

Lehrstuhl für Thermodynamik
Technische Universität München

Dispergieren in begasten Rührkesseln

Oliver Feldmann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen
Grades eines

Doktor – Ingenieurs

genehmigten Dissertation

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing.,
Dr.-Ing. habil. Rudolf Schilling

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing.,
Dr.-Ing. E.h. Franz Mayinger, em.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing.,
Dr.-Ing. habil. Johann Stichtlmair

Die Dissertation wurde am 15.01.2003 bei der Technischen Univer-
sität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwe-
sen am 28.03.2003 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl A für Thermodynamik der Technischen Universität München. Sie wurde im Rahmen des Schwerpunktprogramms “Analyse, Modellbildung und Berechnung mehrphasiger Strömungen” durch die deutsche Forschungsgemeinschaft gefördert.

Meinem sehr verehrten Lehrer, Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Franz Mayinger, gilt mein ganz besonderer Dank für die Überlassung des Themas, die Freiheit bei der Durchführung der wissenschaftlichen Arbeit, das mir entgegen gebrachte Vertrauen sowie sein reges Interesse am Fortgang meiner Arbeit. Die vielen intensiven und richtungsweisenden Gespräche, die oft über rein fachliche Inhalte hinaus gingen, waren und sind mir eine wertvolle Hilfe.

Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Johann Stichtlmair danke ich für die Durchsicht der Arbeit und die freundliche Übernahme des Koreferates. Ebenso danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Rudolf Schilling für die Übernahme des Vorsitzes bei der mündlichen Prüfung.

Vieles wurde getragen durch die freundschaftliche, anregende und unterstützende Arbeits- und Lebensatmosphäre am Lehrstuhl. Dafür gilt mein Dank meinen Kolleginnen und Kollegen, aber auch den Studenten, wissenschaftlichen Hilfskräften und IAESTE-Praktikanten, die durch ihre tatkräftige Unterstützung einen wesentlichen Teil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Der größte Dank jedoch gebührt meiner lieben Frau Brigitte, die während der Erstellung dieser Arbeit auf vieles verzichtet und mir immer den Rücken frei gehalten hat. Mein Freund Martin Schuster hat mich in vielen freundschaftlichen und fachlichen Gesprächen durch meine gesamte Ausbildung begleitet und dadurch mit geprägt. Dies gilt auch für meinen Freund Thomas Frey, der mir in entscheidenden Momenten immer wertvolle Impulse gegeben hat und somit einen großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hat. Danke!

Speyer, im Mai 2003

Oliver Feldmann

meiner Familie

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	vii
1 Einleitung und Aufgabenstellung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Zielsetzung dieser Arbeit	3
1.3 Stand des Wissens	6
2 Theoretische Grundlagen	12
2.1 Einphasige Strömung im Rührkessel	12
2.1.1 Leistungsbedarf beim Rühren	12
2.1.2 Grundlagen turbulenter Strömungen	15
2.1.3 Die turbulente Rührkesselströmung	20
2.2 Zweiphasige Strömung im Rührkessel	26
2.2.1 Zielgrößen	26
2.2.2 Blasenauftiegs geschwindigkeit	27
2.2.3 Globale zweiphasige Strömung in einem Rühr- kessel	30
2.2.4 Einfluss des Gasgehalts auf den Leistungseintrag	31
2.2.5 Berechnung des Sauterdurchmessers	32
2.2.6 Hold-up und spezifische Phasengrenzfläche . .	35
2.2.7 Koaleszenz	36
2.3 Populationsbilanz für den Blasenzerfall	37
2.3.1 Voraussetzungen	37
2.3.2 Blasenzerfallskernfunktion [54]	39
2.4 Bewertung der theoretischen Grundlagen	44
3 Versuchsanlage	47
4 Die optische Messtechnik	51
4.1 Holographie	51
4.2 Optischer Aufbau für die Hologrammaufnahme in die- ser Arbeit	55
4.3 Rekonstruktion der Hologramme	57

4.4	Auswertung der aufgenommenen Bilder: digitale Bildverarbeitung	62
4.4.1	Aufgabenstellung bei der Auswertung	63
4.4.2	Digitale Bildverarbeitung	66
4.4.3	Eingeführtes Koordinatensystem	70
4.5	Stereomatching	75
4.6	Messgenauigkeit	80
4.6.1	Ermittlung der Systemkonstanten	80
4.6.2	Sensitivitätsanalyse	83
4.7	Anwendung des Messverfahrens	90
5	Ergebnisse	92
5.1	Experimentelle Bestimmung des Grades der Dispergierung	92
5.1.1	Versuchsbereiche	92
5.1.2	Einfluss der Rührerdrehzahl	94
5.1.3	Einfluss der Gasbelastung	97
5.1.4	Einfluss des Düsendurchmessers	98
5.1.5	Einfluss der Viskosität	98
5.1.6	Einfluss der Rührerart	100
5.2	Experimentelle Untersuchung der Blasendispergierung	103
5.3	Bewertung der Ergebnisse	109
6	Modellerweiterung	115
6.1	Theoretische Untersuchung der Blasendispergierung .	117
6.1.1	Größenverteilung der Blasenfragmente	118
6.1.2	Theoretische Bestimmung gemittelter Blasen- größen	121
6.2	Betrachtung der Rührkesselströmung	126
6.3	Vereinfachte Bestimmung der Blasengrößenverteilung im Rührkessel	127
6.4	Bewertung der Modellvorstellung und Vergleich der untersuchten Rührer	134
7	Zusammenfassung	138

Literatur

142

Nomenklatur

Deutsche Buchstaben

A	[m ²]	Fläche, Phasengrenzfläche
A	[-]	Konstante
a	[m ² /m ³]	spezifische Phasengrenzfläche
b	[m]	Blatthöhe
C, C_1	[-]	Konstanten
c_a	[m]	Kamerakonstante
c	[kg/m ³]	Konzentration
D, d	[m]	Durchmesser
d_{10}	[m]	arithmetisch gemittelter Durchmesser
d_{32}	[m]	Sauterdurchmesser
E	[J]	Energie
f_z	[1/s]	Zerfallsfrequenz
H, h	[m]	Höhe
H_{pix}	[pixel]	horizontale Rasterung der BV-Karte
K_1, K_2	[-]	Konstanten
K_3, K_{We}	[-]	Konstanten
k_L	[m/s]	Stofftransportkoeffizient
k	[1/m]	Wellenzahl
L	[m]	charakteristische Länge
M	[kg]	Masse
M_x, M_y, M_z	[pixel/m]	Pixeldichten der BV-Karte
N, n	[-]	Anzahl
n	[1/s]	Rührerdrehzahl
P	[W]	Leistung
p	[Pa]	Druck
q'	[m ³ /s]	Flüssigkeitsdurchsatz
s	[m]	Abstand
T	[K]	Temperatur
T	[s]	charakteristische Zeit
t	[1/s]	Zeit

$t_{A,K}$	[m]	Schärfentiefe
u	[m/s]	Geschwindigkeit
V	[m ³]	Volumen
V_{pix}	[pixel]	vertikale Rasterung der BV-Karte
v	[m/s]	Geschwindigkeit
w	[m/s]	Geschwindigkeit
x	[m]	Koordinate
y	[m]	Koordinate
z	[m]	Koordinate

Griechische Buchstaben

β	[m/s]	Stoffübergangskoeffizient
Δ	[–]	Differenz
ϵ	[W/kg]	spezifische Leistung
η	[Pas]	dynamische Viskosität
Λ	[m]	integrales Längenmaß
λ	[m]	Wellenlänge
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
ρ	[kg/m ³]	Dichte
σ	[N/m]	Oberflächenspannung
τ	[N/mm ²]	Schubspannung
τ	[s]	Verweilzeit

Indices

A	Aufriss
D	Düsendurchmesser
G	Gasphase
K	Kolmogorov
K	Kreuzriss
L	Flüssigkeit
lok	lokaler Wert
M	Mittelpunkt
max	maximaler Wert

o	oben
R	Rührer
r	radial
rms	root-mean-square
SF	Scherfeld
tip	auf den Rührerumfang bezogen
u	unten
0	auf die Primärblase bezogen

Kopfzeiger

- nach der Zeit abgeleitet
- gemittelt
- * dimensionslos
- ' Schwankung
- ' Tochterblase
- " Restblase

Konstanten

g	=	9,80665 m/s ²	Erdbeschleunigung
π	=	3,141	Kreiszahl

Dimensionslose Kennzahlen

Fl	$= \frac{\sigma^3 \rho_L^2}{\eta_L^4 g (\rho_L - \rho_G)}$	Fluidkennzahl
Fr_B	$= \frac{w_B^2 \rho_L}{d_B g (\rho_L - \rho_G)}$	Froudezahl
Ne	$= \frac{P}{\rho_L n^3 d_R^5}$	Newtonzahl, Leistungskennzahl
Q'	$= \frac{q'}{n d_R^3}$	dimensionsloser Flüssigkeitsdurchsatz
Q_G	$= \frac{\dot{V}_G}{n d_R^3}$	dimensionslose Gasbelastung
Re_B	$= \frac{\rho_L w_B d_B}{\eta_L}$	Reynoldszahl
Re_R	$= \frac{\rho_L n d_R^2}{\eta_L}$	Rührer-Reynoldszahl
We_B	$= \frac{\rho_L w_B^2 d_B}{\sigma}$	Weberzahl für eine Blase
We	$= \frac{\rho_L n^2 d_R^3}{\sigma}$	Weberzahl

1 Einleitung und Aufgabenstellung

1.1 Einführung

Rührkessel werden in fast allen Bereichen der Verfahrenstechnik in großem Umfang eingesetzt. Der Grund für die weite Verbreitung liegt in ihrem relativ einfachen, kompakten und damit kostengünstigen Aufbau und ihrer zugleich vielseitigen Verwendbarkeit.

Eine Rührkesselanordnung kann durch geringfügige Änderungen, wie zum Beispiel den Austausch des Rührers, eine andere Grundoperation ausführen. Es werden fünf Grundoperationen der Rührtechnik unterschieden [89]:

- **Homogenisieren** eines Fluids zum Ausgleich von Konzentrations- und Temperaturunterschieden,
- **Intensivieren** des Wärmeaustausches zwischen einer Flüssigkeit und der Wärmeübertragungsfläche,
- **Suspendieren** eines Feststoffes in einer Flüssigkeit,
- **Dispergieren beziehungsweise Emulgieren** zweier ineinander nicht löslicher Flüssigkeiten,
- **Dispergieren** eines Gases in einer Flüssigkeit.

Das Dispergieren eines Gases findet in der chemischen Industrie zum Beispiel bei Hydrierungen, Chlorierungen oder Luftoxidationen breite Anwendung. Bei Fermentationen und der aeroben Abwasserreinigung ist der Sauerstoffeintrag von wesentlicher Bedeutung.

Das grundsätzliche Ziel der Dispergierung ist ein möglichst hoher Stofftransport zwischen der kontinuierlichen und der dispersen Phase. Dieser berechnet sich nach dem ersten Fick'schen Gesetz zu:

$$\dot{M} = A k_L \frac{dc}{dx}. \quad (1)$$

Dabei beschreibt dc/dx den Konzentrationsgradienten des übergehenden Stoffes zwischen der Phasengrenze und dem Kern der Flüssigkeit und stellt die Triebkraft für den Stoffübergang dar.

Der Stofftransportkoeffizient k_L berücksichtigt die Diffusion des übergehenden Stoffes durch die flüssigkeitsseitige Grenzschicht und stellt den limitierenden Geschwindigkeitsschritt für den Stofftransport dar. Der Stofftransportkoeffizient kann in beschränktem Maße über die Dicke der Grenzschicht beeinflusst werden [98]. Diese ist eine Funktion der Relativgeschwindigkeit zwischen der Blase und der sie umgebenden Flüssigkeit. Durch eine Erhöhung der Relativgeschwindigkeit kann die Grenzschichtdicke verringert und damit der Stofftransportkoeffizient vergrößert werden [69].

Weder der Konzentrationsgradient noch der Stofftransportkoeffizient kann wesentlich verändert werden, da beide als Stoffeigenschaften des gegebenen Trennproblems festgelegt sind. Daher ist eine signifikante Intensivierung des Stofftransportes nur durch die Vergrößerung der Phasengrenzfläche A möglich. Dies wird in einem Rührkessel durch die Dispergierung des Gases erreicht, in dem möglichst kleine Blasen und damit eine große Phasengrenzfläche erzeugt werden.

Die Gasdispergierung erfolgt dabei in zwei Schritten: durch die Einbringung des Gases in den Rührkessel und durch die weitere Zerteilung der Blasen durch den Rührer.

Die Art der Einbringung, im Allgemeinen über Düsen, Fritten oder Lochplatten, bestimmt die Größenverteilung der Primärblasen. Je nach Größe der Primärblasen muss der Rührer zwei unterschiedliche Aufgaben erfüllen: die weitere Zerteilung der Primärblasen sowie die Förderung und Durchmischung von Flüssigkeit und Blasen. Die Auswahl des Rührers richtet sich danach, welche dieser Aufgaben im Vordergrund steht, weil ein strömungsmechanisch gutes Förderorgan kein gutes Dispergierorgan ist. Beide Funktionen kann ein Rührer nur im Rahmen eines Kompromisses erfüllen [42].

Demnach müssen die Zusammenhänge zwischen Rührerart und dem in der Flüssigkeit induzierten Strömungsfeld sowie zwischen dem Strömungsfeld und dem Grad der Gasdispergierung bekannt sein. Der Grad der Dispergierung wird durch die sich einstellende Blasengrößenverteilung und den Gasgehalt (Hold-up) beschrieben. Bei Kenntnis dieser Größen ist die dem Stoffübergang zur Verfügung stehende Phasengrenzfläche, der mittlere Durchmesser und die mitt-

lere Verweilzeit der Blasen in der Flüssigkeit gegeben. Somit können Rührkesselanordnungen zielgerichtet ausgelegt werden. Das führt zu einer Reduzierung sowohl der Investitionskosten durch eine kompaktere Bauweise als auch der Betriebskosten durch verringerte Standzeiten, Energie- und Stoffverbräuche.

Die zielgerichtete Auslegung von Rührkesselanordnungen scheidet bisher daran, dass weder für die Bestimmung der Blasenanzahl noch für die Bestimmung der Blasengrößenverteilung in der Literatur physikalisch begründete Ansätze vorliegen und damit die Phasengrenzfläche nicht berechenbar ist [93, 98].

1.2 Zielsetzung dieser Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist daher eine möglichst exakte experimentelle Bestimmung der Anzahl und der Größenverteilung der Blasen. In einem Standardrührkessel wird dazu der Einfluss verschiedener Betriebsparameter auf den Grad der Dispergierung bei Einsatz eines Sechs-Blatt-Scheibenrührers (Rushton-Turbine), sowie eines aufwärts und eines abwärts fördernden Sechs-Blatt-Schrägblatt-Rührers untersucht. Beide Rührerarten gelten in der Literatur als Standard-Dispergierorgane (z.B. [42, 98]).

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die bisher verwendeten gemittelten Größen allein nicht aussagekräftig genug sind, um die beiden untersuchten Rührerarten hinsichtlich ihres Dispergierverhaltens bewerten zu können. Vielmehr muss dazu auch der Vorgang der Blasendispergierung selbst untersucht werden.

Bei Kenntnis der Anzahl und der Größenverteilung der Blasen, die bei der Dispergierung entstehen, und der Blasen, die sich im Rührkessel befinden, kann auf die unterschiedliche Verweilzeit unterschiedlich großer Blasen im Rührkessel geschlossen werden.

Auf einer breiten Basis eigener Messergebnisse und der daraus abgeleiteten Größen werden die in dieser Arbeit untersuchten Rührer hinsichtlich ihrer Effektivität miteinander verglichen.

Die Untersuchungen vollziehen sich in folgenden Schritten:

1. Experimentelle Bestimmung der Blasengrößenverteilung

Mit Hilfe der Impulsholographie werden sämtliche Blasen erfasst, die sich im Kessel befinden. Ausgewertete Hologramme liefern sehr präzise Daten über Anzahl, Größe, Form und Aufenthaltsort **aller** Blasen. Die Blasengrößenverteilung wird somit direkt aus dem Experiment ermittelt.

Mit der Kenntnis der Anzahl und der Größenverteilung der Blasen kann der Sauterdurchmesser der Blasen mit guter Genauigkeit errechnet werden.

2. Weiterentwicklung der Messtechnik: Impulsholographie

Die Impulsholographie, die in dieser Arbeit als Messtechnik eingesetzt wird, ist eine optische und damit nicht-invasive Messtechnik, die schon erfolgreich bei der Untersuchung von dreidimensionalen Partikelkollektiven eingesetzt wurde [61, 64].

Die Impulsholographie wird weiterentwickelt und auf das Messproblem angepasst. Dazu wird das untersuchbare Messvolumen so vergrößert, dass der gesamte Rührkessel untersucht werden kann. Die Messungen werden in einem stereoskopischen Aufbau durchgeführt, mit dem das Messvolumen aus zwei rechtwinklig zueinander stehenden Richtungen betrachtet werden kann. Die rechnergestützte Auswertung der bei diesen Messungen erhaltenen enormen Datenmenge und die Zuordnung der beiden Ansichten werden an diese dreidimensionale Anwendung angepasst.

Damit wird die wesentliche Anforderung an die Messtechnik, den gesamten Rührkessel zu einem Zeitpunkt zu untersuchen, ohne dabei die Strömung im Rührkessel zu beeinflussen, erfüllt.

Die gesuchten Parameter, die Anzahl und die Größenverteilung **aller** Blasen im Rührkessel, können direkt gemessen und daraus der Grad der Dispergierung mit hoher Genauigkeit bestimmt werden.

3. Experimentelle Untersuchung der Blasendispergierung

Die stärksten Scher- und Beschleunigungskräfte auf die Blasen wirken im Abströmbereich der Rührerblätter. An diesen Stellen werden die Blasen zerteilt. Mit Hilfe der Hochgeschwindigkeitskinematographie wird die Dispergierung der Blasen visualisiert. Es werden qualitative Aussagen über die Größenverteilung der dabei entstehenden Blasenfragmente getroffen.

4. Theoretische Beschreibung der Blasendispergierung

Ein theoretischer Ansatz aus der Literatur zur Beschreibung der Blasendispergierung in Blasensäulen [54] wird in dieser Arbeit auf die Rührkesselströmung angepasst. Es wird eine vereinfachte Berechnung der Anzahl und der Größen der bei der Dispergierung entstehenden Blasen vorgestellt und mit den Messergebnissen verglichen.

1.3 Stand des Wissens

In der Literatur existiert eine Vielzahl von Arbeiten, die sich mit der Fluidodynamik in *begasten Rührkesseln* befassen. Ein Großteil dieser Arbeiten behandelt allerdings konkrete Anwendungsfälle an speziellen Rührkesselanordnungen. Die an diesen Kesseln gewonnenen Ergebnisse entziehen sich oft wegen der nicht gegebenen geometrischen Ähnlichkeit einem Vergleich mit anderen Publikationen.

Die Arbeiten, in denen geometrisch ähnliche begaste Standard-Rührkessel untersucht wurden, können in die folgenden drei Gruppen untergliedert werden:

- Globale, bilanzierende Untersuchungen
- Lokale Untersuchungen der Fluidodynamik der flüssigen Phase
- Lokale Untersuchungen der dispersen Phase

Die *globalen Untersuchungen* begaster Rührkessel bilanzieren um den gesamten Rührkessel, ohne auf die einzelnen im Kessel ablaufenden Prozesse einzugehen. Untersucht werden unter anderem die Leistungsaufnahme, die Betriebsgrenzen, der Gasgehalt oder das Produkt aus volumenbezogener Phasengrenzfläche und Stoffübergangskoeffizient, $k_L a$.

Die an der Rührerwelle aufgenommene Leistung in Abhängigkeit der Rührerart und des Betriebspunktes wird in vielen Arbeiten bestimmt (z.B.: [6, 8, 30, 36, 40, 60, 73]). Die Leistung nimmt mit steigendem Gasgehalt wegen der abnehmenden mittleren Dichte des Zweiphasengemisches ab. Darüber hinaus werden Gaspolster hinter den Rührerblättern von Rushton-Turbinen beobachtet, die zu einer Erniedrigung des Widerstandsbeiwertes des Rührers und damit zu einer verringerten Leistungsaufnahme führen (z.B.: [8, 36, 60, 30, 73]).

Die Untersuchungen resultieren in empirisch gewonnenen Beziehungen, mit denen die Leistungsaufnahme von begasten Rührern auf die von unbegasten Rührern bezogen wird (z.B.: [6, 16, 37]).

Nach JUDAT [40] und ZLOKARNIK [97] ist dieses Vorgehen jedoch nur zielführend, wenn durch die Verhältnisbildung die Abhängigkeit der

Leistungsaufnahme von der Drehzahl und der Rührerart eliminiert wird. Da dies nicht gelingt, wird der Ansatz verfolgt, die Leistungsaufnahme als Funktion der zugeführten Gasmenge auszudrücken.

Die Betriebsgrenzen von begasten Rührkesseln werden in der Regel durch empirische Beziehungen beschrieben. Mit diesen Beziehungen wird die maximale Gasbelastung, bei der der Rührer geflutet wird und seine Dispergierwirkung verliert, sowie die maximale Drehzahl eines Rührers, bei der eine Oberflächenbegasung einsetzt, berechnet. Eine Zusammenstellung dieser empirisch gewonnenen Beziehungen findet sich in [98].

Der sich bei einem Betriebszustand einstellende Gasgehalt wird in der Regel über die Erhöhung des Füllstandes im Vergleich zum unbegasten Zustand gemessen (z.B.: [41, 60]). Diese Messungen sind wegen der sehr unebenen Flüssigkeitsoberfläche im Rührbetrieb allerdings mit einer großen Ungenauigkeit behaftet.

Die für die Bestimmung des Stofftransportes wichtige Größe der Phasengrenzfläche A (vgl. Gl. 1) kann ohne die Kenntnis des Hold-up nicht bestimmt werden. Bilanzierende Messungen des Produktes aus der volumenspezifischen Phasengrenzfläche $a = A/V_G$ und des Stoffübergangskoeffizienten k_L , des so genannten $k_L a$ -Wertes, werden in der Literatur mit Hilfe von im Rührkessel sehr schnell ablaufenden Reaktionen untersucht (z.B.: [37]). Dabei wird das den Kessel verlassende Gas auf Konzentrationsänderungen hin analysiert. Aus der gemessenen Konzentrationsänderung im Gas wird der übergegangene Stoffstrom berechnet und so auf den $k_L a$ -Wert geschlossen.

Wären der Stoffübergangskoeffizient und der Hold-up bekannt, könnte auf die Phasengrenzfläche im Rührkessel geschlossen werden. Die Phasengrenzfläche allein ist aus dem $k_L a$ -Wert nicht errechenbar. Die wichtigsten empirischen oder halbempirischen Beziehungen, die aus diesen Arbeiten hervorgegangen sind, sind in [98] beschrieben.

Mit den *globalen Untersuchungen* werden über den gesamten Rührkessel bilanzierende Aussagen getroffen. Um ein besseres Verständnis der im Inneren des Rührkessels ablaufenden physikalischen Vorgänge zu erhalten, sind globale Untersuchungen unzureichend.

Die *lokalen Untersuchungen der Fluidodynamik der flüssigen Phase* in begasten Rührkesseln liefern einen Ansatz für die Bestimmung des maximal stabilen Blasendurchmessers. Dabei wird das Geschwindigkeitsfeld der Flüssigkeit in meist einphasig betriebenen Rührkesseln untersucht und auf den zweiphasig betriebenen Rührkessel übertragen.

Neben den zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten werden die durch den Rührvorgang in der Flüssigkeit induzierten turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten bestimmt [46, 49, 53, 59, 67, 82, 83, 93, 94, 99, 100]. Basierend auf der Kolmogorov'schen Turbulenztheorie und den Annahmen von HINZE [38] wird daraus eine turbulente Schubspannung errechnet [49, 82, 94]. Mit Hilfe dieser Größe wird über eine Kräftebilanz an einer in die Strömung hineingedachten Blase ein Stabilitätskriterium für diese Blase aufgestellt und die an dieser Stelle maximal stabile Blasengröße bestimmt.

WERNER [93, 94] erweitert die Kräftebilanz um die Änderung der kinetischen Energie einer Blase, die maximal so groß sein kann, wie ihre Oberflächenenergie. Zusätzlich fordert er die Gültigkeit des *Bohr-Wheeler*-Kriteriums, das besagt, dass eine instabile Blase in zwei Blasen gleicher Größe zerfällt. Für kleine Gasgehalte in nicht koaleszierenden Systemen findet WERNER [93] eine gute Übereinstimmung seiner theoretischen Vorhersage des Sauterdurchmessers mit Messergebnissen aus der Literatur.

Den Arbeiten ist die Annahme gemein, dass die Gasphase die Strömung der Flüssigkeit nicht signifikant beeinflusst und die Modellvorstellung von BRODKEY [9] zutrifft, nach der der Sauterdurchmesser der Blasen proportional zum maximal stabilen Blasendurchmesser und damit aus den Strömungsgrößen der Flüssigkeit erchenbar ist.

Die mittleren Geschwindigkeiten und die Turbulenzintensitäten der Flüssigkeit in einem begasten Rührkessel werden in [2, 78, 81, 83] gemessen. In diesen Arbeiten wird der Einfluss der Gasphase auf diese Größen untersucht. Nach BAKKER & VAN DEN AKKER [2] ist die Strömung der Flüssigkeit im begasten wie unbegasten Fall kinematisch ähnlich. Die Änderungen der Geschwindigkeitskomponenten

durch die Begasung können mit einem Potenzansatz auf die Änderung der eingebrachten Leistung bezogen werden. Nach ROUSAR ET. AL. [81] gilt diese Annahme jedoch nur für den Rührernahbereich. Inwieweit sich das veränderte Geschwindigkeitsfeld der Flüssigkeit auf die Blasendispergierung auswirkt, wird in den Arbeiten nicht quantifiziert.

Nur wenige Publikationen befassen sich experimentell mit der *lokalen Untersuchung der dispersen Phase*. In diesen Arbeiten werden die Blasengrößenverteilungen an ausgewählten Stellen im Rührkessel vermessen. Die dabei eingesetzten – oftmals invasiven und damit die Strömung beeinflussenden – Messtechniken sind Leitfähigkeitssonden [3, 4, 31], Absaugsonden [76, 77], Photo- und Videotechniken [60] und die Phasen-Doppler-Anemometrie [91].

PARTHASARATHY & AHMED [76] untersuchten mit einer Absaugsonde an mehreren Stellen im Rührkessel den Einfluss der Gasbelastung und der Drehzahl einer Rushton-Turbine auf die Größenverteilung der Blasen in Koaleszenz-gehemmten Stoffsystemen. Die Abweichungen in den Blasengrößenverteilungen an den verschiedenen Messpunkten betragen weniger als 10%. Daraus schließen die Autoren, dass in Koaleszenz-gehemmten Systemen die Blasengrößenverteilung in einer Ebene repräsentativ für den gesamten Behälter ist.

In einer weiteren Arbeit ermitteln PARTHASARATHY & AHMED [77] mit der gleichen Messtechnik den Sauterdurchmesser und den maximalen Blasendurchmesser in zwei Rührkesseln verschiedener Größe für vier verschiedene Rührerarten. Daraus entwickeln sie eine halbempirische Beziehung für den Sauterdurchmesser als Funktion der Rührerdrehzahl, der Rührerart und der Gasbelastung, basierend auf der Kolmogorov'schen Turbulenztheorie. Zudem stellen die Autoren eine lineare und von der Rührerdrehzahl unabhängige Proportionalität des maximal stabilen Blasendurchmessers vom Sauterdurchmesser fest und bestätigen damit die Annahme von BRODKEY [9].

GREAVES & BARIGOU [31] ermitteln mit einer Leitfähigkeitssonde die lokalen Blasengrößenverteilungen an mehreren Stellen in einem Standard-Rührkessel, der mit einer Rushton-Turbine betrieben wird.

Untersucht wird ein koaleszierendes (Wasser-Luft, Gemisch A) und ein nicht koaleszierendes Stoffsystem (0,15 M NaCl-Lösung-Luft, Gemisch B).

Die Autoren messen für das Gemisch A mit guter Übereinstimmung eine Weibull-Verteilung und für das Gemisch B eine Exponentialverteilung der Blasengrößen. Die lokalen Blasenkonzentrationen an den einzelnen Messpunkten schwanken stark. Eine Steigerung der Rührerdrehzahl bewirkt einen Anstieg des Gasgehaltes und eine Vereinheitlichung sowohl der räumlichen Verteilung als auch der Größenverteilung der Blasen. Ein steigender Gasvolumenstrom bewirkt erhöhten Gasgehalt oberhalb der Rührerebene und eine reduzierte Gaszirkulation unterhalb des Rührers.

Im Koaleszenz-gehemmten Stoffsystem kommt es zu einer deutlichen Erhöhung der Blasenanzahl, einer Senkung des Sauterdurchmessers und einer Vereinheitlichung des Größenspektrums der Blasen. Entscheidenden Einfluss auf die Blasengröße hat nur noch die Rührerdrehzahl.

In einer weiteren Arbeit bestimmen BARIGOU & GREAVES [4] mit einer Leitfähigkeitssonde lokale Gasgehalte an insgesamt 22 Stellen in der gleichen Versuchsanordnung wie in [31]. Sie messen die Blasengrößen in einer vertikalen Ebene, die durch zwei Stromstörer aufgespannt wird, sowie in einer dazu um die Vertikale um 45° gedrehten Ebene und errechnen daraus den jeweiligen lokalen Gasgehalt. Aus diesen Messungen und denen der Blasengrößenverteilungen [31] errechnen die Autoren lokale Phasengrenzflächenverteilungen. Aus den gemessenen Verteilungen entwickeln sie Beziehungen für die Bestimmung der spezifischen Phasengrenzfläche.

MACHON ET AL. [60] bestimmen an insgesamt drei wandnahen Stellen im Kessel die Blasengrößen, die sich für verschiedene Flüssigkeiten verschiedener Oberflächenspannung einstellen mit Hilfe einer Mikroskop-Videokamera, die mit einem Stroboskop beleuchtet wurde, das im Rührkessel befestigt wurde. Alle untersuchten Flüssigkeiten werden am gleichen Betriebspunkt untersucht.

Die Konzentrationen der Elektrolytlösungen werden so eingestellt, dass teilkoaleszierende Systeme und koaleszierende Systeme entste-

hen. Die gemessenen Blasengrößen sind bei den koaleszierenden Systemen unabhängig von der Oberflächenspannung, jedoch deutlich kleiner als bei Wasser. Bei den teilkoaleszierenden Systemen mit Oberflächenspannungen ähnlich der von Wasser finden die Autoren größere Blasen als bei den Elektrolytlösungen und kleinere als bei Wasser.

Das gemessene Blasengrößenspektrum liegt bei Wasser und Kochsalzlösung im Bereich von $40\ \mu\text{m} - 5\ \text{mm}$ und ist damit sehr breit. Bei den anderen Fluiden sind die maximalen Durchmesser kleiner (bis $\sim 2\ \text{mm}$).

Daraus schließen die Autoren, dass die Oberflächenspannung kein Maß für die Bestimmung des Sauterdurchmessers sein kann, da sowohl starke Natriumsulfatlösungen als auch die konzentrierte Alkohollösung eine höhere Oberflächenspannung haben als Wasser. Die Blasengrößen können daher nicht – wie in der Literatur üblich – mit der Weberzahl korreliert werden [60].

Die Autoren beobachten das Abreißen mehrerer kleiner Blasen von einer instabilen größeren Blase. MACHON ET AL. finden im Bereich oberhalb der Rührerebene die kleinsten mittleren Blasendurchmesser. Diese Häufung kleiner Blasen im oberen Bereich des Rührkessels erklären sie damit, dass diese in Sekundärwirbeln gebunden sind, die sich in der Nähe der Behälterwand ausbilden. Auf die unterschiedlichen Viskositäten der eingesetzten Flüssigkeiten wird von den Autoren nicht eingegangen.

WÄCHTER ET AL. [91] wenden die Phasen-Doppler-Anemometrie zur gleichzeitigen Bestimmung der Strömungsgrößen der Flüssigkeit und der Blasengrößenverteilung an. In einem Standard-Rührkessel untersuchen sie das Dispergierverhalten einer Rushton-Turbine und stellen lokale Blasengrößenverteilungen an verschiedenen Orten im Rührkessel vor. Diese Daten dienen der Validierung von numerischen Simulationen der Rührkesselströmung.

2 Theoretische Grundlagen

Einige wichtige Beziehungen für die theoretische Beschreibung der Rührkesselströmung werden in diesem Kapitel zunächst wie in der Literatur üblich für den einphasigen Betrieb definiert und dann auf den zweiphasigen Betrieb übertragen. Auf diesen Grundlagen erfolgt die Bestimmung des Grades der Dispergierung mit der in der Literatur üblichen Vorgehensweise.

Schließlich werden aus der kritischen Bewertung dieser Vorgehensweise die Anforderungen an die messtechnische Erfassung und die erweiterte Modellbildung der zweiphasigen Rührkesselströmung abgeleitet (vgl. Kap. 2.4).

2.1 Einphasige Strömung im Rührkessel

2.1.1 Leistungsbedarf beim Rühren

Der Einfluss verschiedener Rührer auf die an der Rührerwelle aufgenommene Leistung an einem gegebenen Betriebspunkt wird durch die dimensionslose Newtonzahl Ne oder Leistungskennzahl berücksichtigt. Sie ist eine Funktion der in einen Rührkessel eingebrachten Leistung P sowie der Dichte der Flüssigkeit ρ_L , der Rührerdrehzahl n und des Rührerdurchmessers d_R (z.B. [98]):

$$Ne = \frac{P}{\rho_L n^3 d_R^5}. \quad (2)$$

Bei einer gegebenen Rührkesselanordnung ist die Newtonzahl nur noch eine Funktion der Reynoldszahl, die gemäß Gl. 3 definiert ist:

$$Re_R = \frac{\rho_L n d_R^2}{\eta_L}. \quad (3)$$

Bei hohen Reynoldszahlen nimmt die Newtonzahl einen nahezu konstanten Wert an, der von der Drehzahl unabhängig und charakteristisch für jeden Rührertyp ist. Man spricht dann in der Literatur von einem *turbulenten* Betriebszustand. Der Verlauf der Newtonzahl über der Reynoldszahl Re_R ist in Abb. 1 schematisch dargestellt.

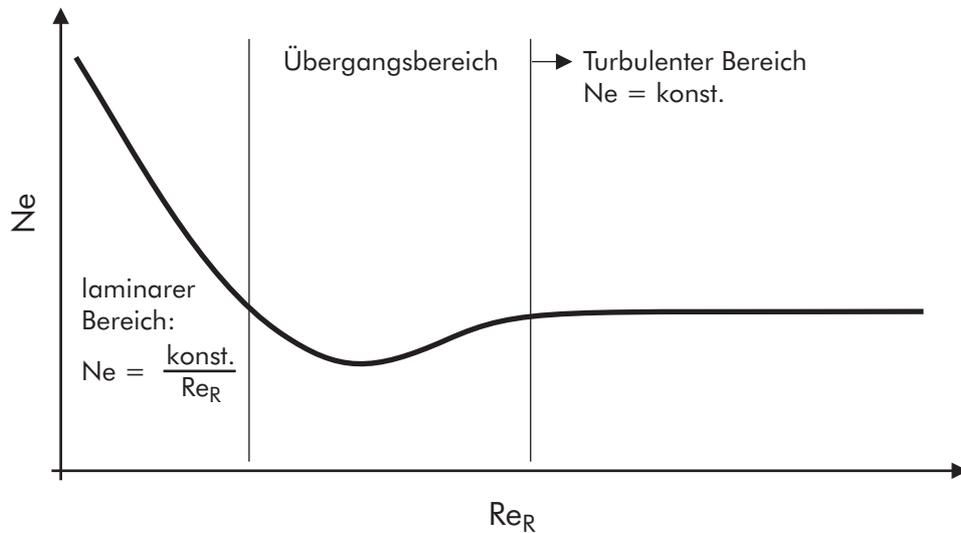


Abbildung 1: Newtonzahl als Funktion der Reynoldszahl.

Für verschiedene Rührer sind die Newtonzahlen und die Reynoldszahlen, ab denen von einem turbulenten Betrieb ausgegangen werden kann, in Tab. 1 aufgetragen.

Tabelle 1: turbulente Newtonzahlen verschiedenener Rührer.

	Ne	Re_R	Quelle
Rushton-Turbine	5,4	10^3	[99]
6-Blatt-Schrägblattrührer	1,35	$5 \cdot 10^3$	[99]
Propellerrührer	0,35	10^4	[98]
Kreuzbalkenrührer	3,2	10^4	[98]
Impellerrührer	0,75	10^3	[98]
MIG-Rührer	0,65	$5 \cdot 10^3$	[98]

Die auf die Masse der Flüssigkeit im Rührkessel bezogene spezifische Leistungsaufnahme $\bar{\epsilon}$ ist in Gl. 4 angegeben:

$$\bar{\epsilon} = \frac{P}{V_L \rho_L}. \quad (4)$$

Ein Standardrührkessel hat eine zylindrische Grundfläche $A = D^2 \pi/4$ und einen Füllstand, der dem Behälterdurchmesser entspricht

($H = D$). Wird das sich daraus ergebende Füllvolumen $V = D^3 \pi/4$ zusammen mit Gl. 2 in Gl. 4 eingesetzt, erhält man:

$$\bar{\epsilon} = \frac{4Ne \rho_L n^3 d_R^5}{\pi \rho_L D^3}. \quad (5)$$

Bei dem üblichen Rührerdurchmesser $d_R = D/3$ und einem turbulenten Betriebszustand ($Ne = konst.$) ergibt sich schließlich für die in den Kessel eingebrachte mittlere spezifische Leistung:

$$\bar{\epsilon} = \frac{4Ne}{27\pi} n^3 d_R^2. \quad (6)$$

Die aufgenommene mittlere spezifische Leistung $\bar{\epsilon}$ gibt an, wieviel Energie pro Masseneinheit der Flüssigkeit und pro Zeit im Mittel in der Flüssigkeit dissipiert wird, welche Leistung also über die Rührerwelle zugeführt werden muss, um die Strömung aufrecht zu erhalten.

Treten in der Strömung große lokale Geschwindigkeitsgradienten auf, so herrscht an diesen Stellen eine höhere lokale Energiedissipationsrate ϵ_{lok} als in Bereichen gleichgerichteter Strömung.

Insbesondere Rushton-Turbinen erzeugen in der Flüssigkeit große lokale Geschwindigkeitsgradienten. Im Abströmbereich des Rührers existieren Gebiete mit $\epsilon_{lok} \gg \bar{\epsilon}$ [53, 93]. Die lokalen Spitzen ϵ_{max} können den mittleren Wert um den Faktor 50 überschreiten [93, 99]. Daneben liegt in weiten Bereichen der Wert von ϵ_{lok} deutlich unterhalb von $\bar{\epsilon}$.

Die disperse Phase wird in diesen Gebieten des höchsten Leistungseintrages durch die dort auftretenden hohen turbulenten Schubspannungen zerteilt. Die Kenntnis der mittleren spezifischen Leistung $\bar{\epsilon}$ reicht also für die Bestimmung der Dispergierwirkung eines Rührers nicht aus. Vielmehr ist die Kenntnis von ϵ_{max} entscheidend für die spätere Berechnung der maximal stabilen Blasengrößen (vgl. Kap. 2.2.5).

2.1.2 Grundlagen turbulenter Strömungen

Ein erstes Ziel der theoretischen Untersuchung der Rührkesselströmung ist daher die Bestimmung der Verteilung von ϵ_{lok} und des Maximalwertes ϵ_{max} .

Der lokale spezifische Leistungseintrag ϵ_{lok} ist eine Funktion der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit $u'(t)$ und des so genannten integralen Längenmaßes Λ_L (z.B.: [39]). Diese Größen werden zunächst allgemein aus den Grundgrößen turbulenter Strömungen definiert und dann auf die Rührkesselströmung übertragen.

Charakteristisch für turbulente Strömungen ist ihre zeitliche und räumliche Unregelmäßigkeit. Jedes Fluidelement folgt zwar im Mittel der Hauptströmung, jedoch beschreibt es eine vollkommen ungeordnete Bahn. Eine dreidimensionale, zeitabhängige turbulente Strömung kann mit Hilfe statistischer Methoden beschrieben werden [39]. Die Momentangeschwindigkeit an einem Punkt im Strömungsfeld $u(t)$ wird dazu nach Gl. 7 in die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit \bar{u} und die Schwankungsgeschwindigkeit $u'(t)$ zerlegt:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t). \quad (7)$$

Bei instationären Strömungen muss ein gleitender Mittelwert berechnet werden (vgl. Abb. 2), um einen Geschwindigkeitsmomentanwert in die gemittelte Geschwindigkeit und die Schwankungsgeschwindigkeit aufzuteilen. Die Aufteilung erfolgt so, dass für die gemittelte Schwankungsgeschwindigkeit stets die Bedingung $\overline{u'(t)} = 0$ erfüllt ist.

Ein von der Zeit unabhängiges Maß für die Stärke der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten ist ihr “root-mean-square” (rms)-Wert:

$$u'_{rms} = \sqrt{\overline{u'(t)^2}}; \quad v'_{rms} = \sqrt{\overline{v'(t)^2}}; \quad w'_{rms} = \sqrt{\overline{w'(t)^2}}. \quad (8)$$

Durch Gl. 8 wird die mittlere Geschwindigkeitsschwankung u'_{rms} eines Wirbels beschrieben. Die realen Geschwindigkeitsschwankungen $u'(t)$ schwanken entsprechend einer Normalverteilung um diesen Mittelwert [39].

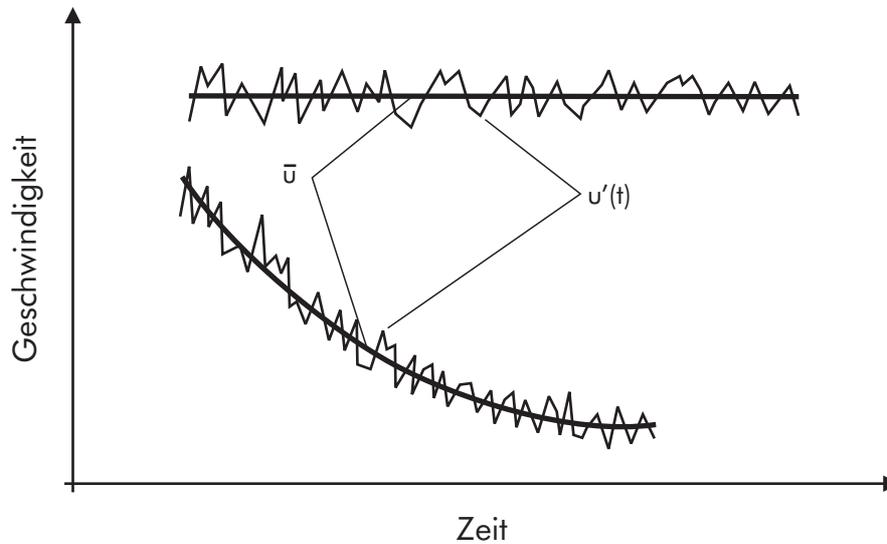


Abbildung 2: Schematischer Vergleich turbulenter Strömungen: stationär (oben) und instationär (unten).

Sind die mittleren Schwankungsgrößen an einem Punkt richtungsunabhängig ($\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$), so spricht man von isotroper Turbulenz. Eine speziell für die numerische Simulation turbulenter Strömungen wichtige Kenngröße, deren besonderes Merkmal in ihrer Richtungsunabhängigkeit liegt, stellt die turbulente kinetische Energie k_T pro Masseneinheit dar, die unter der Annahme isotroper Turbulenz nach Gl. 9 definiert ist:

$$k_T = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) = \frac{3}{2} \overline{u'^2}. \quad (9)$$

Eine turbulente Strömung besteht nach HINZE [38] aus einer Vielzahl von Wirbeln unterschiedlicher Größe, die sich fortlaufend verändern und überlagern. Die Wirbel besitzen eine begrenzte Lebensdauer und übergeben ihre Energie im statistischen Mittel über eine Kaskade an immer kleiner werdende Wirbel, bis sie schließlich in eine unkorrelierte Wärmebewegung zerfallen.

In der Literatur werden die Wirbelgrößen und ihre kinetische Energie als Energiespektrum $E(k)$ abhängig von der Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ dargestellt. Durch das dreidimensionale Energiespektrum $E(k)$ wird

die Energie beschrieben, die in einem Wirbel mit Wellenzahlen zwischen k und $k + dk$ pro Masse enthalten ist (z.B.: [39, 98]).

KOLMOGOROV [44, 45] gibt dafür aus Dimensionsüberlegungen folgende, experimentell bestätigte (z.B.: [28]) Abhängigkeit von der spezifischen Leistung ϵ_{lok} an:

$$E(k) = A \epsilon_{lok}^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}. \quad (10)$$

Für die Konstante in Gl. 10 werden in der Literatur die Zahlenwerte $A = 1,4483$ [80] und $A = 1,5$ [54] genannt.

Um das dreidimensionale Spektrum $E(k)$ einer Strömung zu bestimmen, müssten alle drei Geschwindigkeitskomponenten an einem Ort simultan vermessen werden. Es kann jedoch in das messtechnisch leichter erfassbare eindimensionale Energiespektrum $E_1(k)$ umgerechnet werden. Für den so genannten Trägheitsbereich der Turbulenz, in dem sich der Energietransport in der Energiekaskade (Wirbelkaskade) unabhängig von der Viskosität vollzieht, erhält HINZE [38] durch einen Koeffizientenvergleich für das eindimensionale Energiespektrum:

$$E_1(k) = 0,4203 \epsilon_{lok}^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}. \quad (11)$$

Die obere Grenze des Trägheitsbereiches ist durch die Wellenzahl k_K gegeben, die der reziproken Kolmogorov'schen Wirbelgröße $1/\lambda_K$ entspricht. Die Kolmogorov'sche Wirbelgröße λ_K beschreibt den kleinsten noch stabilen Wirbel der Energiekaskade, der bei weiterer Energieabgabe instabil wird und durch die Viskosität vollständig in innere Energie dissipiert wird. Aus einer Dimensionsanalyse formuliert KOLMOGOROV [44, 45] folgende Beziehung für λ_K :

$$\lambda_K = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon_{lok}} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (12)$$

Die untere Grenze des Trägheitsbereichs stellt in erster Näherung das integrale Längenmaß Λ_L dar, das durch die Wellenzahl $k_0 \sim 1/\Lambda_L$ charakterisiert ist. Das integrale Längenmaß Λ_L ist ein Maß

für Fluidballen, die sich als Einheit bewegen, und stellt somit ein charakteristisches Längenmaß für die Strömung dar [39].

Die Anzahl der Wirbel pro Bilanzvolumen N_λ mit einem Längenmaßstab zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ wird aus dem Energiespektrum für den Trägheitsbereich der Turbulenz mit Gl. 13 berechnet [54, 58]:

$$N_\lambda = C \frac{1}{\lambda^4}, \quad \text{mit } C = \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{6 \cdot 2^{1/3}}{\pi^{5/3}} = 0,8413; \quad A = 1,5. \quad (13)$$

Die Schwankungsgeschwindigkeit u'_{rms} kann ebenfalls aus dem ein-dimensionalen Energiespektrum $E_1(k)$ abgeleitet werden [84]: Das Quadrat der Schwankungsgeschwindigkeit stellt eine spezifische turbulente Energie dar, die anschaulich die Summe aller Energiebeiträge aller Wirbelgrößen ist. Dieser Zusammenhang ist in Gl. 14 wiedergegeben, in der die Summe durch das Integral über die Wirbelgrößen ersetzt ist:

$$\frac{1}{2} u'^2_{rms} = \int_0^\infty E_1(k) dk. \quad (14)$$

Aus der nach Gl. 8 oder nach Gl. 14 ermittelten Schwankungsgeschwindigkeit kann schließlich unter der Annahme lokal isotroper Turbulenz die turbulente Schubspannung berechnet werden:

$$\tau = \frac{1}{2} \rho_L u'^2_{rms}. \quad (15)$$

Die lokale Energiedissipationsrate ϵ_{lok} ergibt sich nach BRODKEY [10] mit dem integralen Längenmaß Λ_L aus der Navier-Stokes-Gleichung für stationäre, lokal isotrope Turbulenzfelder zu:

$$\epsilon_{lok} = C_1 \frac{u'^3}{\Lambda_L}. \quad (16)$$

In Gl. 16 steht u' für die charakteristische turbulente Schwankungsgeschwindigkeit der Strömung. Die auftretende Proportionalitätskonstante liegt in der Größenordnung von 1 (z.B.: [5, 85, 88]). LEHR [54] gibt sie mit $C_1 = \sqrt{2}$ an.

Gl. 16 liegt die Überlegung zugrunde, dass ein Energieinhalt, ausgedrückt durch u'^2 , über eine bestimmte Strecke Λ_L mit der Geschwindigkeit u' transportiert wird [10].

Für die Bestimmung der lokalen Energiedissipationsrate ϵ_{lok} muss nun noch das integrale Längenmaß der Turbulenz Λ_L ermittelt werden. Die dazu in der Literatur verbreiteten Ansätze und die Anpassung der hergeleiteten Größen auf die Rührkesselströmung sind im folgenden Kapitel beschrieben.

2.1.3 Die turbulente Rührkesselströmung

Das zeitlich gemittelte Strömungsfeld eines radial und eines axial fördernden Rührers ist in Abb. 3 schematisch skizziert. Die eingezeichneten Stromlinien stellen zeitgemittelte Bahnkurven eines Fluidballens in einer an sich instationären Strömung dar. Sie hat einen stark dreidimensionalen Charakter und ist von ausgeprägten Sekundärströmungen überlagert, die durch die an der Kesselinnenwand angebrachten Stromstörer erzeugt werden.

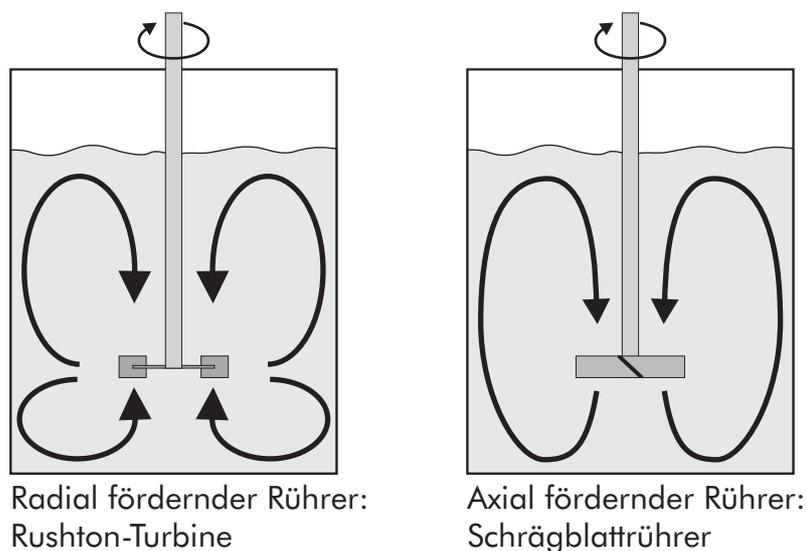


Abbildung 3: Zeitlich gemitteltes Strömungsfeld eines radial (links) und eines axial fördernden Rührers (rechts).

Je nach Rührertyp wird die Flüssigkeit in Rührernähe entweder axial oder radial und tangential beschleunigt. Bei radial fördernden Rührern, zum Beispiel einer Rushton-Turbine, wird der Flüssigkeitsstrom vom Rührer her kommend an der Behälterwand aufgeteilt. Es bilden sich die beiden charakteristischen Flüssigkeitswirbel oberhalb und unterhalb der Rührerebene aus (vgl. Abb. 3 links). Im Gegensatz dazu existiert bei einem axial fördernden Rührer nur ein globaler Flüssigkeitswirbel (vgl. Abb. 3 rechts).

Der von den Rührern geförderte Flüssigkeitsstrom wird mit dem Flüssigkeitsdurchsatz q' angegeben. Darunter wird derjenige Flüssig-

keitsstrom verstanden, der durch die vom Rührer bestrichene Fläche gefördert wird. Diese Fläche ist bei axial fördernden Rührern durch $\pi d_R^2/4$, bei radial fördernden Rührern durch $\pi d_R b$ gegeben ($d_R =$ Rührerdurchmesser, $b =$ Blatthöhe).

Der dimensionslose Flüssigkeitsdurchsatz Q' eines Rührers beträgt:

$$Q' = \frac{q'}{n d_R^3}. \quad (17)$$

Die Werte für die dimensionslosen Flüssigkeitsdurchsätze verschiedener Rührer sind in Tab. 2 zusammengestellt. Sie gelten im turbulenten Strömungsbereich für bewehrte Behälter mit einem Füllstand, der dem Durchmesser des Rührkessels entspricht ($H/D = 1$).

Tabelle 2: Dimensionslose Flüssigkeitsdurchsätze Q' verschiedener Rührer.

	Q'	Geltungsbereich	Quelle
Rushton-Turbine	0,75		[15]
6-Blatt-Schrägblattrührer	$1,29 (d/D)^{0,2}$	$2 < D/d < 3,3$	[25]
Propellerrührer	$0,654 (d/D)^{0,16}$	$D/d > 3$ Steigung = 1	[24]

Bei gleicher Drehzahl und jeweils einem Durchmesser Verhältnis von $D/d = 3$ fördert der Schrägblattrührer also knapp 40% mehr Flüssigkeit als die Rushton-Turbine. Gleichzeitig liegt der Leistungsbedarf des Schrägblattrührers um 75% unter dem der Rushton-Turbine (vgl. Tab. 1).

Der von einem Rührer geförderte Flüssigkeitsdurchsatz q' reißt die umgebende Flüssigkeit mit, sodass sich im Behälter die in Abb. 3 skizzierten Zirkulationsströme ausbilden. Wegen der bei diesem Impulsaustausch auftretenden Impulsverluste wird die eingebrachte Rührerleistung P nicht vollständig in die gerichtete Flüssigkeitsströmung umgesetzt [98].

Große geförderte Volumenströme resultieren in großen Zirkulationsgeschwindigkeiten und wirken sich beschleunigend auf das Suspensieren von Feststoffen aus. Demgegenüber erzeugen kleine Volumenströme in Verbindung mit kleinen Zirkulationsgeschwindigkeiten und

großen Abströmgeschwindigkeiten starke Scherfelder, wie sie für Dispergierprozesse notwendig sind [98].

Die Strömungsgeschwindigkeiten, die sich bei Einsatz einer Rushton-Turbine im Kessel einstellen, wurden von LEE & YIANNESKIS [53] experimentell bestimmt. Die Autoren beziehen die radiale Geschwindigkeitskomponente auf die Rührerumfangsgeschwindigkeit $u_{tip} = \pi n d$. Sie ermitteln für die bezogene mittlere radiale Geschwindigkeit \bar{u}_r der Flüssigkeit im Abströmbereich der Rushton-Turbine die Beziehung:

$$\frac{\bar{u}_r}{u_{tip}} = 0,74 \left(\frac{d/2}{D/2} \right)^{-0,99}. \quad (18)$$

Sie erreicht in unmittelbarer Nähe zum Rührer 85% der Rührerumfangsgeschwindigkeit und nimmt zur Kesselwand hin ab. In unmittelbarer Rührernähe weist die Geschwindigkeit der Flüssigkeit periodische Schwankungen auf, die auf das Passieren der Rührerblätter und die dadurch verursachte Pumpwirkung zurückgeführt werden. Diese periodischen Geschwindigkeitsschwankungen klingen mit zunehmender Entfernung vom Rührer rasch ab [53].

SCHÄFER ET AL. [82] erhalten aus ihren experimentellen Untersuchungen des Strömungsfeldes, das von einer Rushton-Turbine erzeugt wird, die gleiche Beziehung. Zudem berichten sie, dass der untere Flüssigkeitswirbel deutlich stärker als der obere ist, da die axiale Zulaufgeschwindigkeit der Flüssigkeit zum Rührer aus dem unteren Wirbel 25%, die aus dem oberen Wirbel jedoch nur 15% der Rührerumfangsgeschwindigkeit beträgt. Dies führen die Autoren auf die Einbauhöhe des Rührers zurück ($h = H/3$). Damit enthält der obere Wirbel zwei Drittel, der untere Wirbel ein Drittel der gesamten Flüssigkeitsmenge im Rührkessel (vgl. Abb. 3), was zu unterschiedlich großen Impulsaustauschverlusten in den beiden Wirbeln führt [82].

Neben der mittleren radialen Geschwindigkeit \bar{u}_r kann bei turbulenterm Betrieb auch die Schwankungsgeschwindigkeit $u'(t)$ im Abströmbereich der Rushton-Turbine mit der Rührerumfangsgeschwindigkeit skaliert werden [17, 82].

Die Strömung um ein Blatt einer Rushton-Turbine ist in Abb. 4 skizziert. Die Flüssigkeit vor dem Rührerblatt wird durch die Rührerdrehung von dem Blatt radial nach außen getrieben, aber auch axial nach oben und unten verdrängt. Durch den auf der Rückseite des Rührerblatts herrschenden Unterdruck kommt es zu einer Saugströmung hinter das Rührerblatt und damit zu einer teilweisen Strömungsumkehr der Flüssigkeit.

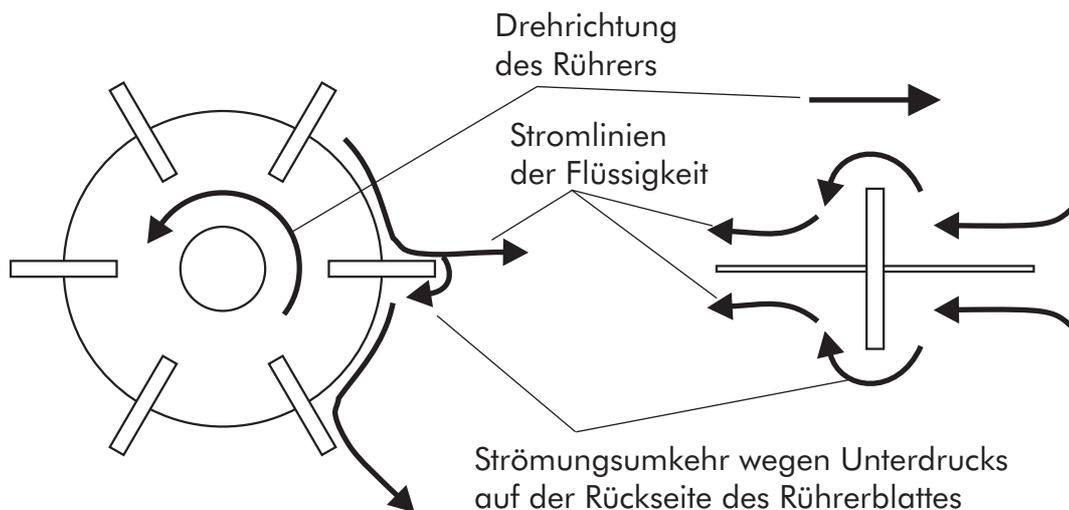


Abbildung 4: Strömung der Flüssigkeit um ein Rührerblatt.

Durch LDA-Messungen zwischen den Blättern einer aus Glas gefertigten Rushton-Turbine konnten SCHÄFER ET AL. [82] zeigen, dass durch die Beschleunigung, die die Flüssigkeit durch die wiederholte Strömungsumkehr erfährt, circa 80% der in den Kessel eingebrachten Energie verbraucht werden.

Von den beiden äußeren Ecken eines Rührerblattes einer Rushton-Turbine löst sich je ein Wirbel ab. An einem Rührerblatt löst sich daher ein Wirbelpaar ab, die so genannten “Trailing Vortices”. Aus den LDA-Messungen ermitteln SCHÄFER ET AL. experimentell die Gebiete höchster Energiedissipation, die den Stromlinien der “Trailing Vortices” entsprechen. An dem Ort, an dem die beiden Wirbel eines Wirbelpaares zusammentreffen, herrscht die größte Turbulenz und damit die maximale lokale Energiedissipationsrate im Rührkessel [82].

Die Messungen der Strömungsgrößen der Flüssigkeitgeschwindigkeit liefern einen Ansatz zur Berechnung des integralen Längenmaßes Λ_L , das für die Bestimmung der lokalen Energiedissipation nach Gl. 16 benötigt wird. Nach einem Vorschlag von LAUFHÜTTE & MERSMANN [50] wird Λ_L unter der Annahme isotroper Turbulenz aus einer Energiebilanz über den gesamten Rührkessel errechnet:

$$\Lambda_L = \frac{\sum u_i'^3}{\epsilon_{tot}}. \quad (19)$$

Die gesamte in den Kessel eingebrachte Leistung wird aus Drehmomentmessungen an der Rührerwelle gemessen und in Gl. 19 eingesetzt, die turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten aus LDA-Messungen bestimmt.

Mit diesem Ansatz finden LAUFHÜTTE & MERSMANN [50] den Wert $\Lambda_L = d/6, 25$. Diese Vorgehensweise wird auch von SCHÄFER ET AL. [82] sowie ZHOU & KRESTA [99] gewählt. Sie finden für das integrale Längenmaß den Wert:

$$\Lambda_L = \frac{d_R}{10}. \quad (20)$$

Den Unterschied zu dem Ergebnis von [50] erklären die Autoren mit örtlich deutlich höher aufgelösten LDA-Messungen und dem leistungsfähigeren LDA-System, mit dem die Messungen durchgeführt wurden. Die Beziehung für das integrale Längenmaß kann nach SCHÄFER ET AL. [82] als die Ausdehnung eines der “Trailing Vortices” gedeutet werden.

Der von SCHÄFER ET AL. [82] und ZHOU & KRESTA [99] ermittelte Wert für das integrale Längenmaß entspricht gerade der halben Höhe des Rührerblattes des untersuchten Standardrührers. Er gilt sowohl für die Rushton-Turbine als auch für die Schrägblattrührer [99].

Bei Kenntnis des integralen Längenmaßes (Gl. 20) und Messungen der lokalen Geschwindigkeitsschwankungen kann mit Gl. 16 die lokale Energiedissipationsrate ϵ_{lok} berechnet und ihr Maximalwert ermittelt werden. Diesen Ansatz verfolgen ZHOU & KRESTA [99]. Sie messen die lokalen Geschwindigkeitsschwankungen im Strömungsfeld

verschiedener Rührer über einen weiten Drehzahlbereich. Die Ergebnisse sind in Tab. 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Bezogene mittlere und lokale Energiedissipationsraten verschiedener Rührer [99].

	$\bar{\epsilon}/(n^3 d_R^2)$	$\epsilon_{max}/(n^3 d_R^2)$	$\epsilon_{max}/\bar{\epsilon}$
Rushton-Turbine	0,2545	12,14	47,7
6-Blatt-Schrägblattrührer	0,0638	2,44	38,2
A310	0,0408	0,97	23,7
HE3	0,0136	1,30	95,7

Die Autoren finden, dass die maximale Energiedissipationsrate bezogen auf $n^3 d_R^2$ für die untersuchten Rührer konstant und damit unabhängig von der Drehzahl ist. Die mittlere Energiedissipationsrate kann ebenfalls mit $n^3 d_R^2$ skaliert werden (vgl. Gl. 6). Mit diesen Messungen bestätigen ZHOU & KRESTA [99] experimentell die von BRODKEY [9] und CHEN & MIDDLEMAN [13] getroffene Annahme, dass die maximale lokal dissipierte Energie ϵ_{max} proportional zur mittleren Energiedissipationsrate $\bar{\epsilon}$ ist. Die sich aus den Messungen ergebenden von der Rührerart abhängigen Proportionalitätskonstanten der Rührer sind ebenfalls in Tab. 3 eingetragen.

Im Gegensatz dazu geht WERNER [93] davon aus, dass die Proportionalitätskonstante unabhängig von der Rührerart ist und mit der folgenden Beziehung berechnet werden kann:

$$\frac{\epsilon_{max}}{\bar{\epsilon}} = 1,69 \left(\frac{D}{d_R} \right)^2 \left(\frac{H}{d_R} \right) = 45,6 \quad \text{mit } D = H = 3d_R. \quad (21)$$

Mit Kenntnis der Proportionalitätskonstante kann durch Messung der Leistungsaufnahme eines Rührers auf die maximale lokal dissipierte Energie im Rührkessel an dem Betriebspunkt und damit auf den maximal stabilen Blasendurchmesser geschlossen werden, wie im folgenden Kapitel gezeigt wird.

2.2 Zweiphasige Strömung im Rührkessel

Im folgenden werden die Beziehungen aus Kap. 2.1 auf die zweiphasige Rührkesselströmung übertragen, um so den Grad der Dispergierung mit der in der Literatur üblichen Vorgehensweise zu berechnen.

2.2.1 Zielgrößen

Das grundsätzliche Ziel der Dispergierung ist ein möglichst hoher Stofftransport zwischen der kontinuierlichen und der dispersen Phase. Die Einflussgrößen für den Stofftransport sind in Gl. 1 gegeben: das treibende Konzentrationsgefälle dc/dx , der Stofftransportkoeffizient k_L und die Phasengrenzfläche A .

In der Regel kann das treibende Konzentrationsgefälle und der Stofftransportkoeffizient nur geringfügig beeinflusst werden. Beide sind Stoffgrößen, die durch die Anwendung gegeben sind. Daher ist eine signifikante Intensivierung des Stofftransportes nur durch die Vergrößerung der Phasengrenzfläche A möglich.

Die Vergrößerung der Phasengrenzfläche erfolgt in begasten Rührkesseln durch die Dispergierung der Blasen. Zudem kann über die Wahl einer geeigneten Rührkesselanordnung die Verweilzeit des Gases im Rührkessel erhöht werden, um den Umsetzungsgrad des Stoffübergangs bei langsam ablaufenden Reaktionen zu erhöhen.

Die Phasengrenzfläche wird in der Regel auf den Gasgehalt bezogen. Die volumenbezogene oder spezifische Phasengrenzfläche a wird durch den Volumenanteil der dispersen Phase (Hold-up) ϕ_G und den Sauterdurchmesser d_{32} der dispersen Phase ausgedrückt.

Es gilt:

$$a = 6 \frac{\phi_G}{d_{32}}, \quad (22)$$

mit:

$$\phi_G = \frac{V_G}{V_G + V_L} \quad \text{und} \quad d_{32} = \frac{\sum_i N_i d_i^3}{\sum_i N_i d_i^2}. \quad (23)$$

Der Sauterdurchmesser d_{32} beschreibt den Durchmesser eines monodispersen Blasenschwarms, der die gleiche volumenbezogene Phasengrenzfläche aufweist wie der reale Blasenschwarm, in dem die Blasen in einer Größenverteilung vorliegen.

Bei Kenntnis des Hold-up ϕ_G ist die mittlere Verweilzeit des Gases im Rührkessel berechenbar:

$$\tau = \frac{V_G}{\dot{V}_G}. \quad (24)$$

Die Wahl des Rührers und des Betriebspunktes einer Rührkesselanordnung hat einen wesentlichen Einfluss auf die sich einstellende Phasengrenzfläche und die mittlere Verweilzeit des Gases im Rührkessel. Daher ist es für die Auslegung von begasteten Rührkesseln im Hinblick auf einen optimalen Stoffübergang entscheidend, vorausberechnen zu können, welcher Sauterdurchmesser und welcher Hold-up sich in Abhängigkeit eines Betriebspunktes einstellt.

2.2.2 Blasenauftiegs geschwindigkeit

Für die spätere Untersuchung der Dispergierung und der Verweilzeit der Blasen im Rührkessel (vgl. Kap. 6.2) ist die Kenntnis der Blasenauftiegs geschwindigkeit von großer Bedeutung.

Die Blasenauftiegs geschwindigkeit kann grundsätzlich auf numerischem Wege auf Basis eines Kräftegleichgewichtes berechnet werden, einfache geschlossene Gleichungen zu ihrer Bestimmung gibt es nach MERSMANN [70] jedoch nicht. Deshalb wird die Abschätzung der Endauftiegs geschwindigkeit mit Hilfe eines Diagramms vorgenommen, das sich auf experimentelle und theoretische Untersuchungen stützt [70].

Wenn die Blasen eine gewisse Größe überschritten haben, können sie sich deformieren und Formschwingungen ausführen. Diese Deformationen und Schwingungen werden durch die an der Blase angreifenden Kräfte ausgelöst. Dazu gehören Trägheits- und Zähigkeitskräfte, Schwer- und Auftriebskräfte sowie die an der Oberfläche angreifende Druckkraft aufgrund der Oberflächenspannung [70].

Die Partikel-Reynoldszahl Re_B beschreibt das Verhältnis aus Trägheits- und Zähigkeitskräften:

$$Re_B = \frac{\rho_L w_B d}{\eta_L}. \quad (25)$$

Das Verhältnis der Trägheitskraft zur Auftriebskraft wird erweiterte Froudezahl Fr_B genannt:

$$Fr_B = \frac{w_B^2 \rho_L}{d g (\rho_L - \rho_G)}. \quad (26)$$

Schließlich wird die Weberzahl We_B aus dem Verhältnis aus Trägheits- und Oberflächenkraft gebildet:

$$We_B = \frac{\rho_L w_B^2 d}{\sigma}. \quad (27)$$

Nach MERSMANN [70] sind zwei Kombinationen dieser Kennzahlen bei der Bestimmung der Blasengeschwindigkeit besonders zweckmäßig, nämlich:

$$\frac{We_B}{Fr_B} = \frac{\Delta \rho g d^2}{\sigma} \quad (28)$$

sowie:

$$Fl = \frac{Re_B^4 Fr_B}{We_B^3} = \frac{\sigma^3 \rho_L^2}{\eta_L^4 \Delta \rho g}. \quad (29)$$

Die letztere Kennzahl wird Fluidkennzahl genannt. Sie hat den Vorteil, dass sie nur mit Stoffwerten und der Erdbeschleunigung gebildet wird, also weder die bekannte Partikelgröße d noch die gesuchte Geschwindigkeit w enthält.

Die Blasenendgeschwindigkeit wird mit dem Diagramm in Abb. 5 abgeschätzt, in dem die Partikel-Reynoldszahl abhängig von We_B/Fr_B mit Fl als Parameter dargestellt ist. Dem Diagramm liegen Arbeiten von CLIFT ET AL. [14] zugrunde. Es beschreibt die Verhältnisse für fluide Partikel mit $10^{-2} \leq \eta_L/\eta_G \leq 2 \cdot 10^6$ und $0,2 \leq \rho_L/\rho_G \leq 2 \cdot 10^4$.

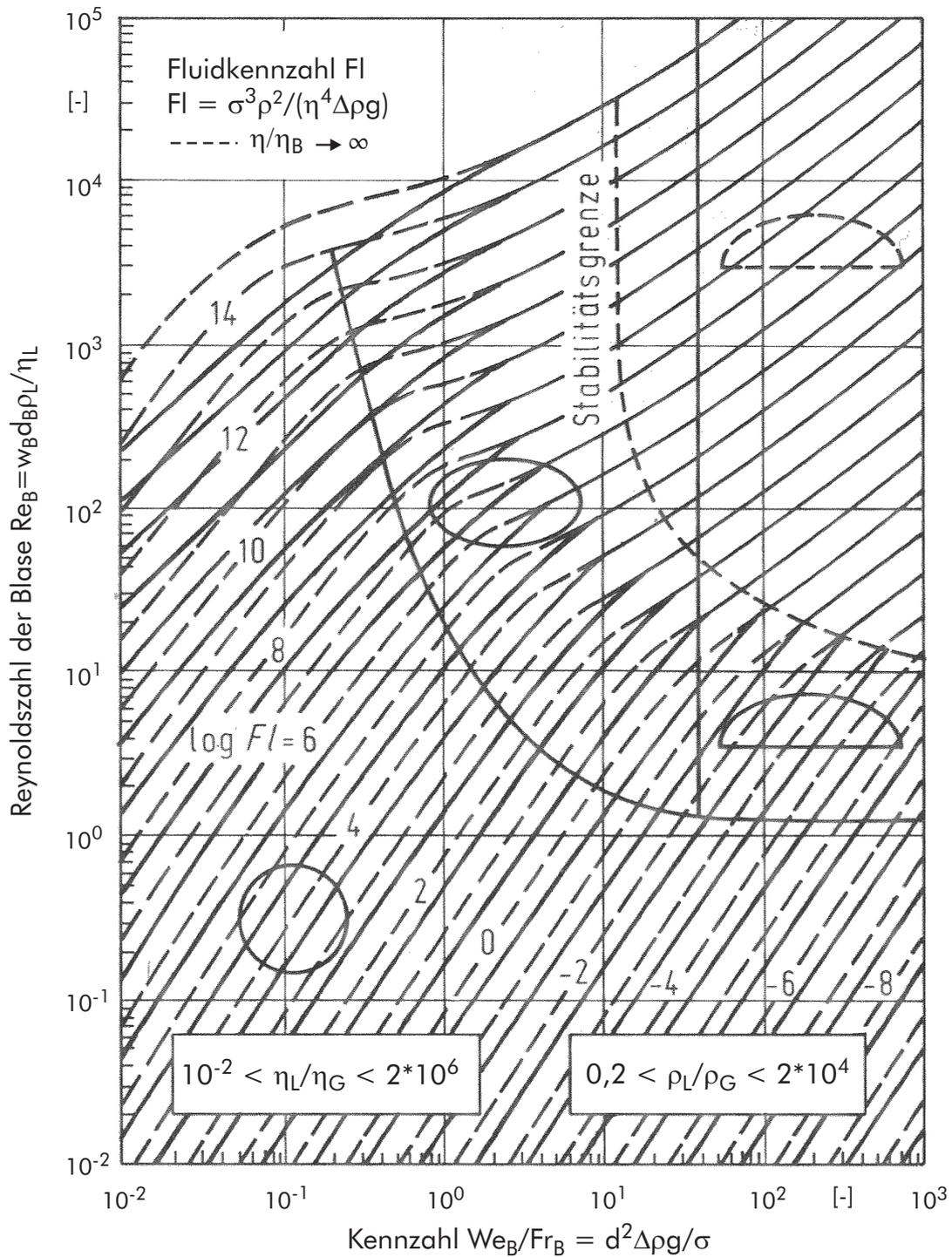


Abbildung 5: Diagramm zur Bestimmung der Blasenauftiegs-
geschwindigkeit (aus [70]).

2.2.3 Globale zweiphasige Strömung in einem Rührkessel

Zwischen der Gasphase und der Flüssigkeit herrschen hohe Dichteunterschiede. Dadurch unterscheidet sich das Strömungsfeld in einem begasten Rührkessel deutlich von dem in Abb. 3 skizzierten Strömungsfeld in einem unbegasten Rührkessel. Am Beispiel der verschiedenen Strömungsfelder, die sich bei Einsatz einer Rushton-Turbine in Abhängigkeit der Gasbelastung ausbilden, ist dieser Unterschied in Abb. 6 qualitativ dargestellt.

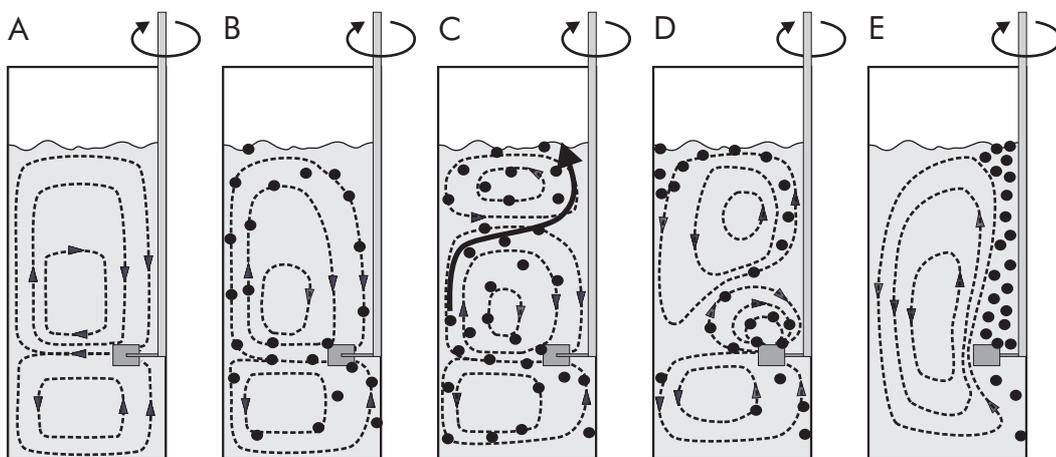


Abbildung 6: Strömungsfelder in begasten Rührkesseln mit von A nach E steigender Gasbelastung [7].

In Abb. 6 A ist die von Gas unbeeinflusste Strömung der Flüssigkeit skizziert. Bei kleinen Begasungsraten folgen die Gasblasen zunächst der Strömung, ohne diese wesentlich zu beeinflussen (Abb. 6 B). Bei steigender Gasbelastung kommt es zu einer Strömungsumkehr im oberen Teil des Behälters (Abb. 6 C). Das wird darauf zurückgeführt, dass der obere Flüssigkeitswirbel nicht mehr stark genug ausgeprägt ist, um alle Blasen zu halten. Einige Blasen werden zwar noch zur Behältermitte hin geschleppt, dann aber ist ihr Auftrieb stärker als die durch die Flüssigkeit auf sie nach unten wirkende Schleppkraft. Sie steigen zur Flüssigkeitsoberfläche auf und verlassen den Kessel (vgl. Pfeil in Abb. 6 C). Dadurch induzieren sie einen zweiten oberen Flüssigkeitswirbel, in dem kleinere Blasen gehalten werden können.

Bei weiter steigender Gasbelastung verarmt der Bereich unterhalb der Rührerebene zunehmend an Gasblasen. Die Strömungsumkehr im oberen Bereich des Rührkessels verstärkt sich (Abb. 6 D). Oberhalb einer bestimmten Begasungsrate kippt die Strömung im gesamten Kessel als Folge des Gasdurchbruchs im Bereich der Rührerwelle um. Der Rührer hat seine Dispergierfähigkeit verloren und ist “geflutet” (Abb. 6 E).

Bei niedrigviskosen Flüssigkeiten ist der Flutpunkt eine klar definierbare von der Rührerdrehzahl abhängige Betriebsgrenze. Durch die Erhöhung der Drehzahl lässt sich der Überflutungszustand wieder beseitigen [7, 98]. Bei der Begasung höher viskoser Flüssigkeiten lassen sich die in Abb. 6 skizzierten Zustände nicht mehr klar unterscheiden. Sie gehen vielmehr fließend ineinander über.

2.2.4 Einfluss des Gasgehalts auf den Leistungseintrag

Die Leistungsaufnahme P eines Rührers in einer unbegasteten Flüssigkeit kann bei Kenntnis seiner Newtonzahl mit Gl. 2 errechnet werden. In begasteten Rührkesseln werden die Prozessparameter in Gl. 2 um den Gasdurchsatz \dot{V}_G und um die Erdbeschleunigung g erweitert, weil wegen des großen Dichteunterschiedes zwischen den beiden Phasen $\Delta\rho$ der Auftrieb berücksichtigt werden muss.

Für den dem Kessel zugeführten Gasvolumenstrom \dot{V}_G wird in der Literatur eine dimensionslose Gasbelastung Q_G angegeben:

$$Q_G = \frac{\dot{V}_G}{nd_R^3}. \quad (30)$$

Die Einleitung eines Gasstromes in einen Rührkessel hat wegen der mit steigendem Gasgehalt sinkenden mittleren Dichte des Stoffsystems Gas-Flüssigkeit bei konstanter Drehzahl einen Abfall der aufgenommenen Rührerleistung zur Folge (vgl. Gl. 2; z.B.: [98]).

JUDAT [40] beschreibt diese Abhängigkeit der Newtonzahl vom Gasdurchsatz Q_G für die Rushton-Turbine mit Gl. 31:

$$Ne_g = 1,5 + (0,5 Q_G^{0,0075} + 1600 Q_G^{2,6})^{-1}. \quad (31)$$

Als Geltungsbereich für Gl. 31 wird $Q_G \leq 0,15$; $Fr \geq 0,65$; $Re \geq 10^4$ und $D/d_R \geq 3,3$ angegeben.

2.2.5 Berechnung des Sauterdurchmessers

Die in der Literatur übliche Vorgehensweise bei der Berechnung des Sauterdurchmessers der Blasen basiert auf der Bestimmung des maximal stabilen Blasendurchmessers. Dieser wird aus einer Energiebilanz errechnet, in die die Oberflächenspannung σ , die Dichte der kontinuierlichen Phase ρ_L und die maximale lokal dissipierte Energie ϵ_{max} eingehen. HINZE [39] ermittelte so die folgende Beziehung für den maximal stabilen Blasendurchmesser:

$$d_{max} = 0,725 \epsilon_{max}^{-0,4} \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0,6}. \quad (32)$$

Die maximal dissipierte Energie ϵ_{max} ist proportional der mittleren Energiedissipationsrate $\bar{\epsilon}$ (vgl. Kap. 2.1.3). Durch Einsetzen von Gl. 6 in Gl. 32 erhält man:

$$d_{max} = 0,725 \left(K_1 \frac{4Ne}{27\pi} n^3 d_R^2 \right)^{-0,4} \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0,6}. \quad (33)$$

Der Sauterdurchmesser der Blasen wird im Gleichgewicht als proportional zum maximal stabilen Durchmesser angenommen [77, 93]. Dem liegt die Annahme zu Grunde, dass jede Blase, die in den Rührkessel eingebracht wird, bei ihrem Aufstieg die Rührerebene passiert und damit den Bereich mit der höchsten Energiedissipationsdichte ϵ_{max} . Mit dieser Annahme ergibt sich aus Gl. 32, wenn zudem der Sauterdurchmesser auf den Rührerdurchmesser bezogen wird:

$$\frac{d_{32}}{d_R} = K_2 0,725 \left(K_1 \frac{4Ne}{27\pi} \right)^{-0,4} \left(\frac{\sigma}{\rho_L n^2 d_R^3} \right)^{0,6}. \quad (34)$$

Die Proportionalitätskonstante K_1 in Gl. 34 beschreibt das Verhältnis von ϵ_{max} zu $\bar{\epsilon}$. Sie beträgt z.B. für die Rushton-Turbine $K_1 = 47,7$ (vgl. Tab. 3). Der rechte Klammerausdruck in Gl. 34 entspricht dem Kehrwert der Weberzahl für den Rührkessel:

$$We = \frac{\rho_L n^2 d_R^3}{\sigma}. \quad (35)$$

Die Proportionalitätskonstante K_2 in Gl. 34 beschreibt das Verhältnis zwischen dem maximal stabilen Blasendurchmesser und ihrem Sauterdurchmesser. PARTHASARATHI & AHMED [77] geben für die Konstante den von der Rührerart unabhängigen Wert $K_2 = 0,785$ an. Sie messen lokal die Blasengrößenverteilung und definieren den maximal stabilen Blasendurchmesser als den Durchmesser, der größer ist als der von 99% aller Blasen.

Gl. 34 wird in der Literatur üblicherweise in der folgenden Schreibweise angegeben:

$$\frac{d_{32}}{d_R} = K_{We} We^{-0,6}. \quad (36)$$

Einige Autoren nehmen eine zusätzliche Abhängigkeit des Sauterdurchmessers vom Hold-up an und erweitern Gl. 36 (z.B.: [52]):

$$\frac{d_{32}}{d_R} = K_3 F(\phi_G) We^{-0,6}. \quad (37)$$

WERNER [93] erweitert die Energiebilanz, die Gl. 32 zu Grunde liegt, um den Term ΔE_{kin} und berücksichtigt so die Trägheit der Blasen gegen eine Geschwindigkeitsänderung. In Gas-flüssig Systemen, bei denen sich die Dichten um Größenordnungen unterscheiden ($\rho_G \ll \rho_L$) wird postuliert, dass die Blase wegen ihrer sehr kleinen Trägheit eine Änderung der kinetischen Energie erfährt, die aber höchstens so groß wie ihre Oberflächenenergie sein kann. Diese Grenzbedingung ist die Formulierung eines Stabilitätskriteriums.

Mit der zusätzlichen Forderung nach der Gültigkeit des Bohr-Wheeler-Kriteriums, demzufolge jede zu zerteilende Blase in zwei gleich große Blasen zerfällt, gelingt WERNER [93] eine halbempirische Bestimmung der Konstante K_{We} (vgl. Tab. 4).

Ausgehend von Gl. 36 oder Gl. 37 wird in der Literatur durch die Anpassung an Messergebnisse die Konstante K_{We} bzw. $K_3 f(\phi_G)$ bestimmt. In Tab. 4 sind die von verschiedenen Autoren ermittelten Konstanten für die Rushton-Turbine und den Schrägblattrührer zusammengefasst:

Tabelle 4: Konstanten K_{We} bzw. $K_3 f(\phi_G)$ für die Rushton-Turbine (RT) und den Schrägblattrührer (SBR).

Rührer	Quelle	Konstante	Anmerkungen
RT	[93]	0,26	$K_1 = 45,6$
RT	[75]	0,48	K_{We} unabhängig von der Rührerart
RT	[77]	0,22	$K_2 = 0,785$, K_1 wie [93]
RT	[77]	0,21	$K_2 = 0,785$, K_1 aus Tab. 3
RT	[52]	0,74	$K_3 = 4,25$, $f(\phi_G) = \phi_G^{0,5}/(1 - \phi_G)^{0,4}$, $\phi_G = 0,01$
RT	[52]	2,42	$K_3 = 4,25$, $f(\phi_G) = \phi_G^{0,5}/(1 - \phi_G)^{0,4}$, $\phi_G = 0,1$
SBR	[93]	0,45	$K_1 = 45,6$
SBR	[75]	0,48	K_{We} unabhängig von der Rührerart
SBR	[77]	0,32	$K_2 = 0,785$, K_1 wie [93]
SBR	[77]	0,35	$K_2 = 0,785$, K_1 aus Tab. 3

Die in der Tabelle dargestellten Werte für die Konstanten K_{We} bzw. $K_3 f(\phi_G)$ zeigen eine breite Streuung auf. Der mit einigen dieser Werte errechnete Sauterdurchmesser, aufgetragen über $We^{-0,6}$, ist in Abb. 7 dargestellt.

Die Abhängigkeit des Sauterdurchmessers von der Rührerdrehzahl kann ebenfalls aus Gl. 34 abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} \frac{d_{32}}{d_R} &= K_2 0,725 \left(K_1 \frac{4Ne}{27\pi} \right)^{-0,4} \left(\frac{\sigma}{\rho_L n^2 d_R^3} \right)^{0,6} \\ &= K_3 \left(\frac{\sigma}{\rho_L d_R^3} \right)^{0,6} n^{-1,2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Durch Substituierung der Drehzahl mit der Beziehung für die Rührer-Reynoldszahl (Gl. 3) ergibt sich unter der Annahme konstanter Stoffwerte und Kesselgeometrie die Bestimmungsgleichung für den Sauterdurchmesser als Funktion der Rührer-Reynoldszahl:

$$\frac{d_{32}}{d_R} = K_3 \left(\frac{\sigma}{\rho_L d_R^3} \right)^{0,6} \left(\frac{\rho_L d_R^2}{\eta_L} \right)^{1,2} Re_R^{-1,2} = K_{Re} Re_R^{-1,2}. \quad (39)$$

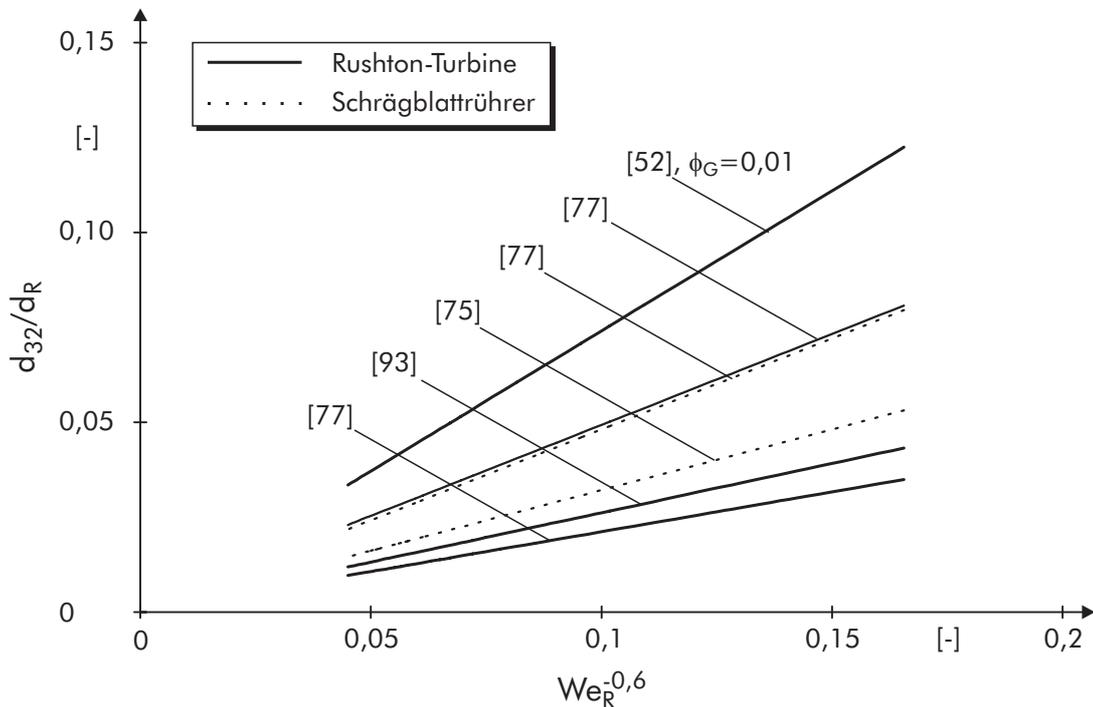


Abbildung 7: Sauterdurchmesser als Funktion der Weberzahl mit Beziehungen aus der Literatur (vgl. Tab. 4).

2.2.6 Hold-up und spezifische Phasengrenzfläche

Es existieren in der Literatur einige Ansätze, die von der Füllstandserhöhung im begasten Rührkessel im Vergleich zum unbegasten Rührkessel auf den Gasanteil (Hold-up, ϕ_G) im Rührkessel schließen (z.B. [37]). Aus diesen Messungen werden empirische Beziehungen für den Hold-up entwickelt, die in aller Regel nicht dimensionsrichtig sind und somit den physikalischen Zusammenhang nur unvollständig wiedergeben.

Der Hold-up ist bisher nicht theoretisch vorhersagbar. Es gibt in der Literatur kein Modell, mit dem von der Bestimmung des maximal stabilen Blasendurchmessers oder des Sauterdurchmessers auf den sich einstellenden Hold-up geschlossen werden kann.

Die sich an einem Betriebspunkt einstellende spezifische Phasengrenzfläche kann ohne Kenntnis des Hold-up nicht rechnerisch bestimmt werden (vgl. Gl. 22). Sie kann darüber hinaus mit den gängi-

gen Messtechniken (z.B.: Absaugsonden oder Leitfähigkeitsmessungen) auch nicht direkt gemessen werden.

Um dennoch Aussagen über die Phasengrenzfläche treffen zu können, existiert in der Literatur eine Vielzahl von Arbeiten, die aus globalen Stoffübergangsmessungen den so genannten $k_L a$ -Wert bestimmen. Dieser stellt das Produkt des Stoffübergangskoeffizienten k_L mit der spezifischen Phasengrenzfläche a dar. Ist der Stoffübergangskoeffizient aus anderen Experimenten bekannt, kann daraus die spezifische Phasengrenzfläche errechnet werden.

Eine Zusammenstellung der am häufigsten gebrauchten empirischen Beziehungen für den Hold-up, den $k_L a$ -Wert und die spezifische Phasengrenzfläche a findet sich in ZLOKARNIK [98].

2.2.7 Koaleszenz

Die sich im Rührkessel einstellende Blasengrößenverteilung wird durch ein Gleichgewicht von Dispergierung und Koaleszenz bestimmt. Um den Dispergiermechanismus getrennt untersuchen zu können, werden in den meisten Arbeiten in der Literatur der Flüssigkeit koaleszenzhemmende Substanzen zugegeben (z.B.: [4, 76]). Zudem ist nach LEHR [54] bei Gasgehalten von $\phi_G < 10\%$ der Einfluss von Koaleszenzeffekten auf die Blasengrößenverteilung der Blasen vernachlässigbar gering. Da in dieser Arbeit keine Betriebspunkte untersucht wurden, an denen ein höherer Gasgehalt im Rührkessel vorlag, wird in dieser Arbeit nicht auf die Blasenkoaleszenz eingegangen. Zur Beschreibung von Koaleszenzvorgängen sei auf die Literatur verwiesen (z.B.: [71, 72, 79, 92]).

2.3 Populationsbilanz für den Blasenzerfall

LEHR [54] berechnet unter Anwendung einer Populationsbilanz numerisch die Änderung der Größenverteilung von Blasen, die sich in einer turbulenten Strömung befinden. Der Populationsbilanz liegt eine so genannte Blasenzerfallskernfunktion zu Grunde. Mit Hilfe dieser Funktion kann die Häufigkeit, mit der eine Blase durch die Einwirkung einer turbulenten Strömung zerfällt, sowie die Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente berechnet werden.

Diese für den Blasenzerfall in Blasensäulen von LEHR [54] entwickelte Kernfunktion wird in dieser Arbeit auf die Dispergierung von Blasen im Rührkessel angepasst (vgl. Kap. 6).

2.3.1 Voraussetzungen

Um die Dispergierung der Blasen mit der Blasenzerfallskernfunktion quantitativ bestimmen zu können, trifft LEHR [54] die folgenden Annahmen:

1. In einer turbulenten Strömung wird der Zerfall einer Blase durch die Kollision von Wirbeln unterschiedlicher Ausdehnung mit der Blase verursacht [51, 79, 92]. Die Turbulenz wird vereinfacht als isotrop angenommen [51, 58, 79]. Nach HINZE [39] ist der Fehler dieser Annahme auch für Strömungen mit anisotroper Turbulenz gering.
2. Eine Blase zerfällt bei einem Zerfall in zwei Blasenfragmente. Bei höherer Turbulenzintensität und für Stoffsysteme mit niedrigerer Grenzflächenspannungen zerfallen die Blasen häufiger. Diese Annahme wird von [35, 92, 95] experimentell bestätigt.
3. Bestimmend für den Blasenzerfall ist das Gleichgewicht zwischen den Oberflächenspannungskräften der Blase τ_σ und den Trägheitskräften des Wirbels τ_λ . Eine Blase zerfällt nur dann, wenn die Trägheitskräfte des Wirbels τ_λ die Oberflächenspannungskräfte der Blase überwinden können.

Das Auftreffen der Wirbel auf der Blasenoberfläche deformiert die Blase. Am Ort der beginnenden Einschnürung ist die Blasenform lokal nahezu zylinderförmig (vgl. Abb. 8).

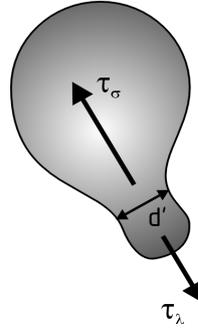


Abbildung 8: Kräftebilanz beim Zerfall einer Blase [54].

Die Oberflächenspannungskräfte der Blase sind eine Funktion der Blasenform und damit der Größe der entstehenden Blasenfragmente (vgl. Abb. 8). Die Kräftebilanz lautet damit:

$$\tau_\lambda = \frac{1}{2} \rho_L u_\lambda'^2 = 2 \frac{\sigma}{d'} = \tau_\sigma \quad (40)$$

Mit u_λ' wird die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit der Wirbel und mit d' der Durchmesser des kleineren Blasenfragments (Tochterblase) bezeichnet. Gleichzeitig entsteht ein Blasenfragment mit dem Durchmesser $d'' = (d^3 - d'^3)^{\frac{1}{3}}$.

4. Die Betrachtungen beschränken sich auf Wirbel, die größer als das Kolmogorov'sche Mikromaß (vgl. Gl. 12) sind. Dies stellt für die weitere Berechnung jedoch keine Einschränkung dar, da kleinere Wirbel nicht genügend Energie haben, um einen Zerfall einer Blase einzuleiten.
5. Nur Wirbel, deren Ausdehnung kleiner ist als der Blasendurchmesser, können den Zerfall einer Blase einleiten. Größere Wirbel transportieren die Blase [51, 54, 58, 79]. Gleichzeitig folgt aus dieser Annahme, dass der Durchmesser des kleineren entstehenden Blasenfragments kleiner als der Wirbel sein muss, der zum

Zerfall der Blase geführt hat. Für die Ausdehnung der Wirbel λ , die einen Zerfall einer Blase auslösen können, gilt somit folgende Ungleichung:

$$d' < \lambda < d \quad (41)$$

2.3.2 Blasenzerfallskernfunktion [54]

Die Blasenzerfallskernfunktion $r_1(V', V)$ beschreibt die Häufigkeit, mit der eine Blase durch die Einwirkung einer turbulenten Strömung zerfällt, sowie die Größenverteilung der dabei entstehenden Blasenfragmente. Dabei geht LEHR [54] von einem binären Zerfall aus, in dem von einer Blase mit dem Volumen V eine Blase mit dem Volumen V' abgetrennt wird (vgl. Abb. 8):

$$r_1(V', V) = \int_{d'}^d \omega(V, \lambda) P(\lambda, V', V) d\lambda. \quad (42)$$

In Gl. 42 gibt $\omega(V, \lambda)$ die Zahl der Zusammenstöße pro Zeiteinheit zwischen einer Blase mit dem Volumen V und einem Wirbel mit dem Längenmaßstab λ an. Mit $P(\lambda, V', V)$ wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass bei diesem Zusammenstoß durch den Zerfall einer Blase mit dem Volumen V ein Blasenfragment mit dem Volumen V' gebildet wird.

Die Kollisionsfrequenz $\omega(V, \lambda)$ berücksichtigt die in einem turbulenten Strömungsfeld zufällige Bewegung der Wirbel mit einem Ansatz aus der kinetischen Gastheorie [54] sowie die Anzahl der Wirbel im Bilanzvolumen (vgl. Gl. 13).

Die Wahrscheinlichkeit $P(\lambda, V', V)$ wird aus der Kräftebilanz nach Gl. 40 berechnet. Mit berücksichtigt wird darin die (normalverteilt schwankende) kinetische Energie des auftreffenden Wirbels, durch die wiederum die Größe der entstehenden Blasenfragmente beeinflusst wird. Für die Kräftebilanz in Gl. 40 ist der Durchmesser des kleineren Blasenfragments d' relevant. Daher gilt die Beziehung für $P(\lambda, V', V)$ nur für das kleinere Blasenfragment $0 \leq V' \leq V/2$. Für das größere Blasenfragment $V/2 \leq V' \leq V$ muss entsprechend $P(\lambda, V', V) = P(\lambda, V - V', V)$ angesetzt werden.

Die Blasenzerfallskernfunktion wird schließlich durch die Integration von Gl. 42 über alle Wirbel mit Längenmaßstäben zwischen d' und d (vgl. Annahme 4) erhalten.

Da nur binärer Zerfall berücksichtigt wird (vgl. Annahme 2), kann die Blasenzerfallsfrequenz f_z durch die Integration der Blasenzerfallskernfunktion in den Grenzen von 0 bis $V/2$ berechnet werden:

$$f_z = \int_0^{V/2} r_1(V', V) dV'. \quad (43)$$

Für die Größenverteilung $\beta(V', V)$ der entstehenden Blasenfragmente gilt schließlich:

$$\beta(V', V) = \frac{r_1(V', V)}{f_z}. \quad (44)$$

Das Integral in Gl. 42 kann als Summe unvollständiger Γ -Funktionen berechnet werden. Damit werden analytische Ausdrücke für die Blasenzerfallskernfunktion r_1 , die Blasenzerfallsfrequenz f_z und die Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente erhalten, deren Auswertung jedoch relativ aufwändig ist.

Nach LEHR [54] lassen sich die Beziehungen in guter Näherung durch einfachere Ausdrücke ersetzen. Dazu wird Gl. 42, Gl. 43 und Gl. 44 mit

$$L = \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} \cdot \frac{1}{\epsilon^{2/5}}; \quad T = \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{2/5} \cdot \frac{1}{\epsilon^{3/5}} \quad (45)$$

und

$$\begin{aligned} d^* &= \frac{d}{L}; & \lambda^* &= \frac{\lambda}{L}; & V^* &= \frac{V}{L^3}; & V'^* &= \frac{V'}{L^3}; & f_z^* &= f_z T; \\ r_1^*(V'^*, V^*) &= r_1(V', V) L^3 T; & \beta^*(V'^*, V^*) &= \beta(V', V) L^3 \end{aligned} \quad (46)$$

in dimensionsloser Form dargestellt:

$$r_1^*(V'^*, V^*) = \sqrt{2} C \int_{d'^*}^{d^*} \frac{(\lambda^* + d^*)^2}{\lambda^{*13/3} d'^{*4}} \exp\left(\frac{2}{\lambda^{*2/3} d'^*}\right) d\lambda^*, \quad (47)$$

$$f_z^* = \int_0^{V/2} r_1^*(V'^*, V^*) dV'^*, \quad \text{und} \quad (48)$$

$$\beta^*(V'^*, V^*) = \frac{r_1^*(V'^*, V^*)}{f_z^*}. \quad (49)$$

Die Konstante in Gl. 47 beträgt $C = 0,8413$ (vgl. Gl. 13).

Damit erhält LEHR [54] die vollständige Lösung für die dimensionslose Blasenzerfallsfrequenz:

$$f_z^* = 0,5 d^{*5/3} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}}{d^{*3}}\right). \quad (50)$$

Der Verlauf der Blasenzerfallsfrequenz über dem dimensionslosen Primärblasendurchmesser ist in Abb. 9 dargestellt. Die Blasenzerfallsfrequenz steigt mit zunehmendem Blasendurchmesser, zunehmender Dissipationsrate, zunehmender Flüssigkeitsdichte sowie abnehmender Oberflächenspannung. Für einen dimensionslosen Blasendurchmesser $d^* \leq 0,7$ ist die Blasenzerfallsfrequenz nahezu Null (vgl. Abb. 9). Diese Blasengröße entspricht gerade dem von Hinze [39] beschriebenen maximalen stabilen Blasendurchmesser, den er mit $d^* = 0,725$ angibt (vgl. Gl. 32).

Die dimensionslose Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente gibt LEHR [54] mit einer normierten logarithmischen Normalverteilung an:

$$\beta^*(V'^*, V^*) = \frac{6}{\pi^{1,5} d^{*3}} \frac{\exp[-2,25 (\ln(2^{2/5} d'^*))^2]}{1 + \operatorname{erf}(1,5 \ln(2^{1/15} d^*))}. \quad (51)$$

Die Normalverteilung $\beta^*(V'^*, V^*)$ in Gl. 51 hat den Medianwert $d_{0,50}^* = 2^{-2/5}$. Die Durchmesser schwanken mit einer Standardabweichung von $s = \sqrt{2}/3$ um diesen Medianwert.

Durch die Normierung wird der Einfluss der Größe der Ausgangsblase d^* auf die Größenverteilung $\beta^*(V'^*, V^*)$ berücksichtigt. Damit können die Größenverteilungen, die sich bei der Dispergierung verschieden großer Ausgangsblasen einstellen, in einem Diagramm dargestellt werden (vgl. Abb. 10). Der Normierungsterm in Gl. 51 ergibt sich zu:

$$A(d^*) = \frac{1 + \operatorname{erf}[1,5 \ln[2^{1/15} d^*]]}{2} \quad (52)$$

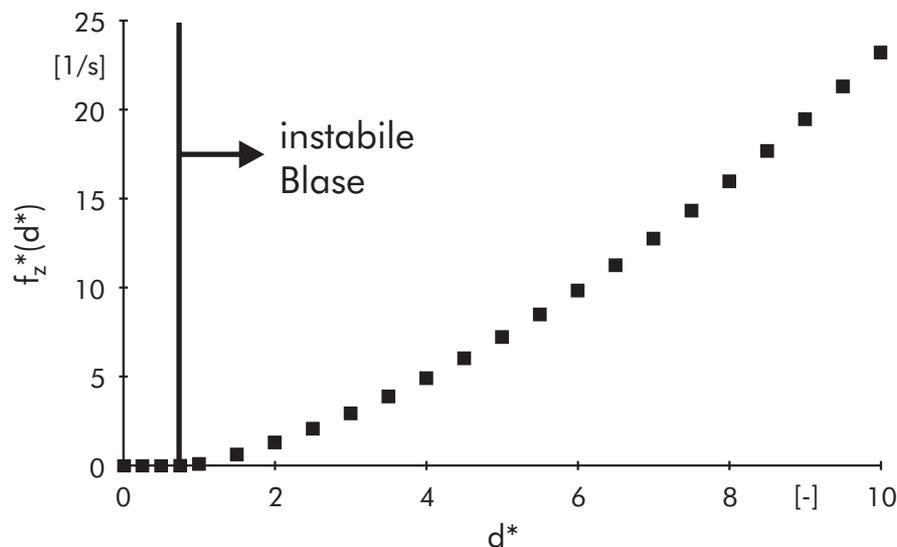


Abbildung 9: Dimensionslose Blasenzerfallsfrequenz [54].

In Abb. 10 ist die Größenverteilung der beim Zerfall gebildeten Tochterblasen für verschieden große Ausgangsblasen über dem Volumenverhältnis V'/V_0 dargestellt.

Ausgangsblasen, die nur geringfügig größer sind als die maximal stabilen Blasen, zerfallen bevorzugt in zwei etwa gleich große Blasenfragmente. LEHR [54] begründet das damit, dass für diese Blasen die Oberflächenspannungskräfte dominieren. Der Zerfall in annähernd

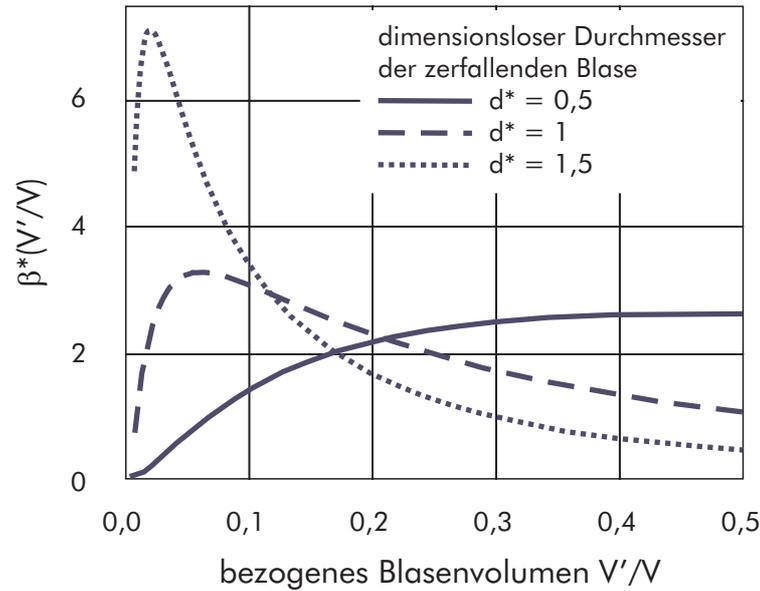


Abbildung 10: Dimensionslose bezogene Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente [54].

gleich große Blasen wird bevorzugt, weil hierfür die geringste Energie aufgebracht werden muss.

Beim Zerfall größerer Blasen werden bevorzugt unterschiedlich große Blasenfragmente gebildet. Die Anzahldichte der Wirbel nimmt mit zunehmender Wirbelgröße stark ab (vgl. Gl. 13). Große Blasen werden bevorzugt von kleineren Wirbeln getroffen. Diese Kollisionen können nur einen Zerfall in ein kleineres und ein größeres Blasenfragment zur Folge haben (vgl. Abb. 10).

Weder Gl. 51 noch Gl. 50 enthält empirische Parameter, die an Ergebnisse experimenteller Untersuchungen angepasst werden müssen. Mit diesen Beziehungen kann LEHR [54] quantitativ die Anzahl und die Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente als Funktion der Dissipationsrate ϵ , der Flüssigkeitsdichte ρ_L , der Oberflächenspannung σ und des Durchmessers der zerfallenden Blase d_0 auf numerischem Wege bestimmen.

2.4 Bewertung der theoretischen Grundlagen

Aus den beiden vorangegangenen Kapiteln geht hervor, dass mit der vorhandenen Modellvorstellung die Größen Phasengrenzfläche und Hold-up nicht und der Sauterdurchmesser der Blasen nur eingeschränkt vorausberechnet werden kann.

Eine der Ursachen dafür ist, dass wegen der äußerst schwierigen messtechnischen Erfassung der gesuchten Größen d_{32} , Φ_G , a keine ausreichend breite Basis experimenteller Daten existiert, die als Grundlage für eine verbesserte Modellbildung dienen könnte. Die vorliegenden experimentellen Daten wurden oft an geometrisch unähnlichen Rührkesseln gewonnen und sind somit nicht miteinander vergleichbar. Zudem wurde in den Arbeiten, in denen die Blasengrößen experimentell und oft invasiv bestimmt wurden, nur an “ausgewählten” Stellen im Rührkessel gemessen und von den dort erhaltenen Größenverteilungen auf den gesamten Rührkessel geschlossen. Diese Schlussfolgerung ist jedoch insbesondere für die invasiv gewonnenen Größen fehlerbehaftet. Die Größe der Primärblasen wird in seltensten Fällen gemessen, ihr Einfluss auf die mittlere Blasengröße daher meist vernachlässigt.

Seine separate Bestimmung wird in der Regel nicht unter ähnlichen Bedingungen wie im Rührkessel durchgeführt. Zudem berücksichtigt diese Herangehensweise nicht die Verweilzeitverteilung der Blasen im Rührkessel. Damit ist die Berechnung der spezifischen Phasengrenzfläche a aus dem global gemessenen $k_L a$ -Wert und dem separat ermittelten Stoffübergangskoeffizienten k_L fehlerbehaftet.

Neben den Problemen, theoretische Modelle mit aussagefähigen experimentellen Daten abzusichern, zeigt sich jedoch auch, dass die Modellvorstellung, die der fluiddynamischen Beschreibung der zweiphasigen Rührkesselströmung zu Grunde liegt, wichtige Einflussgrößen nicht beachtet. So werden weder der dem Kessel zugeführte Gasvolumenstrom noch die Stoffwerte der Flüssigkeit bei der Berechnung des Sauterdurchmessers berücksichtigt.

Durch die Annahme, dass bei einem turbulenten Betriebszustand der Leistungseintrag unabhängig von der Reynoldszahl ist, geht die Viskosität der Flüssigkeit nicht mehr in die weiteren Betrachtungen mit ein. Dies mag bei der Berechnung des maximal stabilen Blasendurchmessers noch gerechtfertigt sein, ist aber bei der Bestimmung des Sauterdurchmessers eine relativ grobe Näherung.

Der entscheidende Nachteil der bisherigen Herangehensweise ist jedoch, dass es mit keiner Überlegung gelingen kann, ausgehend vom mittleren Blasendurchmesser auf den Hold-up zu schließen. Es fehlen Modelle, die neben der Größe der maximal stabilen Blase auch noch die Größen der entstehenden Blasen berücksichtigen.

Nur durch die differenzierte Betrachtung dieser Blasengrößen kann aber auf den unterschiedlich langen Verbleib unterschiedlich großer Blasen geschlossen werden. Damit sind – wenn auch nur numerisch – Aussagen über den Hold-up und die Phasengrenzfläche möglich.

Wegen der in einem frühen Stadium der bisherigen Modelle getroffenen Annahme, dass der Sauterdurchmesser proportional zum maximal stabilen Blasendurchmesser ist, werden solche Überlegungen bisher im Ansatz ausgeschlossen.

Aussagen über den Hold-up werden bisher auch dadurch erschwert, dass die Drehzahl des Rührers nur bei der Bestimmung der maximal stabilen Blasengröße berücksichtigt wird. Vernachlässigt wird hingegen ein durch eine Drehzahlerhöhung steigender Pumpvolumenstrom an Flüssigkeit, der sich auf die Anzahl und die Größe der in den Flüssigkeitswirbeln gehaltenen Blasen auswirkt.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich die Forderung nach einer Erweiterung des Modells, das der Beschreibung der Blasendispergierung zu Grunde liegt. Neben einer Aussage über maximal stabile Blasendurchmesser müssen aus dieser Analyse Vorhersagen über die Größenverteilung der entstehenden Blasenfragmente hervorgehen. Die in Kap. 2.3 vorgestellte Blasenzerfallskernfunktion kann so erweitert und auf die Strömung im Rührkessel angepasst werden, dass die erforderlichen Aussagen gewonnen werden.

Ein neues Modell kann aber nur dann erfolgreich etabliert werden, wenn es durch experimentelle Daten abgesichert ist. Diese Daten müssen an einer Versuchsanlage gewonnen werden, die die Übertragbarkeit der Ergebnisse gewährleistet. Zudem ergeben sich für die Experimente folgende Anforderungen:

- Es dürfen nur nicht-invasive Messtechniken eingesetzt werden, da die gemessenen Größen sonst mit einem zu großen und zudem nicht quantifizierbaren Fehler behaftet sind.
- Der gesamte Rührkessel muss in den Messungen untersucht werden, um die Zielgrößen Sauterdurchmesser, Phasengrenzfläche und Hold-up aus den Experimenten mit hoher Genauigkeit ermitteln zu können. Diese globalen Messungen der Blasengrößen müssen zudem auch lokal hoch aufgelöst werden können.
- Die Blasendispergierung muss genauer untersucht werden, um auch experimentell die Blasendurchmesser bestimmen zu können, die bei der Dispergierung entstehen.
- Die Primärblasengröße muss experimentell erfasst werden, um ihren Einfluss auf die Zielgrößen quantifizieren zu können.

Der Anforderung, nur nicht-invasive Messtechniken einzusetzen, wurde durch die Wahl der Impulsholographie Rechnung getragen. Diese optische Messtechnik verlangt einen vollständigen und verzerrungsfreien optischen Zugang zum Messvolumen (= gesamter Rührkessel). Die Umsetzung der daraus abgeleiteten Anforderungen an die apparative Gestaltung der Versuchsanordnung ist im folgenden Kapitel beschrieben.

3 Versuchsanlage

Der in dieser Arbeit untersuchte Rührkessel ist inklusive seiner Einbauten aus Glas gefertigt, um einen vollständigen optischen Zugang zu seinem Inneren und somit den Einsatz optischer Messtechniken zu ermöglichen. Der Aufbau der Versuchsanordnung ist in Abb. 11 schematisch dargestellt.

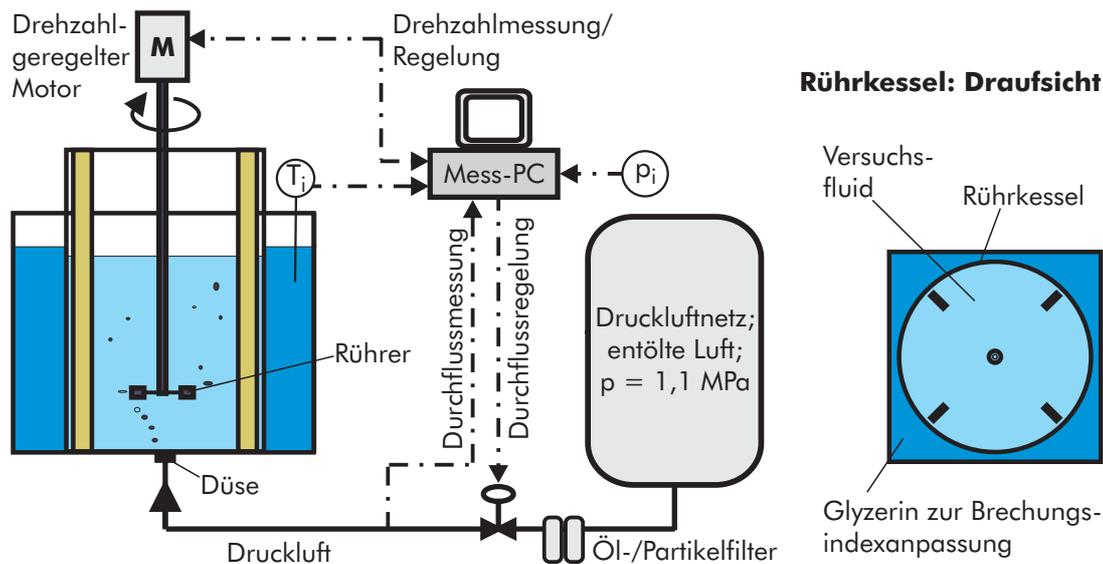


Abbildung 11: Schematische Darstellung der Versuchsanordnung.

Um einen verzerrungsfreien optischen Zugang zum Inneren des Rührkessels zu erhalten, ist die Rührkesselanordnung so gestaltet, dass Brechungsindexunterschiede zwischen der Umgebung und dem Inneren des Rührkessels nur an ebenen Oberflächen auftraten.

Dazu ist der zylindrische Rührkessel in einem zweiten Glasbehälter mit quadratischer Grundfläche angeordnet und der Raum zwischen den beiden Behältern mit Glyzerin gefüllt. Das Glyzerin hat den gleichen Brechungsindex wie das Glas, aus dem die beiden Behälter gefertigt sind. Auch das Versuchsfluid im Inneren des Kessels muss den gleichen Brechungsindex wie das Behälterglas aufweisen. Als Versuchsfluid wird daher wahlweise reines Dimethylsulfoxid (DMSO) oder eine Mischung aus DMSO und Glyzerin eingesetzt, um die Viskosität des Versuchsfluids einstellen zu können.

Auf diese Weise wird erreicht, dass der Rührkessel – von der Seite betrachtet – optisch wie ein Glasblock mit senkrechten ebenen Wänden wirkt. Sämtliche Verzerrungen, die auf Grund von Lichtbrechung an der zylindrischen Rührkesselwand auftreten können, werden durch diese Anordnung und die Wahl der Versuchsfluide ausgeschlossen. Dies hat zur Folge, dass die Blasen an jeder Stelle im Rührkessel unverzerrt beobachtet werden können. Eine Voraussetzung für den Einsatz der Impulsholographie ist damit erfüllt.

Als Antrieb für die Rührer dient ein im Bereich von $n = 50 - 2000 \text{ U/min}$ drehzahl geregelter Motor. Die Luft wird über eine zentrisch in den Boden versenkte Düse in den Kessel eingebracht. Die Primärblasengröße wird durch den Einsatz von Düsen mit unterschiedlichen Düsendurchmessern variiert.

Die Drehzahl, der zugeführte Luftvolumenstrom sowie der Umgebungsdruck und die Flüssigkeitstemperatur werden während eines Versuches gemessen und in einem Messrechner abgespeichert (vgl. Abb. 11).

Der in dieser Arbeit untersuchte Rührkessel wurde so ausgelegt, dass sowohl die Richtlinien der DIN 28131, als auch die der Gesellschaft für Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GVC) erfüllt sind, in denen die geometrischen Abmessungen festgelegt sind.

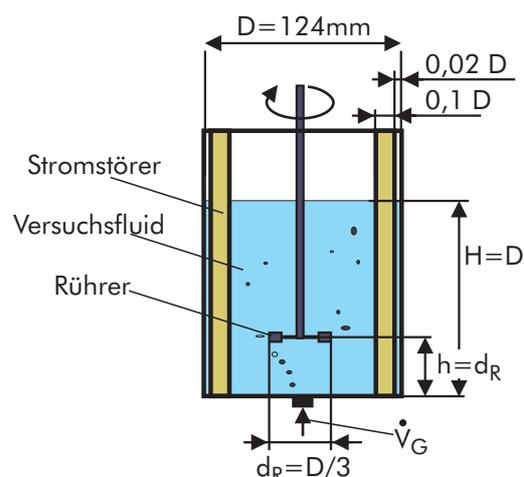


Abbildung 12: Schematische Darstellung des Versuchsrührkessels.

Damit sind die an diesem Rührkessel erhaltenen Ergebnisse mit denen vergleichbar, die an Standardrührkesseln anderer Größen gewonnen wurden.

Der zylindrische Kessel mit einem Durchmesser von $D = 124 \text{ mm}$ hat einen flach ausgeführten Boden. Am Umfang des Kessels sind entsprechend der Norm vier gläserne Stromstörer angeordnet, die eine durch den Rührvorgang verursachte Trombenbildung unterdrücken. Der Füllstand im Kessel entspricht dessen Durchmesser ($H/D = 1$, vgl. Abb. 12).

In dieser Arbeit wird die Dispergierwirkung einer Rushton-Turbine sowie eines abwärts und eines aufwärts fördernden Sechs-Blatt-Schrägblattrührers untersucht. Die Rührer werden in einer Höhe von $h/H = 1/3$ zum Boden des Kessels eingebaut (vgl. Abb. 12) und haben einen Durchmesser von jeweils $d = 40 \text{ mm}$ (vgl. Abb. 13).

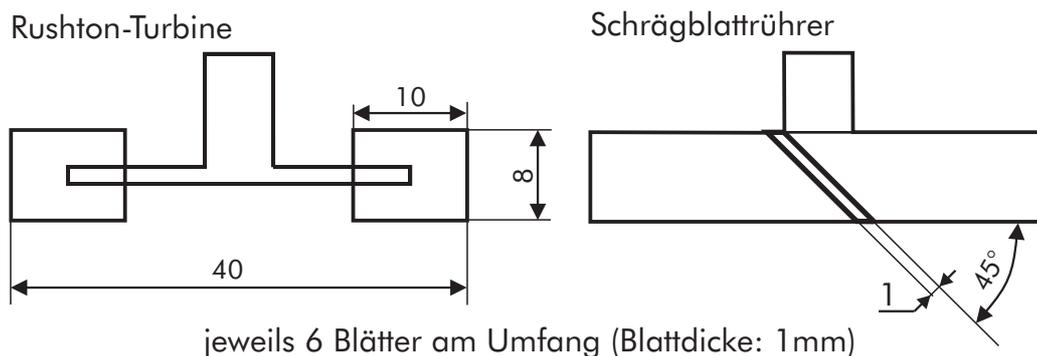


Abbildung 13: Skizze der untersuchten Rührer:

links: Rushton-Turbine, rechts: Schrägblattrührer.

Die Rushton-Turbine wird in der Literatur als Standard-Dispergierorgan bezeichnet [98]. Bei ihrem Einsatz steht die Erhöhung des Dispersionsgrades der eingebrachten Luft im Vordergrund. Sie ist ein schnelllaufender, radial fördernder Rührer. Die aufgenommene Leistung wird in den im Abströmbereich des Rührers starken Scherfeldern mit hohen lokalen Energiedissipationsdichten abgegeben, in denen die Blasen zerteilt werden.

Der Schrägblattrührer gehört zu den schnelllaufenden axial fördernden Rührern. Dieser Rührer ist nach KIPKE [42] ein Kompromiss

aus einem strömungsmechanisch guten Förderorgan und einem Dispergierorgan. Der Einsatz eines Schrägblattrührers dient neben der Blasendispergierung auch der gleichmäßigen Verteilung der Blasen im Rührkessel.

Die dynamische Viskosität des Versuchsfluids Dimethylsulfoxid beträgt $\eta = 2 \text{ mPas}$, liegt also in der Nähe der Viskosität von Wasser ($\eta_{H_2O} = 1 \text{ mPas}$). Die Viskosität von reinem Glycerin beträgt $\eta = 1400 \text{ mPas}$. Die beiden Flüssigkeiten sind ineinander in jedem Verhältnis mischbar. Durch Ändern des Mischungsverhältnisses wurde die Viskosität des Versuchsfluides eingestellt. Die Oberflächenspannung von reinem DMSO und des Gemisches bleibt über ein weites Mischungsverhältnis annähernd konstant bei $\sigma = 44 \text{ mN/m}$, also deutlich unter der Oberflächenspannung von Wasser ($\sigma_{H_2O} = 70 \text{ mN/m}$) und wurde in dieser Arbeit nicht verändert.

Mit der beschriebenen Gestaltung der Rührkesselanordnung wurden die Voraussetzungen für den Einsatz optischer Messtechniken erfüllt. Der verzerrungsfreie optische Zugang zum gesamten Messvolumen wurde gewährleistet. Der optische Versuchsaufbau, in den diese Rührkesselanordnung eingesetzt wurde, ist in der Folge beschrieben.

4 Die optische Messtechnik

In dieser Arbeit wird die Impulsholographie als Messtechnik eingesetzt. Mit dieser optischen und damit nicht-invasiven Messtechnik kann Anzahl, Größe und Aufenthaltsort **aller** im Rührkessel befindlichen Blasen dreidimensional und verzerrungsfrei erfasst werden. Damit können die in Kap. 2.2.1 genannten Zielgrößen direkt und mit großer Genauigkeit aus dem Experiment bestimmt werden.

4.1 Holographie

Die Holographie wurde 1948 von GABOR [27] bei Versuchen entdeckt, das Auflösungsvermögen von Rasterelektronenmikroskopen zu verbessern. Bis Mitte der sechziger Jahre fand sie wegen des Mangels an kohärenten Lichtquellen und Aufzeichnungsmaterialien jedoch kaum Anwendung. THOMPSON [86] setzte die Holographie erstmals 1967 bei der Analyse von Sprühströmungen ein. Seit Ende der siebziger Jahre erlebt die Holographie durch ständige Verbesserungen der Aufnahmematerialien und Laser einen enormen Aufschwung (z.B.: [33, 87]).

Ein auf der Holographie basierendes Verfahren, die “Real-Time”-Interferometrie, wird von MAYINGER & PANKNIN [66], MAYINGER & NORDMANN [65], MAYINGER & CHEN [62] auf die Untersuchung von Wärme- und Stoffübertragungsvorgängen angewandt.

Impulsholographie

Die holographische Partikelmesstechnik (Impulsholographie) hat die Aufgabe, aus räumlichen Partikelfeldern Anzahl, Größe und Position der einzelnen Partikel zu bestimmen. Bei der Aufnahme von Doppelpulshologrammen wird das dreidimensionale Partikelfeld zweimal in einem zeitlich definierten Abstand auf dem Aufnahmemedium gespeichert und damit die beiden räumlichen Positionen der Partikel zum Zeitpunkt der Aufnahmen. Aus dem Abstand der beiden Positionen einer Partikel und der Zeitspanne zwischen den beiden Aufnahmen wird ihr dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektor ermittelt.

Die Kombination dieser ganzheitlichen Messtechnik mit der digitalen Bildverarbeitung zur automatisierten Auswertung der großen Menge aufgenommener Informationen macht die Impulsholographie zu einem leistungsfähigen Messsystem bei der Untersuchung von Partikelfeldern in Mehrphasenströmungen [61, 64, 68].

Ein einfacher optischer Aufbau für die Aufnahme von Impulshologrammen ist in Abb. 14 schematisch dargestellt. Bei der Aufnahme wird ein kohärenter Lichtpuls in zwei Strahlen aufgespalten: den Objektstrahl und den Referenzstrahl. Der Referenzstrahl wird über Spiegel am Messvolumen vorbeigeleitet. Der Objektstrahl wird durch das Messvolumen geleitet und enthält anschließend dessen gesamte optische Information.

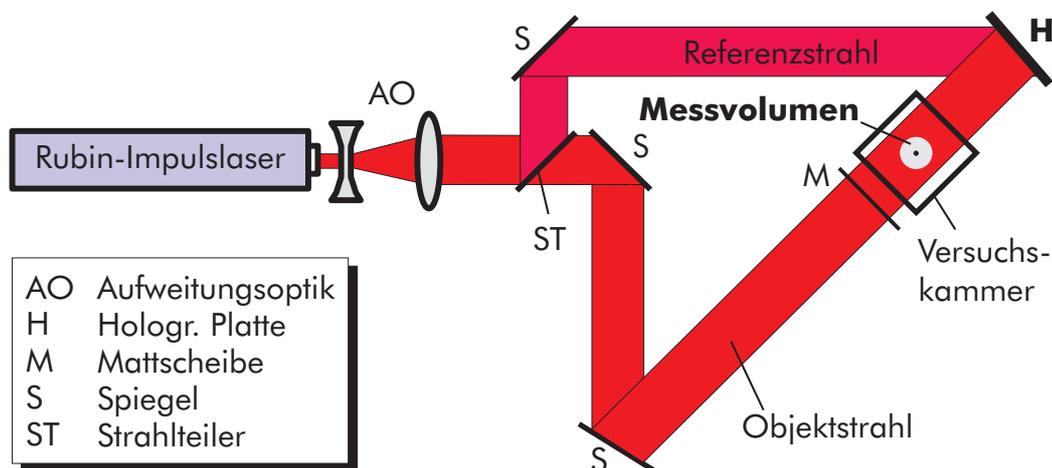


Abbildung 14: Schematische Darstellung eines optischen Aufbaus für die Aufnahme von Impulshologrammen [61].

Nach dem Austritt aus dem Messvolumen wird der Objektstrahl dem Referenzstrahl überlagert. Dabei entsteht ein Interferenzmuster. Sowohl die Amplitude und die Wellenlänge als auch die Phase dieses Wellenfeldes wird auf einem geeigneten Aufnahmemedium, z.B. einer holographischen Platte, gespeichert.

So wird auf der holographischen Platte ein dreidimensionales "Standbild" des Messvolumens gespeichert. Im Gegensatz zu anderen photographischen Verfahren ist die Impulsholographie bei der Aufnah-

me des gesamten dreidimensionalen Messvolumens mit einer hohen räumlichen Auflösung nicht durch die Schärfentiefe limitiert.

Nachdem die holographische Platte photochemisch entwickelt wurde, wird das aufgenommene Hologramm in einem getrennten Schritt rekonstruiert. Dazu fällt ein kohärenter Lichtstrahl mit ähnlicher Wellenlänge, mit der gleichen Strahlgeometrie und unter dem gleichen Auftreffwinkel wie der Referenzstrahl auf die holographische Platte. Dieser so genannte Rekonstruktionsstrahl wird an dem auf der holographischen Platte gespeicherten Interferenzmuster gebeugt. Als erstes Beugungsmaximum entsteht der rekonstruierte Objektstrahl und damit ein reelles Bild des Messvolumens vor dem Aufnahme-medium als sein stehendes, dreidimensionales und verzerrungsfreies Abbild, das nun ausgewertet werden kann.

Weitergehende theoretische Grundlagen der Holographie sind in der Literatur ausführlich beschrieben (z.B.: [1, 43, 63]).

MAYINGER & CHÁVEZ [61] untersuchen mit Hilfe der Impulsholographie die Fluidodynamik und den Wärme- und Stoffübergang beim Einspritzvorgang einer unterkühlten Flüssigkeit in deren Satt-dampf-atmosphäre. Die Autoren verwenden den in Abb. 14 dargestellten einachsigen optischen Aufbau. Die dreidimensionalen holographischen Rekonstruktionen werden schrittweise mit der Fokussierebene einer Videokamera mit großer Blendenöffnung durchfahren und so in eine Vielzahl von Videobildern mit bewusst eng limitierter Schärfentiefe unterteilt. Die Videobilder werden dann sukzessive durch ein digitales Bildverarbeitungssystem ausgewertet.

Aus einfach belichteten Hologrammen (Einzelpulshologramm) wird die Anzahl und Größe sowie die räumliche Position der gebildeten Tropfen gemessen. Mit Doppelpulshologrammen werden die Tropfen zweimal zeitlich versetzt aufgenommen. Aus der Auswertung der Doppelpulshologramme ermitteln die Autoren [61] die Geschwindigkeitsvektoren der Tropfen im Einspritzstrahl in der Bildebene. Die Geschwindigkeitskomponente in Blickrichtung der Kamera wird unter Zuhilfenahme des Einspritzstrahlwinkels abgeschätzt. Diese Arbeit ist detailliert in CHÁVEZ [12] beschrieben.

MAYINGER & GEBHARD [64] untersuchen mit Hilfe der Impulsholographie die Strahlzerteilung von unterkühlten und überhitzten Einspritzstrahlen von Flachstrahldüsen in eine Luftatmosphäre. Für allgemeinere – dreidimensionale – Anwendungen diskutieren die Autoren eine Erweiterung der Hologrammaufnahme um eine zweite Achse, sodass bei jeder Messung zwei Hologramme aufgenommen werden, auf denen das dreidimensionale Abbild des Messvolumens aus unterschiedlichen Blickrichtungen gespeichert ist (vgl. Abb. 15).

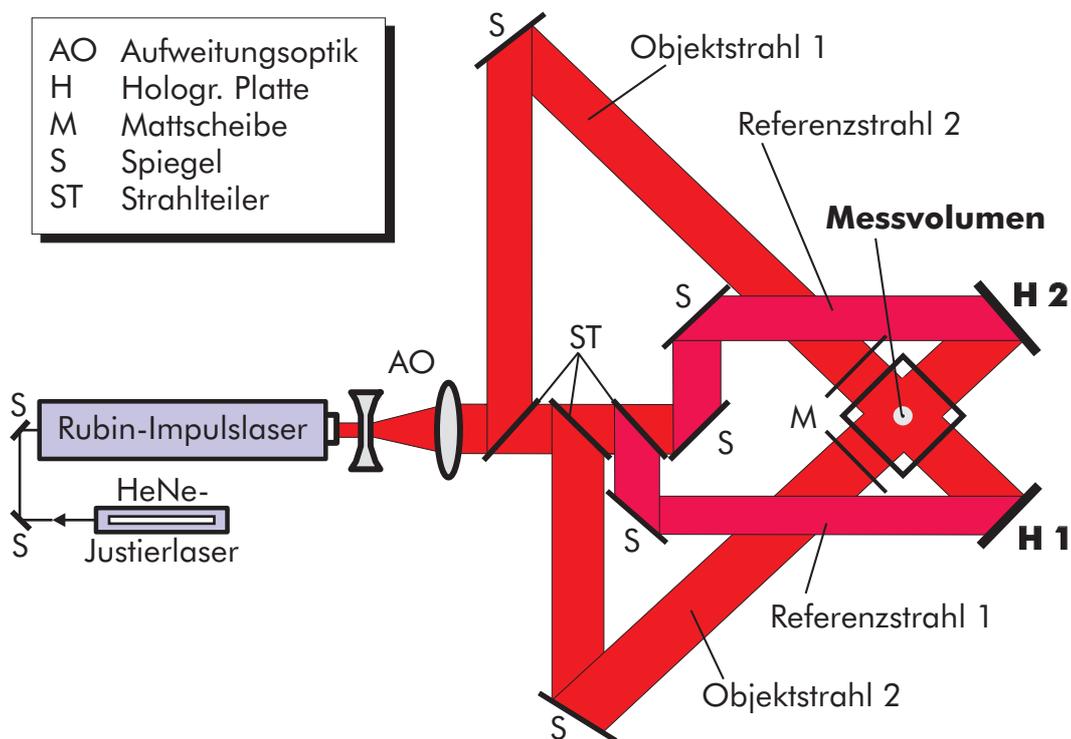


Abbildung 15: Schematische Darstellung eines zweiachsigen holographischen Aufbaus [64].

Die Autoren entwickeln ein *Holographic Particle Image Velocimeter*, mit dem die Geschwindigkeitsfelder der gebildeten Tropfen in den einzelnen Ansichten bestimmt werden ([29, 64]). Mit der zweiachsigen Anordnung bei der Hologrammaufnahme bereiten sie die Grundlage für das in dieser Arbeit angewandte Stereomatchingverfahren, mit dem die beiden simultan aufgenommenen Ansichten des Messvolumens miteinander gekoppelt werden können (vgl. Kap. 4.5).

4.2 Optischer Aufbau für die Hologrammaufnahme in dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird für die Aufnahme der Hologramme im Prinzip der von MAYINGER & GEBHARD [64] entwickelte zweiachsige optische Aufbau verwendet (vgl. Abb. 15). Die Abweichung besteht darin, dass im Vergleich zur Aufnahme von Einspritzstrahlen bei der Aufnahme des gesamten Rührkessels ein wesentlich größeres Messvolumen erfasst werden muss. Der optische Aufbau ist in Abb. 16 schematisch dargestellt.

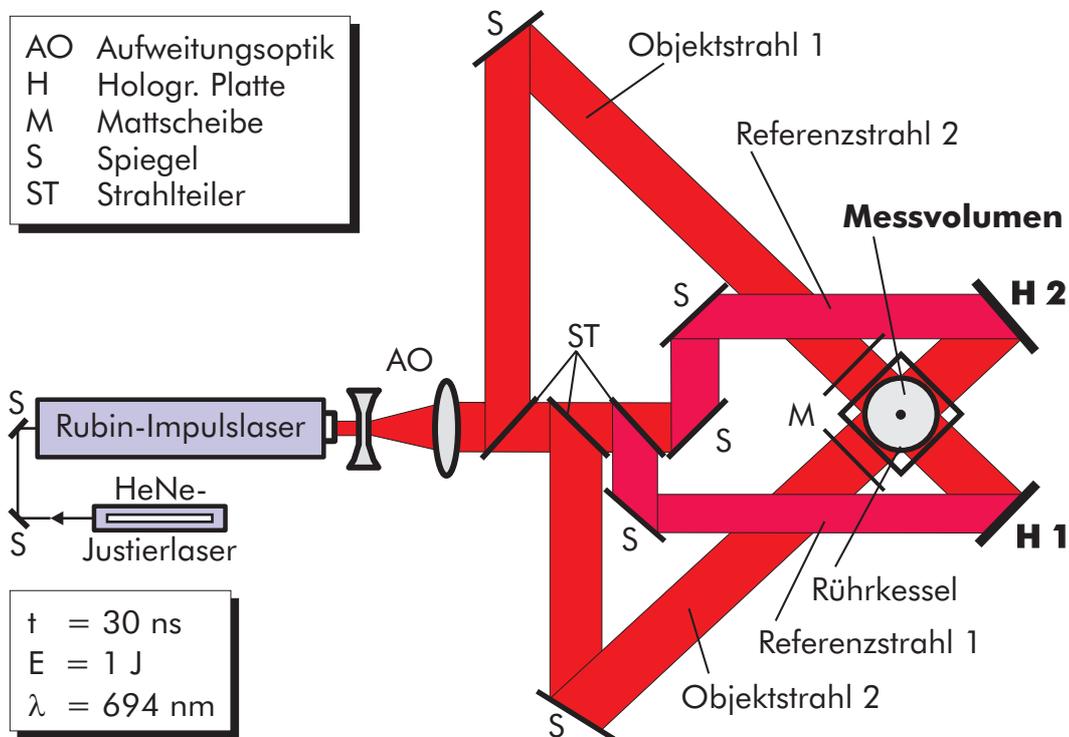


Abbildung 16: In dieser Arbeit eingesetzter optischer Aufbau.

Als Lichtquelle dient ein Rubinimpuls laser, der Lichtpulse mit einer Wellenlänge von $\lambda = 694 \text{ nm}$ mit einer Gesamtenergie von bis zu 1 J bei einer Pulsdauer von 30 ns emittiert. Diese sehr kurze Belichtungszeit lässt auch bei Geschwindigkeiten von mehreren 100 m/s scharfe Abbildungen ohne Bewegungsunschärfe zu.

Der Laserstrahl wird zunächst am Laserausgang aufgeweitet, um zum einen das gesamte Messvolumen ausleuchten zu können und zum anderen die hohe Energiedichte des Laserstrahls zu reduzieren. Die Strahlaufweitung erfolgt in einer nonfokalen Aufweitungsoptik (bikonkave Aufweitungslinse und bikonvexe Sammellinse). Eine herkömmliche Aufweitungsoptik (bikonvexe Aufweitungslinse und bikonvexe Sammellinse), in der der Laserstrahl zunächst fokussiert wird, kann nicht eingesetzt werden, weil in ihrem Brennpunkt wegen des großen Energieinhalts des Laserstrahls die Luft ionisiert würde.

Nach der Parallelisierung des Strahlenbündels koppeln zwei Strahlteiler die beiden Objektstrahlen mit jeweils 30 % der Gesamtenergie des Laserstrahls aus. Die verbleibenden 40 % der Strahlenergie werden gleichmäßig auf die beiden Referenzstrahlen verteilt. Der Energiegehalt der Objektstrahlen sinkt beim Durchqueren des Messvolumens abhängig von dessen optischer Dichte. Diese Abschwächung der Objektstrahlen wird durch ihren höheren Energiegehalt beim Auskoppeln im Vergleich zu den Referenzstrahlen berücksichtigt. Dadurch wird gewährleistet, dass die Intensität von Objekt- und Referenzstrahl vor der holographischen Platte ungefähr gleich groß ist und damit der maximale Kontrast bei der Aufnahme erhalten wird.

Die Objektstrahlen werden an Spiegeln so umgelenkt, dass sie jeweils senkrecht in das Messvolumen einfallen, nachdem sie an je einer Mattscheibe in diffuses Licht umgewandelt wurden. Nach dem Durchqueren des Messvolumens fallen die Objektstrahlen auf die hinter dem Messvolumen angeordneten holographischen Platten (H_1, H_2). Dort werden sie mit den Referenzstrahlen überlagert, die über Spiegel direkt auf jeweils eine holographische Platte gelenkt werden (vgl. Abb. 16).

Die bei dieser Überlagerung entstehenden Interferenzmuster werden auf den holographischen Platten gespeichert. Die beiden holographischen Platten sind in exakt gleicher Entfernung zur Mittelachse des Rührkessels aufgestellt, um denselben Abbildungsmaßstab in den beiden Aufnahmen zu erzielen.

Bei jeder Messung werden zwei Hologramme aufgenommen, auf denen die gesamte dreidimensionale optische Information aus dem Messvolumen in zwei um 90° zueinander gedrehten Blickrichtungen gespeichert ist.

Die Aufnahme beider Hologramme ist wesentlich für die genaue Bestimmung der Blasengrößen. Blasen, die großen Scherspannungen ausgesetzt sind, und solche mit größerem Durchmesser ($d_B > 1 \text{ mm}$) können nicht mehr als kugelförmig angesehen werden. Daher kann aus einer Ansicht nicht mit ausreichender Genauigkeit auf ihr Volumen und ihre Oberfläche geschlossen werden. Durch die Aufnahme und Zuordnung der zweiten Ansicht wird die Größe von elliptischen Blasen wesentlich genauer bestimmt.

Eine wesentliche Voraussetzung für eine eindeutige Zuordnung ist die genaue Justierung der beiden Strahlengänge und die lotrechte Anordnung der beiden holographischen Platten zueinander. Diese Justierung ist mit einem Impulslaser sehr schwierig durchzuführen. Daher wird als Justierhilfe für den Aufbau der Rubinstab des Impulslasers mit einem *HeNe*-Dauerstrichlaser durchstrahlt, dessen Strahlachse mit der des Impulslasers zusammenfällt (vgl. Abb. 16).

4.3 Rekonstruktion der Hologramme

Die Rekonstruktion der Hologramme erfolgt durch Beleuchtung der photochemisch entwickelten holographischen Platten mit dem aufgeweiteten Strahl eines *HeNe*-Dauerstrichlasers, der in seiner Strahlgeometrie und dem Einfallswinkel exakt dem Referenzstrahl entspricht. Der Rekonstruktionsstrahl wird an dem auf der Platte bei der Aufnahme gespeicherten Interferenzmuster gebeugt. Als erstes Beugungsmaximum entsteht der rekonstruierte Objektstrahl, der das reelle Bild des aufgenommenen Rührkessels vor der holographischen Platte dreidimensional und verzerrungsfrei wiedergibt. Der Rekonstruktionsaufbau für die beiden Ansichten ist in Abb. 17 dargestellt. Bei der Rekonstruktion der Hologramme liegt die räumliche Information des gesamten Messvolumens als stehendes, dreidimensionales Bild ohne Einschränkung der Schärfentiefe vor.

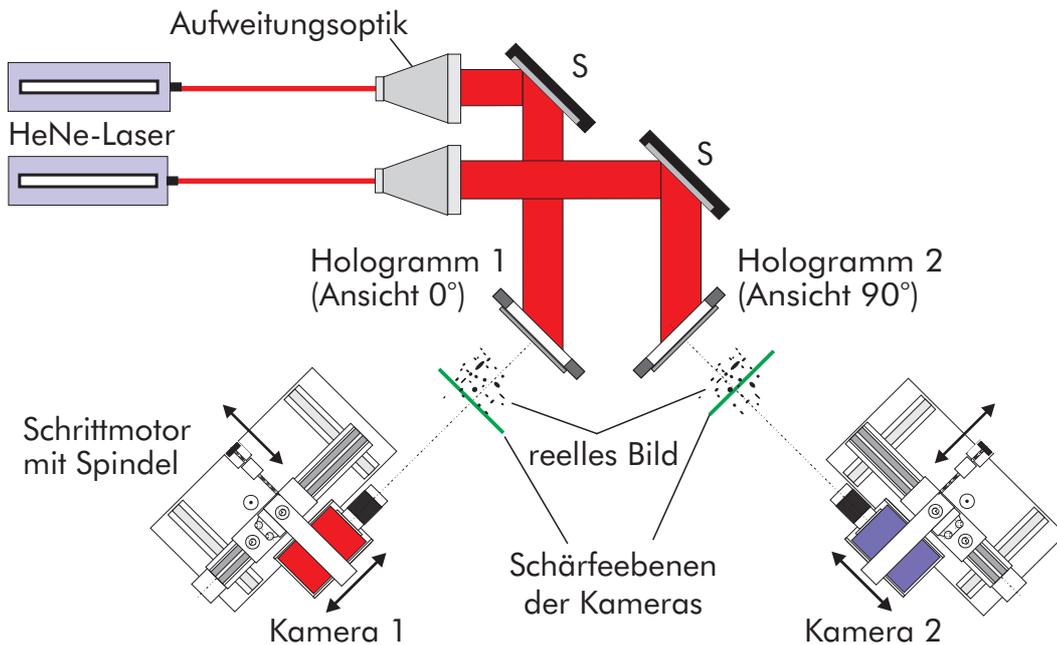


Abbildung 17: Optischer Aufbau zur Rekonstruktion der beiden Hologramme.

Die Beobachtung der beiden holographischen Rekonstruktionen erfolgt mit je einer CCD-Kamera. Die sehr empfindliche Röhre der Kamera ermöglicht es, auch lichtschwache Hologramme mit einem für die weitere Auswertung ausreichenden Kontrast zu betrachten. Eine Bildverarbeitungskarte digitalisiert das sensitive Feld der Röhre mit einer Auflösung von 512×512 Pixeln.

Beide Kameras sind auf je einem xyz -Schlitten montiert (vgl. Abb. 17). In Richtung der optischen Achse wird die Kamera mit einem Schrittmotor-Spindeltrieb der Firma Isel computergesteuert mit einer Schrittgenauigkeit und Reproduzierbarkeit $0,01\text{ mm}$ verfahren. Die Seiten- und Höhenverstellung sowie die horizontale Justierung der Kamera in der Nickebene erfolgen durch Stellschrauben mit einer Genauigkeit von $0,02\text{ mm}$.

Die dreidimensionalen Rekonstruktionen des Rührkessels werden schrittweise mit Kameras abgescannt, die mit langbrennweitigen, verzeichnungsarmen Objektiven ausgestattet sind. Dabei kann die Schärfenebene in dem rekonstruierten reellen Bild beliebig gewählt

werden. Die Aufnahmen werden mit geringer Schärfentiefe aus relativ großer Entfernung gemacht. Das hat den Vorteil, dass nur jeweils ein Teilvolumen der gesamten dreidimensionalen Hologrammrekonstruktionen bei einer Aufnahme scharf abgebildet ist. Dieses Teilvolumen setzt sich aus der Grundfläche des Bildausschnittes und der Schärfentiefe zusammen.

Die rekonstruierten Hologramme werden ausgewertet, indem die Fokussierebene der Kameras schrittweise durch die dreidimensionalen Hologrammrekonstruktionen gefahren werden. Dadurch wird die gesamte dreidimensionale Rekonstruktion in eine Vielzahl von "dünnen Scheiben" oder Teilvolumina zerlegt. Das ist beispielhaft in Abb. 18 gezeigt.

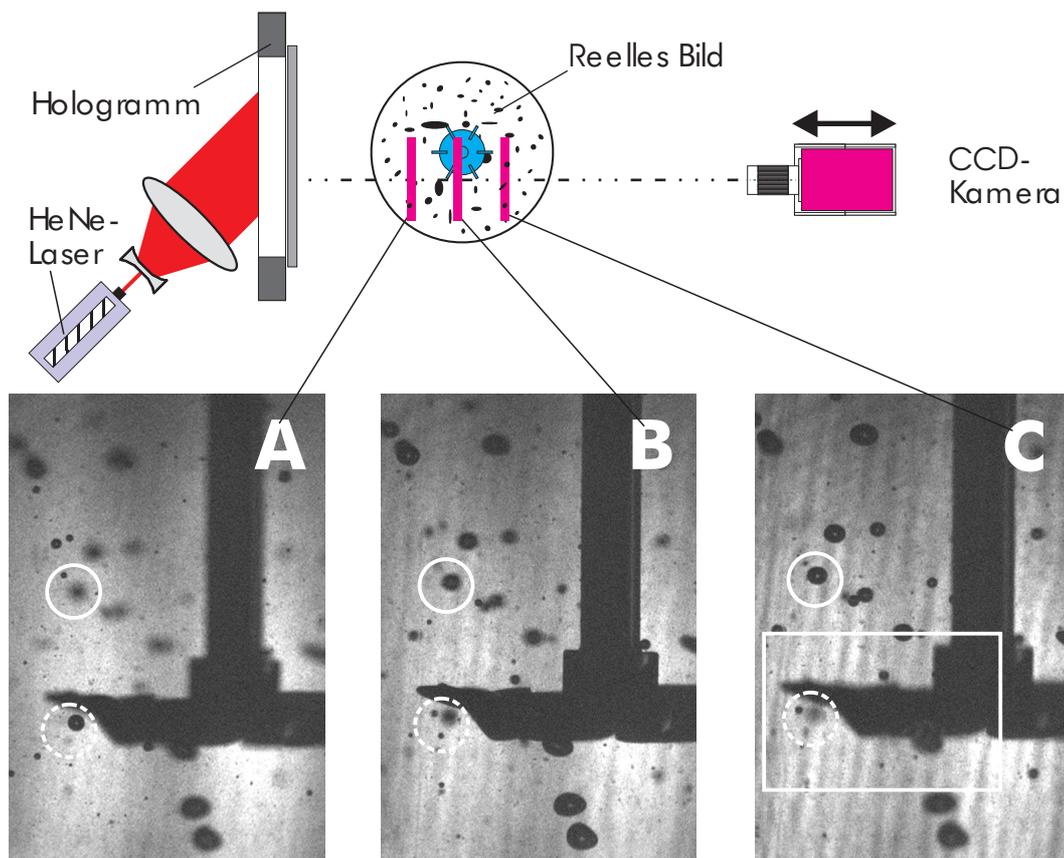


Abbildung 18: Zerlegung der 3D-Hologrammrekonstruktion.

In dem gestrichelten Kreis in Abb. 18A ist eine scharf abgebildete Blase zu erkennen. Wird die Kamera nun in die Positionen 'B' und schließlich 'C' bewegt, so wird die Blase immer unschärfer abgebildet. Im Gegensatz dazu ist in der Kameraposition 'C' eine zweite Blase links oberhalb der ersten scharf abgebildet, die in den entsprechenden Ausschnitten 'A' und 'B' gar nicht oder nur unscharf abgebildet wurde.

In dem ausgezogenen Kreis in Abb. 18A ist eine Blase unscharf abgebildet, die nach dem Verschieben der Kamera in die Position 'C' schließlich scharf dargestellt ist. Zugleich befindet sich links oberhalb von dieser Blase in Abb. 18A **und** in Abb. 18C eine kleinere jeweils scharf abgebildete Blase, die in Abb. 18B nur unscharf zu erkennen ist. Es handelt sich in diesem Fall also um zwei verschiedene Blasen, die sich zufällig an der selben Stelle im Bild, aber in verschiedenen Tiefenpositionen befinden.

An dem in Abb. 18 gezeigten Beispiel werden die Vorteile dieser Vorgehensweise deutlich. Wegen der geringen gewählten Schärfentiefe werden die Blasen, die sich weit außerhalb der Schärfenebene der Kamera befinden, nur noch so unscharf abgebildet, dass sie im Hintergrundrauschen untergehen. Diese Blasen stören daher nicht die spätere Erkennung und Vermessung der scharf abgebildeten Blasen. Darüber hinaus kann bei genügend geringer Schärfentiefe die Position einer Blase "relativ" genau durch die Bildkoordinaten und die Kameraposition bestimmt werden.

Der wesentliche Vorteil ist jedoch, dass auch Blasen erkannt werden, die sich hinter einer anderen Blase befinden, wie es das letzte Beispiel in Abb. 18 verdeutlicht hat.

In dieser Arbeit wurde für die Auswertung der Hologramme ein Bildausschnitt festgelegt, der in etwa der Größe des in Abb. 18C eingezeichneten Rechtecks entspricht. Durch diese hohe Auflösung konnten auch kleinere Blasen zuverlässig abgebildet und vermessen werden. Um trotzdem die gesamte Rekonstruktion aufzunehmen, waren insgesamt 15 Kameradurchgänge pro Hologrammrekonstruktion erforderlich. Dies ist in Abb. 19, links, verdeutlicht.

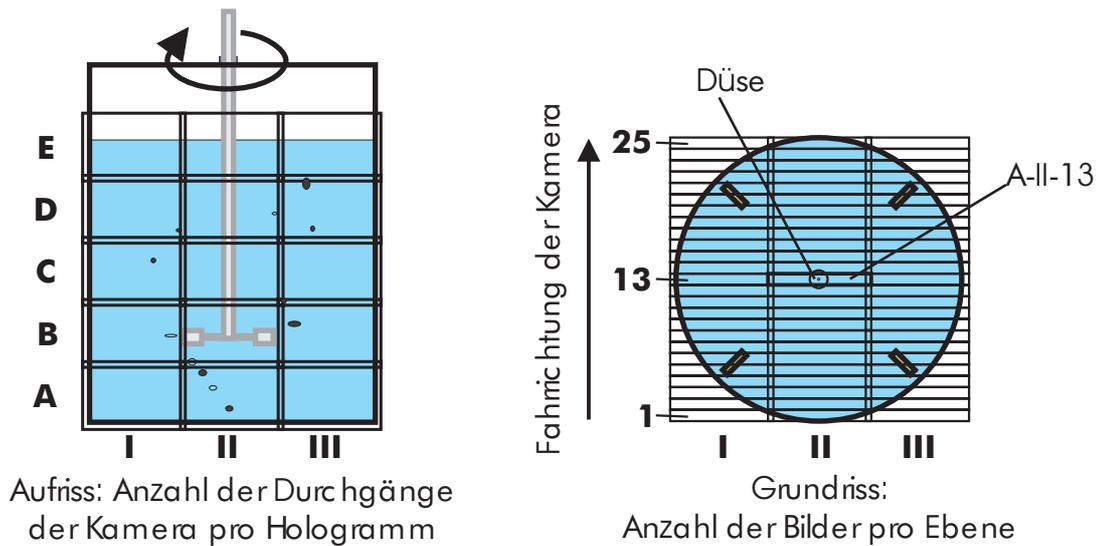


Abbildung 19: Zerlegung der dreidimensionalen Hologrammrekonstruktion: Zuordnung der Kameraposition zum aufgenommenen Bildausschnitt.

Die Schärfentiefe der Kameras wird dabei so eingestellt, dass bei dem nach der Auswertung der einzelnen Bilder folgenden Stereomatching-Verfahren (vgl. Kap. 4.5) die Zuordnung der jeweiligen Blasen in den beiden Ansichten eindeutig ist.

Bei einer gewählten Schärfentiefe von 5 mm wurden 25 hintereinander liegende Bilder benötigt, um die holographische Rekonstruktion in ihrer gesamten Tiefe aufzunehmen (vgl. Abb. 19, rechts).

Dadurch ist eine hohe Auflösung in der dritten Dimension gewährleistet, da nur jeweils 4% der gesamten Tiefe in einem Bild scharf dargestellt ist.

Insgesamt wurden also pro Hologrammrekonstruktion 375 Bilder aufgenommen und ausgewertet. Die dabei angewandten Algorithmen sind im folgenden Kapitel beschrieben.

4.4 Auswertung der aufgenommenen Bilder: digitale Bildverarbeitung

Die bei der Auswertung der holographischen Rekonstruktion erhaltenen Bilder (vgl. Abb. 19) liegen als Graustufenbilder in digitalisierter Form vor. Sie haben eine Auflösung von 512×512 Pixeln. Bei der Bildaufnahme wird jedem Pixel eine der insgesamt 256 Graustufen zwischen '0' (= schwarz) und '255' (= weiss) zugeordnet und so die hell-dunkel Informationen über das Bild abgespeichert.

Helle Stellen im Bild sind Gebiete, an denen das Licht bei der Aufnahme ungehindert auf die holographische Platte treffen konnte. Das durch eine Blase tretende Licht fällt nur dann auf die Platte, wenn es bei den beiden Phasenübergängen nicht oder nur geringfügig abgelenkt wird, also wenn das Licht lotrecht die beiden Phasengrenzflächen passiert. Ist dies nicht der Fall, wird der einfallende Lichtstrahl abhängig vom Einfallswinkel an den Phasengrenzflächen entweder zum optisch dichteren Medium hin gebrochen oder gespiegelt. In beiden Fällen erreicht der Lichtstrahl nicht das Aufnahmemedium, die holographische Platte.

Aus diesem Grund erfasst die Kamera bei der Bildaufnahme der holographischen Rekonstruktionen die Blasen immer als dunkle Schatten vor hellem Hintergrund. Größere Blasen weisen in der Mitte eine helle Fläche auf. Dies ist entweder auf Spiegelungen an der Blasenoberfläche bei der Hologrammaufnahme zurückzuführen oder darauf, dass hier der Lichtstrahl 'relativ unabgelenkt' die Blase bei der Aufnahme durchqueren konnte.

Die Auswertung der Bilder mit Hilfe der digitalen Bildverarbeitung hat zum Ziel, alle auf einem Bild scharf abgebildeten Blasen zu erfassen und die Informationen über ihre Anzahl, Größe, Form und Position auszulesen und abzuspeichern.

Scharf abgebildete Blasen sind durch einen großen Grauwertgradienten am Übergang vom Bildhintergrund zur Blase charakterisiert. Im Extremfall der schwarz-weiß Binärbilddarstellung liegt der maximale Grauwertgradient von $\Delta \text{Grauwert} / \text{Pixel} = 255$ vor.

Im Gegensatz dazu kennzeichnet ein geringerer Grauwertgradient zwischen Blasenrand und Hintergrund eine unscharf abgebildete Blase. Im Bild bedeutet dies einen weichen stetigen Übergang über mehrere Graustufen von der dunklen Blase hin zum helleren Hintergrund. Der Unterschied zwischen einem hohen und einem niedrigen Grauwertgradienten ist schematisch in Abb. 20 skizziert.

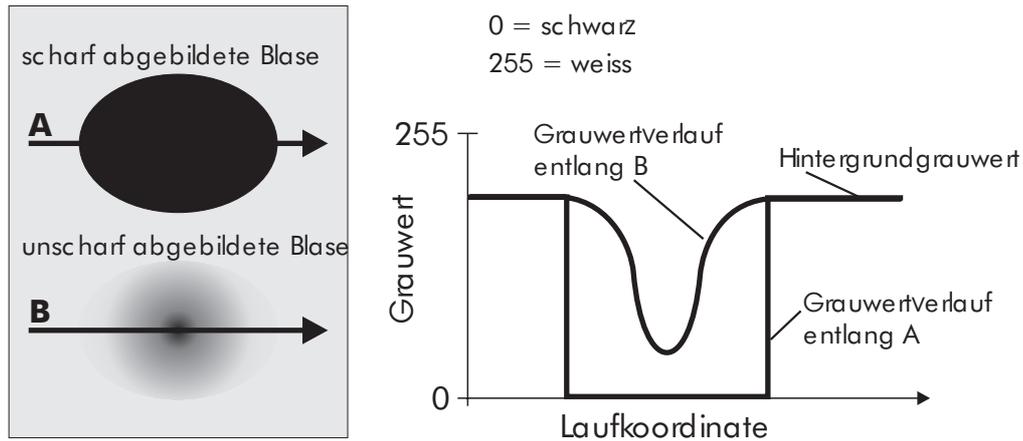


Abbildung 20: Grauwertverlauf einer scharf und einer unscharf abgebildeten Blase.

Ein Gradientenfilter, der eingesetzt wird, um scharf abgebildete Strukturen zu detektieren, erkennt Strukturen dann als scharf abgebildet, wenn an ihrem Rand der Grauwertgradient einen vorher eingestellten Mindestwert übersteigt.

4.4.1 Aufgabenstellung bei der Auswertung

Nicht idealisierte reale Kamerabilder können mitunter starke Grauwertschwankungen im Bildhintergrund enthalten. Dieser Sachverhalt kann die Auswertung der Kamerabilder deutlich erschweren, da die Grauwertgradienten von scharf abgebildeten Blasen zum dunkleren Teil des Hintergrundes dann kleiner sein können als die von unscharf abgebildeten Blasen zum helleren Teil des Hintergrundes (vgl. Abb. 18).

Das resultiert darin, dass jede Art von Gradientenfilter versagt, der die Schärfe eines Blasenrandes anhand eines minimalen Grauwertgra-

dienten beurteilt. Bei starken Schwankungen kann die Anwendung eines solchen Gradientenfilters dazu führen, dass entweder nicht alle scharf abgebildeten Blasen, oder aber auch unscharf abgebildete Blasen erkannt und markiert werden.

Die Ursachen für die Grauwertschwankungen liegen in der Aufnahme- und Rekonstruktionstechnik der Hologramme und in der Tiefe des Messvolumens. Sie können auf die folgenden Gründe zurückgeführt werden (vgl. auch Abb. 18):

- Weder bei der Aufnahme noch bei der Rekonstruktion der Hologramme hat der Laserstrahl eine über die gesamte Strahlfläche konstante Intensität. Vielmehr weist die Intensität ein Gauß'sches Profil mit dem Maximum in der Strahlmitte auf. Die Helligkeit des Hintergrundes ist eine Funktion der Strahlintensität.

Daher haben die von der holographischen Rekonstruktion aufgenommenen Bilder an der Stelle den hellsten Hintergrund, die der Mitte der Rekonstruktion am nächsten ist. Mit zunehmendem Abstand von diesem Punkt nimmt die Helligkeit des Hintergrundes entsprechend dem Intensitätsprofil des Laserstrahles ab.

- Bei der Hologrammaufnahme wird der Laserstrahl an verschiedenen Spiegeln umgelenkt, bevor er die holographische Platte trifft (vgl. Abb. 16). Da er bei den Umlenkungen eine endliche Ausdehnung hat, also nicht punktförmig ist, kommt es im umgelenkten Strahl zu Wegunterschieden in benachbarten Teilstrahlen und damit zu Interferenzen in den einzelnen Objekt- und Rekonstruktionsstrahlen.

Die Interferenzen resultieren in einem hell-dunkel Streifenmuster, das auf der Mattscheibe, an der der Objektstrahl vor dem Eintritt in das Messvolumen in diffuses Licht umgewandelt wird, abgebildet wird. Diese Mattscheibe stellt den Hintergrund bei der Rekonstruktion dar. Die die Rekonstruktionen abfilmende Kamera nimmt dieses Streifenmuster mit auf. Je nach Entfernung der Fokussierebene der Kamera von der rekonstruierten

Mattscheibe, erscheinen die Übergänge schärfer oder eher verschwommen (vgl. Abb. 18A-C).

Diese Interferenzen können durch geeignete Wahl der Strahlführung gering gehalten, aber in der Regel nicht ganz ausgeschlossen werden.

- Ein dritter und mit zunehmender Blasendichte immer wichtiger Grund für die Grauwertschwankungen im Bildhintergrund sind die nicht scharf abgebildeten Blasen und der nicht scharf abgebildete Rührer.

Sobald die Blasen und der Rührer nicht mehr im Fokus der aufnehmenden Kamera liegen, werden sie nur noch unscharf abgebildet. Sind sie weit genug von der Fokussierebene entfernt, werden ihre Abbildungen so unscharf, dass die Strukturen nicht mehr erkennbar sind und sich in die Grauwertschwankungen des Hintergrundes einreihen.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Auswertung der Bilder bestand darin, dass die Ränder von scharf abgebildeten Blasen zu einem gewissen Teil von unscharf abgebildeten Blasen verdeckt sein können (vgl. weißer Kreis in Abb. 21A). Diese Problematik tritt mit steigender Blasendichte vermehrt auf.

Mit keiner kommerziell erhältlichen Software konnte die Auswertung der aufgenommenen Bilder zuverlässig durchgeführt werden. Daher wurde ein an die Problemstellung angepasstes Software-Paket entwickelt, mit dem die beschriebenen Schwierigkeiten bei der Auswertung gelöst wurden. Implementiert sind Algorithmen zur:

- Filterung und Aufbereitung verrauschter Bilder (Speckles)
- Erkennung und Detektion von scharf abgebildeten Blasen
- Binärbilderstellung
- Bestimmung der Anzahl, Größe, Form und Position der Blasen

4.4.2 Digitale Bildverarbeitung

Die wichtigsten Schritte bei der Auswertung sind in der Folge an einem für diesen Anwendungsfall repräsentativen Beispielbild dargestellt (vgl. Abb. 21A). Das eindeutige Erkennen der in diesem Bild scharf abgebildeten Blasen wird durch die deutlichen Schwankungen des Hintergrundgrauwertes und durch unscharf abgebildete Blasen erschwert, die die Ränder von scharf abgebildeten Blasen teilweise überdecken.

In einem ersten Schritt wird der Bildhintergrund durch die Anwendung eines neu entwickelten Hintergrundfilters vereinheitlicht (vgl. Abb. 21B). Dies erfolgt unter Berücksichtigung der Forderung, dass durch die Anwendung des Filters jedoch keine Schärfeinformation einzelner Blasen verloren geht.

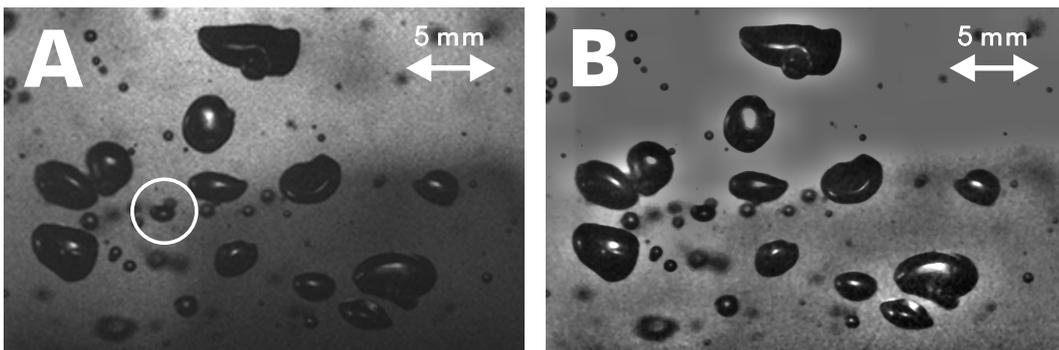


Abbildung 21: A: Originalbild eines Schnittes durch eine Hologrammrekonstruktion mit charakteristischen Aufgabenstellungen für die Bildverarbeitung.

B: Mit Hintergrundfilter bearbeitetes Bild.

Zunächst wird dabei das Originalbild mit einem sehr starken Glättungsfilter bearbeitet, sodass nur noch Informationen über die hell-dunkel Verteilung des Hintergrundes im Bild vorhanden sind, nicht aber darüber, ob Blasen scharf abgebildet sind oder nicht.

Daran anschließend wird der Grauwert eines jeden Pixels des Originalbildes durch den Grauwert des korrespondierenden Pixels im gefilterten Bild dividiert.

Wird der Grauwert eines Pixels, der im Originalbild einen Teil des Hintergrundes dargestellt hat, durch den Grauwert des korrespondierenden Pixels im gefilterten Bild geteilt, so erhält man als Ergebnis der Division einen Grauwert von ungefähr '1', da sich die Helligkeit des Hintergrundes nur unwesentlich durch die Anwendung des Glättungsfilters geändert hat.

Pixel, die im Originalbild einen Teil einer Blase darstellen, haben einen wesentlich geringeren Grauwert als Hintergrundpixel. Bei der Division erhalten sie daher einen neuen Grauwert, der deutlich kleiner als '1' ist.

Schließlich wird der Grauwert jedes Pixels, der bei der Division erhalten wurde, mit einem Faktor multipliziert und das Ergebnis der Multiplikation den Pixeln als neuer Grauwert zugewiesen.

Als Ergebnis dieser Filteroperation erhält man ein Bild, in dem der Hintergrundgrauwert des gesamten Bildes um den gewählten Faktor schwankt, die Grauwerte der Blasen jedoch deutlich geringer und ähnlich denen im Originalbild sind. Im gezeigten Beispiel wurde der Faktor '100' gewählt (vgl. Abb. 21B).

Der Hintergrundfilter eliminiert die starken Grauwertunterschiede im Bildhintergrund. Durch seine Anwendung wurde erreicht, dass der Grauwertgradient zwischen einer scharf abgebildeten Blase und dem Hintergrund im gesamten Bild in der gleichen Größenordnung liegt. Informationen darüber, ob eine Blase scharf abgebildet wurde oder nicht, gingen durch die Anwendung des Filters nicht verloren. Die Grauwertgradienten von unscharf abgebildeten Blasen zum Hintergrund sind nun kleiner als diejenigen von scharf abgebildeten Blasen.

Auf das gefilterte Bild wird nun ein Randerkennungsalgorithmus angewandt, der auf einem Gradientenfilter beruht. Dieser Algorithmus basiert darauf, dass der Grauwert eines jeden Pixels mit dem seiner acht direkten Nachbarpixel verglichen wird. Übersteigt die Grauwertdifferenz zu einem der Nachbarpixel einen gegebenen Startwert, wird dieser Punkt markiert. Ausgehend von diesem, nun markierten Pixel, sucht der Algorithmus den benachbarten Pixel mit dem

größten Grauwertgradienten. Unter Beibehaltung der Bewegungsrichtung werden weitere Randpunkte entlang des größten Grauwertgradienten ermittelt und so Pixel für Pixel der Rand einer scharf abgebildeten Blase markiert.

Als Stoppbedingung für diese Randerkennung dienen zwei Kriterien:

1. Die Blase ist komplett umrandet und der nächste zu markierende Pixel ist der Startpunkt.
2. Der Grauwertgradient des nächsten zu markierenden Pixels unterschreitet einen gegebenen Mindestwert. Dies ist der Fall, wenn die in dieser Ansicht unscharf abgebildeten Blasen den Rand einer scharf abgebildeten Blase überdecken.

Als Ergebnis des Randerkennungsalgorithmus erhält man ein Bild, in dem die scharf abgebildeten Blasen ganz oder teilweise umrandet sind, wie in Abb. 22 A gezeigt. Ein ebenfalls neu entwickelter Schließalgorithmus schließt die Ränder von nur teilweise umrandeten Blasen, unter Berücksichtigung der Krümmung der einzelnen Segmente.

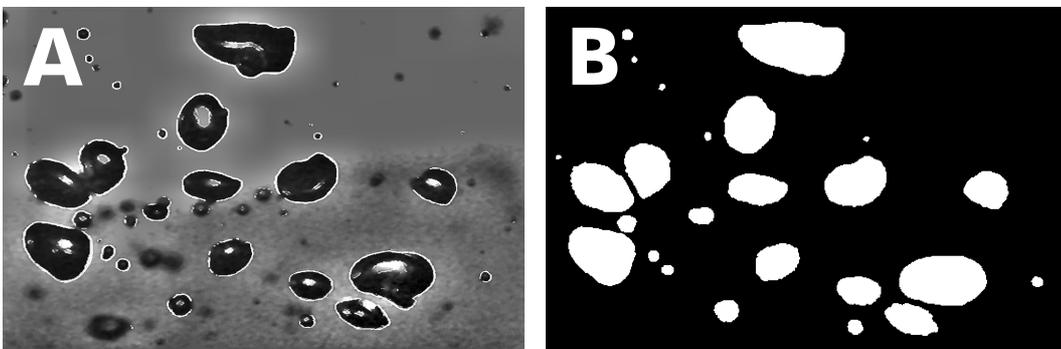


Abbildung 22: A: Bild 21A nach Randerkennung; B: Binärbild.

Mit dieser Vorgehensweise werden die in einem Bild scharf abgebildeten Blasen erkannt und markiert. Schließlich werden die Bilder binarisiert und die umrundeten Blasen werden gefüllt (Abb. 22 B). Weil der Rand einer als scharf erkannten Blase komplett markiert und gefüllt wird, ist es für die Auswertung unerheblich, wenn durch die hellen Stellen im Innern der Blase fälschlicherweise eine weitere

Struktur gefunden wird, die aus Spiegelungen an der Blasenoberfläche bei der Hologrammaufnahme resultieren kann. Diese wird bei der Füllung überschrieben und damit nicht bei der weiteren Auswertung berücksichtigt.

Abschließend werden die Bilder vermessen. Die Anzahl, die Größe, die Lage der Schwerpunkte, der Umfang, die vertikale Ausdehnung sowie der größte und der dazu senkrecht stehende Durchmesser der detektierten Blasen wird automatisch ermittelt. Diese Werte werden für die weitere Auswertung direkt an ein Tabellenkalkulationsprogramm übermittelt.

In dem Bild in Abb. 21A sind 25 Blasen scharf abgebildet. Das Ergebnis der Auswertung dieses Bildes ist in Tab. 5 dargestellt.

Tabelle 5: Ergebnis der Auswertung von Abb. 21A.

FileName	Number	Area [Pixel]	Diameter1	Diameter2	Diameter3	Perimeter	X-Position	Y-Position
ll-B-3.bmp	25	2618	82,17	44,60	46,10	3605	358	49
		400	24,19	21,64	21,64	579	303	38
		940	36,67	32,56	34,34	1405	178	62
		2181	64,54	44,29	44,29	3363	307	92
		7708	127,97	74,53	74,53	12839	390	107
		216	17,56	14,21	15,00	326	482	104
		6322	104,14	85,42	85,42	8981	56	146
		2758	70,29	55,91	56,38	4096	227	134
		222	17,92	15,21	15,21	332	120	122
		210	16,77	13,83	13,83	360	106	143
		564	28,78	25,14	25,14	872	80	190
		752	35,42	25,94	25,94	1195	153	202
		4996	103,46	68,41	70,87	6803	54	243
		2696	66,48	51,79	52,39	3788	433	241
		5000	93,65	72,62	73,20	7404	305	251
		3100	87,57	48,51	50,29	5316	207	242
		4028	81,35	64,57	66,07	6253	100	272
		45	8,08	5,41	6,02	57	12	289
		4886	86,59	70,85	73,93	7451	199	337
		46	8,08	5,83	6,73	56	314	316
		93	12,37	7,76	7,76	150	159	320
		74	10,30	7,81	7,81	106	114	393
		9652	159,05	72,50	78,29	16187	245	453
		64	9,12	7,57	7,76	95	87	433
		220	17,00	15,62	15,62	330	80	470

Jedes der 375 Bilder, die von einer Hologrammrekonstruktion aufgenommen wurden, wird auf diese Weise ausgewertet. Die Ergebnisse der Auswertung der Einzelbilder werden in einer Datei zusammengefasst, in der die Daten **aller** detektierten Blasen gespeichert sind. Wie in Tab. 5 gezeigt, liegen die Daten in der folgenden Form vor: Dateiname, Anzahl der Blasen in dem ausgewerteten Bild sowie die

Fläche, die Schwerpunktkoordinaten und der Umfang der Blasen. Die Position und die Größe der Blasen wird in der Datei in der Einheit [Pixel] angegeben. Um aus den gespeicherten Daten die wahre Position und Größe der Blasen zu errechnen, muss noch ein Koordinatensystem und ein Abbildungsmaßstab eingeführt werden.

4.4.3 Eingeführtes Koordinatensystem

In der Datei, die die Blasendaten aus allen Bildern einer holographischen Rekonstruktion enthält, liegen alle für die Rekonstruktion der räumlichen Anordnung der Blasen benötigten Daten vor.

Aus dem Dateinamen wird die Position des auf dem Bild abgebildeten Teilvolumens in der holographischen Rekonstruktion bestimmt (vgl. Abb. 19). Der Name der Beispieldatei lautet "II-B-3". Die Kamera durchläuft bei der Aufnahme des Bildes die Mitte ('II') der zweiten Ebene ('B'). Das abgebildete Teilvolumen ist das dritte dieses Kameradurchlaufs ('3').

Das Teilvolumen wird aufgespannt durch die horizontale und vertikale Kantenlänge eines Bildausschnitts sowie die Schärfentiefe t einer Abbildung. Die Abmessungen des Teilvolumens, das in der Folge Riss genannt wird, sind in Abb. 23 skizziert.

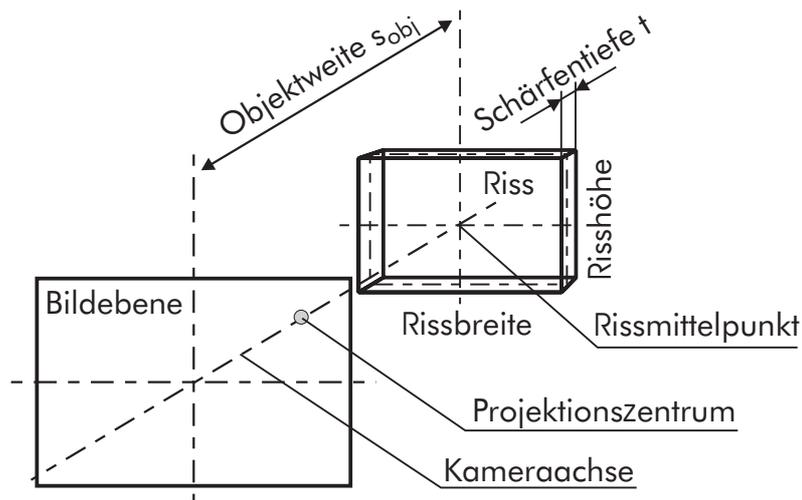


Abbildung 23: Abbildung eines rechteckigen Quaders auf die Bildebene.

- Die beiden Kameras, im 90°-Winkel zueinander aufgebaut, blicken entlang der waagrecht liegenden x - und y -Achsen in die positive Richtung.
- Die Kamera, die in x -Richtung blickt, zeichnet Aufrisse auf.
- Die Kamera, die in y -Richtung blickt, zeichnet Kreuzrisse auf.
- Die Kameraachsen sind immer parallel zu den Koordinatenachsen justiert und werden nur translatorisch auf den Traversiereinrichtungen bewegt.

Die Lage der Rissmittelpunkte und die Rissgrenzen können nun bezogen auf dieses System ausgedrückt werden. So werden mit den in Abb. 24 eingeführten Bezeichnungen die Begrenzungen eines Risses mit den folgenden Beziehungen berechnet (Index A: Aufriss):

$$\begin{aligned} x_{A,u} &= x_M - \frac{H_{pix} - 1}{2 \cdot M_x} \cdot \frac{s_{A,obj} - c_A}{c_A}, \\ x_{A,o} &= x_M + \frac{H_{pix} - 1}{2 \cdot M_x} \cdot \frac{s_{A,obj} - c_A}{c_A}. \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} z_{A,u} &= z_M - \frac{V_{pix} - 1}{2 \cdot M_z} \cdot \frac{s_{A,obj} - c_A}{c_A}, \\ z_{A,o} &= z_M + \frac{V_{pix} - 1}{2 \cdot M_z} \cdot \frac{s_{A,obj} - c_A}{c_A}. \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} y_{A,u} &= y_M - \frac{t_A}{2}, \\ y_{A,o} &= y_M + \frac{t_A}{2}. \end{aligned} \quad (55)$$

Der Index M kennzeichnet die Koordinaten des Rissmittelpunktes. Die Objektweite der Fokussierebene ist durch $s_{i,obj}$ gegeben. Die Entfernung des Projektionszentrums des Risses von der Bildebene wird durch die Kamerakonstante c_A ausgedrückt. Die Pixeldichten M_i stellen den Abbildungsmaßstab des Framegrabbers in horizontaler und vertikaler Richtung in $[pixel/mm]$ dar. Die Schärfentiefe wird schließlich mit t_A gekennzeichnet.

Wegen der Framegrabber-Pixelbelegung ist die horizontale bzw. vertikale Auflösung konstant und es gilt $H_{pix} = V_{pix} = 512$. Die Berechnung der Größe des Kreuzrisses (Index K) erfolgt analog.

Der Ursprung des Koordinatensystems liegt im Riss mit der Bezeichnung "II-A-13" (vgl. Abb. 19). Er hat im Aufriss die Koordinaten $y_{A,M}$; $x_{A,M}$; $z_{A,u}$. Alle anderen Risse werden relativ zu diesem Riss positioniert. Die Entfernungen werden aus dem jeweiligen Dateinamen ermittelt, der sich aus der Position des Risses in der dreidimensionalen holographischen Rekonstruktion zusammensetzt. Die Entfernung zwischen den einzelnen Rissmittelpunkten wird über die Verschiebung der Kamera errechnet.

Benachbarte Risse jeweils einer Ansicht sind so angeordnet, dass sie sich geringfügig überlappen. Dadurch wird sichergestellt, dass keine Lücken bei der Kartografierung der dreidimensionalen holographischen Rekonstruktion auftreten. Allerdings kann es zu einer doppelten Erfassung von Blasen kommen, wenn diese innerhalb des sich überlappenden Bereiches liegen, wie in Abb. 25 schematisch skizziert.

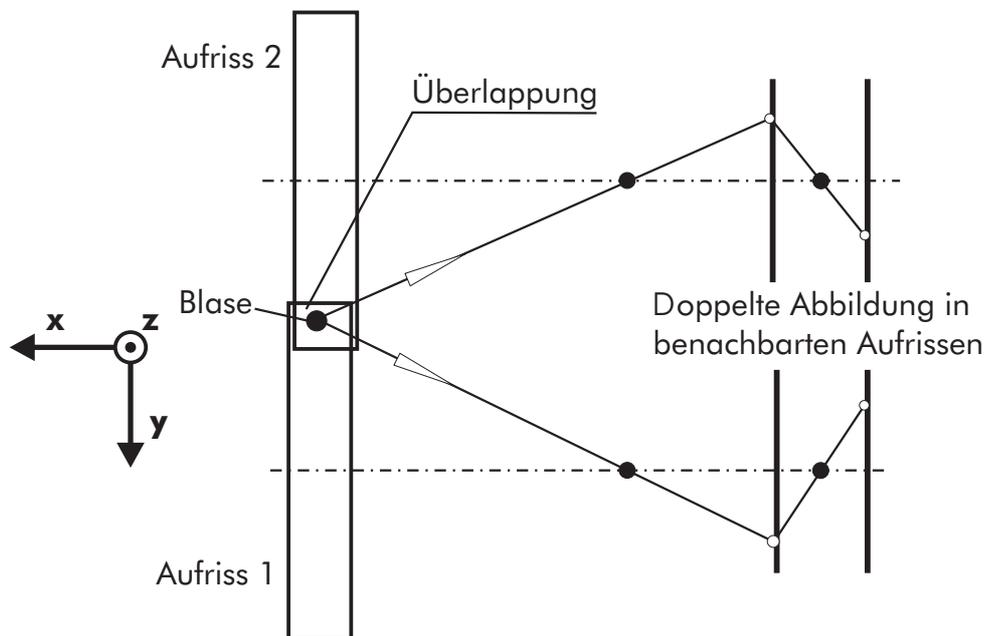


Abbildung 25: Mehrfachabbildung einer Blase bei Überlappung benachbarter Risse.

Von den doppelt aufgenommenen Blasen in einer Überlappung darf nur eine Blase in der weiteren Auswertung berücksichtigt werden, um die Messergebnisse nicht zu verfälschen. Eine doppelte Erfassung einer Blase wird vermieden, indem mit Hilfe des Abbildungsmaßstabes aus den gespeicherten Schwerpunktkoordinaten der Blasen und der Position des Risses, indem sie abgebildet sind, ihre wahren Positionen in der holographischen Rekonstruktion errechnet werden.

Wegen der ausschließlich translatorischen Bewegung der aufnehmenden Kamera besitzt die Blase in beiden Rissen sowohl die gleiche vertikale Schwerpunktkoordinate als auch die gleiche vertikale Ausdehnung. Zudem ist ihre Form und Größe annähernd in beiden Abbildungen gleich, da sie in beiden Rissen aus ungefähr der gleichen Richtung aufgenommen wurde.

Die Auswertung der beiden Risse liefert für eine doppelt abgebildete Blase die gleichen Schwerpunktkoordinaten, die gleiche vertikale Ausdehnung und die gleiche Größe. Dies wird von der Software erkannt. Eine Doppelwertung wird ausgeschlossen, indem die Daten einer der Blasen aus der Datei gelöscht werden.

Analog ist das Vorgehen, wenn es zu Überlappungen in übereinander liegenden Rissen kommt. In diesem Fall haben die doppelt abgebildeten Blasen in beiden Rissen die gleiche horizontale Schwerpunktkoordinate und horizontale Ausdehnung.

Weniger eindeutig lassen sich Doppelzählungen von Blasen vermeiden, die hintereinander liegen. Dies kann vorkommen, wenn eine Blase in dem Bereich genau auf der Grenze zwischen zwei hintereinander liegenden Rissen liegt. Da die Tiefenposition der Blase in einer Ansicht nur mit der Genauigkeit der halben Tiefenschärfe bestimmt werden kann, lassen sich keine exakten Kriterien aufstellen, um eine Doppelzählung zu vermeiden. Aus diesem Grund werden aus der Datei die Daten der hinteren von zwei Blasen gelöscht, die in beiden hintereinander liegenden Rissen die gleichen horizontalen und vertikalen Schwerpunktkoordinaten und Ausdehnungen haben.

Die Auswertung der beiden Hologramme einer Messung liefert je eine Datei, in der die Daten **aller** Blasen gespeichert sind, die bei der Auswertung der aufgenommenen Bilder erfasst wurden. Diese

Dateien enthalten zwei 3D-Rekonstruktionen eines Messpunkts, die dasselbe Szenario aus zwei um 90° zueinander gedrehten Ansichten zeigen.

4.5 Stereomatching

Um die Position, die Größe und die Form der Blasen zu bestimmen, werden die beiden bei der Auswertung erhaltenen Dateien mit dem Stereomatching-Algorithmus miteinander gekoppelt. Das gedankliche Modell, das diesem Algorithmus zugrunde liegt, ist in Abb. 26 gezeigt.

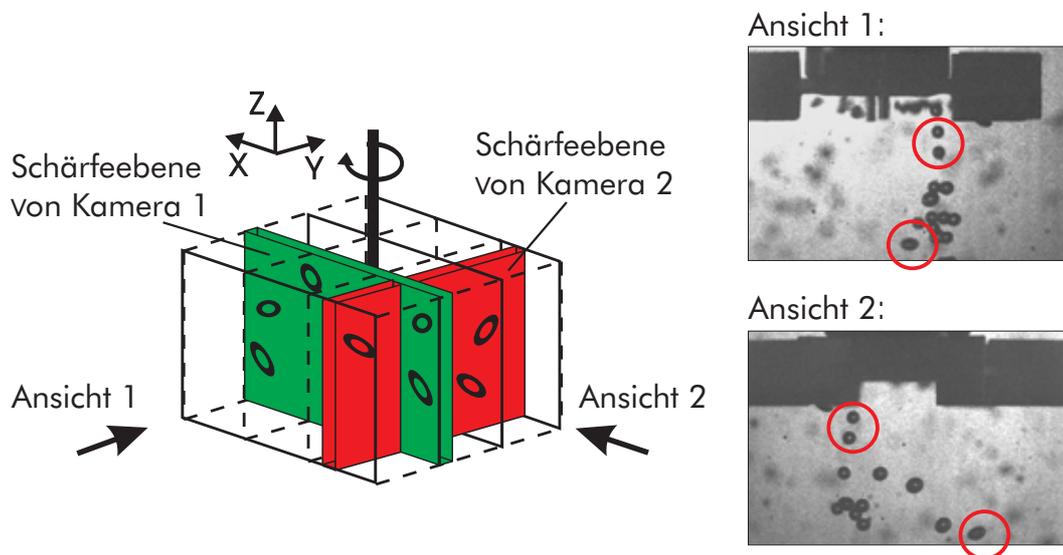


Abbildung 26: Korrelation der beiden 3D-Ansichten.

Bei der Auswertung eines Hologrammes (einer Ansicht) erfolgt die Bestimmung der vertikalen und der lateralen Position der Blasen mit sehr hoher Genauigkeit. Die Tiefenposition der Blasen kann jedoch nur mit der Genauigkeit der halben Tiefenschärfe der die Rekonstruktionen aufnehmenden Kamera bestimmt werden. Die Tiefenposition einer Blase in einer Ansicht ist aber ihre laterale Position in der zweiten Ansicht.

Diese Tatsache wird bei der Korrelation der beiden Ansichten – dem Stereomatching – ausgenutzt, mit der durch die Zuordnung der ein-

zelenen Blasen in beiden Ansichten zueinander ihre wahre Position im Raum festgelegt wird. Das Grundprinzip des Stereomatching ist in Abb. 27 anhand einer Draufsicht auf einen stereoskopischen Aufbau verdeutlicht.

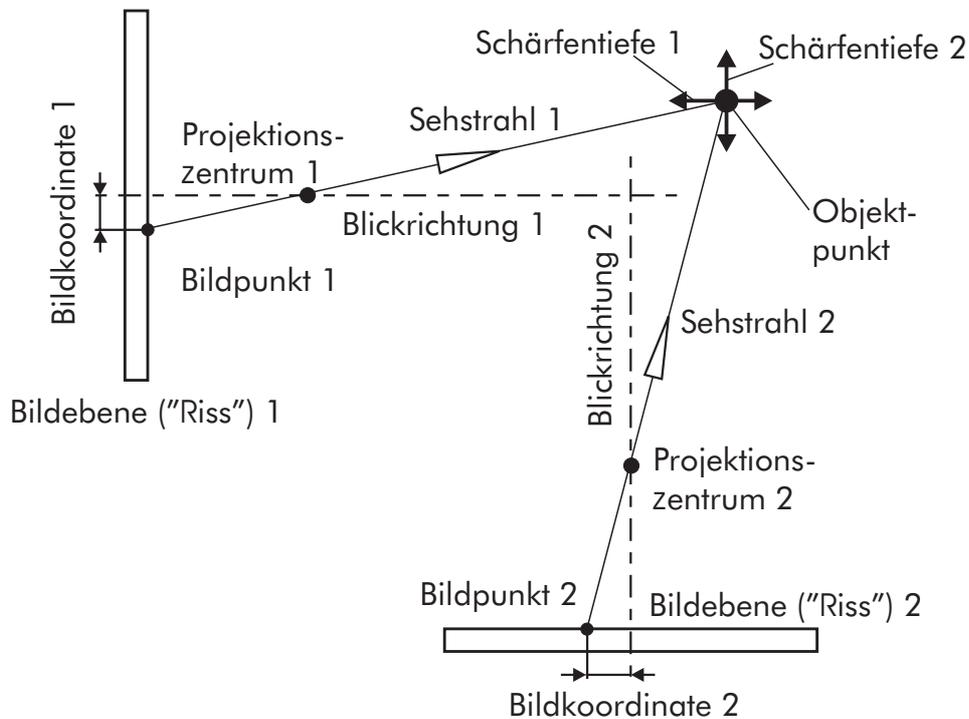


Abbildung 27: Grundprinzip des Stereomatching auf Basis von zwei Beobachtungsrichtungen.

Der Objektpunkt entsteht im Raum als Rekonstruktion seiner holographischen Aufnahme. Er wird durch je einen Sehstrahl, der Verbindung von Objektpunkt und dem entsprechenden Bildpunkt, auf die Bildebenen der beiden beobachtenden Kameras projiziert. Sind die Lagen der Bildebenen im Raum und die Abbildungsgesetze bekannt, kann aus den Bildpunktkoordinaten auf den beiden Abbildungsebenen auf die Objektkoordinaten geschlossen werden. Diese errechnen sich aus dem Schnittpunkt der beiden Sehstrahlen.

Die Schärfentiefe der Risse der beiden Blickrichtungen ist in Abb. 27 durch die Doppelpfeile angedeutet. Sie entspricht der Ungenauigkeit der Blasenposition in der jeweiligen Ansicht.

Die Schärfentiefe nimmt mit Öffnen der Blende und mit der Vergrößerung der Brennweite ab. Wegen der in dieser Arbeit verwendeten langbrennweitigen Objektive mit einer bei der Aufnahme weit geöffneten Blende, ist die Schärfentiefe bewusst gering gewählt. Sie ist klein im Vergleich zur Höhe und Breite des aufgenommenen Risses. Daher kann mit guter Genauigkeit vereinfachend angenommen werden, dass ein Bildpunkt die gleiche vertikale und die horizontale Koordinate hat, unabhängig davon, ob er an der vorderen oder an der hinteren Rissbegrenzung liegt.

Unter dieser Voraussetzung kann die Lage des Schwerpunktes einer Blase in den beiden Ansichten durch je eine Strecke im Raum wiedergegeben werden, die parallel zu den Blickrichtungen der Kameras liegen und die Länge der Schärfentiefe aufweisen. Sind die optischen Aufbauten bei der Aufnahme der Hologramme und ihrer Rekonstruktion ideal justiert, haben die beiden Strecken einen gemeinsamen Schnittpunkt, durch den die Raumkoordinaten des Schwerpunktes einer Blase festgelegt werden (vgl. Abb. 27).

Wegen Positionier- und Rechenungenauigkeiten werden sich die Strecken im Objektraum immer knapp verfehlen, die beiden vertikalen Schwerpunktskoordinaten einer Blase in den beiden Ansichten also nicht identisch sein, sodass die Position des Blasenschwerpunktes nicht eindeutig bestimmbar ist.

Nach einem Vorschlag von GEBHARD [29] wird deshalb das Lot auf die beiden Strecken gefällt, das die kürzeste Verbindung zwischen beiden Strecken darstellt. Die Schwerpunktskoordinaten der Blase liegen auf dem Mittelpunkt des Lotes. Unter den oben getroffenen Annahmen bedeutet das, dass die vertikale Schwerpunktskoordinate einer Blase aus dem Mittelwert der beiden vertikalen Schwerpunktskoordinaten aus den beiden Ansichten gebildet wird. Mit dieser Annahme ist die weitere Positionierung der Blasen wieder eindeutig (vgl. Abb. 27).

Mehrdeutige Zuordnung

Die oben beschriebene Zuordnung ist einfach durchzuführen, wenn in dem Quader, der durch die Durchdringung eines Kreuz- und eines Aufrisses entsteht (vgl. Abb. 26), in einer Höhe nur eine Blase rekonstruiert wird. Dieser Quader hat die Höhe eines Bildausschnittes. Seine Grundfläche hat die Kantenlänge der Schärfentiefe.

Haben die Risse eine Größe wie in Abb. 19 skizziert, hat der Quader ein Volumen von $V_{\text{Quader}} = 45 \cdot 5 \cdot 5 \text{ mm}^3$. Dieses Volumen entspricht weniger als einem Promille des Kesselvolumens. Mehrdeutigkeiten bei der Zuordnung können trotzdem nicht ausgeschlossen werden, wie in Abb. 28 skizziert.

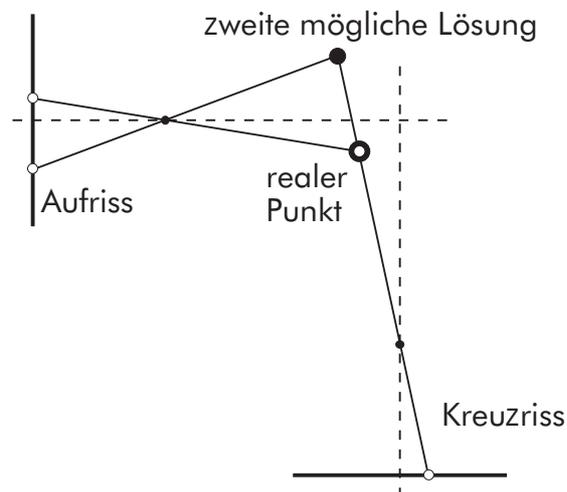


Abbildung 28: Zustandekommen mehrdeutiger Zuordnungen.

Die mehrdeutige Zuordnung tritt zum Beispiel dann auf, wenn im Aufriss zwei Blasen genau nebeneinander abgebildet und weniger als fünf Millimeter voneinander entfernt sind. Die fünf Millimeter entsprechen der gewählten Schärfentiefe. In diesem Fall wird im korrespondierenden Kreuzriss nur eine Blase abgebildet. Diese Blase, die größere der beiden, verdeckt die andere Blase, die vor oder hinter ihr liegen kann. Tritt dieser Fall auf, kann die kleinere Blase nicht zugeordnet werden und ihre Daten werden aus der Datei gelöscht.

Wegen der gering gewählten Schärfentiefe bei der Aufnahme und der untersuchten Gasgehalte von $\phi_G < 10\%$ kommt dieser Fall sehr selten vor und wird in dieser Arbeit vernachlässigt. Bei deutlich höheren Gasgehalten ist die Abweichung bei der Bestimmung der Blasenanzahl mit diesem Ansatz nicht mehr vernachlässigbar. Das Zustandekommen von zu vielen mehrdeutigen Zuordnungen wird in diesem Fall durch die weitere Verringerung der Schärfentiefe vermieden.

Bestimmung der Blasengröße

Die Festlegung der Blasenschwerpunkte im Raum ist die Voraussetzung für ihre Größenbestimmung. Neben den Schwerpunktkoordinaten werden einige Daten die Größe und Form der Blase betreffend abgespeichert (vgl. Abb. 19). Darunter sind neben dem horizontalen und vertikalen Durchmesser auch der größte und der dazu senkrecht stehende Durchmesser in einer Ansicht und ein Durchmesser, der aus der gemessenen Fläche unter der Annahme einer kugelförmigen Blase errechnet wurde.

Aus dem Vergleich des errechneten Durchmessers mit den anderen genannten Durchmessern kann eine Aussage über die Sphärizität der Blasen getroffen werden. Um die Blasengröße mit höherer Genauigkeit zu bestimmen, muss jedoch die zweite Ansicht der Blase mit berücksichtigt werden. Dies gelingt nach der Zuordnung der beiden Ansichten einer Blase zueinander.

Bei der Berechnung des Blasenvolumens wird davon ausgegangen, dass die Blase die Form eines Ellipsoids hat. Das Volumen eines Ellipsoids kann errechnet werden, wenn die Länge der drei Hauptachsen bekannt ist. Die erste Hauptachse bildet der größere der beiden abgespeicherten größten Durchmesser der Blase in beiden Ansichten. Die zweite Hauptachse wird durch den Durchmesser festgelegt, der auf der ersten senkrecht steht. Die dritte Hauptachse wird aus der zweiten Ansicht ermittelt und entspricht dem Durchmesser, der auf dem kleineren der beiden Durchmesser senkrecht steht. Mit Kenntnis der Hauptachsen wird das Volumen und die Oberfläche der Blasen berechnet, die dazu notwendigen Beziehungen finden sich in BRONSTEIN [11]. Die erhaltenen Ergebnisse werden in einem Tabellenkalkulationsprogramm für die weitere Verarbeitung abgespeichert.

4.6 Messgenauigkeit

Die Bestimmung der Blasenposition in einem Riss und die Zuordnung der beiden Ansichten einer Blase erfordert, dass die genaue Lage der Risse im Raum bekannt ist. Abweichungen von der idealen Justierung der optischen Aufbauten für die Aufnahme und die Rekonstruktion der Hologramme und das anschließende Zerlegen der Rekonstruktionen führen zu einer fehlerhaften Bestimmung der Lage der Risse und damit der Blasenposition. Die Bewertung der Messgenauigkeit des Systems setzt die Kenntnis der Systemkonstanten voraus.

4.6.1 Ermittlung der Systemkonstanten

Die Lage der Risse im Raum wird bei fester ObjektivEinstellung durch die Kameraposition festgelegt. Eindeutige Abbildungsgleichungen werden erhalten, wenn die Parameter bekannt sind, die die inneren Konstanten der Kamera und die Lage des Risses im Raum für jede Kameraposition beschreiben.

Die Kameras sind fest auf den Traversiereinrichtungen montiert. Sie blicken parallel zu den waagerechten Achsen des in Kap. 4.4.3 eingeführten Koordinatensystems in positive Achsrichtung. Die Projektionszentren liegen um die Kamerakonstanten c_A und c_K von den Bildebenen entfernt auf der Aufriss- bzw. der Kreuzrisskameraachse. Die Bildebenen werden als auf den Kameraachsen senkrecht stehend definiert (vgl. Abb. 24).

Die Traversiereinrichtungen mit den Kameras werden so positioniert, dass sie nur Translationen parallel zu den Achsen des Koordinatensystems ausführen können. Damit sind sämtliche Bewegungsvektoren der Traversiereinrichtungen bekannt.

Für die Auswertung der beiden Hologrammrekonstruktionen standen zwei baugleiche Systeme aus Kamera, Objektiv und Framegrabber zur Verfügung. Die beiden Systeme hatten daher die gleichen Konstanten. Es gilt z.B.: $c_A = c_K = c$.

Die Auswertungen der Hologrammrekonstruktionen wurden in beiden Ansichten mit der gleichen konstanten ObjektivEinstellung durchgeführt, daher wird in der Folge für die Schärfentiefen $t_A =$

$t_K = t$ gesetzt. Alle Angaben über weitere Systemkonstanten beziehen sich auf diese Objektiveneinstellung.

Um die Lage der Risse im Raum in Abhängigkeit von der Kameraposition bestimmen zu können, müssen folgende Parameter bekannt sein:

- die Pixeldichten M_x bzw. M_y in horizontaler und M_z in vertikaler Richtung des Framegrabbers,
- die Kamerakonstante c der Kameras bei der gewählten Objektiveneinstellung,
- die Schärfentiefe t , wie sie bei der gewählten Objektiveneinstellung von der Bildverarbeitungssoftware aufgenommen wird,
- der Bezugspunkt mit seinen drei räumlichen Koordinaten, relativ zu dem die Messung der Lagen der Traversiereinrichtungen erfolgt.

Pixeldichten

Die horizontale Pixeldichte M_x bzw. M_y und vertikale Pixeldichte M_z der Bildverarbeitungskarte bei einer Objektiveneinstellung wird durch das Holographieren verschiedener gläserner Maßstäbe bestimmt. Durch die Aufnahme der Maßstäbe und die Auswertung der von der holographischen Rekonstruktion aufgenommenen Bilder werden die Pixeldichten ermittelt. Die dabei erhaltenen Werte werden an anderen bekannten Größen, z.B. dem Durchmesser der Rührerwelle oder der Höhe eines Rührerblattes validiert. Bei der in dieser Arbeit gewählten Objektiveneinstellung betragen die Pixeldichten:

$$\begin{aligned}M_{x,y} &= 13,5 \text{ Pixel/mm}, \\M_z &= 20,25 \text{ Pixel/mm}.\end{aligned}$$

Kamerakonstanten

Die Kameras sind mit einem Makroobjektiv ausgestattet, das eine kleinste, scharf abbildende Entfernung von 410 mm mit einem vergrößernden Abbildungsmaßstab von $\approx 1 : 2$ hat. Die spezielle

Nahkorrektur des Objektivs verhindert Verzeichnungen und Abbildungsfehler, da es speziell für Makroaufnahmen konzipiert ist.

Für die gewählte Objektiveneinstellung müssen die Objektweite s_{obj} und die Kamerakonstante c bekannt sein. Die Objektweite s_{obj} sollte mit den vom Objektivhersteller gemachten Angaben übereinstimmen. Sie entspricht dem auf dem Objektiv eingravierten Fokussierabstand. Der Abbildungsmaßstab wird mit der folgenden Beziehung errechnet:

$$\frac{c}{s_{obj} - c}.$$

Für die gewählte Objektiveneinstellung ergeben sich mit den Herstellerangaben folgende Kamerakonstanten, die GEBHARD [29] in aufwändigen Versuchen validiert:

$$\begin{aligned} s_{obj} &= 410 \text{ mm}, \\ c = c_A = c_K &= 136, 137 \text{ mm} \text{ und damit} \\ \frac{c}{s_{obj} - c} &= 0,497 \approx 1 : 2. \end{aligned}$$

Bezugspunkt und Schärfentiefe

Als Bezugspunkt für die Bestimmung der Lage der Risse im Raum wurde in dieser Arbeit der Ursprung des in Kap. 4.4.3 eingeführten Koordinatensystems festgelegt. Der Ursprung des Koordinatensystems fällt mit dem Mittelpunkt der Düse zusammen, über die die Luft in den Rührkessel eingebracht wird. Der gewählte Bezugspunkt liegt also am unteren Bildrand des Risses $A - II - 13$ (vgl. Abb. 19). Alle weiteren Entfernungen werden aus dem errechneten Abbildungsmaßstab und der Kameraposition berechnet.

Durch das Holographieren von Glasmaßstäben, die um 45° zur Kameraachse angestellt werden, wird die Schärfentiefe bestimmt, mit der die Bilder bei der gewählten Objektiveneinstellung aufgenommen werden. Aus der Anzahl der Teilstriche des Maßstabes, die die Kamera bei Aufnahmen von seiner dreidimensionalen Rekonstruktion scharf abbildet, wird auf die Schärfentiefe des Systems geschlossen.

Bei den gewählten Einstellungen ergibt sich eine Schärfentiefe von $t_A = t_K = t = 5 \text{ mm}$.

4.6.2 Sensitivitätsanalyse

Mit Kenntnis der Systemkonstanten können die Fehler bei der Bestimmung der Blasenposition auf Grund von Abweichungen von der idealen Justierung der optischen Komponenten untersucht werden. Als Fehler gilt der seitliche Versatz Δy des Sehstrahls von seiner idealen Position y in der Objektweite s_{obj} .

Der Fehlerbetrachtung liegt die Annahme zugrunde, dass die Sehstrahlen der Aufriss- und der Kreuzrisskamera im Grundriss aufeinander senkrecht stehen. Diese Annahme ist bei Objektweiten von 410 mm und Bildkoordinaten von $0 - 25 \text{ mm}$ gerechtfertigt [29]. Damit ergibt sich eine Verschiebung der Objektkoordinaten Δd_{obj} von:

$$\Delta d_{obj} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \Delta y. \quad (56)$$

Ist die Verschiebung der Objektkoordinaten zu groß, können die beiden Ansichten einer Blase nicht mehr einander zugeordnet werden. Durch eine Sensitivitätsanalyse wird untersucht, inwieweit geometrische Fehler die Messgenauigkeit des Systems beeinflussen. Die Bildkoordinaten x' und y' werden direkt in der Längeneinheit [mm] relativ zur Bildmitte ausgedrückt.

Folgende Abweichungen werden untersucht:

- Auflösungsbegrenzung des Systems Kamera-Framegrabber,
- Positionierfehler der Kamera in Blickrichtung,
- seitlicher Positionierfehler der Kamera,
- Rollen der Bildebene,
- Nichtparallelität der Blickrichtung zur Koordinatenachse,
- nichtkartesische Blickrichtung.

Auflösungsbegrenzung des Framegrabbers

Durch die Digitalisierung des Bildes besteht zwischen zwei Pixeln eine finite Distanz. Diese Distanz ist die untere Grenze des Auflösungsvermögens der Kombination Kamera-Bildverarbeitungskarte und führt zu Unsicherheiten bei der Rekonstruktion des Bildraums. Für

$$\Delta y' = \frac{1}{M_z}$$

gilt [29]:

$$\Delta y = \Delta y' \cdot \frac{s - c}{c}. \quad (57)$$

Der Fehler wird durch die Kamerakonstante c , die Objektweite s_{obj} und die Pixeldichte M_i festgelegt. Mit den in Kap. 4.6.1 ermittelten Werten für das in dieser Arbeit verwendete System

$$\begin{aligned} M_z &= 20,25 \text{ Pixel/mm}, \\ c &= 136,137 \text{ mm und} \\ s_{obj} &= 410 \text{ mm}. \end{aligned}$$

ergibt sich eine Abweichung von:

$$\Delta y = 0,099 \text{ mm}.$$

Diese Auflösungsbegrenzung gilt nur für die Abbildung mit dem oben genannten Objektiv.

Positionierfehler der Kamera in Blickrichtung

Ein Positionierfehler Δx der Kamera auf ihrer optischen Achse führt zu einer Verschiebung Δy des Sehstrahls auf der Objektebene. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 29 a skizziert. Wegen der im Verhältnis zur Bildgröße großen Objektweite s_{obj} bildet der Sehstrahl einen spitzen Winkel zur Kameraachse. Damit ergibt sich für das Verhältnis der Verschiebungen unter Berücksichtigung der Kleinwinkelnäherung:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \varphi, \quad \text{mit} \quad \varphi = \arctan \frac{y}{s - c} \approx \frac{y}{s - c}. \quad (58)$$

Der Fehler durch Positionierfehler der Kamera wird zu:

$$\Delta y = \Delta x \cdot \frac{y}{s - c}. \quad (59)$$

Der Fehler steigt mit der Entfernung des Bildpunktes vom Bildmittelpunkt. Er wird maximal, wenn der Bildpunkt in einer Bildecke liegt, die einen Abstand von $\approx 30 \text{ mm}$ zum Bildmittelpunkt hat. Mit dem obigen Zahlenbeispiel und der Genauigkeit der Traversiereinrichtung von $\Delta x = 0,01 \text{ mm}$ ergibt sich ein maximaler Fehler von:

$$\Delta y = 0,001 \text{ mm}.$$

Der Fehler liegt weit unter der Auflösungsbegrenzung des Systems und kann damit vernachlässigt werden.

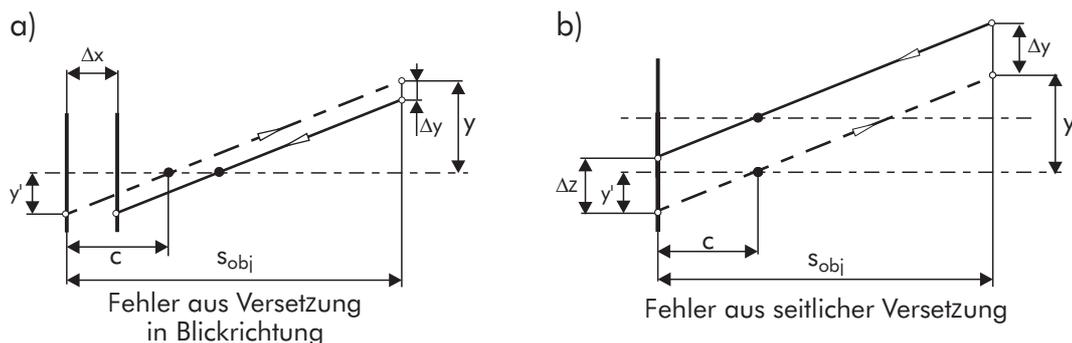


Abbildung 29: Abweichungen durch Positionierfehler der Kamera.

Positionierfehler der Kamera zur Seite

Ein Positionsfehler der Kamera Δz zur Seite oder nach oben überträgt sich direkt in die Objektebene (vgl. Abb. 29 b). Es gilt:

$$\Delta z = \Delta y. \quad (60)$$

Die Genauigkeit der Traversiereinrichtung für Bewegungen senkrecht zur Kameraachse liegt bei $\pm 0,02 \text{ mm}$, damit ist der Fehler in der Objektebene festgelegt:

$$\Delta y = \Delta z \approx 0,02 \text{ mm}.$$

Auch dieser Fehler liegt unter der Auflösungsbegrenzung des Systems und wird vernachlässigt.

Rollen der Bildebene

Ist der Haltearm der Kamera nicht vollkommen waagrecht montiert, kann das Bild leicht geneigt sein, d.h. es tritt ein Rollwinkel $\Delta\varphi$ um die Kameraachse auf. Im eindimensionalen Fall wird angenommen, dass die Rollbewegung den Bildpunkt y' um $y' \cdot \sin\Delta\varphi$ aus der Projektionsebene heraushebt und damit die Strecke von y' um

$$\Delta y' = y' (1 - \cos\Delta\varphi) \quad (61)$$

verkürzt. Dies ergibt einen Fehler in der Objektkoordinate von

$$\Delta y = y \cdot (1 - \cos\Delta\varphi), \quad (62)$$

weil sich der Bildfehler direkt über die Abbildungsgleichung in die Objektebene übersetzt. Ein Rollversatz von $\Delta\varphi = 1^\circ$ ergibt mit den obigen Zahlen einen vernachlässigbaren Fehler von:

$$\Delta y = 0,005 \text{ mm.}$$

Nichtparallelität der Blickrichtung

Ein möglicher Winkelversatz ist das Herausdrehen der Bildebene mit Projektionszentrum aus der senkrechten Position zur Kameraachse um einen kleinen Winkel $\Delta\varphi$ (vgl. Abb. 30 a). Wegen der kleinen Verdrehung wird angenommen, dass der Versatz Δc des Projektionszentrums entlang einer Geraden senkrecht zur Kameraachse erfolgt:

$$\Delta c = c \cdot \Delta\varphi. \quad (63)$$

Der Effekt auf die Abbildungsfunktion ist eine Verlängerung der Kamerakonstanten c um k (vgl. Abb. 30 a). Aus der Geometrie folgt:

$$\frac{c \cdot \Delta\varphi}{k} = \frac{y}{s - c - k}, \text{ und somit } k = \frac{\Delta\varphi(s - c)}{c\Delta\varphi + y} \cdot c. \quad (64)$$

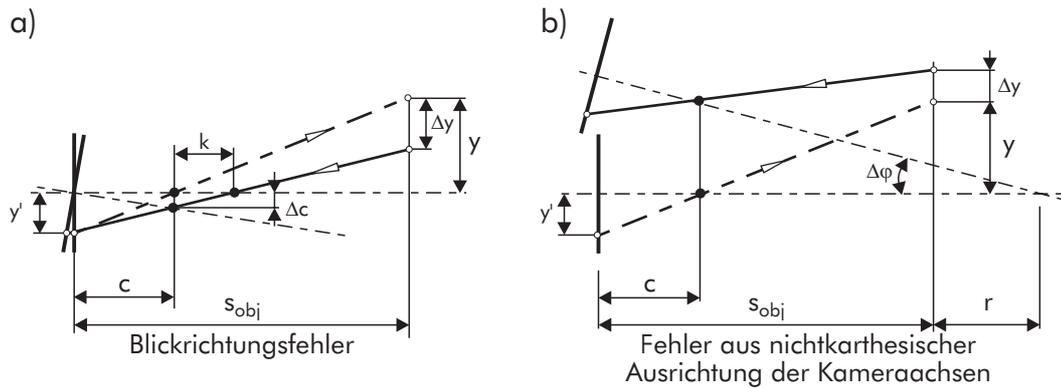


Abbildung 30: Durch Winkelversatz verursachte Fehler: a) Blickrichtung; b) nicht karthesische Kameraausrichtung.

Weiterhin bildet der Sehstrahl mit der verlängerten Kamerakonstanten auf die Bildebene mit folgender Vorschrift ab [29]:

$$y' \approx y \cdot \frac{c + k}{s - c - k}. \quad (65)$$

Die Rückgewinnung der Objektposition erfolgt mit der originalen Konfiguration:

$$y + \Delta y = y' \cdot \frac{s - c}{c}. \quad (66)$$

Die Gleichungen 64 bis 66 werden schrittweise ausgerechnet. Das obige Zahlenbeispiel zusammen mit $\Delta \varphi = 0,04^\circ$, der Messgenauigkeit einer Wasserwaage eingesetzt, ergibt:

$$\Delta y = 0,3 \text{ mm}.$$

Das System ist äußerst sensitiv gegen eine Abweichung der Blickrichtung von ihrer idealen Richtung parallel zu den Koordinatenachsen. Die korrekte Justierung der Traversierschlitten ist daher für das Gelingen der Zuordnung der einzelnen Blasen im Raum essenziell.

Nichtkartesische Blickrichtung

Die Kameraachsen können um einen Betrag $\Delta\varphi$ aus der 90° -Lage zueinander gedreht sein, aber noch in Richtung des Koordinatenursprungs blicken. Es wird eine Gleichung für den abbildenden Sehstrahl mit dem Pfeil in Richtung Bildebene aufgestellt und der Sehstrahl um $-\Delta\varphi$ um den Bezugspunkt mit der Entfernung r von der Objektebene gedreht. Die Gleichung für den Sehstrahl mit der Objektcoordinate y_1 lautet:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} -r \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -s \\ -y_1 \left(1 + \frac{c}{s-c}\right) \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Die Drehmatrix für kleine Drehwinkel $\Delta\varphi$ lautet:

$$\mathbf{M}_{\Delta\varphi} = \begin{pmatrix} \cos \Delta\varphi & -\sin \Delta\varphi \\ \sin \Delta\varphi & \cos \Delta\varphi \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\varphi \\ \Delta\varphi & 1 \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Die Drehung erzeugt die Rechenvorschrift:

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{M}_{\Delta\varphi} \cdot \mathbf{x}_1. \quad (69)$$

Der neue Sehstrahl \mathbf{x}_2 wird mit der alten Objektebene geschnitten, die ungefähr dem Sehstrahl aus dem anderen Riss entspricht. Dies ergibt eine veränderte Objektcoordinate y_2 mit einem Fehler von $|y_2 - y_1|$. Das Ergebnis lautet:

$$\Delta y = \Delta\varphi \left[y_1 \frac{-s \Delta\varphi - y_1 \left(1 + \frac{c}{s-c}\right)}{-s + y_1 \Delta\varphi \left(1 + \frac{c}{s-c}\right)} - r \right]. \quad (70)$$

Mit den Kamerakonstanten c und s sowie dem Zahlenbeispiel

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 1^\circ, \\ y_1 &= 10 \text{ mm und} \\ r &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

beträgt der Fehler durch nicht nichtkartesische Blickrichtung:

$$\Delta y = 0,47 \text{ mm}.$$

Das System ist sehr sensitiv gegen nicht senkrecht aufeinander ausgerichtete Objektstrahlen bei der Hologrammaufnahme und nicht korrekt justierte Kameraachsen im Rekonstruktionsaufbau.

Zusammenfassung der Analyse

Die Sensitivitätsanalyse hat gezeigt, dass das Ausrichten der Kameras auf den Traversiereinrichtungen und die Ausrichtung der Objektstrahlen senkrecht zueinander eine der wichtigsten Aufgaben bei der Durchführung der Experimente ist, weil das Messverfahren kritisch von Winkelfehlern bezüglich der Ausrichtung der optischen Achsen beeinflusst wird. Im Vergleich dazu können Fehler in der translatorischen Position der Kameras vernachlässigt werden.

Daher ist bei der Ausrichtung der optischen Achsen des Holographieaufbaus und der Kameraachsen größte Sorgfalt anzuwenden. Durch die ausschließlich translatorischen Verschiebungen einmal ausgerichteter Kameras werden die Fehler bei der Auswertung der Hologrammrekonstruktionen konstant gehalten.

4.7 Anwendung des Messverfahrens

Mit der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Vorgehensweise wird die Impulsholographie auf die Untersuchung der Anzahl- und Größenverteilung der Blasen in einem begasten Rührkessel angewendet. Durch die zweiachsige Aufnahme und die Kopplung der beiden ausgewerteten dreidimensionalen Hologrammrekonstruktionen (Stereomatching) erfolgt auch die Größenbestimmung von Blasen mit guter Genauigkeit, deren Form deutlich von einer Kugelform abweicht (z.B. in Abb. 21).

An einem Messpunkt wird so die Anzahl und die Größenverteilung der Blasen im Rührkessel bestimmt. Das Ergebnis der Auswertung eines Messpunktes ist in Abb. 31 beispielhaft in Form einer Anzahlverteilung der Blasengrößen dargestellt.

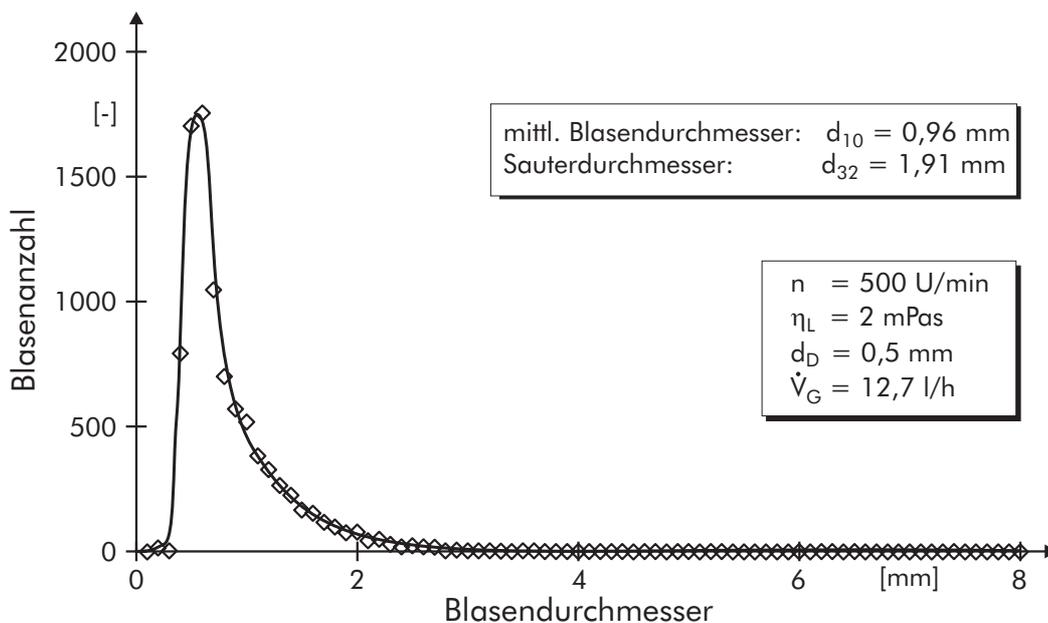


Abbildung 31: Anzahlverteilung der Blasengrößen.

In Abb. 31 ist die Blasengröße d einer Größenklasse einer festen Klassenweite Δd zugeordnet. Die Anzahl der Blasen in einer Größenklasse $d \pm \Delta d/2$ ist über die einzelnen Klassen aufgetragen.

Aus diesen Werten lassen sich durch Aufsummierung kumulative Kurven bilden, aus denen z.B. der Anteil am Gesamtvolumen der

Blasen bestimmt werden kann, die einen kleineren Durchmesser haben als eine betrachtete Größenklasse. Der aufsummierte relative Volumenanteil der Blasen in Abb. 31 ist in Abb. 32 über der Blasengröße aufgetragen. Die Ursachen, die zu der gemessenen Unstetigkeit bei dem Durchmesser von $d \approx 4,2 \text{ mm}$ im Verlauf der Summenkurve führen, werden in Kap. 6 diskutiert.

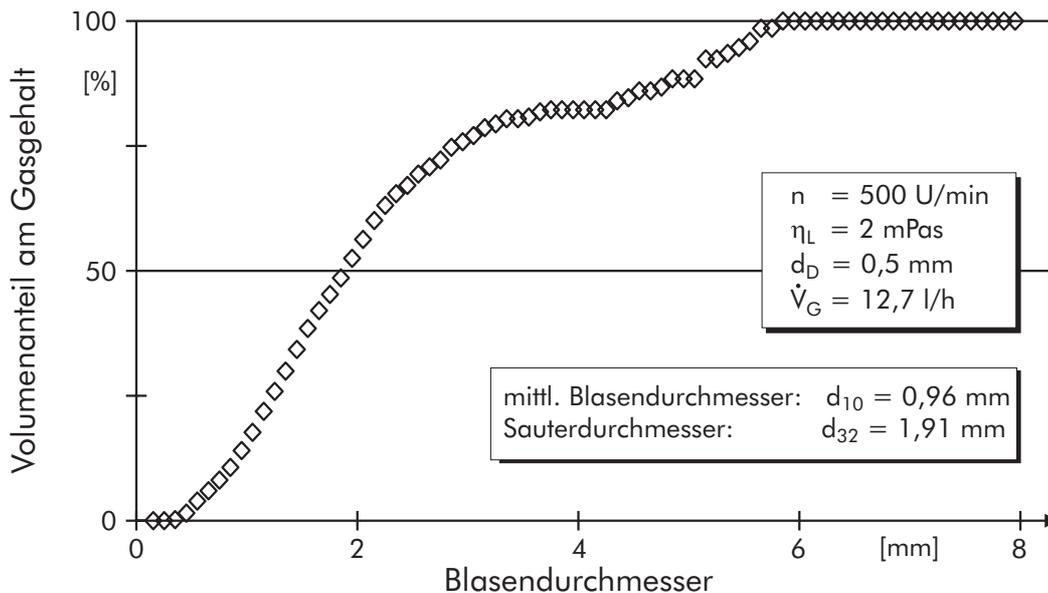


Abbildung 32: Summenkurve des Blasenvolumens über der Blasengröße.

Aus den Anzahl- und Größenverteilungen der Blasen können schließlich die charakteristischen Größen errechnet werden, die den Grad der Dispergierung beschreiben: der Sauterdurchmesser und der Hold-up mit den Beziehungen in Gl. 23, die Phasengrenzfläche mit Gl. 22 und die mittlere Verweilzeit der Blasen im Rührkessel mit Gl. 24. Darüber können die Blasen, die an der Düse gebildet werden, in den Hologrammschnitten eindeutig identifiziert werden (vgl. Abb. 26).

5 Ergebnisse

Die Impulsholographie wird eingesetzt, um das Dispergierverhalten einer Rushton-Turbine sowie eines abwärts und eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers zu untersuchen. An den einzelnen Messpunkten wird die Anzahl und die Größenverteilung der Blasen im Rührkessel bestimmt und daraus der Grad der Dispergierung ermittelt.

Der Dispergiervorgang selbst wird mit ergänzenden Hochgeschwindigkeitsaufnahmen des Abströmbereichs des jeweiligen Rührers untersucht. Zudem lassen sich aus diesen Aufnahmen Aussagen über das globale Strömungsfeld der Blasen sowie die Größe und die Lage der Bereiche ableiten, in denen die Blasen dispergiert werden.

5.1 Experimentelle Bestimmung des Grades der Dispergierung

5.1.1 Versuchsbereiche

Die Rushton-Turbine gilt in der Literatur als das Standard-Dispergierorgan [98]. Aus diesem Grund richtet sich bei den Untersuchungen das Hauptaugenmerk auf diesen Rührer. Die Matrix für die Messungen an der Rushton-Turbine ist in Tab. 6 zusammengefasst.

Tabelle 6: Versuchsmatrix für die Rushton-Turbine.

n [U/min]	d _D [mm] 0,5				d _D [mm] 1,0		d _D [mm] 0,2
	η _L [mPas] 2,0		η _L [mPas] 3,6	η _L [mPas] 8,9	η _L [mPas] 2,0		η _L [mPas] 2,0
	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 26,1	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 26,1	V _G [l/h] 1,1
300	1	2			5	6	7
400	1	2			5	6	7
450	1	2			5	6	
500	1	2	3	4	5	6	7
550	1	2			5	6	
600			3	4			
700			3	4			

Der Einfluss der Rührerdrehzahl, des Düsendurchmessers, der Gasbelastung sowie der Viskosität auf den Grad der Dispergierung der sich bei Einsatz einer Rushton-Turbine im Rührkessel einstellt, wird untersucht.

Ergänzend dazu werden vergleichende Messungen mit den beiden Schrägblattrührern durchgeführt. Die sich im Kessel einstellende Blasengrößenverteilung bei Variation der Rührerdrehzahlen, der Gasbelastung und der Viskosität der Flüssigkeit wird vermessen. Das Versuchsprogramm für die beiden Schrägblattrührer ist in Tab. 7 aufgelistet.

Tabelle 7: Versuchsmatrix für die Schrägblattrührer.

n [U/min]	abwärts förrender Schrägblattrührer d _D = 0,5 mm				aufwärts förrender Schrägblattrührer d _D = 0,5 mm		
	η _L [mPas] 2,0		η _L [mPas] 3,6	η _L [mPas] 8,9	η _L [mPas] 2,0		η _L [mPas] 3,6
	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 20,0	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 12,7	V _G [l/h] 20,0	V _G [l/h] 12,7
600	8	9	10	11	12	13	14
800	8	9	10	11	12	13	14
1000	8	9	10	11	12	13	14

In der Folge wird der Einfluss der untersuchten Parameter auf die sich im Rührkessel einstellende Blasengrößenverteilung diskutiert. Diese Ergebnisse werden in Kap. 5.3 Beziehungen aus der Literatur gegenübergestellt. Aus den Abweichungen werden Anforderungen abgeleitet, die in die Modellbildung in Kap. 6 eingehen.

Zunächst wird der Einfluss der Drehzahl einer Rushton-Turbine auf die Blasengrößenverteilung im Rührkessel und damit auf den Grad der Dispergierung diskutiert. Die anderen untersuchten Einflussgrößen werden anschließend auf diese Versuchsreihe bezogen.

5.1.2 Einfluss der Rührerdrehzahl

Der Einfluss der Drehzahl einer Rushton-Turbine auf die Anzahlverteilung der Blasengrößen wird bei einem zugeführten Luftvolumenstrom von $\dot{V}_G = 12,7 \text{ l/h}$ und einem Düsendurchmesser von $d_D = 0,5 \text{ mm}$ untersucht. Die sich bei den verschiedenen Drehzahlen ergebenden Anzahlverteilungen der Blasengrößen sind in Abb. 33 aufgetragen.

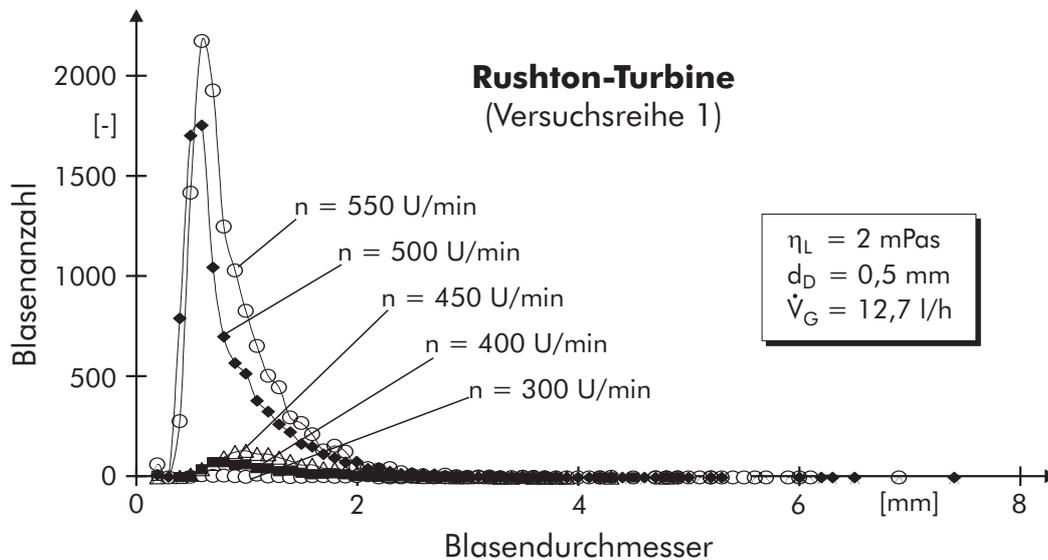


Abbildung 33: Anzahlverteilung der Blasengrößen für verschiedene Drehzahlen einer Rushton-Turbine.

Aus Abb. 33 wird deutlich, dass die Anzahl der Blasen im Rührkessel mit zunehmender Drehzahl steigt. Wird die Drehzahl von $n = 300 \text{ U/min}$ auf $n = 450 \text{ U/min}$ erhöht, steigt die Anzahl der Blasen zunächst moderat, bei einer weiteren Erhöhung auf $n = 500 \text{ U/min}$ jedoch sprunghaft an, um dann mit weiter steigender Drehzahl wieder moderat zuzunehmen. Zugleich verlagert sich die Größenverteilung der Blasen mit steigender Rührerdrehzahl hin zu kleineren Durchmessern. Das gesamte Größenspektrum der Blasen erstreckt sich in allen Messungen unabhängig von der Drehzahl über den selben Durchmesserbereich.

Auffallend ist, dass bei der Steigerung der Drehzahl von $n =$

500 U/min auf $n = 550 U/min$ auch die Anzahl von größeren Blasen zunimmt. Der Größenbereich, in dem sich nennenswert viele Blasen befinden, ist gegenüber dem der geringeren Drehzahl breiter.

Bis zu einer “Mindestdrehzahl” werden die Blasen im Rührkessel nicht signifikant dispergiert. Dies ist auf zwei Gründe zurückzuführen: zum einen ist bei niedrigen Drehzahlen das durch den Rührvorgang erzeugte turbulente Scherfeld der Flüssigkeit nicht stark genug ausgeprägt, um die von der Düse aufsteigenden Blasen fein zu zerteilen. Zum anderen können die gebildeten Blasenfragmente noch nicht in den beiden globalen Flüssigkeitswirbeln ober- und unterhalb der Rührerebene gehalten werden (vgl. Abb. 3). Beides gelingt erst bei Erreichen einer “Mindestdrehzahl”, was sich bei Drehzahlen ab $n = 500 U/min$ in dem sprunghaften Anstieg der Blasenanzahl niederschlägt.

Aus Anzahlverteilungen der Blasengrößen in Abb. 33 wird mit Gl. 23 der Sauterdurchmesser der Blasen an dem jeweiligen Betriebspunkt errechnet. Der so ermittelte Sauterdurchmesser ist in Abb. 34 über der Reynoldszahl aufgetragen, die mit Gl. 3 bestimmt wird. Für jeden Betriebspunkt dieser Messreihe gilt $Re_R > 10^3$. Somit herrscht an den Messpunkten ein turbulenter Betriebszustand und in der weiteren Auswertung kann eine konstante Newtonzahl Ne angesetzt werden (vgl. Kap. 2).

Der Sauterdurchmesser sinkt mit steigender Reynoldszahl. Dies ist auf die deutlich gestiegene Anzahl vor allem der kleinen Blasen zurückzuführen. Wegen der immer noch im Kessel befindlichen großen Blasen nimmt der Sauterdurchmesser jedoch mit der steigenden Reynoldszahl relativ moderat ab (vgl. Abb. 34).

Wird der Sauterdurchmesser mit der in der Literatur üblichen Vorgehensweise berechnet (vgl. Gl. 34), wird folgende Abhängigkeit des Sauterdurchmessers von der Drehzahl erwartet: $d_{32} \sim n^{-1,2}$. Die Betriebspunkte dieser Messreihe unterscheiden sich lediglich in der Rührerdrehzahl, die proportional zur Reynoldszahl ist (vgl. Gl. 39). Daher kann für die Drehzahlabhängigkeit des Sauterdurchmessers $d_{32} \sim Re_R^{-1,2}$ angesetzt werden. Die sich aus dieser Abhängigkeit

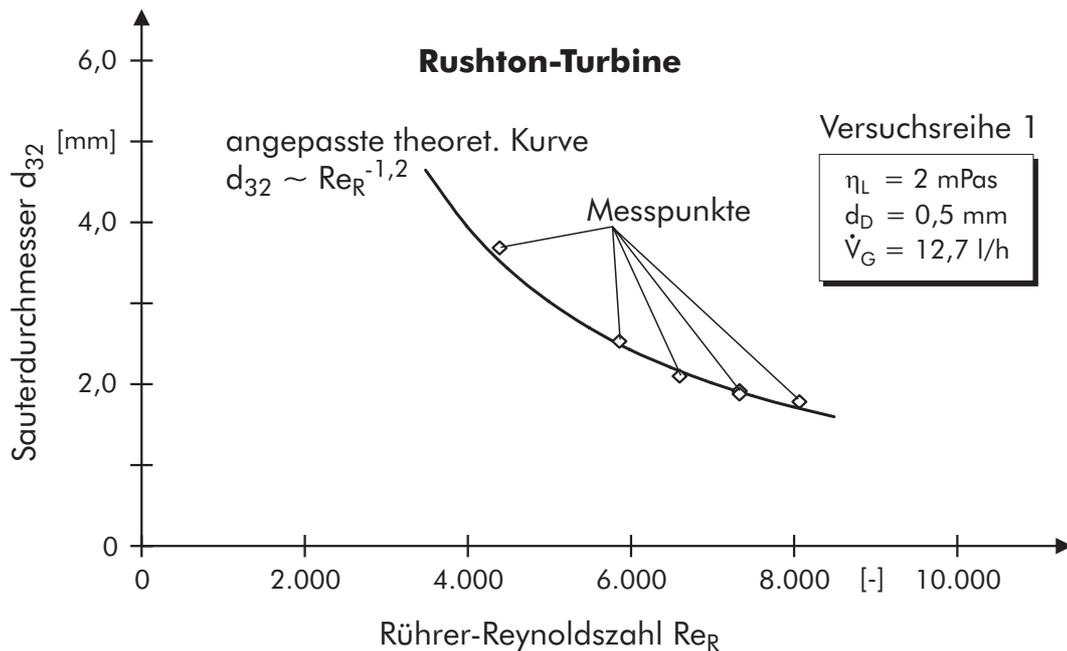


Abbildung 34: Sauterdurchmesser als Funktion der Reynoldszahl.

ergebende Kurve ist in Abb. 34 eingetragen. Die Proportionalitätskonstante wurde dabei so gewählt, dass die Kurve die Messergebnisse gut wiedergibt.

Der Vergleich ergibt eine gute Übereinstimmung der Messergebnisse mit der in der Literatur vorhergesagten Abhängigkeit des Sauterdurchmessers von der Reynoldszahl (bzw. Rührerdrehzahl).

Den Ausgangspunkt für die Dispergierung bilden die über die Düse in den Kessel eingebrachten Primärblasen. Die mittleren Primärblasendurchmesser an den verschiedenen Betriebspunkten werden aus den Hologrammen ermittelt. Die Primärblasen können auf Grund ihrer Größe und Lage im Rührkessel in den holographischen Rekonstruktionen eindeutig von den anderen Blasen im Rührkessel unterscheiden und somit getrennt vermessen werden (vgl. Abb. 26). Ihre Größe an den untersuchten Betriebspunkten dieser Versuchsreihe schwankt um den Wert $d_0 = 5 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$. Ein Einfluss der Rührerdrehzahl auf die Primärblasengröße kann aus den Messungen nicht abgeleitet werden.

5.1.3 Einfluss der Gasbelastung

Unter ansonsten konstant gehaltenen Parametern wird die Versuchsreihe mit einer auf $\dot{V} = 26,1 \text{ l/h}$ erhöhten Gasbelastung wiederholt. Die an diesen Messpunkten ermittelten Sauterdurchmesser sind in Abb. 35 über der Rührer-Reynoldszahl aufgetragen.

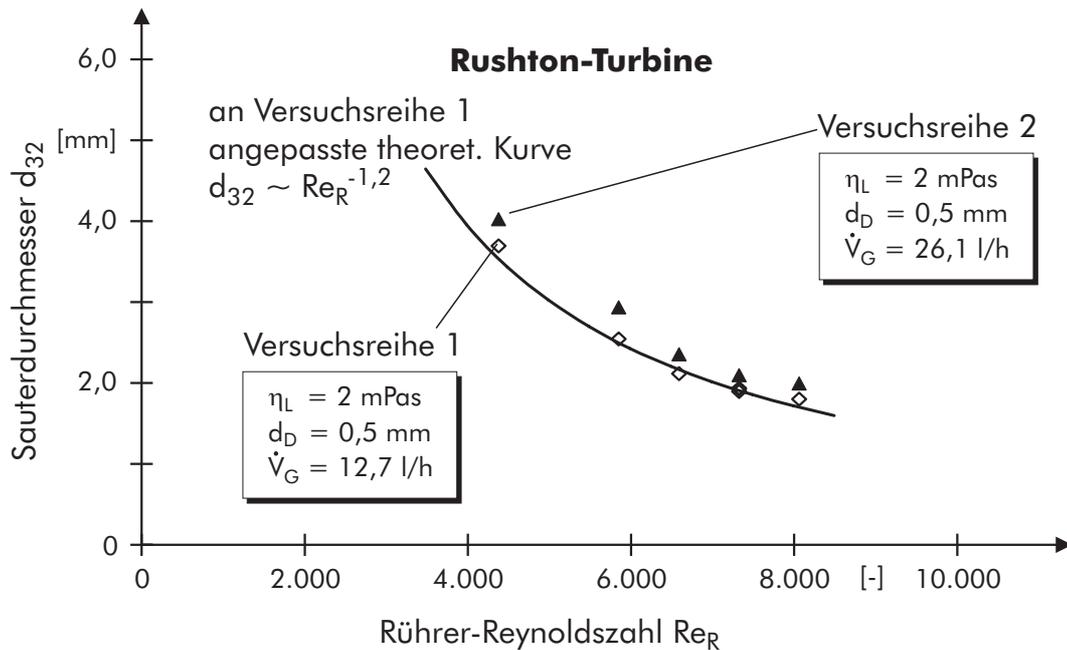


Abbildung 35: Einfluss der Gasbelastung auf den Sauterdurchmesser.

Zum Vergleich sind zusätzlich in Abb. 35 die Sauterdurchmesser aus der Versuchsreihe 1 eingetragen ($\dot{V} = 12,7 \text{ l/h}$). Die höhere Gasbelastung resultiert in größeren Sauterdurchmessern. Der Grund dafür liegt in den mit steigender Gasbelastung größeren Primärblasen, die über die Düse in den Rührkessel eingebracht werden. Die Frequenz, mit der sich die Blasen von der Düse lösen, bleibt hingegen nahezu konstant. Die größeren Primärblasen haben eine höhere Aufstiegs- geschwindigkeit und werden im Scherfeld des Rührers nicht so stark dispergiert. Verglichen mit Versuchsreihe 1 befinden sich zudem deutlich weniger Blasen im Rührkessel. Mit steigender Drehzahl nimmt der Einfluss der Gasbelastung auf den Sauterdurchmesser ab.

5.1.4 Einfluss des Düsendurchmessers

Wird der Düsendurchmesser von $d_D = 0,5 \text{ mm}$ auf $d_D = 1,0 \text{ mm}$ vergrößert, werden deutlich größere Primärblasen an der Düse gebildet. Wie im Fall der erhöhten Gasbelastung werden die größeren Primärblasen nicht so stark dispergiert wie die kleineren der ersten Versuchsreihe. Daher resultiert der größere Düsendurchmesser bei ansonsten konstant gehaltenen Bedingungen in einem Anstieg des Sauterdurchmessers und einer Abnahme der Blasenanzahl. Die Sauterdurchmesser der beiden Messreihen sind in Abb. 36 dargestellt.

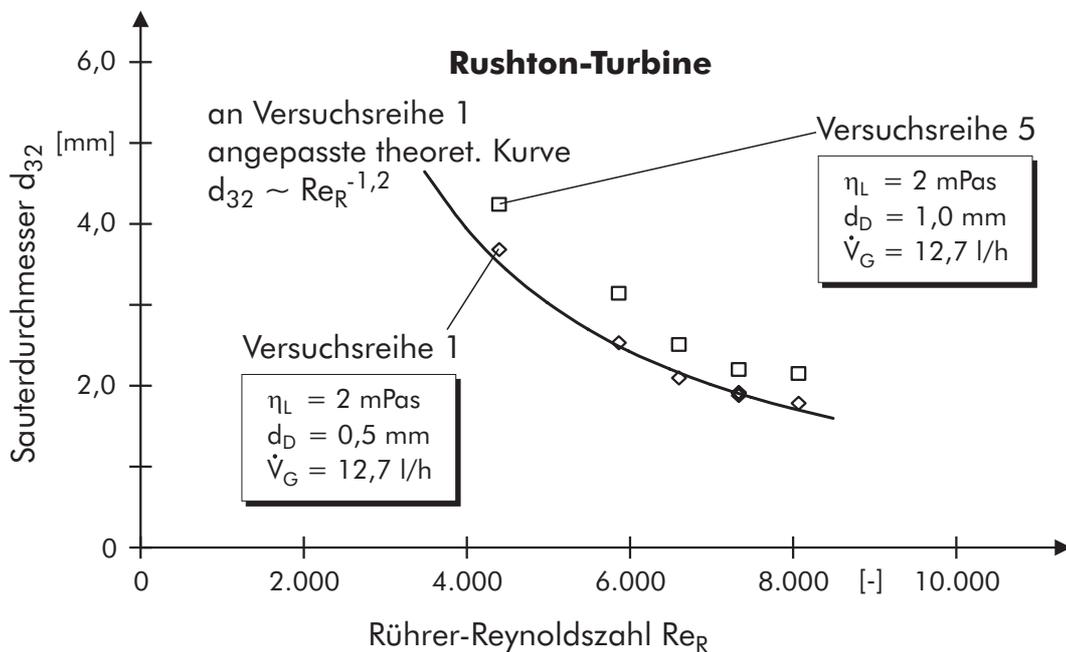


Abbildung 36: Einfluss des Düsendurchmessers und der Reynoldszahl auf den Sauterdurchmesser der Blasen.

5.1.5 Einfluss der Viskosität

Folgt man der theoretischen Herleitung in Kap. 2.2.5 (vgl. Gl. 39), hat eine Änderung der Viskosität der Flüssigkeit bei einem turbulenten Betriebszustand ($Re > 10^3$) keinen Einfluss auf den sich im Rührkessel einstellenden Sauterdurchmesser der Blasen. Damit dürften sich die Anzahlverteilungen der Blasen im Rührkessel bei glei-

cher Drehzahl und annähernd gleichen Stoffwerten sich nicht wesentlich unterscheiden, wenn die Viskosität der Flüssigkeit ausgehend von Versuchsreihe 1 schrittweise erhöht wird. Dass diese Annahme mit den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen nicht bestätigt werden kann, zeigen die in Abb. 37 aufgetragenen Anzahlverteilungen der Blasengrößen.

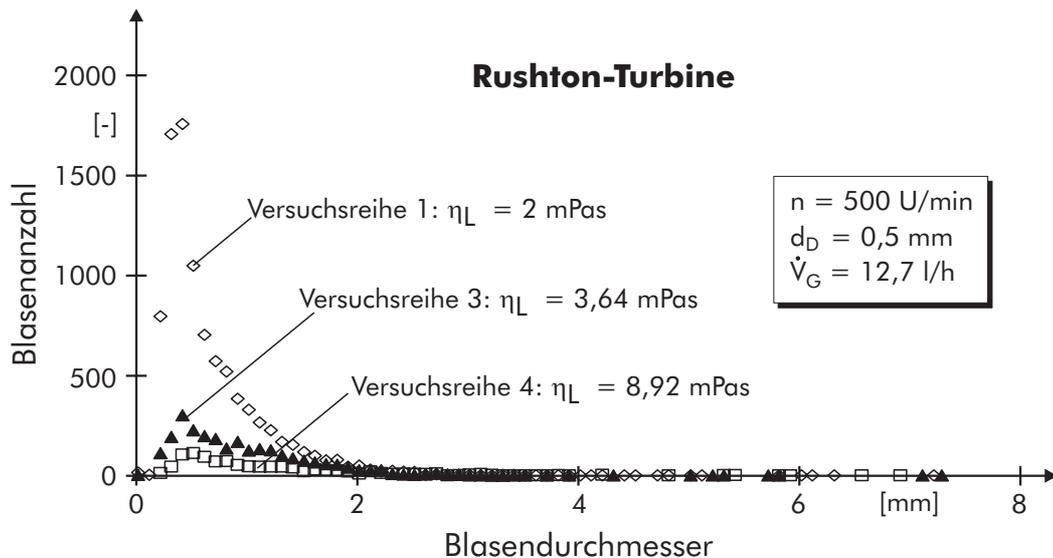


Abbildung 37: Anzahlverteilung der Blasengrößen bei Variation der Viskosität der Flüssigkeit (Rushton-Turbine).

Aus Abb. 37 geht hervor, dass die Anzahl vor allem der kleinen Blasen im Rührkessel mit steigender Viskosität der Flüssigkeit deutlich sinkt. Die Maxima der Anzahlverteilungen, die sich unabhängig von der Viskosität über den gleichen Durchmesserbereich erstrecken, liegen jeweils bei einem Durchmesser von $d \approx 0,6 \text{ mm}$ (vgl. Abb. 37). Damit resultiert die Erhöhung der Viskosität der Flüssigkeit in größeren Sauterdurchmessern. Die aus den Anzahlverteilungen ermittelten Sauterdurchmesser sind in Abb. 38 über der Weberzahl aufgetragen. Ein Einfluss der Viskosität auf die Größe der Primärblasen wird nicht beobachtet.

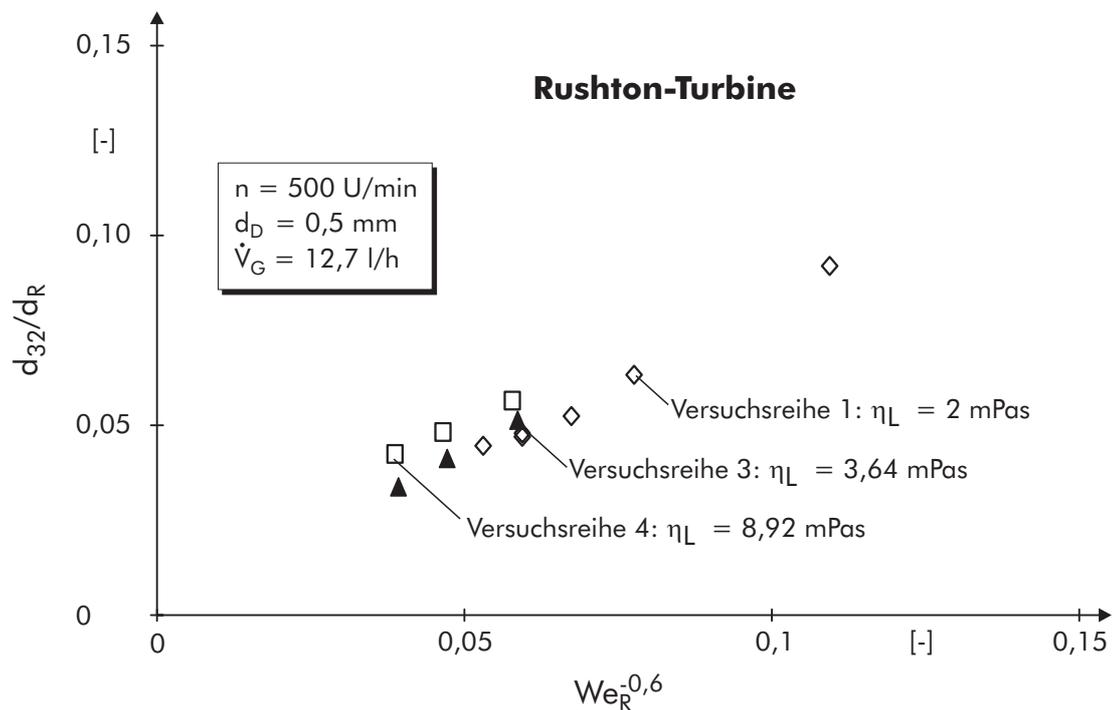


Abbildung 38: Einfluss der Viskosität der Flüssigkeit auf den Sauterdurchmesser als Funktion der Weberzahl (Rushton-Turbine).

5.1.6 Einfluss der Rührerart

Die sich bei Einsatz eines abwärts fördernden Schrägblattrührers im Rührkessel einstellenden Anzahlverteilungen der Blasengrößen sind in Abb. 39 aufgetragen. Wie bei Betrieb einer Rushton-Turbine steigt die Anzahl der Blasen im Rührkessel mit der Rührerdrehzahl deutlich an. Allerdings befinden sich wesentlich weniger Blasen im Rührkessel (vgl. Abb. 33).

Darüber hinaus werden die Blasen durch den Schrägblattrührer erst bei deutlich höheren Drehzahlen als durch die Rushton-Turbine signifikant dispergiert. Das Größenspektrum der Blasen erstreckt sich unabhängig von der Rührerart über den gleichen Durchmesserbereich, jedoch erzeugt der Schrägblattrührer einen breiteren Durchmesserbereich, in dem sich eine nennenswerte Anzahl an Blasen befindet. Der abwärts fördernde Schrägblattrührer erzeugt in der Flüssigkeit

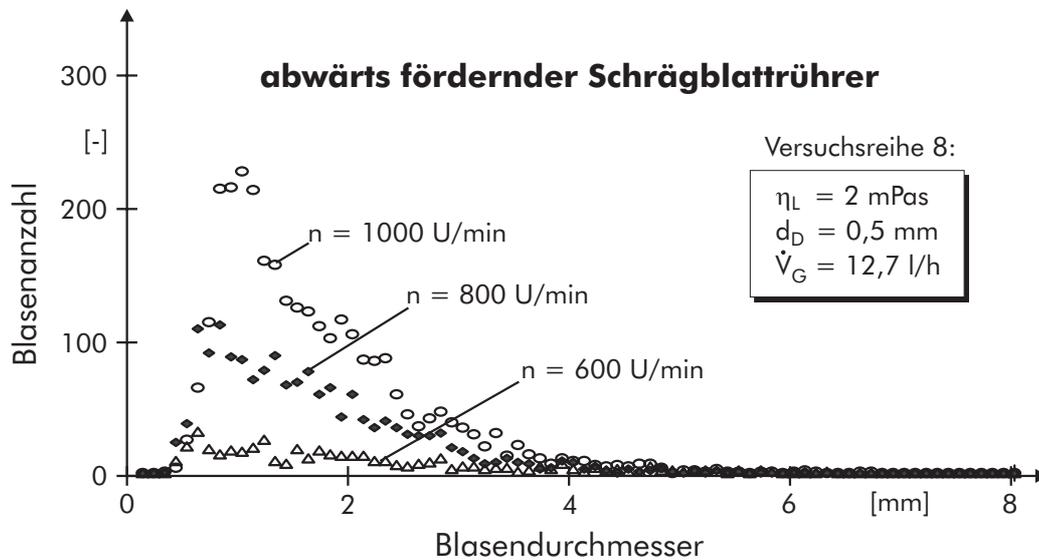


Abbildung 39: Anzahlverteilung der Blasengrößen bei Betrieb eines abwärts fördernden Schrägblattrührers.

wesentlich geringere lokale Energiedissipationsraten als die Rushton-Turbine (vgl. Kap. 2.1.3). Darauf ist zurückzuführen, dass die Dispergierung der Blasen erst bei den höheren Drehzahlen einsetzt und die Blasen weniger fein zerteilt werden als durch die Rushton-Turbine. Die größeren gebildeten Blasen können jedoch wegen der großen geförderten Flüssigkeitsmenge des Schrägblattrührers im Rührkessel gehalten werden. Das resultiert in der breiteren Anzahlverteilung der Blasengrößen.

Die aus den Anzahlverteilungen in Abb. 39 errechneten Sauterdurchmesser sind in Abb. 40 über der Reynoldszahl aufgetragen, ebenso wie die Sauterdurchmesser, die bei Einsatz eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers an den gleichen Betriebspunkten gemessen werden (Versuchsreihe 12).

Im Vergleich zu den Sauterdurchmessern der ebenfalls in Abb. 40 aufgetragenen Versuchsreihe 1 (Rushton-Turbine) stellen sich trotz der deutlich höheren Reynoldszahlen bei Einsatz der beiden Schrägblattrührer größere Sauterdurchmesser ein.

Auffallend ist, dass die beiden Schrägblattrührer in ihrer Dispergierwirkung jedoch deutlich voneinander abweichen (vgl. Abb. 40), ob-

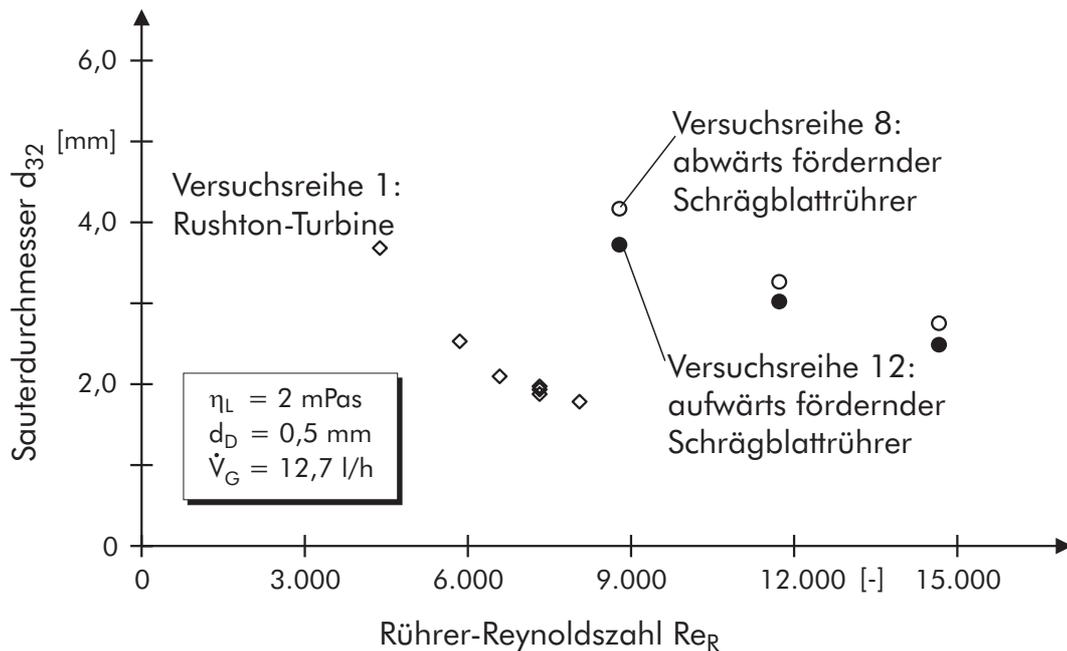


Abbildung 40: Sauterdurchmesser bei Einsatz einer Rushton-Turbine und der beiden Schrägblattrührer.

wohl sie sich hinsichtlich der geförderten Flüssigkeitsmenge und der Newtonzahl nicht unterscheiden, also am gleichen Betriebspunkt die gleiche Energie in den Rührkessel eintragen.

Bei Einsatz eines aufwärts förrenden Schrägblattrührers stellen sich im Rührkessel kleinere Sauterdurchmesser ein als bei Einsatz eines abwärts förrenden Schrägblattrührers. Ein Vergleich der Anzahlverteilungen der Blasengrößen, die sich bei Einsatz der Schrägblattrührer einstellen, ist in Abb. 41 aufgetragen.

Obwohl unabhängig von der Art des Schrägblattrührers Primärblasen gleicher Größe in den Rührkessel eingebracht werden, befinden sich bei Betrieb eines aufwärts förrenden Schrägblattrührers im Rührkessel kleinere und weniger Blasen. Die Ursache dafür liegt im von ihm generierten Strömungsfeld der Flüssigkeit. Die Auswirkungen der unterschiedlichen Strömungsfelder auf die Anzahlverteilung der Blasengrößen wird in den folgenden Abschnitten diskutiert.

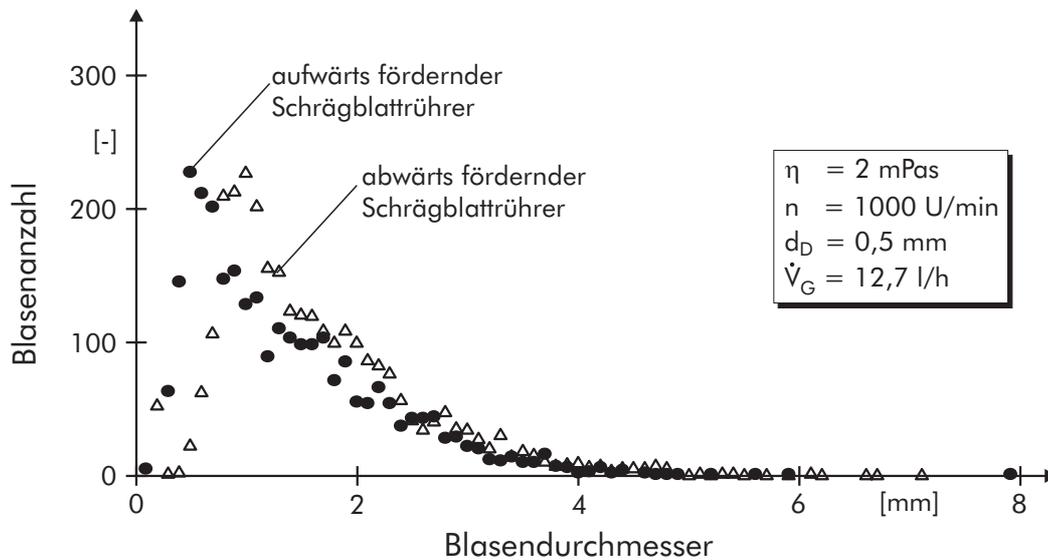


Abbildung 41: Anzahlverteilung der Blasengrößen: Vergleich eines abwärts förrenden Schrägblattrührers mit einem aufwärts förrenden Schrägblattrührer.

5.2 Experimentelle Untersuchung der Blasendispergierung

Die Holographie erlaubt nur Einzelaufnahmen bzw. Doppelaufnahmen des Messvolumens (vgl. Kap. 4). Mit dieser Messtechnik werden sehr genaue Informationen über die Anzahl und die Größenverteilung der Blasen im Rührkessel gewonnen, jedoch keine über den Vorgang der Blasenzerteilung. Deshalb wird die Blasenzerteilung mit Hilfe von Hochgeschwindigkeitsaufnahmen zeitlich hoch aufgelöst visualisiert und so einer Analyse zugänglich gemacht.

Die Aufnahmen liefern für den jeweiligen Rührer qualitative Aussagen über Ort und Größe der Region, in der die Blasen zerteilt werden. Zudem wird die Größe der gebildeten Blasenfragmente abgeschätzt und die globale Strömung der Blasen untersucht. Die Ergebnisse werden anhand von Bildsequenzen aus den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen in den Abbildungen 42, 43 und 44 gezeigt. In diesen Bildsequenzen ist für die drei untersuchten Rührerarten beispielhaft jeweils ein Zerteilvorgang einer Primärblase dargestellt (weiße Kreise).

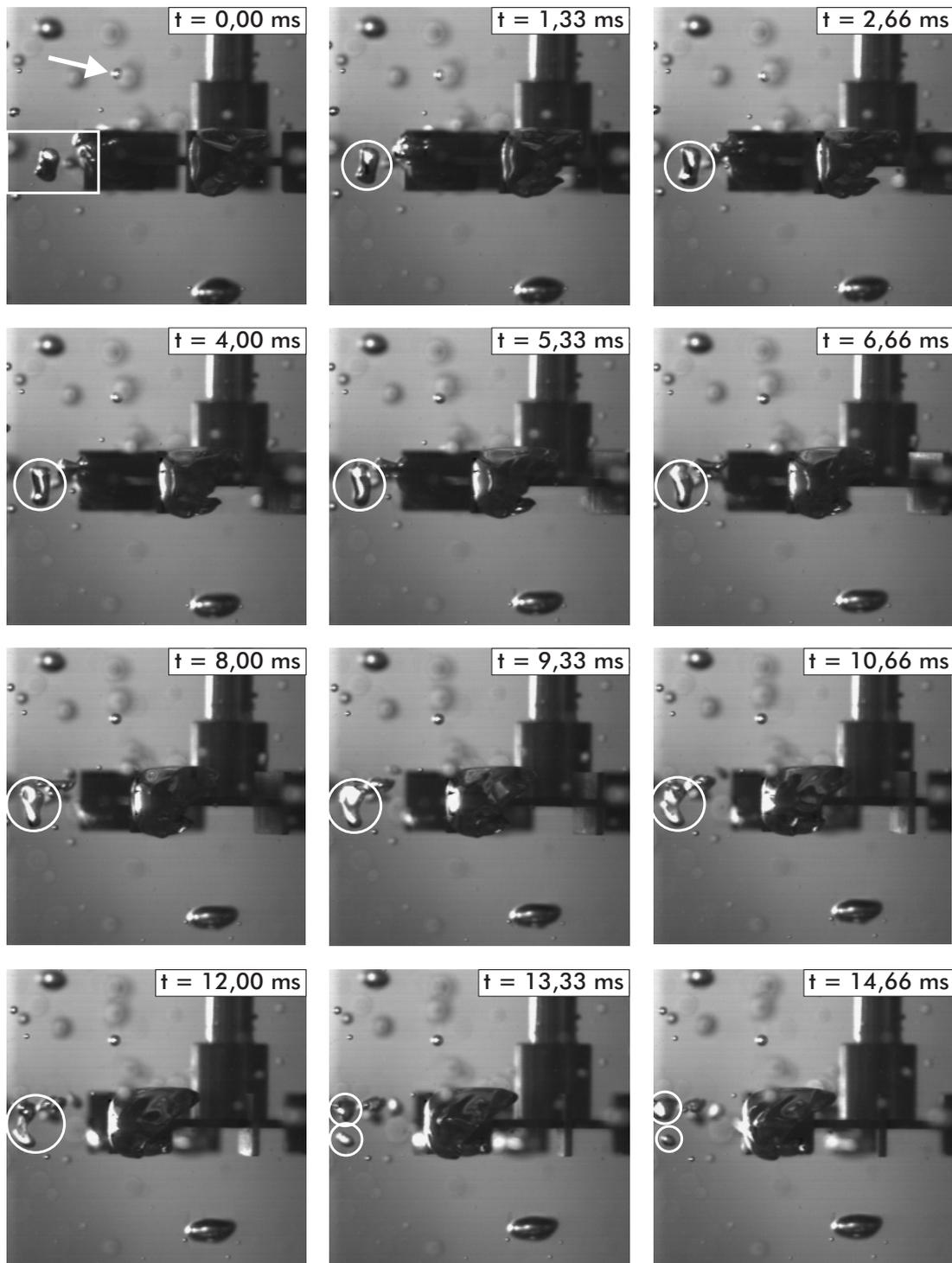


Abbildung 42: Blasenzerteilung bei Einsatz einer Rushton-Turbine, Drehzahl: $n = 500 U/min$, Aufnahmefrequenz: $f = 750 Hz$.

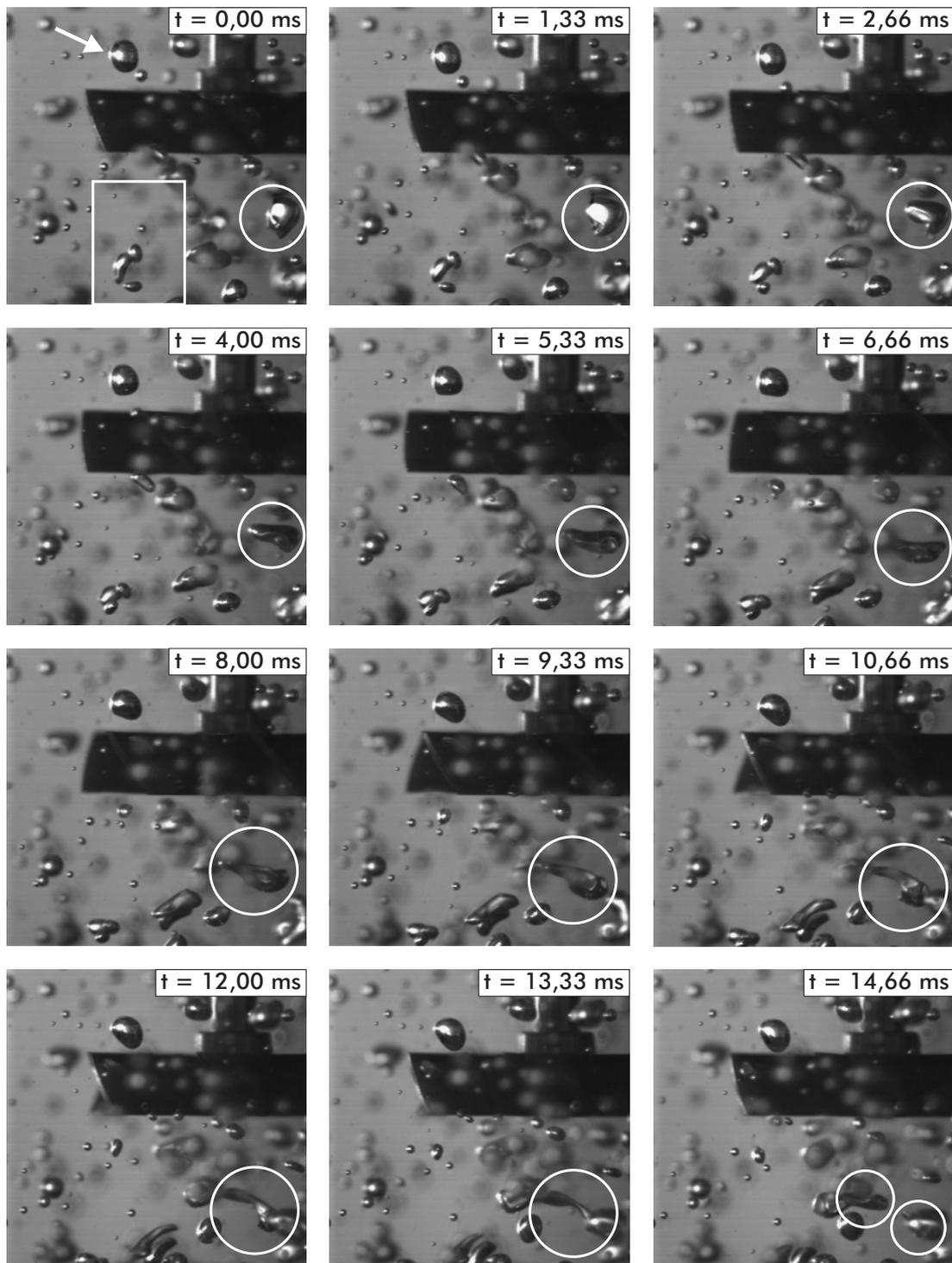


Abbildung 43: Blasenverteilung bei Einsatz eines abwärts fördernden Schrägblattrührers, Drehzahl: $n = 750 U/min$, Aufnahmefrequenz: $f = 750 Hz$.

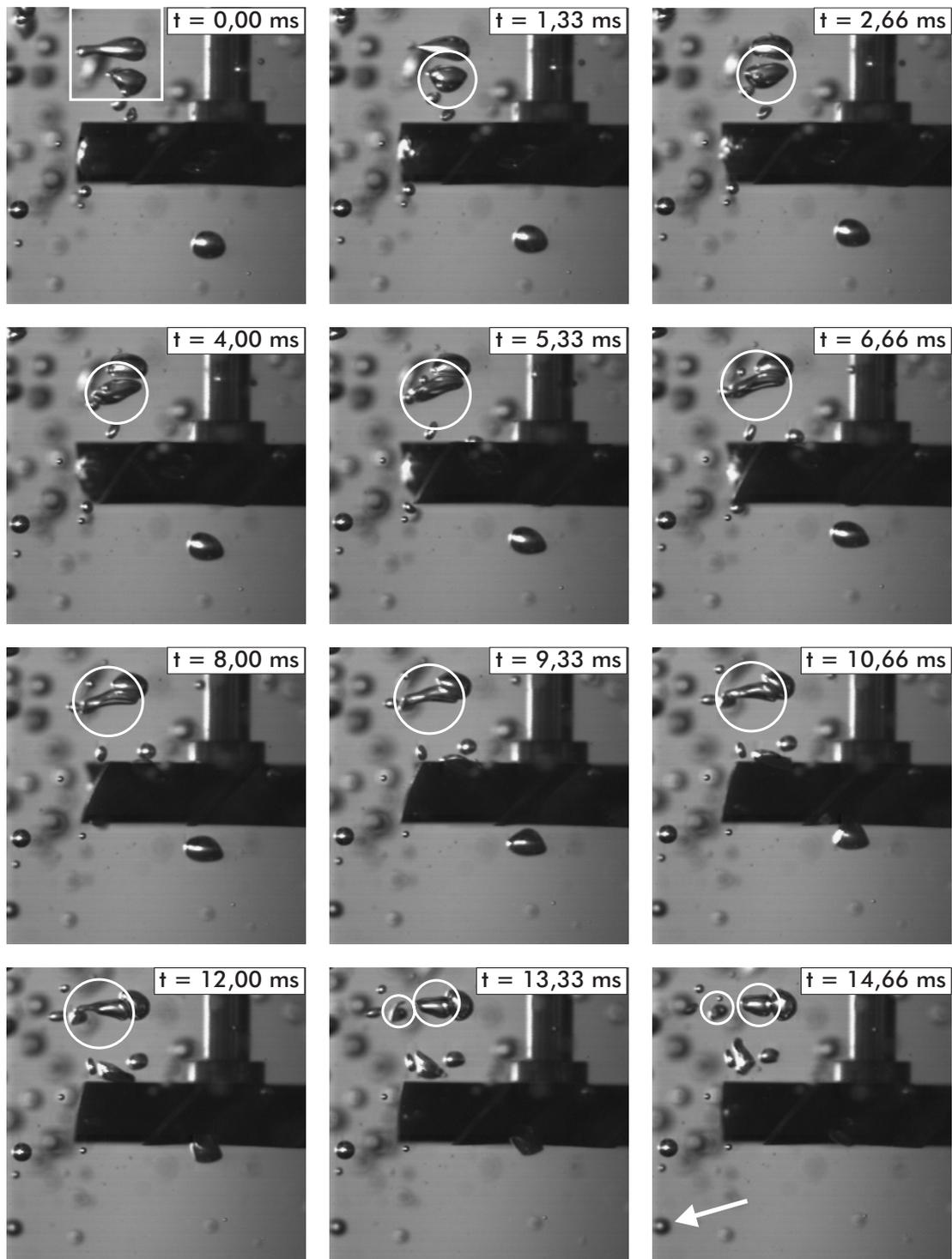


Abbildung 44: Blasenzerteilung bei Einsatz eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers, Drehzahl: $n = 750 U/min$, Aufnahmefrequenz: $f = 750 Hz$.

Aus den Bildsequenzen geht deutlich hervor, dass die dem Rührkessel zugeführten Primärblasen nicht von den Rührerblättern zerschlagen, sondern im Abströmbereich des jeweiligen Rührers zerteilt werden. Diese Regionen großer lokaler Energiedissipationsraten sind in der jeweils ersten Abbildung der drei Sequenzen durch ein weißes Rechteck gekennzeichnet. Die Größe dieser Regionen wird aus den Bildsequenzen abgeschätzt durch die Positionen, an denen die Blasen stark deformiert und zerteilt werden. Sie hat abhängig von der Rührerart eine unterschiedlich große vertikale Ausdehnung (vgl. Abb. 42, 43 und 44). Außerhalb dieser Bereiche wird kein Zerteilvorgang beobachtet.

Im Strömungsfeld einer Rushton-Turbine (Abb. 42) gerät die Primärblase von der Düse kommend in den Einflussbereich des Rührers. Die Blase folgt unter starken Deformierungen der Flüssigkeitsströmung um ein Rührerblatt herum hinter das Blatt und wird von dort aus radial nach außen beschleunigt. Wenn die Blase in den Einflussbereich eines sich von den Ecken eines Rührerblattes ablösenden Wirbel gelangt (sog. "Trailing Vortices", vgl. Kap. 2.1.3), wird sie zerteilt. Bei der Zerteilung entstehen stark unterschiedlich große Blasenfragmente (Abb. 42). Die vertikale Ausdehnung der Region, in der Blasenzerfälle beobachtet werden, ist durch die Höhe der Rührerblätter eindeutig festgelegt.

Das von einem abwärts fördernden Schrägblattrührer erzeugte Strömungsfeld der Flüssigkeit zwingt die Primärblase schon vor Erreichen der Rührerebene zu einer Richtungsumkehr (Abb. 43). Im Gegensatz dazu beschleunigt der aufwärts fördernde Schrägblattrührer die Blase unter starken Deformierungen durch die Rührerebene nach oben (Abb. 44). In beiden Fällen wird die Blase deutlich außerhalb des vom Rührer überstrichenen Volumens zerteilt, wenn die Blasen die Regionen hoher Turbulenz erreichen. Die bei einer Zerteilung entstehenden Blasenfragmente weisen jeweils in etwa die gleiche Größe auf (Abb. 43, 44).

Der Größenunterschied der bei der Zerteilung im Strömungsfeld der Schrägblattrührer entstehenden Blasenfragmente ist damit deutlich geringer als bei Einsatz einer Rushton-Turbine.

Die vertikale Ausdehnung der Region der Blasenverteilung kann aus den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen nicht eindeutig festgelegt werden. Sie übersteigt jedoch bei beiden Schrägblattrührern die Blatthöhe des Rührers um den Faktor zwei bis drei und ist damit deutlich größer als bei der Rushton-Turbine.

Die globale Strömung der Blasen ist stark abhängig von dem eingesetzten Rührer. Die radial fördernde Rushton-Turbine saugt die von der Düse kommenden Primärblasen an und treibt sie in der Rührerebene nach außen, wo sie zerteilt wird (weißer Kreis). Kleinere Blasenfragmente folgen dann der Strömung der Flüssigkeit und werden in den beiden Wirbeln ober- und unterhalb der Rührerebene gehalten. Die Flüssigkeitsströmung ist jedoch nicht stark genug ausgeprägt, um größere Blasenfragmente im Flüssigkeitswirbel zu halten und erneut der Rührerebene zuzuführen (vgl. Abb. 42, weißer Pfeil). Die axial fördernden Schrägblattrührer erzeugen einen – wesentlich stärker ausgeprägten – Flüssigkeitswirbel, in dem auch größere Blasen gehalten werden können als bei Einsatz einer Rushton-Turbine (vgl. Abb. 43, 44, weiße Pfeile).

5.3 Bewertung der Ergebnisse

Die von der Literatur vorhergesagte Abhängigkeit des Sauterdurchmessers von der Rührerdrehzahl (Gl. 38) bzw. der Rührer-Reynoldszahl (Gl. 39) wird durch die einzelnen Messreihen gut bestätigt (vgl. Abb. 33). Allerdings muss die Proportionalitätskonstante in Gl. 39 für jede Messreihe angepasst werden.

Werden zudem die experimentell bestimmten Sauterdurchmesser aller Messreihen den Beziehungen für den Sauterdurchmesser aus der Literatur nach Gl. 36 gegenübergestellt (vgl. Abb. 7), ergibt sich das in Abb. 45 aufgetragene Bild.

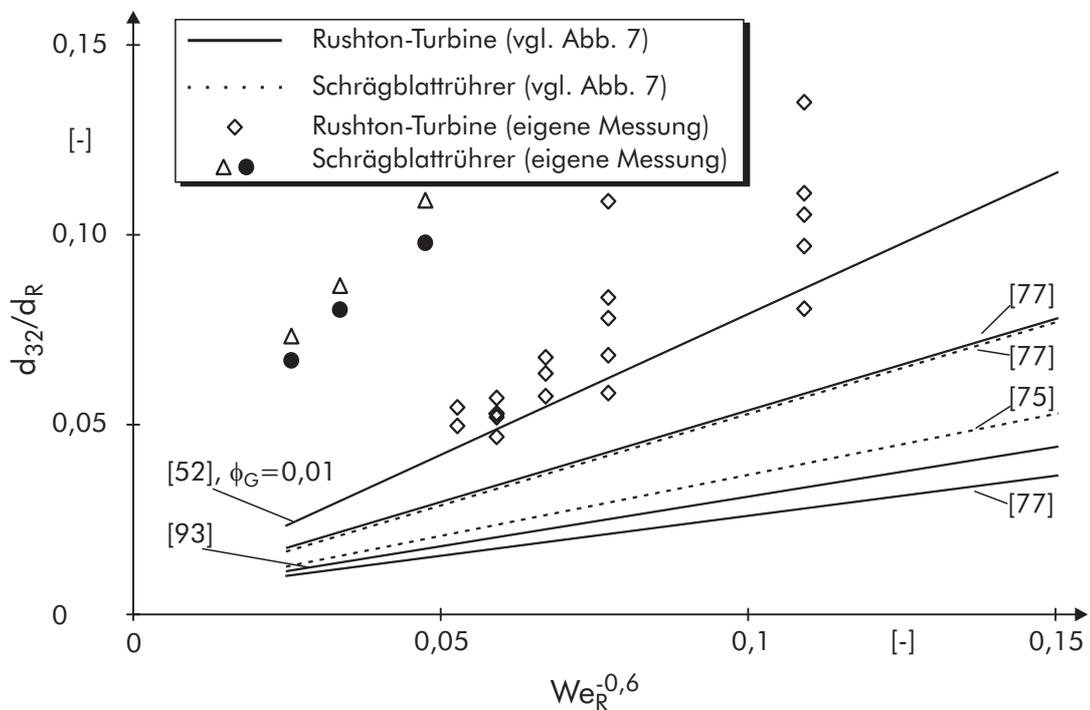


Abbildung 45: Sauterdurchmesser als Funktion der Weberzahl: Vergleich der Messergebnisse mit Beziehungen aus der Literatur.

Aus der Streuung sowohl der gemessenen Sauterdurchmesser als auch der der Literatur entnommenen Beziehungen für den Sauterdurchmesser bei einer konstanten Weberzahl in Abb. 45 können zwei Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Keiner der in der Literatur vorgeschlagenen Werte für die Proportionalitätskonstante K_{We} in Gl. 36 kann in dieser Arbeit experimentell betätigt werden.
- Wesentliche Einflussgrößen auf den Sauterdurchmesser werden bei dessen Berechnung mit Gl. 36 nicht berücksichtigt.

Die Überlegungen, die zur Berechnung des Sauterdurchmessers nach Gl. 36 führen, berücksichtigen weder den Einfluss der Primärblasengröße auf den Sauterdurchmesser noch gehen sie auf die Blasendispersierung selbst, also auf die Anzahl und die Größe der bei der Zerteilung entstehenden Blasenfragmente und das globale Strömungsfeld im Rührkessel ein (vgl. Kap. 2.2). Das erklärt die deutlich voneinander abweichenden Angaben für die Konstante K_{We} in Gl. 36 in der Literatur (vgl. Tab. 4).

Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen zeigen, dass sowohl der Primärblasendurchmesser als auch die Viskosität der Flüssigkeit, die Größe des durch den Rührvorgang induzierten turbulenten Scherfeldes und die globale Strömung der Flüssigkeit berücksichtigt werden muss, um den sich einstellenden Sauterdurchmesser bestimmen zu können. In Abb. 46 sind die globalen Strömungsfelder der Flüssigkeit der drei untersuchten Rührer sowie die jeweils induzierten turbulenten Scherfelder, in denen die Blasen dispergiert werden (weiße Rechtecke), schematisch dargestellt. Anhand der in die Strömungsfelder eingezeichneten Blasen werden die Wirkmechanismen der einzelnen Einflussgrößen erklärt.

Die Größe des induzierten Scherfeldes ist ein Indiz dafür, wie stark die lokale Energiedissipationsrate ϵ_{lok} von der mittleren Energiedissipationsrate $\bar{\epsilon}$ abweicht (vgl. Kap. 2.1). Je kleiner die Regionen potenzieller Blasenzerteilung sind, desto größer ist das Verhältnis $\epsilon_{lok}/\bar{\epsilon}$ und desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Blase zerteilt wird. Auf der anderen Seite bewirkt ein großes Scherfeld, dass die Verweilzeit der Blase in dieser Region hoch ist und damit auch die Anzahl der Blasenzerfälle.

Die Hochgeschwindigkeitsaufnahmen zeigen, dass sich die Größen der im Scherfeld einer Rushton-Turbine entstehenden Blasenfrag-

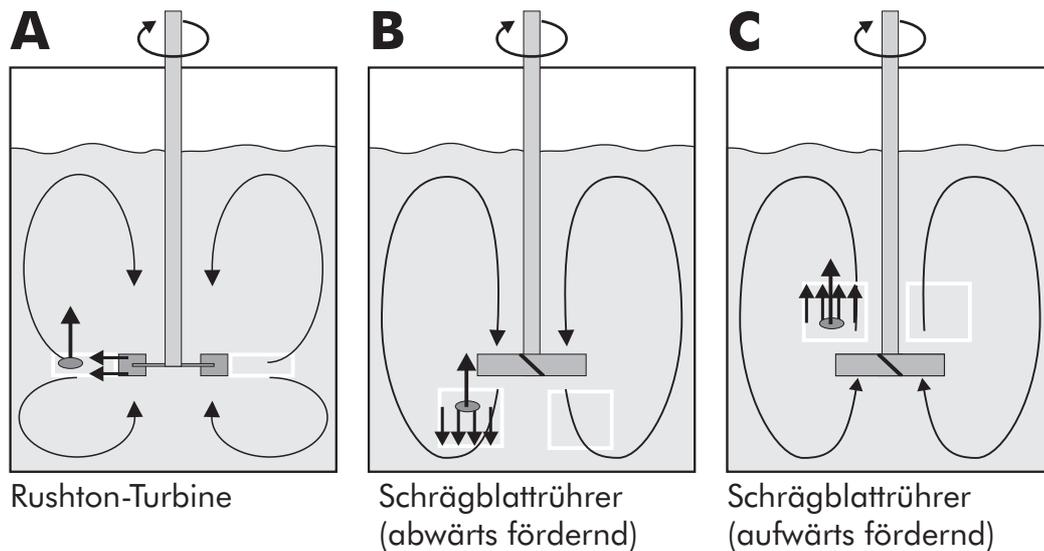


Abbildung 46: Anströmung der Blasen im Scherfeld der Rührer. Die weißen Rechtecke kennzeichnen die Gebiete höchster Turbulenz.

mente deutlich unterscheiden, im Scherfeld der Schrägblattrührer jedoch Blasenfragmente ungefähr gleicher Größe gebildet werden. Diese Beobachtung wird durch den Ansatz von LEHR [54] gestützt, nach dem die Größe der bei einem Zerfall entstehenden Blasen umso stärker divergiert, je stärker das auf sie einwirkende Scherfeld ist (vgl. Kap. 2.3), weil die maximale lokale Energiedissipationsrate im Strömungsfeld von Rushton-Turbinen deutlich größer ist als im Strömungsfeld der Schrägblattrührer.

Im Scherfeld einer Rushton-Turbine wird eine Blase seitlich angeströmt (vgl. Abb. 46 A). Die Rührerdrehzahl hat hier keinen unmittelbaren Einfluss auf die Verweilzeit der Blase im Scherfeld.

Im Gegensatz dazu werden die Blasen im Scherfeld des abwärts fördernden Schrägblattrührers gegen ihren Auftrieb angeströmt (vgl. Abb. 46 B), bei Betrieb eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers wegen der in Richtung des Blasenauftriebs gerichteten Flüssigkeitsströmung durch das Scherfeld hindurch beschleunigt (vgl. Abb. 46 C). Dies resultiert bei gleichen Drehzahlen in einer deutlich geringeren Verweilzeit der Blasen im Scherfeld des aufwärts fördernden

Schrägblattrührers und somit in einer erniedrigten Blasenzerfallsfrequenz. Damit werden aus jeder Primärblase bei Betrieb eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers weniger Tochterblasen gebildet (vgl. Abb. 41). Eine Drehzahlerhöhung verkürzt die Verweilzeit der Blasen im Scherfeld der Schrägblattrührer. Die stärkere Dispergierwirkung durch den höheren Energieeintrag wird durch die wegen der kürzeren Verweilzeit geringere Anzahl von Zerteilvorgängen abgeschwächt.

Die Variation des Düsendurchmessers und der Gasbelastung beeinflussen die Größe der Primärblasen. Dies resultiert wegen der höheren Aufstiegs geschwindigkeit von größeren Primärblasen in einer verkürzten Verweilzeit im Scherfeld einer Rushton-Turbine und damit in einer geringeren Anzahl von Blasenzerfällen. Die größeren gemessenen Sauterdurchmesser (vgl. Abb. 35 und Abb. 36) sind darauf zurückzuführen. Bei aufwärts fördernden Schrägblattrührern hat eine Vergrößerung der Primärblasen das gleiche Ergebnis.

Im Gegensatz dazu haben größere Primärblasen im Scherfeld eines abwärts fördernden Schrägblattrührers durch die dem Blasen auftrieb entgegengerichtete Flüssigkeitsströmung eine größere Verweilzeit. Die Anzahl der Blasenzerfälle steigt und die durch den Rührer in den Kessel eingetragene Energie wird effektiver genutzt.

Ein Einfluss der Viskosität der Flüssigkeit auf die Primärblasengröße wird in den Messungen nicht beobachtet. Zudem werden unabhängig von der Viskosität Tochterblasen der gleichen Größe gebildet. Dies zeigen die Maxima der Verteilungen in Abb. 37. Der Leistungseintrag durch den Rührer im turbulenten Betriebszustand ist keine Funktion der Viskosität (vgl. Kap. 2.1). Die Aufstiegs geschwindigkeit der Blasen ändert sich mit der Viskosität nicht signifikant (vgl. Abb. 5). Die mit steigender Viskosität geringere Blasenanzahl im Rührkessel wird darauf zurückgeführt, dass bei der Dispergierung einer Primärblase weniger Blasenfragmente entstehen.

Während die Größe und die Anzahl der Blasen, die durch Zerteilung gebildet werden, durch die Primärblasengröße und das Scherfeld der Rührer bestimmt ist, wird die Blasen größenverteilung im Rührkessel

durch das globale Strömungsfeld festgelegt. Nur die Blasen, deren Auftrieb geringer ist als die von der Flüssigkeit auf sie ausgeübte Schleppkraft, können in den Flüssigkeitswirbeln gehalten werden und der Strömung zur Rührerebene hin folgen. Größere Blasen verlassen den Rührkessel direkt. Die Unterschiede, die sich durch den Einsatz der verschiedenen Rührer ergeben, werden mit Hilfe von Abb.47 verdeutlicht.

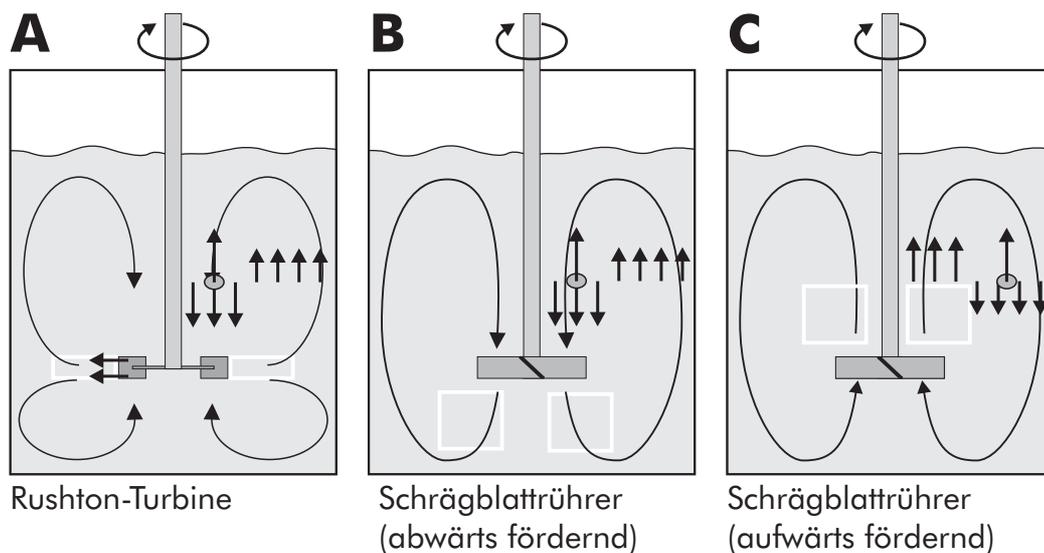


Abbildung 47: Kräftebilanz an einer Blase im Flüssigkeitswirbel.

Die auf die Blasen durch die Flüssigkeit ausgeübte Schleppkraft ist eine Funktion der Flüssigkeitsmenge, die in dem jeweiligen Flüssigkeitswirbel gefördert wird. Die Rushton-Turbine fördert bei gleicher Drehzahl knapp 40% weniger Flüssigkeit als die Schrägblattrührer (vgl. Tab. 2). Zudem teilt sich der Flüssigkeitsstrom wegen der radialen Förderrichtung der Rushton-Turbine auf die beiden charakteristischen Flüssigkeitswirbel auf (vgl. Abb.47 A). In den oberen Wirbel wird daher eine relativ geringe Flüssigkeitsmenge gefördert. Damit ist der Wirbel so schwach ausgeprägt, dass schon relativ kleine Blasen nicht mehr in dem Wirbel gehalten werden können (vgl. Abb. 42, weißer Pfeil).

Die Schrägblattrührer fördern jeweils die gleiche höhere Flüssigkeitsmenge in nur einen charakteristischen Flüssigkeitswirbel. Die unter-

schiedliche Förderrichtung wirkt sich jedoch auf die Blasengröße aus, die in den Wirbeln gehalten werden kann. Die durch den abwärts fördernden Schrägblattrührer erzeugte Strömung ist so stark, dass die Primärblasen umgelenkt und sehr große Blasen in dem Wirbel gehalten werden können (vgl. Abb. 43, weißer Pfeil).

Im Gegensatz dazu ist die durch den aufwärts fördernden Schrägblattrührer erzeugte Strömung innen aufwärts und außen abwärts gerichtet (vgl. Abb. 47 C). Die Strömungsgeschwindigkeiten sind im inneren aufwärtsgerichteten Teil höher und im äußeren abwärts gerichteten Teil wegen der größeren zur Verfügung stehenden Fläche geringer. Daher können trotz der gleichen geförderten Flüssigkeitsmenge im Strömungsfeld des aufwärts fördernden Schrägblattrührers nicht so große Blasen gehalten werden wie im Strömungsfeld eines abwärts fördernden Schrägblattrührers (vgl. Abb. 44, weißer Pfeil). Abhängig von der Rührerart ergeben sich unterschiedliche mittlere Geschwindigkeiten der Flüssigkeit hinab zum Rührer. Damit variiert auch die Blasengröße, die von der Flüssigkeit gerade noch im Rührkessel gehalten werden kann. Verschieden große Blasen haben unterschiedliche Verweilzeiten im Rührkessel.

Die rechnerisch exakte Bestimmung des sich ergebenden Sauter-durchmessers kann wegen der komplexen Strömung jedoch nur numerisch vollzogen werden und ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. In der Folge werden daher auf Basis von vereinfachten Annahmen aus der Blasenzerfallskernfunktion und der Zerfallsfrequenz die Größenverteilungen ermittelt.

6 Modellerweiterung

Mit der in der Literatur gängigen Vorgehensweise kann der sich an einem gegebenen Betriebspunkt einstellende Grad der Dispergierung nur unzureichend beschrieben werden (vgl. Abb. 45). Das ist vor allem darauf zurückzuführen, dass diese Modelle nicht die Größe der bei der Zerteilung einer Blase entstehenden Blasenfragmente berücksichtigen (vgl. Kap. 2.2.5).

Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen haben jedoch eindeutig ergeben, dass eine differenzierte Betrachtung der Blasendurchmesser zur Beschreibung des Grades der Dispergierung wesentlich ist, da unterschiedlich große Blasen einen unterschiedlich langen Verbleib im Rührkessel aufweisen (vgl. Kap. 5.3). Wegen der in einem frühen Stadium der bisherigen Modelle getroffenen Annahme, dass der Sauterdurchmesser proportional zum maximal stabilen Blasendurchmesser ist, werden solche Überlegungen bisher im Ansatz ausgeschlossen. Die in Kap. 2.4 herausgearbeiteten Anforderungen an ein verbessertes Modell zur Beschreibung des Grades der Dispergierung sind in dem in der Folge vorgestellten Modellansatz berücksichtigt.

Dem Ansatz liegt die folgende Überlegung zu Grunde:

Die an der Düse in den Rührkessel eingebrachte Primärblase gelangt in das Scherfeld des Rührers. Sie bildet den Ausgangspunkt für die Dispergierung. Die Anzahl und die Größe der aus einer Primärblase gebildeten Blasenfragmente werden bestimmt durch die Rührerart, den Betriebspunkt sowie die Größe der Primärblase. Die vom Rührer im Rührkessel erzeugte globale Strömung der Flüssigkeit legt die Größe der Blasen, die im Rührkessel verbleiben, sowie deren Verweilzeit und damit den Sauterdurchmesser der Blasen fest.

Die theoretische Bestimmung des Sauterdurchmessers erfolgt in drei Schritten:

- **Welche Größe haben die gebildeten Blasenfragmente?**

Aus der Größe der Primärblase und der Intensität des durch den Rührvorgang erzeugten Scherfeldes wird abgeleitet, ob eine Blase instabil ist. Wenn sie zerteilt wird, wird ein binärer Zerfall der Blase betrachtet und die Blasengrößenverteilung der ent-

stehenden Blasenfragmente bestimmt. Die Berechnungen werden aufbauend auf der in Kap. 2.3 vorgestellten Blasenzerfallskernfunktion von LEHR [54] durchgeführt. Die Blasenzerfallskernfunktion wird dazu in der Folge so erweitert, dass aus der Blasengrößenverteilung der arithmetisch gemittelte Durchmesser und der Sauterdurchmesser der Blasenfragmente berechnet werden kann.

- **Wie oft wird eine Blase zerteilt?**

Aus der Aufstiegs geschwindigkeit der Blase und der Größe des Scherfeldes wird die Verweilzeit der Blase im Scherfeld abgeschätzt. Mit einer Beziehung für die Blasenzerfallsfrequenz von LEHR [54] wird daraus die Anzahl der Zerfälle einer instabilen Blase berechnet.

- **Blasen welcher Größe verweilen im Rührkessel?**

Anhand von vereinfachten Modellannahmen wird abgeschätzt, bis zu welcher Größe die Blasen im Rührkessel gehalten werden können. Durch einen Vergleich mit den experimentell bestimmten Anzahlgrößenverteilungen wird auf unterschiedliche Verweilzeiten verschieden großer Blasen geschlossen.

6.1 Theoretische Untersuchung der Blasendispergierung

Bei der theoretischen Untersuchung der Blasendispergierung im Scherfeld eines Rührers wird in dieser Arbeit der Ansatz verfolgt, dass eine instabile Blase in einem binären Zerfall in eine 'Tochterblase' und eine 'Restblase' zerfällt, wie in Abb. 48 schematisch dargestellt ist. Handelt es sich bei einer instabilen Blase um eine Blase, die direkt von der Düse in das Scherfeld des Rührers gelangt, wird sie in der Folge 'Primärblase' genannt. Als Tochterblase wird die kleinere der beiden gebildeten Blasen bezeichnet.

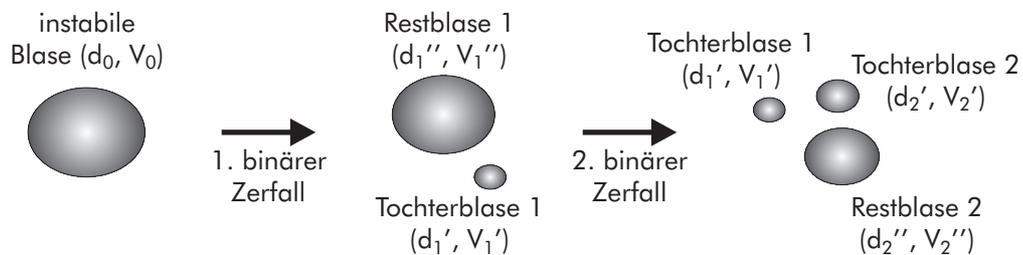


Abbildung 48: Binärer Zerfall einer instabilen Blase.

Ist die größere Restblase nach dem ersten Zerfall weiterhin instabil, kann sie ein weiteres Mal zerteilt werden (vgl. Abb. 48). Dies geschieht, so lange die jeweilige Restblase instabil ist, also größer als die maximal stabile Blase nach HINZE [39] (vgl. Gl. 32):

$$d'' > d_{max} = 0,725 \cdot \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0,6} \frac{1}{\epsilon_{max}^{0,4}}.$$

Die kleinere Tochterblase hat maximal das halbe Volumen der Ausgangsblase. Aus dieser Bedingung leitet sich der maximale Durchmesser der Tochterblase d' und der minimale Durchmesser der Restblase d'' ab:

$$d'_{max} = d''_{min} = 0,5^{1/3} d_0. \quad (71)$$

Die Primärblasengröße ist aus den holographischen Untersuchungen bekannt (vgl. Kap.5). Ist zudem die Größe der bei dem Zerfall entste-

henden Tochterblase bekannt, kann der Durchmesser der Restblase errechnet werden. Es gilt wegen $V' + V'' = V_0$:

$$d'' = (d_0^3 - d'^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (72)$$

Die Tochterblasen, die bei jeweils einem binären Zerfall von Primärblasen gleicher Ausgangsgröße entstehen, liegen in einer Größenverteilung vor (vgl. Kap. 2.3). Das Ziel der theoretischen Untersuchung der Blasendispergierung ist die Bestimmung dieser Größenverteilung, um daraus auf den mittleren Blasendurchmesser und den Sauterdurchmesser der Tochterblasen und der Restblasen schließen zu können. Dazu wird in dieser Arbeit die von LEHR [54] entwickelte Blasenzerfallskernfunktion auf die Dispergierung im Rührkessel angewandt.

6.1.1 Größenverteilung der Blasenfragmente

LEHR [54] gibt die dimensionslose Anzahlverteilung $\beta(V'^*, V_0^*)$ der Tochterblasenvolumina in Abhängigkeit der Primärblasenvolumina in einer normierten logarithmischen Normalverteilung an (vgl. Gl. 51):

$$\beta^*(V'^*, V_0^*) = \frac{6}{\pi^{1,5} d'^{*3}} \frac{\exp[-2,25 (\ln(2^{2/5} d'^*))^2]}{1 + \operatorname{erf}(1,5 \ln(2^{1/15} d'^*))}.$$

In dieser Beziehung sind die Durchmesser der Primärblase und der Tochterblase mit einer für den Betriebspunkt charakteristischen Länge L dimensionslos dargestellt (vgl. Gl. 45):

$$d^* = \frac{d_0}{L}, \quad d'^* = \frac{d'}{L}, \quad \text{mit : } L = \left(\frac{\sigma}{\rho_c} \right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{max}^{0,4}}.$$

Mit dem Normierungsterm $A(d^*)$ in der Anzahlverteilung (Gl. 51)

$$A(d^*) = \frac{1 + \operatorname{erf}[1,5 \ln[2^{1/15} d^*]]}{2}$$

wird der Einfluss der dimensionslosen Primärblasengröße d^* auf die Größenverteilung der Tochterblasen berücksichtigt (vgl. Kap. 2.3). Um Aussagen über die Durchmesser der Tochterblasen treffen zu können, die bei einem binären Zerfall von Blasen mit dem Ausgangsdurchmesser d^* entstehen, wird Gl. 51 mit der Rechenvorschrift (z.B.: BRONSTEIN [11])

$$\beta^*(d'^*, d^*) = \beta^*(V'^*, V^*) \cdot \frac{\partial V'^*}{\partial d'^*} = \beta^*(V'^*, V^*) \cdot \frac{\pi d'^{*2}}{2} \quad (73)$$

in die dimensionslose normierte Anzahlverteilung der Tochterblasendurchmesser $\beta^*(d'^*, d^*)$ umgeformt:

$$\beta^*(d'^*, d^*) = \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{d'^*} \frac{\exp[-2,25 (\ln(2^{2/5} d'^*))^2]}{\frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}[1,5 \ln[2^{1/15}]])} \quad (74)$$

Die Anzahlverteilung (Gl. 74) hat den Medianwert $d'_{0,50} = (2^{2/5})^{-1}$, die Standardabweichung beträgt $s = \frac{\sqrt{2}}{3}$ (vgl. Kap. 2.3).

Die Anzahlverteilung der Restblasendurchmesser erhält man durch Einsetzen von Gl. 72 in Gl. 74 mit der Beziehung:

$$\beta^*(d''^*, d^*) = \beta^*(d'^*, d^*) \cdot \frac{\partial d'^*}{\partial d''^*} = \beta^*(d'^*, d^*) \cdot \frac{d''^{*2}}{(d^{*3} - d''^{*3})^{2/3}} \quad (75)$$

Es ergibt sich:

$$\beta^*(d''^*, d^*) = \frac{-1,5 d''^{*2}}{\sqrt{\pi}(d^{*3} - d''^{*3})} \frac{\exp[-\frac{9}{4} (\ln(2^{2/5}(d^{*3} - d''^{*3})^{1/3}))^2]}{\frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}[1,5 \ln[2^{1/15} \cdot d^*]])} \quad (76)$$

Die auf den dimensionslosen Primärblasendurchmesser d^* bezogene Anzahlverteilung der Tochterblasendurchmesser (Gl. 74) ist in Abb. 49 mit d^* als Parameter aufgetragen.

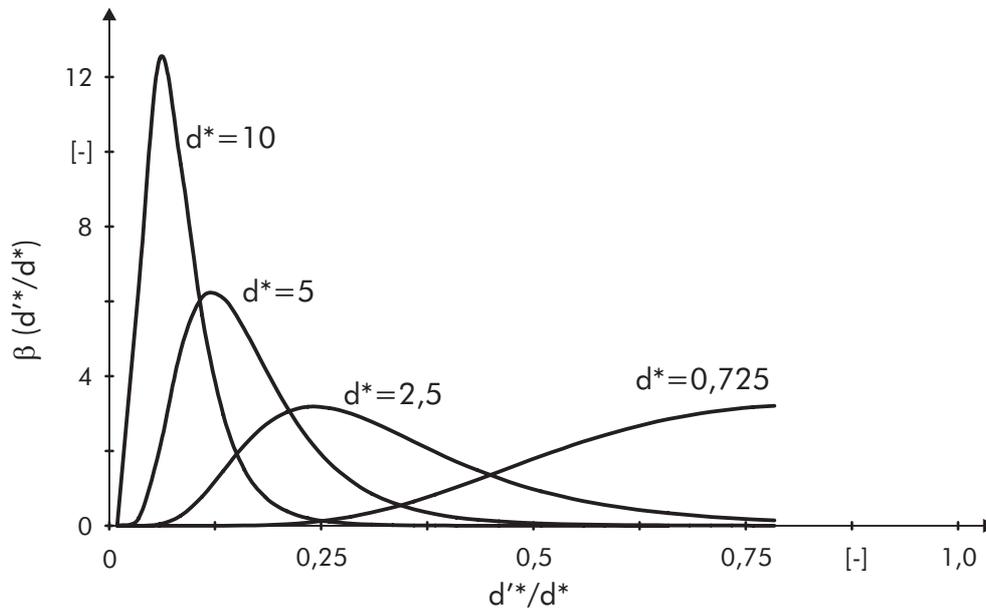


Abbildung 49: Anzahlverteilung der auf die Primärblasengröße bezogenen Tochterblasendurchmesser für verschiedene Primärblasengrößen d^* .

Deutlich erkennbar ist, dass bei dem betrachteten binären Zerfall mit steigendem d^* die Anzahlverteilung der bezogenen Tochterblasengröße zu den kleineren Durchmesserhältnissen tendiert.

Der dimensionslose Primärblasendurchmesser d^* ist ein Maß für die Instabilität der Primärblasen. Je größer der Wert von d^* ist, desto instabiler ist die Blase.

$$d^* = \frac{d_0}{L} = \frac{d_0}{\left(\frac{\sigma}{\rho_L}\right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{max}^{0,4}}}. \quad (77)$$

Aus Gl. 77 geht hervor, dass bei einem gegebenen Stoffsystem ($\sigma, \rho_L = const.$) der dimensionslose Primärblasendurchmesser steigt, wenn entweder größere Primärblasen in den Rührkessel eingebracht werden oder die maximale Energiedissipationsrate erhöht wird. Letzteres gelingt z.B. durch die Steigerung der Rührerdrehzahl.

6.1.2 Theoretische Bestimmung gemittelter Blasengrößen

Für die weitere Berechnung ist es zweckmäßig, an Stelle der Größenverteilungen mit gemittelten Blasengrößen zu rechnen. Wie der arithmetisch gemittelte Blasendurchmesser und der Sauterdurchmesser der Blasen aus den Größenverteilungen bestimmt wird, ist in der Folge gezeigt.

Die mittlere Größe der Tochterblasen wird durch ihren arithmetisch gemittelten Durchmesser \bar{d}'_0 ausgedrückt. Dieser wird durch die Integration von Gl. 74 erhalten, die Bestimmung des so genannten ersten Momentes der Anzahlverteilung der Durchmesser M_{10} [55]:

$$\bar{d}'_0 = M_{10} = \int_0^{d'_{max}} d' \beta^*(d', d^*) \partial d. \quad (78)$$

Das Integral in Gl. 78, ausgewertet in den Grenzen von 0 bis $d'_{max} = 0,5^{1/3} \cdot d^*$, liefert den arithmetisch gemittelten Durchmesser der Tochterblasen:

$$\begin{aligned} \bar{d}'_0 &= \frac{d'_{0,50}}{2} \cdot \exp\left(\frac{s^2}{2}\right) \cdot \frac{1 + \operatorname{erf}\left[-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \ln[2^{1/15} d^*]\right]}{1 + \operatorname{erf}\left[\frac{3}{2} \ln[2^{1/15} d^*]\right]} \\ &= \frac{d'_{0,50}}{2} \cdot \exp\left(\frac{s^2}{2}\right) \cdot B(d^*). \end{aligned} \quad (79)$$

Der Faktor $B(d^*)$ berücksichtigt den Einfluss des dimensionslosen Primärblasendurchmessers auf den gemittelten Durchmesser der Tochterblasen \bar{d}'_0 . Der Verlauf von \bar{d}'_0 bezogen auf die dimensionslose Primärblasengröße d^* ist in Abb. 50 über d^* dargestellt.

Der gemittelte Durchmesser der Restblasen \bar{d}''_0 wird durch die Bestimmung des ersten Momentes der Anzahlverteilung der Restblasendurchmesser errechnet.

Die Berechnung des gemittelten Durchmessers der Restblasen erfolgt analog zu der bei den Tochterblasen über die Bestimmung des ersten Momentes der Anzahlverteilung mit Gl. 78. Allerdings lässt sich dieses Moment nur numerisch integrieren, sodass hier eine analytische

Funktion nicht mehr angegeben werden kann. Die errechneten, bezogenen, arithmetisch gemittelten Durchmesser der Restblasen sind ebenfalls in Abb. 50 über der dimensionslosen Primärblasengröße d^* aufgetragen.

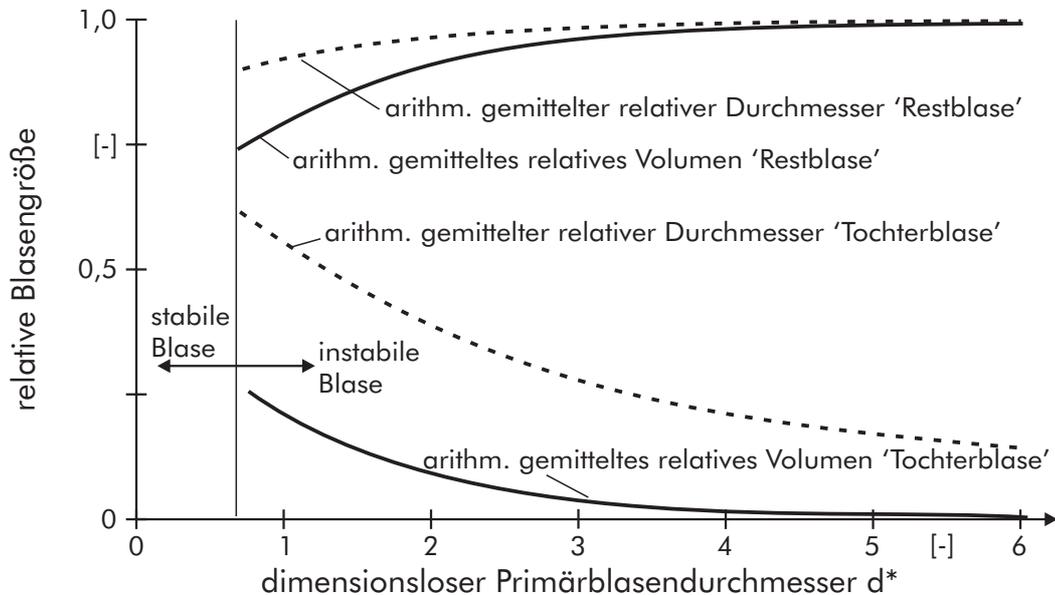


Abbildung 50: Arithmetisch gemittelte, bezogene Blasendurchmesser und -volumina als Funktion der dimensionslosen Primärblasengröße d^* , $V(d^*)$.

Zusätzlich zu den bezogenen gemittelten Durchmessern von Tochterblasen und Restblasen sind die mittleren Volumina der Blasen in Abb. 50 aufgetragen. Das mittlere dimensionslose Volumen der Tochterblasen wird durch die Berechnung des dritten Momentes M_{30} ihrer Anzahlverteilung (Gl. 74) bestimmt. Das zweite Moment M_{20} der Anzahlverteilung beschreibt die gemittelte dimensionslose Oberfläche der Tochterblasen [55].

Der dimensionslose Sauterdurchmesser d'_{32} der Tochterblasen wird durch die Division ihres mittleren Volumens durch ihre mittlere Oberfläche errechnet:

$$d'_{32} = \frac{M_{30}}{M_{20}} = \frac{\int_0^{d'_{max}} d'^*{}^3 \beta^*(d') \partial d'}{\int_0^{d'_{max}} d'^*{}^2 \beta^*(d'^*) \partial d'^*}. \quad (80)$$

Die Auswertung von Gl. 80 liefert die Beziehung für den dimensionslosen Sauterdurchmesser der Tochterblasen:

$$\begin{aligned} d'_{32} &= d'_{0,50} \cdot \exp\left(\frac{5}{2}s^2\right) \cdot \frac{1 + \operatorname{erf}\left[-1 + \frac{3}{2} \ln[2^{1/15}d'^*]\right]}{1 + \operatorname{erf}\left[-\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \ln[2^{1/15}d'^*]\right]} \\ &= d'_{0,50} \cdot \exp\left(\frac{5}{2}s^2\right) \cdot C(d'^*). \end{aligned} \quad (81)$$

In Gl. 81 wird durch den Faktor $C(d'^*)$ der Einfluss des Primärblasendurchmessers auf den Sauterdurchmesser der Tochterblasen berücksichtigt.

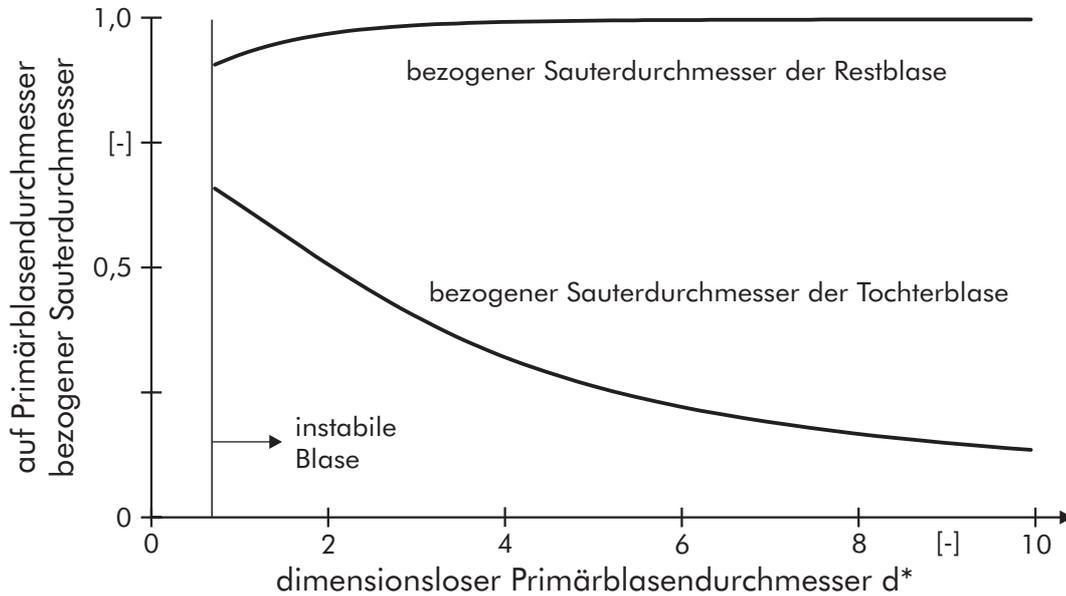


Abbildung 51: Sauterdurchmesser der Tochterblasen und der Restblasen als Funktion der Primärblasengröße.

Der Sauterdurchmesser der Restblasen wird durch Einsetzen von Gl. 76 in Gl. 80 und anschließende Integration erhalten. Der Ver-

lauf der auf die Primärblasengröße bezogenen Sauterdurchmesser der Tochterblasen und der Restblasen ist in Abb. 51 über der dimensionslosen Primärblasengröße aufgetragen.

Der Einfluss der dimensionslosen Primärblasengröße auf die Anzahlverteilung (Gl. 74), den mittleren Durchmesser (Gl. 79) und den Sauterdurchmesser (Gl. 81) der Tochterblasen ist durch die Funktionen $A(d^*)$, $B(d^*)$ und $C(d^*)$ berücksichtigt. Diese Funktionen sind in Abb. 52 über der dimensionslosen Primärblasengröße aufgetragen.

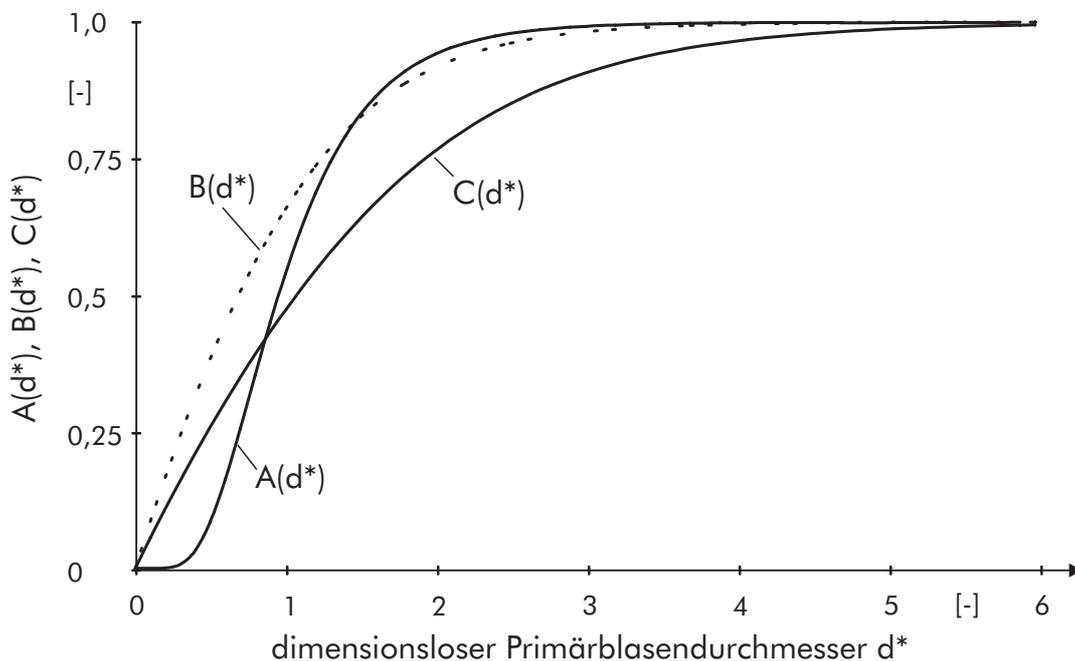


Abbildung 52: Verlauf von $A(d^*)$, $B(d^*)$ und $C(d^*)$ über dem dimensionslosen Primärblasendurchmesser d^* .

Bei großen dimensionslosen Primärblasen nähern sich die drei Funktionen $A(d^*)$, $B(d^*)$, $C(d^*)$ dem Wert 1 an. Den größten Einfluss hat die Primärblasengröße auf die Berechnung des Sauterdurchmessers, also auf den Faktor $C(d^*)$, der bei einer Primärblasengröße von $d^* = 6$ den Wert $C(d^*) = 0,995$ annimmt und sich für größere d^* weiter dem Wert $C(d^*) = 1$ annähert. Ab einer dimensionslosen Primärblasengröße von $d^* > 6$ kann der Normierungsterm bei der Berechnung des dimensionslosen Sauterdurchmessers mit guter Näherung vernachlässigt werden (Fehler $< 1\%$). Die Funktionen $A(d^*)$

und $B(d^*)$ erreichen den Wert 1 schon bei kleineren dimensionslosen Primärblasen.

Ab einer dimensionslosen Primärblasengröße von $d^* > 3$ ist die Größenänderung der Restblase bei einem binären Zerfall so gering, dass sie mit guter Näherung vernachlässigt werden kann ($A(d^*) \approx 1$). Die Restblase ist also annähernd so instabil wie die Primärblase und kann ein zweites Mal zerfallen. Die bei dem zweiten Zerfall gebildete Tochterblase hat dann im Mittel die gleiche Größe wie die Tochterblase aus dem ersten Zerfall (vgl. Abb. 50).

Der dimensionslose Primärblasendurchmesser hat in erster Näherung bei großen Primärblasen keinen Einfluss auf die Größe der bei einem binären Zerfall entstehenden Blasenfragmente.

Das Ziel des Dispergierens von Blasen in Rührkesseln ist, mit hohen Energieeinträgen relativ 'große' Blasen zu zerkleinern und so die für den gewünschten Stoffübergang notwendige Phasengrenzfläche zu erzeugen. Daher wird in der Folge in erster Näherung davon ausgegangen, dass die dimensionslosen Primärblasendurchmesser so groß sind, dass die Korrekturterme vernachlässigt werden können.

Mit dieser Annahme vereinfacht sich die Berechnung des dimensionslosen arithmetisch gemittelten Blasendurchmessers (Gl. 79) und des Sauterdurchmessers (Gl. 81) der Tochterblasen zu:

$$\bar{d}'^* = d'_{0,50} \cdot \exp\left(\frac{s^2}{2}\right) = \frac{\exp\left(\frac{1}{9}\right)}{2^{2/5}} = 0,847, \quad (82)$$

$$d'_{32}^* = d'_{0,50} \cdot \exp\left(\frac{5s^2}{2}\right) = \frac{\exp\left(\frac{5}{9}\right)}{2^{2/5}} = 1,3209. \quad (83)$$

Die dimensionsbehafteten Beziehungen für den arithmetisch gemittelten Blasendurchmesser und den Sauterdurchmesser lauten mit Gl. 45:

$$\bar{d}' = \bar{d}'^* \cdot L = 0,847 \cdot \left(\frac{\sigma_{cd}}{\rho_c}\right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{max}^{0,4}}, \quad (84)$$

$$d'_{32} = d'_{32}^* \cdot L = 1,3209 \cdot \left(\frac{\sigma_{cd}}{\rho_c}\right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{max}^{0,4}}. \quad (85)$$

6.2 Betrachtung der Rührkesselströmung

Die bisher angestellten Überlegungen liefern die Beziehungen für den mittleren Blasendurchmesser und den Sauterdurchmesser der Tochterblasen, die bei jeweils einem Zerfall von Primärblasen mit dem Ausgangsdurchmesser d_0 entstehen. Bei großen Primärblasen oder hohen lokalen Energieeinträgen ($d^* > 3$) hat die jeweilige Restblase eine Größe, die sich von der der Primärblase nur geringfügig unterscheidet (vgl. Abb. 50). Befindet sich die Restblase weiterhin im Scherfeld des Rührers, ist sie annähernd so instabil wie die Primärblase und kann ein weiteres Mal zerteilt werden.

Die Anzahl der Zerfälle einer Blase wird durch ihren dimensionslosen Durchmesser und ihre Verweilzeit im Scherfeld des Rührers festgelegt. Die Verweilzeit der Blase im Scherfeld ist eine Funktion ihrer Aufstiegsgeschwindigkeit und des Strömungsfeldes der Flüssigkeit.

Die Anzahl der Zerfälle N errechnet sich aus der Frequenz f_z , mit der die Blasen zerfallen, und der Verweilzeit der Blasen im Scherfeld des Rührers τ_ϵ :

$$N = f_z \tau_\epsilon. \quad (86)$$

Die Blasenzerfallsfrequenz f_z wird mit Gl. 46 aus der dimensionslosen Blasenzerfallsfrequenz f_z^* bestimmt. Die dimensionslose Blasenzerfallsfrequenz ist nach LEHR [54] eine Funktion der dimensionslosen Primärblasengröße und wird mit Gl. 50 bestimmt. Damit wird die folgende Beziehung für die dimensionsbehaftete Blasenzerfallsfrequenz angesetzt:

$$f_z = \frac{f_z^*}{T} = f_z^* \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0,4} \cdot \epsilon_{max}^{0,6}. \quad (87)$$

Die Blasenzerfallsfrequenz ist eine Funktion der lokalen dissipierten Energie sowie der Oberflächenspannung, der Dichte der Flüssigkeit und der Ausgangsgröße der Blase und damit unabhängig von der Rührerart.

Die Verweilzeit der Blase im Scherfeld des Rührers wird aus der Größe des Scherfeldes und der Geschwindigkeit bestimmt, mit der

die Blase das Scherfeld passiert. Die Endaufstiegsgeschwindigkeit der von der Düse aufsteigenden Blase wird mit Hilfe von Abb. 5 abgeschätzt. Hat die Geschwindigkeit der Flüssigkeit einen Einfluss auf die Aufstiegsgeschwindigkeit der Blase wie bei Einsatz der Schrägblattrührer, werden die beiden Geschwindigkeiten überlagert und die resultierende Geschwindigkeit der Blase w_{res} der Berechnung der Verweilzeit der Blasen im Scherfeld zu Grunde gelegt. Im Scherfeld von Rushton-Turbinen ist dies nicht erforderlich (vgl. Kap. 5.3, Abb. 46).

Mit der Höhe des Scherfeldes h_{SF} kann die Verweilzeit einer Blase im Scherfeld errechnet werden mit:

$$\tau_\epsilon = h_{SF}/w_{res}. \quad (88)$$

Mit dieser Vorgehensweise kann neben der Größenverteilung auch die Anzahl der Blasenfragmente errechnet werden, die durch die Dispergierung einer Primärblase gebildet werden. Dabei ist zu beachten, dass eine instabile Blase nicht notwendigerweise so lange zerteilt wird, bis sie eine auf ϵ_{max} bezogene stabile Größe erreicht hat. Die Blase zerfällt so lange, bis sie eine auf ϵ_{lok} bezogene stabile Größe erreicht. Dies ist der Fall, wenn sie den unmittelbaren Einflussbereich des Rührers verlassen hat, oder wenn sie im Scherfeld so zerkleinert wurde, dass sie eine stabile Größe erreicht hat.

Die globale Rührkesselströmung legt schließlich die sich im gesamten Rührkessel einstellende Blasengrößenverteilung fest. Nur die Blasen, deren Auftrieb geringer ist als die von der Flüssigkeit auf sie ausgeübte Schleppkraft, können der Flüssigkeitsströmung zur Rührerebene hin folgen. Größere Blasen verlassen den Rührkessel direkt.

6.3 Vereinfachte Bestimmung der Blasengrößenverteilung im Rührkessel

Am Beispiel der in Kap. 4.7 gezeigten experimentell gewonnenen Blasengrößenverteilung wird das vereinfachte Vorgehen bei der rechnerischen Bestimmung der sich einstellenden Blasengrößenverteilung

schrittweise durchgeführt. Die an dem untersuchten Betriebspunkt eingestellten Parameter sind in Tab. 8 zusammengefasst:

Tabelle 8: Betriebsparameter des Betriebspunktes.

Rührerart	Ruston-Turbine
Rührerdurchmesser	$d_R = 40 \text{ mm}$
Newtonzahl (turbulent)	$Ne = 5,4$
Rührerdrehzahl	$n = 500 \text{ U/min}$
Viskosität der Flüssigkeit	$\eta_L = 2 \text{ mPas}$
Dichte der Flüssigkeit	$\rho_L = 1102 \text{ kg/m}^3$
Oberflächenspannung	$\sigma = 0,044 \text{ N/m}$
Düsendurchmesser	$d_D = 0,5 \text{ mm}$
zugeführter Gasvolumenstrom	$\dot{V}_G = 12,7 \text{ l/h}$
Temperatur der Flüssigkeit	$T_L = 20^\circ \text{C}$

Die Auswertung der an diesem Betriebspunkt aufgenommenen Hologramme liefert die in Tab. 9 zusammengefassten Ergebnisse:

Tabelle 9: Ergebnisse der Hologrammauswertung.

Blasenanzahl	$N_{ges} = 9281$
mittlerer Blasendurchmesser	$d_{0,50} = 0,96 \text{ mm}$
Sauterdurchmesser der Blasen	$d_{32} = 1,91 \text{ mm}$
Primärblasendurchmesser	$d_0 = 5,24 \text{ mm}$

Die bei der Zerteilung einer Primärblase entstehende Tochterblase kann maximal das halbe Volumen der Primärblase annehmen. Damit erhält man mit Gl. 71 für den maximalen Durchmesser der Tochterblasen:

$$d'_{max} = 0,5^{1/3} d_0 = 0,793 \cdot 5,24 \text{ mm} = 4,16 \text{ mm}.$$

Die bei der Auswertung dieses Betriebspunktes erhaltene Summenkurve des Blasenvolumens (Abb. 32) beinhaltet sowohl die Tochter- als auch die Primär- bzw. Restblasen. Bei Kenntnis des maximalen Tochterblasendurchmessers kann diese Summenkurve aufgeteilt

werden in eine Summenkurve des Tochterblasenvolumens und eine des Primär- bzw. Restblasenvolumens. Die beiden dabei erhaltenen Summenkurven sind in Abb. 53 aufgetragen.

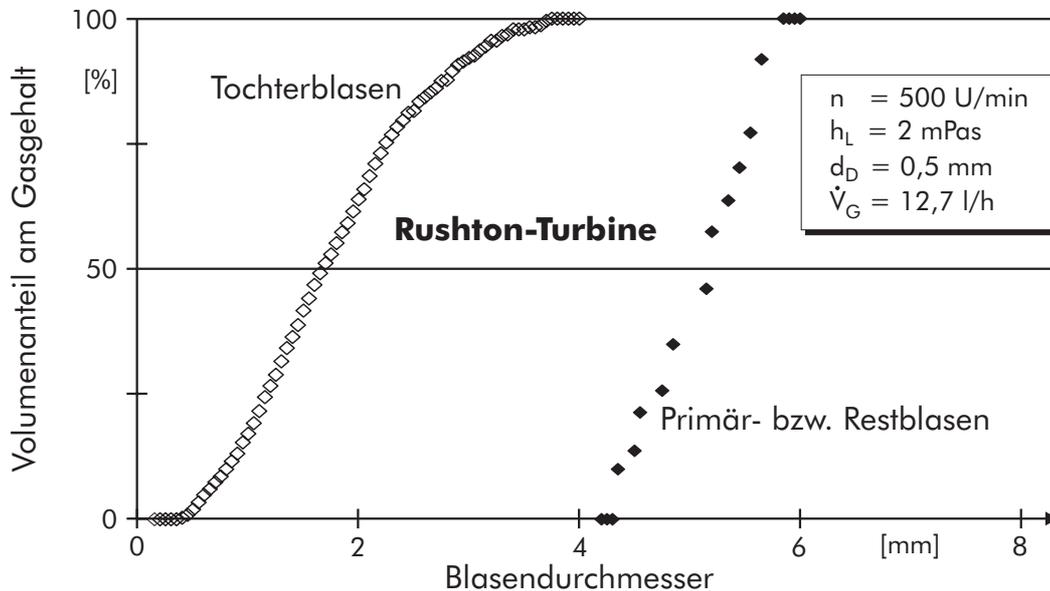


Abbildung 53: Summenkurven des Tochterblasen- und des Primär- bzw. Restblasenvolumens.

Mit den in Tab. 8 aufgelisteten Betriebsparametern errechnet sich die Rührer-Reynoldszahl an diesem Betriebspunkt zu $Re_R = 7350$ (vgl. Gl. 3). Damit ist die Voraussetzung für die Anwendung der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Beziehungen zur Berechnung der Größenverteilung der Tochterblasen – ein turbulenter Betriebszustand – gegeben.

Die Berechnung der Anzahlverteilung der Tochterblasengrößen basiert auf der des dimensionslosen Primärblasendurchmessers mit Gl. 77 aus den Stoffdaten der Flüssigkeit und der maximalen Energiedissipationsrate ϵ_{max} (vgl. Tab. 3):

$$d^* = \frac{d_0}{\left(\frac{\sigma}{\rho_L}\right)^{0,6} \left(\frac{1}{\epsilon_{max}}\right)^{0,4}} = \frac{d_0}{\left(\frac{\sigma}{\rho_L}\right)^{0,6} (12,14 n^3 d_R^2)^{-0,4}} = 6,01.$$

Die Energiedissipationsrate im Scherfeld einer Rushton-Turbine liegt deutlich über der über den gesamten Kessel gemittelten spezifischen

eingebrachten Leistung $\bar{\epsilon}$. Die maximale Energiedissipationsrate ϵ_{max} tritt an der Stelle auf, an der die beiden “Trailing Vortices” zusammentreffen, die sich von einem Rührerblatt lösen (vgl. Kap. 2.1.3). Außerhalb dieser Wirbel herrschen niedrigere Energiedissipationsraten. Daher kann nicht über die gesamte Höhe des Scherfeldes mit der maximalen Energiedissipationsrate gerechnet werden.

Für die weitere Auswertung wird in erster Näherung mit einer über die Höhe des Scherfeldes gemittelten Energiedissipationsrate $\bar{\epsilon}_{SF}$ gerechnet. Diese wird unter der Annahme einer Normalverteilung von ϵ über die Höhe des Scherfeldes aus den Werten für $\bar{\epsilon}$ an dessen Rändern und ϵ_{max} in der Mitte errechnet. Für den hier ausgewerteten Betriebspunkt erhält man mit Tab. 3: $\bar{\epsilon}_{SF} = \epsilon_{max}/2,5$. Damit ergibt sich der gemittelte dimensionslose Primärblasendurchmesser \bar{d}^* zu:

$$\bar{d}^* = 4,16.$$

Der mit dieser Annahme errechnete dimensionslose Primärblasendurchmesser \bar{d}^* wird für die Berechnung der Größenverteilung der Tochterblasen in Gl. 74 eingesetzt. Diese ist in Abb. 54 als Summenkurve des Blasenvolumens der experimentell ermittelten Kurve gegenübergestellt (vgl. Abb. 53):

In Abb. 54 liegen die Werte für die errechnete Summenkurve des Tochterblasenvolumens etwas unterhalb der für die gemessenen Werte. Die errechnete Anzahlverteilung der Blasendurchmesser ist verglichen mit der gemessenen zu größeren Durchmessern verschoben. Allerdings liegt der errechneten Kurve die Größenverteilung der Tochterblasen zu Grunde, die bei der Dispergierung entstanden sind. Bei der gemessenen Kurve hingegen sind alle Tochterblasen im Rührkessel berücksichtigt und damit der Einfluss der globalen Strömung (vgl. Kap. 5.3). Wird berücksichtigt, dass bei der Dispergierung auch Tochterblasen gebildet werden, die so groß sind, dass sie nicht in der Strömung gehalten werden können, verschiebt sich die errechnete Kurve hin zu kleineren Durchmessern.

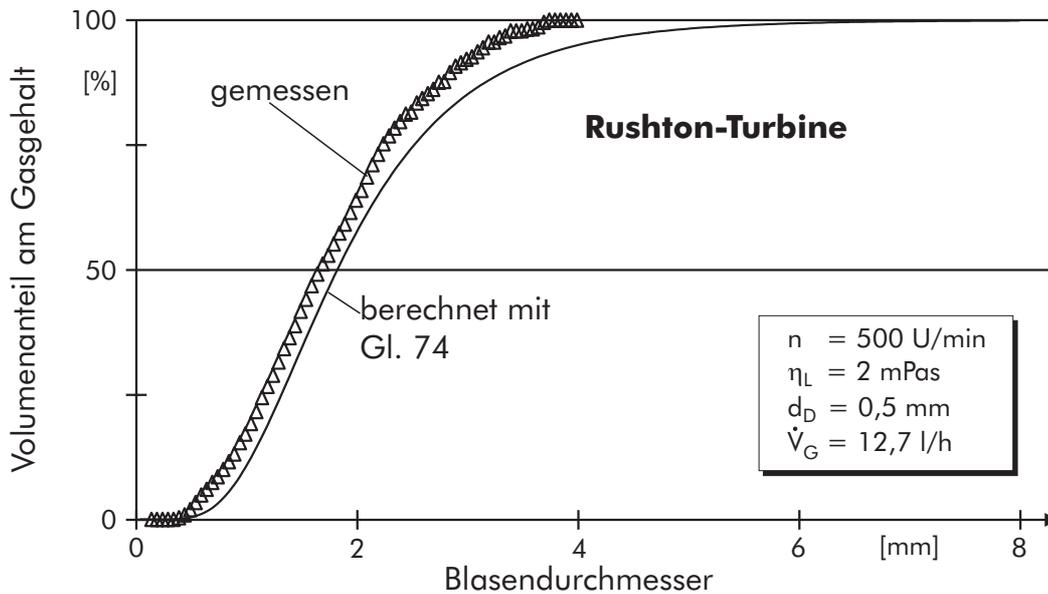


Abbildung 54: Vergleich der experimentellen und der errechneten Summenkurve des Tochterblasenvolumens.

Der arithmetisch gemittelte Durchmesser (\bar{d}') und der Sauterdurchmesser d'_{32} der durch **einen** Zerfall der Primärblasen gebildeten Tochterblasen ergibt sich mit Gl. 84 bzw. Gl. 85 zu:

$$\bar{d}' = 0,847 \cdot \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{scher}^{0,4}} = 1,15 \text{ mm},$$

$$d'_{32} = 1,3209 \cdot \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0,6} \cdot \frac{1}{\epsilon_{scher}^{0,4}} = 1,79 \text{ mm}.$$

Der arithmetisch gemittelte Durchmesser der Restblasen beträgt dann mit Gl. 72:

$$\bar{d}'' = 5,23 \text{ mm}.$$

Die Größe der durch einen Zerfall entstandenen Restblasen unterscheidet sich im Mittel nur unwesentlich von der Größe der Primärblasen. Daher sind die Restblasen annähernd so instabil wie die Primärblasen und es muss mit weiteren Zerfällen der Restblase gerechnet werden. Somit kann der Einfluss der Größenänderung auf

die Größe der Tochterblasen vernachlässigt werden, die bei einem eventuellen weiteren Zerfall gebildet werden (vgl. Abb. 50).

Die Blasenzerfallsfrequenz beträgt mit Gl. 50 und Gl. 87:

$$f_z = 132 \frac{1}{s}.$$

Aus den Stoffwerten der Flüssigkeit und der Primärblasengröße (vgl. Tab. 8) wird mit Hilfe von Abb. 5 die Blasenauftiegschwindigkeit ermittelt:

$$w_b = 0,21 \text{ m/s}.$$

Mit der Blatthöhe des Rührers ($h = 8 \text{ mm}$) ergibt sich für die Anzahl der Zerfälle N einer Primärblase:

$$N_1 = f_{z1} \cdot h/w_b = 5,1.$$

Im statistischen Mittel entstehen also aus jeder zugeführten Primärblase 5,1 Tochterblasen mit einem mittleren Durchmesser von $\bar{d}' = 1,15 \text{ mm}$. Dies steht in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen.

Aus dem zugeführten Luftvolumenstrom von $\dot{V}_d = 12,7 \text{ l/h}$ und dem mittleren Primärblasendurchmesser $d_0(n_1)$ erhält man, dass im Mittel 42 Blasen pro Sekunde dem Rührkessel zugeführt werden. Bei der zu Grunde gelegten Blasenauftiegschwindigkeit ($w_b = 0,21 \text{ m/s}$) und einem Füllstand im Rührkessel von $H = 0,12 \text{ m}$ müssten sich daher 24 Primär- bzw. Restblasen im Rührkessel befinden.

Aus dem ausgewerteten Hologramm ergeben sich 19 Blasen, die eindeutig in diese Kategorie einzuordnen sind. Da im Mittel jede Primärblase in 5,1 Tochterblasen und eine Restblase dispergiert wird, müssten sich bei gleicher Verweilzeit aller Blasen 97 Tochterblasen im Rührkessel befinden. Dem stehen über 9200 gemessene Tochterblasen gegenüber. Die Tochterblasen haben aber im Mittel eine 95-fache Verweilzeit im Kessel verglichen mit der der Restblasen.

Die deutlich höhere Verweilzeit der Tochterblasen ist auf die durch die Rushton-Turbine erzeugte globale Strömung im Rührkessel

zurückzuführen. Die mittlere Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeit aus dem oberen Wirbel zur Rührerebene hin strömt, beträgt nach den Messungen von SCHÄFER [82] 15% der Rührerumfangsgeschwindigkeit (vgl. Kap. 2.1.3). In dem oberen Flüssigkeitswirbel können nur Blasen gehalten werden, die eine Aufstiegs- geschwindigkeit haben, die geringer ist als diese Zulaufgeschwindigkeit. Die maximale Aufstiegs- geschwindigkeit beträgt am untersuchten Betriebspunkt:

$$w_{max} = 0,15 \cdot u_{tip} = 0,15 \cdot \pi \cdot 500 \text{ U/min} \cdot 0,04 \text{ m} = 0,157 \text{ m/s}.$$

Mit Hilfe von Abb. 5 ergibt sich daraus der maximale Durchmesser, der im Kessel gehalten werden kann, zu:

$$d'_{max} = 0,8 \text{ mm}.$$

Dass schon geringfügig größere Blasen nicht mehr durch die abwärts gerichtete Flüssigkeitsströmung in die Rührerebene mitgeschleppt werden, zeigen die Hochgeschwindigkeitsaufnahmen an diesem Betriebspunkt (Abb. 42, Pfeil).

Mit Kenntnis des maximalen Durchmessers der Blasen, die die Rushton-Turbine am untersuchten Betriebspunkt im Rührkessel halten kann, ergibt sich, dass sowohl die Restblasen als auch die größeren gebildeten Tochterblasen den Rührkessel direkt verlassen und die kleineren Tochterblasen sich in den beiden Flüssigkeitswirbeln anreichern (vgl. Kap. 5.3). Dies resultiert in der in Abb. 31 gezeigten experimentell bestimmten Anzahlverteilung der Blasendurchmesser, in der die überwiegende Anzahl der Blasen auf die kleineren Durchmesser- klassen vereinigt ist.

Als wichtiges Ergebnis lässt sich somit festhalten:

Wenn bei der Blasendispergierung Restblasen einer Größe das Scherfeld des Rührers verlassen, die nicht im Rührkessel gehalten werden können, kommt es zu einer Anreicherung kleinerer Blasen im Flüssigkeitswirbel und somit zu einer Verringerung des über alle Blasen gemittelten Sauterdurchmessers. Der Sauterdurchmesser ist damit eine Funktion der Blasendispergierung **sowie** der Strömung und der Stoffwerte der Flüssigkeit.

6.4 Bewertung der Modellvorstellung und Vergleich der untersuchten Rührer

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen zeigen, dass eine korrekte Bestimmung des Grades der Dispergierung auf Basis des maximal stabilen Blasendurchmessers und der maximalen Energiedissipationsrate nicht möglich ist (vgl. Abb. 45). Vielmehr muss der Zusammenhang zwischen der Primärblasengröße und der Blasendispergierung im Scherfeld des Rührers sowie der durch den Rührer induzierten Flüssigkeitsströmung berücksichtigt werden.

Die hier entwickelte Modellvorstellung berücksichtigt diese Forderungen. Die Primärblasengröße wird dem maximal stabilen Blasendurchmesser gegenübergestellt. Der Betrag, um den die Primärblasen die maximal stabile Blasengröße überschreiten, ist ein Maß für die Instabilität der Blase und hat einen wesentlichen Einfluss auf die Größe der bei der Dispergierung entstehenden Blasenfragmente (vgl. Abb. 49). Wie viele Tochterblasen welcher Größe aus einer Primärblase im statistischen Mittel gebildet werden, wird mit Hilfe der auf die Rührkesselströmung angepassten Blasenzerfallskernfunktion von LEHR [54] errechnet. Die beispielhafte Auswertung eines Betriebspunktes mit dieser Funktion zeigt die gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.

Die Kenntnis der Größe der Blasen, die bei der Dispergierung entstehen (Tochterblasen) bzw. übrigbleiben (Restblasen) ist wesentlich, um – abhängig von dem vom jeweiligen Rührer erzeugten globalen Strömungsfeld der Flüssigkeit – zu bestimmen, welcher Anteil der Blasen im Rührkessel gehalten werden kann und welcher Anteil den Rührkessel direkt verlässt. Damit wird im Gegensatz zu den Ansätzen in der Literatur (vgl. Kap. 2.2.5) zwischen dem Sauterdurchmesser der Blasen, die bei der Dispergierung entstehen, und dem Sauterdurchmesser aller Blasen im Kessel unterschieden.

Die genaue Bestimmung des Grades der Dispergierung und des sich einstellenden Sauterdurchmessers ist wegen der äußerst komplexen Strömung in einem Rührkessel nur numerisch möglich. Allerdings können die in dieser Arbeit untersuchten Rührer mit der Verein-

fachten Vorgehensweise bei der Auswertung der hier entwickelten Modellvorstellung hinsichtlich ihrer Effizienz miteinander verglichen werden.

Rushton-Turbine

Die Rushton-Turbine ist ein schnelllaufender radial fördernder Rührer. Sie gibt die aufgenommene Leistung in den im Abströmbe- reich des Rührers stark turbulenten Scherfeldern mit sehr hohen Energiedissipationsdichten ab. Die Dispergierung der Blasen erfolgt in den turbulenten Scherfeldern. Wegen des starken Energieeintrags wird eine Primärblase in relativ kleine Tochterblasen und eine relativ große Restblase zerteilt.

Die von der Rushton-Turbine geförderte Flüssigkeit teilt sich auf in die beiden charakteristischen globalen Flüssigkeitswirbel ober- bzw. unterhalb der Rührerebene. Wegen der Aufteilung in die beiden Wir- bel hat die abwärts gerichtete Flüssigkeitsströmung eine so geringe Geschwindigkeit, dass nur die kleineren gebildeten Tochterblasen im Rührkessel gehalten werden können. Die größeren Tochterblasen und die Restblasen verlassen den Rührkessel direkt. Die kleinen gemesse- nen Sauterdurchmesser sind daher nur scheinbar ein Zeichen für eine gute Dispergierwirkung der Rushton-Turbine.

Ist die hohe Verweilzeit der kleinen Blasen von der Anwendung her erforderlich, verlässt ein großer Anteil des in den Kessel eingebrach- ten Gases diesen nur teilweise abreagiert. Findet in dem Rührkessel hingegen eine schnell ablaufende Reaktion statt, sodass die Blasen vollständig abreagiert sind, die den Kessel direkt verlassen, wird viel Energie für die für die Erfüllung dieser Aufgabe nicht erforderliche Erzeugung der kleinen Blasen mit ihrer hohen Verweilzeit verbraucht. In beiden Fällen ist der Betrieb einer Rushton-Turbine nicht effizient. Entweder muss mehr Gas verdichtet und in den Kessel eingebracht werden als nötig wäre, da ein Großteil des Gases den Kessel unge- nutzt verlässt, oder es wird wesentlich mehr Leistung als nötig an der Rührerwelle aufgenommen.

Aufwärts fördernder Schrägblattrührer

Der aufwärts fördernde Schrägblattrührer gehört zu den schnell- laufenden axial fördernden Rührern. Er fördert im Vergleich zur

Rushton-Turbine bei gleicher Drehzahl ungefähr 40% mehr Flüssigkeit bei einem um ca. 75% reduzierten Leistungsbedarf. Die aufgenommene Leistung gibt dieser Rührer gleichmäßiger an die Flüssigkeit ab, die maximalen Energiedissipationsraten erreichen bei Weitem nicht das Niveau der Rushton-Turbine, was in einem geringeren Größenunterschied zwischen den bei der Zerteilung einer Primärblase entstehenden Blasenfragmenten resultiert.

Die Flüssigkeit in dem globalen Flüssigkeitswirbel, den dieser Rührer erzeugt, strömt im Zentrum des Behälters aufwärts und außen auf relativ großer Fläche abwärts. Daher können auch bei Betrieb eines aufwärts fördernden Schrägblattrührers trotz der größeren geförderten Flüssigkeitsmenge nur relativ kleine Blasen im Rührkessel gehalten werden. Zudem beschleunigt der Rührer durch seine Förderrichtung die Blasen durch das Scherfeld, in dem sie zerteilt werden. Dies führt zu einer verringerten Anzahl von Blasenzerfällen. Die damit relativ großen Restblasen verlassen den Kessel direkt.

Damit weist der aufwärts fördernde Schrägblattrührer ähnliche Nachteile auf wie die Rushton-Turbine. Die im Vergleich zum abwärts fördernden Schrägblattrührer erzeugten kleineren Sauterdurchmesser (vgl. Abb. 41) deuten nur scheinbar auf eine bessere Dispergierwirkung des aufwärts fördernden Schrägblattrührers hin.

Abwärts fördernder Schrägblattrührer

Dieser Rührer hat hinsichtlich der Förderleistung und Leistungsaufnahme die gleichen Kennwerte wie der aufwärts fördernde Schrägblattrührer, fördert jedoch in die andere Richtung. Die abwärts gerichtete Strömung der Flüssigkeit bei Betrieb dieses Rührers ist so stark, dass auch Primärblasen umgelenkt werden können und im Vergleich zu den beiden anderen Rührern sehr große Blasen im Flüssigkeitswirbel gehalten werden können (vgl. Abb. 43, Pfeil).

Darüber hinaus werden die zu zerteilenden Blasen im Scherfeld des Rührers gegen ihren Auftrieb angeströmt. Das erhöht die Verweilzeit der Blasen im Scherfeld und damit die Anzahl der Blasenzerfälle. Durch die im Vergleich zur Rushton-Turbine geringeren Energiedissipationsraten im Scherfeld werden bei einem Zerfall Blasenfragmente

mit geringeren Größenunterschieden gebildet, die zudem im Rührkessel gehalten werden können. Dies resultiert in einer engeren Verweilzeitverteilung der gebildeten Blasen und somit in einer effizienteren Ausnutzung des zugeführten Gases bei zugleich relativ geringer Leistungsaufnahme.

Das in den Kessel eingebrachte Gas wird umso besser ausgenutzt, je enger die Größenverteilung **und** die Verweilzeitverteilung der Blasen im Rührkessel ist. Das wird erreicht, wenn die an der Düse erzeugten Primärblasen im Scherfeld des Rührers gerade instabil sind, sich bei einer Dispergierung also halbieren. Die dabei entstehenden relativ großen Blasen müssen im Rührkessel gehalten werden können. Daraus ergibt sich, dass für diesen Fall ein axial fördernder Rührer eingesetzt werden muss, der abwärts fördert. Dieser Rührer sollte eine große Förderleistung bei gleichzeitig geringer Leistungsaufnahme haben. Die Verweilzeit der Blasen im Rührkessel wird dann über die Rührerdrehzahl festgelegt.

Im Extremfall führt diese Überlegung dazu, dass die hinsichtlich Energie- und Gasverbrauch günstigste Rührkesselanordnung mit einem Rührer ausgerüstet ist, der keine Dispergieraufgabe mehr hat, sondern die eingebrachten Blasen nur noch in der Flüssigkeit verteilt. Diese Aufgabe kann dann z.B. ein Propellerrührer ausführen, der im Vergleich zu den so genannten "Standard"-Dispergierorganen eine sehr geringe Leistungsaufnahme hat. Die Blasengrößenverteilung im Rührkessel wird dann durch die Düse und die Gasbelastung festgelegt.

7 Zusammenfassung

Ein effizienter Betrieb einer Rührkesselanordnung hinsichtlich Energie- und Ressourceneinsatz ist dann gegeben, wenn das in den Rührkessel eingebrachte Gas optimal ausgenutzt wird und zugleich der Rührer möglichst wenig Leistung aufnimmt. Um diesen optimalen Betriebspunkt einstellen zu können, müssen die Zusammenhänge zwischen dem durch den Rührer in der Flüssigkeit induzierten Strömungsfeld und der generierten Anzahl und Größenverteilung der Blasen im Rührkessel bekannt sein.

Die Dispergierung des Gases in der Flüssigkeit erfolgt dabei in zwei Schritten: durch die Einbringung des Gases in den Rührkessel (Primärdispergierung) und die weitere Zerteilung der Primärblasen durch den Rührvorgang. Dabei wird zum einen die Verweilzeit des Gases in der Flüssigkeit erhöht, zum anderen die für den Stoffübergang notwendige Phasengrenzfläche gebildet.

Für die Bestimmung der sich einstellenden Phasengrenzfläche ist es wesentlich, alle zum Zeitpunkt der Messung im Rührkessel befindlichen Blasen zu erfassen und zu vermessen, ohne die Strömung im Rührkessel zu beeinflussen. Dazu wird in dieser Arbeit ein optisches und damit nicht-invasives Messsystem weiterentwickelt, das auf holographischer Aufnahme- und Rekonstruktionstechnik in Verbindung mit photogrammetrischen Auswertalgorithmen basiert. Diese Messtechnik versetzt den Experimentator in die Lage, den gesamten Rührkessel dreidimensional, ohne Begrenzung der Schärfentiefe aufzunehmen, zu rekonstruieren, mit Hilfe der digitalen Bildverarbeitung auszuwerten und so die Positionen und Größen aller Blasen zu bestimmen.

Dazu werden an jedem Messpunkt zwei Hologramme aus zueinander senkrecht stehenden Blickrichtungen aufgenommen und ausgewertet. Die dreidimensionalen holographischen Rekonstruktionen werden jeweils durch Abscannen mit digitalen Kameras mit geringer Schärfentiefe in einzelne, räumlich aufeinanderfolgende Schnitte zerlegt. In den Durchdringungen der Schnitte beider Ansichten werden schließlich die beiden Ansichten einer Blase durch Stereomatching einander

zugeordnet. Auf diese Weise können sämtliche Blasen, die sich an einem gegebenen Betriebspunkt im Rührkessel befinden, erfasst und mit hoher Genauigkeit vermessen werden. Aus den Messungen wird dann quantitativ die Anzahlverteilung der Blasengrößen bestimmt und daraus der mittlere Blasendurchmesser errechnet.

Mit ergänzenden Hochgeschwindigkeitsaufnahmen werden Informationen über die Strömungsfelder der untersuchten Rührer gewonnen. Mit diesen Aufnahmen wird zeitlich hoch aufgelöst der Vorgang der Blaszerteilung visualisiert und eine qualitative Antwort auf die Frage gegeben, wie oft eine Blase zerteilt wird und welche Größen die bei der Zerteilung entstehenden Blasenfragmente haben. Darüber hinaus wird mit Hilfe der Aufnahmen abgeschätzt, bis zu welcher Größe die Blasen in der Rührkesselströmung gehalten werden.

In der vorliegenden Arbeit wird das Dispergierverhalten einer Rushton-Turbine sowie eines aufwärts und eines abwärts fördernden Schrägblattrührers an verschiedenen Betriebspunkten untersucht. In den mit Dimethylsulfoxid (DMSO) oder einer DMSO-Glyzerinmischung gefüllten Rührkessel wird trockene, entölte Luft durch eine zentrisch in den Boden des Kessels angeordnete Düse eingebracht und von einem der Rührer dispergiert. Die Viskosität der Flüssigkeit wird über ihren Glyzeringehalt variiert. Der Einfluss der Drehzahl des Rührers, der Gasbelastung sowie des Düsendurchmessers auf das Dispergierverhalten der Rührer wird untersucht.

Mit den holographischen Untersuchungen werden erstmals alle im Rührkessel befindlichen Blasen vermessen. Die aus den gemessenen Anzahlverteilungen der Blasengrößen errechneten Sauterdurchmesser bestätigen die in der Literatur angegebene Drehzahlabhängigkeit des Sauterdurchmessers. Die gemessenen Anzahlverteilungen belegen jedoch eindeutig, dass die Variation des Düsendurchmessers, der Gasbelastung und der Viskosität der Flüssigkeit einen bisher in der Literatur nicht berücksichtigten Einfluss auf die Anzahl und die Größenverteilung und damit den Sauterdurchmesser der Blasen hat. Die Hochgeschwindigkeitsaufnahmen zeigen, dass der Größenunterschied zwischen den bei der Dispergierung einer Blase entstehenden

Blasenfragmenten mit der Stärke des turbulenten Scherfeldes in der Flüssigkeit und der Größe der Primärblase wächst.

Auf Basis der experimentellen Ergebnisse und eines der Literatur entnommenen Modells zur Beschreibung der Blasenverteilung in Blasenensäulen, das auf die Rührkesselströmung angepasst wird, wird eine erweiterte Modellvorstellung entwickelt, um die untersuchten Rührer hinsichtlich ihrer Dispergierwirkung miteinander vergleichen zu können.

Dieses Modell geht davon aus, dass die Größe der Primärblasen einen wesentlichen Einfluss auf den Dispergiervorgang hat und der Sauterdurchmesser eine Funktion der Dispergierung und der Strömung der Flüssigkeit ist. Es werden Beziehungen angegeben, mit denen die Anzahl und die Größe der bei der Dispergierung entstehenden Blasenfragmente berechnet werden können. Grundlage dafür ist die Instabilität der Primärblase, mit der berücksichtigt wird, um wie viel die zu zerteilende Primärblase größer ist als die maximal stabile Blase. Es wird gezeigt, dass um so kleinere Blasenfragmente aus einer Primärblase gerissen werden, je instabiler diese ist. Mit Kenntnis der Anzahl und der Größenverteilung der Blasen, die bei der Dispergierung einer Primärblase entstehen, wird schließlich abgeschätzt, welcher Anteil der Blasen in der Rührkesselströmung gehalten werden kann und wie groß der Anteil ist, der den Rührkessel direkt verlässt. Dies wird den gemessenen Anzahlverteilungen der Blasengrößen gegenübergestellt und so auf die unterschiedliche Verweilzeit unterschiedlicher großer Blasen geschlossen.

Aus der Modellvorstellung wird ein Vorgehen zur Auswahl einer effizienten Rührkesselanordnung abgeleitet. Das in den Rührkessel eingebrachte Gas wird dann optimal genutzt, wenn die generierten Blasen eine sehr enge Verweilzeitverteilung haben. Daraus folgt, dass die der bei der Dispergierung gebildeten Blasen nur geringe Größenunterschiede aufweisen dürfen. Daraus abgeleitet darf die Primärblasengröße die maximal stabile Blasengröße nur geringfügig überschreiten. Die Größe der Düse und die Gasbelastung muss daher auf die Rührerart und den Betriebspunkt abgestimmt werden. Der Rührer muss in der Flüssigkeit eine Strömung erzeugen, die so stark ist, dass

die gebildeten Blasen über die für die Reaktion benötigte Zeit im Rührkessel gehalten werden können. Dies gelingt durch die Auswahl eines axial und abwärts fördernden Rührers, der eine zudem geringe Leistungsaufnahme hat. Die Verweilzeit der Blasen im Rührkessel kann dann in Abhängigkeit von der zu erfüllenden Trennaufgabe über die Rührerdrehzahl eingestellt werden.

Die exakten sich einstellenden Sauterdurchmesser können wegen der komplexen Strömung im Rührkessel nur numerisch bestimmt werden. Es wird jedoch eine vereinfachte Auswertung vorgestellt, mit der abgeschätzt werden kann, wie effektiv eine gegebene Rührkesselanordnung ist. Die Auswertung für den Betrieb einer Rushton-Turbine ergibt, dass dieser Rührer verglichen mit einem abwärts fördernden Schrägblattrührer ein hochgradig ineffektives Dispergierorgan ist.

Literatur

- [1] **Fa. Agfa-Gevaert:** NDT/Holographie, DIS/NDT: Technische Informationen: Photographische Materialien für die Holographie, Agfa-Gevaert N. V., Morstel, Belgien, 1988
- [2] **Bakker, A.; Van Den Akker, H.E.A.:** A computational study on dispersing gas in a stirred reactor, 7th European Congress of Mixing, Vol. 1, 199-207, 1991
- [3] **Barigou, M.; Greaves, M.:** Bubble-size distributions in a mechanically agitated gas-liquid contactor; Chemical Engineering Science, Vol. 47, No. 8, 2009-2025, 1992
- [4] **Barigou, M.; Greaves, M.:** Gas hold-up and interfacial area distributions in a mechanically agitated gas-liquid contactor; TransIChemE, Vol. 74, Part A, 397-405, April 1996
- [5] **Batchelor, G.K.:** The Theory of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press, 1953
- [6] **Benadda, B.; Ismaili, S.; Otterbein, M.:** Relation of Mechanical Power to Gas Hold-up and Mass Transfer in an Agitated Vessel; Chem.Eng.Technol. 20, 192-198, 1997
- [7] **Biesecker, B.O.:** VDI Forschungsheft 554, 1972
- [8] **Birch, D.; Ahmed, N.:** The Influence of sparger design and Location on Gas Dispersion in Stirred Vessels, Trans IChemE, Vol. 75, Part A, 437-496, July 1997
- [9] **Brodkey, R.S.:** The Phenomena of Fluid Motions, Addison Wesley, 1967
- [10] **Brodkey, R.S.:** Turbulence in Mixing Operations. Theory and Applications to Mixing Reaction; Academic Press, New York, 1975
- [11] **Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.:** Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 23. Auflage, 1987

- [12] **Chávez, A.:** Holographische Untersuchungen an Einspritzstählen, Fluidodynamik und Wärmeübergang durch Kondensation, Dissertation TU München, 1991
- [13] **Chen, H.T.; Middleman, S.:** Drop Size Distribution in Agitated Liquid-Liquid Systems; *AIChE J.*, Vol. 13, No. 5, 989-995, 1967
- [14] **Clift, R.; Grace, J.R.; Weber, M.E.:** Bubbles, Drops and Particles. New York, San Francisco, London, Academic Press, 1978
- [15] **Cooper, R.G.; Wolf, D.:** Velocity Profiles and pumping capacities for turbine type impellers, *Canad. J. of Chem. Engng.* 46, 94-100, 1968
- [16] **Cui, Y.Q.; van der Lens, R.G.J.M.; Luyben, K.Ch.A.M.:** Local Power Uptake in Gas-Liquid Systems with Single and Multiple Rushton-Turbines, *Chem. Eng. Science*, Vol. 51, No. 5, 2631-2636, 1996
- [17] **Dyster, K.N.; Koutsakos, E.; Jaworski, Z.; Nienow, A.W.:** An LDA Study of the radial discharge flow field generated by a Rushton Turbine: Newtonian Fluids, $Re \geq 5$, *Trans IChemE*, 71(A1), 11-23, 1993
- [18] **EKATO Rühr- und Mischtechnik GmbH:** Handbuch der Rührtechnik; EKATO Rühr- und Mischtechnik GmbH, Schopfheim, 1990
- [19] **Feldmann, O.; Mayinger, F.:** Laser Pulsed Holography Applied to the Three-Dimensional Two-Phase-Flow in Aerated Stirred Vessels. In: CD-ROM Proc. of the 8th Intl. Symp. on Flow Visualization, Sorrento, Italien, 1.-4. September 1998. Eds.: C. M. Carlomagno et al. Edinburgh, 1998
- [20] **Feldmann, O.; Mayinger, F.:** Bubble Size Distribution in an aerated stirred vessel. In: CD-ROM Proc. of the 2nd European

- Congress of Chemical Engineering ECCE2, Montpellier, Frankreich, 5.-7. Oktober 1999
- [21] **Feldmann, O.:** Short Time Holography and Holographic PIV applied to Engineering problems; In: Applied Optical Measurements; Eds.: Lehner, M. and Mewes, D., 263-278, Springer Verlag, 1999
- [22] **Feldmann, O.:** Short Time Holography; In: Optical Measurements – Techniques and Applications 2nd Edition; Eds.: Mayinger, F. and Feldmann, O., Springer Verlag, 2001
- [23] **Feldmann, O.; Tauscher, R.:** Digital image processing; In: Optical Measurements – Techniques and Applications 2nd Edition; Eds.: Mayinger, F. and Feldmann, O.; Springer Verlag, 2001
- [24] **Fort, I.:** Pumping Capacity of Propeller Mixer; Coll. of Czechosl. Chem. Commun.; Vol. 32, 3663-3678, 1967 und Vol. 34, 1094-1097, 1969
- [25] **Fort, I.; Podivinska, J.; Baloun, R.:** The study of convective flow in a system with a rotary mixer and baffles, Coll. Czechosl. Chem. Commun. 34, 959-974, 1969
- [26] **Fort, I.; Valesova, H.; Kudrna, V.:** Studies on Mixing XXVII. Liquid circulation in a system with axial mixer and radial baffels; Coll. Czechosl. Chem. Commun. 36, 164 - 185, 1971
- [27] **Gabor, A.:** Microscopy by reconstructed wavefronts, Proc. Roy. Soc. A., p. 197 ff, 1949
- [28] **Gad-el-Hak, M.; Corrsin, S.:** Measurements of nearly isotropic turbulence behind a uniform jet grid, J. Fluid. Mech. 62, Part 1, 115-143, 1974
- [29] **Gebhard, P.:** Zerfall und Verdampfung von Einspritzstrahlen aus lamellenbildenden Düsen, Dissertation TU München, 1996

- [30] **Greaves, M.; Kobbacy, K.A.H.; Millington, G.C.:** Gassed Power Dynamics of Disc Turbine Impeller, Chemical Engineering Science, Vol. 38, No. 11, 1909-1916, 1983
- [31] **Greaves, M.; Barigou, M.:** The internal Structure of gas-liquid dispersions in a stirred reactor, 6th European Conference on Mixing, 24th May - 26th May 1988 in Pavia, Italy, 313-320, 1988
- [32] **Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen:** Mischen und Rühren - Grundlagen und moderne Verfahren für die Praxis; GVC Tagung "Mischen und Rühren" 23.-24.11.1998 in Baden Baden; VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen; Düsseldorf, 1998
- [33] **Hawighorst, A.:** Untersuchungen zur Tropfengrößenbestimmung; Dissertation TU Hannover, 1985
- [34] **Hecht, E.:** Optik, Addison Wesley, 1989
- [35] **Hesketh, R.P.:** Bubble breakage in turbulent liquid flow; PhD Thesis, University of Delaware, 1987
- [36] **Höcker, H.; Langer, G.:** Zum Leistungsverhalten begaster Rührer in newtonschen und nicht-newtonschen Flüssigkeiten, Rheologica Acta, Vol. 16, No. 4, 400-412, 1977
- [37] **Hughmark, G.A.:** Power Requirements and Interfacial Area in Gas-Liquid Turbine Agitated Systems, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., Vol. 19, 638-641, 1980
- [38] **Hinze, J. O.:** Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes; AIChE J. Vol. 1, No. 3, 289-295, 1955
- [39] **Hinze, J. O.:** Turbulence, McGraw Hill, New York, 1975
- [40] **Judat, H.:** Rührleistung beim Dispergieren von Gasen, eine neue Approximation $Ne(Q_G, Fr, D/d)$ für den Scheibenrührer mit 6 Schaufeln, Chem.-Ing.-Tech. 48. Jahrgang, 865-867, 1976

- [41] **Junker, B.H.; Stanik, M.; Barna, C.; Salmon, P.; Paul, E.; Buckland, B.C.:** Influence of impeller type on power input in fermentation vessels, *Bioprocess Engineering* 18, 401-412, Springer Verlag, 1998
- [42] **Kipke, K.:** Rühren von dünnflüssigen und mittelviskosen Medien, *Chem.-Ing.-Tech.* 51. Jahrgang, Nr. 5, 430-436, 1979
- [43] **Kiemle, Röss:** Einführung in die Technik der Holographie, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt/Main, 1969
- [44] **Kolmogorov, A.N.:** Die lokale Struktur der Turbulenz in einer inkompressiblen zähen Flüssigkeit bei sehr großen Reynolds'schen Zahlen, *Compt. Rend. Acad. Sc. USSR*, Band 30 Nr. 4, 301ff., 1941
Übersetzung abgedruckt in "Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz", Akademie-Verlag, Berlin, 1958
- [45] **Kolmogorov, A.N.:** Die Energiedissipation für lokal isotrope Turbulenzen, *Compt. Rend. Acad. Sc. USSR*, Band 32 Nr. 1, 16ff., 1941
Übersetzung abgedruckt in "Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz", Akademie-Verlag, Berlin, 1958
- [46] **Kresta, S.:** Turbulence in Stirred Tanks: Anisotropic, Approximate and Applied; *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 76, 563-575, June 1998
- [47] **Kresta, S.; Wood, P.:** The flow field generated by a pitched blade turbine: Characterization of the turbulence and estimation of the dissipation rate; *Chem. Eng. Science*, Vol. 48, No. 10, 1761-1774, 1993
- [48] **Kumar, S.; Ganvir, V.; Satyanand, C.; Kumar, R. and Ghandi, K.S.:** Alternative mechanisms for drop breakup in stirred vessels; *Chemical Engineering Science*, Vol. 53, 3269-3280, April 1998

- [49] **Laufhütte, H.-D.:** Turbulenz Parameter in gerührten Fluiden, Dissertation TU München, 1986
- [50] **Laufhütte, H.-D., Mersmann, A.:** Dissipation of power in STRs, Vortrag auf der: 5th European Conference of Mixing, Cranfield, UK, 1985
- [51] **Lee, C.H.; Erickson, L.E.; Glasgow, L.A.:** Bubble break-up and coalescence in turbulent gas-liquid dispersions; Chem. Eng. Com. 59, 65-84, 1987
- [52] **Lee, J.C.; Meyrick, B.:** Gas-liquid interfacial areas in salt solutions in an agitated tank; TransIChemE, 48, T37-T45, 1970
- [53] **Lee, K.C.; Yianneskis, M.:** Turbulence Properties of the Impeller Stream of a Rushton Turbine; AIChE Journal, Vol. 44, No. 1, 13-23; January 1998
- [54] **Lehr, F.:** Berechnen von Blasengrößenverteilungen und Strömungsfeldern in Blasensäulen; Dissertation TU Hannover, 2001
- [55] **Löffler, F.; Raasch, J.:** Grundlagen der mechanischen Verfahrenstechnik, Vieweg, Braunschweig, 1992
- [56] **Levich, V.G.:** Physicochemical Hydrodynamics; Prentice-Hall, N.J., 1962
- [57] **Lu, W.M.; Hsu, R.C.; Chien, W.C.; Lin, L.C.:** Measurement of local bubble diameters and analysis of gas dispersion in an aerated stirred vessel with disc turbine impeller; Journal of chemical Engineering of Japan, Vol. 26, No. 5, 551-557, 1993
- [58] **Luo, H.; Svendsen, H.F.:** Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions; AIChE J. 42, No. 5, 1225-1233, 1996
- [59] **Mao, D.; Feng, L.; Wang, K.; Li, Y.:** The Mean Flow Field Generated By a Pitched Blade Turbine: Changes in the Circulation Pattern due to Impeller Geometry, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 75, 307-316, April 1997

- [60] **Machon, V; Pacek, A.W. Nienow, A.W.:** Bubble Sizes in Electrolyte and Alcohol Solutions in a turbulent stirred Vessel; TransIChemE, Vol. 75, Part A, March 1997
- [61] **Mayinger, F.; Chávez, A.:** Measurement of direct-contact condensation of pure saturated vapour on an injection spray by applying pulsed laser holography, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 35, No. 3, 691-702, 1992
- [62] **Mayinger, F.; Chen, M.Y.:** Holographic interferometry studies of the temperature field near a condensing bubble; Symp. on optical methods in the dynamics of fluids and solids, Castle liblice, CSSR, 1984
- [63] **Mayinger, F.; Feldmann, O.:** Optical Measurements – Techniques and Application, 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2001
- [64] **Mayinger, F.; Gebhard, P.:** Evaluation of pulsed laser holograms of flashing sprays by digital image processing, ASME FED-VOL. 209, 13-22, Flow visualization and image processing of multiphase, 1995
- [65] **Mayinger, F.; Nordmann, D.:** Temperatur, Druck und Wärmetransport in der Umgebung kondensierender Blasen, VDI-Forschungsheft 605, 1981
- [66] **Mayinger, F.; Panknin, W.:** Holography in Heat and Mass Transfer; 5th IHTC, Vol. 5, Tokyo, 1974
- [67] **Mavros, P.; Baudou, C.:** Quantification of the Performance of Agitators in Stirred Vessels: Definition and Use of an Agitation Index, Trans IChemE, Vol. 75, Part A, 737-744, November 1997
- [68] **Meng, H., Hussian, F.:** Holographic particle velocimetry: 3-D measurement technique for vortex interactions, coherent structures and turbulence, Fluid Dynamic Research, 8, 33-52, 1991
- [69] **Mersmann, A.:** Stoffübertragung; Springer, Berlin, 1986

- [70] **Mersmann, A.:** Fluidodynamik von Blasensäulen, VDI-Bildungswerk 2464
- [71] **Millies, M.:** Fluidodynamik, Vermischung und Stoffübergang in Zirkulationszellen in Blasensäulen, Dissertation Uni Hannover
- [72] **Millies, M.; Mewes, D.:** A transport equation for the local interfacial area density in two-phase flow; Proc. 2nd Intl. Conf. on Multiphase Flow, Kyoto, Japan, 1995
- [73] **Nienow, A.W.; Wisdom, D.J.:** The effect of scale and geometry on flooding, recirculation and power in gassed stirred vessels; 2nd European Conference on Mixing, 30th March - 1st April 1977, Paper F1, 1977
- [74] **Pacek, A.W.; Man, W.W.; Nienow, A.W.:** On the Sauter mean diameter and size distributions in turbulent liquid/liquid dispersions in a stirred vessel Chemical Engineering Science, Vol. 53, No. 11, 2005-2011, 1998
- [75] **Parthasarathy, R.; Ahmed, N.:** Gas hold-up in stirred vessels: Bubble size and power input effects, 7th European Congress of Mixing, Vol. 2, 295-301, 1991
- [76] **Parthasarathy, R.; Ahmed, N.:** Bubble size distribution in a gas sparged vessel agitated by a Rushton turbine Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 33, No. 3, 703-711, 1994
- [77] **Parthasarathy, R.; Ahmed, N.:** Sauter mean and maximum bubble diameters in aerated vessels TransIChemE, Vol. 72, Part A, July 1994
- [78] **Patterson, G.K.:** Measurements and modelling of flow in gas sparged, agitated vessels In: Proc. of the 7th European Conference on Mixing, Vol. 1, 209-215, 1991
- [79] **Prince, M.; Blanch, H.W.:** Bubble coalescence and break-up in air sparged bubble columns, AIChE J., Vol. 36, No. 10, 1485-1499, 1990

- [80] **Rotta, J.C.:** Turbulente Strömungen, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1972
- [81] **Rousar, I.; Van den Akker, H.E.A.:** LDA Measurements of Liquid Velocities in Sparged Agitated Tanks with Single and Multiple Rushton Turbines; ICemE Symposium Series No. 136, 89-96
- [82] **Schäfer, M.; Höfken, M.; Durst, F.:** Detailed LDV-Measurements For Visualization of the Flow Field Within a Stirred tank Reactor Equipped with a Rushton-Turbine; TransIChemE, Vol. 75, Part A, 729-736, November 1997
- [83] **Stahl Wernersson, E.; Trägårdh, C.:** Scaling of Turbulence in a Turbine Agitated Tank in Relation to Agitation Rate; Chemical Engineering Journal 70, 37-45, 1998
- [84] **Taylor, G.I.:** Statistical Theory of turbulence, Proc. Roy. Soc. A 151, 421-478, 1935
- [85] **Tennekes, H.; Lumley, J.L.:** A first course in turbulence, MIT Press, 1977
- [86] **Thompson, B.J.; Ward, J.H.; Zinky, W.R.:** Application of holographic techniques for Particle Sizing Analysis; Applied Optics, Vol. 6, 519-526, 1967
- [87] **Trollinger, F.:** Flow visualization holography, Optical Engineering, Vol. 14, No. 5, 1975
- [88] **Townsend, A.A.:** The Structure of Turbulent Shear Flow, New York, 1976
- [89] **Ullmanns Encyklopädie der Technischen Chemie:** 4. Auflage, Band 2, Kapitel "Rührtechnik"; M. Zlokarnik, Verlag Chemie GmbH, Weinheim, 1973
- [90] **Voit, H.; Zeppenfeld, R.; Mersmann, A.:** Calculation of Primary Bubble Volume in the gravitational and Centrifugal Field

- [91] **Wächter, P.; Schäfer, M.; Durst, F.:** Bestimmung der lokalen Blasengrößenverteilung im Rührreaktor mittels Phasen-Doppler-Anemometrie Vortrag im Rahmen der GVC-Tagung Mischvorgänge in Wittenberg, 10.04.-11.04.2000
- [92] **Walter, F.; Blanch, W.:** Bubble breakup in gas liquid bioreactors: Break-up in turbulent flows, Chem Eng. Journal, 32, B7-B17, 1986
- [93] **Werner, F.:** Über die Turbulenz in gerührten newtonschen und nicht-newtonschen Fluiden, Dissertation TU München, 1997
- [94] **Werner, F.; Mersmann, A.:** An Engineering Approach to Turbulence; ICHIME Symposium Series No.: 136
- [95] **Wilkinson, P.M.:** Physical aspects and scale-up of high pressure bubble columns; PhD Thesis, University Groningen, The Netherlands, 1991
- [96] **Zlokarnik, M.:** Eignung von Rührern zum Homogenisieren von Flüssigkeitsgemischen, Chem.-Ing.-Tech. 39, 9/10, 539-548, 1967
- [97] **Zlokarnik, M.:** Rührleistung in begasten Flüssigkeiten, Chem.-Ing.-Tech. 45, 10a, 689-692, 1973
- [98] **Zlokarnik, M.:** Rührtechnik - Theorie und Praxis, Springer, Berlin, 1999
- [99] **Zhou, G.; Kresta, S.M.:** Impact of Tank Geometry on the Maximum Turbulence Energy Dissipation Rate for Impellers, AIChE Journal, Vol. 42, No. 9, 2476-2490, 1996
- [100] **Zhou, G.; Kresta, S.M.:** Correlation of mean drop size and minimum drop size with the turbulence energy dissipation and the flow in an agitated tank, Chemical Engineering Science, Vol. 53, No. 11, 2063-2079, 1998