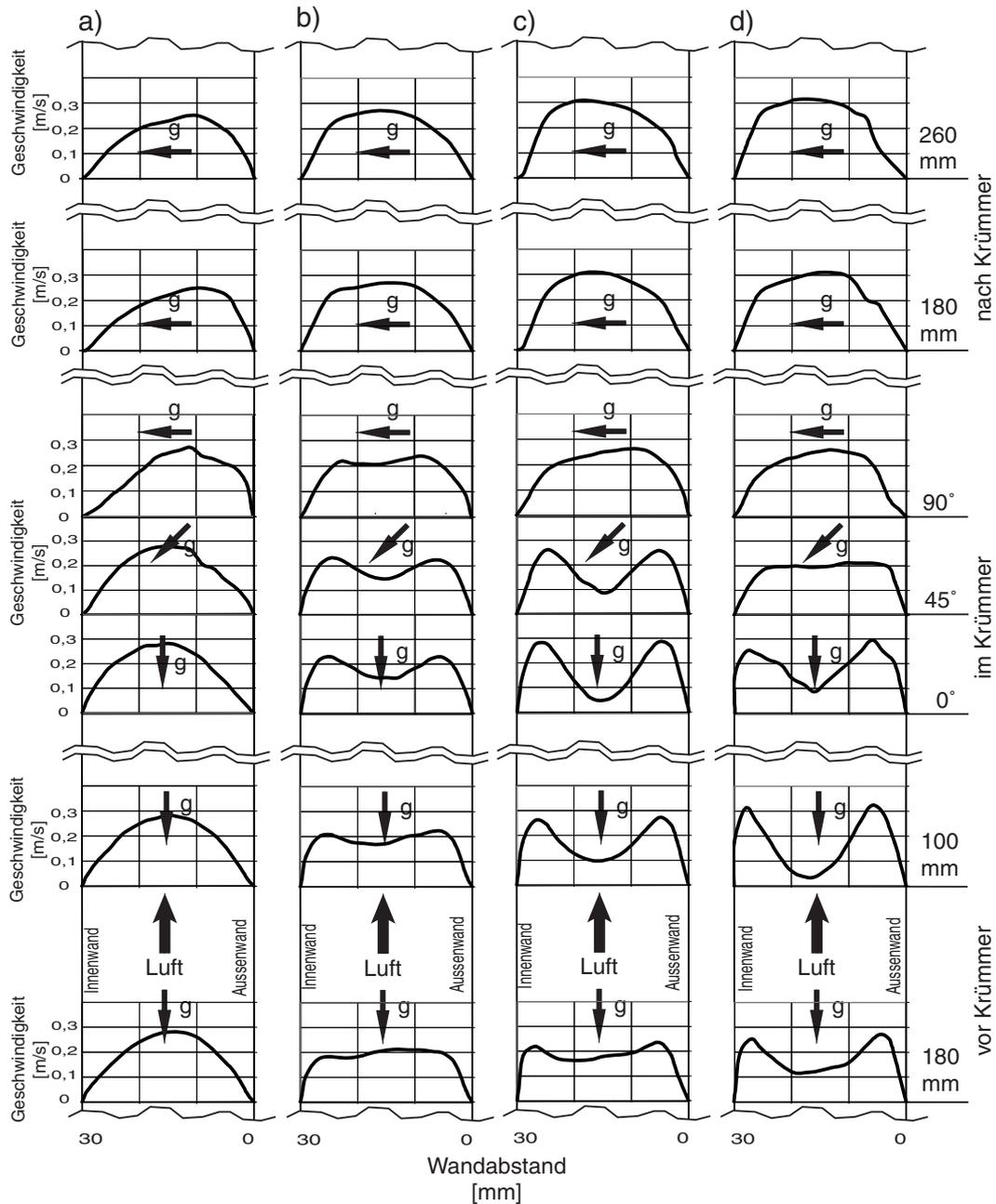


Abbildung 26: Geschwindigkeitsprofile bei $Re = 500$ sowie a) $Gr = 0$, b) $Gr = 67.950$, c) $Gr = 116.800$ und d) $Gr = 151.750$.

Auslaufes nach oben. An der oberen Wand kommt es zu einer Ansammlung warmer Luftmassen. Bereits nach einer horizontal durchströmten Strecke von 180 mm sind die Geschwindigkeitsverteilungen soweit umgebildet, dass die zwei Geschwindigkeitsmaxima, die sich

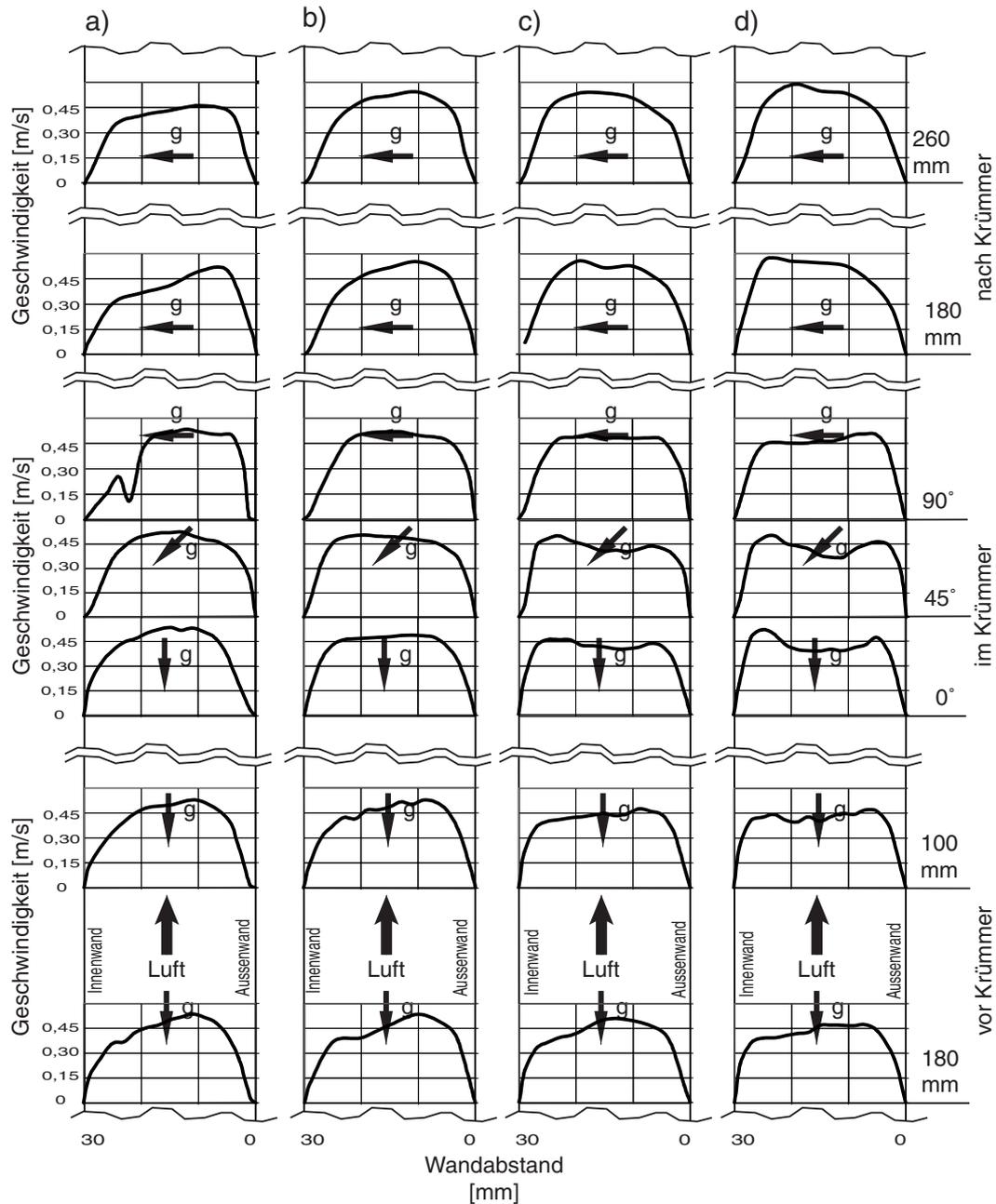


Abbildung 27: Geschwindigkeitsprofile bei $Re = 1000$ sowie
 a) $Gr = 0$, b) $Gr = 67.950$, c) $Gr = 116.800$ und
 d) $Gr = 151.750$.

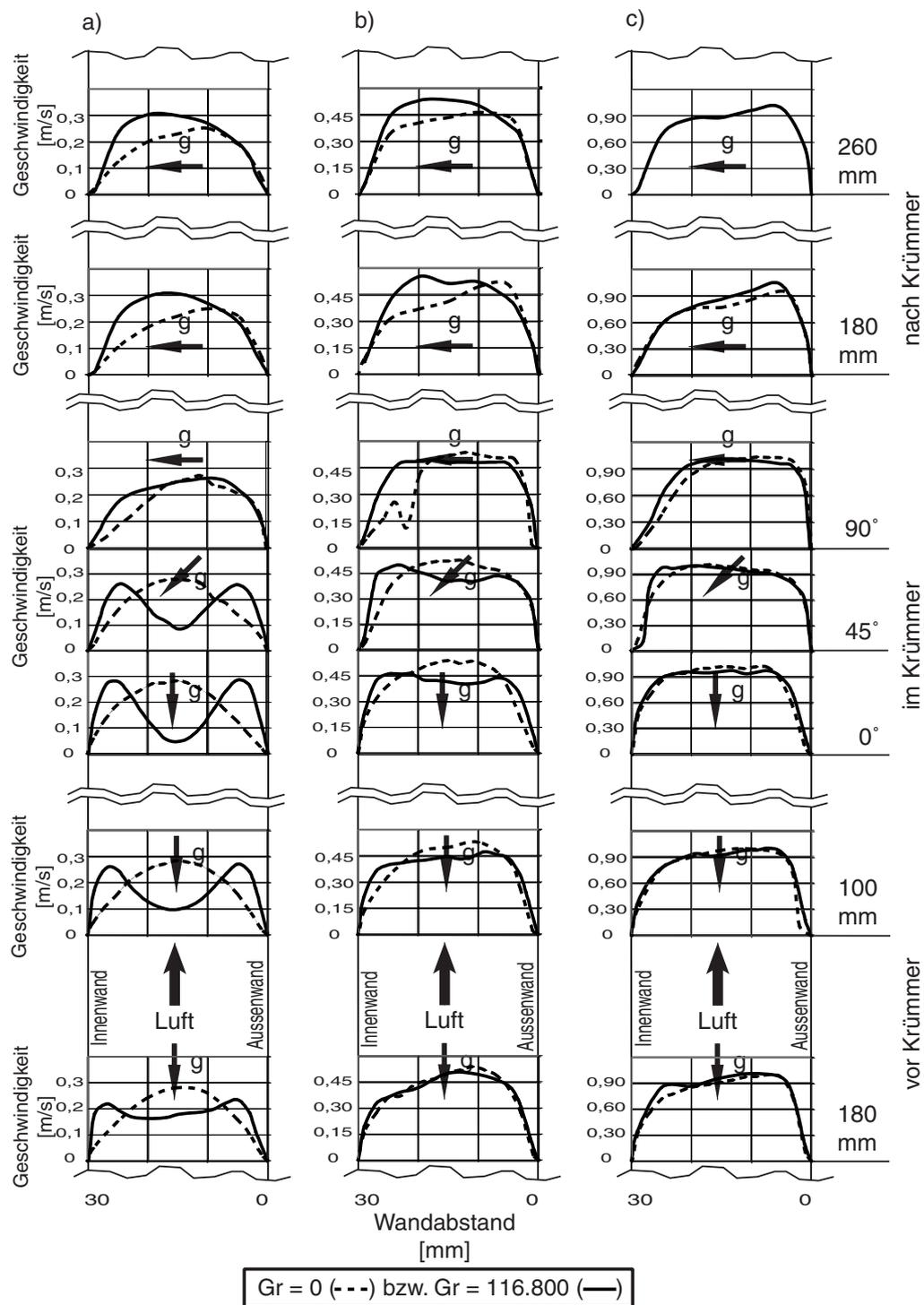


Abbildung 28: Geschwindigkeitsprofile bei $Gr = 0$ und $Gr = 116.800$ sowie $Re = 500$, $Re = 1000$ und $Re = 2300$.

im Vorlauf des Krümmers aufgrund der wandnahen Auftriebskraft ausgebildet haben, nicht mehr vorhanden sind.

Aus den Abb. 26 bis 28 lassen sich folgende, allgemeingültige Aussagen bezüglich der Beeinflussung der Strömung treffen:

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit, d.h. $Gr/Re^2 \rightarrow 0$ ähnelt die Strömung der einer rein erzwungenen Konvektionsströmung. Je kleiner die Strömungsgeschwindigkeit ist, desto intensiver ist die Ausbildung der Geschwindigkeitsmaxima im wandnahen Bereich und desto näher liegen am Krümmereintritt die Geschwindigkeiten des Strömungskernbereichs nahe Null.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Die Umbildung der Strömungsprofile während des Durchströmens des beheizten Untersuchungsbereichs erfolgt in Abhängigkeit von dem Verhältnis zwischen Auftriebskraft und Impulskraft. Je größer die Wandtemperatur bei gleichbleibenden Strömungsbedingungen ist, desto intensiver ist die Umbildung der Geschwindigkeitsprofile und die Ausbildung der Geschwindigkeitsmaxima an den beheizten Wänden. Die in Wandnähe dominierenden Auftriebskräfte bewirken eine beschleunigte Strömung, die Geschwindigkeit steigt innerhalb der Grenzschicht bis auf ein Maximum an. Wegen der Einhaltung der Kontinuitätsbedingung muss die Geschwindigkeit im Kernbereich abnehmen. Je größer Gr/Re^2 ist, desto mehr nähert sich die Kerngeschwindigkeit des vertikalen Untersuchungsbereichs einer Geschwindigkeit gleich Null an.

6.1.1.2 Temperaturfelder

Mittels holographischer Interferometrie können Temperaturfelder in Interferogrammen sichtbar gemacht werden. Bei dem hier betrachteten, reinen Wärmeübergang ist das Dichtefeld und damit das Brechzahlfeld nur von der Temperatur abhängig. Die Interferenzstreifen entsprechen in diesem Fall Isothermen. Die Temperaturdiffe-

renz zwischen zwei Streifenordnungen entspricht $\Delta T \approx 6K$. Da der Untersuchungsbereich wesentlich größer ist als der auf $0,078\text{ m}$ im Durchmesser aufgeweitete Laserstrahl, sind mehrere Interferogramme zur Darstellung des gesamten Temperaturfeldes notwendig. Ein Interferogramm wird daher aus 7 Einzelinterferogrammen zusammengestellt. Die Positionen der 7 Einzelinterferogramme des Untersuchungsbereiches sind in Abb. 8 mit *I bis VII* gekennzeichnet.

Die Interferogramme sind für Reynolds-Zahlen von $Re = 500$ und $Re = 1000$ in den Abb. 29 bis 31 bei unterschiedlichen Wandtemperatur dargestellt.

Die Interferogramme zeigen gute Übereinstimmungen in den Überlappungsbereichen. Aus den unterschiedlichen Interferogrammen, welche in den Abb. 29 bis 31 dargestellt sind, werden mit Hilfe der bereits in Kapitel 4.1.3 beschriebenen Algorithmen die Temperaturverteilungen, dargestellt in Abb. 32 und 33, rekonstruiert. Sie spiegeln die Auswirkungen der genannten Einflussfaktoren wider, die wie folgt charakterisiert werden können:

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Die Dicke der thermischen Grenzschicht und die adiabate Mischungstemperatur der Luft (Definition in Kap. 4.1.3) entlang der Heizlänge nehmen mit steigender Strömungsgeschwindigkeit ab.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Mit zunehmender Wandtemperatur nimmt die Dicke der thermischen Grenzschicht zu. Ist das charakteristische Verhältnis $Gr/De^2 \geq 1,3$ erreicht, entsteht im Krümmer eine wellenartige Ausbildung der thermischen Grenzschicht. Zurückzuführen ist diese Erscheinung auf die Verschiebung des Kräfteverhältnisses zugunsten der Auftriebskraft. Mit zunehmender Wandtemperatur nimmt das Verhältnis von lokaler Temperatur zu Wandtemperatur ab.

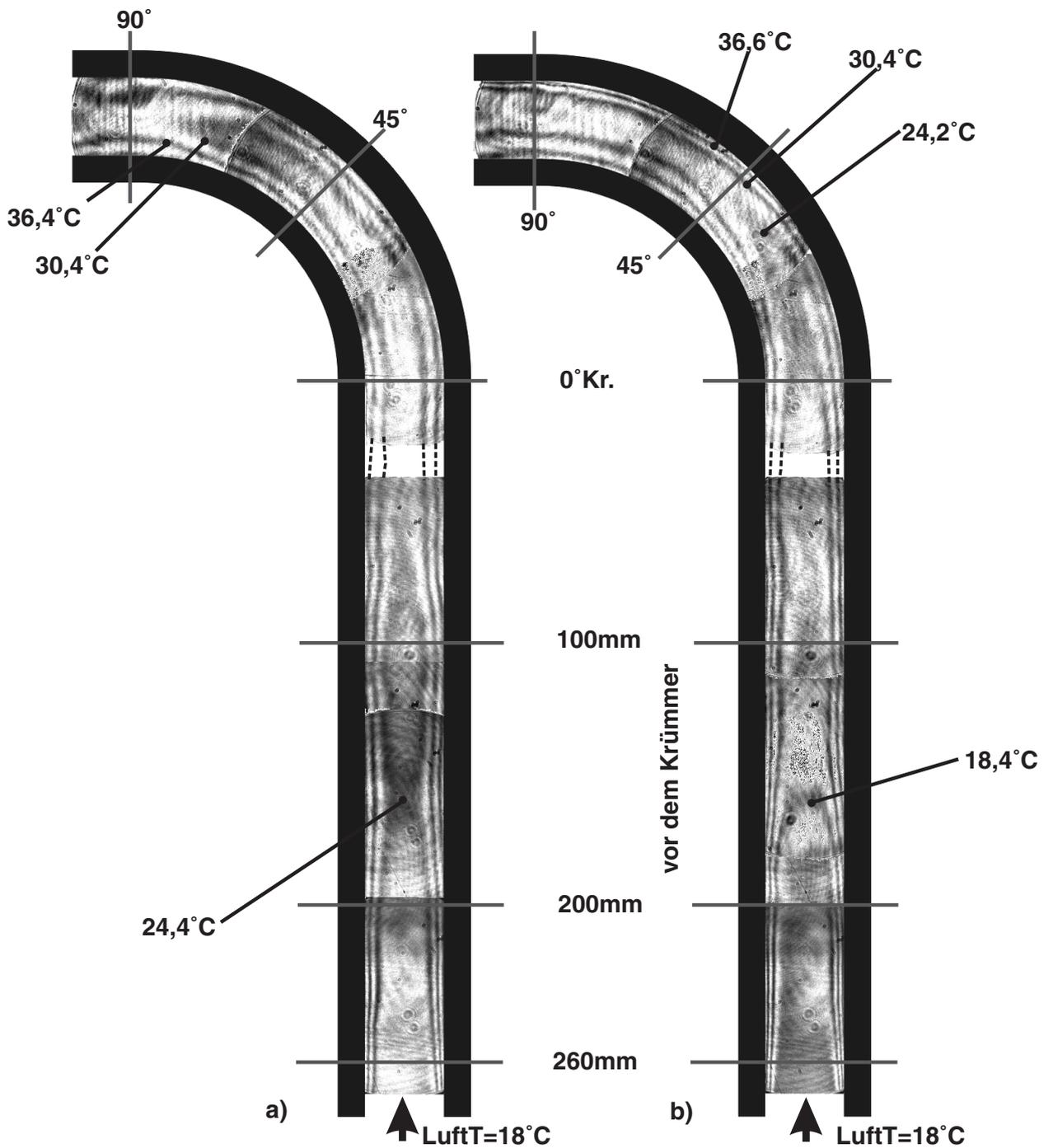


Abbildung 29: Interferogramme bei $Gr = 67.950$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

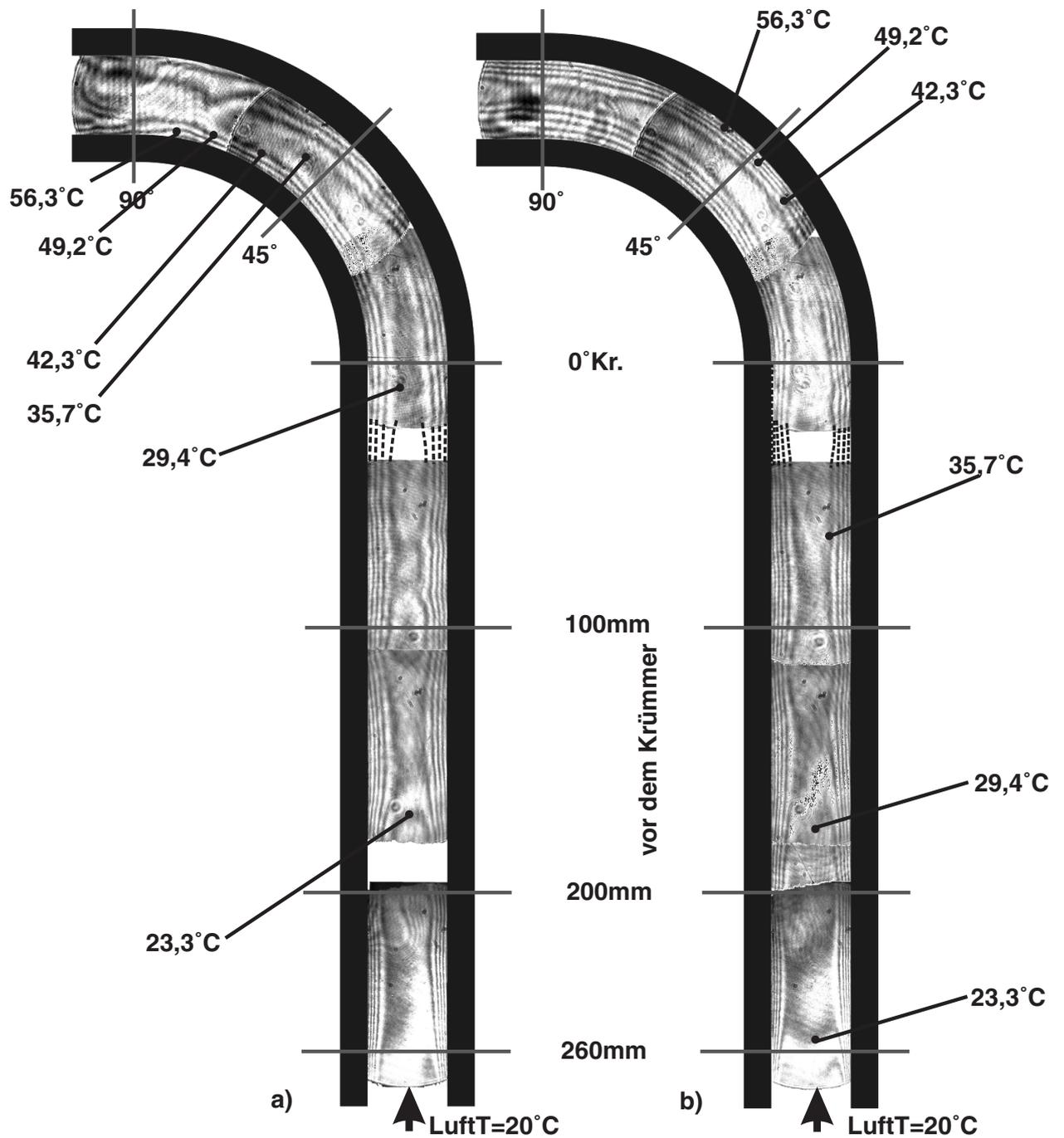


Abbildung 30: Interferogramme bei $Gr = 116.800$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

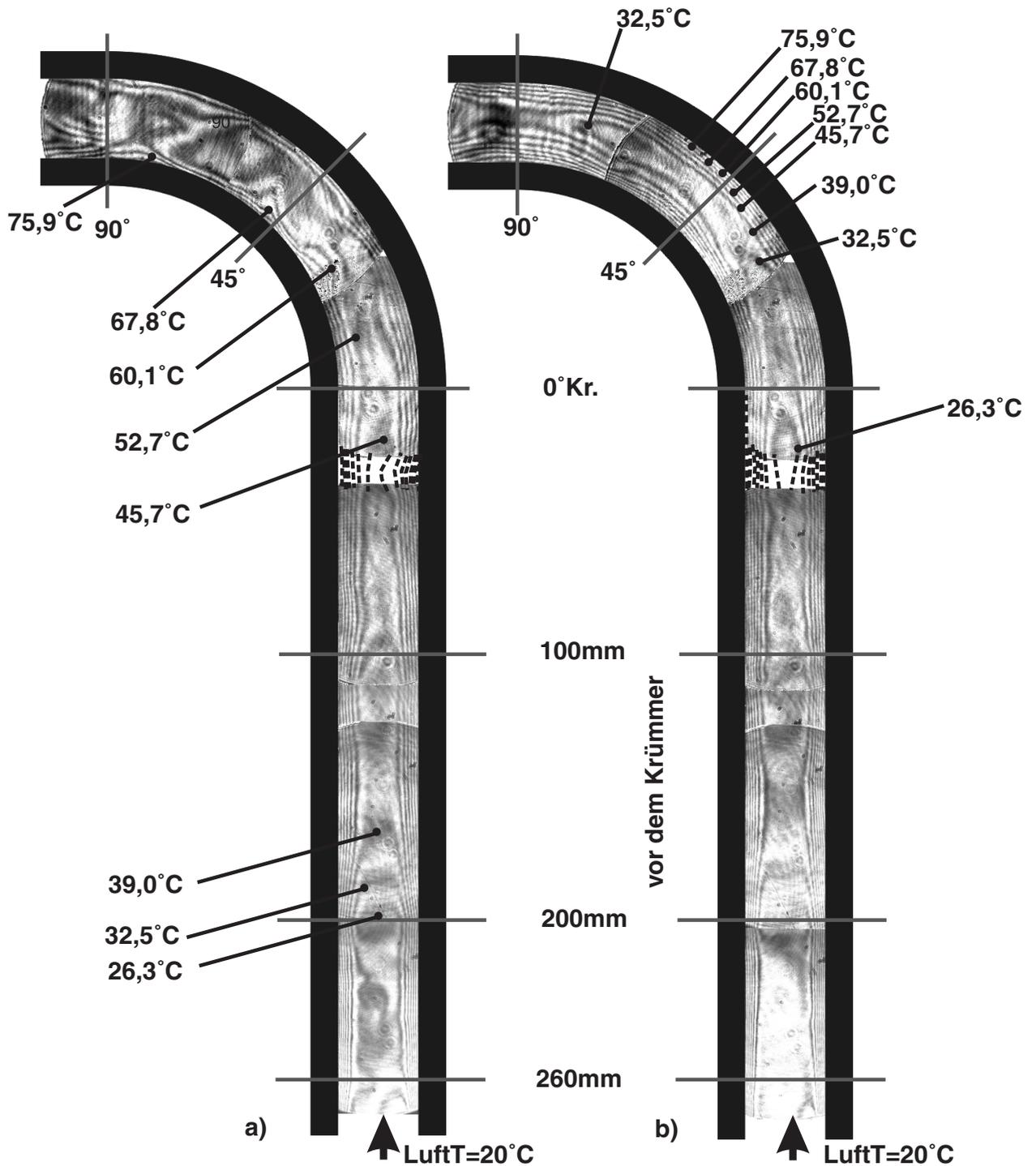


Abbildung 31: Interferogramme bei $Gr = 151.750$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

In den Abb. 32 und 33 sind die in ausgewählten, charakteristischen Kanalquerschnitten rekonstruierten, auf die Wandtemperatur normierten Temperaturprofile bei $Re = 500$ und $Re = 1000$ für drei unterschiedliche Wandtemperaturen dargestellt. Die Normierung erfolgt durch

$$T_{norm} = \frac{T}{T_{Wand}} \quad (76)$$

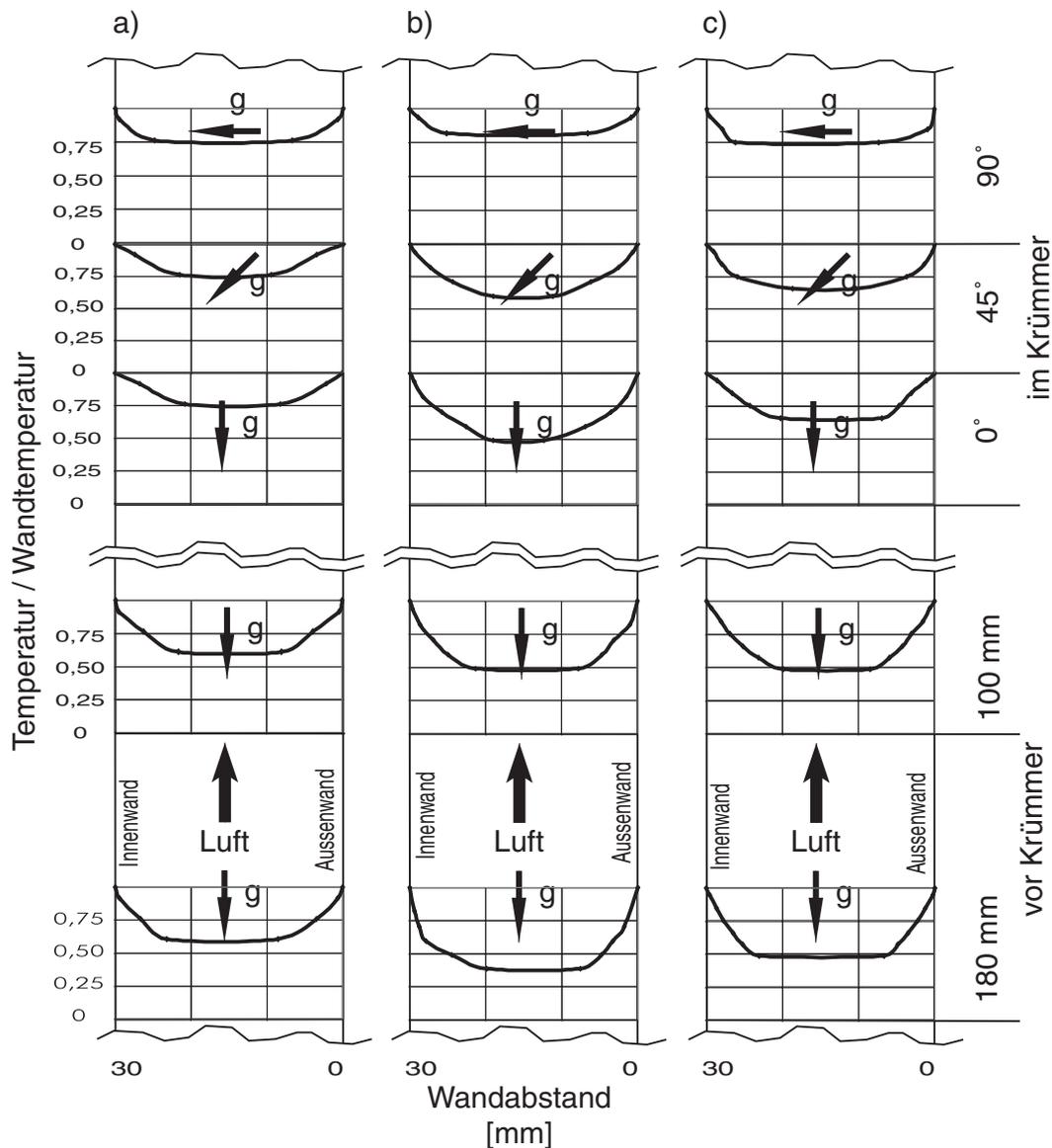


Abbildung 32: Temperaturprofile bei $Re = 500$ sowie a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und c) $Gr = 151.750$.

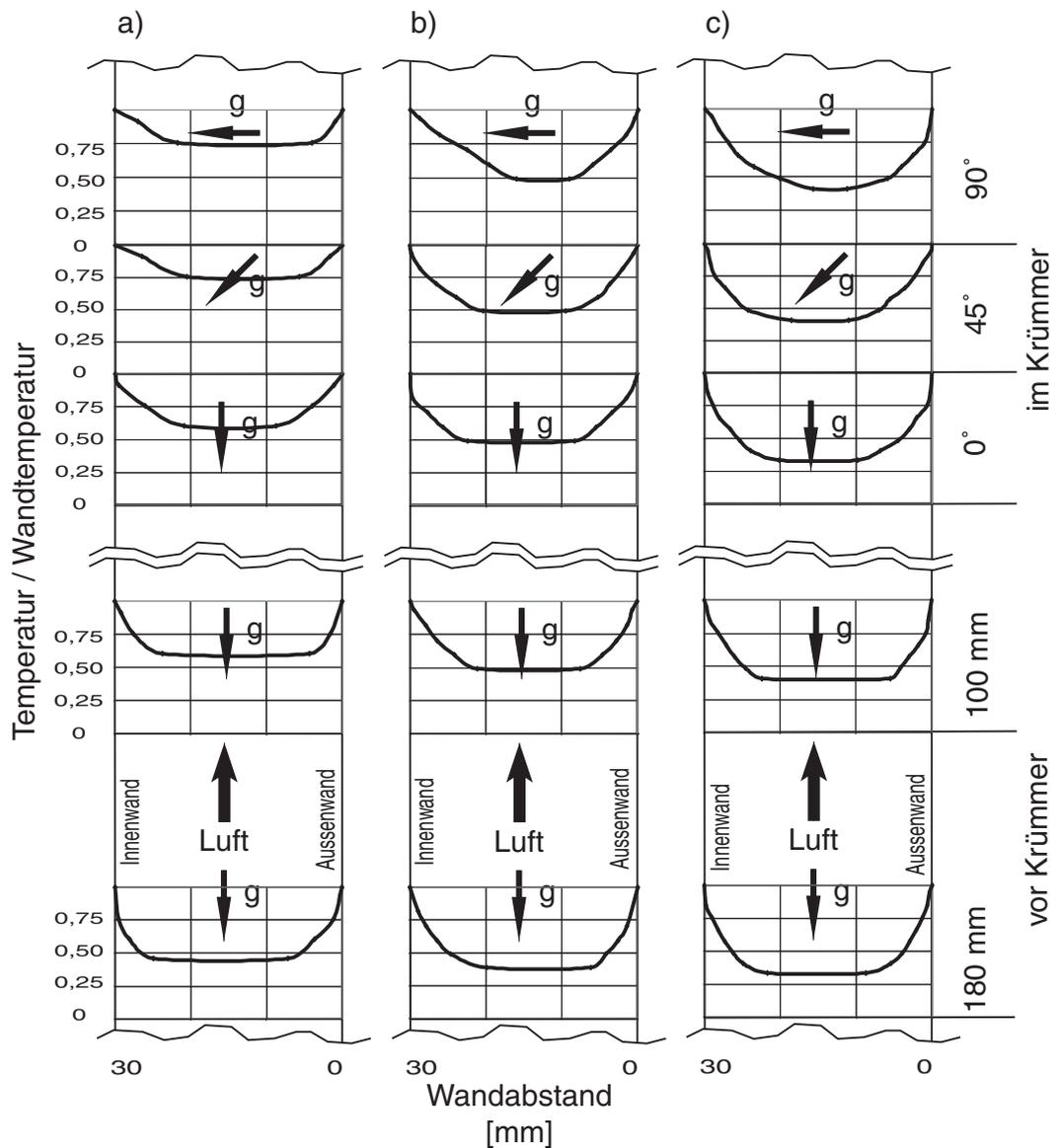


Abbildung 33: Temperaturprofile bei $Re = 1000$ sowie a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und c) $Gr = 151.750$.

Die Wandtemperaturen, die zur Normierung und zur Berechnung der Gr-Zahlen verwendet wurden, sind in Tab. 77 zusammengestellt:

Gr	T_{Wand}
67.950	$40^{\circ}C$
116.800	$60^{\circ}C$
151.750	$80^{\circ}C$

(77)

Die Temperaturprofile zeigen im Vergleich zu den von **Chilukuri** und **Humphrey** [23] berechneten Temperaturprofilen (Abb. 34) in einem vertikalen, gekrümmten Kanal mit horizontalem Einlauf unter ähnlichen Bedingungen keine Übereinstimmungen. Die Ursachen

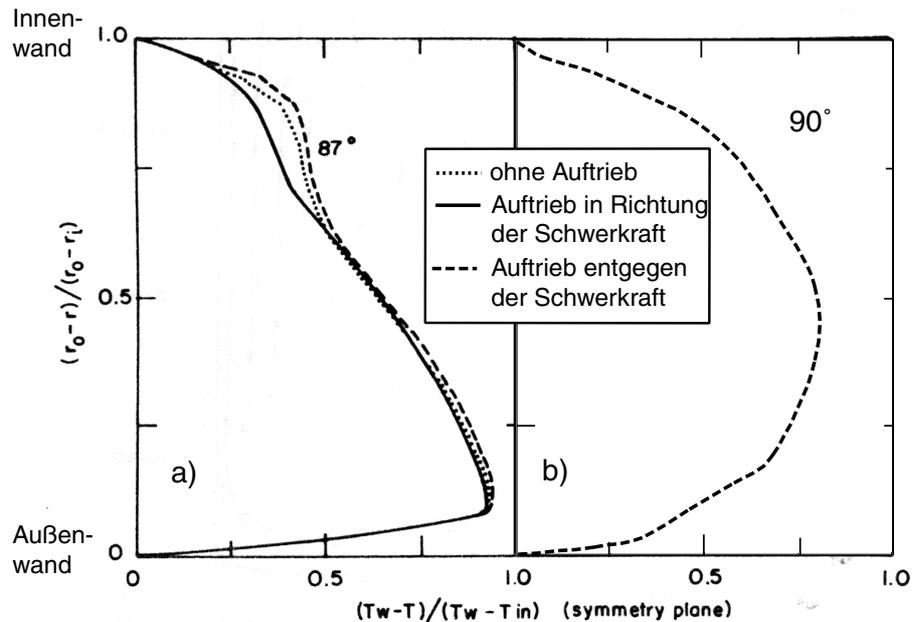


Abbildung 34: a) Von Chilukuri [23] berechnete Temperaturprofile bei $Re = 787$ und $Gr = 3,14 \cdot 10^5$ im Vergleich zu b) eigenen Gemessenen bei $Re = 1000$ und $Gr = 151.750$.

für die Nichtübereinstimmung liegen zum einen in der Ausrichtung der Einlaufstrecke (**Chilukuri**-Kanal \rightarrow horizontaler Einlauf; eigener Kanal \rightarrow vertikaler Einlauf) und in dem größeren, thermischen Auftrieb (größere Gr -Zahl) bei den Berechnungen von **Chilukuri**.

Die selbst durchgeführten, numerischen Berechnungen unter Verwendung des laminaren Modells mit konstanter und temperaturabhängiger Dichte sind in Abb. 35 im Vergleich zu den Messergebnissen dargestellt. Die mit CFX4.3 berechneten Temperaturprofile mit konstanter Dichte (Boussinesq-Approximation) und mit temperaturabhängiger Dichte unterscheiden sich im vertikalen Untersuchungsbereich nicht und im Krümmer nur sehr gering. Im Vergleich zu den Messergebnissen muß festgestellt werden, dass die implementierten Modelle

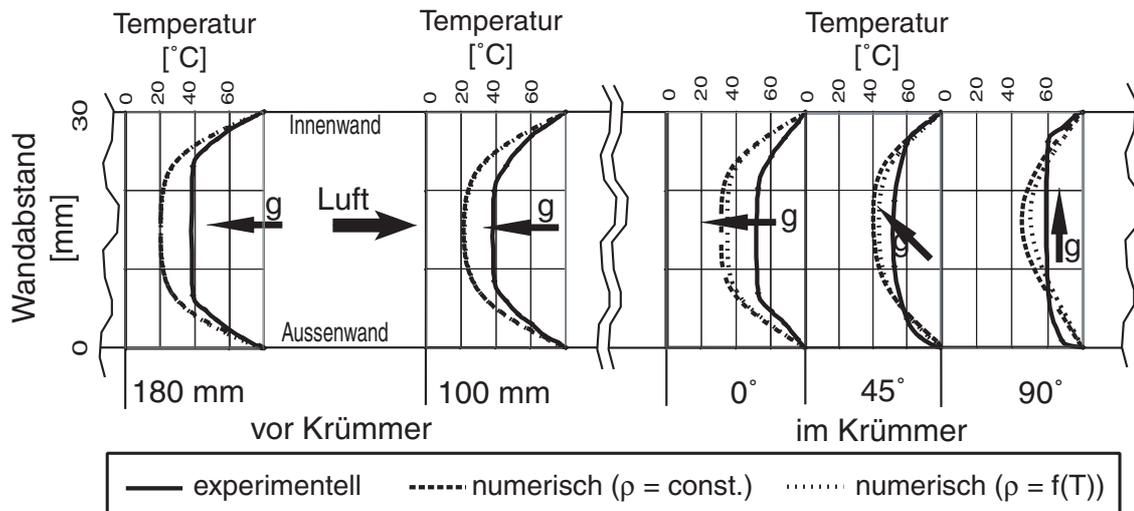


Abbildung 35: Vergleich eigener, berechneter und experimenteller Temperaturverteilungen in ausgewählten Kanalquerschnitten bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$.

nicht die Experimente widerspiegeln können.

6.1.1.3 Wärmeübergang

Voraussetzung zur Berechnung der lokalen Wärmeübergangskoeffizienten ist die Kenntnis des Temperaturfeldes. Aus den Temperaturprofilen werden mit Hilfe der in Kap. 4.1.3 aufgeführten Gleichungen die örtlichen Wärmeströme und die zugehörigen örtlichen Nu-Zahlen berechnet.

Zur Einschätzung des Wärmeübergangs werden

- lokale Wärmeübergangskoeffizienten aus den Temperaturfeldern der holographischen Interferometrie (siehe Kap. 4.1.3)
- globale Wärmeübergangskoeffizienten mittels einer Energiebilanz aus den Ein- und Austrittstemperaturen des Untersuchungsbereichs

herangezogen.

Die lokalen Wärmeübergangskoeffizienten werden für die innere Wand (konvex) und für die äußere Wand (konkav) getrennt voneinander ermittelt. Abbildung 36 zeigt die Verläufe der lokalen Nu-Zahlen

für die Außen- und Innenwand bei unterschiedlichen Re-Zahlen und unterschiedlichen Wandtemperaturen zu den Interferogrammen der Abb. 29 bis 31. Da die aufgenommenen Interferogramme Momentanaufnahmen darstellen, entsprechen auch die zugehörigen Nu-Zahlen Momentanwerten.

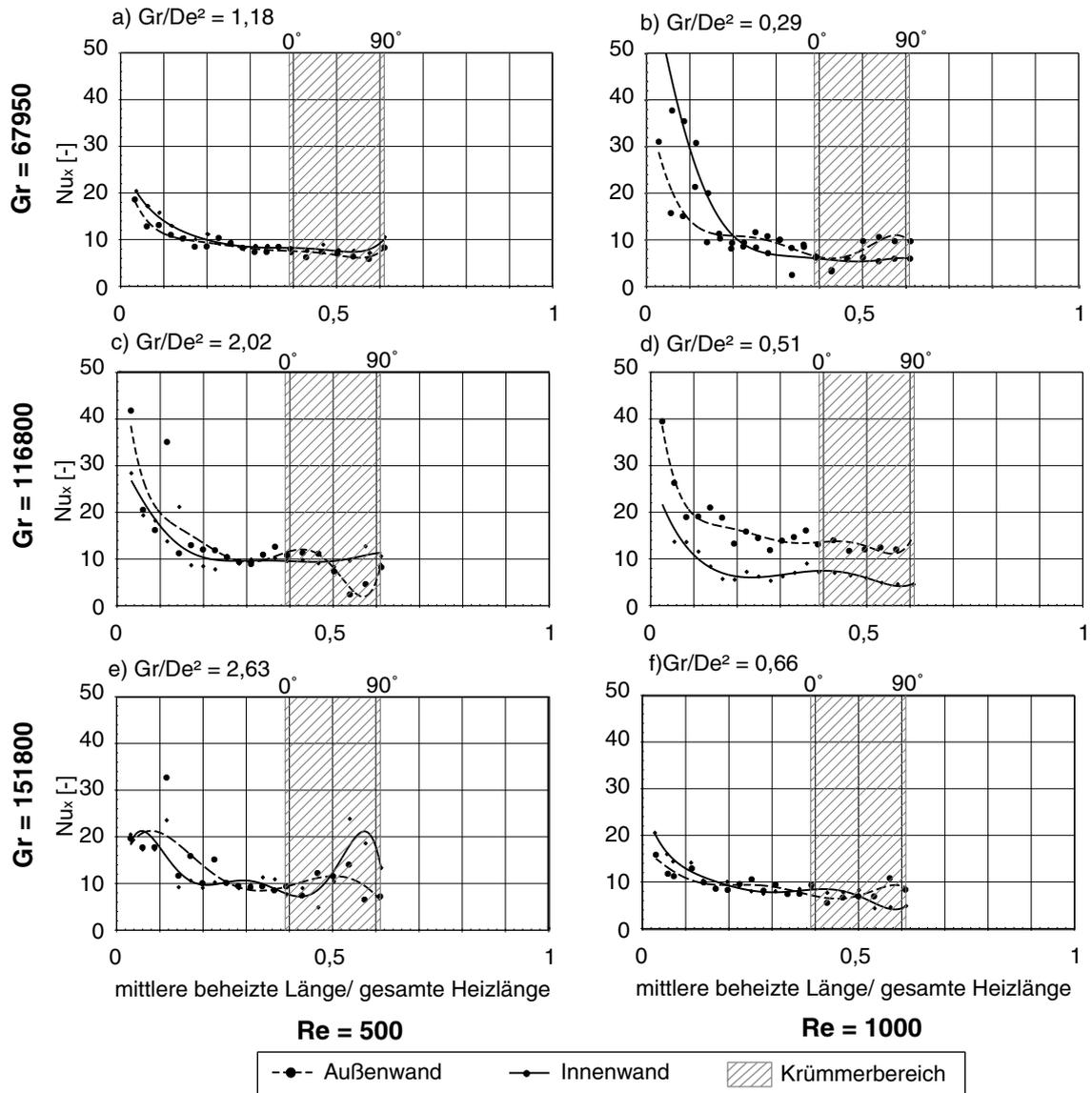


Abbildung 36: Ermittelte, lokale Nu-Zahlen bei $Re = 500$ und $Re = 1000$ sowie $Gr = 67.950$, $Gr = 116.800$ und $Gr = 151.750$.

Die lokalen, mittleren Wärmeübergangskoeffizienten (Abb. 37) er-

rechnen sich als arithmetisches Mittel der Wärmeübergangskoeffizienten der inneren und der äußeren Wand. Innerhalb des Krümmers erfolgt die Mittelung mit Gl. 78

$$\alpha_{x_m} = \frac{R_a}{(R_a + R_i)}\alpha_a + \frac{R_i}{(R_a + R_i)}\alpha_i \quad (78)$$

unter Einbeziehung der unterschiedlichen Wärmeübertragungsflächen der äußeren und inneren Wand, mit denen die Wärmeübergangskoeffizienten gewichtet werden. Unter Verwendung der Kanalhöhe H als charakteristisches Längenmaß erfolgt die Berechnung der Nu-Zahl mit

$$Nu_m = \frac{\alpha_{x_m} \cdot H}{\lambda} \quad (79)$$

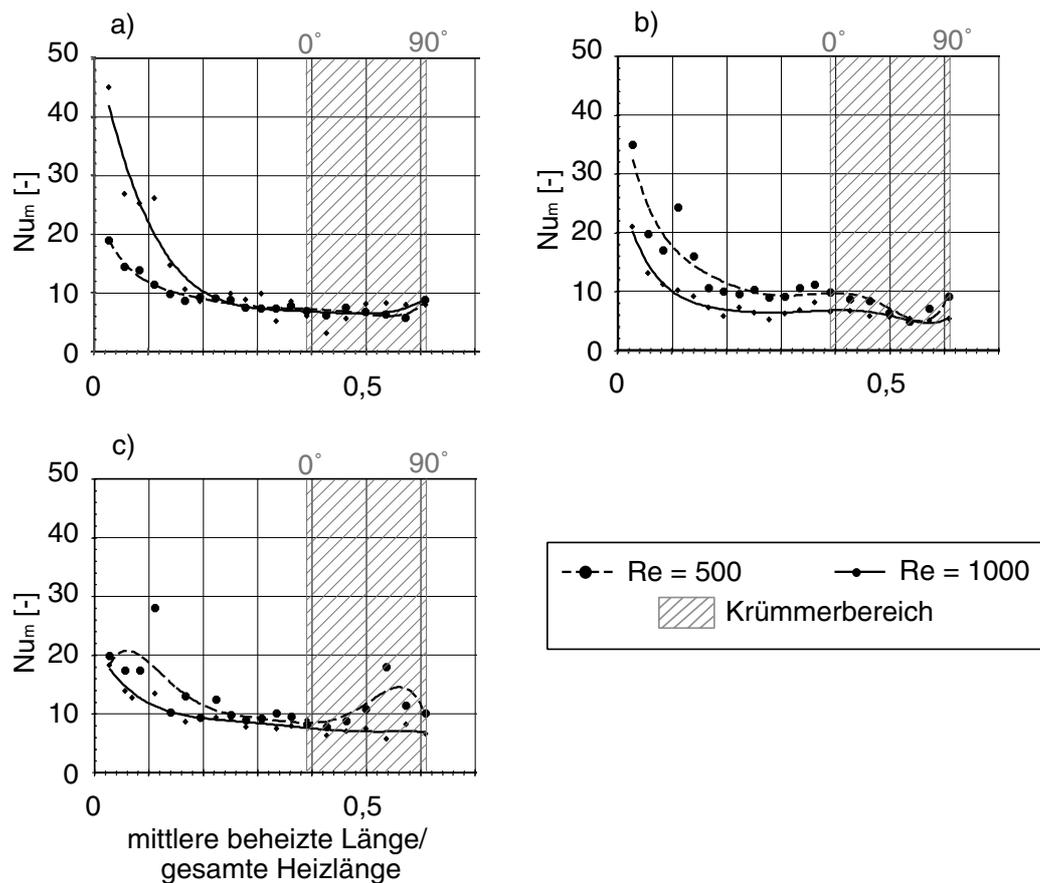


Abbildung 37: Mittlere, lokale Nu-Zahlen bei a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und c) $Gr = 151.750$.

Anhand der Verläufe der lokalen Nu-Zahlen kann der Einfluss auf den lokalen Wärmeübergang folgendermaßen charakterisiert werden:

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Bei Mischkonvektion ist der mittlere, lokale Wärmeübergangskoeffizient nur geringfügig von der Strömungsgeschwindigkeit abhängig. Das Auftreten von Auftriebskräften bei Mischkonvektion bewirkt in der Grenzschicht eine Geschwindigkeitserhöhung im Vergleich zur Zwangskonvektion. Warmes Fluid wird schneller abtransportiert, kaltes Fluid muss nachströmen. Der Wärmeübergang erreicht durch die Auftriebseffekte ein höheres Niveau, welches erst nach dem Übergang zur Zwangskonvektion durch höhere Strömungsgeschwindigkeiten wieder erhöht werden kann.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Bei Mischkonvektion verbessert sich der Wärmeübergang mit steigender Wandtemperatur. Die wellenartige Ausbildung der Grenzschicht im Krümmer bei dem charakteristischen Verhältnis $Gr/De^2 \geq 1,3$ ist durch die Über- und Unterschwinger in den Verläufen der örtlichen und mittleren Nu-Zahl in der Abb. 36 c) und e) deutlich zu erkennen. Auch die Verläufe der mittleren, lokalen Wärmeübergangskoeffizienten zeigen Auswirkungen der welligen Grenzschicht im Krümmer.

Die in Abb. 38 dargestellten, berechneten Nu-Zahlen des Krümmers von **Chilukuri** im Vergleich zu den eigenen Messergebnissen bestätigen die Aussagen, die beim Vergleich der gemessenen Temperaturprofile mit den Berechneten von **Chilukuri** gemacht wurden. Während die gemessenen Nu-Zahlen Momentanwerte darstellen, wurde von **Chilukuri** keine Aussage über die zeitliche Abhängigkeit seiner Rechenergebnisse getroffen. Die gemessenen Nu-Zahlen liegen unter den Berechneten von **Chilukuri** [23]. Beide Nu-Zahl-Verläufe stimmen hinsichtlich des Verlaufes prinzipiell überein, außer bei 60° im Krümmer. Im Experiment zeigt sich, dass an dieser Stelle der Temperaturgradient an der Innenwand stärker abnimmt als der an

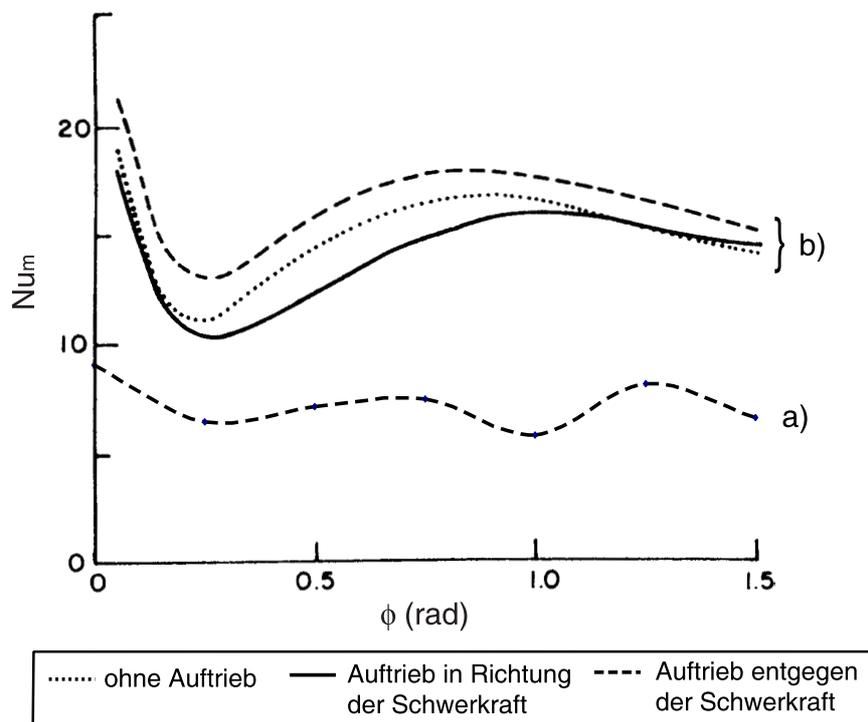


Abbildung 38: a) Gemessene, mittlere, lokale Nußelt-Zahlen bei $Re = 1000$ und $Gr = 151.750$ im Vergleich zu b) Berechnungen von **Chilukuri** bei $Re = 787$ und $Gr = 3,14 \cdot 10^5$ [23].

der Außenwand zunimmt (ersichtlich in Abb. 31). Im Mittel ergibt sich an dieser Stelle eine Verschlechterung des Wärmeübergangskoeffizienten. Die größeren Auftriebskräfte in den Berechnungen von **Chilukuri** können nicht die Ursache für den aufgezeigten Unterschied sein, denn **Chilukuri** stellt ebenso Ergebnisse ohne Auftrieb dar. Seine berechneten Verläufe mit und ohne Auftrieb stimmen qualitativ überein. Ob die Unterschiede zwischen den Ergebnissen von **Chilukuri** und eigenen auf die Orientierung des Krümmereinlaufs zurückzuführen sind, kann nicht bewiesen werden. Außerdem wurden die Berechnungen von **Chilukuri** mit einem inkompressiblen Modell unter Verwendung der Boussinesq-Approximation durchgeführt. Wie bereits in Kap. 5.3 erläutert wurde, hat die Boussinesq-Approximation nur einen begrenzten Gültigkeitsbereich, der bei den Berechnungen von **Chilukuri** möglicherweise überschrit-

ten worden ist.

Ein Vergleich zwischen selbst berechneten und gemessenen Temperaturfeld sowie berechneten und experimentell ermittelten Wärmeübergangszahlen ist in Abb. 39 dargestellt.

Um die berechneten und die gemessenen Temperaturfelder vergleichen zu können, wurde aus den numerisch berechneten Temperaturfeldern über die Kanalbreite ein integraler Mittelwert (Abb. 39 b) gebildet. Die Positionen im Kanal, an denen die Isothermen einen Peak aufweisen, können mit dem laminaren Modell nicht genau ermittelt werden. Aber die berechnete, thermische Grenzschicht weist im Krümmer eine leicht wellenartige Struktur auf, was wiederum die experimentell beobachtete Grenzschicht bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ qualitativ bestätigt. Die berechneten Nu-Zahlen (Abb. 39 c) stimmen allerdings nur größenordnungsmäßig überein.

Aus den gemessenen Temperaturen am Ein- und Austritt der Messkammer, entsprechend Gl. 80, berechnet sich der globale Wärmeübergangskoeffizient aus

$$\alpha = \frac{\dot{m}c_p\Delta T}{A\Delta T_{log}} \quad (80)$$

Abbildung 40 gibt einen Überblick der durch Experimente bestimmten globalen Nu-Zahlen, die auf die Kanalhöhe H als charakteristisches Längenmaß basieren.

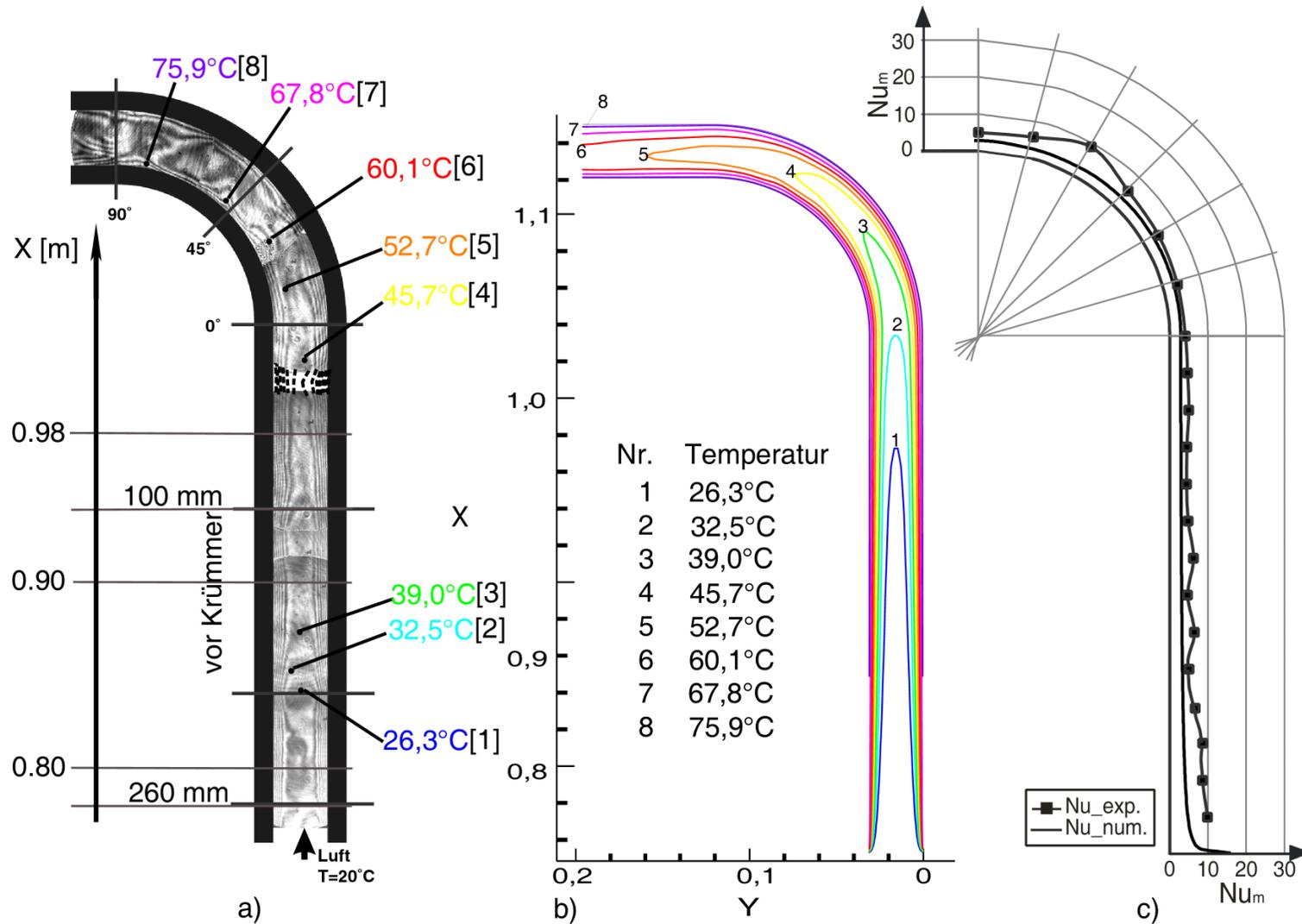


Abbildung 39: Vergleich a) experimenteller und b) selbst berechneter Temperaturfelder sowie c) mittlerer, lokaler Nu -Zahlen bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$.

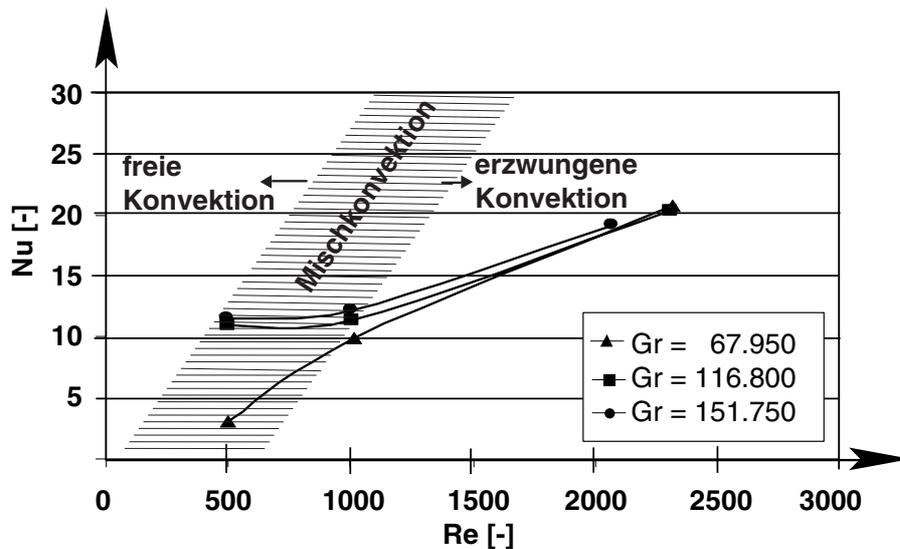


Abbildung 40: Globale Nu -Zahlen, ermittelt aus experimentellen Daten.

Charakteristisch für den globalen Wärmeübergang sind

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Im Mischkonvektionsbereich ist der Wärmeübergang nahezu unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Auch die für laminare Mischkonvektion in vertikalen Rohren durch **Martinelli** und **Boelter** [52] gefundenen Nu -Zahlen zeigen qualitativ ähnliche Ergebnisse. In einer vergleichenden Darstellung 41 der a) experimentell ermittelten, mittleren Nu -Zahlen in Abhängigkeit von der Gz -Zahl

$$Gz = Re \cdot Pr \frac{D_H}{L} \quad (81)$$

im Vergleich zu b) den Literaturwerten.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Bei Mischkonvektion verbessert sich der Wärmeübergang mit steigender Wandtemperatur.

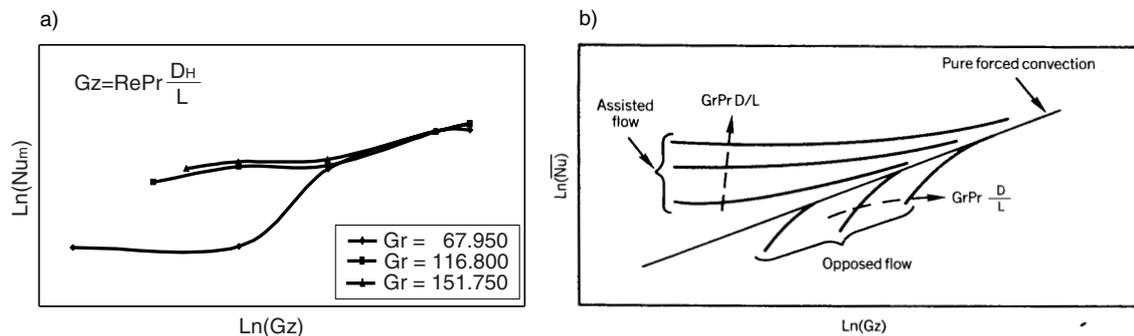


Abbildung 41: Mittlere Nu-Zahlen a) aus experimentellen Daten ermittelt und b) aus der Literatur [52].

6.1.2 Kanal mit kleinem Krümmungsradius

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Untersuchungen am vertikal orientierten, gekrümmten Versuchskanal mit einem Krümmungsverhältnis von $D_H/D_{Kr} = 0,46$ vorgestellt und diskutiert.

6.1.2.1 Geschwindigkeitsverteilungen

Wiederum liefert die Laser-Doppler-Anemometrie die Geschwindigkeitsverteilungen über die Kanalhöhe in der Symmetrieebene hinsichtlich der Kanalbreite. Um die Unterschiede zwischen freier Konvektion und Mischkonvektion deutlicher herauszustellen, wird dieses Kapitel in freie Konvektion und Mischkonvektion unterteilt.

1. Freie Konvektion

Bei der freien Konvektion entsteht die Strömung im Unterschied zur Mischkonvektion ausschließlich durch Auftriebskräfte. Die sich ausbildenden Geschwindigkeitsprofile über die Kanalhöhe für ausgewählte Kanalquerschnitte sind in Abb. 42 für drei Wandtemperaturen dargestellt. Die gemessenen Geschwindigkeiten stellen Primärgeschwindigkeiten dar. Für den Krümmer entsprechen die Geschwindigkeiten Tangentialgeschwindigkeiten.

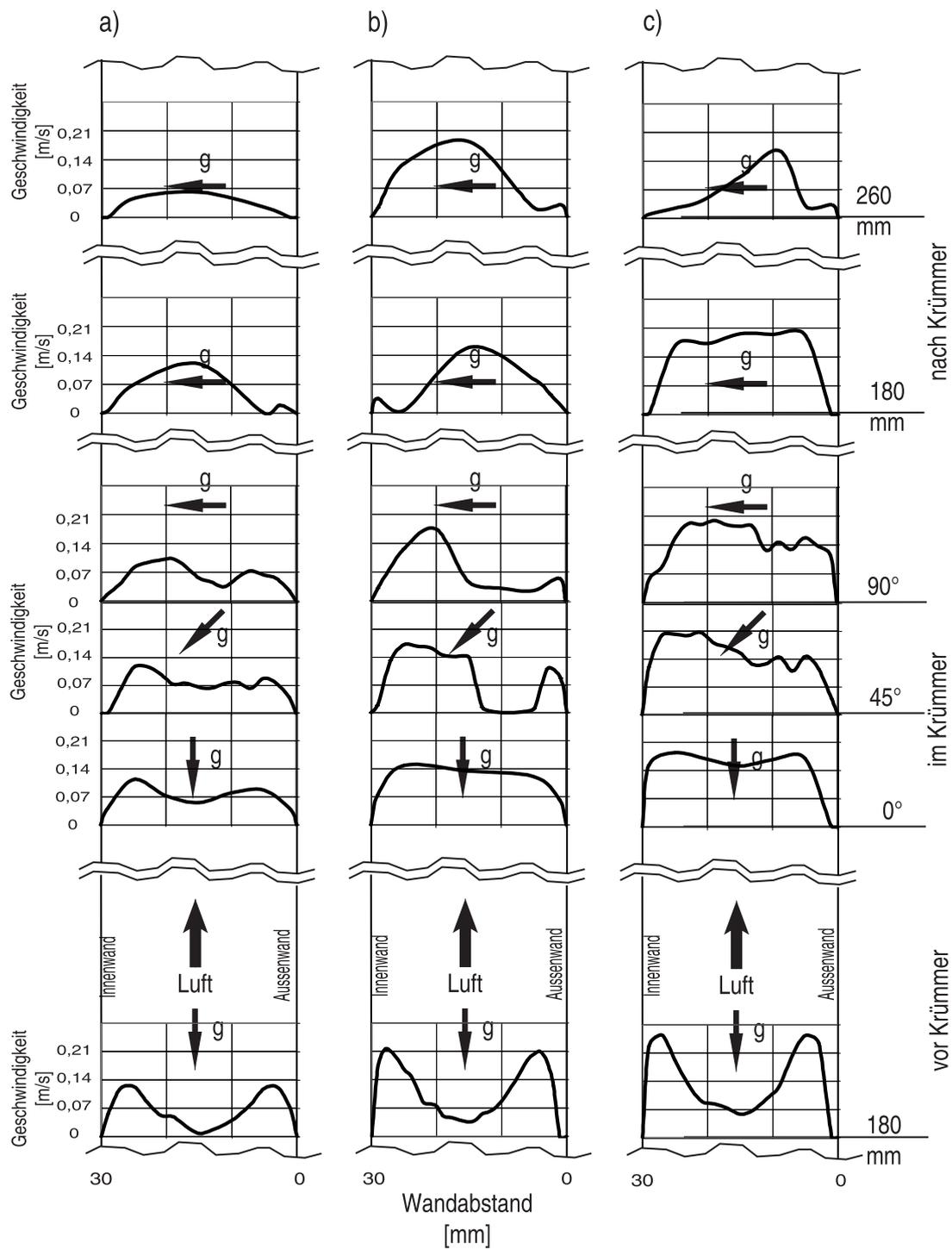


Abbildung 42: Geschwindigkeitsprofile bei freier Konvektion

a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und

c) $Gr = 151.750$.

Die Beheizung des Untersuchungsbereiches ruft einen Druckunterschied über die Kanallänge hervor. Infolgedessen wird Luft aus der Umgebung in den Kanal gesaugt und strömt mit einem nahezu laminaren Strömungsprofil in den beheizten Untersuchungsbereich ein. Nach dem Durchströmen einer 100 mm langen, beheizten Strecke (Pos. 180 mm vor Krümmer) ist die Dichte der Luft so klein, dass die Luft in der Grenzschicht schneller nach oben steigt als im Kernbereich. Es kommt zur Ausbildung von zwei Geschwindigkeitsmaxima in Wandnähe infolge der Beheizung. Am Eintritt in den Krümmer ist der Kernbereich der Strömung von der Erwärmung betroffen und führt zu einer Vergleichmäßigung der Primärgeschwindigkeit über die Kanalhöhe. Im Krümmer bewirkt die Zentrifugalkraft eine Deformierung der Geschwindigkeitsprofile, wie in Kap. 2.2.2.1 beschrieben. Im horizontalen, beheizten Kanalbereich hat die Auftriebskraft nur noch eine eingeschränkte Wirkhöhe von 30 mm, nämlich die Kanalhöhe, und durch gleiche Temperaturen der gegenüberliegenden Wände wird im horizontalen Kanalbereich kaum ein Beitrag zur Strömungsinduzierung geleistet. Anhand der Tab. 82 wird deutlich, dass mit steigender Wandtemperatur die Intensität der sich einstellenden Strömung zunimmt.

T_{Wand}	Re
40°C	138
60°C	258
80°C	334

(82)

Die in Tab. 82 aufgeführte Re-Zahl berechnet sich nach Gl. 73, wobei die Strömungsgeschwindigkeit u aus Geschwindigkeitsmessungen im Strömungsquerschnitt des unbeheizten Kanaleinlaufes mittels LDA gemäß Gl. 83

$$u = \frac{1}{A_q} \int_{(A_q)} u_i(x, y) dA_q \quad (83)$$

ermittelt wurde.

2. Mischkonvektion

Für Kombinationen aus den drei Wandtemperaturen 40°C , 60°C und 80°C und den Strömungsgeschwindigkeiten bei Re gleich 500, 1000 und 2300 wurden die Geschwindigkeitsverteilungen über die Kanalhöhe an verschiedenen Stellen des Versuchskanals ermittelt. In den Abb. 43 und 44 sind ausgewählte Geschwindigkeitsverteilungen in charakteristischen Kanalquerschnitten bei $Re = 500$ und $Re = 1000$ für die drei Grashof-Zahlen von $Gr = 67.950$, $Gr = 116.800$ und $Gr = 151.750$ dargestellt. Die gemessenen Geschwindigkeiten stellen Primärgeschwindigkeiten dar. Für den Krümmer entsprechen die Geschwindigkeiten Tangentialgeschwindigkeiten.

Die Geschwindigkeitsverteilungen der Abb. 43 a) bis c) und der Abb. 44 b) und c) liegen im Bereich der Mischkonvektion. Die Strömung bei $Re = 1000$ und $Gr = 67.950$ (Abb. 44 a) ist bereits erzwungen.

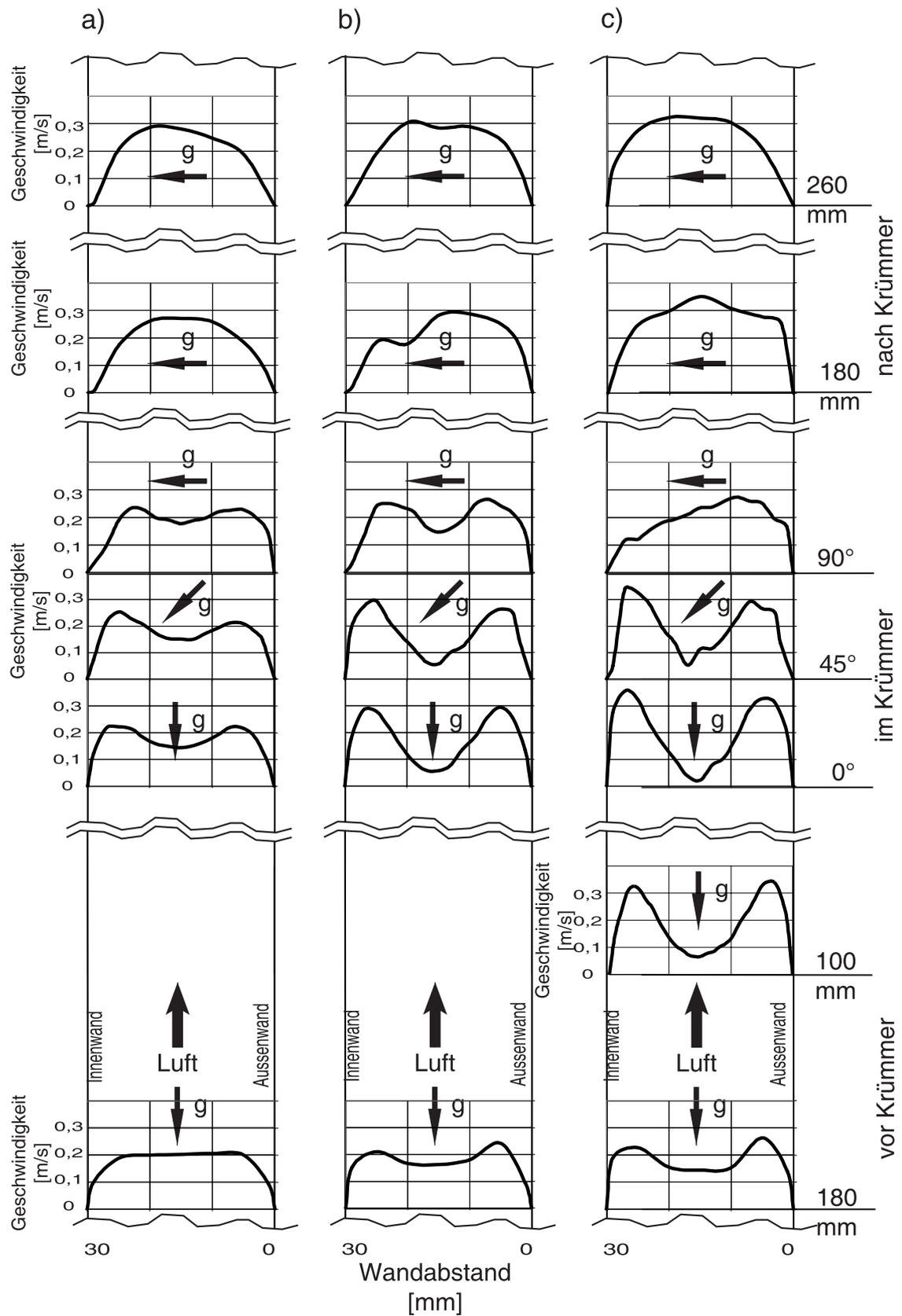


Abbildung 43: Geschwindigkeitsprofile bei $Re = 500$ sowie
 a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und
 c) $Gr = 151.750$.

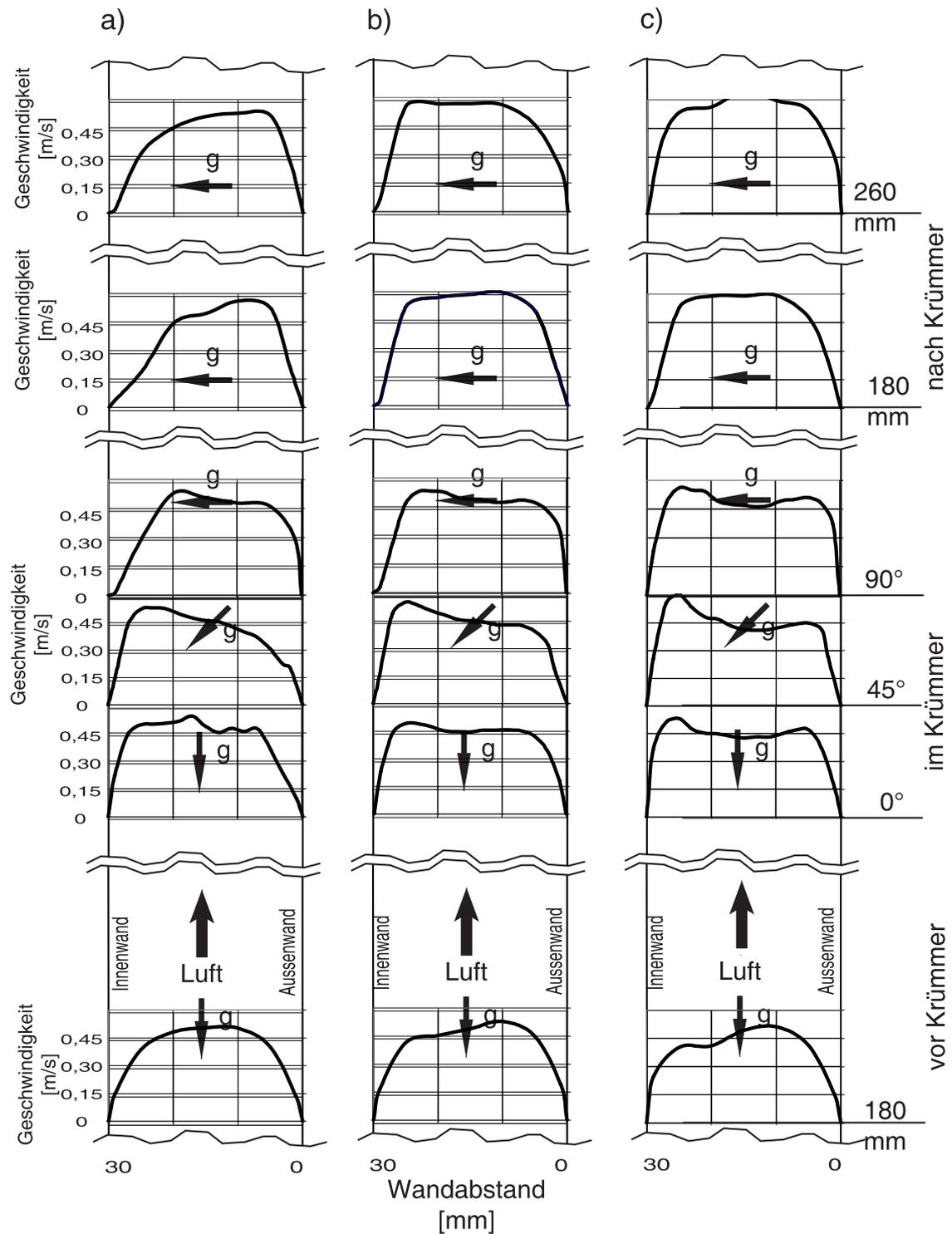


Abbildung 44: Geschwindigkeitsprofile bei $Re = 1000$ sowie
 a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und
 c) $Gr = 151.750$.

In Abb. 45 werden Geschwindigkeitsprofile beispielhaft für die Mischkonvektion bei $Gr = 116.800$ und verschiedenen Re-Zahlen gegenübergestellt, wobei der in Abb. 45 c dargestellte Fall mit einem Verhältnis von $Gr/De^2 = 0,17$ ein Beispiel für eine überwiegende Zwangskonvektion repräsentiert.

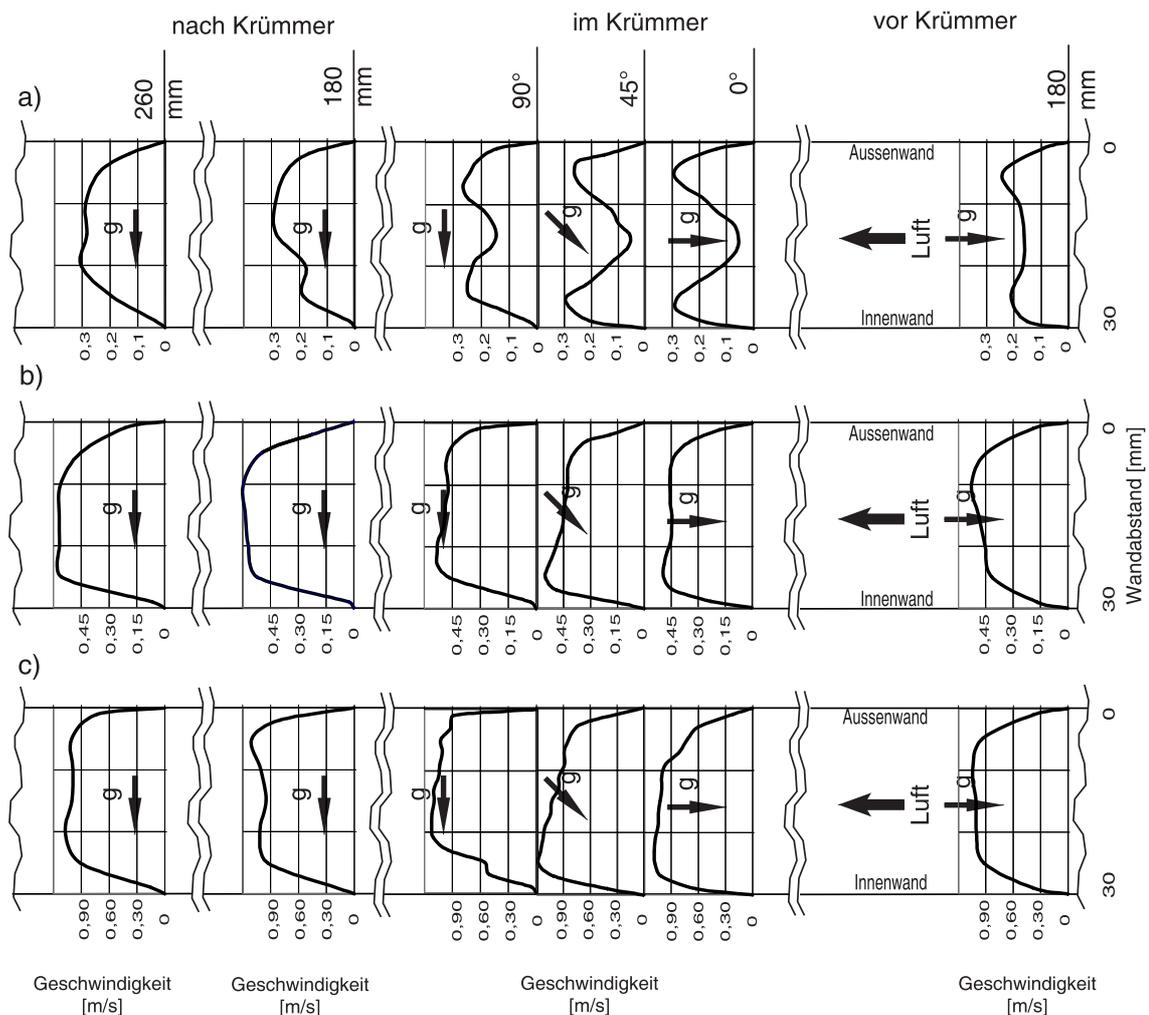


Abbildung 45: Geschwindigkeitsprofile bei $Gr = 116.800$ sowie
a) $Re = 500$, b) $Re = 1.000$ und c) $Re = 2.300$.

Anhand der Abb. 43 bis 45 lässt sich die Beeinflussung der Strömung folgendermaßen zusammenfassen:

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit verliert die freie Konvektion ihre Wirkung. Während bei Abb. 45 a) durch die

freie Konvektion die Geschwindigkeit der Kernströmung am Krümmereintritt bis auf fast Null zurückgeht, zeigen sich die Geschwindigkeitsprofile in b) und c) fast unbeeinflusst.

• Einfluss der Wandtemperatur

Die Beheizung der Seitenwände bewirkt eine Dichteverkleinerung und diese wiederum ein Aufsteigen der wandnahen Luft (Auftrieb). Je größer die Wandtemperatur und damit auch die Temperaturdifferenz (Triebkraft) ist, desto größer ist die Geschwindigkeit in den wandnahen Luftschichten und desto kleiner ist die Geschwindigkeit im Kernbereich der Strömung.

Zeitliche Beobachtungen der Strömungen und große Schwankungen (siehe Abb. 43 c) der Strömungsgeschwindigkeiten im Kernbereich bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$ erforderten detailliertere Untersuchungen der Bereiche zwischen 60 und 100 mm vor dem Krümmer und 15° bis 30° nach Krümmerbeginn. Messungen des örtlichen und zeitlichen Geschwindigkeitsverlaufs sowie des Turbulenzgrades, dargestellt in Abb. 46,

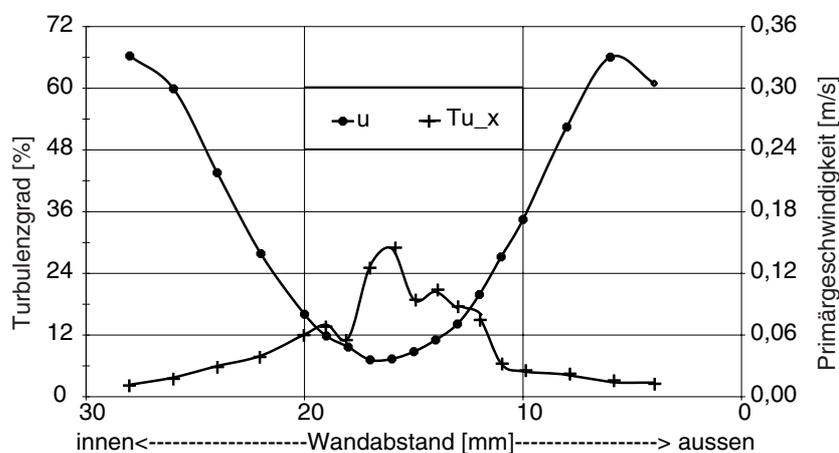


Abbildung 46: Gemessener, zeitlicher Geschwindigkeitsverlauf und Turbulenzgrad bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ an der Pos. 100 mm vorm Krümmer

mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie, ergaben Schwankungen, die mit der Frequenz des sich ändernden Temperaturfelds (siehe Kap. 6.1.2.3) übereinstimmen und wiesen Fluidansammlungen in der

Kernströmung aus. Während die Periode der Strömungsschwankungen in etwa 1 s beträgt, läuft das Gebläse mit nahezu $45,5\text{ Hz}$. Demzufolge sind die Schwankungen der Strömung zu niederfrequent als dass sie vom Saugzug des Gebläses herrühren könnten. Vielmehr weisen die Messungen auf selbsterregte und auf Auftriebseffekte zurückzuführende Instabilitäten hin. Sie scheinen von der Grenzschicht an der Krümmer-Außenseite herzurühren, die sich periodisch in ihrer Dicke verändert.

Durch die Änderung der Strömungsrichtung im Krümmer und der bereits erreichten Grenzschichtdicke treffen die Grenzschichten im Krümmer aufeinander, das warme Fluid der Grenzschicht versperrt den Strömungsquerschnitt für stromaufwärts, im Kernbereich befindliches, kälteres Fluid. Es kommt zur Ansammlung von Fluid im Strömungskernbereich vor dem Krümmereintritt, wo Primärgeschwindigkeiten nahezu Null gemessen wurden. Erst nach Erwärmung des Fluidballens, so dass die Dichte des Fluidballens am Krümmereintritt klein genug ist, wird dieser durch den Krümmer abtransportiert. Es entsteht eine periodische Strömung, deren Prinzip mit der Arbeitsweise eines Siphons vergleichbar ist. Das periodische Ansammeln und Abströmen der Fluidballen im Kernbereich der Strömung spiegeln sich in den gemessenen Turbulenzgraden wider.

6.1.2.2 Vergleich mit numerischen Ergebnissen

Das Auftreten dieser Strömungsstrukturen, die durch das periodische Ansammeln und Abwandern von Fluidballen vor dem Krümmer hervorgerufen werden, führte zur Ausweitung der numerischen Untersuchungen. Zusätzlich zu Berechnungen mit dem laminaren Modell wurden auch Berechnungen mit dem *Standard* – k, ε –Modell und dem *Low* – *Reynolds* – k, ε –Modell durchgeführt.

Die numerischen Berechnungen im Vergleich zu den Experimenten zeigen teilweise Übereinstimmungen. Aus Abb. 47 wird ersichtlich, dass CFX4.3 mit dem laminaren Modell unter Verwendung der Boussinesq-Approximation durchaus in der Lage ist, die Qualität und auch die Quantität der Geschwindigkeitsverteilungen im senkrechten

Untersuchungsbereich mit Abweichungen bis zu 10 % zu berechnen. Die Position des Umschlages vom Hagen-Poiseuille-Profil zum auftriebsbeeinflussten „U-Profil“ kann mit CFX4.3 gut vorausberechnet werden.

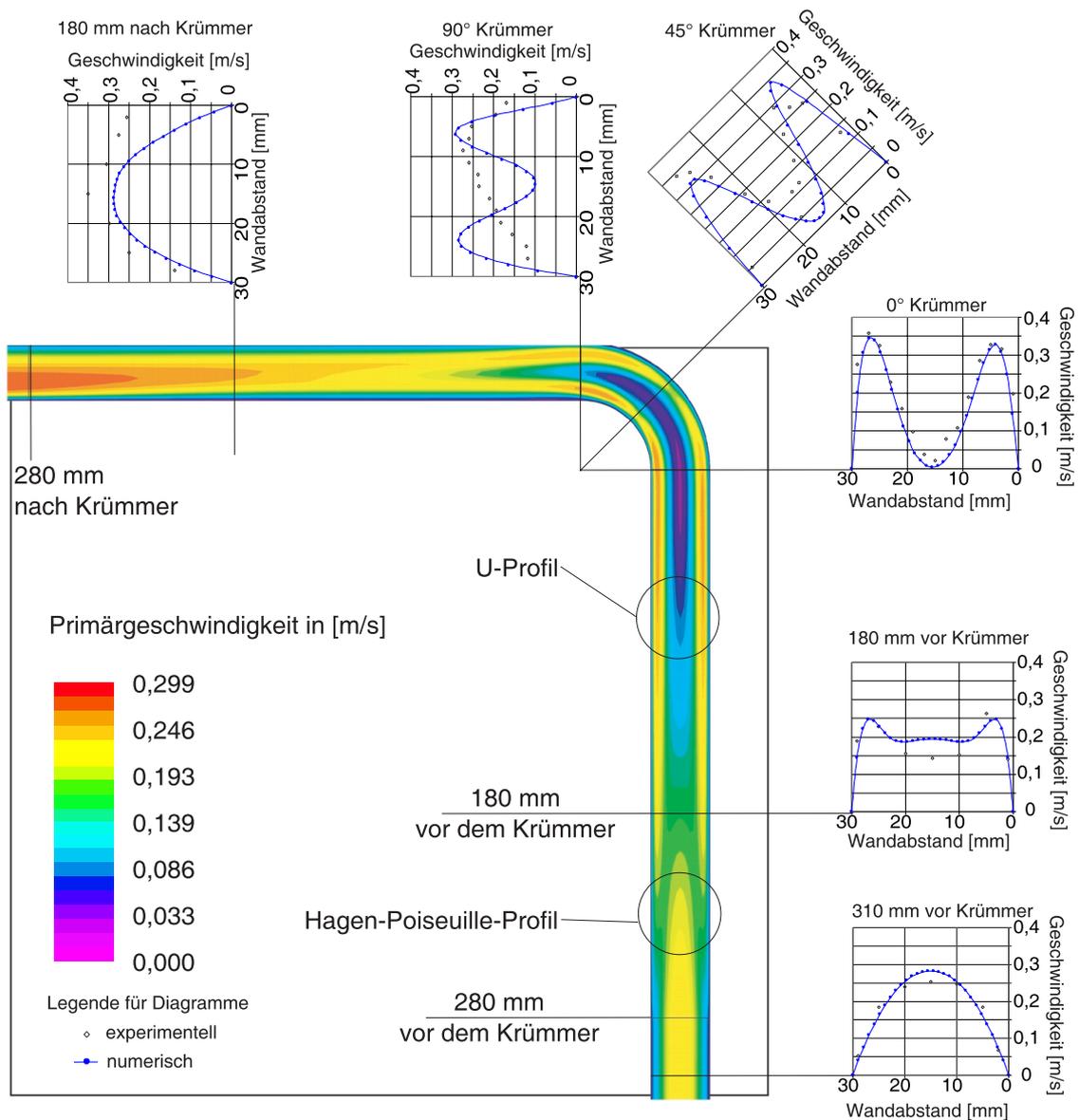


Abbildung 47: Berechnetes Geschwindigkeitsfeld bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ im Vergleich zu gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen.

Während die Geschwindigkeitsverteilungen am Krümmereintritt gut übereinstimmen, weichen die Profile im Krümmer völlig voneinan-

der ab. Eine mögliche Ursache könnte in der numerischen Behandlung des Erdbeschleunigungsvektors liegen. Das Gitter bei der numerischen Simulation ist der Form des Strömungskanals angepasst. Anhand der in Abb. 48 skizzierten Gitterzelle im Krümmer (Abb. 48 a) am Krümmereintritt und b) in der 45°-Ebene des Krümmers) wird die Wirkungsrichtung der Schwerkraft verdeutlicht.

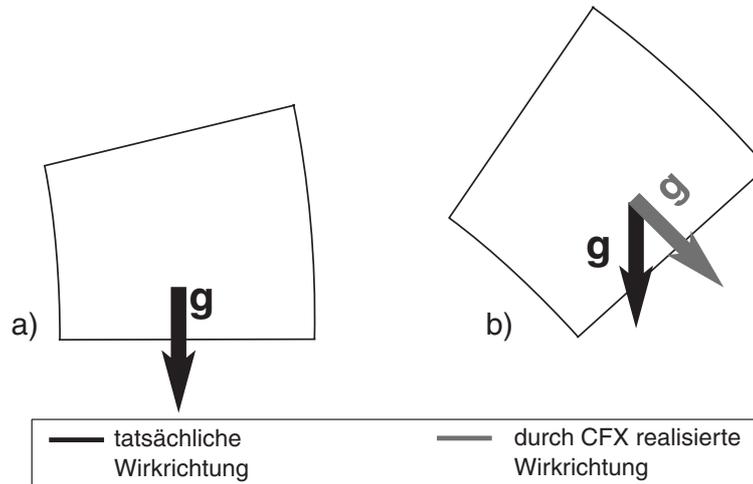


Abbildung 48: Schematische Darstellung einer Gitterzelle im Krümmer bei a) 0° und b) 45° mit Wirkungsrichtung der Erdbeschleunigung g .

Ist die Schwerkraft an die Zellbegrenzung gebunden, steht also immer senkrecht dazu, sind Geschwindigkeitsprofile wie sie mit Hilfe von CFX4.3 berechnet wurden, durchaus denkbar. Dies entspricht allerdings nicht der Realität, denn die Richtung der Erdbeschleunigung ist unabhängig von der Zellbegrenzung.

Aber auch die Simulationsergebnisse unter Verwendung der Turbulenzmodelle brachten nicht den gewünschten Erfolg. Abbildung 49 zeigt eine Gegenüberstellung der numerischen Berechnungsergebnisse mit den drei unterschiedlichen Berechnungsmodellen.

Die mit temperaturabhängiger Dichte berechneten Geschwindigkeitsprofile zeigen teilweise völlig unterschiedliche Formen. Während sich die Ergebnisse des laminaren Modells von denen des *low – Reynolds – k, ε* -Modells nur nach dem Krümmer deutlich unterscheiden, sind Unterschiede zum *Standard – k, ε* -Modell zu erkennen. Die

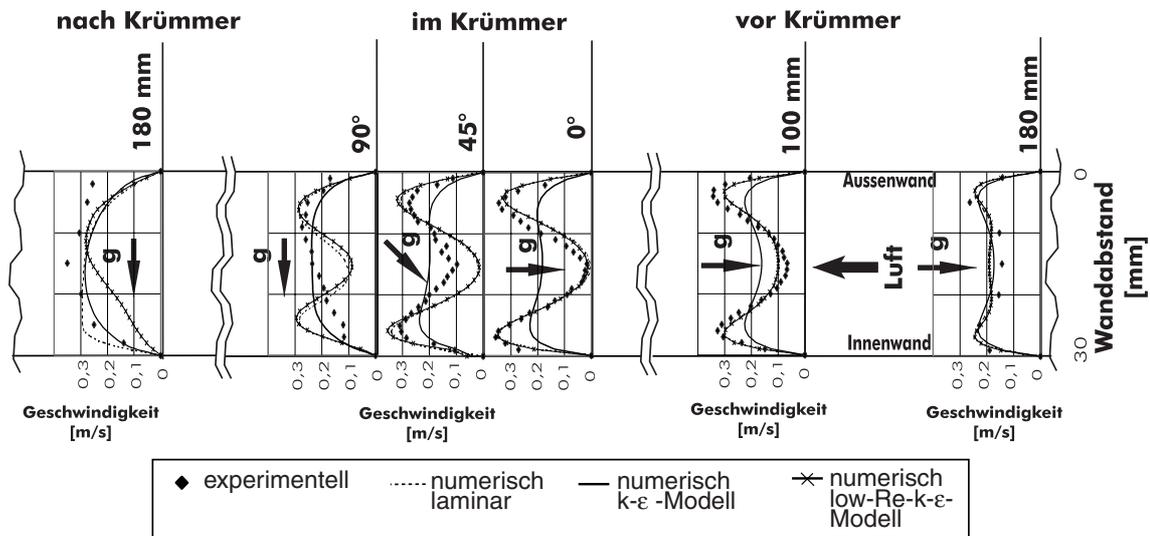


Abbildung 49: Darstellung der berechneten Geschwindigkeitsverteilungen mit laminarem, Standard k, ϵ - und Low-Reynolds k, ϵ -Modell im Vergleich zu Gemessenen bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$.

Abb. 49 zeigt, dass weder das eine noch das andere Modell in der Lage ist, die gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen exakt nachzubilden. Im senkrechten Untersuchungsbereich stimmen die Ergebnisse aus den Berechnungen mit dem laminaren Modell qualitativ mit den gemessenen Profilen recht gut überein. Im Krümmer wäre wohl eine Mischung aus laminarem und k, ϵ -Modell von Vorteil. Nach dem Krümmer liefert das k, ϵ -Modell die besseren Ergebnisse.

6.1.2.3 Temperaturverteilungen

In den Abb. 50 bis 52 sind Interferogramme für jeweils zwei Strömungszustände gegenübergestellt. In den Überlappungsbereichen zeigen die Interferogramme gute Übereinstimmungen. Das Streifenmuster kann auch hier als Isothermenschar betrachtet werden.

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit nimmt die Dicke der termischen Grenzschicht und die adiabate Mischungstemperatur der Luft entlang der Heizlänge ab.

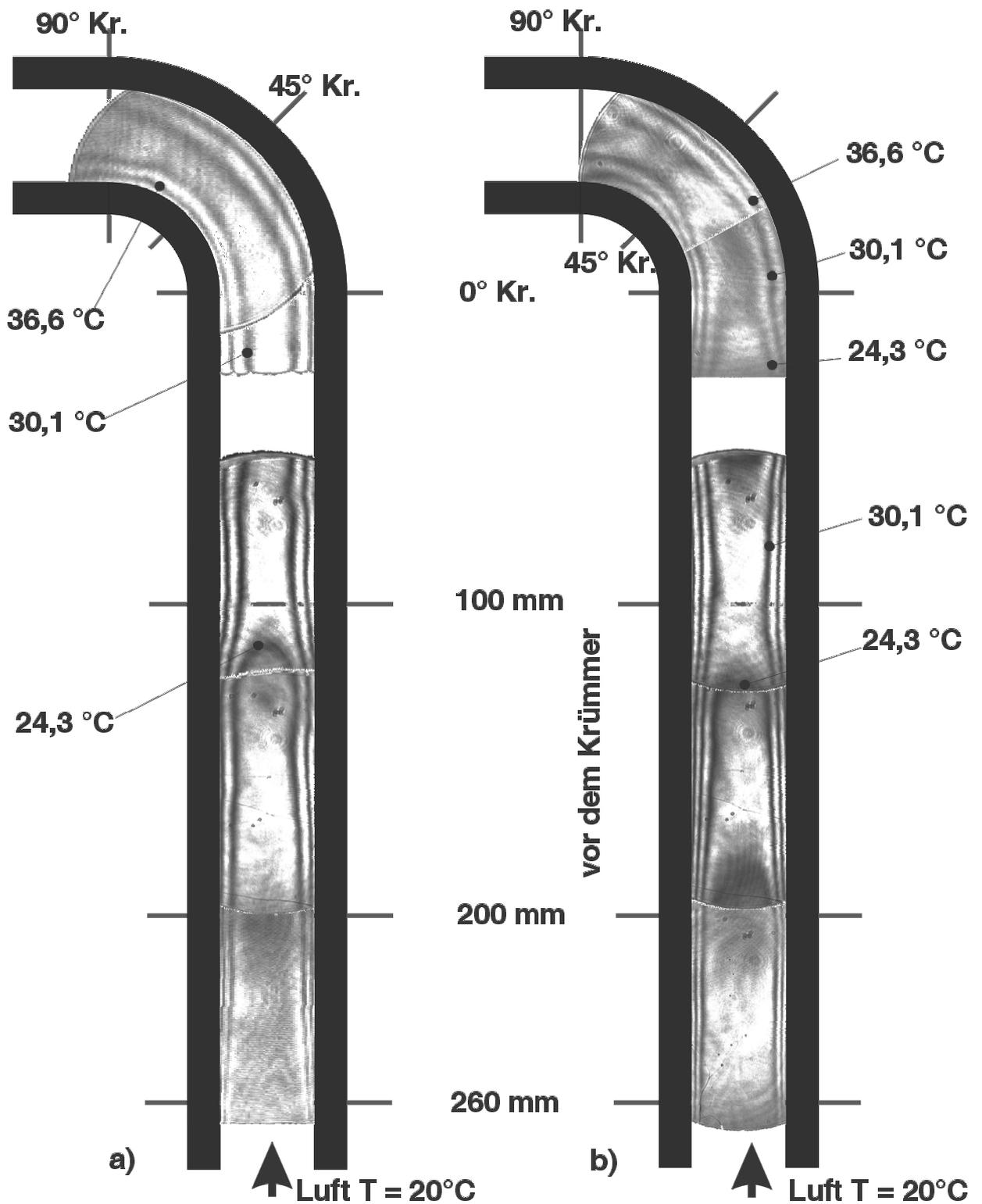


Abbildung 50: Interferogramme bei $Gr = 67.950$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

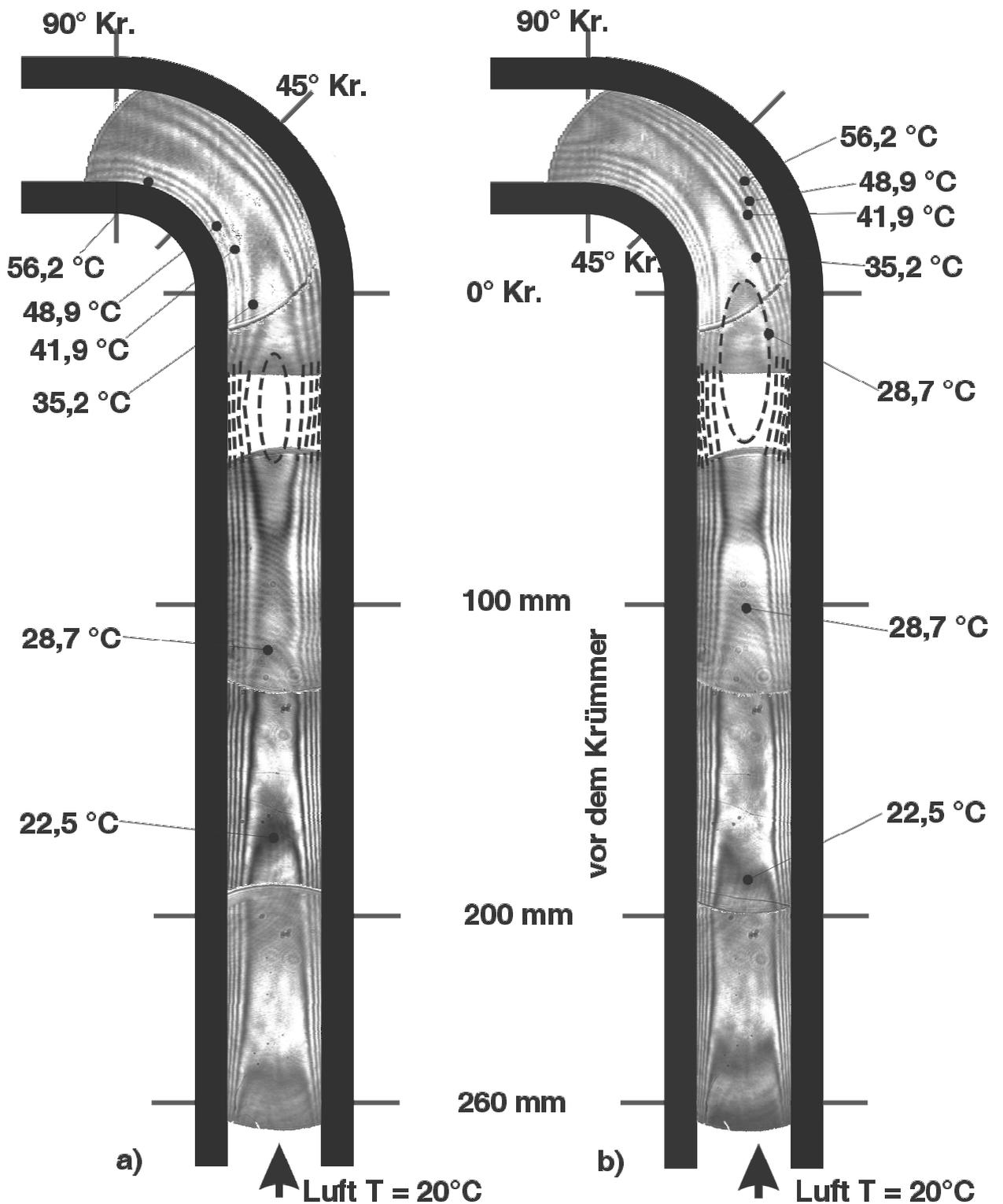


Abbildung 51: Interferogramme bei $Gr = 116.800$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

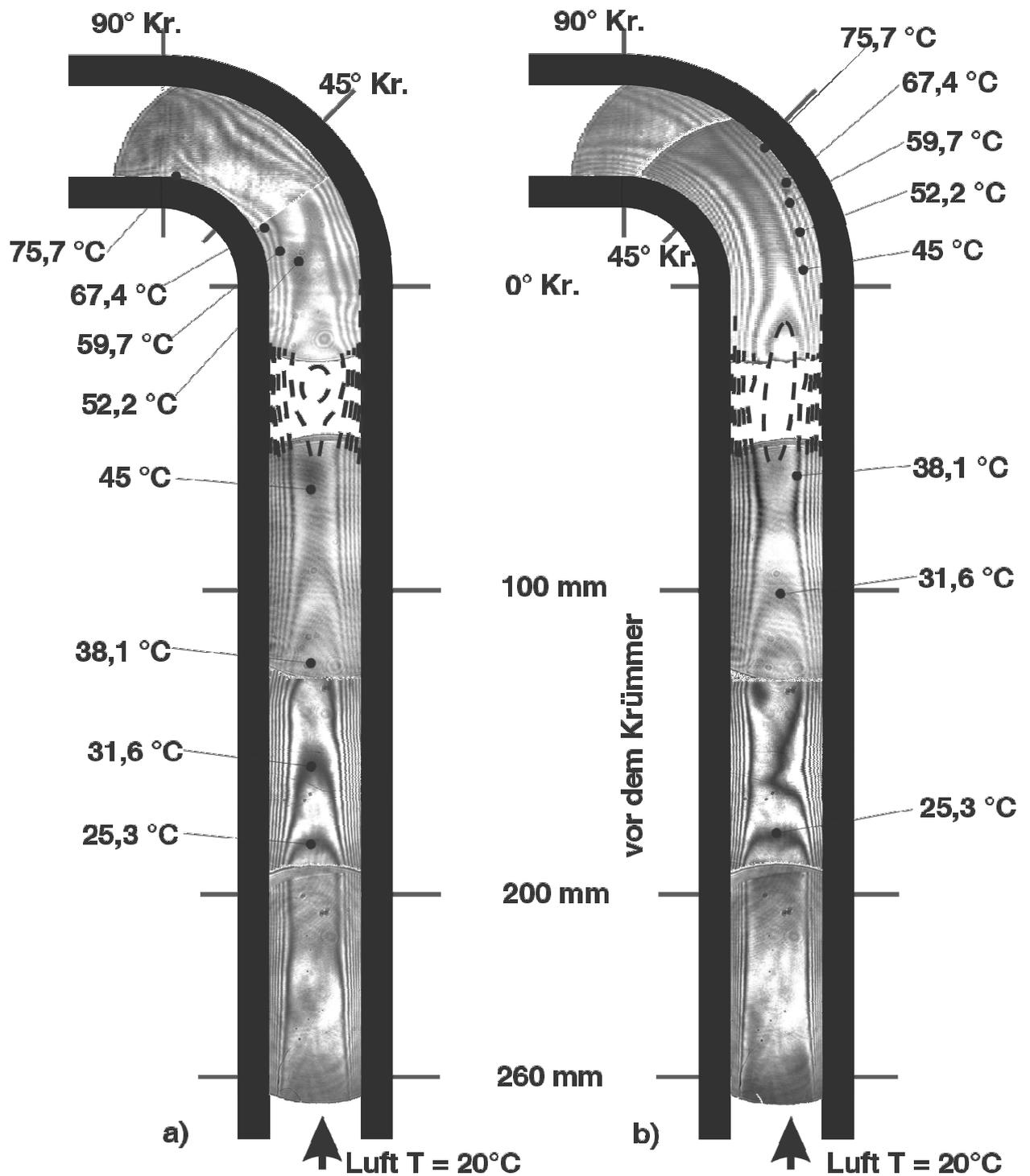


Abbildung 52: Interferogramme bei $Gr = 151.750$ und a) $Re = 500$ und b) $Re = 1000$. Die Luft tritt von unten in den Kanal ein.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Die Dicke der thermischen Grenzschicht nimmt mit zunehmender Wandtemperatur zu und das Verhältnis von lokaler Temperatur zu Wandtemperatur nimmt ab. Ist das charakteristische Verhältnis $Gr/De^2 \geq 1,3$ erreicht, entsteht im Krümmer eine wellenartige Ausbildung der thermischen Grenzschicht. Zurückzuführen ist diese Erscheinung auf die Verschiebung des Kräfteverhältnisses zugunsten der Auftriebskraft.

In den Abb. 53 und 54 sind die in ausgewählten charakteristischen Kanalquerschnitten rekonstruierten, auf die Wandtemperatur normierten Temperaturprofile bei $Re = 500$ und $Re = 1000$ für Wandtemperaturen von $T_{Wand} = 40\text{ }^\circ\text{C}$, $T_{Wand} = 60\text{ }^\circ\text{C}$ und $T_{Wand} = 80\text{ }^\circ\text{C}$ dargestellt.

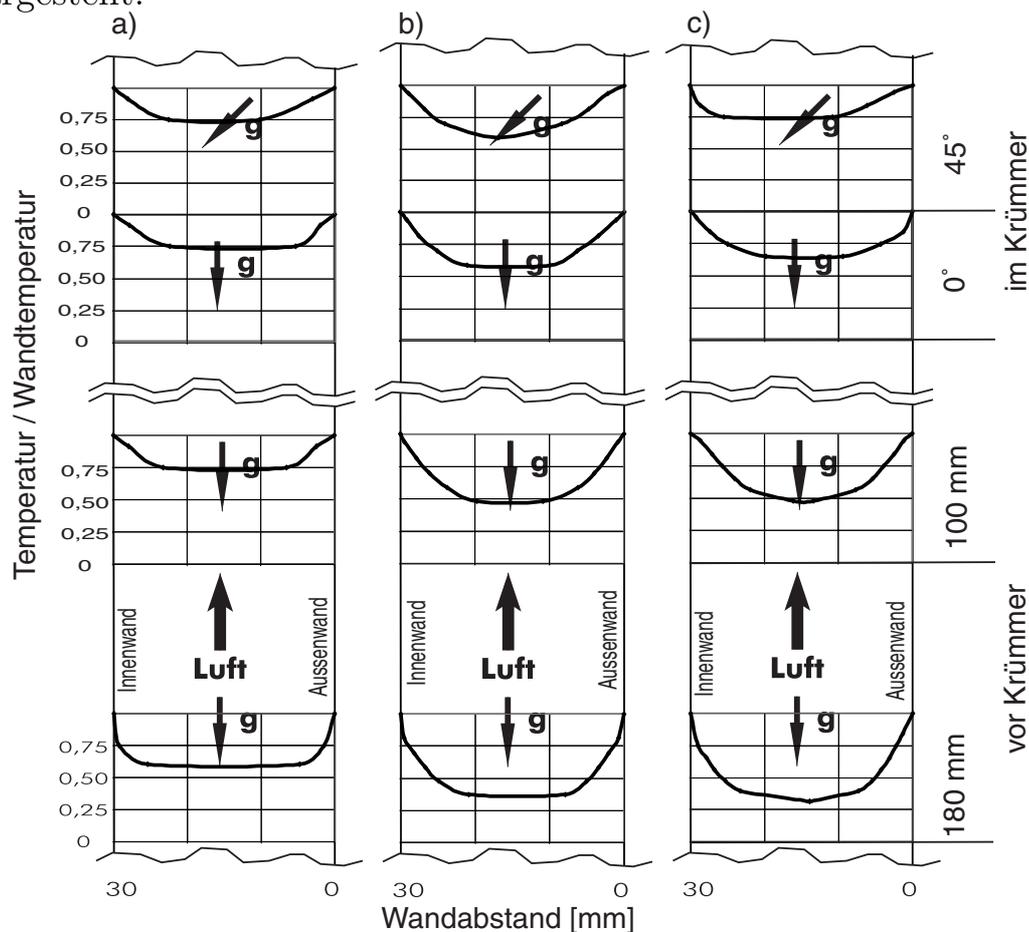


Abbildung 53: Temperaturprofile bei $Re = 500$ sowie a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und c) $Gr = 151.750$.

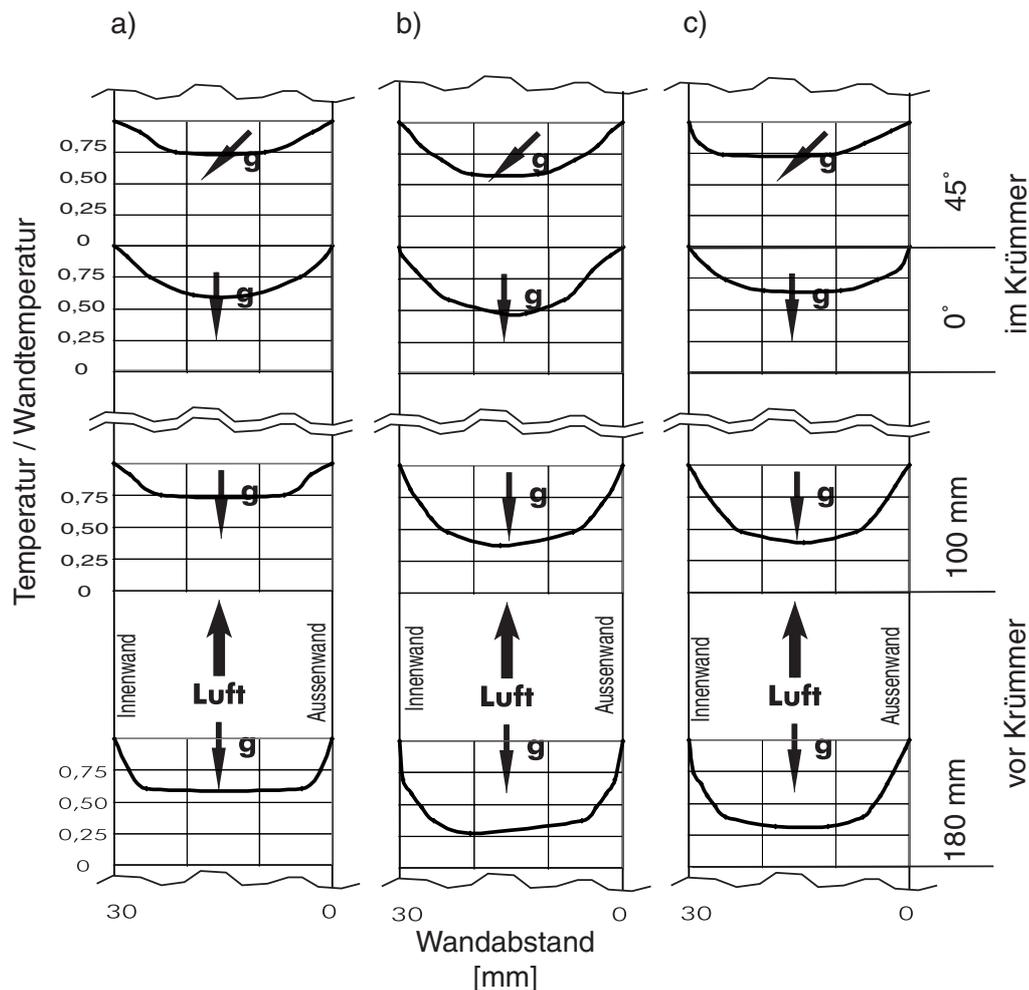


Abbildung 54: Temperaturprofile bei $Re = 1000$ sowie a) $Gr = 67.950$, b) $Gr = 116.800$ und c) $Gr = 151.750$.

Die Messungen der Temperaturfelder vermittelten die zunächst nicht erwartete Erkenntnis, dass sich bei Mischkonvektion die Grenzschicht im Vorlauf zum Krümmer, nicht monoton verhält. Die Grenzschichtdicke nimmt zwar auf dem Weg zum Krümmer relativ rasch zu, aber nimmt kurz vor dem Krümmer, im Bereich der Instabilitäten, wieder abnimmt. Der Abb. 50 bis 52, welche Momentanaufnahmen der holographischen Interferometrie sind, können das Grenzschichtverhalten entnommen werden. Die „Real-time-Methode“ brachte zudem zu Tage, dass dies ein periodischer Vorgang ist, d.h. das Temperaturfeld in der Grenzschicht unterliegt in diesem Bereich zyklischen Schwankungen. In Abb. 55 sind Interferogramme in zeitlicher Reihenfolge

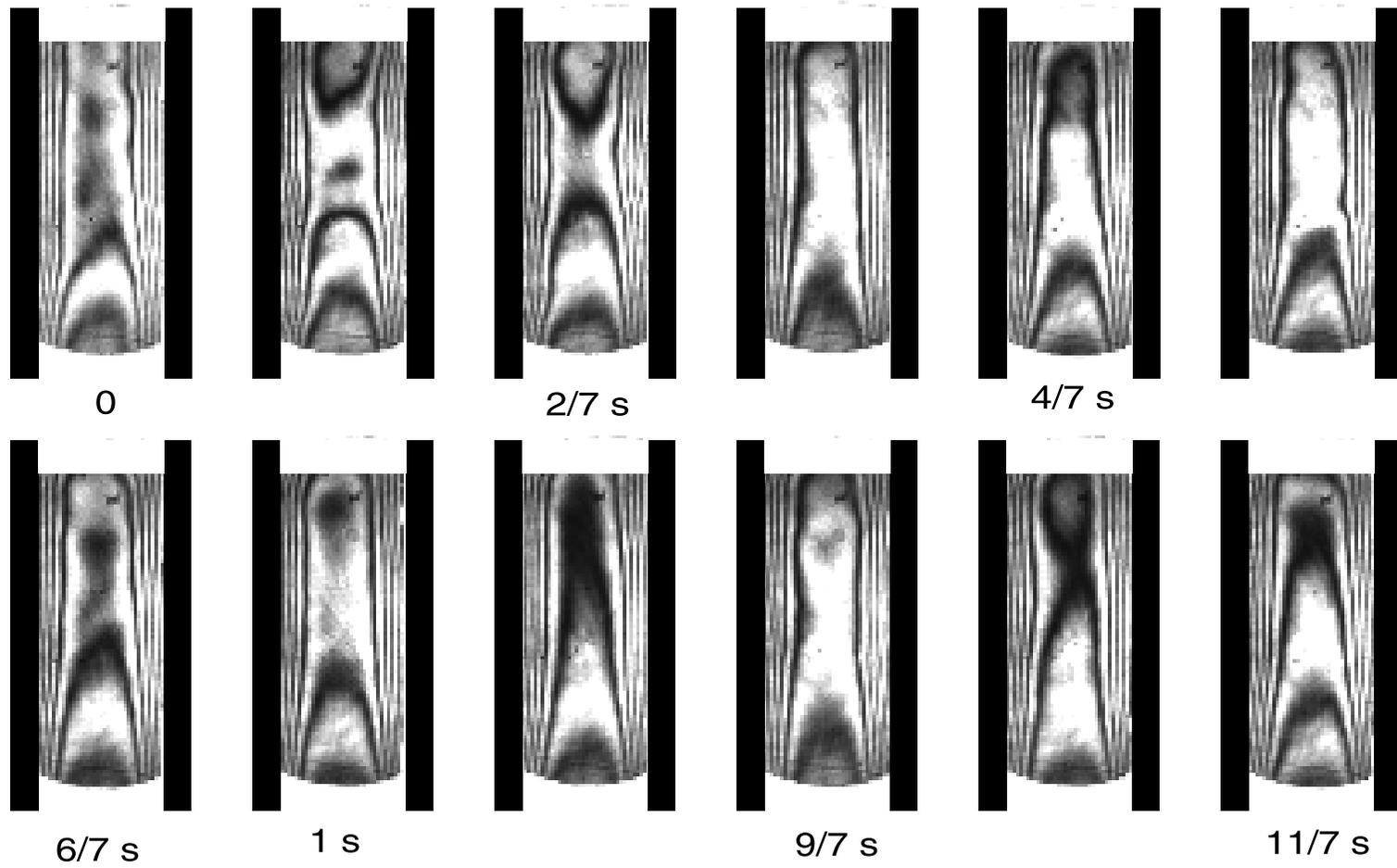


Abbildung 55: Zeitlicher Abfolge von Interferogrammen bei $Gr = 116.800$ und $Re = 500$ vorm Krümmereintritt

angeordnet, die das periodische Auftreten von abwandernden Fluidballen deutlich erkennen lässt.

Ähnliche Beobachtungen konnten im Krümmer selbst, etwa 15° bis 30° nach Krümmereintritt beobachtet werden. Besonders wird dies bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ (Abb. 52 a) deutlich.

Eine Gegenüberstellung der berechneten und gemessenen Temperaturfelder bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ zeigt Abb. 56.

Die numerischen Untersuchungen unter Verwendung der drei genannten Modelle, laminares, *Standard* – k, ε – und *Low* – *Reynolds* – k, ε –Modell, mit temperaturabhängiger Dichte ergaben, dass die Isothermen aus den Berechnungen mit dem *Standard* – k, ε –Modell, dargestellt in Abb. 56 die besten Übereinstimmungen gegenüber den Messergebnissen zeigten. Auch hier wurden die numerisch berechneten Temperaturfelder über die Kanalbreite gemittelt, um einen Vergleich mit den Messergebnissen vornehmen zu können. Der thermische Einlauf wird in der numerischen Simulation auf einer wesentlich kürzeren Länge vollzogen als diese experimentell bestimmt werden konnte. Die Positionen, an denen die Isothermen einen Peak aufweisen, können mit dem *Standard* – k, ε –Modell gut berechnet werden. Die wellenartige Struktur der thermischen Grenzschicht kann allerdings mit dem *Standard* – k, ε –Modell nicht nachvollzogen werden. Weder das laminaire Modell noch die Turbulenzmodelle sind in der Lage, die siphonähnliche Strömungsstruktur vorm Krümmer nachzubilden.

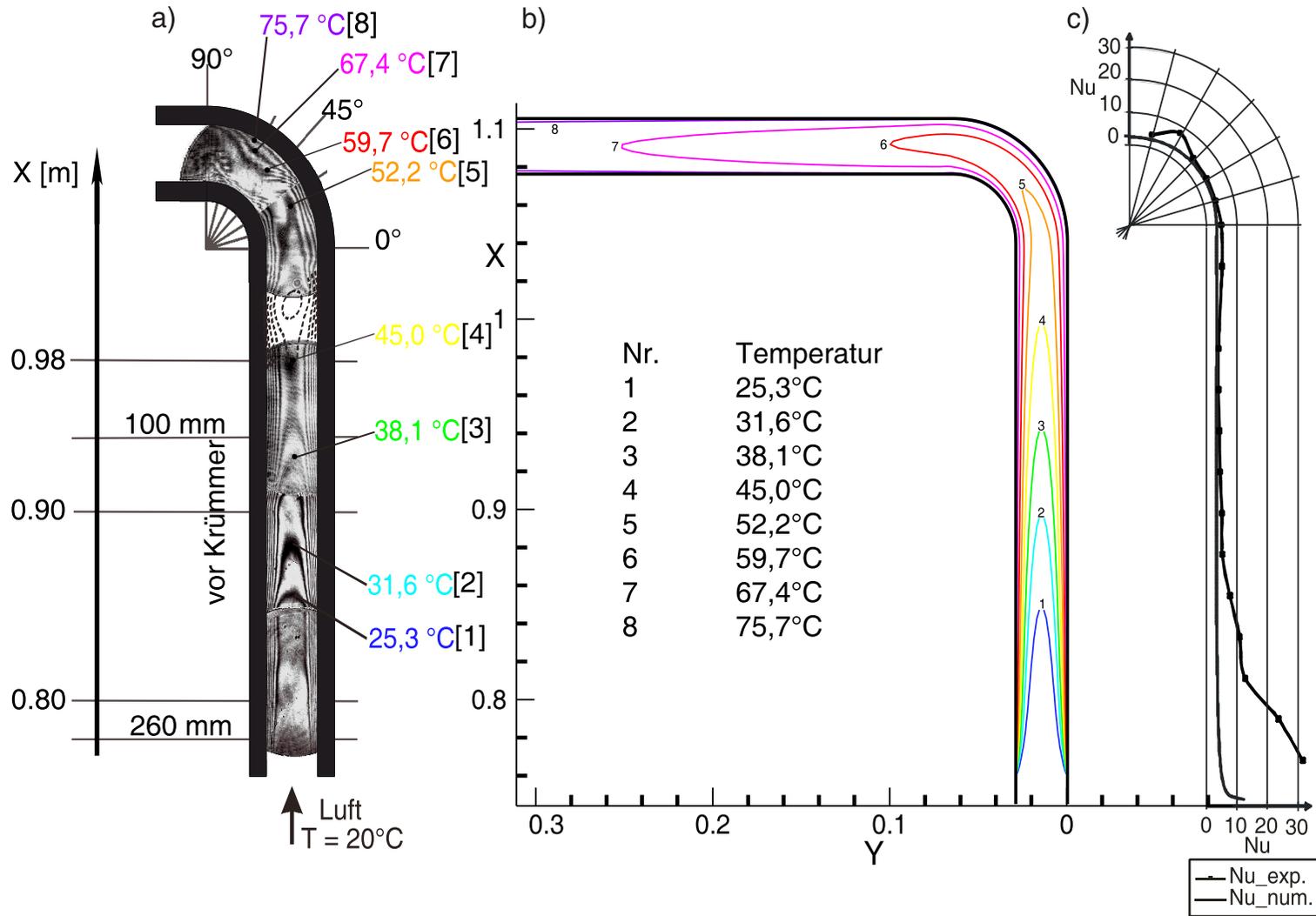


Abbildung 56: Vergleich a) eigener, berechneter und b) experimenteller Temperaturfelder, sowie c) mittlerer, lokaler Nu-Zahlen bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$.

Werden nun noch die globalen Wärmeübergänge, dargestellt in Abb. 58, betrachtet, kann bezüglich der Beeinflussung des Wärmeüber-

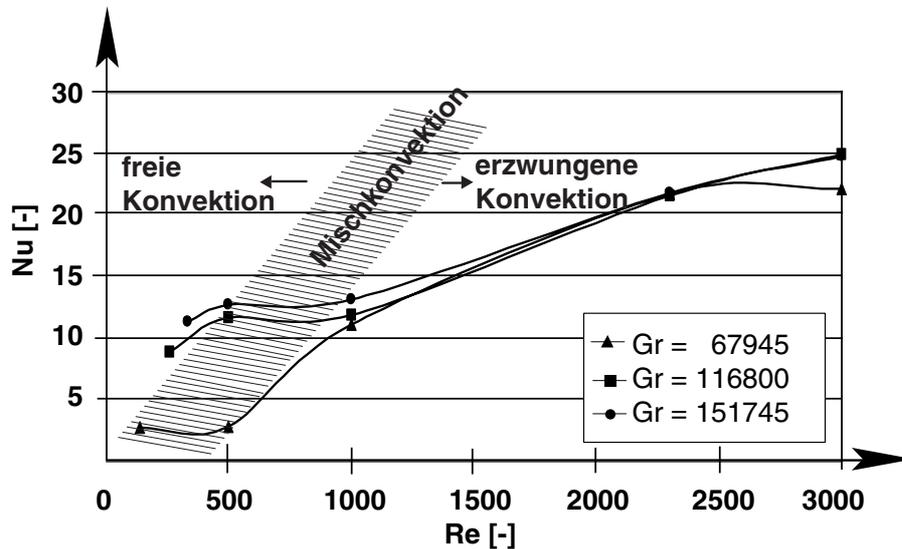


Abbildung 58: Globale Nu -Zahlen für Krümmungsradius $R = 50$ im untersuchten Parameterbereich.

gangs folgendes festgestellt werden:

- **Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit**

Das Vorhandensein der Auftriebskräfte bewirkt einen besseren Wärmeübergang bei Mischkonvektion im Vergleich zu Zwangskonvektion, der aber nahezu unabhängig von der Re -Zahl ist. Messungen des sowohl globalen als auch lokalen Wärmeübergangskoeffizienten führen zu dieser Aussage und lassen sich anhand der Untersuchungen von **Martinelli** und **Boelter** [52] (Abb. 41 b) qualitativ bestätigen. Wie in Kap. 2.1 dargestellt ist, bewirkt die Überlagerung erzwungener Konvektion mit freier Konvektion eine Geschwindigkeitserhöhung innerhalb der Grenzschicht im Vergleich zur erzwungenen Konvektion, die wiederum den Wärmeübergang positiv beeinflusst.

- **Einfluss der Wandtemperatur**

Im Mischkonvektionsbereich verbessert sich der Wärmeübergang mit steigender Wandtemperatur.

6.1.3 Einfluss des Krümmungsradius

Eine Gegenüberstellung ausgewählter Messergebnisse der Krümmerströmungen soll einen Eindruck vermitteln, welchen Einfluss der mittlere Krümmungsradius auf das hydraulische und thermische Verhalten der Strömung ausübt.

6.1.3.1 Geschwindigkeitsverteilung

In Abb. 59 sind Geschwindigkeitsprofile ausgewählter Kanalquerschnitte bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$ für Krümmerströmungen mit Krümmungsradien von $R = 50 \text{ mm}$ und $R = 100 \text{ mm}$ dargestellt.

Während die Geschwindigkeitsverteilungen im Vor- und im Nachlauf des Krümmers für beide Krümmungsradien gleich sind, unterscheiden sie sich im Krümmer deutlich. Für den Krümmerbereich ist charakteristisch:

- Bei gleichen Strömungsbedingungen ist der Einfluss der freien Konvektion im Kanal mit kleinem Krümmungsradius größer. Im Kanal mit kleinem Krümmungsradius sind die Geschwindigkeitsmaxima in Wandnähe größer und die Geschwindigkeiten der Kernströmung am Krümmereintritt kleiner als in dem mit großem Krümmungsradius.
- Je kleiner der Krümmungsradius ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit zur Ausbildung von Instabilitäten vor dem Krümmereintritt.
- Je kleiner der Krümmungsradius ist, desto intensiver ist die Deformation der Geschwindigkeitsprofile, wie sie in Kap. 2.2.2.1 beschrieben wurde.

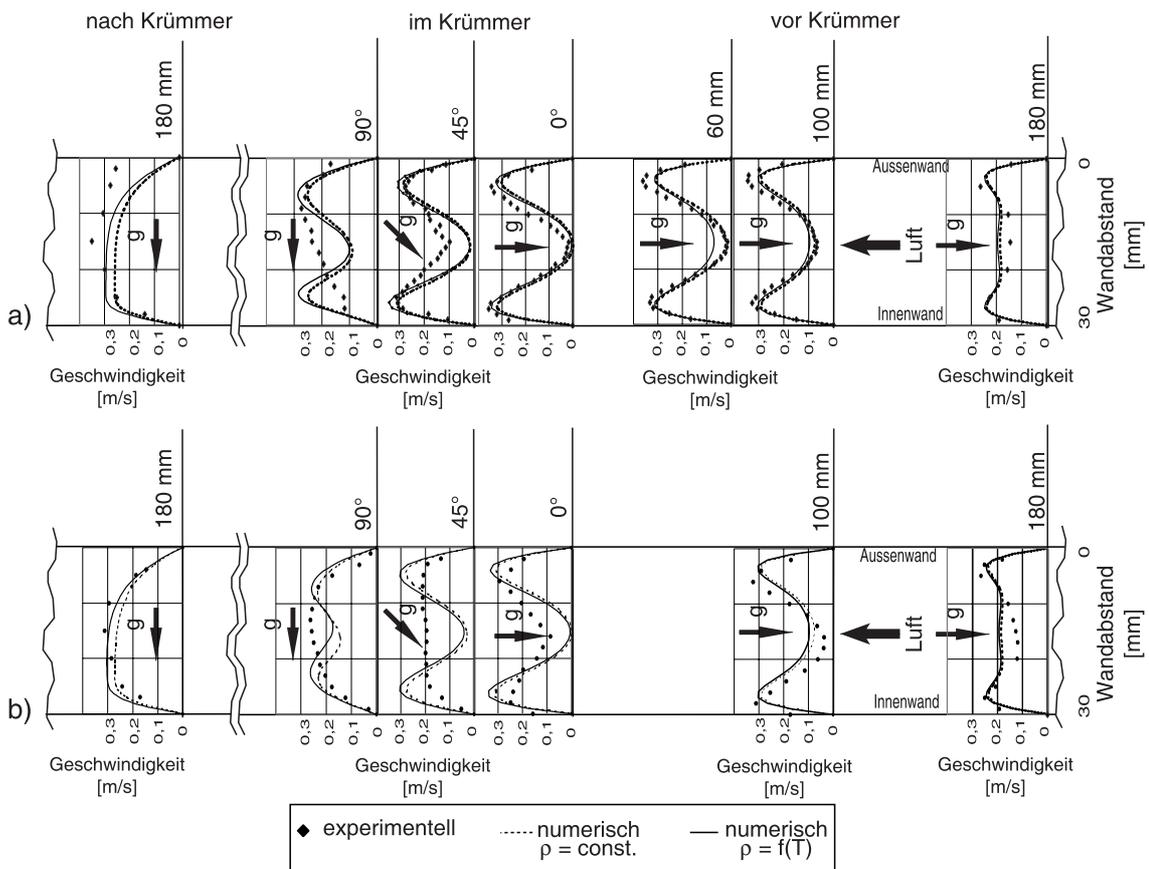


Abbildung 59: Gegenüberstellung berechneter und gemessener Geschwindigkeitsverteilungen bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ im Kanal mit a) Krümmungsradius $R = 50 \text{ mm}$ und b) $R = 100 \text{ mm}$.

6.1.3.2 Temperaturverteilung und Wärmeübergang

An einem ausgewählten Beispiel soll die Beeinflussung der Temperaturfelder in den Kanälen mit den zwei Krümmungsradien dargestellt werden. Als Beispiel wurde die Parameterkonfiguration ausgewählt, bei der im Kanal mit kleinem Krümmungsradius Instabilitäten aufgetreten sind. Für $Re = 500$ und $Gr = 151.750$ sind nochmals die Temperaturfelder beider Krümmer vergleichend dargestellt. Außerdem sind lokale Temperaturverteilungen und Geschwindigkeitsverteilungen in ausgewählten Kanalquerschnitten hinzugefügt.

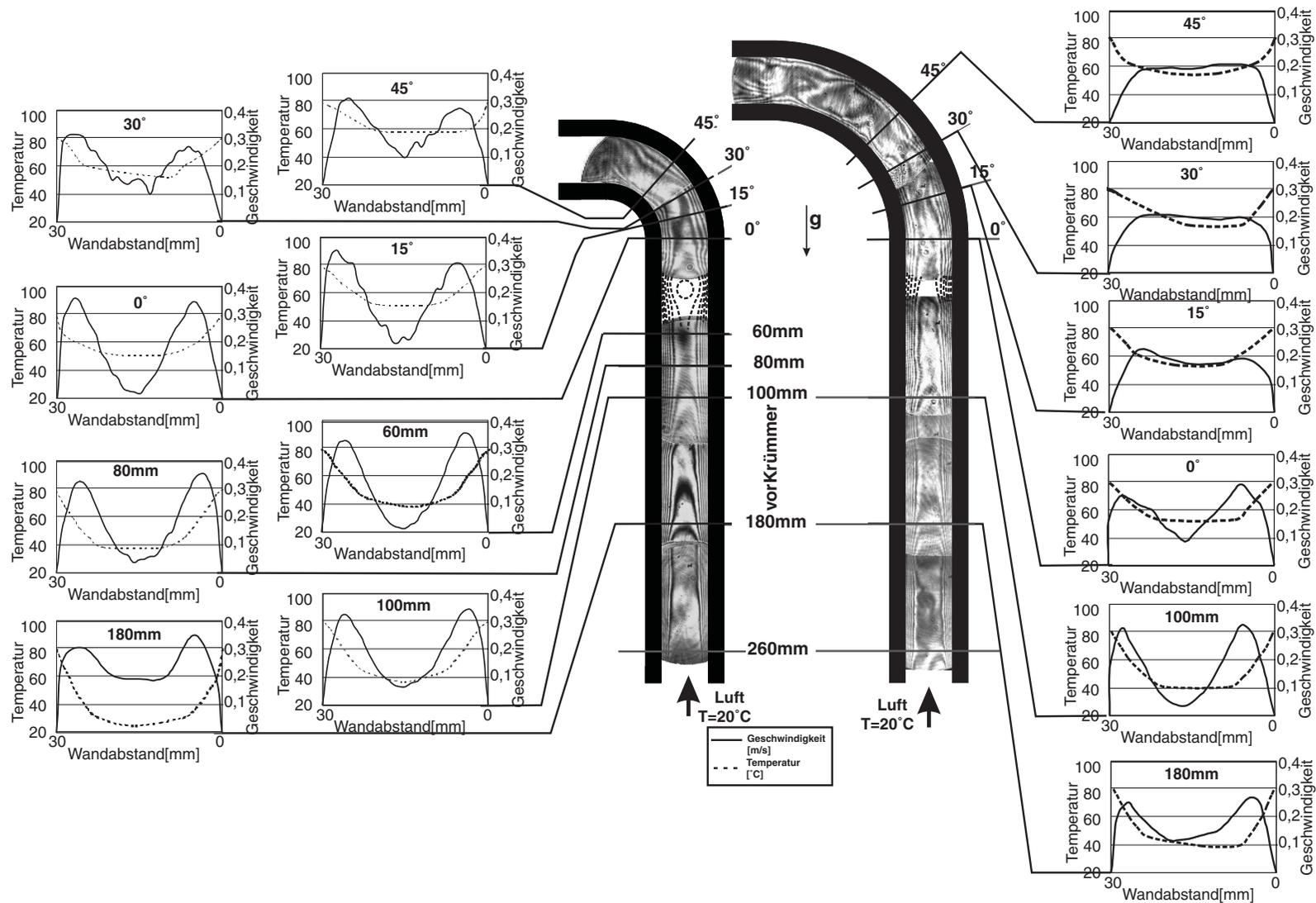


Abbildung 60: Gegenüberstellung von Temperaturfeldern und lokalen Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ für a) Krümmungsradius $R = 50$ mm und b) $R = 100$ mm.

Während sich die Geschwindigkeitsverteilungen im Krümmer, wie in Kap. 6.1.3.1 bereits beschrieben, wesentlich voneinander unterscheiden, weichen die Temperaturfelder vor allem vor dem Krümmer stark voneinander ab. Anhand der Abb. 60 ist deutlich zu erkennen, dass die wellenartige Ausbildung der thermischen Grenzschicht im Krümmer nicht vom Krümmungsradius abhängig ist. Die Ausbildung der Instabilitäten vor dem Krümmer wird anhand von zeitlichen Darstellungen der Nu-Zahlen, die aus den Interferogrammen bestimmt wurden, deutlich. Die Abb. 61 zeigt die Interferogramme mit den daraus ermittelten mittleren, lokalen Nu-Zahlen bei $Re = 500$ und $Gr = 151.750$. Die maximalen Abweichungen der Nu-Zahlen im Kümmerlauf betragen beim kleinen Krümmungsradius prozentual 46 % und beim großen Krümmungsradius maximal 20 %.

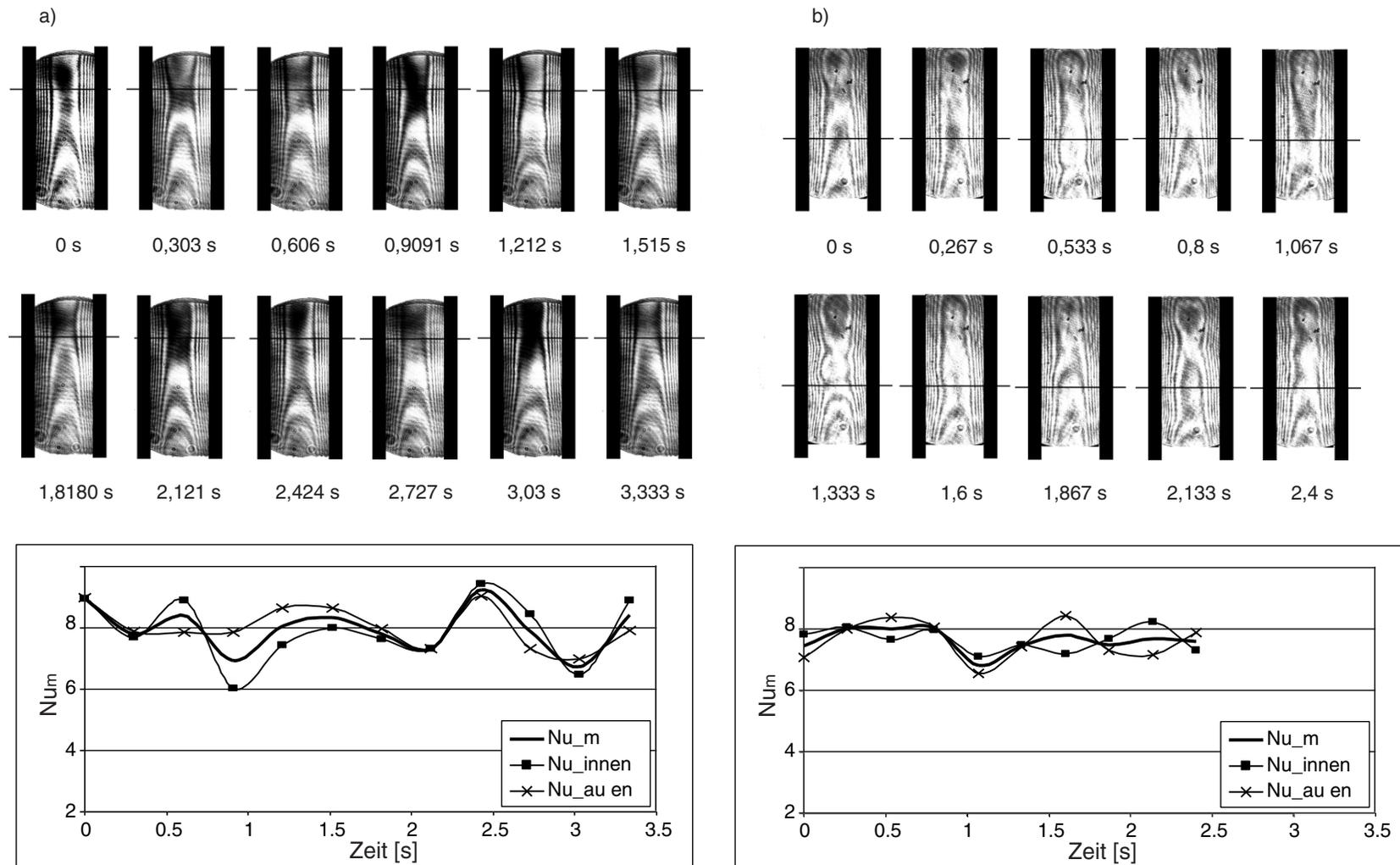


Abbildung 61: Zeitliche Abfolge von Interferogrammen bei $Gr = 151.750$ und $Re = 500$ im Kanal mit a) $R = 50$ mm sowie b) $R = 100$ mm und die dazugehörigen Nu-Zahlen.

Die globalen Nu-Zahlen in den Kanälen mit Krümmungsradien von $R = 50 \text{ mm}$ und $R = 100 \text{ mm}$, sowie die prozentualen Unterschiede zwischen beiden sind in Abb. 62 dargestellt. Die Unterschiede werden

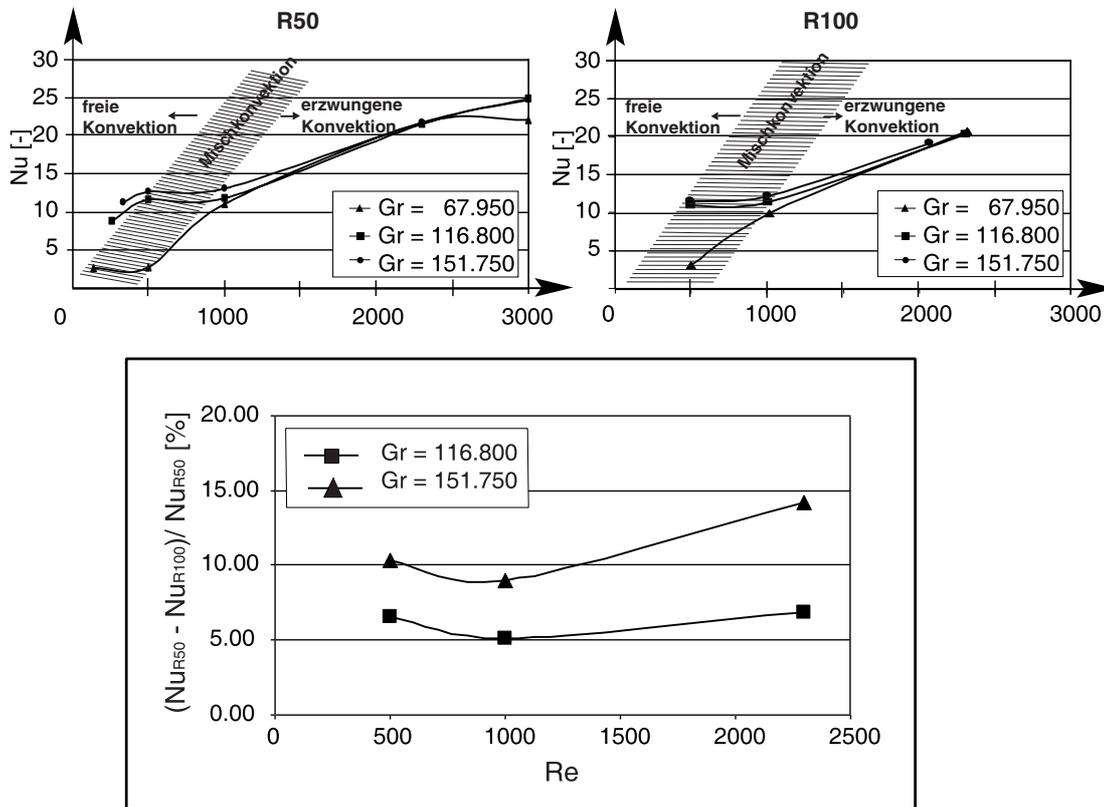


Abbildung 62: Darstellung der prozentualen Unterschiede des globalen Wärmeübergangs zwischen $R = 50 \text{ mm}$ und $R = 100 \text{ mm}$.

entsprechend Gl. 84 normiert.

$$\text{Unterschied}[\%] = \frac{Nu_{R50} - Nu_{R100}}{Nu_{R50}} \cdot 100\% \quad (84)$$

Die prozentuale Differenz zwischen den Nu-Zahlen von $R = 50 \text{ mm}$ und $R = 100 \text{ mm}$ sind positiv, d.h. der Kanal mit dem kleineren Krümmungsradius zeigt ein besseres Wärmeübergangsverhalten, trotz auftretender, periodischer Strömung und kleinerer, mittlerer Wärmeübertragungsfläche.

6.2 Simultaner Wärme- und Stofftransport

Bei den Messungen des simultanen Wärme- und Stofftransports wurden zusätzlich zur Beheizung die Wände mit Naphthalin beschichtet, welches dort in kristalliner Form an der Wand anhaftet und durch Erwärmung in die Luft sublimiert. Der Partialdruck p_N und damit die Sättigungskonzentration C_{N0} des Naphthalindampfes an der Wand lässt sich als Funktion der Wandtemperatur T_W aus der Dampfdruckkurve [70]

$$\log(p_N^0) = 13,57 - \frac{3743}{T} \left[\frac{N}{m^2} \right] \quad (85)$$

ermitteln. Die Sättigungskonzentration des Naphthalins an der Wand errechnet sich aus dem Verhältnis von

$$C_{N0} = \frac{p_N^0}{p} \quad (86)$$

Die Dichte des Naphthalin - Luft - Gemisches berechnet sich aus

$$\rho_{\text{Gemisch}} = \frac{p \cdot [C_{N0}M_N + (1 - C_{N0})M_L]}{T \cdot \hat{R}} \quad (87)$$

In Abbildung 63 sind die Dichten des Gemisches und der reinen Luft als Funktion der Temperatur aufgetragen.

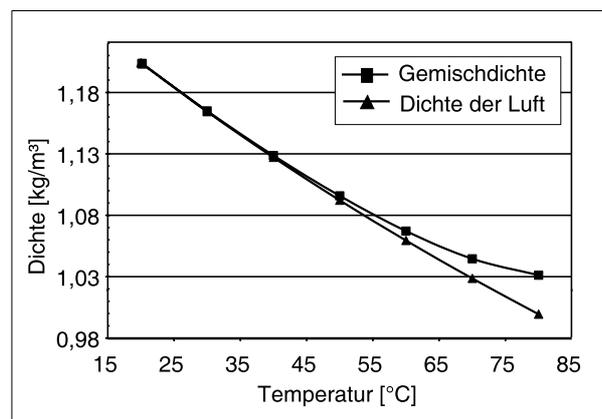


Abbildung 63: Dichteverlauf des Gemisches Luft - Naphthalin im Vergleich zur reinen Luft.

Die Dichte des reinen, gasförmigen Naphthalins beträgt fast das Fünffache der Luftdichte. Der zwar nur geringe Anteil des Naphthalins im Gemisch bewirkt aber trotz der zusätzlichen Beheizung des Kanals einen Abtrieb im untersuchten Parameterbereich.

Die Dichte im Kanal ist beim simultanen Wärme- und Stofftransport sowohl von der Temperatur als auch von der Konzentration des Naphthalins in der Luft abhängig. Die holographische Interferometrie liefert in diesem Fall ein durch Temperatur- und Konzentration beeinflusstes Brechzahlfeld, aus dem qualitative Aussagen über die Grenzschichtausbildung gemacht werden können. So zeigt Abb. 64 eine Gegenüberstellung von Interferogrammen bei a) reinem

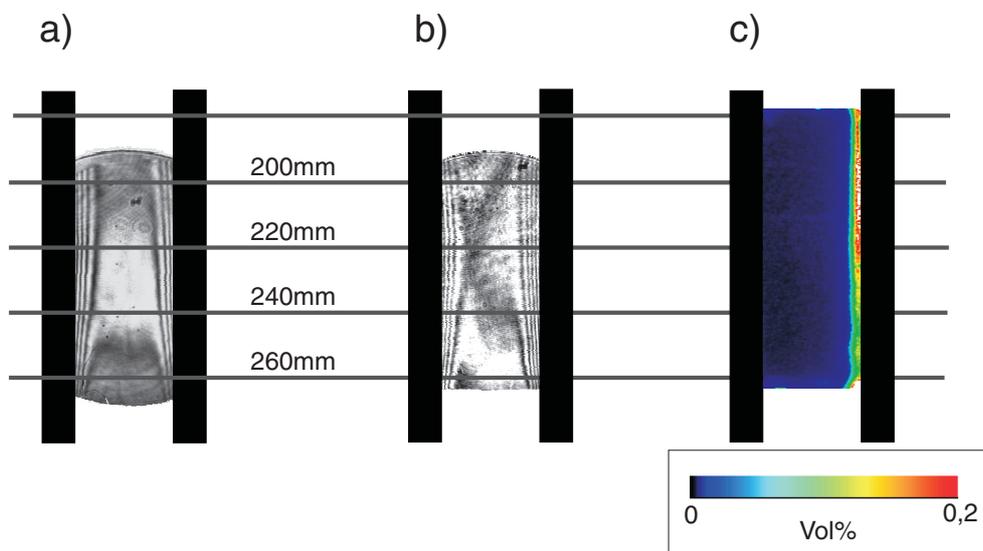


Abbildung 64: a) reiner Wärmeübergang sowie b) und c) simultaner Wärme- und Stoffübergang (rechte Wand mit Naphthalin beschichtet) im vertikalen Untersuchungsbereich.

Wärmeübergang und b) simultanem Wärme- und Stoffübergang mit rechtsseitiger Naphthalinbeschichtung. Ebenso wird in Abb. 64c die Konzentrationsverteilung an der gleichen Stelle im Kanal, nämlich im beheizten, vertikalen Kanaleinlaufbereich, gezeigt.

Die durch Beheizung erzeugte Auftriebskraft und die durch Naphthalinsublimation erzeugte Abtriebskraft sind konkurrierende Kräfte,

die in der Grenzschicht wirken und damit die Ausbildung der Grenzschicht stark beeinflussen. Die zeitliche Darstellung (Abb. 65) macht deutlich, dass die beobachtete Mischkonvektion bei simulta-

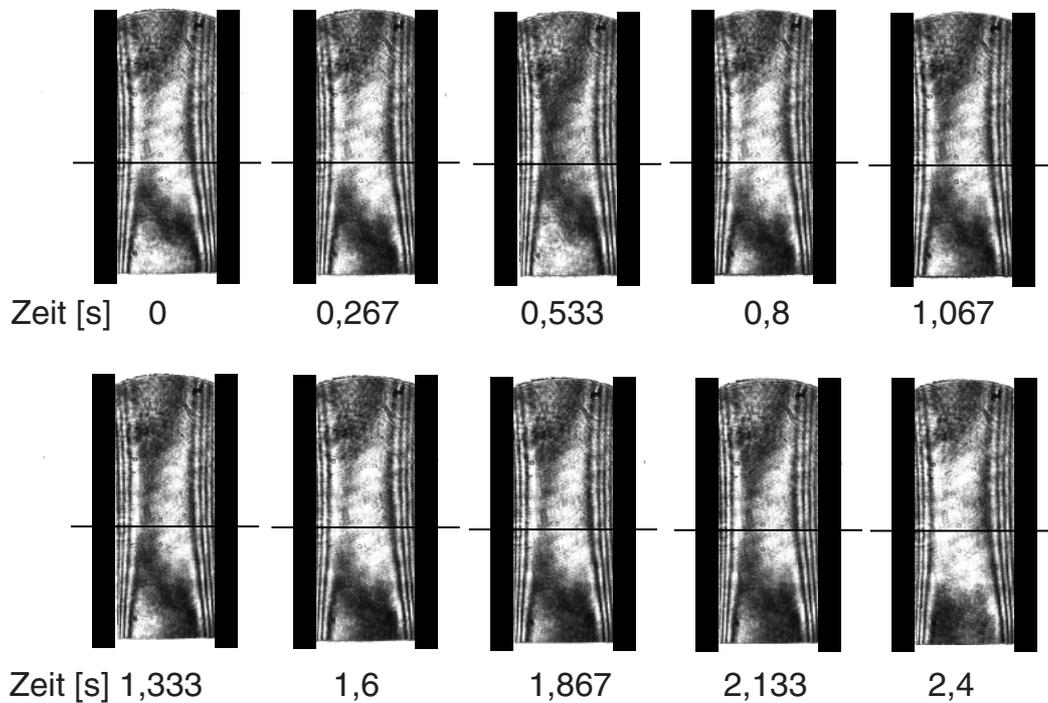


Abbildung 65: *Zeitliche Entwicklung der Grenzschicht bei reinem Wärmeübergang (linke Kanalseite) und simultanem Wärme- und Stofftransport (rechte Kanalwand) im vertikalen Untersuchungsbereich.*

nem Wärme- und Stofftransport instationär ist. Beide Kanalseiten wurden auf gleiche Wandtemperatur $T_{Wand} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ beheizt und die rechte Wand ist zusätzlich mit Naphthalin beschichtet. Während linksseitig das monotone Anwachsen der thermischen Grenzschicht zu sehen ist, kann rechtsseitig die zeitliche Ablösung und Neuausbildung der naphthalinbehafteten Grenzschicht beobachtet werden.

Die Abbildung 66 vermittelt das zeitliche Verhalten der naphthalinbehafteten Krümmerströmung. In diesem Fall sind wieder beide Wände beheizt und das Naphthalin befindet sich an der Krümmeraußenseite. Die Intensitätsverteilung der Laser-induzierten Fluoreszenz repräsentiert die Naphthalinkonzentration in der Luft.

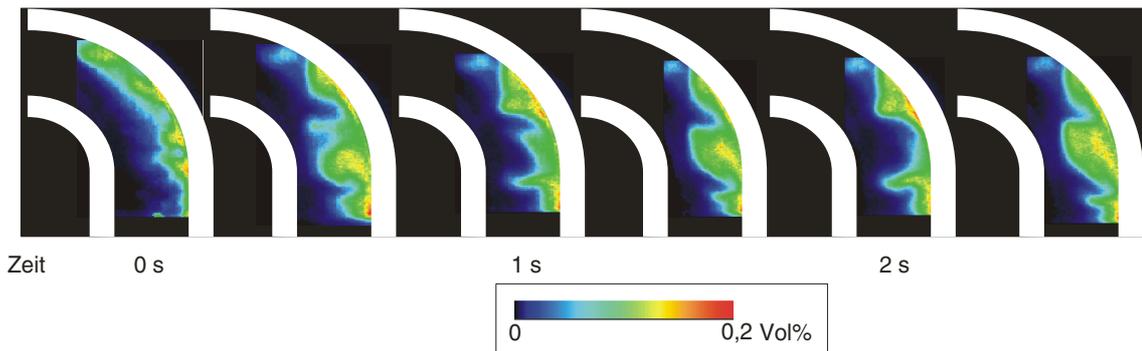


Abbildung 66: *Zeitliche Entwicklung der Grenzschicht bei reinem Wärmeübergang (linke Kanalseite) und simultanem Wärme- und Stofftransport (rechte Kanalwand) im Krümmer.*

Die Diffusion von Naphthalin in die Luftströmung und deren gleichzeitige Beheizung verursachen entgegengesetzt gerichtete Auftriebskräfte, die zur Ablösung der Grenzschicht führen. Zeitliche, lokale Beobachtungen ergeben, dass der mit Naphthalin beladene Luftballen erst eine bestimmte Größe bzw. Naphthalinkonzentration erreicht haben muss, bevor dieser entgegen der Hauptströmungsrichtung abwandert. Innerhalb des Krümmers bildet sich bei ca. 45° ein Fluidballen, der mit Naphthalin angereichert wird. Bei einer resultierenden Strömung mit $Re = 278$ bewegt sich der mit Naphthalin angereicherte Fluidballen innerhalb von einer halben Sekunde von der Position 45° im Krümmer zum Krümmereintritt, was in etwa einer Geschwindigkeit von $v = -0,18 \text{ m/s}$ entspricht. Das bedeutet, dass lokal die Summe der Impulskräfte aus erzwungener Konvektion und thermischer Auftriebskraft gegenüber der Impulskraft infolge der konzentrationsbedingten Abtriebskraft kleiner ist.

Der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit ist in Abb. 67 anhand der Konzentrationsfelder aus der Laser-induzierten Fluoreszenz-Messung für A) außenseitige und B) beidseitige Naphthalinbeschichtung zu erkennen.

Die bei einer Wandtemperatur von $T_W = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ und fünf verschiedenen Strömungsintensitäten aufgenommenen Konzentrations-

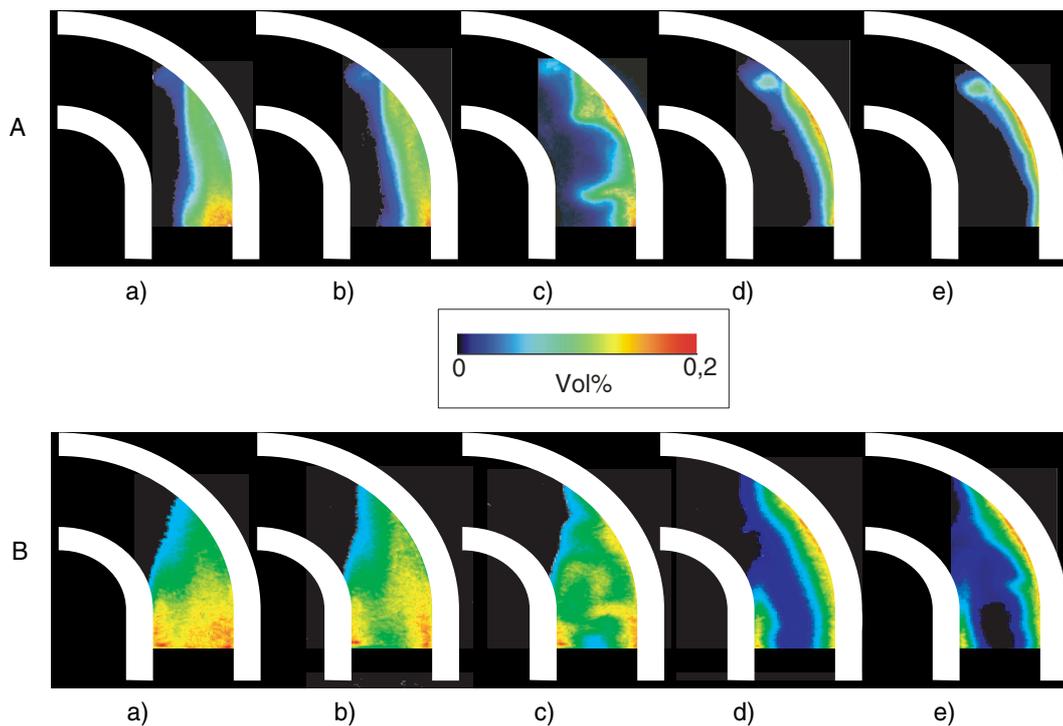


Abbildung 67: Konzentrationsfeld im Krümmer für A) außenseitige und B) beidseitige Naphthalinbeschichtung bei Strömungen mit a) $Re = 135$, b) $Re = 206$, c) $Re = 275$, d) $Re = 500$ und e) $Re = 1000$.

verteilungen im Krümmer können hinsichtlich der sich ausbildenden Grenzschicht folgendermaßen charakterisiert werden:

- Mit zunehmender Re -Zahl nimmt die Konzentrationsgrenzschicht ab, der naphthalinfreie Bereich innerhalb des Strömungsquerschnittes nimmt zu.
- Erst ab einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit, hier bei $Re = 275$, sind Ablöseerscheinungen zu beobachten. Mit abnehmender Re -Zahl verringert sich der Stoffübergang. Bei kleineren Re -Zahlen ist die Naphthalinkonzentration im Krümmer zu gering, um eine Strömung entgegen der Hauptströmungsrichtung zu verursachen. Sind die Re -Zahlen $Re \geq 500$, ist die Abtriebskraft infolge der Naphthalindiffusion kleiner gegenüber der Summe aus thermischer Auftriebskraft und aufgeprägter Druckkraft. Die Grenzschicht in diesem Bereich zeigt kaum Anzeichen einer abtriebsbedingten Beeinflussung.

7 Zusammenfassung

Der Wärmetransport im Übergangsbereich von freier zu erzwungener Konvektion ist wenig untersucht. Dies gilt besonders für die komplexen fluiddynamischen Vorgänge in gekrümmten Kanälen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird das thermofluiddynamische Verhalten in vertikal orientierten, gekrümmten Kanälen mit rechteckigen Querschnitt und zwei verschiedenen Krümmungsradien untersucht. Zwei gegenüberliegende Kanalwände des Untersuchungsbereichs, der sich aus einem 90° - Krümmer sowie einem Krümmervor- und -nachlauf zusammensetzt, werden auf konstante Wandtemperatur geheizt.

Bei den experimentellen Untersuchungen bedingt die Sensibilität auftriebsbeeinflusster Strömungen den Einsatz berührungsloser Messtechniken. Die eingesetzte Laser-Doppler-Anemometrie und die holographische Interferometrie erlauben interessante Einblicke in die Transportvorgänge und liefern qualitativ und quantitativ sehr gute Aufschlüsse über Geschwindigkeits- und Temperaturfelder. Der kombinierte Einsatz von holographischer Interferometrie und Laser-induzierten Fluoreszenz ermöglicht eine Separation der Einflüsse infolge Temperatur- und Konzentrationsänderung, wenn Wärme- und Stofftransport simultan ablaufen.

Experimentell wird zunächst die Überlagerung des thermischen Auftriebs und der erzwungenen Konvektion untersucht. Der Auftrieb entsteht durch die Beheizung des Untersuchungsbereichs. Für die zwei verschiedenen Krümmer werden die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder, sowie der lokale und globale Wärmeübergang als Funktion der Gr-Zahl und der Re-Zahl ermittelt und durch Vergleiche der Ergebnisse aus Untersuchungen zweier unterschiedlicher Krümmer der etwaige Einfluss des Krümmungsradius analysiert.

Die Grenzschichtausbildung wird in beiden untersuchten Krümmern anhand interferometrischer Messungen beobachtet. Entlang der beheizten Wände nimmt die Dicke der Grenzschicht im vertikalen

Untersuchungsbereich beider Kanäle zu. Die durch den Krümmer bedingte Änderung der Strömungsrichtung führt bei dem Kanal mit kleinerem Krümmungsradius zum Zusammentreffen der Grenzschichten an der inneren und äußeren Wand im Krümmer. Die wärmere Luft in den Grenzschichten kann kurzzeitig nicht abziehen und versperrt den Strömungsquerschnitt für stromaufwärts befindliche, kältere Luft. Erst wenn die Luft am Krümmereintritt über ein gewisses Maß erwärmt ist, reicht der Auftrieb auch im horizontalen Teil zur Wiederaufnahme der Strömung aus. Dieses periodische Strömungsverhalten tritt nur im Krümmer mit kleinerem Krümmungsradius auf und kann mittels Real-time-Methode bei der holographischen Interferometrie beobachtet werden. Im Krümmer mit großem Krümmungsradius erfolgt eine nur mäßige Änderung der Strömungsrichtung, die nicht zum Zusammentreffen der Grenzschichten der äußeren und inneren Wand führt. Trotz auftretender Periodizität der Strömung im Krümmer mit kleinerem Krümmungsradius ist der Wärmeübergang besser als im Krümmer mit großem Krümmungsradius.

Parallel wurden numerische Berechnungen durchgeführt, bei denen der konvektive Wärmeübergang in vertikal orientierten, gekrümmten Kanälen mittels des kommerziellen CFD-Programms CFX4.3 berechnet wurde. CFX4.3 wurde hinsichtlich seiner Tauglichkeit für die Berechnung der Problemstellung überprüft. Insbesondere die verschiedenen Möglichkeiten zur Implementierung des Auftriebs wurden getestet. Die berechneten Geschwindigkeitsfelder im vertikalen Krümmervorlauf stimmen mit den experimentell bestimmten Ergebnissen gut überein, wobei dies unabhängig vom verwendeten Auftriebsmodell ist. Die durchgeführten, numerischen Untersuchungen deuten darauf hin, dass mit den in CFX4.3 implementierten Modellen die realen, physikalischen Prozesse der Zwangskonvektion sehr gut nachempfunden werden können, die Überlagerung von freier und erzwungener Konvektion aber weniger gut.

Zur Untersuchung des simultanen Wärme- und Stofftransports wird Naphthalin als Versuchsmedium verwendet. Das Naphthalin wird auf die beheizten Wände aufgetragen, haftet in kristalliner Form an und

sublimiert in die Luft. Die Dichte des gasförmigen, reinen Naphthalins beträgt nahezu das Fünffache der Luftdichte. Bei reinem Stofftransport ruft die Naphthalinsublimation Abtriebskräfte, also Kräfte entgegen der Hauptströmungsrichtung, hervor. Beim simultanen Wärme- und Stofftransport ist die Dichte des Luft-Naphthalin-Gemisches aber sowohl abhängig von der Temperatur als auch von der Naphthalinkonzentration. Nur wenn die Dichteänderung, resultierend aus Erwärmung und Konzentrationszunahme an Naphthalin, insgesamt negativ ist, lässt die Wärmezufuhr an der beheizten Wand die Luft aufsteigen. Die Sublimation des Naphthalins an der beheizten Wand führt dazu, dass sich Fluidballen ablösen und periodisch nach unten sinken. Die dadurch verursachten Grenzschichtablösungen können mit Hilfe interferometrischer Messungen und der Laser-induzierten Fluoreszenz sichtbar gemacht werden.

Literatur

- [1] **Agrawal, H. C.:** Proc. Int. J. Heat Mass Transfer 5, S. 439, 1962
- [2] **Aung, W., Worku, G.:** Developing Flow and Flow Reversal in a Vertical Channel with Asymmetric Wall Temperatures. Journal of Heat Transfer, Vol. 108, S. 485-488, 1986
- [3] **Baehr, H. D., Stephan, K.:** Wärme- und Stoffübertragung. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1994
- [4] **Barletta, A.:** Fully Developed mixed convection and flow reversal in a vertical rectangular duct with uniform wall heat flux. Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 45, S. 641-654, 2001
- [5] **Barletta, A.:** Analysis of flow reversal for laminar mixed convection in a vertical rectangular duct with one or more isothermal walls. Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 44, S. 3481-3497, 2001
- [6] **Barletta, A., Zanchini, E.:** On the choice of the reference temperature for fully-developed mixed convection in a vertical channel. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, S. 3169-3181, 1999
- [7] **Becker, H.:** Messung der Temperatur- und Wärmeleitfähigkeit von Kohlendioxid im kritischen Gebiet mittel holographischer Interferometrie nach einem instationären Verfahren. Dissertation, TU München, 1977
- [8] **Becker, H., Grigull, U.:** Interferometrie transparenter Phasenobjekte insbesondere bei hohen Interferenzstreifendichten dargestellt an einem Beispiel aus der Wärmeübertragung. Wärme- und Stoffübertragung, 10, S. 223 - 244, 1977
- [9] **Becker, R. S.:** Theory and Interpretation of Fluorescence and Phosphorescence. Wiley-Interscience, New York, London, Sydney, Toronto, 1969

- [10] **Berger, S. A., et al.:** Flow in curved pipes. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 15, S. 461, 1983
- [11] **Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N.:** *Transport Phenomena.* John Wiley and Sons, Inc., New York, 1970
- [12] **Birks, J. B.:** *Photophysics of Aromatic Molecules.* Wiley-Interscience, London, New York, Sydney, Toronto, 1970
- [13] **Boussinesq, J.:** *Theorie de l'écoulement tourbillant.* *Mem. Pres. Acad. Sci.* XXIII, Vol. 46, Paris, 1877
- [14] **Boussinesq, J.:** *Theorie Analytique de la Chaleur.* 2, Gauthier - Villars, Paris, 1903
- [15] **Bradshaw, P.:** *Turbulence.* *Topics in applied Physics,* Vol. 12, Springer Verlag, 1976
- [16] **Caulfield, H. J., Sun Lu:** *The applications of holography.* Wiley(Interscience), New York, 1970
- [17] **Cebeci, T., Smith, A. M. O.:** *Analysis of turbulent boundary layers.* Academic Press, New York, 1974
- [18] **Chen, Y.-C., Chung, J. N., Lee, S. T.:** A direct numerical simulation of heated flow transition in a vertical channel. *Proceedings of the tenth int. Heat Transfer Conference,* Brighton, UK, Vol. 5, 1994
- [19] **Cheng, K. C., Akiyama, M.:** *Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Rectangular channels.* *Int. Journal Heat Mass Transfer* 13, S. 471-490, 1970
- [20] **Cheng, K. C., Lin, R. C., Ou, J. W.:** Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels. *ASME Journal of Fluids Engineering* 98, S. 41-48, 1976
- [21] **Cheng, K. C., Nakayama, J., Akiyama, M.:** Effect of Finite and Infinite Aspect Ratios on Flow Patterns in Curved Rectangular Channels. *Flow Visualization,* Tokyo, Japan, S. 181-186, 1977

- [22] **Cheng, c.-H., Weng, C.-J., Aung, W.:** Bouyancy Effects on the Flow Reversal of Three-Dimensional Developing Flow in a Vertical Rectangular Duct-A Prabolic Model Solution. *Transfer of ASME, J. Heat Transfer*, Vol. 117, S. 238, 1995
- [23] **Chilukuri, R., Humphrey, J. A. C.:** Numerical computation of buoyancy-induced recirculation in curved square duct laminar flow. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, S. 30-314, 1981
- [24] **Churchill, S. W.:** A comprehensive correlating equation for laminar, assisting, forced and free convection. *AIChE J.* 10, S. 10-16, 1977
- [25] **The Coal Tar Research Association:** The Coal Tar Data Book. The Coal Tar Research Association, Gomersal, Leeds, U.K., 1995
- [26] **Collier, R. J. Burckhardt, C. B., Lin, L. H.:** Optical holography. Academic Press, New York, 1971
- [27] Computational Fluid Dynamics Services, CFX 4.3 User Guide and User Manual, Harwell Laboratory, Oxordshire, UK, 1995
- [28] **Durst, F., Melling, A., Whitelaw, F. W.:** Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie. Braun, Karlsruhe, 1987
- [29] **Dutta, S., Zhang, X., Khan, J. A., Bell, D.:** Adverse and favorable mixed convection heat transfer in a two-side heated square channel. *Experimental Thermal and Fluid Science* 18, S. 314-322, 1999
- [30] **Eckbreth, C.:** Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species. Gordon and Breach Publishers, 1996
- [31] **Gabor, D.:** A new microscopic principle. *Nature*, Vol. 161, 1948, S. 777-778
- [32] **Gabor, D.:** Microcopy by Reconstructed Wavefronts II, *Proc. Roy. Phys. Soc. London*, B 64, 1951, S. 449

- [33] **Gau, G., Yih, K. A., Aung, W.:** Reversed flow structure and heat transfer measurements for buoyancy-assisted convection in a heated vertical duct. *ASME Journal of Heat Transfer* 114, S. 928-935, 1992
- [34] **Gray, D., Giorgini, A.:** The Validity of the Boussinesq Approximation for liquids and gases. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, S. 545-551, 1976
- [35] **Han, I. S.:** Laminar Heat Transfer in Rectangular Channels. *J. Heat Transfer* 81, S. 121-128, 1959
- [36] **Hartmann, A., Lucic, A.:** Application of the Holographic Interferometry in Transport Phenomena Studies. *Heat Mass Transfer* 37, S. 549-562, 2001
- [37] **Hauf, W., Grigull, U.:** Optical measurements in Heat Transfer. Vol. 6, Academic Press, New York, 1970
- [38] **Hauf, W., Grigull, U., Mayinger, F.:** Optische Meßverfahren in der Wärme- und Stoffübertragung. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1991
- [39] **Helsel, R.:** Visual Programming with HP VEE. Prentice Hall PTR, London, 1997
- [40] **Hewlett-Packard (Hrsg.):** HP VEE Advanced Programming Techniques, Hewlett-Packard Company, Loveland, 1998
- [41] **Humphrey, J. A. C., Taylor, A. M. K., Whitelaw, J. H.:** Laminar flow in a square duct of strong curvature. *J. Fluid Mech.* 83/3, S. 509-527, 1977
- [42] **Hwang, G. J., Chao, C.-H.:** Forced Laminar Convection in a Curved Isothermal Square Duct. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, S. 48-55, 1991
- [43] **Ito, H.:** Pressure losses in smooth pipe bends. *Transaction of the ASME, J. of Basic Engineering*, S. 131-143, 1960

- [44] **Jeng, Y. N., Chen, J. L., Aung, W.:** On the Reynolds-number independence of mixed convection in a vertical channel subjected to asymmetric wall temperatures with and without flow reversal. *Int. Journal Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, Nr. 4, 1992
- [45] **Jischa, M.:** Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch. Friedr. Vieweg und Sohn Verlags-GmbH, Braunschweig, 1982
- [46] **Joseph, B., Smith, E. P., Adler, R.J.:** Numerical Treatment of Laminar Flow in Helically Coiled Tubes of Square Cross-Section. *AIChE Journal* 21, S. 965-973, 1975
- [47] **Kiemle, H., Roess, D.:** Einführung in die Technik der Holographie. Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt/M., 1969
- [48] **Klessinger, M., Michl, J.:** Lichtabsorption und Photochemie organischer Moleküle. VCH, Weinheim, New York, 1989
- [49] **Komiyama, Y., Mikami, F., Okui, K., Hori, T.:** Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Channels of Rectangular Cross Section. *Trans. the JSME, B*, 50, 450, S. 424-434, 1984
- [50] **Landoldt-Börnstein:** Physikalisch-Chemische Tabellen, 5. Auflage, Band I/II, S. 959/960, Springer Verlag, Berlin, 1923
- [51] **Machado, H. A., Cotta, R. M.:** Analysis of internal convection with variable physical properties via integral transformation. *Numerical Heat Transfer, PartA: Applications*, Vol. 36, Nr. 7, S. 699-724, 1999
- [52] **Martinelli, R. C., Boelter, L. M., K.:** The Analytical Prediction of Superposed Free and Forced Viscous Convection in a Vertical Pipe. *Univ. Calif. Publ. Eng.*, Vol. 5, Nr. 2, S. 23-58, 1942
- [53] **Mayinger, F.:** Optical Measurements, Techniques and Applications. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1994

- [54] **Mayinger, F., Feldmann, O.:** Optical Measurements. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2001
- [55] **Merker, G. P., Mey, S.:** Free Convection in a shallow cavity with variable properties - 1. Newtonian fluid. Int. J. Heat and Mass Transfer V. 30, S. 1825-1832, 1987
- [56] **Merker, G. P.:** Konvektive Wärmeübertragung. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1987
- [57] **Metzger, D. E., Larson, D. E.:** Use of Melting Point Surface Coating for Local Convection Heat Transfer Measurements in Rectangular Channel Flow with 90-deg Turns, J. Heat Transfer, Vol. 108, S. 48-54, 1986
- [58] **Miyake, Y., Kajishima, T., Inaba, T.:** Numerical Experiment of laminar flow in curved ducts of rectangular cross-section. Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Elsevier Science Publishing Co. Inc., 1988
- [59] **Mori, Y., Uchida, Y., Ukon, T.:** Forced Convective Heat Transfer in a Curved Channel with a Square Cross Section. Int. J. Heat Mass Transfer, 13, S. 1787-1805, 1971
- [60] **Nußelt, W.:** Die Grundgesetze des Wärmeübergangs. Gesundheits-Ing. 38, 1915
- [61] **Panknin, W.:** Eine holographische Zweiwellenlängeninterferometrie zur Messung überlagerter Temperatur- und Konzentrationsgrenschichten. Dissertation, TU Hannover, 1976
- [62] **Pantankar, S. V.:** Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publ., New York, USA, 1980
- [63] **Reynolds, O.:** On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and determination of the criterion. Phil. Trans. Roy. Soc. London, Series A, 1895
- [64] **Rodi, W.:** Turbulence models and their application in hydraulics - a state of the art review. 2nd. edn. Inst. Hydromech., Universität Karlsruhe, 1984

- [65] **Rotta, J. C.:** Turbulente Strömungen. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1972
- [66] **Ruck, B.:** Laser-Doppler-Anemometrie. AT-Fachverlag, Stuttgart, 1987
- [67] **Saville, D. A., Churchill, W.S.:** Simultaneous heat and mass transfer in free convection boundary layers. Amer. Inst. Chem. Eng. J. 16, 1970
- [68] **Schlichting, H.:** Grenzschichttheorie, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 3. Auflage, 1958
- [69] **Smith, H. M.:** Principles of holography. Wiley (Interscience), New York, 1969
- [70] **Sogin, H. H.:** Sublimation from disks to air flowing normal to their surfaces. Transactions ASME 80, S. 61-69, 1958
- [71] **Sugiyama, S., Aoi, T., Yamamoto, M., Narisawa, N.:** Measurements on Developing laminar Flow in a curved rectangular duct by means of LDV. Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Elsevier Science Publishing Co. Inc., 1988
- [72] **Tao, L. N.:** J. Heat Transfer 82, S. 233, 1960
- [73] **Tao, L. N.:** Appl. Sci. Res. 9, S. 357, 1960
- [74] **Tsay, H. C., Yan, W.-M.:** Binary Diffusion and heat transfer in laminar mixed convection channel flows with uniform wall heat flux: extremely thin film thickness. Wärme- und Stoffübertragung, Vol. 26, S. 26-31, 1990
- [75] **Yan, W.-M.:** Turbulent mixed convection heat and mass transfer in a wetted channel. Journal of Heat Transfer, Transactions of ASME, Vol. 117, 1995

-
- [76] **Yan, W.-M.:** Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, Nr. 4, S. 713-722, 1995
- [77] **Yan, W.-M.:** Effects of film vaporization on laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, Nr. 12, S. 3419-3429, 1992
- [78] **Yan, W.-M., Lee, K.-T.:** Unsteady conjugated mixed convection in a vertical channel. *Transactions of the*
- [79] **Yee, G., Chilukuri, R., Humphrey, J. A. C.:** Developing Flow and Heat Transfer in Strongly Curved Ducts of Rectangular Cross Section. *J. Heat Transfer* 102, S. 285-291, 1980

A Anhang

A.1 Fehlerbetrachtung

A.1.1 Abweichungen von der idealen holographischen Interferometrie

Im Kap. 4.1.3 wurde ausführlich die Auswertung der Interferogramme unter Annahme idealer Interferometrie beschrieben. Bei der praktischen Versuchsdurchführung werden die Voraussetzungen für die ideale Interferometrie nicht ausnahmslos erfüllt. An dieser Stelle soll auf die Ursachen für die wesentlichen Abweichungen und deren Beseitigungsmöglichkeiten eingegangen werden. Um die Einflussfaktoren auf den Strahlverlauf zu verdeutlichen, wird von der allgemeinen Interferometergleichung ausgegangen, deren ausführliche Herleitung Panknin [61] entnommen werden kann:

$$S\lambda = [n_V - n(x, y)]l + n'l^2\varepsilon \left(r - \frac{1}{2} \right) + \frac{n'^2 l^3}{2} \left(r - \frac{2}{3} \right) \quad (88)$$

Der erste Term entspricht der idealen Interferometergleichung (Gl. 20). Durch den zweiten Term wird der Einfluss endlicher Eintrittswinkel ε der Objektwelle berücksichtigt. Schließlich beschreibt der dritte Term die Phasenverschiebung durch die Lichtablenkung innerhalb der thermischen Grenzschicht.

Bei den durchgeführten experimentellen Untersuchungen bestand die Schwierigkeit, den Laserstrahl parallel zur Modellstrecke zu justieren. Um diesen Einfluss bei der Auswertung zu eliminieren war es notwendig, die Fokussierebene der Linse, die sich im Strahlengang hinter dem Hologramm befindet, auf die Modellmitte zu legen. Dadurch wird der zweite Term der allgemeinen Interferometergleichung (Gl. 88) mit dem endlichen Eintrittswinkel ε eliminiert. Es muss jedoch die Ablenkung des Lichtstrahls, der die thermische Grenzschicht in einem parabelförmigen Weg durchläuft, berücksichtigt werden.

Nach der allgemeinen Interferometergleichung (Gl. 88) beträgt für den Fall $\varepsilon = 0$ die zusätzliche Phasenverschiebung

$$\Delta S \cdot \lambda = - \frac{n'^2 \cdot l^3}{12} \quad (89)$$

Für die Praxis wird von Hauff, Grigull [38] der Korrekturterm

$$\Delta S \cdot \lambda = - \frac{n_\infty \cdot l}{12} \left[\frac{\lambda}{b} \right]^2 \quad (90)$$

in Abhängigkeit von der Streifenbreite b angegeben.

Der Kehrwert der Streifenbreite ist identisch mit der Streifendichte

$$\frac{dS}{dy} = \frac{1}{b} \quad (91)$$

Mit Hilfe der geometrischen Beziehung

$$\tan \varepsilon_l \approx \varepsilon_l = \frac{\lambda}{b} \quad (92)$$

kann der Zusammenhang

$$\varepsilon_l = \lambda \frac{dS}{dy} \quad (93)$$

zwischen der Streifenbreite dS/dy und dem Austrittswinkel ε_l des Lichtstrahls abgeleitet werden. Je höher die Streifendichte ist, desto größer ist der Austrittswinkel ε_l , d.h. um so stärker wird der Lichtstrahl infolge des Brechzahlfeldes abgelenkt.

Bis zu einer Interferenzstreifendichte von 3 – 5 Linien/mm [7], [8] kann die ideale Interferometergleichung (Gl. 20) zur Auswertung herangezogen werden, d.h. der Korrekturwert ΔS und damit die Ablenkung des Lichtes ist vernachlässigbar klein. Bei Streifendichten bis zu 10 Linien/mm ist diese jedoch zu berücksichtigen.

Die bei den experimentellen Untersuchungen entstandene Streifendichte betrug maximal 2 Linien/mm. Damit erfolgte die Auswertung unter der Anwendung der idealen Interferometergleichung.

A.2 Rechenregeln für die Mittelungsprozedur

- Der Mittelwert einer beliebigen turbulenten Größe $\tilde{\Phi}$ wird berechnet durch:

$$\bar{\tilde{\Phi}} = \Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \tilde{\Phi} dt \quad (94)$$

- Aus Gl. 94 folgt, dass der Mittelwert einer Schwankungsgröße bei der Mittelung verschwindet

$$\bar{\Phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (\tilde{\Phi} - \Phi) dt = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Phi}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Phi' dt = 0 \quad (95)$$

- Der Wert eines Mittelwertes ändert sich nicht durch mehrmaliges Mitteln.

$$\bar{\bar{\Phi}} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \bar{\Phi} dt = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\bar{\Phi}}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} dt = \bar{\Phi} \quad (96)$$

- Der Mittelwert des Produktes aus Schwankungswert und Mittelwert ist gleich Null.

$$\overline{\tilde{\Phi}\Phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \tilde{\Phi}\Phi dt = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Phi}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Phi' dt = 0 \quad (97)$$

- Der Mittelwert des Produktes zweier Schwankungswerte ist i.a. nicht gleich Null.

$$\overline{\tilde{\Phi}\tilde{\Phi}'} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (\tilde{\Phi} - \Phi)^2 dt \neq 0 \quad (98)$$