

Technische Universität München
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Messung und Modellierung der thermoakustischen Eigenschaften eines modularen Brennersystems für vorgemischte Drallflammen

Stefanie Bade

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades
eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Veit St. Senner

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer
 2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian O. Paschereit
- Technische Universität Berlin

Die Dissertation wurde am 21.10.2014 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 08.12.2014 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München. Sie wurde im Rahmen der Phase II der Forschungsinitiative Kraftwerke des 21. Jahrhunderts von ALSTOM Power und dem Freistaat Bayern gefördert.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Professor Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer für die fachliche Betreuung der Arbeit und die Übernahme des Hauptreferats. Darüber hinaus möchte ich mich bei ihm für das in mich gesetzte Vertrauen, die mir gewährten wissenschaftlichen Freiräume und die wertvollen Impulse während meiner Zeit am Lehrstuhl bedanken.

Herrn Professor Dr.-Ing. Christian Oliver Paschereit danke ich für die schnelle Begutachtung meiner Arbeit und für die freundliche Übernahme des Koreferats und Herrn Professor Dr.-Ing. Veit Senner für den Vorsitz bei meiner mündlichen Prüfung.

Für die kollegiale Zusammenarbeit möchte ich mich bei allen aktuellen und ehemaligen Mitarbeitern des Lehrstuhls sowie denen der Werkstätten und des Sekretariats bedanken. Mein besonderer Dank gilt dabei Oberingenieur Dr. -Ing. Christoph Hirsch. Durch seine fachliche und freundschaftliche Unterstützung trug er wesentlich zum Erfolg dieser Arbeit bei. Ausdrücklich danken möchte ich meinem Projektkollegen Michael Wagner für die gute wissenschaftliche Zusammenarbeit und für die sehr angenehme Atmosphäre.

Mein herzlichster Dank gilt meinen Eltern und meinem Freund für ihr Vertrauen in mich und ihre stetige Unterstützung. Ohne eure Motivation hätte ich diese Arbeit nicht so erfolgreich abschließen können. Vielen Dank dafür!

Eching, im Februar 2015

Stefanie Bade

Wesentliche Teile dieser Dissertation wurden von der Autorin bereits standardmäßig vorab als Konferenz- und Zeitschriftenbeiträge veröffentlicht [BWH⁺13b, BWH⁺13a, BWH⁺14]. Alle Vorveröffentlichungen sind entsprechend der gültigen Promotionsordnung ordnungsgemäß gemeldet. Sie sind deshalb nicht zwangsläufig im Detail einzeln referenziert. Vielmehr wurde bei der Referenzierung eigener Vorveröffentlichungen Wert auf Verständlichkeit und inhaltlichen Bezug gelegt.

Parts of this Ph.D. thesis were published by the author beforehand in conference proceedings, journal papers, and reports [BWH⁺13b, BWH⁺13a, BWH⁺14]. All of these prior printed publications are registered according to the valid doctoral regulations. However, not all of them are quoted explicitly everywhere as they are part of this present work being official documents. Whether these personal prior printed publications were referenced, depended on maintaining comprehensibility and providing all necessary context.

Kurzfassung

Diese Arbeit untersucht anhand eines modularen Brennersystems den Zusammenhang zwischen dem Brennerdesign und seinen thermoakustischen Eigenschaften für gegebene Betriebsbereiche eines gasturbinenähnlichen Verbrennungssystems. Damit wird im angestrebten Betriebsbereich neben den Emissionen auch die Optimierung des Stabilitätsverhaltens einer Brennergeometrie während der Designphase des Brenners möglich.

Die thermoakustischen Eigenschaften des modularen Brennersystems, das aus einem Drallbrenner mit variabler Drallstärke und einem Mischrohr mit variabler Länge besteht, wurden in einem atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstand für einen bestimmten Luftzahl- und Leistungsbereich untersucht. Es wurde sowohl die perfekte Vormischung, bei der der Brennstoff weit stromauf vom Brenner eingedüst wird, als auch die technische Vormischung betrachtet, bei der die Brennstoffeindüsung direkt in den Drallerzeuger erfolgt. Die thermoakustischen Eigenschaften wurden in Form von Brennertransfermatrizen und Flammentransferfunktionen dargestellt. Ein geometrienahes Netzwerkmodell des Brenners, das mittels zwei Parametern an alle Brennervariationen angepasst werden kann, und jeweils ein Flammenmodell für die perfekt und technisch vorgemischte Verbrennung ermöglichen die Darstellung der Eigenschaften des Brenners und der Flamme. Die Parameter des Brennermodells sind linear abhängig von der Geometrie des Brenners. Die Parameter der beiden Flammenmodelle sind lineare Funktionen der Brennergeometrie und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität. Die lineare Abhängigkeit der Parameter des Brennermodells und der Flammenmodelle von der Brennergeometrie und den Eigenschaften der Flamme ermöglicht eine zuverlässige Interpolation der Parameter im untersuchten Geometrie- beziehungsweise Leistungs- und Luftzahlbereich. Dadurch ist die Rückführung der im Rahmen von Stabilitätsanalysen für den angestrebten Betriebszustand eines gegebenen Verbrennungssystems ermittelten, optimalen Brenner- und Flammenparameter auf die Brennergeometrie möglich, die zu thermoakustisch stabiler Verbrennung führen. Eine Stabilitätsanalyse mit dem Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes und dem Brenner- sowie dem Flammenmodell belegt, dass die Modellierung ausreichend genau ist, um die Eigenfrequenzen und die Stabilität des Verbrennungssystems wiedergeben zu können.

Abstract

Using a modular burner system this thesis investigates the connection of the burner design with its thermo acoustic properties for an operational range in a fixed combustion system as used in stationary gas turbines. Given a unique functional dependence between burner geometry and thermo acoustic properties a design optimization of the burner for a given combustor in a desired operating range is possible not only for emissions but also for the thermo acoustic stability. The thermo acoustic properties of the modular burner system which consists of a swirler with variable swirl strength and a mixing tube with variable length were investigated in an atmospheric single burner test rig for a certain range of air excess ratios and thermal power. Both, perfect premixing with fuel injection far upstream of the burner and technical premixing where fuel is injected directly into the swirler were considered. The thermo acoustic properties were determined in form of burner transfer matrices and flame transfer functions. Burner transfer matrices were modelled with a network of the burner system that is very close to the burner geometry and can be adapted to each variation of the burner with two parameters. These parameters are linearly dependent on the burner geometry. Flame transfer functions were cast into a parametric flame model for the perfect and the technical premixed combustion. The flame model parameters were also found to be linear functions of the burner geometry and the position of maximal OH^* -chemiluminescence intensity. The linear dependency of the burner and flame model parameters on the burner geometry and the flame properties allows the reliable interpolation of the model parameters in the investigated geometry and operating range. Thus the burner geometry for thermo acoustically stable combustion in the combustion system for a given operating point can be uniquely determined from the optimal burner and flame model parameters, which are calculated with stability analysis. A stability analysis of a network model of the single burner test rig with the burner and the flame model shows that the modelling is sufficiently precise to represent the eigenfrequencies and the stability of the combustion system.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziel und Struktur der Arbeit	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Eindimensionale, lineare Akustik	5
2.2	Netzwerkmethode	9
2.2.1	Rohre mit konstantem Durchmesser	11
2.2.2	Querschnittsänderungen ohne und mit akustischen Ver- lusten	11
2.2.3	Verzweigungen und Verknüpfungen	13
2.2.4	Randbedingungen	15
2.2.4.1	Reflexionskoeffizienten	15
2.2.4.2	Anregungselemente	16
2.2.5	Flammen	16
2.3	Stabilitätsanalyse	20
2.4	Thermoakustik	22
2.5	Flammentransferfunktionen	26
2.5.1	Flammentransferfunktionen perfekt vorgemischter Flam- men	26
2.5.2	Flammentransferfunktionen technisch vorgemischter Flammen	27
2.6	Wärmebilanz der Brennkammer	30
2.6.1	Adiabate Flammentemperatur	30
2.6.2	Enthalpiebilanz der Brennkammer	31
2.6.3	Strömungsmodell und Wärmeübergangskoeffizient	32
2.6.4	Temperatur in der Brennkammer zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit	34
2.6.5	Diabetes Flammenmodell	34

3	Versuchsstand und Drallbrennersystem	37
3.1	Versuchsstand	37
3.2	Drallbrennersystem	40
4	Messtechnik	45
4.1	Bestimmung von Transfermatrizen	45
4.2	Bestimmung der Flammentransferfunktionen	48
4.3	Bestimmung von statischen Flammenbildern	54
5	Einfluss der Brennergeometrie auf die statischen und dynamischen Eigenschaften des Brenners und der Flamme	57
5.1	Druckverlust	57
5.2	Flammenform	59
5.3	Brennertransfermatrizen	61
5.4	Flammentransferfunktionen	64
6	Vergleich der statischen und dynamischen Eigenschaften perfekt und technisch vorgemischter Flammen	69
6.1	Flammeneigenschaften bei perfekter Vormischung	69
6.2	Flammeneigenschaften bei technischer Vormischung	78
6.3	Vergleich der FTF perfekt und technisch vorgemischter Flammen	84
7	Modellierung der Brenner- und Flammeneigenschaften	89
7.1	Netzwerkmodell des Brenners	89
7.1.1	Variation der Geometrieparameter	91
7.1.2	Vergleich der BTM für perfekte und technische Vormischung	98
7.1.3	Variation der Betriebszustände	99
7.2	Flammenmodell für perfekt vorgemischte Flammen	103
7.2.1	Variation der Geometrieparameter	103
7.2.2	Variation der Betriebszustände	108
7.3	Flammenmodell für technisch vorgemischte Flammen	112
7.3.1	Variation der Geometrieparameter	113
7.3.2	Variation der Betriebszustände	116
8	Bestimmung stabiler und instabiler Eigenmoden	123
8.1	Modifikation des Versuchsstandes zur Erzeugung selbsterregter Verbrennungsinstabilitäten	123

8.2	Netzwerkmodell des Versuchsstandes ohne Verbrennung	124
8.3	Netzwerkmodell des Versuchsstandes mit Verbrennung	127
8.4	Stabile und instabile Eigenmoden	129
8.5	Sensitivitätsanalyse	133
9	Zusammenfassung	135
A	Gleichungen des Flammenlängenmodells	139
B	Einbausituationen des Drallbrenners	141
C	Einfluss der Flamme auf die BTM	143
D	Reproduzierbarkeit	147
E	Parameter der Netzwerkmodelle	151
E.1	Netzwerkmodell des Brennersystems	151
E.2	Netzwerkmodell des Versuchsstandes	159
F	Modellierung der Flammentransferfunktionen in Abhängigkeit der Geometrieparameter	161
E.1	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung	161
E.2	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung	162
E.3	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung	162
E.4	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung	163
E.5	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung	163
E.6	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei technischer Vormischung	164

G	Modellierung der Flammentransferfunktionen in Abhängigkeit der Betriebszustände	167
G.1	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl sowie der Leistung und bei perfekter Vormischung	167
G.2	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl sowie der Leistung und bei technischer Vormischung	168
H	Einfluss der Verwendung experimenteller Transfermatrizen und verlustbehafteter Rohrelemente in der Netzwerkmodellierung auf den dynamischen Druck	171
H.1	Vergleich der experimentellen und modellierten Druckdaten ohne Verbrennung	171
H.2	Vergleich der experimentellen und modellierten Druckdaten mit Verbrennung	173

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema eines Netzwerkmodells	19
2.2	Schema eines „offenen“ Netzwerks	20
2.3	Nyquist-Diagramm	21
2.4	Rückkopplungsmechanismen thermoakustischer Verbrennungsinstabilitäten	25
2.5	Isolinien der Stromfunktion einer 2d-axisymmetrisch simulierten, reaktiven Drallströmung in einer dem Prüfstand äquivalenten Geometrie [Hir13]	33
3.1	Schema des atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstands . . .	37
3.2	Reflexionskoeffizienten ohne und mit Verbrennung	40
3.3	Modulares Drallbrennersystem	42
3.4	Konizität der Mischrohre	42
3.5	Modifikation des Drallerzeugers für die technisch vorgemischte Verbrennung	43
4.1	Schema zur Multimikrofonmethode	46
4.2	Vergleich zweier Methoden zur Bestimmung der FTF	49
4.3	Abweichung der FTM_{22} bei variierender mittlerer Brennkammertemperatur	50
4.4	Modellierte mittlere Brennkammertemperatur \bar{T}_{BK} und diabate Flammentemperatur T_h	51
4.5	Modellierte diabate Temperaturkorrektur $\Delta\bar{T}_{diabat}$ und Flammenlänge L_F	52
4.6	Vergleich der Temperaturdifferenzen $T_h - \bar{T}_{BK}$	53
4.7	Bildbearbeitung	55
4.8	Flammenposition	55
5.1	Axiale Geschwindigkeitsprofile	58
5.2	Entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme . .	59

5.3	Axiale Position der maximalen OH*-Chemilumineszenzintensität, der Rezirkulationszone und der Flammenausdehnung	60
5.4	Vergleich der BTM bei Drallerzeugern mit verschiedenen F_{axial} und dem $L_M = 0.625 d_B$ Mischrohr	62
5.5	Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen L_M	63
5.6	Vergleich der FTF_{PV} bei Drallerzeugern mit verschiedenen F_{axial} und dem $L_M = 0.625 d_B$ Mischrohr	65
5.7	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen L_M	66
5.8	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ und verschiedenen L_M	67
5.9	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ und verschiedenen L_M	67
6.1	Entabelle und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Leistung . .	70
6.2	Entabelle und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Luftzahl . .	71
6.3	Axiale Flammenausdehnung und Flammenvolumen des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	73
6.4	Axiale Position der maximalen OH*-Chemilumineszenzintensität und der Rezirkulationszone des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	74
6.5	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen aufgetragen über der Frequenz	75
6.6	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen aufgetragen über der Strouhal-Zahl	76
6.7	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen aufgetragen über der Frequenz	77
6.8	Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen aufgetragen über der Strouhal-Zahl	78
6.9	Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen aufgetragen über der Frequenz	79
6.10	Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen aufgetragen über der Strouhal-Zahl	80

6.11 Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen aufgetragen über der Frequenz	82
6.12 Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen aufgetragen über der Strouhal-Zahl	83
6.13 Vergleich der FTF bei perfekter und technischer Vormischung	84
6.14 Vergleich der Differenz zwischen den FTF der perfekten und technischen Vormischung	87
7.1 Netzwerkmodell des Drallbrennersystems	90
7.2 FEM-Berechnung des akustischen Druckfeldes	91
7.3 Vergleich der BTM ohne Strömung und Verluste	93
7.4 Vergleich der BTM mit Strömung und Verlusten	95
7.5 Interpolationsfunktionen der Parameter des Netzwerkmodells	96
7.6 Validierung des Netzwerkmodells	97
7.7 Vergleich der BTM des Drallerzeugers $F_{axial} = 100\%$ bei perfekter und technischer Vormischung	98
7.8 Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen, der Luftzahl entsprechenden Luftmassenströmen	100
7.9 Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen, der Leistung entsprechenden Luftmassenströmen	101
7.10 Vergleich der modellierten BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen, der Leistung entsprechenden Luftmassenströmen	102
7.11 FTF des Flammenmodells für die perfekte Vormischung	105
7.12 Vergleich der FTF für die perfekte Vormischung	106
7.13 Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter für die perfekte Vormischung	107
7.14 Validierung des Flammenmodells für die perfekte Vormischung	108
7.15 Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen	110
7.16 Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen	111
7.17 Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die perfekte Vormischung	112
7.18 FTF des Flammenmodells für die technische Vormischung	115
7.19 Vergleich der FTF des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die technische Vormischung	115

7.20	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die technische Vormischung	116
7.21	Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Luftzahlen	117
7.22	Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei verschiedenen Leistungen	119
7.23	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die technische Vormischung	120
8.1	Reflexionskoeffizient der Venturidüse	124
8.2	Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes ohne Verbrennung	124
8.3	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ohne Verbrennung	125
8.4	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ohne Verbrennung	126
8.5	Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes mit Verbrennung	127
8.6	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum mit Verbrennung	128
8.7	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer mit Verbrennung	129
8.8	Vergleich des Zeitsignals und des Amplitudenspektrums des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	130
8.9	Vergleich der Nyquist-Diagramme des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	131
B.1	Einbausituationen des Drallbrenners	141
C.1	BTM, BFTM und FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei perfekter Vormischung	143
C.2	BTM, BFTM und FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei technischer Vormischung	144
D.1	Reproduzierbarkeit der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	147
D.2	Reproduzierbarkeit der BFTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	148
D.3	Reproduzierbarkeit der FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	149
D.4	Reproduzierbarkeit der FTF des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$	150

E.1	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$	162
E.2	Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$	164
H.1	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ohne Verbrennung	172
H.2	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ohne Verbrennung	173
H.3	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum mit Verbrennung	174
H.4	Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer mit Verbrennung	175

Tabellenverzeichnis

5.1	Druckverlust	57
6.1	Minimum im Amplitudenverlauf der FTF_{PV}	85
6.2	Einflussbereich von ϕ auf die FTF_{TV}	86
7.1	Parameter für das Netzwerkmodell	94
7.2	Interpolierte Parameter für das Netzwerkmodell	96
7.3	Parameter des Flammenmodells für die perfekte Vormischung . .	104
7.4	Parameter des Flammenmodells für die perfekte Vormischung bei Variation der Leistung und der Luftzahl	109
7.5	Parameter des Flammenmodells für die technische Vormischung	114
7.6	Parameter des Flammenmodells für die technische Vormischung bei Variation der Leistung und Luftzahl	118
8.1	Vergleich der Eigenfrequenzen	132
8.2	Vergleich der Wachstumsraten	133
E.1	Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Plenum .	151
E.2	Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Draller- zeuger	154
E.3	Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Mischrohr	156
E.4	Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Schlitze .	158
E.5	Parameter des Netzwerkmodells für das Plenum	159
E.6	Parameter des Netzwerkmodells für die Brennkammer mit refle- xionsarmer Randbedingung	160
E.7	Parameter des Netzwerkmodells für die Brennkammer mit Ven- turidüse als Randbedingung	160
F.1	Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Draller- zeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohlänge und bei perfekter Vormischung	161

F.2 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung 163

F.3 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung 164

F.4 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei technischer Vormischung 165

G.1 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Luftzahl und bei perfekter Vormischung 167

G.2 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Leistung und bei perfekter Vormischung 168

G.3 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Luftzahl und bei technischer Vormischung 169

G.4 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Leistung und bei technischer Vormischung 169

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a	[m/s ²]	Beschleunigung
A	[-]	Anregungsquelle
A	[m ²]	Querschnittsfläche
c	[m/s]	Schallgeschwindigkeit
C_d	[-]	Wandrauhigkeitswert
d	[m]	Durchmesser
f	[1/s]	Frequenz
f	[m/s]	Riemann Invariante
f_{Kern}	[-]	Kernbereichsfaktor
f_P	[-]	Profilmfaktor
F_{axial}	[%]	Anteil der freien axialen Querschnittsfläche
g	[m/s]	Riemann Invariante
h	[W/m ² K]	Wärmeübergangskoeffizient
i	[-]	Netzwerkknoten
I	[-]	Intensität
j	[-]	Netzwerkknoten
k	[-]	Netzwerkknoten
k	[W/K]	Wärmedurchgangskoeffizient
k	[m ⁻¹]	Wellenzahl
l_t	[m]	turbulentes Längenmaß
L	[m]	Länge
L_{eff}	[m]	effektive Länge
L_M	[m]	Mischrohrlänge
\dot{m}	[kg/s]	Massenstrom
n	[-]	Verstärkungsfaktor
N_s	[-]	Anzahl der Scherschichten
p	[Pa]	Druck

p_V	[Pa]	Druckverlust
\dot{Q}	[W/m ²]	Wärmefreisetzungsrate
\dot{Q}	[W]	Wärmestrom
r	[m]	Radius
R	[-]	Reflexionsfaktor
s	[m/s]	Brenngeschwindigkeit
S_{mn}	[-]	Systemmatrix
S_{eff}	[-]	effektive Drallzahl
t	[s]	Zeit
T	[s]	Periodendauer
T	[K]	Temperatur
u	[m/s]	Geschwindigkeit
v_m	[-]	Systemvektor
x	[m]	x-Koordinate
x_{Kern}	[m]	Kernlänge
x_m	[m]	Mischlänge
$x_{OH_{max}}$	[m]	axiale Position maximaler OH*-Chemilumineszenzintensität
x_{RZ}	[m]	axiale Position der Rezirkulationszone
Y	[-]	Stoffmengenanteil

Griechische Buchstaben

α	[s]	Parameter des Flammenmodells
δ_S	[m]	Spaltweite
δ_t	[m]	turbulente Flammendicke
ϵ	[m/s]	Schwankungsamplitude
κ	[rad]	spezifische Wärmekapazität
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
ζ	[-]	Druckverlustbeiwert
π	[-]	Kreiszahl
ϕ	[-]	Gemischzusammensetzung
φ	[-]	tangential
ρ	[kg/m ³]	Dichte
τ	[s]	Zeitverzug
λ	[-]	Luftzahl

λ	[W/mK]	Wärmeleitfähigkeit
Ω	[-]	Transformationsmatrix
ω	[1/s]	Kreisfrequenz
ω_E	[1/s]	Eigenfrequenz
ω_φ	[m ² /s ²]	azimutale Wirbelstärke
σ	[1/s]	Zeitverzugsverteilung

Hochgestellte Indizes

'	Schwankungsanteil
-	Mittelwert
·	Zeitableitung
^	komplexe Amplitude
*	normalisierter Parameter

Tiefgestellte Indizes

11	Ordnung des Transfermatrixelements
12	Ordnung des Transfermatrixelements
21	Ordnung des Transfermatrixelements
22	Ordnung des Transfermatrixelements
<i>ab</i>	stromab
<i>ad</i>	adiabat
<i>auf</i>	stromauf
<i>axial</i>	axial
<i>AG</i>	Abgas
<i>B</i>	mitbewegtes Bezugssystem
<i>B</i>	Brenneraustritt
<i>BK</i>	Brennkammer
<i>Br</i>	Brennstoff
<i>BZ</i>	Brennstoffzufuhr
<i>D</i>	Drallerzeuger
<i>F</i>	Flamme
<i>fg</i>	<i>f, g</i> -Darstellung
<i>h</i>	heißes Abgas

i	Komponentenindex
i	Koordinatenindex
k	kaltes unverbranntes Gemisch
l	laminar
L	Loch
L	Luft
LBZ	Luft an der Brennstoffzufuhr
LS	Lochscheibe
M	Mischrohr
Min	Minimum
n	Zählindex
OH_{max}	maximale OH*-Chemilumineszenzintensität
P	Plenum
PV	perfekte Vormischung
ϕ	Gemischzusammensetzung
pu	$p' / (\bar{\rho} c)$, u' -Darstellung
R	ruhendes Bezugssystem
rot	rotationsbehaftet
RH	Rankine-Hugoniot
RZ	Rezirkulationszone
S	Sirenenrohr
S	Spalt
SB	Schlitzbohrung
t	turbulent
TV	technische Vormischung
W	Wand

Dimensionslose Kennzahlen

He	Helmholtzzahl
M	Machzahl
Nu	Nusseltzahl
Pr	Prandtlzahl
Re	Reynoldszahl
Sh	Shearzahl
Str	Strouhalzahl

Akronyme

<i>BTM</i>	Brennertransfermatrix ohne Flamme
<i>BFTM</i>	Brennertransfermatrix mit Flamme
<i>FEM</i>	Finite-Elemente-Methoden
<i>FFT</i>	Fast-Fourier-Transformation
<i>FTF</i>	Flammentransferfunktion
<i>FTF_{OH*-u}</i>	Flammentransferfunktion bestimmt durch Messung der OH*-Chemilumineszenzintensität und Berechnung der Geschwindigkeitsschwankung
<i>FTF_{RH}</i>	Flammentransferfunktion bestimmt durch Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen
<i>FTM</i>	Flammentransfermatrix
<i>NWM</i>	Netzwerkmodell
<i>OLG</i>	Open-Loop-Gain
<i>PV</i>	perfekte Vormischung
<i>RB</i>	Randbedingung
<i>TM</i>	Transfermatrix
<i>TV</i>	technische Vormischung
<i>WR</i>	Wachstumsrate

1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der Forschungsinitiative Kraftwerke des 21. Jahrhunderts (KW21 Phase II), die im Januar 2009 nach positiver Bewertung der geleisteten Beiträge der ersten Phase in die zweite Phase gestartet ist. Die Initiative KW21 hat sich zur Aufgabe gestellt, einen wesentlichen Beitrag für zukünftige Kraftwerke zu leisten, um diese effizienter, kostengünstiger und umweltfreundlicher zu gestalten [Bay14]. Die Zusammenarbeit von Mitgliedern aus Universitäten, Forschungsgruppen und der Industrie der beiden Bundesländer Bayern und Baden-Württemberg wurde dabei von den Staatsministerien für Wissenschaft, Forschung und Kunst Bayern sowie für Wirtschaft, Infrastruktur und Verkehr Bayern und dem Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst Baden-Württemberg unterstützt. Das Teilprojekt „BY 15 GV Einfluss neuer, brennstoffflexibler Vormischbrenner auf die thermoakustischen Eigenschaften von Ringbrennkammern“ der Forschungsinitiative aus dem Arbeitskreis „Brennkammern für Gasturbinen“ wurde in Zusammenarbeit mit der Firma ALSTOM durchgeführt.

1.1 Motivation

Die drohende Ressourcenknappheit auf Grund des seit mehreren Jahrzehnten kontinuierlich steigenden Bedarfs an Primärenergie [Int13] und das deutlich stärkere Umweltbewusstsein stellen hohe Anforderungen an die Gasturbinenentwicklung. Im Hinblick auf Ressourcenschonung und Umweltverträglichkeit sind diese im Wesentlichen ausgerichtet auf eine weitere Erhöhung der Effizienz und die Verbesserung schadstoffarmer Verbrennungssysteme [LS10]. Mit der Einführung der mageren Vormischverbrennung konnten insbesondere die strengen Anforderungen an die NO_x -Emissionen erfüllt werden. Bei dieser Art der Verbrennung wird im Gegensatz zur Diffusionsverbrennung nahezu die gesamte Menge der vom Kompressor bereitgestellten Luft mit dem Brennstoff vor dem Erreichen der Reaktionszone vermischt. Damit führt die bei ho-

hem Luftüberschuss gleichmäßigere Verteilung des Brennstoffs zu deutlich niedrigeren maximalen Flammentemperaturen und folglich zu einer Reduzierung der NO_x -Emissionen. Durch den nun geringeren verfügbaren Kühlluftanteil sind kompaktere Verbrennungssysteme notwendig. Diese haben den Vorteil, dass sich die Verweilzeit in der Brennkammer verkürzt und somit ebenfalls niedrige NO_x -Emissionen begünstigt werden. Gleichzeitig wird durch die reduzierte Oberfläche der Brennkammerwände aber auch das Dämpfungsverhalten verkleinert. Damit neigt, als Folge der Entwicklung zu möglichst effizienten und schadstoffarmen Verbrennungssystemen, die magere Vormischverbrennung auf Grund geringerer Dämpfung zu thermoakustischen Instabilitäten [Kel95]. Diese können unter anderem durch hohe Druckschwankungen zu strukturellen Schäden in der Brennkammer führen.

Um das Auftreten dieser Verbrennungsinstabilitäten besser zu verstehen, wurden zahlreiche experimentelle [CA96, SR98, PGW98] und theoretische [LZ98a, LZ98b, Kel95] Untersuchungen durchgeführt. Ebenso wurden Methoden zur Analyse und Modelle entwickelt, die das Auftreten von thermoakustischen Instabilitäten vorhersagen. Ein Überblick dazu ist in [LY06] zu finden. Eine Möglichkeit, die lineare Stabilität eines Verbrennungssystems zu analysieren, ist die Darstellung des Verbrennungssystems mit einem Netzwerkmodell im Frequenzbereich, zum Beispiel beschrieben in [SP03b, SP03a]. Auch die Darstellung im Zeitbereich erlaubt die Vorhersage [BMLP07] sowie die Analyse aktiver Kontrollmechanismen [SBP03] zur Unterdrückung thermoakustischer Instabilitäten. Zusätzlich gibt es zahlreiche Untersuchungen zur Modellierung der linearen Flammendynamik mit Flammentransferfunktionen [SPP99, SDDC02, PSDC11] beziehungsweise Flammenbeschreibungsfunktionen zur Charakterisierung des nichtlinearen Flammenverhaltens [Dow99, GD11].

All diese Methoden und Modelle dienen der Analyse oder Vorhersage des thermoakustischen Verhaltens eines bestimmten Verbrennungssystems bei einem gegebenen Betriebszustand. Damit unterscheiden sie sich zu der in [BWH⁺13b, BWH⁺13a] vorgestellten Idee, eine Methode zu entwickeln, die für ein bestehendes, gasturbinenähnliches Verbrennungssystem die Geometrie eines Brenners hinsichtlich thermoakustisch stabiler Verbrennung optimiert und die Abschätzung der Stabilitätsgrenzen erlaubt. Mit dieser Methode wäre schon in der Designphase nicht nur die Optimierung eines angestrebten Betriebsbereiches und der entsprechenden Emissionen, sondern zusätzlich auch die Berücksichtigung des Stabilitätsverhaltens möglich.

1.2 Ziel und Struktur der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, anhand eines modularen Brennersystems die notwendigen Voraussetzungen zu schaffen, um sowohl die Geometrie des Brenners als auch den Betriebszustand im Rahmen von Stabilitätsanalysen, basierend auf der in [BWH⁺13b, BWH⁺13a] vorgeschlagenen Methode, zu optimieren. Dazu ist ein bestehendes Brennerdesign zu einem modularen System erweitert worden, das für einen bestimmten Betriebszustand eine ausreichende Variation an verschiedenen Flammendynamiken liefert. Darauf aufbauend folgte die Entwicklung eines Brennermodells sowie die Modellierung der Flammen für die verschiedenen Brennergeometrien und Betriebszustände zur Beschreibung der Brennerakustik und der Flammeneigenschaften. Die Besonderheit dieser Modelle ist die lineare Abhängigkeit der Modellparameter von den Geometrieparametern des Brenners und der Position maximaler OH^{*}-Chemilumineszenzintensität. Diese Abhängigkeit ermöglicht im Rahmen von Stabilitätsanalysen eine zuverlässige Rückführung der optimalen Modellparameter auf die Brennergeometrie und den Betriebszustand und liefert somit die für die Optimierung des Stabilitätsverhaltens notwendigen Voraussetzungen.

In Kapitel 2 werden die für das Verständnis thermoakustischer Instabilitäten und Methoden zur Modellierung der Brenner- und Flammeneigenschaften erforderlichen theoretischen Grundlagen zusammengefasst. Darauf folgt in Kapitel 3 eine Beschreibung des verwendeten Versuchszustandes sowie des modularen Brennersystems, bevor in Kapitel 4 die eingesetzte Messtechnik erläutert wird. Eine Untersuchung des Einflusses der Geometrieparameter des Brennersystems auf den Druckverlust und die Flammenform sowie eine Analyse der dynamischen Eigenschaften in Form von Brennertransfermatrizen und Flammentransferfunktionen für einen bestimmten Betriebszustand wird in Kapitel 5 durchgeführt. Ein Vergleich der Eigenschaften perfekt und technisch vorgemischter Flammen für eine Variation von verschiedenen Leistungen und Luftzahlen einer bestimmten Brennergeometrie ermöglicht in Kapitel 6 zusätzlich eine Abschätzung des Einflussbereiches der bei technischer Vormischung auftretenden Gemischzusammensetzungsschwankungen. In Kapitel 7 werden die Modelle zur Beschreibung der Brennerakustik und der Flammentransferfunktionen für perfekt und technisch vorgemischte Flammen erläutert sowie die lineare Abhängigkeit der Modellparameter von der Brennergeometrie und der Position maximaler OH^{*}-Chemilumineszenzintensität dar-

gestellt. Ebenso wird die Interpolation der Modellparameter am Beispiel variabler Brennergeometrie validiert. Abschließend erfolgt in Kapitel 8 eine experimentelle Bestimmung stabiler und instabiler Eigenmoden, die genutzt wird, um die Genauigkeit der Vorhersagefähigkeit eines Netzwerkmodells des verwendeten Versuchsstandes mit integriertem Modell des Brenners und der Flamme hinsichtlich der Stabilität zu überprüfen.

2 Theoretische Grundlagen

Zur Einschätzung der Problematik thermoakustischer Instabilitäten und mit dem Ziel, diese durch eine geeignete Modellierung vorherzusagen, werden im Folgenden die dafür notwendigen theoretischen Grundlagen erläutert. Zunächst werden basierend auf der eindimensionalen, linearen Akustik die Wellengleichung hergeleitet und die Methode der Netzwerkmodellierung erklärt. Hierbei wird insbesondere auf die einzelnen, zur Beschreibung eines Verbrennungssystems notwendigen Elemente eingegangen. In dem folgenden Abschnitt wird die Funktionsweise der Stabilitätsanalyse zusammengefasst. Abschließend wird das Phänomen der Thermoakustik näher betrachtet, bevor im Weiteren auf das Grenzwertverhalten perfekt und technisch vorgemischter Flammen im niedrigen Frequenzbereich eingegangen wird. Zusätzlich wird ein vereinfachtes Wärmebilanzmodell der Brennkammer entwickelt, das eine Abschätzung der Temperaturen in der Brennkammer erlaubt.

2.1 Eindimensionale, lineare Akustik

Zur Beschreibung der akustischen Wellenausbreitung im untersuchten Einzelbrennerversuchsstand wird ausgehend von den Erhaltungsgleichungen für Masse 2.1 und Impuls 2.2 die eindimensionale, lineare Wellengleichung hergeleitet [RH04].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(p \delta_{ji} + \rho u_j u_i) = 0 \quad (2.2)$$

Die Impulserhaltung 2.2 gilt in dieser Form für ein reibungsfreies Fluid ohne äußere Kräfte. Da der Durchmesser des Plenums und die Höhe der quadratischen Brennkammer klein gegenüber der Länge des Versuchsstandes und der sich aus dem betrachteten Frequenzbereich ergebenden Wellenlängen ist, kann

trotz der komplexen Brennergeometrie und der sich dadurch ergebenden dreidimensionalen Effekte näherungsweise von einer eindimensionalen Wellenausbreitung ausgegangen werden [MI68, Deu06].

Zur Herleitung der linearen Wellengleichung werden die Größen Druck p , Geschwindigkeit u und Dichte ρ in ihren Mittelwert und in einen Schwankungsanteil zerlegt.

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.3)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (2.4)$$

$$u = \bar{u} + u' \quad (2.5)$$

Unter Vernachlässigung von Produkten zweier Schwankungsgrößen folgen die eindimensionalen, linearisierten Gleichungen für die Masse 2.6 und den Impuls 2.7 zunächst ohne mittlere Strömung \bar{u} zu:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0. \quad (2.7)$$

Mit der Annahme der Isentropie kann die linearisierte Druck-Dichte-Beziehung entsprechend Gleichung 2.8 abgeleitet werden [RH04]:

$$c^2 = \frac{p'}{\rho'}. \quad (2.8)$$

Einsetzen von Gleichung 2.8 in 2.6 und 2.7, partielles Ableiten der linearisierten Massenerhaltung nach x und der linearisierten Impulserhaltung nach t sowie Subtraktion beider Gleichungen voneinander, liefert die eindimensionale, linearisierte Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0. \quad (2.9)$$

Diese Gleichung gilt nicht bei Vorhandensein einer konstanten mittleren Strömung. Nur unter der Bedingung, dass die Wellenausbreitung aus einem mitbewegten Bezugssystem betrachtet wird, ist sie auch für ein mit der konstanten Geschwindigkeit \bar{u} durchströmtes System gültig. Damit die Wellengleichung ebenfalls bei Vorhandensein einer konstanten mittleren Strömung gilt, muss

die Koordinate x_B des mitbewegten Bezugssystems in die Koordinate x_R eines ruhenden Bezugssystems transformiert werden:

$$x_R = x_B + \bar{u}t. \quad (2.10)$$

Durch Ersetzen der daraus folgenden Änderung der partiellen Ableitung nach der Zeit in die substantielle Ableitung

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.11)$$

in Gleichung 2.9 erhält man die eindimensionale, lineare Wellengleichung bei Vorhandensein einer konstanten mittleren Strömung bezogen auf ein ruhendes Bezugssystem:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p' - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0. \quad (2.12)$$

Die allgemeine Lösung der Wellengleichung 2.9 für Systeme ohne Strömung ($\bar{u} = 0$) lässt sich als Überlagerung zweier Wellen f und g beschreiben, die sich in positive beziehungsweise negative x -Richtung mit der Schallgeschwindigkeit c ausbreiten und durch Randbedingungen festgelegt werden.

$$\frac{p'}{\bar{\rho}c}(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.13)$$

Mit Hilfe der Druck-Dichte-Beziehung 2.8 kann aus einer gegebenen Druckverteilung die Dichteverteilung berechnet werden. Durch die Verknüpfung der Dichte mit der Geschwindigkeit über die Massenerhaltung 2.6 lässt sich dann eine allgemeine Lösung für die Geschwindigkeitsverteilung angeben [Ehr04].

$$u'(x, t) = f(x - ct) - g(x + ct) \quad (2.14)$$

Die Lösungen der Wellengleichung f und g sind beliebige, zweifach differenzierbare Funktionen, die auch als Riemann-Invarianten bezeichnet werden [PHV97]. Eine vereinfachte Darstellung der Gleichungen 2.13 und 2.14 ist

$$\frac{p'}{\bar{\rho}c} = f + g \quad (2.15)$$

$$u' = f - g, \quad (2.16)$$

die sich auch als Gleichungen für f und g umformen lassen:

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c} + u' \right) \quad (2.17)$$

$$g = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c} - u' \right). \quad (2.18)$$

Sind f und g harmonische Funktionen, können die Gleichungen 2.13 und 2.14 geschrieben werden als [DFW83]:

$$\frac{p'}{\bar{\rho}c}(x, t) = f \cdot e^{i\omega(t-ikx)} + g \cdot e^{i\omega(t+ikx)} \quad (2.19)$$

$$u'(x, t) = f \cdot e^{i\omega(t-ikx)} - g \cdot e^{i\omega(t+ikx)}. \quad (2.20)$$

Hierbei ist $\omega = 2\pi \cdot f$ die Kreisfrequenz und $k = \omega/c$ die Wellenzahl.

Gleichungen 2.19 und 2.20 verdeutlichen den Vorteil der Verwendung von harmonischen Funktionen, da diese das Entkoppeln der zeitlichen Funktion $e^{i\omega t}$ von der räumlichen erlauben. Insbesondere im Bereich der Netzwerkmodellierung vereinfacht sich dadurch die theoretische Beschreibung der akustischen Wellenausbreitung.

Die Lösungen der Wellengleichung 2.12 für durchströmte Systeme ergeben sich für p' beziehungsweise u' zu:

$$\frac{p'}{\bar{\rho}c}(x, t) = f(x - (c + \bar{u})t) + g(x + (c - \bar{u})t) \quad (2.21)$$

$$u'(x, t) = f(x - (c + \bar{u})t) - g(x + (c - \bar{u})t). \quad (2.22)$$

Hierbei ist f eine mit der Geschwindigkeit $c + \bar{u}$ in positive x -Richtung laufende Welle und g eine mit $c - \bar{u}$ in negative x -Richtung laufende Welle. Auch diese Gleichungen können mit harmonischen Funktionen für f und g ausgedrückt werden:

$$\frac{p'}{\bar{\rho}c}(x, t) = f \cdot e^{i\omega(t-ik^+x)} + g \cdot e^{i\omega(t+ik^-x)} \quad (2.23)$$

$$u'(x, t) = f \cdot e^{i\omega(t-ik^+x)} - g \cdot e^{i\omega(t+ik^-x)}. \quad (2.24)$$

Die Wellenzahlen für die in positive (k^+) und in negative (k^-) x -Richtung laufenden Wellen unterscheiden sich auf Grund der Strömung und sind folgendermaßen definiert:

$$k^+ = \frac{\omega}{c + \bar{u}} \quad (2.25)$$

$$k^- = \frac{\omega}{c - \bar{u}}. \quad (2.26)$$

2.2 Netzwerkmethoden

Zur Modellierung akustischer Systeme konnte die Theorie der Zweitoren, als Standardmethode zur Darstellung von Netzwerken in der Elektrotechnik, auch auf die Akustik übertragen werden [Mun87]. Insbesondere ist die Beschreibung des Verbrennungssystems in Gasturbinen mit akustischen Netzwerkmodellen eine übliche Methode [PP98, SPP99, PFS01], um thermoakustische Instabilitäten zu untersuchen. Das Verbrennungssystem wird dabei in seine einzelnen Komponenten aufgeteilt. Üblicherweise sind dies: Plenum, Brenner, Flamme und Brennkammer. Im Netzwerkmodell werden die Komponenten durch akustische Elemente, wie Rohre, Querschnittsänderungen, Verzweigungen und Verknüpfungen, Randelemente sowie Elemente für die Beschreibung des Flammenverhaltens repräsentiert. Die mathematische Beschreibung jedes dieser Elemente kann über eine Transfermatrix TM erfolgen, die die akustischen Zustandsvariablen stromauf und stromab des Elements linear verknüpft. Als Zustandsvariablen können entweder die Riemann-Invarianten f und g oder die akustischen Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen p' und u' entsprechend den Gleichungen 2.27 und 2.28 verwendet werden.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = TM_{pu} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} \quad (2.27)$$

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{ab} = TM_{fg} \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{auf} \quad (2.28)$$

Die vier Terme der 2x2 Transfermatrizen sind komplexwertige Funktionen der Kreisfrequenz ω .

$$TM_{pu,fg}(\omega) = \begin{pmatrix} TM_{11} & TM_{12} \\ TM_{21} & TM_{22} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Aus den in Gleichung 2.15 bis 2.18 beschriebenen Beziehungen für die Zustandsvariablen f und g sowie p' und u' lässt sich eine Transformationsmatrix Ω entsprechend Gleichung 2.30 ableiten und die inverse Transformationsmatrix Ω^{-1} entsprechend Gleichung 2.31 berechnen, die das Überführen der Transfermatrizen TM_{pu} und TM_{fg} ineinander ermöglicht:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$TM_{pu} = \Omega^{-1} \cdot TM_{fg} \cdot \Omega \quad (2.32)$$

$$TM_{fg} = \Omega \cdot TM_{pu} \cdot \Omega^{-1} \quad (2.33)$$

Auf Grund der Multiplikationseigenschaften von Matrizen ist ein aus n seriellen Elementen bestehendes System durch Multiplikation der einzelnen Transfermatrizen mit einer Gesamtmatrix TM_{gesamt} beschreibbar [Fis04]. Dies ermöglicht die akustische Charakterisierung komplexer Systeme wie das Verbrennungssystem einer Gasturbine oder wie den in dieser Arbeit verwendeten Einzelbrennerversuchsstand samt Brenner und Flamme.

$$TM_{gesamt} = TM_n \cdot TM_{n-1} \cdot \dots \cdot TM_2 \cdot TM_1 \quad (2.34)$$

Für die Bildung eines Netzwerkmodells des Versuchsstandes (siehe Kapitel 7) werden folgende Elemente genutzt:

- Rohre mit konstantem Durchmesser
- Querschnittsänderungen ohne und mit akustischen Verlusten
- Verzweigungen und Verknüpfungen
- Randelemente
- Flammen

und im Weiteren näher dargestellt.

2.2.1 Rohre mit konstantem Durchmesser

In einem verlustfreien, mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u} durchströmten Rohr der Länge L erfährt eine mit Schallgeschwindigkeit c stromauflaufende akustische Welle f zwischen den zwei Knoten *auf* und *ab* eine Phasenänderung entsprechend Gleichung 2.35.

$$f_{ab}(L) = f_{auf} \cdot e^{-ik^+L} \quad (2.35)$$

Für die stromablaufende Welle g gilt analog:

$$g_{ab}(L) = f_{auf} \cdot e^{ik^-L}. \quad (2.36)$$

Dabei sind k^+ und k^- die Wellenzahlen der stromauf- und stromablaufenden Wellen.

$$k^\pm = \frac{\omega}{c \pm u} \quad (2.37)$$

Die Transfermatrix verknüpft die Riemann-Invarianten $f_{auf/ab}$ und $g_{auf/ab}$ des Rohres mit der Länge L .

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} e^{-ik^+L} & 0 \\ 0 & e^{ik^-L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{auf} \quad (2.38)$$

Unter Anwendung von Gleichung 2.32 werden statt der Riemann-Invarianten die Druckschwankungen $p'/\rho c_{auf/ab}$ und Geschwindigkeitsschwankungen $u'_{auf/ab}$ an den beiden Knoten des Rohres in Beziehung gesetzt, so dass sich folgende Transfermatrix ergibt:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} e^{-ik^+L} + e^{ik^-L} & e^{-ik^+L} - e^{ik^-L} \\ e^{-ik^+L} - e^{ik^-L} & e^{-ik^+L} + e^{ik^-L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf}. \quad (2.39)$$

2.2.2 Querschnittsänderungen ohne und mit akustischen Verlusten

Aus der Erhaltungsgleichung für die Masse 2.1 und den Impuls 2.2 können Beziehungen für akustisch kompakte Elemente, wie Querschnittsänderungen,

abgeleitet werden. Für diese gilt die Annahme, dass die geometrische Länge L im Vergleich zur akustischen Wellenlänge λ sehr klein ist. Mathematisch beschreibbar ist die Annahme mit einer Abschätzung der Helmholtz-Zahl $He = \frac{\omega L}{c} = 2\pi \frac{L}{\lambda} \ll 1$. Nach Linearisierung und unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung sowie Verlusten lassen sich für eine verlustfreie und isotherm durchströmte Querschnittsänderung die folgenden Gleichungen ableiten [Pol04, PHV97]:

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{auf}^{ab} = 0 \quad (2.40)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf}^{ab} = 0. \quad (2.41)$$

Durch Verknüpfung von $p'/\rho c$ und u' stromauf und stromab ergibt sich die in dieser Arbeit verwendete Transfermatrix zur Beschreibung verlustfreier, mit der Machzahl M durchströmter Querschnittsänderungen entsprechend Gleichung 2.42.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{A_{auf} M_{auf} M_{ab}^{-1}}{M_{ab}^2 - 1} & \frac{A_{auf} M_{ab} - M_{auf}}{M_{ab}^2 - 1} \\ \frac{M_{ab} - \frac{A_{auf}}{A_{ab}} M_{auf}}{M_{ab}^2 - 1} & \frac{M_{auf} M_{ab} - \frac{A_{auf}}{A_{ab}}}{M_{ab}^2 - 1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} \quad (2.42)$$

Für sehr kleine Machzahlen lässt sich die Transfermatrix auch zu folgender Form vereinfachen:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{A_{auf}}{A_{ab}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf}. \quad (2.43)$$

Die Beschreibung verlustbehafteter isothermer Querschnittsänderungen erfordert eine Erweiterung der Gleichungen 2.40 und 2.41 um einen von der Machzahl abhängigen Verlustbeiwert ζ , eine effektive Länge L_{eff} zur Berücksichtigung von Trägheitseffekten und eine reduzierte Länge L_{red} [GFEP03]:

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{auf}^{ab} + \frac{i\omega}{c} L_{red} A_{ab} \frac{p'}{\rho c} = 0 \quad (2.44)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf}^{ab} + L_{eff} \frac{i\omega}{c} u'_{auf} + \zeta M_{auf} u'_{auf} = 0. \quad (2.45)$$

Für eine verlustbehaftete isotherme Querschnittsänderung ergibt sich aus den Gleichungen 2.44 und 2.45 die Transfermatrix:

$$TM = \begin{pmatrix} 1 & M_{auf} \left(1 - \left(\frac{A_{Auf}}{A_{Ab}} \right)^2 \right) - M_{auf} \zeta - i \frac{\omega}{c} \cdot L_{eff} \\ -i \frac{\omega}{c} L_{red} M_{ab} & \frac{A_{auf}}{A_{ab}} \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

Ähnliche Formen dieses Ausdrucks der Transfermatrix sind auch in [Pol04] zu finden und in [PP98] eingeführt worden. Eine analytische Bestimmung der Parameter L_{eff} , L_{red} und ζ ist in [GFEP03] vorgeschlagen, basierend auf der Diskussion einer plötzlichen Querschnittsänderung zwischen rechteckigen Kanälen von Morse und Ingard [MI68].

In dieser Arbeit wird, den Betrachtungen und Erfahrungen nach [Sch03] folgend, die in Gleichung 2.47 beschriebene Form einer verlustbehafteten Querschnittsänderung verwendet.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & M_{auf} \left(1 - \left(\frac{A_{Auf}}{A_{Ab}} \right)^2 \right) - M_{auf} \zeta - i \frac{\omega}{c} \cdot L_{eff} \\ 0 & \frac{A_{auf}}{A_{ab}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} \quad (2.47)$$

Der Druckverlustbeiwert ζ wird experimentell mit Gleichung 2.48 aus dem statischen Druckverlust über dem Brenner Δp_V , der mittleren Dichte der Luft ρ sowie der mittleren Strömungsgeschwindigkeit am Brenneraustritt \bar{u}_B ermittelt. Die effektive Länge L_{eff} wird an die experimentellen Daten angepasst.

$$\zeta = \frac{\Delta p_V}{\frac{\bar{\rho}}{2} \cdot \bar{u}_B^2} \quad (2.48)$$

2.2.3 Verzweigungen und Verknüpfungen

Eine Verzweigung beschreibt ein Element, in dem eine einlaufende Welle in zwei herauslaufende Wellen aufgeteilt wird. Analog dazu wird mit einer Verknüpfung ein Element beschrieben, das zwei einlaufende Wellen zu einer herauslaufenden Welle zusammenführt. Zur Modellierung des Drallerzeugers, speziell zur Modellierung der tangentialen Drallschlitze, werden sowohl Verzweigungen als auch Verknüpfungen verwendet. Aus der Massen- und Impulserhaltung lassen sich für verlustfreie und isotherm durchströmte Verzweigungen folgende Gleichungen formulieren [PHV97]:

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{auf} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{ab_1} + \left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{ab_2} \quad (2.49)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{ab_1} \quad (2.50)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{ab_2} . \quad (2.51)$$

Die Gleichungen zur Beschreibung einer verlustfreien und isotherm durchströmten Verknüpfung [PHV97] ergeben sich entsprechend:

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{auf_1} + \left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{auf_2} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) A \right]_{ab} \quad (2.52)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf_1} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{ab} \quad (2.53)$$

$$\left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{auf_2} = \left[\left(\frac{p'}{\rho c} + u' M \right) \right]_{ab} . \quad (2.54)$$

Das Zusammenfassen der Gleichungen 2.49, 2.50 and 2.51 liefert schließlich das Gleichungssystem 2.55 zur Berechnung der Transfermatrix für eine Verzweigung:

$$\begin{pmatrix} A_{auf} M_{auf} & 1 \\ 1 & M_{auf} \\ 1 & M_{auf} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} = \begin{pmatrix} A_{ab_1} M_{ab_1} & 1 \\ 1 & M_{ab_1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab_1} + \begin{pmatrix} A_{ab_2} M_{ab_2} & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & M_{ab_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab_2} . \quad (2.55)$$

Das Gleichungssystem für eine Verknüpfung 2.56 ergibt sich aus den Gleichungen 2.52, 2.53 und 2.54 zu:

$$\begin{pmatrix} A_{auf} M_{auf_1} & 1 \\ 1 & M_{auf_1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf_1} + \begin{pmatrix} A_{auf_2} M_{auf_2} & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & M_{auf_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf_2} = \begin{pmatrix} A_{ab} M_{ab} & 1 \\ 1 & M_{ab} \\ 1 & M_{ab} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho} c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} \quad (2.56)$$

2.2.4 Randbedingungen

2.2.4.1 Reflexionskoeffizienten

In Netzwerkmodellen werden akustische Ränder eines Systems mit einem Reflexionskoeffizienten R oder der Impedanz Z beschrieben. Der komplexe und frequenzabhängige Reflexionskoeffizient ist definiert als Verhältnis der einlaufenden Welle f zur reflektierten Welle g . Abhängig von der Lage des Randes berechnet sich der Reflexionskoeffizient stromaufseitig mit

$$R_{auf} = \frac{f}{g} \quad (2.57)$$

und stromabseitig mit

$$R_{ab} = \frac{g}{f}. \quad (2.58)$$

Für ein geschlossenes Ende ergibt sich mit $u' = 0$ nach Gleichung 2.16 ein Reflexionskoeffizient von $R = 1$. Ist das Ende offen, gilt idealerweise $p' = 0$, damit ergibt sich nach Gleichung 2.15 für den Reflexionsfaktor $R = -1$ [Mun87]. Ein Reflexionsfaktor von $R = 0$ beschreibt ein reflexionsfreies Ende, an dem die einlaufende Welle nicht reflektiert wird.

Die akustische Impedanz ist ebenfalls komplexwertig und beschreibt den Widerstand, den ein Medium mit der Dichte $\bar{\rho}$ der Ausbreitung einer Schallwelle mit der Schallgeschwindigkeit c entgegensetzt. An einem Punkt im akustischen Feld ist die akustische Impedanz definiert durch die Größen Druck und Geschwindigkeit:

$$Z = \frac{1}{\bar{\rho}c} \frac{p'}{u'}. \quad (2.59)$$

Unter Verwendung der Gleichungen 2.15 und 2.16 sowie 2.57 ergibt sich für Z und R der Zusammenhang

$$Z = \frac{1+R}{1-R}. \quad (2.60)$$

Daraus folgt für die akustische Impedanz bei einem geschlossenen Ende $Z \rightarrow \infty$ und für ein offenes Ende $Z = 0$.

2.2.4.2 Anregungselemente

Durch Anregungselemente können in einem Netzwerkmodell Schwankungen der akustischen Geschwindigkeit erzeugt werden. Dazu wird das modellierte System mit einer konstanten Schwankungsamplitude ϵ entsprechend Gleichung 2.61 beaufschlagt.

$$\epsilon = f - g \quad (2.61)$$

2.2.5 Flammen

Die Antwort einer Flamme auf akustische Schwankungen wird mit der Flammentransferfunktion FTF beschrieben. Dabei verknüpft die FTF Wärmefreisetzungsschwankungen \dot{Q}' der Flamme als Folge akustischer Geschwindigkeitsschwankungen u' stromauf der Flamme. Gemäß Gleichung 2.62 sind beide Schwankungsgrößen mit den jeweiligen mittleren Größen normiert.

$$\frac{\dot{Q}'(\omega)}{\bar{\dot{Q}}} = FTF(\omega) \cdot \frac{u'(\omega)}{\bar{u}} \quad (2.62)$$

Bei Betrachtung der Flamme als kompaktes Element entspricht die Flammenfront einer Diskontinuität, die der Strömung Wärme hinzufügt. Diese Betrachtungsweise basiert auf der Annahme, dass die axiale Flammenlänge L_F im Vergleich zur akustischen Wellenlänge λ viel kleiner ist ($He = \frac{\omega L_F}{c} = 2\pi \frac{L_F}{\lambda} \ll 1$). Zur Beschreibung der Flamme als kompaktes Element sind zusätzliche Annahmen erforderlich. Es wird eine eindimensionale, stationäre und isentrope Strömung

stromauf und stromab der Flamme angenommen, deren thermische Eigenschaften mit dem idealen Gasgesetz $\frac{p}{\rho} = RT$ beschreibbar sind. Damit können die Erhaltungsgleichungen für Masse 2.1, Impuls 2.2 sowie die Erhaltungsgleichung für Energie 2.63 vereinfacht werden.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right)) + \frac{\partial}{\partial x_i} (p u_i) = q \quad (2.63)$$

Unter der Voraussetzung, dass in Gleichung 2.63 sowohl äußere Kräfte als auch die Wärmeleitung keine Berücksichtigung finden und die Reibung vernachlässigt wird, ergeben sich nun folgende Zusammenhänge zur Beschreibung der Flamme [Chu53, PPD01]:

$$[\rho u]_k^h = 0 \quad (2.64)$$

$$[p + \rho u^2]_k^h = 0 \quad (2.65)$$

$$\rho u \left[e + \frac{1}{2} u^2 \right]_k^h + [p u]_k^h = q. \quad (2.66)$$

Mit $h = e + \frac{p}{\rho}$ kann Gleichung 2.66 umgeformt werden.

$$\left[h + \frac{1}{2} u^2 \right]_k^h = q. \quad (2.67)$$

Die Indizes h und k kennzeichnen das heiße Abgas stromab und das kalte unverbrannte Gemisch stromauf der Flammenfront. Durch Verwendung der Schallgeschwindigkeit c für isentrope Strömungen

$$c^2 = \kappa \frac{p}{\rho} \quad (2.68)$$

mit κ als Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten und der Machzahl $M = \frac{u}{c}$ lassen sich die Rankine-Hugoniot Beziehungen gemäß den Gleichungen 2.69 - 2.71 ableiten:

$$\frac{p_h}{p_k} = 1 - (\kappa - 1) \frac{\dot{Q}}{p_k u_k} M_k^2 + O(M^4) \quad (2.69)$$

$$\frac{u_h}{u_k} = 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\dot{Q}}{p_k u_k} + O(M^2) \quad (2.70)$$

$$\frac{T_h}{T_k} = 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\dot{Q}}{p_k u_k} + O(M^2). \quad (2.71)$$

Hier ist \dot{Q} die Wärmefreisetzungsrage pro Fläche, T_h die Temperatur des heißen Abgases und T_k die Temperatur des kalten unverbrannten Gemisches.

Die Annahme niedriger Machzahlen ($M < 0.1$), die in dieser Arbeit getroffen werden kann, erlaubt die Vernachlässigung von Termen höherer Machzahlordnung. Nach dem Einsetzen der in Mittelwert und Schwankungsgrößen aufgeteilten physikalischen Größen Druck p , Dichte ρ und Geschwindigkeit u (Gleichungen 2.3 bis 2.5) in die abgeleiteten Rankine-Hugoniot Beziehungen werden die Gleichungen unter der Betrachtung kleiner akustischer Schwankungen linearisiert und nur Terme erster Ordnung der Schwankungsgrößen berücksichtigt. Das Ergebnis sind die Rankine-Hugoniot Beziehungen für die akustischen Schwankungsgrößen $p'/\rho c$ und u' :

$$\left(\frac{p'}{\bar{\rho}c}\right)_h = \beta \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c}\right)_k - \beta \left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) M_k \left(1 + \frac{\dot{Q}'/\bar{Q}}{u'_k/\bar{u}_k}\right) u'_k \quad (2.72)$$

$$u'_h = -\left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) \kappa M_k \left(\frac{p'}{\bar{\rho}c}\right)_k + \left(1 + \left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) \frac{\dot{Q}'/\bar{Q}}{u'_k/\bar{u}_k}\right) u'_k. \quad (2.73)$$

Hierbei ist $\beta = (\bar{\rho}c)_k / (\bar{\rho}c)_h$. Das Einsetzen der Flammentransferfunktion 2.62 als Verhältnis der Wärmefreisetzungsschwankungen zu den Geschwindigkeitsschwankungen in die Gleichungen 2.72 und 2.73 liefert schließlich die Transfermatrix zur Beschreibung von Flammen als kompakte Elemente:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_h = \begin{pmatrix} \beta & -\beta \left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) M_k (1 + FTF) \\ -\left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) \kappa M_k & 1 + \left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) FTF \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_k. \quad (2.74)$$

Für sehr kleine Machzahlen vereinfacht sich Gleichung 2.74 zu folgender Form:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_h = \begin{pmatrix} \beta & 0 \\ 0 & 1 + \left(\frac{T_h}{T_k} - 1\right) FTF \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_k. \quad (2.75)$$

Die für die Charakterisierung der Flamme notwendigen Flammentransferfunktionen werden in dieser Arbeit mit physikalisch basierten Fitfunktionen modelliert (siehe Kapitel 7).

Die in den Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.5 abgeleiteten Transfermatrizen zur Beschreibung einzelner Komponenten eines Systems sind über die akustischen Größen $p'/\bar{\rho}c$ und u' beziehungsweise die Riemann-Invarianten f und g miteinander verknüpft. In Abbildung 2.1 ist ein Schema eines einfachen Netzwerkmodells, bestehend aus m Elementen, dargestellt.

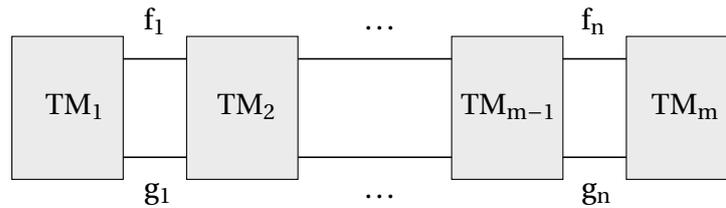


Abbildung 2.1: Schema eines Netzwerkmodells

Die unbekanntenen Größen dieses Netzwerkmodells sind $p'/\bar{\rho}c$ und u' oder f und g stromauf und stromab der einzelnen Elemente. Damit ergeben sich für ein Modell aus n Verknüpfungen $4n$ Unbekannte. Um nun das akustische Verhalten des modellierten Systems an einzelnen Verknüpfungen zu bestimmen, werden die Transfermatrizen der Elemente in eine $m \times n$ -Matrix, nämlich der Systemmatrix S_{mn} , zusammengefasst. Mit dem Systemvektor v_m , der neben Einträgen, die gleich null sind, auch Einträge ungleich null zur Beschreibung inhomogener Systeme (Systeme mit Anregungselementen) enthält, können die unbekanntenen Riemann-Invarianten $f_1, g_1 \dots f_n, g_n$ mit dem folgenden Gleichungssystem 2.76 gelöst werden [PHV97].

$$\begin{pmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{m1} & \dots & S_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ g_1 \\ \vdots \\ f_n \\ g_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

2.3 Stabilitätsanalyse

Die Bestimmung der Eigenmoden sowie die Berechnung der zugehörigen Wachstums- beziehungsweise Dämpfungsraten sind notwendig, um die Stabilität eines akustischen Systems bewerten zu können. Eine Methode, die Eigenmoden eines Systems zu ermitteln, ist die Berechnung der komplexen Nullstellen der Systemmatrix S durch:

$$\text{Det}(S) = 0. \quad (2.77)$$

Die Nullstellen entsprechen den Eigenfrequenzen. Nachteil dieser Methode ist, dass alle Elemente des Netzwerkmodells für den komplexen Frequenzbereich charakterisiert sein müssen. Enthält das Netzwerkmodell experimentelle Transfermatrizen, die über rein reelle Frequenzen tabelliert sind, kann diese Methode nicht angewendet werden, da das System dann nicht für komplexe Frequenzen definiert ist [SP03b].

Eine andere Methode, die eine Charakterisierung des Systems über den komplexen Frequenzbereich nicht erfordert, sondern auch Elemente zulässt, die nur für reelle Frequenzen definiert sind, ist die Open Loop Gain (OLG) Analyse. Hierbei wird an einer beliebigen Stelle im Netzwerk ein Diagnoseelement eingefügt, das zu einem „offenen“ Netzwerk führt. In dem geöffneten Netzwerk sind bis auf zwei Knoten einer Zustandsvariablen alle Elemente miteinander verbunden. Entsprechend Abbildung 2.2 werden zwei Knoten der Variable f verwendet, um das System mit einem Anregungssignal f_{Anregung} zu beaufschlagen und das Antwortsignal f_{Antwort} abzugreifen.

Die Verstärkung des aufprägten Signals f_{Anregung} im System ist als OLG für einen gegebenen Frequenzbereich definiert [SP03b].

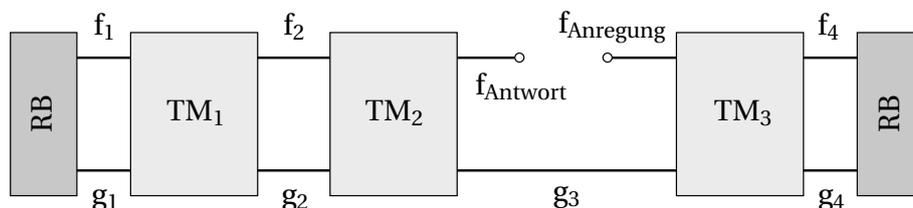


Abbildung 2.2: Schema eines „offenen“ Netzwerks zur Analyse des Anregungssignals f_{Anregung} mit dem Antwortsignal f_{Antwort}

$$OLG(\omega) = -\frac{f_{\text{Antwort}}}{f_{\text{Anregung}}} \quad (2.78)$$

Handelt es sich um einen komplexen Frequenzbereich, gilt für alle Eigenfrequenzen ω_E

$$OLG(\omega_E) = -1. \quad (2.79)$$

Ist der Frequenzbereich dagegen reell, befindet sich die Eigenfrequenz nahe des kritischen Punktes $-1 + i0$ im Nyquist-Diagramm. Basierend auf einem iterativen Suchverfahren mit dem Ziel möglichst nah an $OLG = -1$ zu gelangen, können für eine ausreichend genaue Polynomfitfunktion des OLGs, die für rein reelle Frequenzen bestimmt wurde, aber eine lokale Abschätzung des OLGs für komplexe Frequenzen zulässt, die Eigenfrequenzen ω_E des Systems berechnet werden [SP03a].

Die quantitative Bestimmung der entsprechenden Wachstums- beziehungsweise Dämpfungsraten WR erfolgt nach [SP03b] mit Gleichung 2.80.

$$WR(\omega_E) = e^{-2\pi \frac{\text{Im}(\omega_E)}{\text{Re}(\omega_E)}} \quad (2.80)$$

Für $WR = 1$ befindet sich das akustische System an seiner Stabilitätsgrenze. Ist $WR > 1$, liegt eine instabile Mode vor und akustische Störungen werden angefacht. Entsprechend handelt es sich für $WR < 1$ um eine stabile Mode, bei der akustische Störungen gedämpft werden.

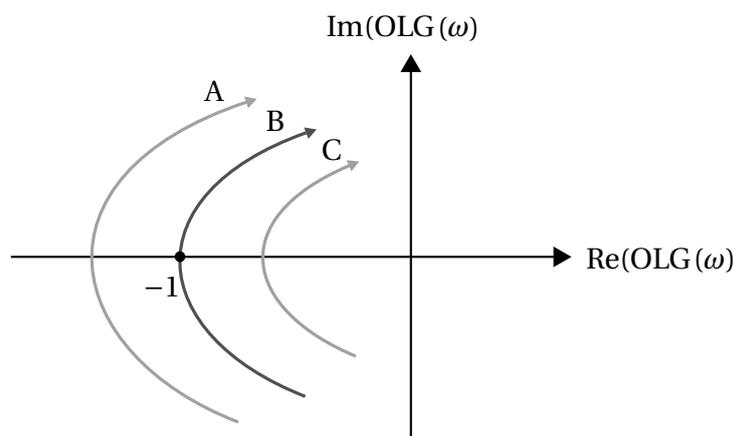


Abbildung 2.3: Nyquist-Diagramm mit drei Moden: A (instabile Mode), B (neutrale Mode), C (stabile Mode)

Unter Nutzung des Nyquist-Diagramms kann die Stabilität der Eigenmoden grafisch veranschaulicht werden. Dazu wird der Imaginärteil des OLGs $\text{Im}(\text{OLG}(\omega))$ über dem Realteil $\text{Re}(\text{OLG}(\omega))$ aufgetragen. Der kritische Punkt $-1 + i0$ ist ein wichtiger Punkt zur Feststellung der Stabilität einer Mode. Wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist, handelt es sich um eine stabile Mode (C), wenn der kritische Punkt links neben der in Richtung steigender Frequenz laufenden OLG-Kurve liegt. Dementsprechend ist die Mode instabil (A), wenn der kritische Punkt auf der rechten Seite der OLG-Kurve liegt [Pol04].

2.4 Thermoakustik

Thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten, wie sie in Gasturbinen vorkommen, sind charakterisiert durch kohärente Schwankungen der Wärmefreisetzung mit dem akustischen Brennkammerdruck. Die Flamme wirkt hierbei auf Grund von Schwankungen des Flammenvolumens als akustische Quelle.

Effekte, die zur Erzeugung einer Flamme als thermoakustische Quelle führen, können unterteilt werden in Effekte, die weitgehend unabhängig von thermoakustischer Rückkopplung sind und Effekte, die durch Rückkopplungsmechanismen bestimmt werden. Zu den ersteren zählt der turbulente Verbrennungslärm. Das breitbandige Spektrum des Verbrennungslärms wird dabei durch lokale turbulente Schwankungen der Wärmefreisetzung verursacht. Diese werden durch das turbulente, reagierende Strömungsfeld erzeugt. Zusätzlich können kohärente Strukturen, die als abgelöste Wirbel in Scherschichten und Wirbelströmungen auftreten, zu einer Modulation des konvektiven Transports von Brennstoff-Luft-Gemischen führen und damit ebenso zu Schwankungen der Wärmefreisetzung. Zu den Rückkopplungsmechanismen zählen neben kohärenten Strukturen, die nun aber durch eine pulsierende, reagierende Strömung hervorgerufen werden, die selbsterregten Verbrennungsschwingungen [LS10]. Zwei wesentliche Effekte [LZ98b,LTJZ01], die hierbei zur Ausbildung thermoakustischer Verbrennungsinstabilitäten führen können, sind

- Schwankungen der Gemischzusammensetzung ϕ' und
- Schwankungen der Geschwindigkeit u' .

Die Gemischzusammensetzungsschwankungen werden erzeugt durch akustische Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen an der Brennstoffzufuhr. Von dort werden sie konvektiv zur Flamme transportiert, wo sie durch Modifikation der Brennstoffmenge zu Schwankungen der Wärmefreisetzung führen. Schwankungen der Gemischzusammensetzung haben aber auch Auswirkungen auf die Flammentemperatur. Sie führen damit zur Bildung von Entropiewellen, die durch konvektiven Transport an die Ränder der Brennkammer gelangen und dort die Akustik des Systems beeinflussen [PPD01, Sat03, Kel95].

Ebenso wie ϕ' beeinflussen Schwankungen der Geschwindigkeit die Wärmefreisetzung. Diese können unterschieden werden in akustische Geschwindigkeitsschwankungen auf Grund von Schwankungen des Massenstroms u' und in Geschwindigkeitsschwankungen verursacht durch Wirbelstärke-schwankungen u'_{ω_φ} [HFR⁺05]. Die akustischen Geschwindigkeitsschwankungen u' propagieren mit Schallgeschwindigkeit zur Flamme und bewirken dort Schwankungen der Wärmefreisetzung, die zu einem fluktuierenden Flammenvolumen führen. Dadurch werden Druckwellen erzeugt, die durch die Brennkammer propagieren und an den Rändern reflektiert werden, so dass es wieder zur Beeinflussung von u' kommt.

Die Geschwindigkeitsschwankungen auf Grund von azimuthaler Wirbelstärke-schwankungen u'_{ω_φ} werden konvektiv zur Flamme transportiert und beeinflussen ebenfalls die Wärmefreisetzung. Der Mechanismus, der zur Entstehung von u'_{ω_φ} führt, entspricht dem Mechanismus, der auch das Wirbelaufplatzen in Drallströmungen bewirkt.

Ausgehend von einer mit axialer Wirbelstärke dominierenden Drallströmung führt eine Querschnittserweiterung zur Aufweitung der Strömung mit der Folge, dass sowohl die axiale u_x als auch die tangentielle Geschwindigkeitskomponente u_φ abnimmt und die radiale Geschwindigkeit u_r zunimmt. Den Ausführungen von Darmofal [Dar93] folgend, kann die Transportgleichung für die azimuthale Wirbelstärke, die einhergeht mit der Entstehung einer negativen axialen Geschwindigkeit, geschrieben werden als

$$\frac{D\omega_\varphi}{Dt} = \omega_\varphi \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi^2}{\partial x}. \quad (2.81)$$

Hierbei entspricht der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung dem Strecken des Wirbels und der zweite Term dem Kippen von axialer in radialer Richtung. Da die tangentielle Geschwindigkeit u_φ auf Grund der Strömungs-

aufweitung in axialer Richtung abnimmt, bewirkt das Kippen eine Abnahme der azimuthalen Wirbelstärke. Dieser Effekt wird bei Vorhandensein einer negativen azimuthalen Wirbelstärke durch das Strecken des Wirbels auf Grund der zunehmenden radialen Geschwindigkeit verstärkt. Entsprechend dem Gesetz von Biot-Savart lässt sich für eine gegebene Wirbelstärkeverteilung der rotationsbehaftete Anteil eines Geschwindigkeitsfeldes \vec{u}_{rot} berechnen.

$$\vec{u}_{rot}(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{(\vec{x} - \vec{x}') \times \vec{\omega}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dV \quad (2.82)$$

Demnach bewirkt eine negative azimuthale Wirbelstärke negative axiale Geschwindigkeiten auf Radien kleiner als den der betrachteten Stromlinie. Dies resultiert schließlich in einem Aufplatzen des Wirbels mit Bildung einer inneren Rezirkulationszone, die als aerodynamischer Flammenhalter dient.

Die Entstehung von u'_{ω_φ} basiert auf dem gleichen Mechanismus. Eine akustische Geschwindigkeitsschwankung u' führt zu einer Schwankung der tangentialen Geschwindigkeit u'_φ , die konvektiv entlang der Flammenfront transportiert wird und dort Schwankungen der azimuthalen Wirbelstärke ω_φ verursacht. Diese resultieren schließlich in den zusätzlichen axialen Geschwindigkeitsschwankungen u'_{ω_φ} , die ebenfalls die Wärmefreisetzung beeinflussen.

Hirsch et al. [HFR⁺05] konnten den Einfluss der Wirbelstärkeschwankungen ω_φ und damit der zusätzlichen axialen Geschwindigkeitsschwankungen u'_{ω_φ} auf die Flammentransferfunktion für zwei unterschiedliche Drallerzeuger zeigen und validierten diesen mit einem analytischen Modell zur Beschreibung von u'_{ω_φ} gegen experimentelle Daten. Freitag [Fre09] erweiterte das analytische Modell für Brenner, deren Drallerzeuger nicht direkt am Brenneraustritt positioniert sind, sondern einen gewissen Abstand aufweisen durch einen zusätzlichen Zeitverzug. Mit der Überlagerung eines modifizierten Modells für u' und dem erweiterten analytischen Modell für u'_{ω_φ} konnte er eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den modellierten und experimentell ermittelten Flammentransferfunktionen erzielen.

In Abbildung 2.4 sind die beschriebenen Effekte, die zu Rückkopplungsmechanismen führen und damit thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten auslösen können, noch einmal schematisch veranschaulicht.

Ob die Interaktion der Wärmefreisetzungsschwankungen \dot{Q}' der Flamme als akustische Quelle mit den akustischen Druckschwankungen p' in der Brenn-

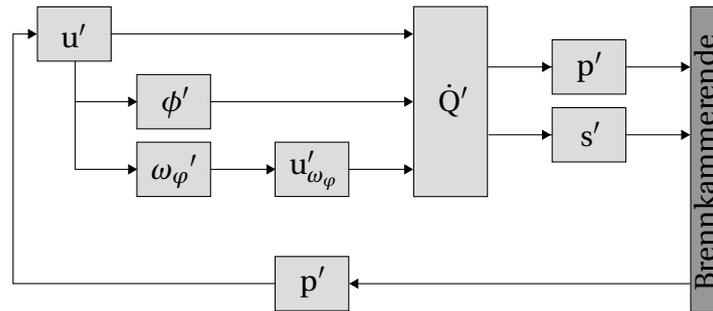


Abbildung 2.4: Schema zu den Rückkopplungsmechanismen thermoakustischer Verbrennungsinstabilitäten

kammer eine anfachende oder dämpfende Wirkung auf die thermoakustischen Instabilitäten hat, hängt von der Phasendifferenz zwischen p' und \dot{Q}' ab. Dieser Zusammenhang wird durch das Rayleigh-Kriterium [Ray78] beschrieben. Ist die Phasendifferenz zwischen den beiden Größen p' und \dot{Q}' gleich $\pi/2$, wird Wärme zum Zeitpunkt größter Kompression freigesetzt beziehungsweise zum Zeitpunkt größter Expansion abgeführt. Dadurch erhöht sich die akustische Energie des Systems. Mathematisch wird dies für p' und \dot{Q}' über eine Periodendauer T mit folgender Ungleichung beschrieben [PD54]:

$$\int_0^T p'(t) \cdot \dot{Q}'(t) dt > 0. \quad (2.83)$$

Das Rayleigh-Integral wird positiv, sobald die Phasendifferenz zwischen p' und \dot{Q}' kleiner als $\pi/2$ ist. In diesem Fall können thermoakustische Instabilitäten durch Erhöhung der akustischen Energie angefacht werden. Ist die Phasendifferenz größer als $\pi/2$, wird das Integral negativ. Dann bildet sich keine thermoakustische Instabilität aus. Ein positives Rayleigh-Integral stellt für die Ausbildung von Instabilitäten aber nur eine notwendige Bedingung dar. Voraussetzung für eine hinreichende Bedingung ist, dass die im System zusätzlich auftretende Dämpfung und die Verluste über die Systemgrenze kleiner sind als die Erhöhung der akustischen Energie.

Folglich müssen für Untersuchungen thermoakustischer Instabilitäten mit der Netzwerkmethod nicht nur die Phasenlage von \dot{Q}' und p' , sondern auch die akustische Energiebilanz des modellierten Verbrennungssystems richtig abgebildet werden. Nur dann können mit Stabilitätsanalysen des Netzwerkmodells thermoakustische Instabilitäten beschrieben beziehungsweise vorhergesagt werden.

2.5 Flammentransferfunktionen

Flammentransferfunktionen stellen das Amplituden- und Phasenverhalten der Flamme als Element des Rückkopplungsmechanismus thermoakustischer Instabilitäten dar.

2.5.1 Flammentransferfunktionen perfekt vorgemischter Flammen

Das Flammenverhalten perfekt vorgemischter Flammen, bei der eine perfekte Mischung von Luft und Brennstoff durch eine lange Mischstrecke gewährleistet ist, wird durch eine Funktion f charakterisiert, die die Wärmefreisetzungsschwankungen \dot{Q}' der Flamme mit den akustischen Geschwindigkeitsschwankungen u' stromauf der Flamme, üblicherweise am Brenneraustritt, verknüpft.

$$\frac{\dot{Q}'(t)}{\bar{\dot{Q}}} = f\left(\frac{u'(t-\tau)}{\bar{u}}\right) \quad (2.84)$$

Die Geschwindigkeitsschwankungen am Brenneraustritt ergeben sich aus den dort vorliegenden Massenstromschwankungen $\dot{m}_B = \bar{\dot{m}}_B + \dot{m}'_B$. Bei perfekter Vormischung von Brennstoff und Luft gilt für $\dot{m}'_B = A\rho u'_B$, hierbei ist A die Querschnittsfläche und ρ die Dichte des Brennstoff-Luft-Gemisches. Ist nun am Brenneraustritt zum Zeitpunkt $t - \tau$ eine Geschwindigkeitsschwankung u'_B vorhanden, reagiert die Flamme mit Schwankungen der Wärmefreisetzung \dot{Q}' um den Zeitverzug τ später auf u'_B . Der Zeitverzug resultiert aus dem konvektiven Transport der Geschwindigkeitsschwankungen vom Brenneraustritt mit Strömungsgeschwindigkeit zur Flamme. Hier ist zu beachten, dass der Zeitverzug lediglich eine vereinfachte Betrachtung des Phasenverhaltens darstellt, nämlich den Spezialfall des reinen Totzeitverhaltens. Zusätzliche Effekte, wie zum Beispiel drallinduzierte Geschwindigkeitsschwankungen und Wellendispersion, können das Phasenverhalten lokal stark beeinflussen.

Gleichung 2.84 kann mittels einer Fouriertransformation in den Frequenzbereich übertragen werden. Die Verknüpfung der beiden Schwankungsgrößen \dot{Q}' und u'_B erfolgt über die Flammentransferfunktion FTF_{PV} .

$$\frac{\dot{Q}'(\omega)}{\bar{\dot{Q}}} = FTF_{PV}(\omega) \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B} \quad (2.85)$$

Unter der Annahme, dass es sich bei den Schwankungen um harmonische Schwingungen handelt, können $\dot{Q}'(\omega)$ und $u'_B(\omega)$ wie folgt dargestellt werden:

$$\dot{Q}'(\omega) = \widehat{Q}(\omega) e^{i\omega t + \varphi_{\dot{Q}'(\omega)}} \quad (2.86)$$

$$u'_B(\omega) = \widehat{u}_B(\omega) e^{i\omega t + \varphi_{u'_B(\omega)}}. \quad (2.87)$$

Dies ermöglicht die Zerlegung der FTF_{PV} in eine frequenzabhängige Amplitude \widehat{FTF}_{PV} und Phase $\varphi_{FTF_{PV}}$ mit

$$\widehat{FTF}_{PV}(\omega) = \frac{\widehat{Q}(\omega)}{\widehat{u}_B(\omega)} \cdot \frac{\bar{u}_B}{\bar{Q}} \quad (2.88)$$

$$\varphi_{FTF_{PV}}(\omega) = \varphi_{\dot{Q}'}(\omega) - \varphi_{u'_B}(\omega). \quad (2.89)$$

Unter Berücksichtigung der um τ zeitverzögerten Reaktion von \dot{Q}' auf u'_B ergibt sich für die Phase

$$\varphi_{FTF_{PV}}(\omega) = -\omega\tau. \quad (2.90)$$

Damit ist eine Abschätzung des Grenzwertverhaltens der FTF_{PV} für sehr kleine Frequenzen [PL07] möglich. Für $\omega \rightarrow 0$ reagiert die Flamme quasi-stationär. Jede Geschwindigkeitsschwankung am Brenneraustritt führt zu einer gleichwertigen Schwankung der Wärmefreisetzung.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \widehat{FTF}_{PV}(\omega) = 1 \quad (2.91)$$

Da der Zeitverzug τ für $\omega \rightarrow 0$ und damit $T \rightarrow \infty$ vernachlässigbar klein wird, geht die Phase der FTF_{PV} gegen Null.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi_{FTF_{PV}}(\omega) = 0 \quad (2.92)$$

2.5.2 Flammentransferfunktionen technisch vorgemischter Flammen

In technisch vorgemischten Flammen, bei denen der Brennstoff erst im Brenner mit der Luft vermischt wird, liefern Geschwindigkeitsschwankungen u' und Schwankungen der Gemischzusammensetzung ϕ' die Hauptbeiträge zu den Wärmefreisetzungsschwankungen [LZ98b]. Dabei reagiert die Flamme mit Schwankungen der Wärmefreisetzung um einen Zeitverzug τ später auf

Geschwindigkeitsschwankungen am Brenneraustritt u'_B und um $\tau + \tau_{BZ-B}$ später auf Schwankungen der Gemischzusammensetzung an der Brennstoffzufuhr ϕ'_{BZ} . Der Annahme von Schuermans et al. [SBG⁺04] und Freitag [Fre09] folgend, dass die FTF bei technischer Vormischung als Summe der Flammendynamik perfekt vorgemischter Flammen und dem Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen darstellbar ist, ergeben sich für die Wärme-freisetzungsschwankung die folgenden Abhängigkeiten von u'_B und ϕ'_{BZ} :

$$\frac{\dot{Q}'(t)}{\bar{Q}} = f\left(\frac{u'_B(t-\tau)}{\bar{u}_B}\right) + f\left(\frac{\phi'_{BZ}(t-\tau-\tau_{BZ-B})}{\bar{\phi}_{BZ}}\right). \quad (2.93)$$

Die Verknüpfung von \dot{Q}' mit u'_B und ϕ'_{BZ} im Frequenzbereich erfolgt über die Flammentransferfunktionen FTF_{PV} und $FTF_{\phi_{BZ}}$.

$$\frac{\dot{Q}'(\omega)}{\bar{Q}} = FTF_{PV} \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B} + FTF_{\phi_{BZ}} \cdot \frac{\phi'_{BZ}(\omega)}{\bar{\phi}_{BZ}}. \quad (2.94)$$

Mit der Definition für die Gemischzusammensetzung und der weiteren Annahme einer „steifen“ Brennstoffzufuhr kann ein Zusammenhang zwischen der Schwankung der Gemischzusammensetzung und der Luftmassenstromschwankungen an der Brennstoffzufuhr abgeleitet werden. Eine „steife“ Brennstoffzufuhr ist bei einem ausreichend großen Druckverlust der Brennstoffeindüsung und damit einer vernachlässigbaren Beeinflussung der Brennstoffzufuhr durch akustische Schwankungen gegeben. Für die Gemischzusammensetzung gilt

$$\phi_{BZ} = \frac{\dot{m}_{Br} l_{\min}}{\dot{m}_{LBZ}}. \quad (2.95)$$

Hierbei ist \dot{m}_{Br} der Brennstoffmassenstrom, \dot{m}_{LBZ} der Luftmassenstrom an der Brennstoffzufuhr und l_{\min} der Mindestluftbedarf. Nach Linearisierung und anschließender Division von $\bar{\phi}_{BZ} = \frac{\dot{m}_{Br} l_{\min}}{\dot{m}_{LBZ}}$ kann mit einem Ausdruck für die Übertragung der Geschwindigkeitsschwankungen an der Brennstoffzufuhr $u'_{LBZ} = FTF_{BZ-B} \cdot u'_B$ zum Brenneraustritt der gesuchte Zusammenhang abgeleitet werden:

$$\frac{\phi'_{BZ}}{\bar{\phi}_{BZ}} = -\frac{u'_{LBZ}}{\bar{u}'_{LBZ}} = -FTF_{BZ-B} \cdot \frac{u'_B}{\bar{u}'_B}. \quad (2.96)$$

Bei akustisch kompakten Brennersystemen mit $L_{BZ-B} \ll \lambda$ ergibt sich für die Übertragungsfunktion von der Brennstoffzufuhr zum Brenneraustritt FTF_{BZ-B} ein Wert von etwa 1. Hierbei ist L_{BZ-B} der Abstand zwischen der Brennstoffzufuhr und dem Brenneraustritt. Die Wärmefreisetzungsschwankungen in Gleichung 2.94 können mit

$$FTF_{\phi} = -FTF_{\phi_{BZ}} \cdot FTF_{BZ-B} = -FTF_{\phi_{BZ}} \cdot 1 = -FTF_{\phi_{BZ}} \quad (2.97)$$

nun formuliert werden als:

$$\frac{\dot{Q}'(\omega)}{\bar{Q}} = FTF_{PV} \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B} + FTF_{\phi} \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B} \quad (2.98)$$

$$\frac{\dot{Q}'(\omega)}{\bar{Q}} = (FTF_{PV} + FTF_{\phi}) \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B} = FTF_{TV} \cdot \frac{u'_B(\omega)}{\bar{u}_B}. \quad (2.99)$$

Mit Gleichung 2.99 lässt sich nun ebenfalls das Verhalten der Flammentransferfunktion für technisch vorgemischte Flammen FTF_{TV} und für die Schwankungen der Gemischzusammensetzung FTF_{ϕ} bei sehr kleinen Frequenzen abschätzen. Für $\omega \rightarrow 0$ ist die akustische Wellenlänge $\lambda \gg L_{BZ-B}$. Daraus folgt für $FTF_{\phi_{BZ}} \rightarrow 1$. Dies resultiert nach Gleichung 2.97 in $FTF_{\phi} = -1$ und führt mit Gleichung 2.91 zu einer verschwindenden Amplitude der Wärmefreisetzungsschwankung.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \widehat{FTF}_{TV}(\omega) = 0. \quad (2.100)$$

Ist der Brennstoffmassenstrom konstant, ergeben sich Schwankungen der Gemischzusammensetzung ϕ' aus den Schwankungen des Luftmassenstroms \dot{m}_L [SPP99]. Dabei führen negative ϕ' (mageres Gemisch) auf Grund positiver \dot{m}'_B zu negativen Wärmefreisetzungsschwankungen \dot{Q}'_{ϕ} . Dementsprechend verhalten sich Schwankungen der Wärmefreisetzung, verursacht durch ϕ' gegenphasig zu \dot{m}'_B beziehungsweise u'_B . Damit folgt bei sehr kleinen Frequenzen für die Phase von FTF_{ϕ} :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi_{FTF_{\phi}}(\omega) = \pi. \quad (2.101)$$

Die Phase der FTF_{TV} ist im niedrigen Frequenzbereich auf Grund des Grenzwertverhaltens der Amplitude unbestimmt.

2.6 Wärmebilanz der Brennkammer

In diesem Abschnitt wird ein vereinfachtes Modell für die Wärmebilanz der Brennkammer des Versuchsstandes entwickelt, mit dem insbesondere die Temperaturen abgeschätzt werden können, die für die Auswertung der akustischen Messungen sowie für die Bestimmung der Flammentransferfunktion aus der Flammentransfermatrix mit Hilfe der Rankine-Hugoniot Beziehungen erforderlich sind.

Im Folgenden wird zunächst die Enthalpiebilanz der adiabaten Flamme zur Bestimmung einer das Gemisch und die Vorwärmung repräsentierenden Flammentemperatur T_{ad} aufgestellt. Ausgehend vom Abgasenthalpiestrom der adiabaten Flamme wird dann eine eindimensionale Enthalpiebilanz mit Wärmeübergang an die auf konstanter Temperatur angenommene Kühlluft angesetzt, aus der sich eine mittlere Brennkammertemperatur $\bar{T}_{\text{BilanzBK}}$ und schließlich auch eine mittlere Wandtemperatur \bar{T}_{W} ergibt. Zur Berechnung des dazu erforderlichen Wärmeübergangskoeffizienten wird eine annulare Rohrströmung mit adiabater Innenwand für den Wärmeübergang angesetzt, deren Spaltweite δ_{S} durch Betrachtung der für Drallstrahlen typischen Stromfelder festgelegt wird.

Analog zur turbulenten Rohrströmung wird dann ein Profilkoeffizient für den Zusammenhang zwischen der Brennkammertemperatur $\bar{T}_{\text{BilanzBK}}$ und der flächengemittelten Temperatur eingeführt, aus dem sich schließlich die für die Schallausbreitung wichtige mittlere Brennkammertemperatur \bar{T}_{BK} ergibt.

Ein vereinfachtes Modell der Flamme auf der Basis des in [AFH⁺10] vorgeschlagenen Kegelflammenmodells erlaubt anschließend die Einbeziehung der adiabaten Rezirkulation und damit die Bestimmung der adiabaten Flammentemperatur, also der Temperatur des heißen Abgases T_{h} unter Berücksichtigung von Wärmeverlusten, die für die Auswertung der Rankine-Hugoniot Beziehung erforderlich ist.

2.6.1 Adiabate Flammentemperatur

Die adiabate Flammentemperatur ergibt sich bei Vernachlässigung des fühlbaren Enthalpiestromes des Brennstoffs zu:

$$T_{ad} = T_0 + \frac{\dot{m}_L \cdot \bar{c}_{pL} \Big|_{T_0}^{T_L} (T_L - T_0) + \dot{m}_{Br} H_u}{(\dot{m}_L + \dot{m}_{Br}) \cdot \bar{c}_{pAG} \Big|_{T_0}^{T_{ad}}}. \quad (2.102)$$

Hierbei sind die mittleren spezifischen Wärmekapazitäten der Verbrennungsluft und des Abgases zu wählen.

$$\bar{c}_p \Big|_{T_0}^{T_1} = \frac{1}{(T_1 - T_0)} \int_{T_0}^{T_1} c_p(T) dT. \quad (2.103)$$

Unter der Annahme vollständiger Umsetzung des Brennstoffs ergibt sich die mittlere spezifische Wärmekapazität des Abgases durch Summation über die Komponenten i ($\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{O}_2, \text{N}_2$) zu

$$\bar{c}_{pAG} \Big|_{T_0}^{T_{ad}} = \sum_i \left(Y_i \cdot \bar{c}_{p_i} \Big|_{T_0}^{T_{ad}} \right). \quad (2.104)$$

2.6.2 Enthalpiebilanz der Brennkammer

Die integrale Enthalpiebilanz der Brennkammer mit einem integralen Wandwärmestrom \dot{Q}_W ist gegeben mit:

$$(\dot{m}_L + \dot{m}_{Br}) \cdot \bar{c}_{pAG} \Big|_{T_0}^{T_{ad}} (T_{ad} - T_0) = \dot{Q}_W + (\dot{m}_L + \dot{m}_{Br}) \cdot \bar{c}_{pAG} \Big|_{T_0}^{T_{aus}} (T_{aus} - T_0). \quad (2.105)$$

Aus der Theorie der Wärmetauscher [VDI13] ist bekannt, dass für kleine Werte des Verhältnisses vom spezifischen Wandwärmestrom zum konvektiven Wärmekapazitätsstrom $\frac{k \cdot A}{\dot{m} \cdot c_p} < 1$ das axiale Bilanztemperaturprofil in guter Näherung als linear angenommen werden kann, so dass mit

$$\bar{T}_{BilanzBK} = \frac{T_{ad} + T_{aus}}{2} \quad (2.106)$$

eine geeignete Bezugstemperatur für den Wandwärmestrom \dot{Q}_W gegeben ist. T_{aus} ist hierbei die mittlere Austrittstemperatur aus der Brennkammer. Die Bestimmung des Wandwärmestroms erfolgt mit Gleichung 2.107. Der dazu notwendige mittlere Wärmeübergangskoeffizient innerhalb der Brennkammer \bar{h}_{BK} wird mit Gleichung 2.113 berechnet. Der Wärmeübergangskoeffizient außerhalb der Brennkammer wurde mit $\bar{h}_\infty = 180 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ unter der Annahme eines mittleren Wärmeübergangskoeffizienten, der sich aus Prall- und Filmküh-

lung ergibt, abgeschätzt. In Verbindung mit den Gleichungen 2.105 und 2.106 sowie der Wandoberfläche $A_W = 0.438 \text{ m}^2$ ergibt sich der Wandwärmestrom zu:

$$\dot{Q}_W = \frac{A_W}{\frac{1}{\bar{h}_{BK}} + \frac{1}{\bar{h}_\infty}} \cdot (\bar{T}_{BilanzBK} - T_\infty). \quad (2.107)$$

Hierbei bezeichnet $T_\infty = 283 \text{ K}$ die als konstant angesetzte Kühllufttemperatur. Die Wärmeleitung in der Brennkammerwand mit der Dicke $s = 25 \text{ mm}$ wurde auf Grund der hohen Wärmeleitung von $\lambda_W/s \approx 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ vernachlässigt. Die mittlere Wandtemperatur berechnet sich schließlich aus dem Wandwärmestrom mit folgender Gleichung:

$$\bar{T}_W = \frac{\dot{Q}_W}{A_W \cdot \bar{h}_\infty} + T_\infty. \quad (2.108)$$

Dieser einfache Ansatz enthält alle notwendigen physikalischen Eigenschaften. Durch die adiabate Flammentemperatur und den inneren Wärmeübergangskoeffizienten ist die Sensitivität auf den Betriebszustand gewährleistet, während durch den konstanten äußeren Wärmeübergangskoeffizienten zwar die Invarianz der Kühlung berücksichtigt, jedoch nicht die Wandtemperatur festgehalten wird. Die Annahme der konstanten Kühllufttemperatur erscheint vor dem Hintergrund des erheblich größeren Kühlluftmassenstromes im Vergleich zum Luftmassenstrom \dot{m}_L als gerechtfertigt.

2.6.3 Strömungsmodell und Wärmeübergangskoeffizient

Das für die Abschätzung des Wärmeübergangskoeffizienten \bar{h}_{BK} angesetzte Modell basiert auf der Beobachtung, dass sich die Strömung des turbulenten Drallstrahls bei ausreichend hohem Drall weitgehend an die Brennkammerwand anlegt. Abbildung 2.5 zeigt die Isolinien der Stromfunktion, die mit zweidimensionaler, axisymmetrischer Simulation einer dem Prüfstand angeäherten Geometrie berechnet wurde. Es ist zu erkennen, dass sich durch das Wirbelaufplatzen eine große innere Rezirkulationszone ausbildet, die die Vorwärtsströmung auch nach dem Aufprall des Drallstrahls an die Wand in den Außenbereich der Brennkammer verdrängt. Da eine Simulation aller Betriebszustände im Rahmen dieser Arbeit nicht durchführbar war, wurde ein vereinfachtes Strömungsmodell entwickelt. Es besteht aus einem Ringspalt mit adiabater Innenwand. Die Spaltweite wird durch die Auswertung der simulierten Drallströmung sowie der beobachteten Brennkammertemperaturen auf

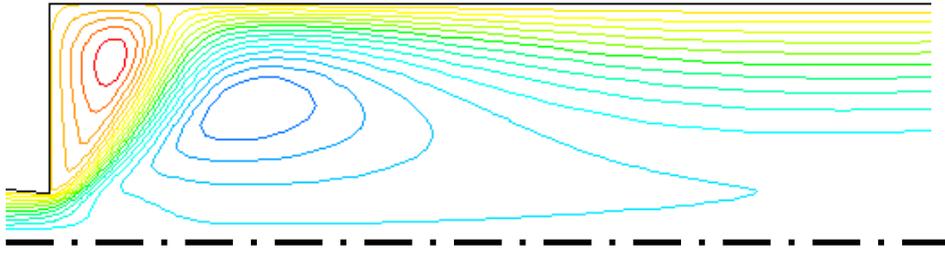


Abbildung 2.5: Isolinen der Stromfunktion einer 2d-axisymmetrisch simulierten, reaktiven Drallströmung in einer dem Prüfstand äquivalenten Geometrie [Hir13]

$\delta_s = 8 \text{ mm}$ festgelegt. Die Spaltgeschwindigkeit ergibt sich dann durch die Massenerhaltung aus dem Gesamtmassenstrom $\dot{m}_{BK} = \dot{m}_L + \dot{m}_{Br}$. Hierbei wurden alle Stoffwerte, die kinematische Viskosität ν_{BK} , die Dichte ρ_{BK} und die Wärmeleitfähigkeit λ_W mit der Abgaszusammensetzung und der mittleren Brennkammertemperatur $\bar{T}_{\text{BilanzBK}}$ (Gleichung 2.106) berechnet. Die Spaltfläche wird vereinfacht als $A_S = \pi \cdot d_{BK} \delta_s$ angesetzt. Mit der Spalt Reynoldszahl Re_S , gebildet mit dem hydraulischen Durchmesser $d_h = 2\delta_s$

$$Re_S = \frac{\dot{m}_{BK} \cdot 2\delta_s}{\rho_{BK} \cdot A_S \cdot \nu_{BK}}, \quad (2.109)$$

wird die Nusseltzahl-Korrelation der ausgebildeten Rohrströmung nach Kays und Crawford [KC83])

$$Nu_{turb} = 0.0176 \cdot Re_S^{0.8} \quad (2.110)$$

ausgewertet. Da die typischen Reynoldszahlen im Bereich von 2300-3000 liegen, wird der Überlagerungsansatz nach [VDI13] mit der laminaren Nusseltzahl $Nu_{lam} = 4.3$ verwendet:

$$Nu_{eff} = \sqrt{Nu_{turb}^2 + Nu_{lam}^2}. \quad (2.111)$$

Um den hydrodynamischen und thermischen Anlauf des Wandfilms zu berücksichtigen, wird die Nusseltzahl nun noch mit der von Kays und Crawford vorgeschlagenen Steigerung (Gleichungen 13-23, [KC83]) für die Brennkammerlänge $L_{BK} = 0.73 \text{ m}$ multipliziert:

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 1 + \frac{6}{L_{BK}/2\delta_s} = 1.14. \quad (2.112)$$

Damit berechnet sich der mittlere Wandwärmübergangskoeffizient \bar{h}_{BK} in Gleichung 2.107 schließlich zu:

$$\bar{h}_{BK} = Nu_{eff} \cdot \frac{\lambda_{BK}}{2\delta_s} \cdot \frac{Nu}{Nu_0}. \quad (2.113)$$

2.6.4 Temperatur in der Brennkammer zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

Neunert [Neu09] untersucht in seiner Dissertation den Effekt von Temperaturgradienten auf die eindimensionale Beschreibung der Akustik mit Netzwerkmodellen. Er stellt fest, dass bei axialen Temperaturänderungen die Verwendung einer integralen mittleren Temperatur einer hinreichenden Genauigkeit der Rekonstruktion des Wellenfeldes genügt. Bei radialen Temperaturgradienten kann Neunert am Beispiel einer axisymmetrischen Rohrströmung zeigen, dass ihr Einfluss auf die Schallausbreitung sehr genau durch die Verwendung einer flächengemittelten Temperatur berücksichtigt werden kann:

$$\bar{T}(x) = \int_A T(x, r) dr. \quad (2.114)$$

Die in Abschnitt 2.6.2 ermittelte mittlere Brennkammertemperatur $\bar{T}_{\text{BilanzBK}}$ genügt den Anforderungen an die integral gemittelte Temperatur bezüglich des axialen Temperaturverlaufes, so dass zur Bestimmung der mittleren Schallgeschwindigkeit nur die durch den Temperaturgradienten an die Wand erforderliche Flächenmittelung durchzuführen ist. Aus der Theorie der ausgebildeten, turbulenten Rohrströmung (zum Beispiel [KC83, Sch58]) sind Lösungen für das Temperaturprofil bekannt:

$$\frac{T(r) - \bar{T}_W}{T_{\text{BilanzBK}} - \bar{T}_W} = \left(1 - \frac{2r}{D}\right)^{1/6}. \quad (2.115)$$

Die flächengemittelte Temperatur ist dann die gesuchte mittlere Brennkammertemperatur für die Bestimmung der mittleren Schallgeschwindigkeit \bar{T}_{BK} :

$$\bar{T}_{\text{BK}} = f_P \cdot (\bar{T}_{\text{BilanzBK}} - \bar{T}_W) + \bar{T}_W. \quad (2.116)$$

$f_P = 0.79$ ist der Profilmfaktor, der sich aus der Flächenmittelung des radialen Profils nach Gleichung 2.115 ergibt.

2.6.5 Diabates Flammenmodell

Während sich die reaktiven Scherschichten im Drallstrahl der Vormischflamme ausbilden, wird bereits Umgebungsfluid eingemischt. Da dieses schon durch Wärmeübergang an die Brennkammerwand abgekühlt wurde, kann

bei der Verbrennung die adiabate Flammentemperatur nicht mehr erreicht werden. Um Rankine-Hugoniot Beziehungen bezüglich der Flammentransferfunktion auswerten zu können, wird ein Modell benötigt, das diese Rückvermischung abbildet und die Berechnung der diabaten Flammentemperatur erlaubt.

Das Mischungsverhalten von isothermen Drallstrahlen wurde von Meier [Mei68] eingehend untersucht. Seine Daten wurden von Fanaca et al. [FAH⁺10] korreliert und für die Analyse der Drallstrahleinmischung in Brennkammerströmungen angewendet. Insbesondere lässt sich für die Einmischung im Nahfeld des Drallstrahles folgender Zusammenhang in Abhängigkeit der Mischlänge x_m angeben.

$$\frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{BK}}(x_m) = \left(0.32 + 4.4 \cdot \frac{S_{eff}}{x_{Kern} / d_h} \right) \frac{x_m}{d_{h,eff}}. \quad (2.117)$$

Hierbei ist $\Delta \dot{m}$ der eingemischte Massenstrom, S_{eff} die effektive Drallzahl des Brenners, d_h der hydraulische Durchmesser des Drallstrahls und x_{Kern} die Kernlänge, die sich nach Fanaca et al. [FAH⁺10] wie folgt berechnet:

$$\frac{x_{Kern}}{d_h} = 10 \cdot \exp(-0.3 \cdot S_{eff}). \quad (2.118)$$

Der effektive hydraulische Durchmesser ist gemäß der turbulenten Strahltheorie gegeben durch:

$$d_{h,eff} = d_h \cdot \sqrt{\frac{T_L}{\bar{T}_{BilanzBK}}}. \quad (2.119)$$

Die Struktur der Gleichung 2.117 folgt aus Meiers Beobachtung, dass die Einmischung in den Drallfreistrahle im Nahfeld durch die zusätzliche Turbulenz der Drallkomponente beeinflusst wird, während der Strahl dann im Fernfeld in das klassische Verhalten des runden, drallfreien Freistrahls übergeht. Mit Gleichung 2.117 kann nun eine Mischtemperatur T_h des heißen Abgases aus der mittleren Brennkammertemperatur $\bar{T}_{BilanzBK}$ und der adiabaten Flammentemperatur T_{ad} angegeben werden, indem die wirksame Mischlänge x_m festgelegt wird.

$$T_h = f_P \cdot \left(\frac{\Delta \dot{m}(x_m) \cdot \bar{T}_{BilanzBK} + \dot{m}_{BK} \cdot T_{ad}}{\Delta \dot{m}(x_m) + \dot{m}_{BK}} - \bar{T}_W \right) + \bar{T}_W \quad (2.120)$$

Dabei wurde die variable Wärmekapazität vernachlässigt. Als Maß für die Mischlänge bietet sich die Flammenlänge L_F an, da sich die Wirkung der Rückvermischung auf den Bereich beschränken muss, innerhalb dessen die Freisetzung der Reaktionsenthalpie stattfindet. Als Mischlänge wird die Differenz zwischen der aktuellen und der kürzesten Flammenlänge $x_m = L_F - L_{F,0}$ gewählt, so dass für sehr kompakte Flammen die Korrektur verschwindet. $L_{F,0}$ ist damit ein Fitparameter des Modells, der sich allerdings mit der kürzesten berechneten Flammenlänge deckt, wie der Vergleich mit den experimentellen Daten im Abschnitt 4.2 in Abbildung 4.6 zeigt.

Zur Korrelation der Flammenlänge wird das von Alemela et al. [AFH⁺10] vorgeschlagene Modell verwendet. Alemela nähert die turbulente Flammenoberfläche durch einen Kreiskegelmantel an, dessen Winkel und Oberfläche vom Drallstrahlwinkel und der turbulenten Brenngeschwindigkeit bestimmt werden. Die turbulente Brenngeschwindigkeit wird mit den Turbulenzparametern des Drallstrahles bei zwei Dritteln der Flammenlänge bestimmt. Dies spiegelt die experimentelle Beobachtung wider, dass sich dort typischerweise das Maximum der OH^{*}-Chemilumineszenzintensität befindet. Da die in [AFH⁺10] verwendeten Korrelationen für Drallflammen mit $x_{OH_{max}} > x_{Kern}$ nicht anwendbar sind, werden verallgemeinerte Turbulenzkorrelationen für Drallstrahlen nach Hirsch [Hir10] verwendet. Weiterhin wird eine diabate Korrektur der in die Bestimmung der turbulenten Brenngeschwindigkeit eingehenden lamina- ren Brenngeschwindigkeit verwendet. Der Übersichtlichkeit halber werden die Modellgleichungen im Anhang A angegeben.

3 Versuchsstand und Drallbrennersystem

Alle experimentellen Daten wurden an einem atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstand ermittelt, der sowohl die Möglichkeit der perfekten als auch der technischen Vormischung bietet. Die Bestandteile des Versuchsstandes werden in diesem Kapitel näher beschrieben. Zusätzlich werden das verwendete Drallbrennersystem, das aus einem Drallerzeuger und einem Mischrohr besteht, sowie dessen geometrische Variationen erläutert.

3.1 Versuchsstand

Die Charakterisierung der thermoakustischen Eigenschaften des verwendeten Drallbrennersystems erfolgt an dem in Abbildung 3.1 skizzierten atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstand. Dazu werden Messungen der Brennertransfermatrizen ohne und mit Flamme sowie Messungen zur Bestimmung der Flammenform beziehungsweise der Flammenposition durchgeführt. Die wesentlichen Komponenten des Versuchsstandes sind ein Lufterhitzer, eine Sirene zur Anregung des Verbrennungssystems von der stromaufliegenden Seite, ein Plenum, eine quadratische Brennkammer und ein weiteres Rohr-

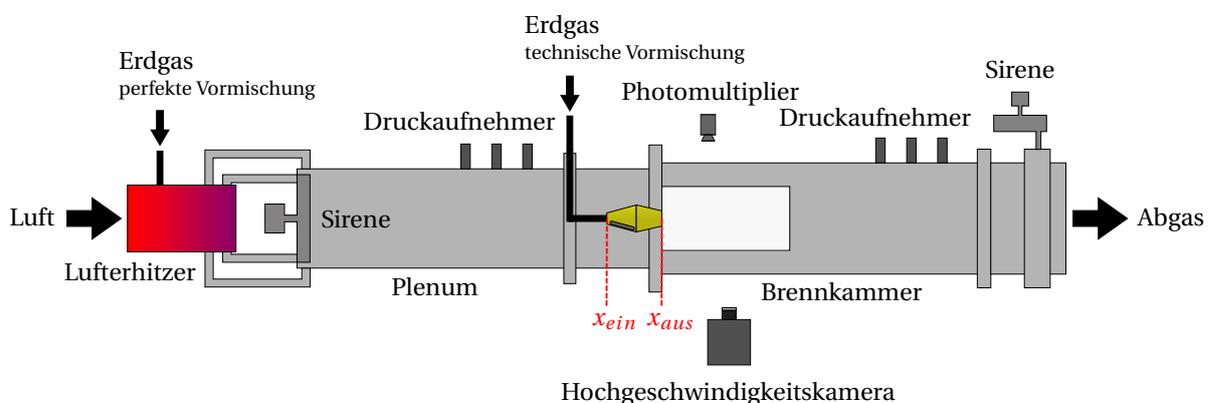


Abbildung 3.1: Schema des atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstands

stück zur Montierung einer zweiten Sirene, mit der die Anregung stromabseitig erfolgt.

Die Verbrennungsluft wird der 12bar Druckluftversorgung des Labors entnommen. Um Druckschwankungen in der Versorgungsleitung auszugleichen, wird nach der Filterung der Luft der Druck auf 10bar gesenkt. Nach dem Passieren eines Massenstromreglers gelangt die Luft in den Lufterhitzer, der eine Leistung von 32 kW hat, und wird vorgeheizt. Für die in dieser Arbeit gezeigten Ergebnisse wurde eine Vorheiztemperatur von 300°C gewählt.

Der Luftmassenstrom wird über ein Bypass-Ventil in zwei Teilströme aufgeteilt. Ein Teil gelangt über zwei isolierte Metallschläuche ins Plenum. Der andere Teil strömt über zwei weitere isolierte Metallschläuche in die Sireneneinheit. Dort wird die Luft über eine Rotor-Stator-Kombination von zwei Lochscheiben mit jeweils sechs gleichmäßig verteilten Löchern angeregt. Durch die mit einem Frequenzumwandler kontrollierte Drehgeschwindigkeit der Sirenenwelle kann die Anregungsfrequenz eingestellt werden. Eine detaillierte Beschreibung der Sireneneinheit mit schematischer Darstellung ist in der Dissertation von Eckstein [Eck04] zu finden.

Das Plenum besteht aus mehreren Rohrsegmenten unterschiedlicher Länge mit einem Durchmesser von $d_p = 124 \text{ mm}$. Für die thermoakustischen Untersuchungen wurde die Gesamtlänge $L_p = 1365 \text{ mm}$ gewählt, die der Distanz vom Plenumanfang bis zum Eintritt in die Brennkammer entspricht. Damit liegt die erste Resonanzfrequenz bei einer Temperatur von 300°C und der entsprechenden Schallgeschwindigkeit von $c \approx 480 \text{ m/s}$ bei etwa 175 Hz. Die ersten Quermoden treten bei dieser Temperatur nach folgender Gleichung [Mun87]

$$f_{cut-off} = \frac{1.84}{\pi d_p} \cdot c \quad (3.1)$$

ab einer Frequenz $f_{cut-off} \approx 2266 \text{ Hz}$ auf. Da der untersuchte Frequenzbereich von 0 ... 700 Hz weit unter $f_{cut-off}$ liegt, bilden sich keine Quermoden aus.

Am Ende des Plenums ist der Drallbrenner (siehe Abschnitt 3.2) montiert. Je nach Mischrohrlänge ist dazu eine Verengung des Plenumdurchmessers auf 80 mm für eine maximale Länge von 15 mm notwendig (siehe Zeichnungen der Einbausituation in Anhang B).

Erdgas mit einem Methananteil von 98 Vol% kann diesem Brenner perfekt oder technisch vorgemischt zugeführt werden. Bei der perfekten Vormischung wird das Erdgas direkt hinter dem Lufterhitzer eingedüst. Dies gewährleistet durch die lange Mischstrecke bis zum Brenner eine perfekte Mischung von Luft und Brennstoff. Die Verbrennung mit technischer Vormischung erfolgt durch Eindüsung des Erdgases direkt in den Drallerzeuger.

An den Brenner ist anschließend eine zweigeteilte quadratische Brennkammer mit einer Querschnittsfläche von $150 \times 150 \text{ mm}^2$ montiert. Die Gesamtlänge der Brennkammer beträgt 730 mm. Der vordere Brennkammerteil ist mit einem Quarzglas ($150 \times 300 \text{ mm}^2$) ausgestattet. Dies ermöglicht über die gesamte Brennkammerhöhe einen optischen Zugang zur Flamme. Die Brennkammer sowie das Quarzglas sind prallluftgekühlt.

An die Brennkammer ist ein weiteres Rohrsegment mit einem Durchmesser von $d_S = 160 \text{ mm}$ und einer Länge von ebenfalls $L_S = 160 \text{ mm}$ montiert, an das eine zweite Sirene befestigt werden kann. Diese Sirene führt durch eine zusätzliche Eindüsung von Luft zur Anregung des Verbrennungssystems von der stromabliegenden Seite.

Den Abschluss bildet eine möglichst reflexionsarme Randbedingung, bestehend aus einer Metallscheibe mit sechs auf einem Durchmesser von $d_{LS} = 88 \text{ mm}$ äquidistant verteilten Löchern. Die Löcher haben einen Durchmesser von $d_L = 20 \text{ mm}$. Messungen mit verschiedenen Lochdurchmessern führten über den untersuchten Frequenzbereich von $0 \dots 700 \text{ Hz}$ zu dieser, zumindest im niedrigen Frequenzbereich, bestmöglichen Randbedingung. Die Reflexionskoeffizienten sind beispielhaft für den Fall ohne (25 g/s Luft bei 300°C Vorheizung) und mit (50 kW , $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung) Verbrennung in Abbildung 3.2 zu sehen. Die Amplitude für den Fall ohne Flamme beginnt im niedrigen Frequenzbereich bei einem Wert von 0.2 und hat einen Phasenwert von etwa null. Mit steigender Frequenz springt die Amplitude auf 0.1 und nimmt stetig bis zu einem Wert von 0.7 zu. Auch im Phasenverhalten ist ein Sprung auf über $\pi/2$ erkennbar. Danach hat die Phase einen stetig fallenden Verlauf.

Für den Fall mit Flamme beginnt die Amplitude bei einem Wert um 0.4, sinkt dann auf fast 0.2 ab, bevor sie wieder bis etwa 0.7 steigt. Das Phasenverhalten im niedrigen Frequenzbereich entspricht mit einem Wert von null dem der

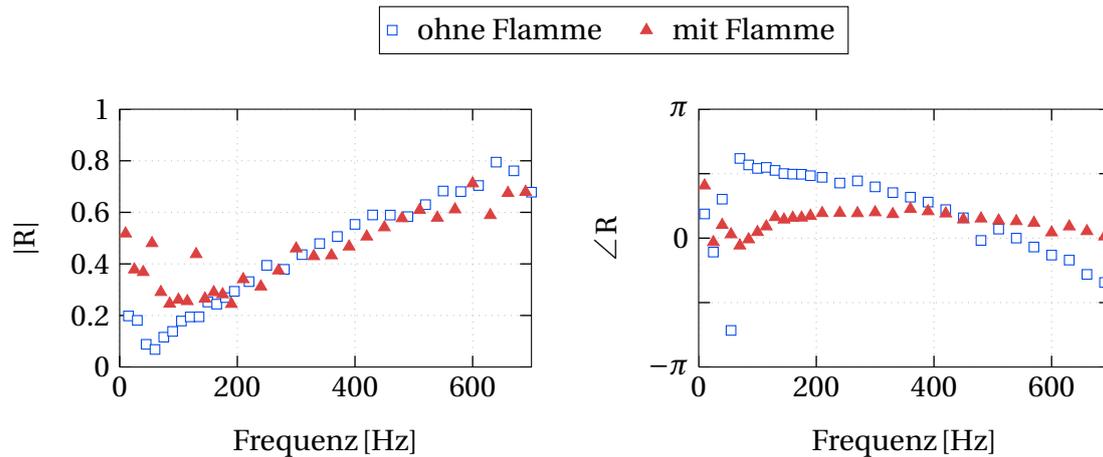


Abbildung 3.2: Reflexionskoeffizienten ohne (25g/s Luft bei 300°C Vorheizung) und mit (50kW, $\lambda = 1.4$ bei 300°C Vorheizung) Verbrennung

geschlossenen Wand. Mit zunehmender Frequenz steigt die Phase leicht an, bleibt aber unter Werten von $\pi/4$ und sinkt dann wieder auf null ab.

Zu bemerken ist, dass sich nahe der Lochscheibe der Abgastrakt befindet. Dieser besteht, abgesehen von einer kleinen Öffnung, aus einem großen, einlassseitig geschlossenem Rohr, über das die Verbrennungsgase abgesaugt werden. Auf Grund der Nähe des Abgasrohres zum Versuchsstand ist eine Reflexion des akustischen Wellenfeldes und damit die Beeinflussung des Reflexionskoeffizienten sehr wahrscheinlich.

Der Versuchsstand ist mit je sechs Messstellen im Plenum und im hinteren Teil der Brennkammer ausgestattet, in die piezoelektronische Druckaufnehmer zur Messung des dynamischen Drucks montiert werden können. Zusätzlich befindet sich am Ende des Plenums und im vorderen Teil der Brennkammer eine Drucksonde zur Messung des statischen Drucks. Die Messung der Temperatur im Versuchsstand erfolgt über mehrere Thermoelemente vom Typ K, die im Plenum plaziert sind, beziehungsweise im hinteren Teil der Brennkammer montiert werden können.

3.2 Drallbrennersystem

Die Bauform des Drallbrenners und damit die Strömung im Brenner und in der Brennkammer haben entscheidenden Einfluss auf die Stabilität der für

die Verbrennung notwendigen Rezirkulationszone. Burmberger et al. [BHS06] konnten aus ihren Untersuchungen zum Wirbelaufplatzen Kriterien für das Geschwindigkeitsfeld ableiten, die zur Ausbildung einer stabilen Rezirkulationszone führen. Hierbei zeigte sich, dass insbesondere die tangentiale Geschwindigkeitsverteilung und die Axialgeschwindigkeit sowie die Größe des Wirbelkernradius einen wesentlichen Einfluss auf die Stabilität haben. Aufbauend auf diesen Kriterien entwickelte Sangl [San11] ein Brennerkonzept, das insbesondere den Anforderungen der Flammenrückschlagssicherheit und niedrigen Abgasemissionen bei flexibler Brennstoffwahl [SMS11, MSS⁺11] entsprach. Das für die Stabilität der Rezirkulationszone notwendige festkörperwirbelähnliche Tangentialgeschwindigkeitsprofil mit einem großen Wirbelkern und stetig zunehmender axialen Geschwindigkeit wurde realisiert durch:

- einen divergierend konischen Drallerzeuger mit vier tangentialen Schlitzen sowie einem axialen Einlass an der Spitze des Drallerzeugers für die Zuführung von unverdrallter Luft bei technischer Vormischung beziehungsweise eines unverdrallten Luft-Brennstoff-Gemischs bei perfekter Vormischung und
- einem konvergierend konischen Mischrohr.

Ausgehend von diesem Grunddesign wurde ein skaliertes modulares Brennersystem (Abbildung 3.3) entwickelt, das aus den beiden Komponenten Drallerzeuger und Mischrohr besteht. Mit diesem Brennersystem sollen durch Variation bestimmter geometrischer Eigenschaften verschiedene Formen und Positionen der Flamme und damit auch Flammendynamiken realisiert werden. Möglich ist dies durch Variation der Drallstärke, die sich durch teilweises Versperren der axialen Querschnittsfläche F_{axial} an der Spitze des Drallerzeugers ergibt. Das Versperren führt zu einem erhöhten Massenstrom durch die tangentialen Schlitze und somit zu größeren Tangentialgeschwindigkeiten, die eine größere Drallstärke bewirken. Gleichzeitig führt eine Versperrung der axialen Querschnittsfläche aber auch zu einer Abnahme der axialen Geschwindigkeit, die eine Änderung der Position der Rezirkulationszone hervorruft. Durch das Montieren von Lochplatten an der Spitze des Drallerzeugers kann die freie axiale Querschnittsfläche auf $F_{\text{axial}} = 50\%$ oder 30% reduziert werden. Wird keine Lochplatte verwendet, ergibt sich eine komplett offene Querschnittsfläche mit $F_{\text{axial}} = 100\%$. Auf Grund der Versperrung der freien axialen Querschnittsfläche nimmt die Drallstärke mit abnehmendem F_{axial} zu.

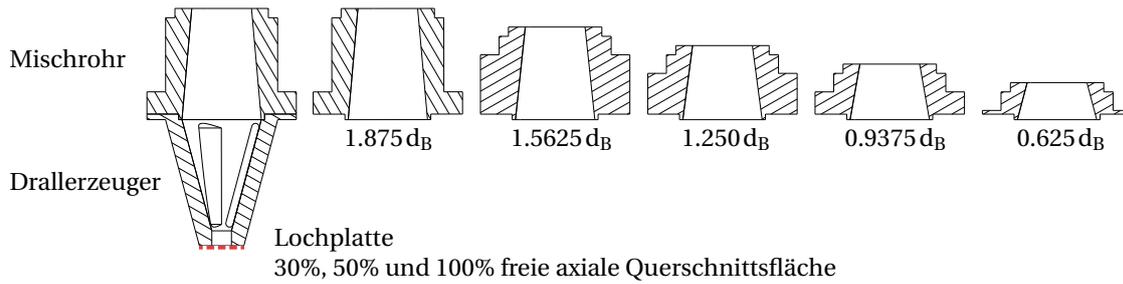


Abbildung 3.3: Modulares Drallbrennersystem bestehend aus Drallerzeuger mit variabler freier axialer Querschnittsfläche F_{axial} und Mischrohren unterschiedlicher Länge L_M

Das Mischrohr ist entsprechend Abbildung 3.3 mit Längen von $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$ variabel verwendbar. Da alle Mischrohre identische Eintritts- beziehungsweise Austrittsdurchmesser haben, nimmt die Konizität der Rohre, die durch $\tan \alpha = \frac{\Delta r}{L_M}$ definiert ist, mit steigender Länge ab. Dies wirkt sich auf die axiale Geschwindigkeit aus und hat somit ebenfalls einen Einfluss auf die axiale Position der Rezirkulationszone.

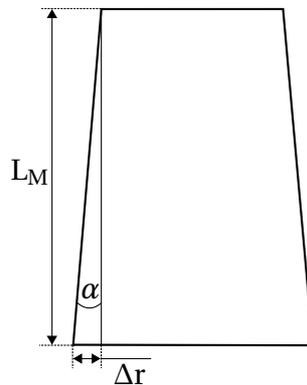


Abbildung 3.4: Konizität der Mischrohre

Die Verwendung des Brenners bei technisch vorgemischter Verbrennung erfolgt durch Zuführung des Erdgases direkt in den Drallerzeuger (siehe Abbildung 3.5). Dabei wird der Brennstoff an der Schlitzhinterkante durch zehn äquidistante Bohrungen mit dem hier fertigungsbedingten, kleinstmöglichen Durchmesser von $d_{SB} = 1.1 \text{ mm}$ eingedüst. Der jeweilige Bohrungswinkel entspricht dem halben Winkel zwischen der Tangente an der inneren Konusfläche und der Schlitzhinterkantenfläche. Diese Art der Brennstoffeindüsung wurde entsprechend den Untersuchungen von Sangl [San11] und Mayer [May12] auf

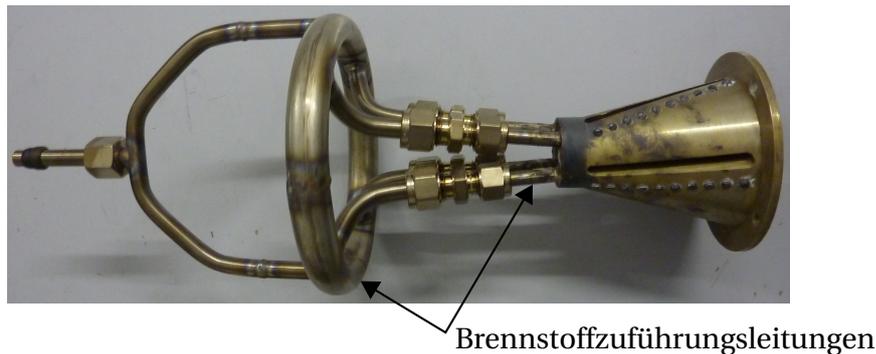


Abbildung 3.5: Modifikation des Drallerzeugers durch Bohrungen an der Schlitzhinterkante und zusätzliche Brennstoffzuführungsleitungen für die technisch vorgemischte Verbrennung

den skalierten Brenner angewendet, um auf Grund ähnlicher Geschwindigkeiten in den Schlitzfen und Bohrungen eine geringe Scherwirkung zwischen der einströmenden Luft und dem Brennstoff zu gewährleisten. Dadurch wird eine Stabilisierung der Flamme in diesem Bereich bei einem möglichen Flammrückschlag verhindert. Sangl [San11] und Mayer [May12] konnten zeigen, dass die Brennstoffeindüsung an der Schlitzfenhinterkante selbst bei geringen Brennstoffimpulsen zu einer ausreichenden Feinmischung mit gleichzeitig geringer Beeinflussung des Strömungsfeldes führt.

Durch Variation der beiden geometrischen Brennerparameter Mischrohrlänge L_M und freie axiale Querschnittsfläche F_{axial} kann sowohl die Flammenform als auch die Position der Rezirkulationszone beeinflusst werden. Die Auswirkungen dieser Geometrieparameter auf das statische und dynamische Brenner- und Flammenverhalten sind Gegenstand der thermoakustischen Untersuchungen in Kapitel 5.

4 Messtechnik

In diesem Kapitel werden die Messtechniken zur akustischen Charakterisierung der verschiedenen Brennergeometrien sowie zur Ermittlung der Flammenform und Flammenposition beschrieben. Die akustische Charakterisierung mittels Transfermatrizen und Flammentransferfunktionen basiert auf der Anwendung der Multimikrofonmethode. Messungen der OH*-Chemilumineszenzintensität mit einer bildverstärkten Hochgeschwindigkeitskamera bei unterschiedlichen Betriebszuständen liefern Flammenbilder, die zusätzlich Aussagen zur Flammendynamik ermöglichen.

4.1 Bestimmung von Transfermatrizen

Die akustische Charakterisierung der verschiedenen Brennergeometrien ohne und mit Flamme erfolgt durch die experimentelle Bestimmung von Transfermatrizen, die die akustischen Druckschwankungen $p'/\bar{\rho}c$ mit den akustischen Geschwindigkeitsschwankungen u' entsprechend Gleichung 4.1 linear verknüpfen:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} TM_{11} & TM_{12} \\ TM_{21} & TM_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} . \quad (4.1)$$

Damit die vier unbekanntenen Matrixelemente TM_{11} , TM_{12} , TM_{21} und TM_{22} bestimmt werden können, sind zwei linear unabhängige Systemzustände erforderlich. Basierend auf der von Munjal und Doige vorgeschlagenen Two-Source-Location Methode [MD90] werden diese durch zwei verschiedene Anregungszustände des Systems erreicht, bei denen die akustische Quelle stromauf und stromab des zu untersuchenden Elementes positioniert ist. Die Bestimmung der akustischen Wellen im System erfolgt bei der Two-Source-Location Methode mit jeweils nur zwei Messstellen zur Aufnahme des dy-

namischen Drucks stromauf und stromab des zu untersuchenden Elementes. Dies kann zum Auftreten von Singularitäten führen, die entstehen, wenn der Abstand zwischen zwei Messstellen gerade einer halben Wellenlänge entspricht [FHS06]. Durch die Weiterentwicklung der Two-Source-Location Methode zur Multimikrofonmethode [PSPM02], die die Verwendung von beliebig vielen Messstellen erlaubt, konnte die Stabilität der Messmethode deutlich verbessert werden. In Abbildung 4.1 ist das Schema der Multimikrofonmethode zur Bestimmung der akustischen Transfermatrix eines Elementes mittels Messung des dynamischen Drucks dargestellt.

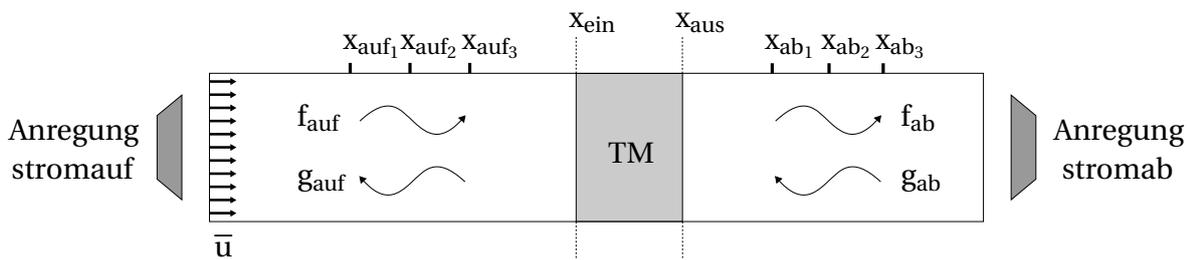


Abbildung 4.1: Experimentelle Bestimmung der Transfermatrix TM eines akustischen Elementes mit der Multimikrofonmethode

Die durch stromauf- und stromabseitige Anregung des Systems in Strömungsrichtung $f_{auf,ab} \cdot e^{-ik^+x}$ und entgegen der Strömungsrichtung $g_{auf,ab} \cdot e^{ik^-x}$ laufenden akustischen Wellen werden mit jeweils drei dynamischen Druckaufnehmern bestimmt. Dazu wird unter der Voraussetzung, dass sich die akustischen Wellen eindimensional in einer verlustfreien Messstrecke ausbreiten, die folgende Gleichung 4.2 für den dynamischen Druck p' an der Messstelle x angewendet:

$$p'(x) = \bar{\rho}c \left(f_{auf,ab} \cdot e^{-ik^+x} + g_{auf,ab} \cdot e^{ik^-x} \right). \quad (4.2)$$

Mit den beiden Wellenzahlen k^+ und k^- für die stromauf und stromab laufenden Wellen ist Gleichung 4.2 für durchströmte Systeme mit einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von \bar{u} nutzbar.

$$k^\pm = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} \quad (4.3)$$

Da das Gleichungssystem zur Berechnung der unbekannt komplexen Amplituden der Riemann-Invarianten $f_{auf,ab}$ und $g_{auf,ab}$ mit den jeweils drei ver-

wendeten Druckaufnehmern überbestimmt ist, ist die Verwendung einer Regressionsmethode notwendig. Nach Bestimmung der Riemann-Invarianten an den Ein- und Austrittsebenen x_{ein} und x_{aus} des zu untersuchenden Elementes können die Elemente der Transfermatrix in fg-Darstellung mit dem folgenden Gleichungssystem 4.4 eindeutig bestimmt werden.

$$\begin{pmatrix} f_{A_{\text{auf}}} & g_{A_{\text{auf}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{A_{\text{auf}}} & g_{A_{\text{auf}}} \\ f_{A_{\text{ab}}} & g_{A_{\text{ab}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{A_{\text{ab}}} & g_{A_{\text{ab}}} \end{pmatrix}_{\text{ein}} \cdot \begin{pmatrix} TM_{11} \\ TM_{12} \\ TM_{21} \\ TM_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{A_{\text{auf}}} \\ g_{A_{\text{auf}}} \\ f_{A_{\text{ab}}} \\ g_{A_{\text{ab}}} \end{pmatrix}_{\text{aus}} \quad (4.4)$$

Die Indizes *ein* und *aus* definieren die Auswerteposition der akustischen Wellen (siehe Abbildung 3.1) und A_{auf} und A_{ab} die Position der Anregungsquelle bezogen auf das zu untersuchende Element. Unter Verwendung der Gleichung 2.32 lässt sich die ermittelte Transfermatrix von der fg-Darstellung in die pu-Darstellung umwandeln.

Die Bestimmung der Flammentransfermatrix (FTM) erfolgt entsprechend der Gleichung 4.5 durch Matrixmultiplikation der Transfermatrix des Brenners mit Flamme (BFTM) und der inversen Transfermatrix des Brenners ohne Flamme (BTM).

$$FTM = BFTM \cdot BTM^{-1} \quad (4.5)$$

Das Vorhandensein einer Flamme ändert die BTM für die untersuchten Brennergeometrien nicht wesentlich (siehe Anhang C). Da zusätzlich eine sehr gute Übereinstimmung erreicht wird zwischen der Flammentransferfunktion, die durch Messung der OH^* -Chemilumineszenzintensität sowie der Berechnung der Geschwindigkeitsschwankungen bestimmt wird ($\text{FTF}_{\text{OH}^*-\text{u}}$), und der Flammentransferfunktion, die unter Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen berechnet wird (FTF_{RH}), ist die Verwendung dieser Gleichung gerechtfertigt. In Abschnitt 4.2 in Abbildung 4.2 wird dieser Vergleich gezeigt.

Die Zuverlässigkeit der Multimikrofonmethode hinsichtlich der reproduzierbaren Bestimmung von Transfermatrizen und die im folgenden Abschnitt gezeigte Bestimmung der Flammentransferfunktionen wird beispielhaft für den

Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ für einen Betriebszustand bei perfekter und technischer Vormischung in Anhang D gezeigt.

4.2 Bestimmung der Flammentransferfunktionen

Flammentransferfunktionen verknüpfen entsprechend Gleichung 2.62 Wärmefreisetzungsschwankungen \dot{Q}' der Flamme mit akustischen Geschwindigkeitsschwankungen stromauf der Flamme u' . Die experimentelle Bestimmung der Geschwindigkeitsschwankungen erfolgt häufig mit Hilfe einer im Brenner positionierten Hitzdrahtsonde. Auf Grund der mangelnden Zuverlässigkeit des Hitzdrahtes bei der in dieser Arbeit verwendeten Vorheiztemperatur von 300°C wurden die Geschwindigkeitsschwankungen u' aus den gemessenen dynamischen Drücken bestimmt. Unter der Annahme, dass sich die BTM bei Vorhandensein der Flamme nicht ändert, können mit Gleichung 4.6 die Riemann-Invarianten f_{aus} und g_{aus} am Brenneraustritt bei Vorhandensein der Flamme berechnet werden. Dazu wird die BTM mit den über die Multimikrofonmethode (siehe Abschnitt 4.1) bestimmten Riemann-Invarianten f_{ein} und g_{ein} am Brennereintritt bei Vorhandensein der Flamme multipliziert.

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{\text{aus}} = \begin{pmatrix} BTM_{11} & BTM_{12} \\ BTM_{21} & BTM_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{\text{ein}} \quad (4.6)$$

Mittels $u' = f_{\text{aus}} - g_{\text{aus}}$ kann schließlich die akustische Geschwindigkeitsschwankung stromauf der Flamme beziehungsweise am Brenneraustritt berechnet werden.

Die Messung der Wärmefreisetzungsschwankungen erfolgt indirekt über die Messung der OH^* -Chemilumineszenzintensität mit einem Photomultiplier. Dieser wurde zur Erfassung der gesamten Reaktionszone 100mm stromab vom Brenneraustritt und mit einem Abstand von 350mm senkrecht zur Quarzglasscheibe positioniert und hat damit direkten optischen Zugang zur Flamme. Der Photomultiplier ist mit einem schmalbandigen Interferenzfilter um 307nm zur Detektion der Lichtemission im OH^* -Bandbereich versehen.

Eine weitere Methode Flammentransferfunktionen zu bestimmen, ist die Berechnung der FTF aus dem FTM_{22} -Element unter Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen (siehe Abschnitt 2.2.5):

$$FTM_{22} = 1 + \left(\frac{T_h}{T_k} - 1 \right) FTF \quad (4.7)$$

mit den Temperaturen T_k des kalten unverbrannten Gemischs und T_h des heißen Abgases.

In Abbildung 4.2 ist veranschaulicht, dass für perfekt vorgemischte Flammen die Bestimmung der FTF durch Messung der OH^* -Chemilumineszenzintensität und Berechnung der Geschwindigkeitsschwankungen (bezeichnet mit $FTF_{\text{OH}^*-\text{u}}$) zu im Rahmen der Messgenauigkeit identischen Ergebnissen wie mit der Berechnung der FTF unter Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen (bezeichnet mit FTF_{RH}) führt.

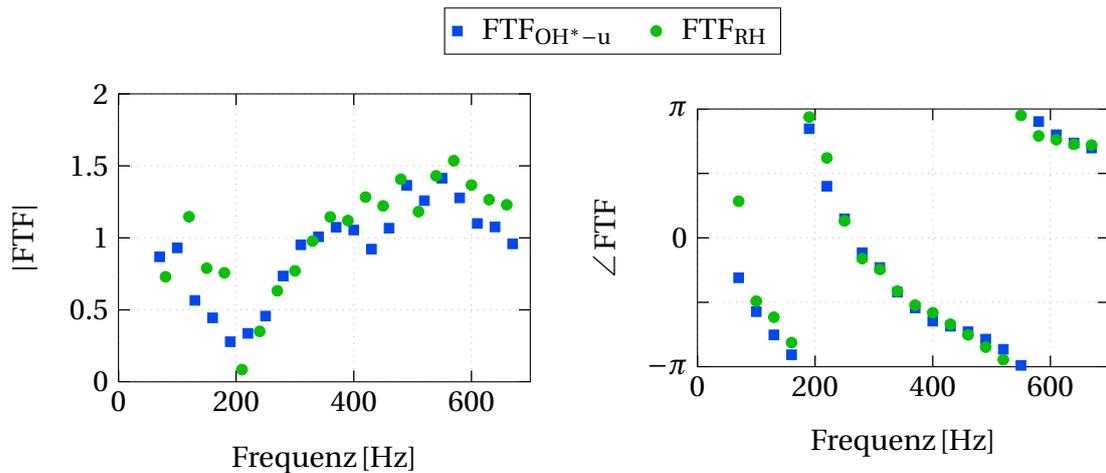


Abbildung 4.2: Vergleich der FTF, bestimmt durch Messung der OH^* -Chemilumineszenz und Berechnung von u'_B ($FTF_{\text{OH}^*-\text{u}}$) sowie durch Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen (FTF_{RH}) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei 50 kW, $\lambda = 1.4$ und bei 300°C Vorheizung

Da bei technischer Vormischung neben den Geschwindigkeitsschwankungen auch Schwankungen der Gemischzusammensetzung auftreten, ist die Bestimmung der FTF mit nur einem optischen Signal nicht ausreichend, um die FTF korrekt wiederzugeben [SGP⁺10]. Aus diesem Grund wurden

die FTF der technisch vorgemischten Flammen durch Messung der akustischen FTM und Anwendung der Rankine-Hugoniot Beziehungen bestimmt. Die dafür notwendige Temperatur T_k wurde mit 300°C der Temperatur am Brenneraustritt festgelegt. Die Temperatur des heißen Abgases T_h wurde so bestimmt, dass die beiden Flammentransferfunktionen $\text{FTF}_{\text{OH}^*-\text{u}}$ und FTF_{RH} für perfekt vorgemischte Flammen bei dem gleichen Betriebszustand aufeinander abbildbar sind. Da für die Bestimmung der $\text{FTF}_{\text{OH}^*-\text{u}}$ über die OH^* -Chemilumineszenzintensität und der Geschwindigkeitsschwankungen am Brenneraustritt nach Gleichung 4.6 die Kenntnis der mittleren Temperatur in der Brennkammer nicht notwendig ist, kann diese Flammentransferfunktion als korrekt angenommen werden. Dagegen muss für die Berechnung der FTF_{RH} eine mittlere Temperatur in der Brennkammer angenommen werden. Messungen der Temperatur bei verschiedenen Betriebszuständen haben gezeigt, dass der Wärmeverlust der Brennkammer sehr hoch ist. Dies führte zu einer Abschätzung von 1000°C für die mittlere Temperatur, die verwendet wurde, um die BFTM zu ermitteln und schließlich die für die FTF_{RH} notwendige FTM.

Wie sich im Folgenden mit Hilfe des in Abschnitt 2.6 formulierten Wärmebilanzmodells der Brennkammer zeigt, ist der dabei auftretende Fehler gering, da einerseits die FTF_{RH} mittels T_h an die $\text{FTF}_{\text{OH}^*-\text{u}}$ angepasst wird und andererseits ein Fehler der mittleren Brennkammertemperatur $\bar{T}_{\text{BK}} = 1000^\circ\text{C}$ von

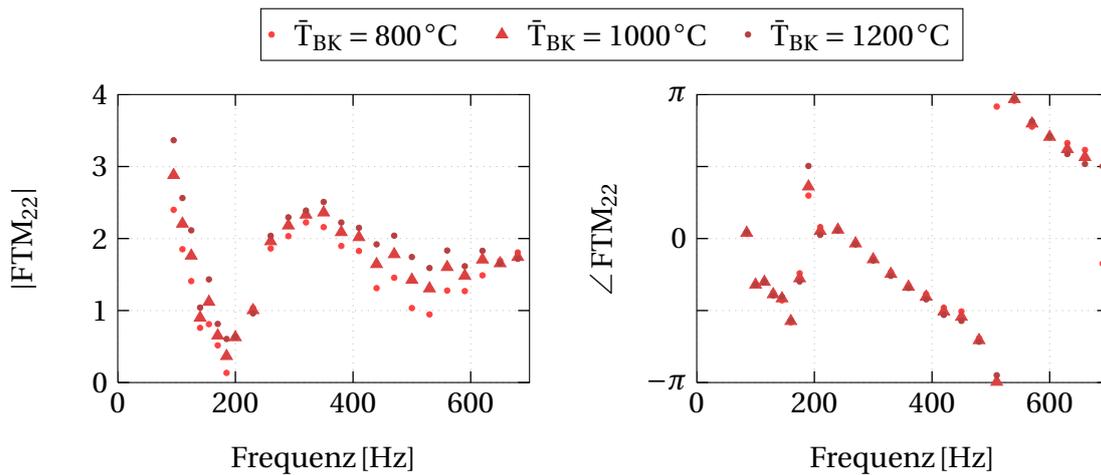


Abbildung 4.3: Abweichungen in der Amplitude und der Phase der FTM_{22} bei variierender mittlerer Brennkammertemperatur des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei 50 kW , $\lambda = 1.4$ und bei 300°C Vorheizung

20% lediglich zu einem Fehler von 11.8% in der Schallgeschwindigkeit führt. Die sich daraus ergebene geringe Abweichung auf die FTM, insbesondere in der Phase, ist in Abbildung 4.3 zu sehen.

Modellierte und akustisch bestimmte Temperaturen

Das in Abschnitt 2.6 formulierte Modell für die Wärmebilanz der Brennkammer erlaubt die Berechnung der mittleren Temperatur \bar{T}_{BK} für die Schallgeschwindigkeitsbestimmung in der Brennkammer sowie die Schätzung der diabaten Flammentemperatur T_h zur Bestimmung der FTF_{RH} .

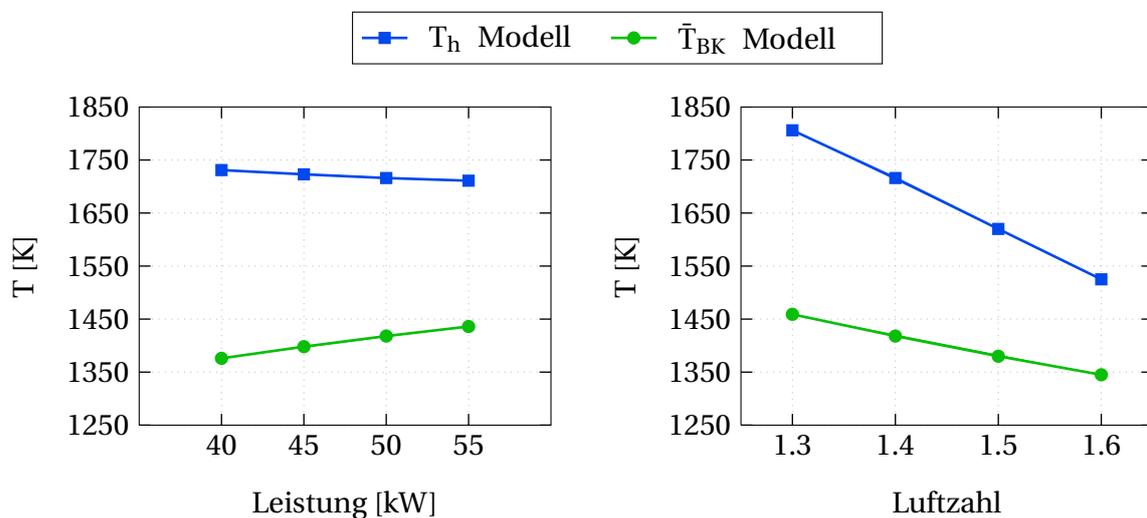


Abbildung 4.4: Modellierte mittlere Brennkammertemperatur \bar{T}_{BK} und diabate Flammentemperatur T_h bei perfekter Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ für verschiedene Leistungen und Luftzahlen

Für eine Luftzahlvariation von $\lambda = 1.3$ bis 1.6 bei 50 kW sowie einer Leistungsvariation von 40 kW bis 55 kW bei $\lambda = 1.4$ und der Vorheiztemperatur von 300°C sind in Abbildung 4.4 die berechneten Temperaturen \bar{T}_{BK} und T_h dargestellt.

Es ist ein starker Einfluss der Luftzahl auf die Temperaturen erkennbar. Die Abnahme der Temperaturen mit zunehmender Luftzahl bei konstanter Leistung wird hierbei durch die Zunahme des Wärmeübergangskoeffizienten auf Grund des erhöhten Gesamtmassenstroms etwas kompensiert, so dass der relative Wandwärmestrom, bezogen auf die Leistung, sich nur um etwa 3% reduziert.

Für die Leistungsvariation bei konstanter Luftzahl ist die diabate Flammtemperatur fast konstant. Dies begründet sich durch die mit zunehmender Leistung proportional zu \dot{m}_{BK} freigesetzten Reaktionsenthalpie in der Brennkammer, während der Wärmeübergangskoeffizient nur unterproportional mit $\dot{m}_{BK}^{0.8}$ zunimmt. Der relative Wandwärmestrom verringert sich dabei um etwa 7%.

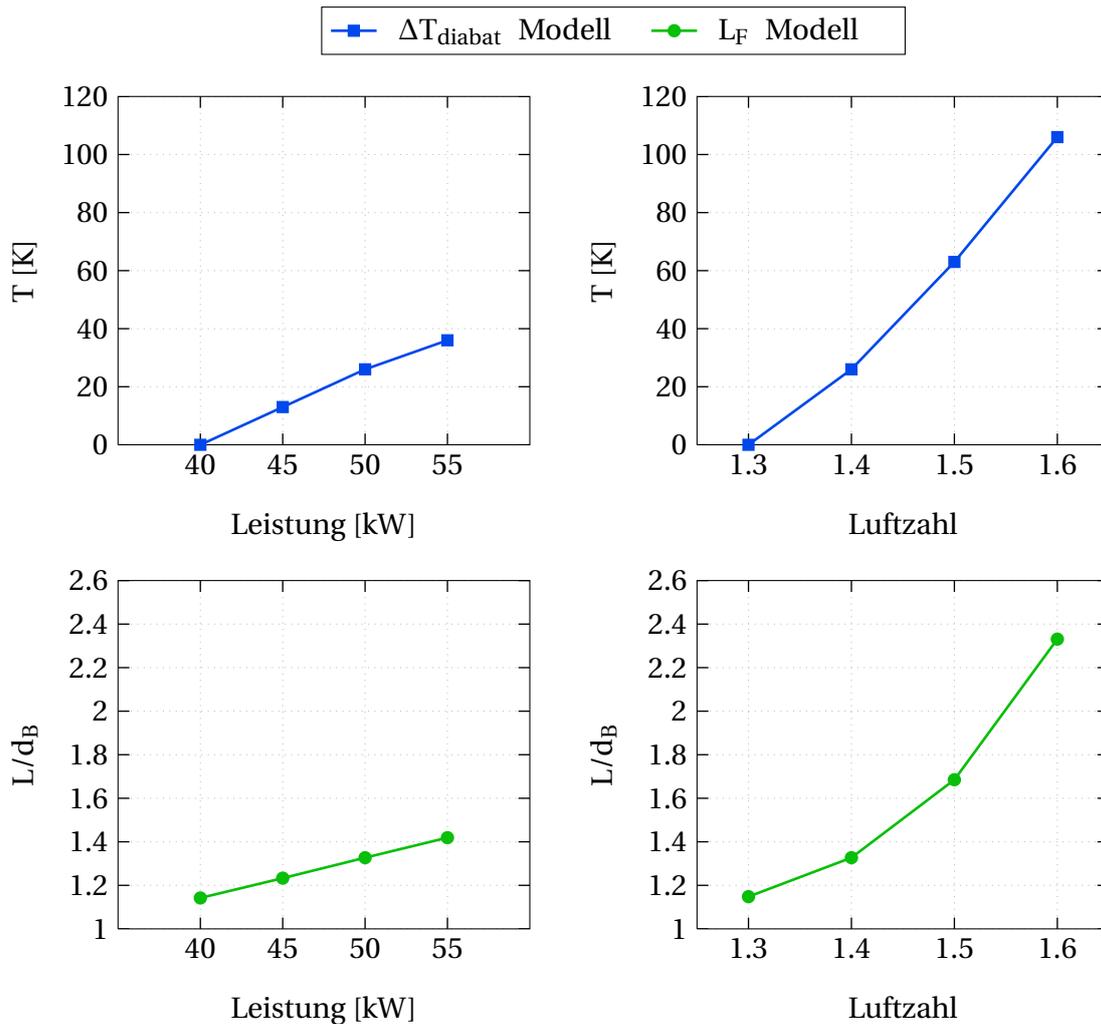


Abbildung 4.5: Modellierte diabate Temperaturkorrektur $\Delta\bar{T}_{diabat}$ und Flammenlänge L_F bei perfekter Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ für verschiedene Leistungen und Luftzahlen

Abbildung 4.5 zeigt die berechnete diabate Temperaturkorrektur $\Delta\bar{T}_{diabat}$

$$\Delta\bar{T}_{diabat} = f_{L_F} \cdot \left(T_{ad} - \frac{\Delta\dot{m}(x_m) \cdot \bar{T}_{BilanzBK} + \dot{m}_{BK} \cdot T_{ad}}{\Delta\dot{m}(x_m) + \dot{m}_{BK}} \right), \quad (4.8)$$

die sich aus der Differenz der adiabaten Flammentemperatur und der modellierten Temperatur des heißen Abgases T_h aus dem Mischungsmodell nach Gleichung 2.120 für die betrachteten Betriebszustände ergibt. Korrigiert ist diese Differenz mit einem Faktor f_{LF} , der insbesondere zu dem überproportionalen Anstieg der Flammenlänge bei steigender Luftzahl führt. Ebenfalls zu sehen ist die Flammenlänge L_F nach dem modifizierten Modell von Alemela (siehe Anhang A). Die diabate Flammenkorrektur wird bei der für die Flammenlängenberechnung notwendigen laminaren Flammgeschwindigkeit berücksichtigt und führt, wie deutlich zu erkennen ist, zu der überproportionalen Zunahme der Flammenlänge mit steigender Luftzahl. Die mit steigender Leistung und Luftzahl zunehmende Flammenlänge bewirkt nach Gleichung 2.117 eine Zunahme der Drallstrahleinmischung. Diese Zunahme führt entsprechend Gleichung 4.8 wieder zu größeren Werten der diabaten Temperaturkorrektur. Der vergleichsweise geringeren Änderung der Flammenlänge im Fall der Leistungsvariation folgt auch eine geringere diabate Korrektur.

Wie schon erwähnt, kann durch die Abbildung der FTF_{RH} auf die FTF_{OH^*-u} für die perfekt vorgemischte Flamme ebenfalls die Temperatur des heißen Abgases T_h bestimmt werden. Vor einem direkten Vergleich ist jedoch zu berücksichtigen, dass bei der Auswertung der Druckmessungen an der Brennkammer für jeden Betriebszustand eine mittlere Brennkammertemperatur von $\bar{T}_{BK} = 1000^\circ\text{C}$ zugrunde gelegt wurde. Diese auf einfache Thermoelementmessungen basierende Annahme lieferte zufriedenstellende Ergebnisse des mit

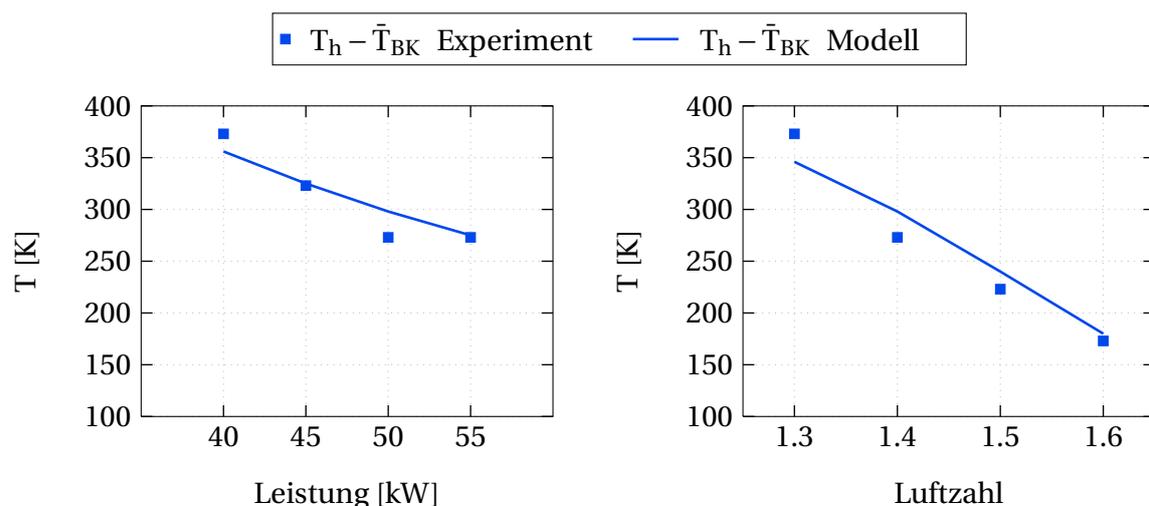


Abbildung 4.6: Vergleich der Temperaturdifferenzen $T_h - \bar{T}_{BK}$, bestimmt aus dem Experiment (Experiment) und dem Wärmebilanzmodell (Modell)

den gemessenen Druckdaten berechneten Wellenfeldes, während die Sensitivität der bestimmten Flammentransfermatrizen sehr gering ist (siehe Abbildung 4.3). Dennoch verhindert sie den direkten Vergleich mit der modellierten diabaten Flammentemperatur.

Gemäß dem Wärmebilanzmodell ist aber zu erwarten, dass die Differenz der diabaten Flammentemperatur und der mittleren Brennkammertemperatur $T_h - \bar{T}_{BK}$ vergleichbar ist, da der diabate Einfluss von dieser Differenz getrieben wird. In Abbildung 4.6 ist der Vergleich der Temperaturdifferenzen, bestimmt aus dem Experiment und dem Wärmebilanzmodell, dargestellt. Es ist erkennbar, dass das Modell die experimentell ermittelten Differenzen, die sich aus den mit den Rankine-Hugoniot Beziehungen ausgewerteten Flammentransfermatrizen ergeben, sehr gut wiedergibt. Somit bestätigt die mit dem Wärmebilanzmodell ermittelte Temperaturdifferenz die Zulässigkeit der vereinfacht angenommenen mittleren Brennkammertemperatur von $\bar{T}_{BK} = 1000^\circ\text{C}$.

4.3 Bestimmung von statischen Flammenbildern

Mit dem Ziel, Aussagen über die Flammenposition und Flammenform der verschiedenen Brennergeometrien treffen zu können, wurde mit einer bildverstärkten Hochgeschwindigkeitskamera vom Typ Photron Ultima Fastcam APXI² die OH*-Chemilumineszenzintensität aufgenommen. Die Kamera wurde dazu mit einem schmalbandigen Filter für den Wellenbereich $307 \pm 5 \text{ nm}$ versehen. Die optischen Messungen erfolgten mit einer Aufnahmezeit von 1000 Bildern pro Sekunde. Es wurden jeweils 2048 Bildern mit einer Auflösung von 1024×1024 Pixeln aufgenommen.

Zur Analyse der Flammenposition wurden Aufnahmen der Flamme bei stationärem Betrieb für verschiedene Betriebszustände gemacht. Ziel hierbei war die Bestimmung des Abstandes der Rezirkulationszone vom Brenneraustritt x_{RZ} , der als Flammenbeginn betrachtet wird, und die Bestimmung der Position maximaler OH*-Chemilumineszenzintensität $x_{OH_{max}}$. Nachdem zunächst aus den 2048 Bildern ein tiefenintegriertes Mittelwertbild erstellt wurde, konnte auf Grund der Rotationssymmetrie der Flamme die Abel-Transformation angewendet werden. Diese ermöglicht mit Hilfe der BASEX-Methode [DOAR02], basierend auf dem Mittelwertbild, die Berechnung der Intensitätsverteilung

in der rotierenden Ebene. Zusätzlich wurde die Intensität I jedes Pixels des Abel-transformierten Bildes mit dem Radius r gewichtet, entsprechend Gleichung 4.9, um der Dreidimensionalität der Flammenantwort gerecht zu werden.

$$I_{\text{gewichtet}} = I \cdot r \quad (4.9)$$

In Abbildung 4.7 wird der Unterschied zwischen den Bearbeitungsschritten für einen Betriebszustand des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und einer Mischrohrlänge von $L_M = 0.625 d_B$ beispielhaft gezeigt.

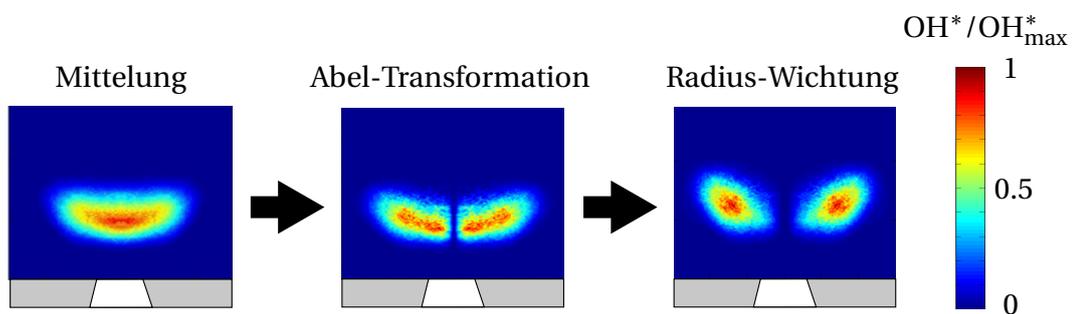


Abbildung 4.7: Bildbearbeitung

Zur Vereinfachung des Vergleichs der Flammenpositionen und Flammenformen der einzelnen Brennergeometrien und Betriebszustände wurden die bearbeiteten Bilder auf einen Farbbereich von 0 (keine Intensität) bis 1 (maximale Intensität) durch Normierung mit der individuellen maximalen OH^* -Chemilumineszenzintensität skaliert.

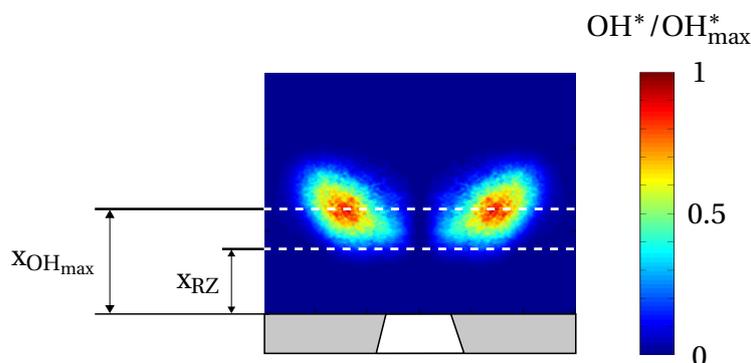


Abbildung 4.8: Flammenposition

Die Distanz zwischen dem Brenneraustritt und einer festen OH*-Chemilumineszenzintensität des gewichteten und normierten Bildes von $I_{RZ} = 0.18$ wurde als Abstand der Rezirkulationszone vom Brenneraustritt festgelegt. Dieser I_{RZ} -Wert ergab bei der Auswertung von Mittelwertbildern, die mit einer unterschiedlichen Anzahl von Bildern bestimmt wurden, bei allen untersuchten Betriebszuständen den Abstand x_{RZ} mit der geringsten Schwankungsbreite. Der Abstand zwischen dem Brenneraustritt und der maximalen OH*-Chemilumineszenzintensität wurde als $x_{OH_{max}}$ bestimmt. Beide Maße sind in Abbildung 4.8 dargestellt.

5 Einfluss der Brennergeometrie auf die statischen und dynamischen Eigenschaften des Brenners und der Flamme

Dieses Kapitel untersucht den Einfluss der Geometrieparameter des Drallbrenners bei einem bestimmten Betriebszustand. Zunächst wird der Druckverlust bei Durchströmung mit 25 g/s auf 300°C vorgeheizter Luft betrachtet. Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Flammenform und Flammenposition bei einem Betriebszustand von 50kW, einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung der verschiedenen Brennervariationen. Anschließend werden die Brennertransfermatrizen und Flammentransferfunktionen analysiert.

5.1 Druckverlust

Sowohl die Länge des Mischrohres L_M als auch die freie axiale Querschnittsfläche F_{axial} beeinflussen den Druckverlust über den Brenner. In Tabelle 5.1 sind die statischen Druckverluste für neun Brennervarianten mit $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ sowie $F_{axial} = 30\%$, 50% und 100% bei Durchströmung mit 25 g/s Luft, die auf 300°C vorgeheizt ist, gezeigt. Alle Druckverluste sind mit

Tabelle 5.1: Druckverlust für die drei Mischrohrängen L_M und den drei freien axialen Querschnittsflächen F_{axial} , normiert mit dem Druckverlust des Brenners mit $F_{axial} = 100\%$ und $L_M = 1.875 d_B$, bei Durchströmung mit 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

L_M	100%	50%	30%
1.875 d_B	1.00	1.14	1.21
1.250 d_B	0.98	1.12	1.18
0.625 d_B	0.95	1.08	1.14

dem Druckverlust des Brenners mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 1.875 d_B$ normiert, der im Folgenden als Referenzbrenner bezeichnet wird. Der Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ führt im Vergleich zu den Drallerzeugern mit größerer freier axialer Querschnittsfläche zu höheren Druckverlusten, die bis zu 21% über dem Druckverlust des Referenzbrenners liegen. Der niedrigste Druckverlust wurde mit -5% für die Brennergeometrie mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 0.625 d_B$ gemessen. Deutlich erkennbar ist der stärkere Einfluss der freien axialen Querschnittsfläche auf den Druckverlust im Vergleich zur Mischrohrlänge.

Sangl [San11] zeigt, dass die Ursache dafür das Geschwindigkeitsprofil am Brenneraustritt ist. Auf Grund der sich durch Variationen von L_M und F_{axial} ändernden Position und Form der Rezirkulationszone kommt es am Brenneraustritt zu einer mehr oder weniger starken Versperrung mit einer Änderung des Geschwindigkeitsprofils. In Abbildung 5.1 sind die axialen Geschwindigkeitsprofile über den Radius des Brenneraustritts für den von Sangl verwendeten Brenner schematisch dargestellt.

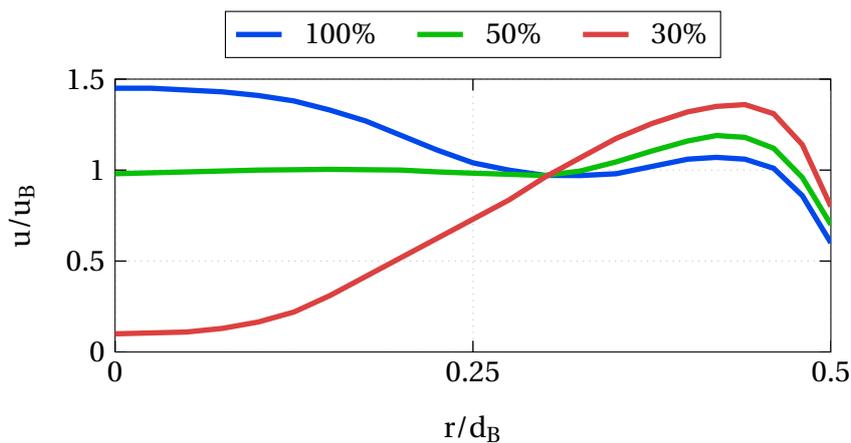


Abbildung 5.1: Axiale Geschwindigkeitsprofile bei Variation der freien axialen Querschnittsfläche F_{axial} (nach [San11])

Während das Profil des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ im Bereich kleiner Radien eine Erhöhung der Geschwindigkeit aufweist, ist die Geschwindigkeit des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ in diesem Bereich deutlich reduziert. Die einem Blockprofil ähnliche Geschwindigkeitsverteilung des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ liegt zwischen den beiden anderen Profilen. Für Radien größer als $r/d_B \approx 0.3$ ist ein Anstieg der Geschwindigkeiten erkennbar. Die höchste Geschwindigkeit erreicht hier der Drallerzeuger mit der kleinsten freien axialen Querschnittsfläche.

Der Einfluss der Mischrohrlänge auf den Druckverlust ist mit 5% für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ beziehungsweise mit bis zu 7% für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ eher gering. Dies lässt vermuten, dass sich für die Geschwindigkeitsprofile am Brenneraustritt auch nur geringe Änderungen ergeben. Dennoch bewirken diese geringen Unterschiede der Geschwindigkeitsprofile auf Grund der Änderung der Konizität der Mischrohre eine axiale Verschiebung der Position der Rezirkulationszone. Dies wird im nächsten Abschnitt anhand von entabelten und radius-gewichteten Mittelwertbildern der Flamme deutlich.

5.2 Flammenform

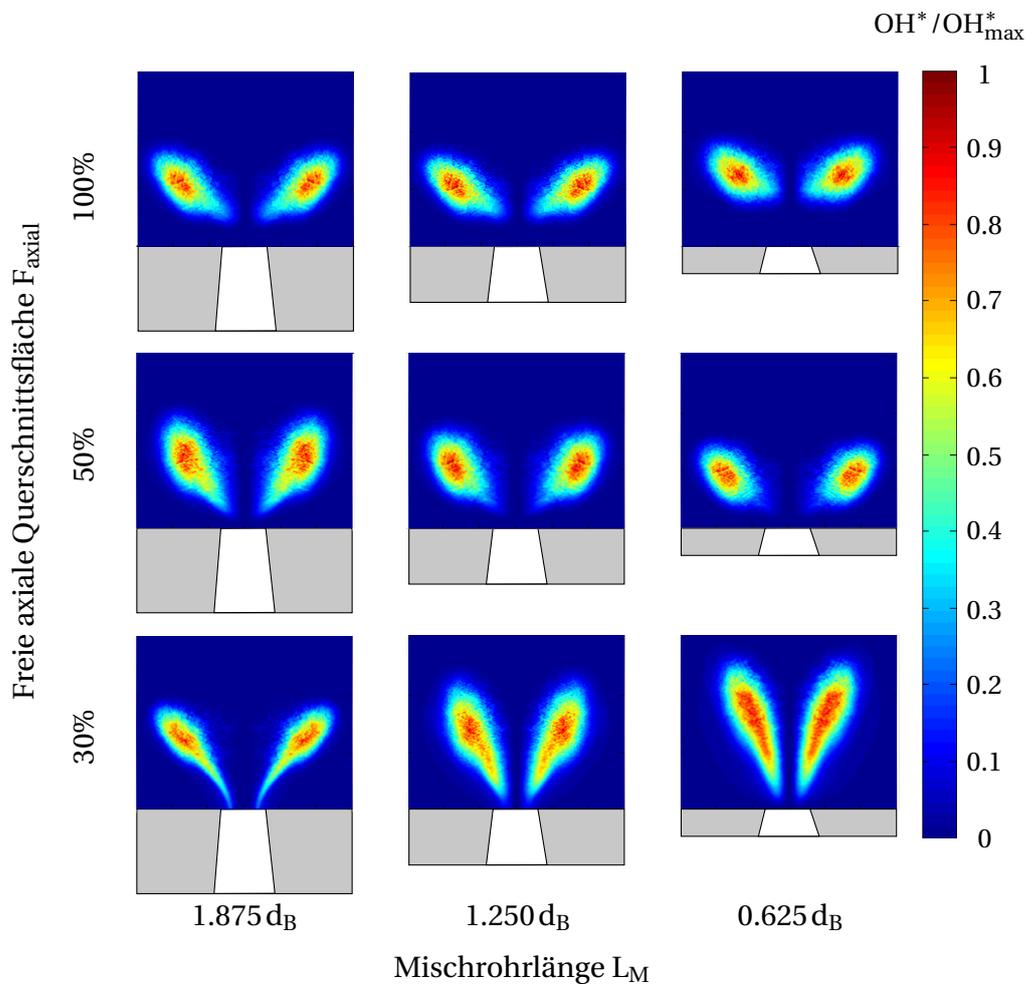


Abbildung 5.2: Entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

In Abbildung 5.2 sind entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder der 300°C Flamme bei einem Betriebszustand von 50kW mit $\lambda = 1.4$ und Vorheizung für die neun Brennervarianten zu sehen. Wie die Auswirkungen unterschiedlicher freier axialer Querschnittsflächen F_{axial} und Mischrohrängen L_M auf den Druckverlust und die Geschwindigkeitsprofile am Brenneraustritt schon erwarten lassen, haben F_{axial} und L_M einen deutlichen Einfluss auf die axiale Position der Rezirkulationszone x_{RZ} und folglich auch auf die Form der Flamme.

Für den Drallerzeuger mit $F_{axial} = 100\%$ nimmt die Flamme eine scheibenähnliche Form an, die sich bis zu einem Brennerdurchmesser stromab des Brenneraustritts stabilisiert. Dagegen bildet sich für $F_{axial} = 30\%$ eine V-förmige Flamme aus, die sich nahe am Brenneraustritt beziehungsweise für das lange Mischrohr sogar im Brenner stabilisiert. Die Flammenform des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ ist für das lange Mischrohr ebenfalls einer V-förmigen Flamme ähnlich, nähert sich mit abnehmender Mischrohrlänge aber der abgehobenen Scheibenform an.

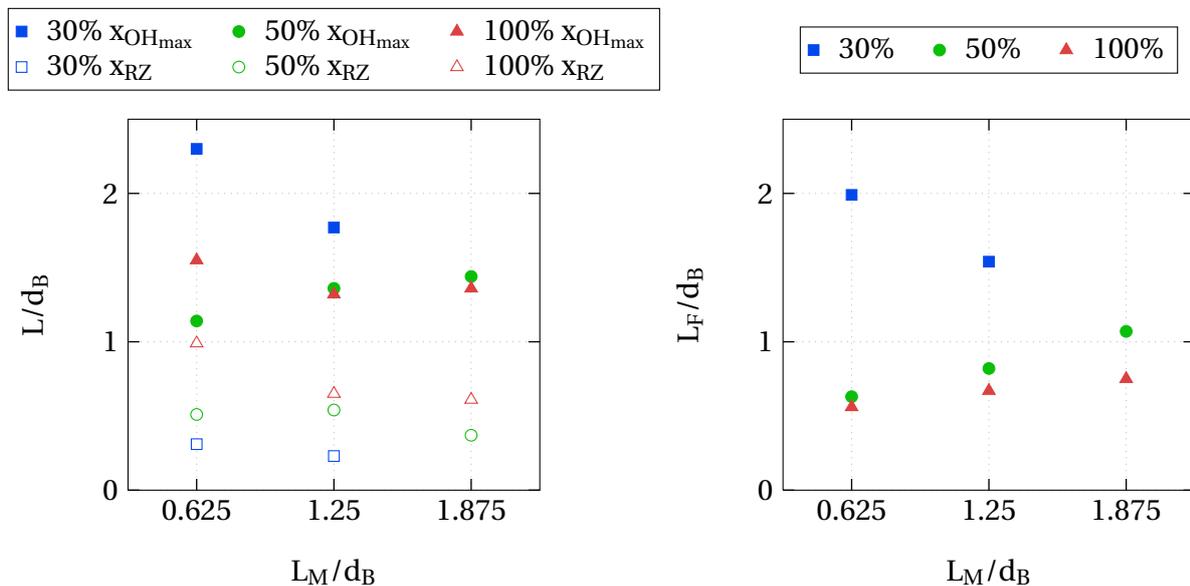


Abbildung 5.3: Axiale Position der maximalen OH*-Chemilumineszenzintensität $x_{OH_{max}}$, der Rezirkulationszone x_{RZ} und der axialen Flammenausdehnung L_F bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

In Abbildung 5.3 sind die axiale Position der Rezirkulationszone x_{RZ} (Bestimmung siehe Kapitel 4 Abschnitt 4.3), die Position maximaler OH*-Chemilumineszenzintensität $x_{OH_{max}}$ und die axiale Flammenausdehnung

$L_F = x_{OH_{max}} - x_{RZ}$ normiert mit dem Brenneraustrittsdurchmesser d_B dargestellt. Hier ist deutlich zu sehen, dass die Rezirkulationszone sich mit abnehmendem L_M stromab in die Brennkammer bewegt. Dies ist, wie in Abschnitt 5.1 schon vermutet, eine Folge der zunehmenden Konizität bei kürzeren Mischrohren, die zu einer Erhöhung der axialen Geschwindigkeit auf der Brennerachse führt. Die zunehmende axiale Flammenausdehnung gibt für abnehmende freie axiale Querschnittsflächen den Wechsel der Flammenform von einer scheibenähnlichen zu einer V-förmigen Flamme wieder.

Durch Stabilisierung der Flamme im Brenner wurden auf Grund der fehlenden Vergleichbarkeit mit den anderen Brennervarianten die Positionen x_{RZ} und $x_{OH_{max}}$ für den Drallerzeuger mit $F_{axial} = 30\%$ und $L_M = 1.875$ nicht in das Diagramm eingezeichnet.

5.3 Brennertransfermatrizen

Die experimentell ermittelten Brennertransfermatrizen BTM verknüpfen entsprechend Gleichung 5.1 die akustischen Druckschwankungen $p'/\bar{\rho}c$ und die akustischen Geschwindigkeitsschwankungen u' stromauf des Brenners mit denen stromab. Dabei sind die Schwankungsgrößen, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, an zwei Referenzebenen ausgewertet worden, die stromauf den Brenner eintritt (x_{auf}) und stromab den Brenneraustritt (x_{ab}) markieren. Für die unterschiedlichen Längen der Mischrohre ergibt sich damit für jede Brennervariante eine feste Position x_{ab} , aber eine bewegliche Position x_{auf} .

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} BTM_{11} & BTM_{12} \\ BTM_{21} & BTM_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{auf} . \quad (5.1)$$

Der Einfluss der freien axialen Querschnittsfläche F_{axial} wird als gering erwartet, da diese Fläche abhängig von der Versperrung nur 2.85% bei $F_{axial} = 30\%$ beziehungsweise 9.50% bei $F_{axial} = 100\%$ der Fläche der tangentialen Schlitzes ausmacht. In Abbildung 5.4 sind die Amplituden und Phasen der BTM der drei Drallerzeuger mit dem Mischrohr der Länge $L_M = 0.625 d_B$ über der Strouhal-Zahl $Str = f \cdot d_B / u_B$ dargestellt. Die geringen Unterschiede zwischen den BTM bestätigen die getroffene Vermutung, so dass die BTM näherungsweise als

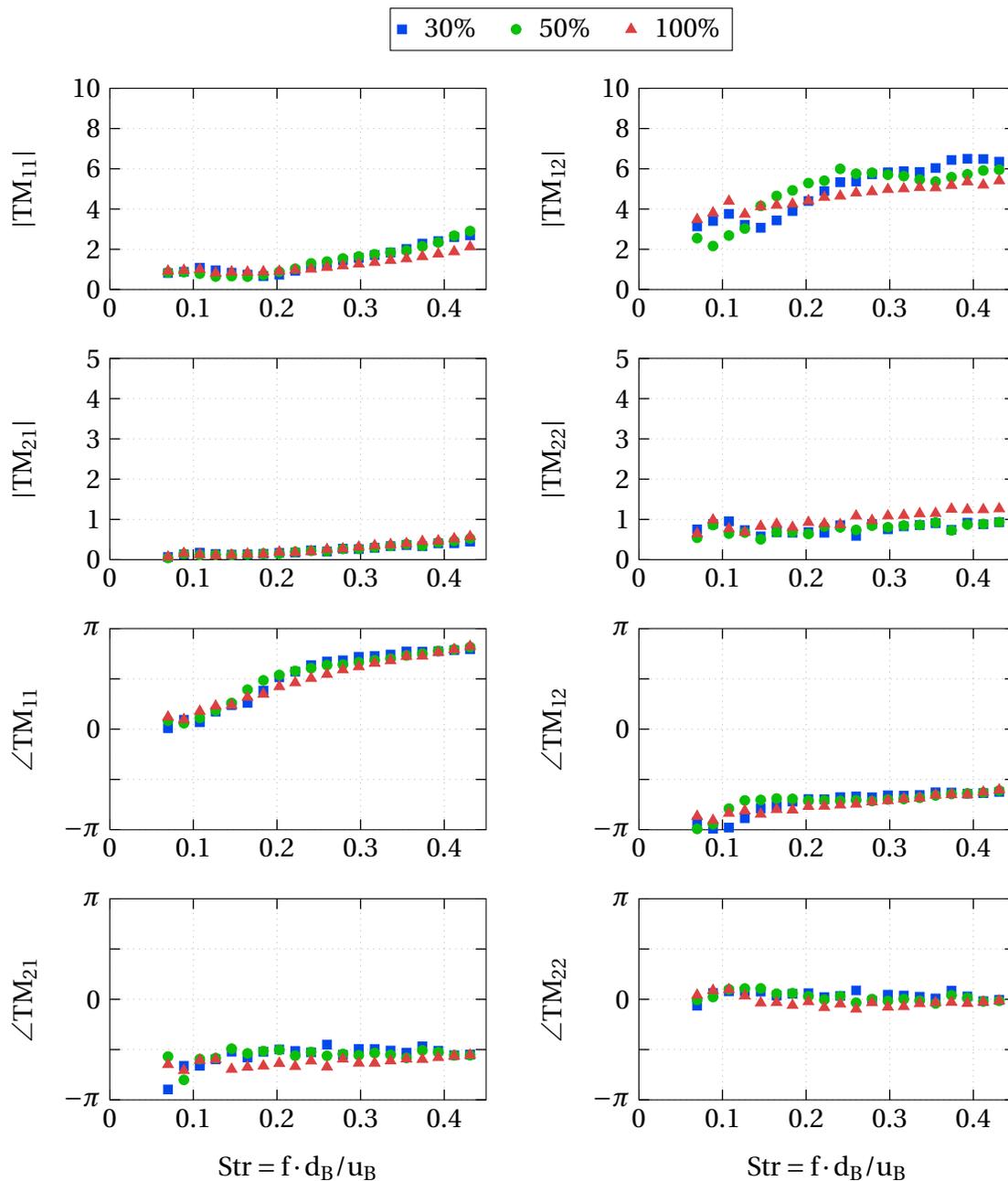


Abbildung 5.4: Vergleich der BTM bei Drallerzeugern mit verschiedenen F_{axial} und dem $L_M = 0.625 d_B$ Mischrohr bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

identisch angenommen werden können. Generell kann beobachtet werden, dass die Amplituden des BTM_{11} - und BTM_{12} - Elements mit zunehmender Frequenz deutlich ansteigen, wohingegen die Amplituden der anderen beiden Elemente nur einen sehr geringen Anstieg zeigen. Die Phase des BTM_{11} - Elements dreht, beginnend von null auf π , die Phase des BTM_{12} - Elements startet bei $-\pi$ und läuft gegen $-\pi/2$ und die des BTM_{21} - Elements ist nahezu kon-

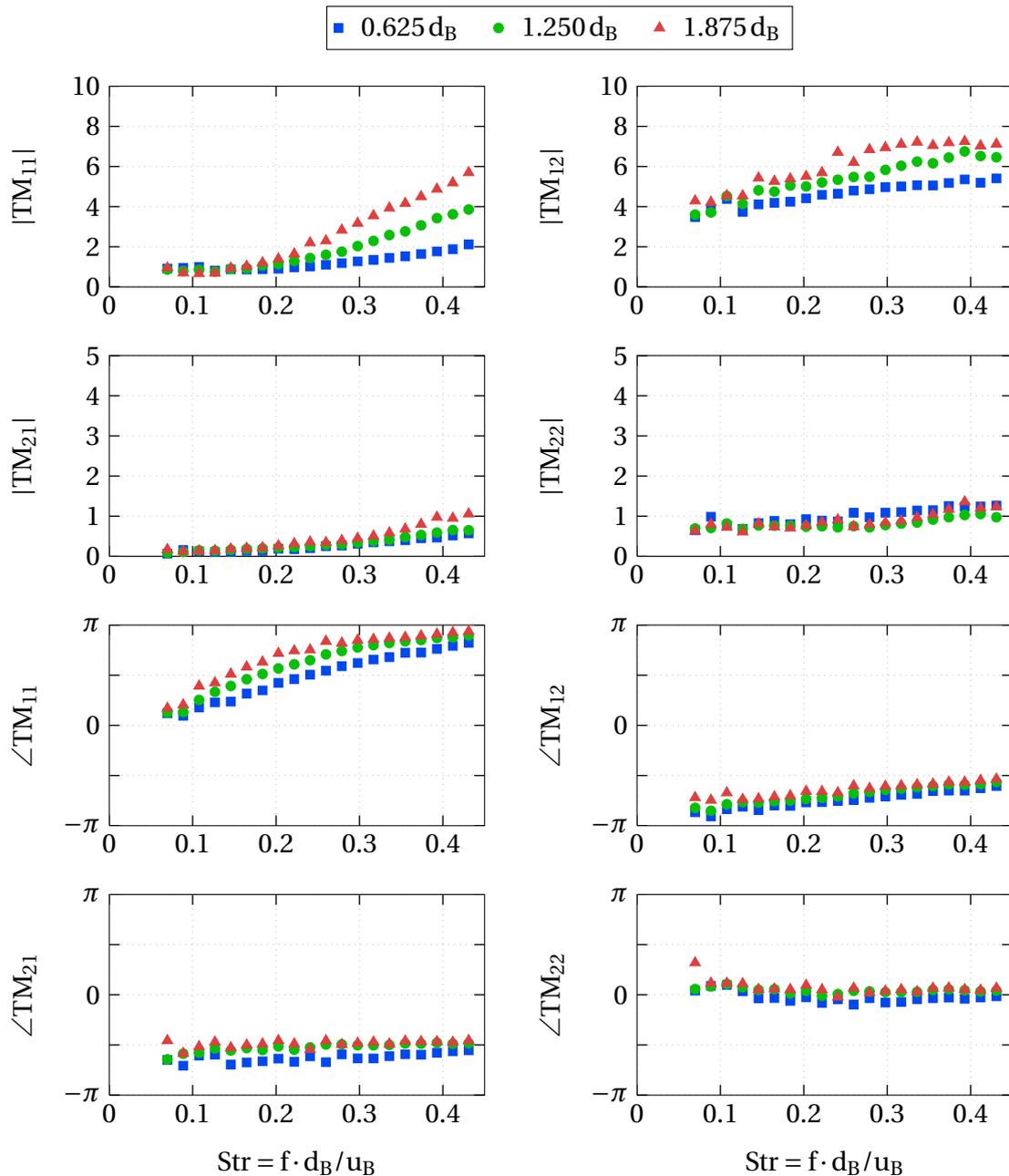


Abbildung 5.5: Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und verschiedenen L_M bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

stant bei $-\pi/2$. Die Phase des BTM_{22} - Elements hat ebenfalls einen nahezu konstanten Wert von null. Die Mischrohrlänge L_M hat trotz einer geringen axialen Ausdehnung von 2.92% für $L_M = 0.625 d_B$ beziehungsweise 8.75% für $L_M = 1.875 d_B$, bezogen auf die akustische Wellenlänge bei 700 Hz, einen deutlichen Einfluss auf die BTM, insbesondere auf die BTM_{11} - und BTM_{12} - Elemente, wie in Abbildung 5.5 zu sehen ist. In diesen beiden Elementen nimmt die

Amplitude mit steigendem L_M zu. Für das BTM_{11} -Element erreicht sie bei Verwendung des Mischrohres mit $L_M = 1.250 d_B$ den doppelten beziehungsweise für $L_M = 1.875 d_B$ den dreifachen Wert der Amplitude im Vergleich zum Mischrohr mit $L_M = 0.625 d_B$. Ebenso sind im Phasenverhalten Unterschiede sichtbar. Die Phase des kurzen Mischrohres mit $L_M = 0.625 d_B$ hat im Vergleich zu den längeren Mischrohren einen flacheren Verlauf.

Der Anstieg der Amplitude im BTM_{11} -Element, das die akustischen Druckschwankungen stromauf und stromab koppelt, ist Folge der gewählten Referenzebenen x_{auf} und x_{ab} (siehe Abbildung 3.1). Die Ebene x_{ab} am Brenneraustritt ist fest, dahingegen variiert die Ebene x_{auf} mit der Mischrohlänge. Für den akustischen Druck kann auf Grund des großen Flächensprungs vom Brenneraustritt in die Brennkammer näherungsweise $p' = 0$ angenommen werden. Je weiter sich die Referenzebene x_{auf} nun von x_{ab} befindet, desto größer ist der Unterschied der beiden Druckamplituden. Dies ist im BTM_{11} -Element bei Variation der Mischrohlänge sichtbar. Bei Variation der freien axialen Querschnittsfläche zeigen die Amplitudenverläufe auf Grund der gleichbleibenden Brennerlänge kaum Unterschiede. Die Amplitudenverläufe der beiden Elemente T_{12} und T_{21} ergeben sich aus der Länge des Drallerzeugers. Das Element T_{12} spiegelt Trägheitseffekte und das Element T_{21} Speichereffekte wider. Das Element T_{22} koppelt die akustischen Geschwindigkeitsschwankungen stromauf und stromab. Für sehr kleine Frequenzen entspricht der Wert der Amplitude dem Flächenverhältnis an den Referenzebenen.

5.4 Flammentransferfunktionen

Sowohl die freie axiale Querschnittsfläche F_{axial} als auch die Mischrohlänge L_M haben einen deutlichen Einfluss auf die Flammentransferfunktion FTF. Dies ist zunächst in Abbildung 5.6 zu sehen, in der die Flammentransferfunktionen perfekt vorgemischter Flammen FTF_{PV} für verschiedene F_{axial} mit dem Mischrohr der Länge $L_M = 0.625 d_B$ bei 50 kW und einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ dargestellt sind. Die darauf folgenden Abbildungen 5.7 bis 5.9 zeigen dann FTF_{PV} jedes Drallerzeugers bei Variation von L_M . Abgesehen von dem Drallerzeuger mit $F_{axial} = 30\%$, bei dem die Luftzahl auf $\lambda = 1.45$ erhöht wurde, da sonst die Stabilisierung der Flamme für das lange Mischrohr im Brenner er-

folgt, ist für die Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ und $F_{\text{axial}} = 100\%$ ebenfalls eine Luftzahl von $\lambda = 1.4$ gewählt worden.

In allen Diagrammen sind bestimmte Eigenschaften der Flammentransferfunktionen perfekt vorgemischter Flammen erkennbar:

- Im niedrigen Frequenzbereich zeigt der Trend der Kurven, dass die Amplitude näherungsweise bei einem Wert von 1 und die Phase bei 0 beginnt. Dies entspricht dem in Abschnitt 2.5.1 beschriebenen quasi-stationärem Verhalten.
- Nach einem Minimum bei kleinen Frequenzen folgt im Amplitudenverhalten ein Maximum, teilweise sogar ein weiteres Minimum. Mit steigender Frequenz ist ein allgemeiner Abfall der Amplitude zu erkennen.
- Die Phase zeigt über den gesamten Frequenzbereich einen Abfall, der aus dem konvektiven Zeitverzug zwischen einer akustischen Geschwindigkeitsschwankung am Brenneraustritt und der folgenden Schwankung der Wärmefreisetzung in der Flamme resultiert. Unterbrochen wird der abfallende Trend durch Phasensprünge auf Grund lokaler Minima in der Amplitude.

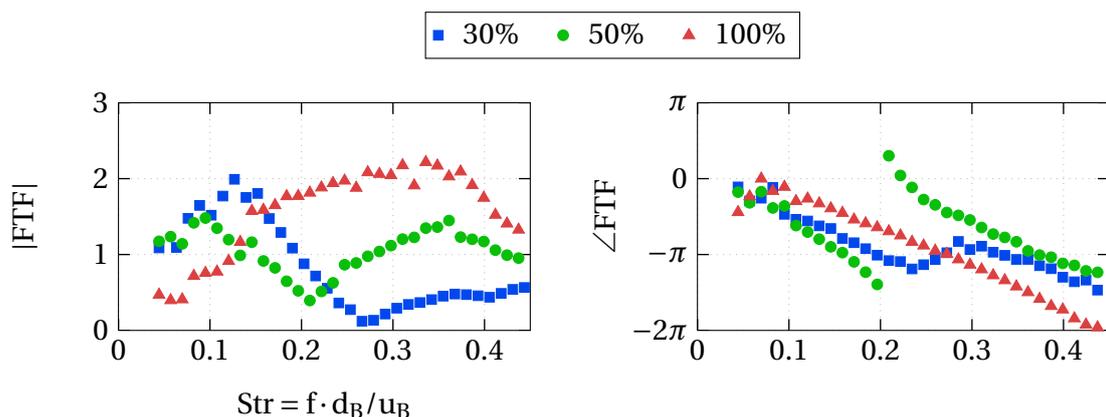


Abbildung 5.6: Vergleich der FTF_{PV} bei Drallerzeugern mit verschiedenen F_{axial} und dem $L_M = 0.625 d_B$ Mischrohr bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Bei näherer Betrachtung des Einflusses von F_{axial} in Abbildung 5.6 ist erkennbar, dass mit zunehmender freier axialer Querschnittsfläche das Minimum im niedrigen Frequenzbereich etwas zu größeren Frequenzen verschoben ist. Für

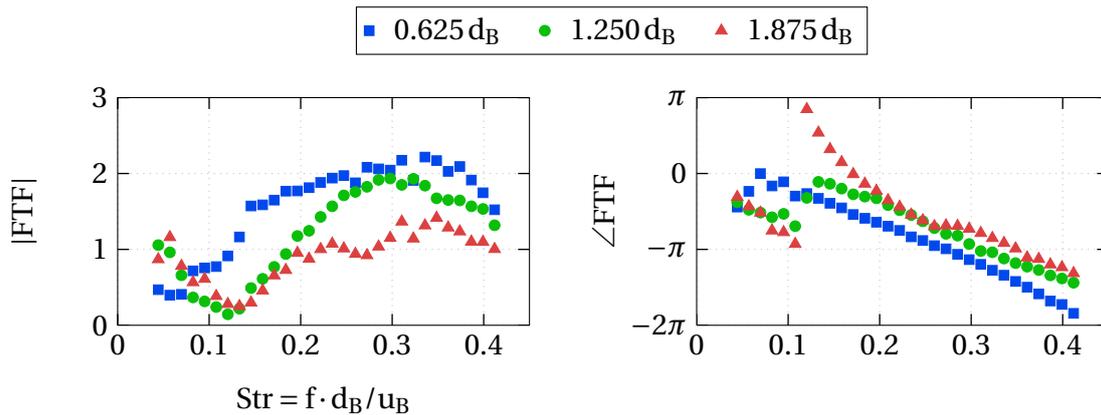


Abbildung 5.7: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen L_M bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

$F_{axial} = 50\%$ und 30% tritt ein zweites Minimum bei $Str_{50\%} \approx 0.2$ beziehungsweise $Str_{30\%} \approx 0.28$ auf, gefolgt von einem weiteren Maximum. Im Phasenverlauf sind die erwähnten Sprünge nahe der Strouhal-Zahlen zu sehen, an denen die Minima auftreten.

Beim Amplitudenverhalten des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ in Abbildung 5.7 fallen zwei Unterschiede besonders auf: Das ist einerseits die Verschiebung der Minima hin zu größeren Frequenzen und andererseits die Abnahme der maximalen Amplitudenwerte mit zunehmender Mischrohrlänge. Die geringeren Amplitudenwerte lassen sich mit der Zunahme der axialen Flammenausdehnung L_F erklären, die in Abbildung 5.3 ablesbar ist. Die längeren Flammen bewirken eine größere Streuung der Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsschwankungen. Auch der Phasenabfall zeigt für die drei Mischrohr-Längen ein unterschiedliches Verhalten. Mit zunehmendem L_M verläuft die Phase flacher, das bedeutet, eine Geschwindigkeitsschwankung am Brenneraustritt konvektiert in einer kürzeren Zeit zur Flamme. Da die Positionen maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität $x_{\text{OH}_{\max}}$ für die drei Mischrohre nur in einem Bereich um $0.23 d_B$ schwanken, die Position der Rezirkulationszone x_{RZ} sich aber deutlich unterscheidet, kann ein Zusammenhang zwischen dem Phasenabfall und x_{RZ} vermutet werden. Die Phasen der Flammentransferfunktionen des $L_M = 1.875$ und $1.250 d_B$ Mischrohres liegen fast aufeinander. Dies ist konform mit sehr ähnlichen Positionen der Rezirkulationszone: $x_{RZ_{1.875 d_B}} = 1.36$ und $x_{RZ_{1.250 d_B}} = 1.32$. Die steilere Phase des kurzen Mischrohres begründet sich durch den größeren Wert $x_{RZ_{0.625 d_B}} = 1.55$.

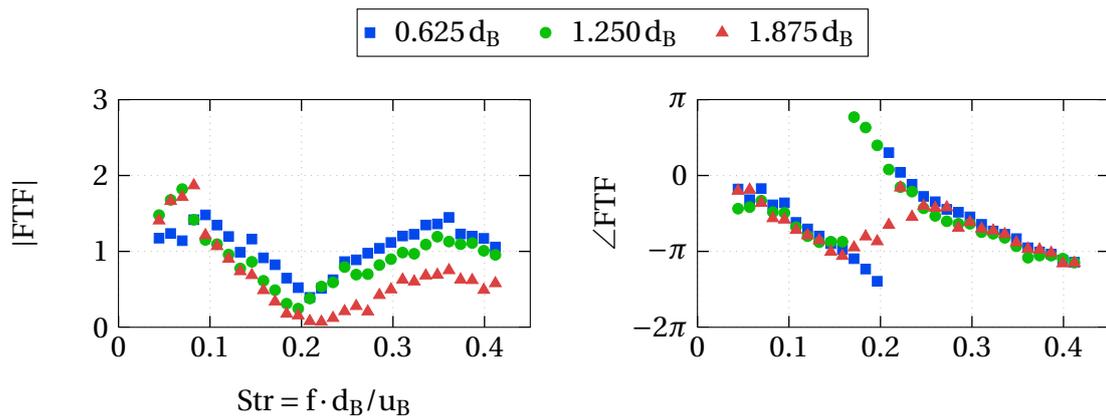


Abbildung 5.8: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ und verschiedenen L_M bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Ähnlich dem Verhalten des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ nimmt die Amplitude des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 50\%$ in Abbildung 5.8 für kürzere Mischrohre im höheren Frequenzbereich auf Grund der deutlich kleineren axialen Flammenausdehnung größere Werte an. Eine Verschiebung der Minima mit zunehmender Mischrohlänge zu größeren Frequenzen ist allerdings nicht erkennbar. Die Minima befinden sich für alle drei Mischrohre bei $Str \approx 0.2$. Ebenso treten keine Unterschiede im Phasenabfall auf. Dies ist wahrscheinlich eine Folge der geringen Schwankungsbreite von x_{RZ} mit etwa $0.14 d_B$.

Das Amplitudenverhalten des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ in Abbildung 5.9 unterscheidet sich deutlich von dem der beiden anderen. Wie auch beim Drallerzeuger mit $F_{axial} = 50\%$ tritt im niedrigen Frequenzbereich ein Maximum auf. Während für $F_{axial} = 50\%$ die Amplituden der Maxima ähnliche

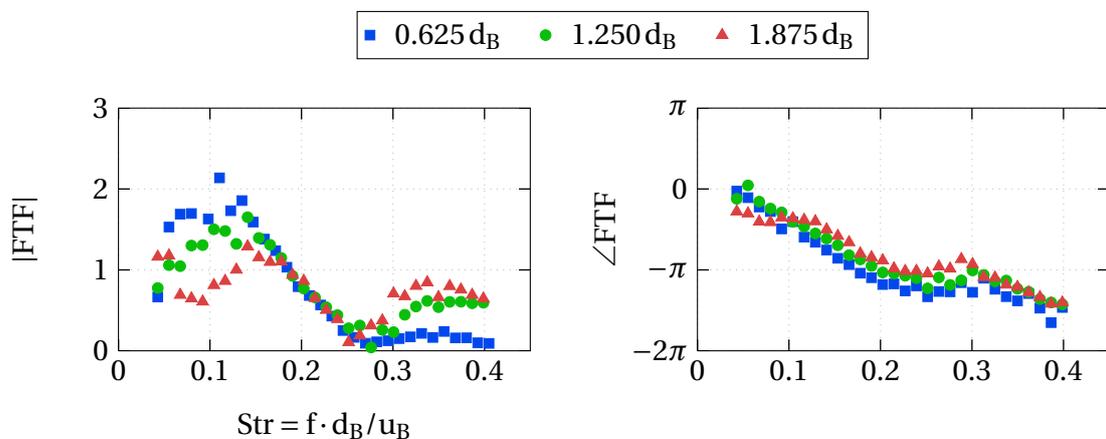


Abbildung 5.9: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ und verschiedenen L_M bei 50 kW mit $\lambda = 1.45$ und 300°C Vorheizung

Werte annehmen, ist für $F_{\text{axial}} = 30\%$ erkennbar, dass die Amplitude des kurzen Mischrohres mit $L_M = 0.625 d_B$ den höchsten Wert hat. Zusätzlich sind die Maxima mit zunehmendem L_M zu größeren Frequenzen verschoben: $\text{Str}_{0.625 d_B} \approx 0.123$, $\text{Str}_{1.250 d_B} \approx 0.147$ und $\text{Str}_{1.875 d_B} \approx 0.159$. Nach dem zweiten Minimum dreht sich das Amplitudenverhalten mit zunehmender Mischrohrlänge um, jetzt werden mit dem längsten Mischrohr die höchsten Werte erreicht. Begründet werden kann dies wieder mit der axialen Flammenausdehnung, die für das kurze Mischrohr am größten ist (siehe Abbildung 5.6) und damit zu einer stärkeren Streuung der Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsschwankungen führt. Der Phasenabfall ist für alle drei Mischrohrängen sehr ähnlich. Vergleicht man dazu die Positionen maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ mit den Positionen der Rezirkulationszone x_{RZ} , bestätigt sich die schon getroffene Vermutung, dass x_{RZ} einen größeren Einfluss als $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ auf den Zeitverzug zwischen der Geschwindigkeitsschwankung und der Reaktion der Flamme hat. Wie in Abbildung 5.3 ersichtlich ist, verhält sich die Schwankungsbreite von x_{RZ} mit $0.08 d_B$ konform zu den geringen Unterschieden des Phasenverlaufs. Trotz der großen Schwankungsbreite von $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ mit $0.53 d_B$ scheint diese keinen Einfluss auf den Phasenabfall zu haben.

Die Auswertung der Flammentransferfunktionen zeigt, dass neben den genannten gemeinsamen Eigenschaften die Verwendung verschiedener freier axialer Querschnittsflächen und Mischrohrlängen auch zu deutlichen Unterschieden in der Flammendynamik führt. Damit bietet das modulare Brennersystem durch Anpassung der Geometrieparameter die Möglichkeit der Optimierung der akustischen Eigenschaften für ein bestimmtes Verbrennungssystem.

6 Vergleich der statischen und dynamischen Eigenschaften perfekt und technisch vorgemischter Flammen

Eine Charakterisierung der Flammeneigenschaften bei perfekter und technischer Vormischung für verschiedene Luftzahlen und Leistungen einer bestimmten Brennergeometrie erfolgt in diesem Kapitel. Dazu werden zunächst die statischen Eigenschaften perfekt vorgemischter Flammen analysiert, bevor im Folgenden die Flammendynamik bei perfekter und technischer Vormischung näher betrachtet wird. Anschließend erfolgt eine Untersuchung der Unterschiede beider Vormischarten, die mit einer Analyse des Einflusses der Gemischzusammensetzungsschwankungen abschließt.

6.1 Flammeneigenschaften bei perfekter Vormischung

Zur Charakterisierung der Formen und Positionen perfekt vorgemischter Flammen sind in Abbildung 6.1 entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und verschiedenen Mischrohlängen L_M bei drei Leistungen: 40, 50 und 60kW mit der Luftzahl $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung dargestellt. Abbildung 6.2 zeigt zusätzlich entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder bei drei Luftzahlen: $\lambda = 1.4$, 1.5 und 1.6 und der Leistung von 50kW. Um die Flammenformen und Positionen der maximalen OH^* -Chemilumineszenzintensität $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ sowie der Rezirkulationszone x_{RZ} bei verschiedenen Leistungen und Luftzahlen leichter vergleichen zu können, sind alle Bilder auf ihren jeweiligen maximalen OH^* -Chemilumineszenzintensitätswert OH_{max}^* normiert.

Die scheibenförmige Flamme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ ist im Vergleich zu $F_{\text{axial}} = 30\%$ und 50% deutlich kompakter (siehe Abbildung 5.2). Dennoch ist mit zunehmender Mischrohlänge eine Änderung der Flamme

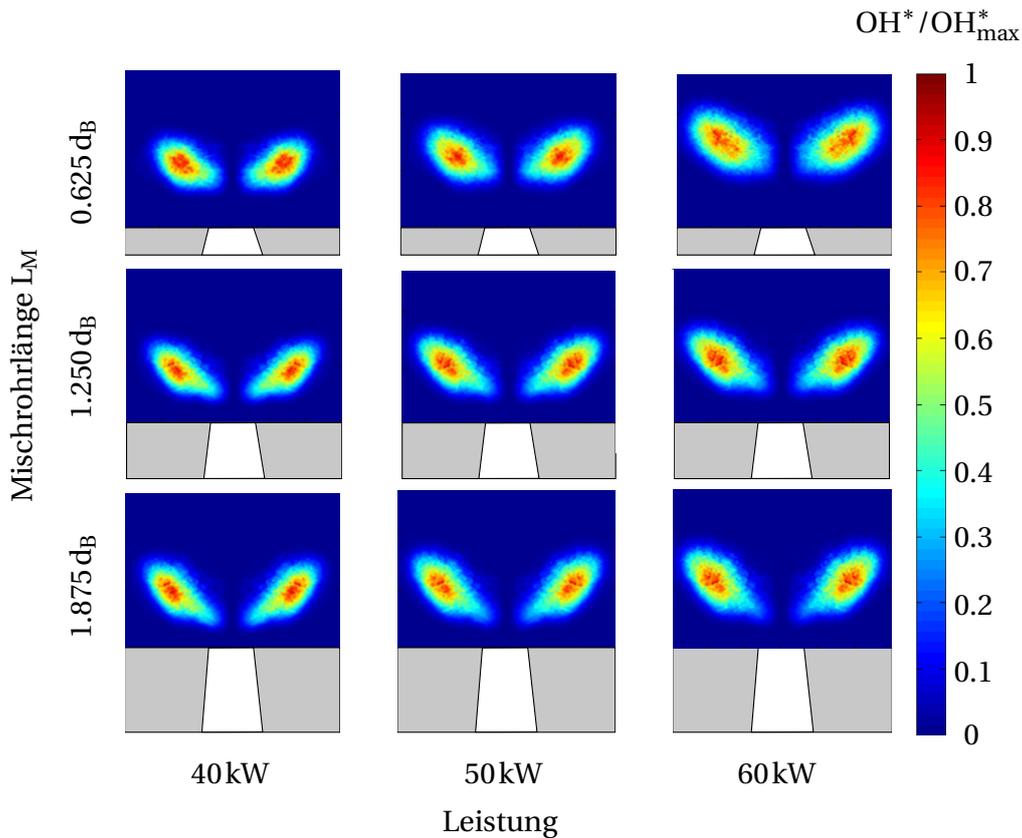


Abbildung 6.1: Entabelle und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB bei 40, 50 und 60 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

zur V-Form erkennbar, die zu einer größeren axialen Flammenausdehnung $L_F = x_{\text{OH}_{\text{max}}} - x_{\text{RZ}}$ führt (siehe Abbildung 6.3). Da die Streuung der Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsschwankungen über die zunehmende Flammenlänge mit steigender Mischrohrlänge größer wird, werden im höheren Frequenzbereich der FTF kleinere Amplituden erwartet.

In Abbildung 6.3 ist ebenfalls erkennbar, dass die Flammenausdehnung für das lange Mischrohr mit $L_M = 1.875 \text{ dB}$ bei Zunahme der Leistung nahezu konstant bleibt. Unter Anwendung des geometrischen Flammenlängenmodells von Alemela et al. [AFH⁺10] kann für die axiale Flammenausdehnung L_F vereinfacht die Proportionalität

$$L_F \sim \sqrt{\frac{u_B}{s_t}} \quad (6.1)$$

angenommen werden. Hierbei ist s_t die turbulente Brenngeschwindigkeit. Für die Flamme des langen Mischrohres folgt daraus, dass bei einer konstanten

Flammenausdehnung $u_B \sim s_t$ gilt und somit die mit steigender Leistung zunehmende Reaktionsdichte durch die gleichzeitig steigende turbulente Brenngeschwindigkeit kompensiert wird. Da die Zunahme des Flammenvolumens auf Grund der geringfügigen radialen Verbreiterung auf eine Zunahme der turbulenten Flammendicke zurückzuführen ist, werden kaum Auswirkungen der variierenden Leistung auf die FTF erwartet. Dieses Verhalten kann für das kurze Mischrohr mit $L_M = 0.625 d_B$ nicht abgeleitet werden, da die Flammenausdehnung bei zunehmender Leistung steigt und folglich $u_B \approx s_t$ gilt. Damit kann die Zunahme der Reaktionsdichte nicht durch die turbulente Brenngeschwindigkeit kompensiert werden. Durch die zusätzliche Verbreiterung der Flamme in radialer Richtung ist, basierend auf den statischen Flammeneigenschaften, eine eindeutige Aussage über das Verhalten der FTF bei steigender Leistung kaum möglich. Das Verhalten ergibt sich aus der Überlagerung von drei Effekten:

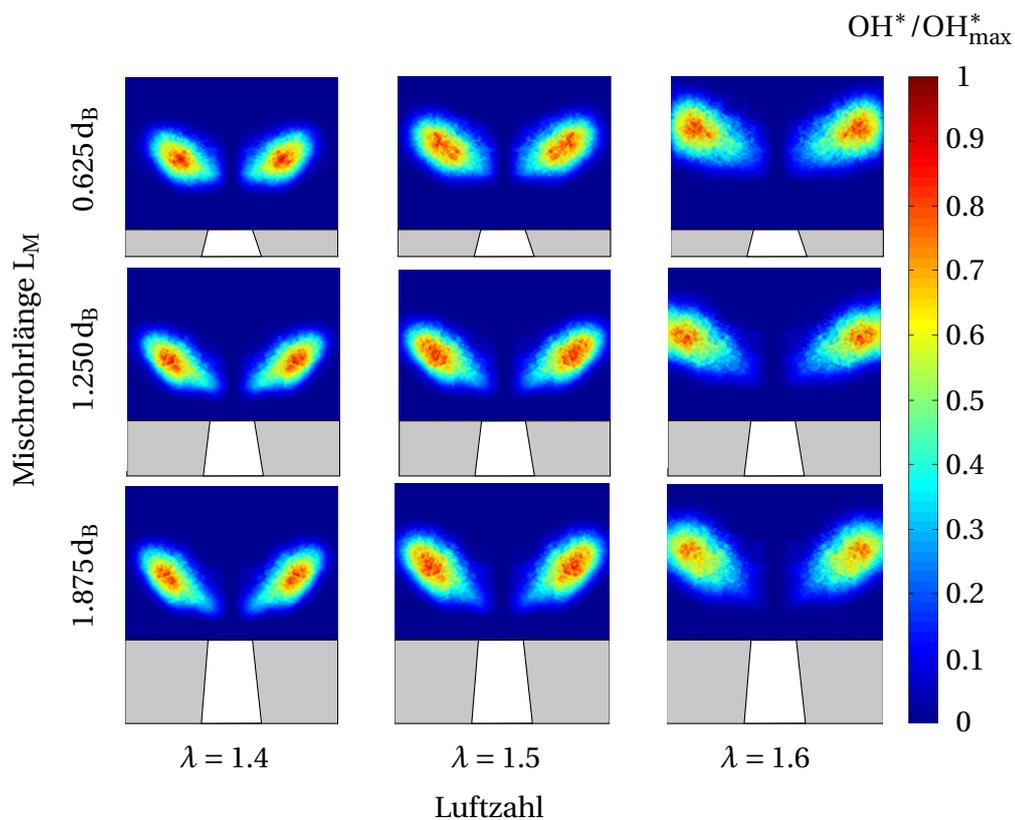


Abbildung 6.2: Entabelte und radius-gewichtete Mittelwertbilder der Flamme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ bei $\lambda = 1.4$, 1.5 und 1.6 , 50 kW und 300°C Vorheizung

- Auf Grund der steigenden Reaktionsdichte, die nicht durch eine proportional zur Leistung steigenden turbulenten Brenngeschwindigkeit kompensiert wird, ist eine Zunahme der Amplitude zu erwarten.
- Die radiale Verbreiterung der Flamme bewirkt eine Verstärkung der Schwankungen der Wirbelstärke [HFR⁺05] und sollte ebenfalls zu einer Zunahme der Amplitude führen.
- Gleichzeitig ergibt sich durch die steigende Flammenausdehnung eine größere Streuung der Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsschwankungen, so dass geringere Amplituden im höheren Frequenzbereich erwartet werden.

Die Flammenausdehnung des mittleren Mischrohres mit $L_M = 1.250 d_B$ steigt bis 50 kW und nimmt dann einen näherungsweise konstanten Wert bis 60 kW an. Damit ist eine Aussage über das Verhalten der FTF auf Grund der vielen sich überlagernden Effekte sehr schwierig.

Bei steigender Luftzahl ist für alle drei Mischrohrängen, abgesehen von $\lambda = 1.6$ für $L_M = 1.250 d_B$, eine Zunahme der Flammenausdehnung in Abbildung 6.3 erkennbar. Damit ergibt sich das Verhalten der FTF ebenfalls aus einer Überlagerung von drei Effekten:

- Die mit zunehmender Luftzahl abnehmende Reaktionsdichte lässt geringere Amplituden in der FTF erwarten.
- Ebenso führt eine Zunahme der Flammenausdehnung auf Grund der größeren Streuung der Phasenverteilung der Wärmefreisetzungsschwankungen zu geringeren Amplituden im höheren Frequenzbereich. Dies sollte auf Grund der stärkeren Zunahme bei Verwendung des kurzen Mischrohres im Vergleich zum langen Mischrohr deutlichere Auswirkungen haben.
- Dem entgegen steht die radiale Verbreiterung der Flamme, die eine Verstärkung der Schwankungen der Wirbelstärke [HFR⁺05] bewirkt und somit eine Zunahme der Amplituden erwarten lässt.

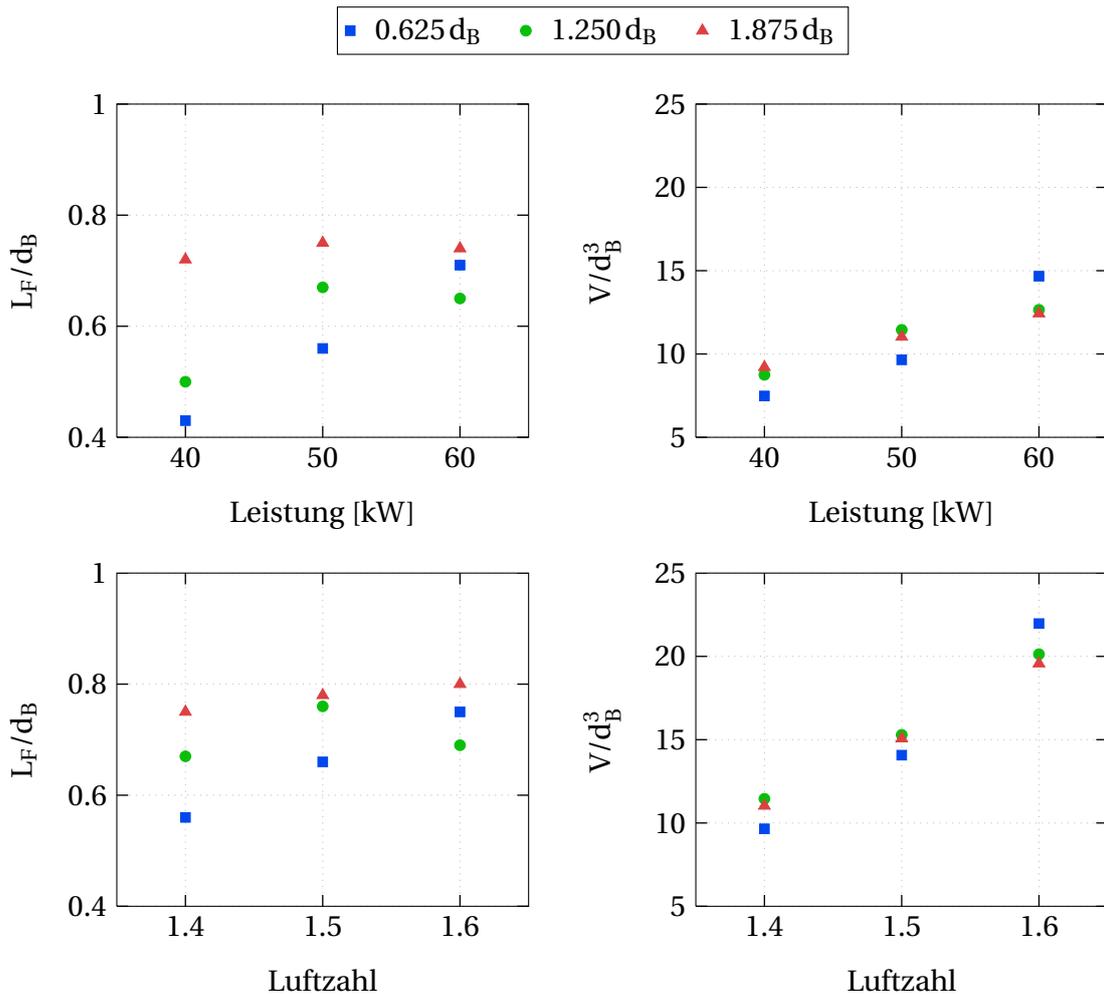


Abbildung 6.3: Axiale Flammenausdehnung L_F und Flammenvolumen V normiert mit dem Brenneraustrittsdurchmesser bei perfekter Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ bei verschiedenen Leistungen und Luftzahlen

Aus Abbildung 6.4, in der die Positionen der maximalen OH^* -Chemilumineszenzintensität und Rezirkulationszone dargestellt sind, wird das Verschieben von $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ und x_{RZ} stromab des Brenneraustritts mit zunehmender Leistung sowie Luftzahl auf Grund der steigenden Brenneraustrittsgeschwindigkeit deutlich. Hierbei ist ein deutlicher Unterschied der ähnlichen Werte bei Verwendung der Mischrohre mit $L_M = 1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ im Vergleich zu den deutlich größeren Werten des kurzen Mischrohres mit $L_M = 0.625 d_B$ zu erkennen. Folglich sollte der globale Phasenabfall in der FTF des Drallerzeugers mit dem kurzen Mischrohr durch die längere Verzugszeit der Geschwindigkeitsschwankung vom Brenneraustritt zur Flamme steiler verlaufen als bei den FTF des Drallerzeugers mit längeren Mischrohren.

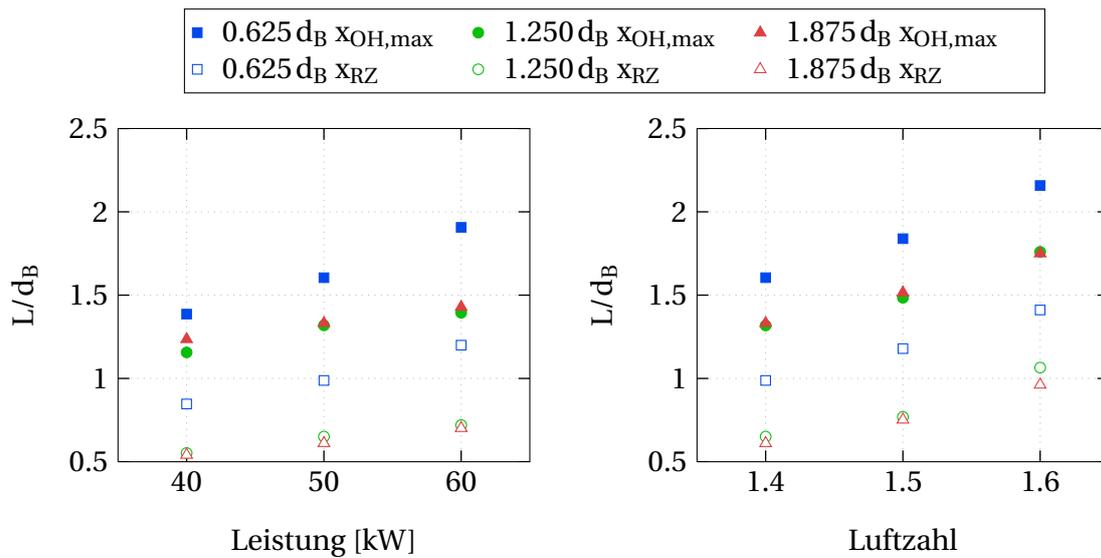


Abbildung 6.4: Axiale Position der maximalen OH*-Chemilumineszenzintensität $x_{OH,max}$ und der Rezirkulationszone x_{RZ} bei perfekter Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ bei verschiedenen Leistungen und Luftzahlen

In Abbildung 6.5 sind die Amplituden und Phasen der FTF, die im Weiteren als FTF_{PV} für perfekte Vormischung bezeichnet werden, des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen Mischrohr­längen bei den vier Leistungen 40, 45, 50 und 55 kW und der Luftzahl $\lambda = 1.4$, aufgetragen über der Frequenz, dargestellt. Wie erwartet, hat die Leistung auf die Amplitude und Phase der FTF_{PV} des langen Mischrohres kaum Einfluss. Die überlagernden Effekte gleichen sich bei Verwendung des kurzen Mischrohres bis etwa 450 Hz aus und führen zu ähnlichen Amplituden und Phasen. Bei größeren Frequenzen sind allerdings Unterschiede erkennbar, die größere Amplituden und flachere Phasen bei steigender Leistung bewirken. Damit dominieren die für die Zunahme der Amplitude verantwortlichen Effekte das Flammenverhalten. Für $L_M = 1.250 d_B$ scheint zwischen 200 Hz und 400 Hz die zunehmende Flammenausdehnung die Zunahme der Reaktionsdichte beziehungsweise die radiale Verbreiterung der Flamme bei steigender Leistung zu dominieren, da bei kleinerer Leistung größere Amplituden erreicht werden. Ab 400 Hz kehrt sich dieses Verhalten um, was zu geringfügig größeren Amplituden bei höheren Leistungen führt.

In Abbildung 6.6 sind die FTF_{PV} , aufgetragen über $Str = f \cdot x_{RZ} / u_B$, zu sehen. Mit dieser Skalierung liegen die Amplituden und Phasenverläufe bei allen

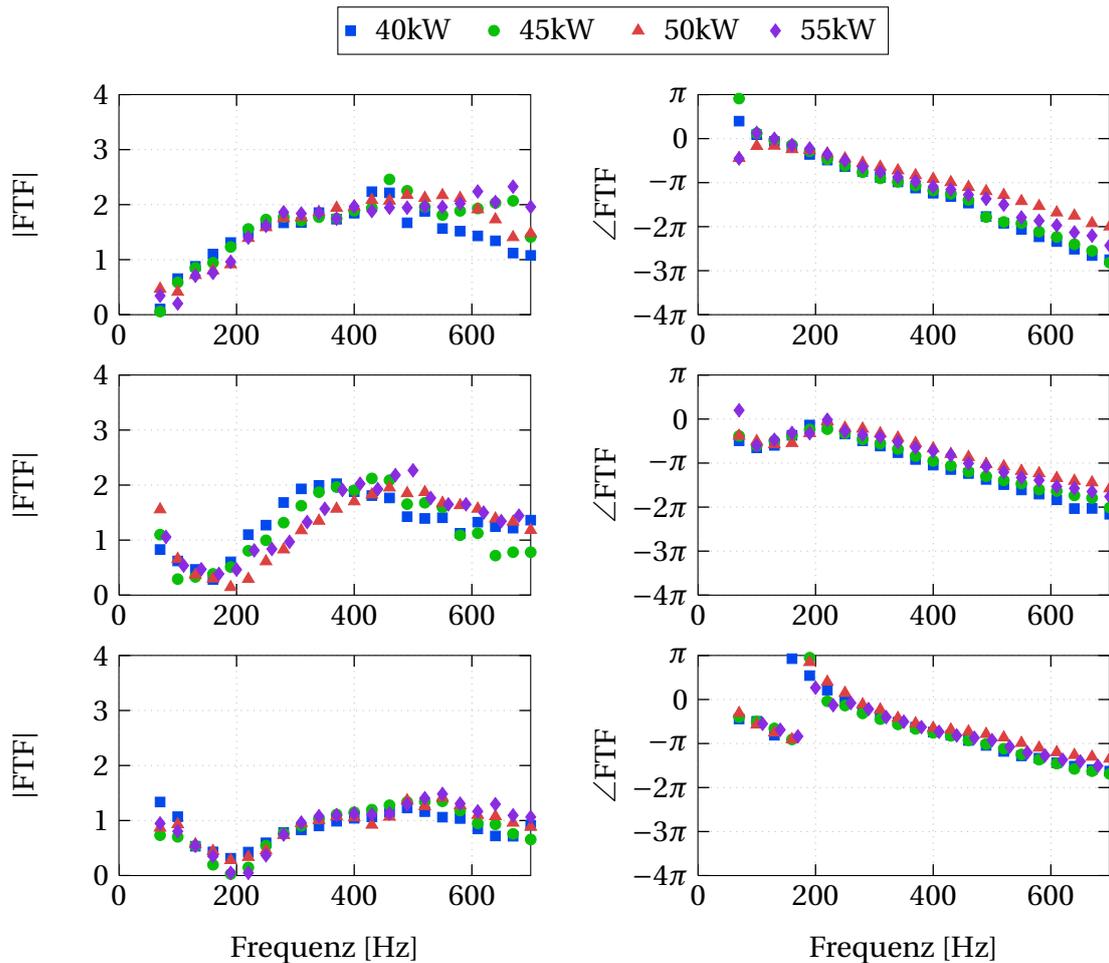


Abbildung 6.5: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr-längen $L_M = 0.625 \text{ dB}$ (oben), 1.250 dB (mittig) und 1.875 dB (unten) bei verschiedenen Leistungen, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

drei Mischrohr-längen nahezu aufeinander. Die axiale Position der Rezirkulationszone x_{RZ} stellt somit eine charakteristische Länge der Flamme dar, mit der die höhere mittlere Strömungsgeschwindigkeit bei steigender Leistung die stromab verschobene Position der Flamme weitestgehend ausgleicht. In dieser Darstellung wird gut verdeutlicht, dass die maximalen Amplitudenwerte im höheren Frequenzbereich auf Grund der steigenden Flammenausdehnung mit zunehmendem L_M abnehmen. Ebenso verlaufen die Phasen des kurzen Mischrohres, wie erwartet, steiler als die der beiden längeren Mischrohre. Wie auch schon in Abschnitt 5.4 beschrieben, ist im niedrigen Frequenzbereich ein Minimum zu sehen, das mit zunehmendem L_M zu größeren Frequenzen verschoben ist. Bei den Frequenzen des Minimums tritt im Phasenverlauf ein Sprung auf.

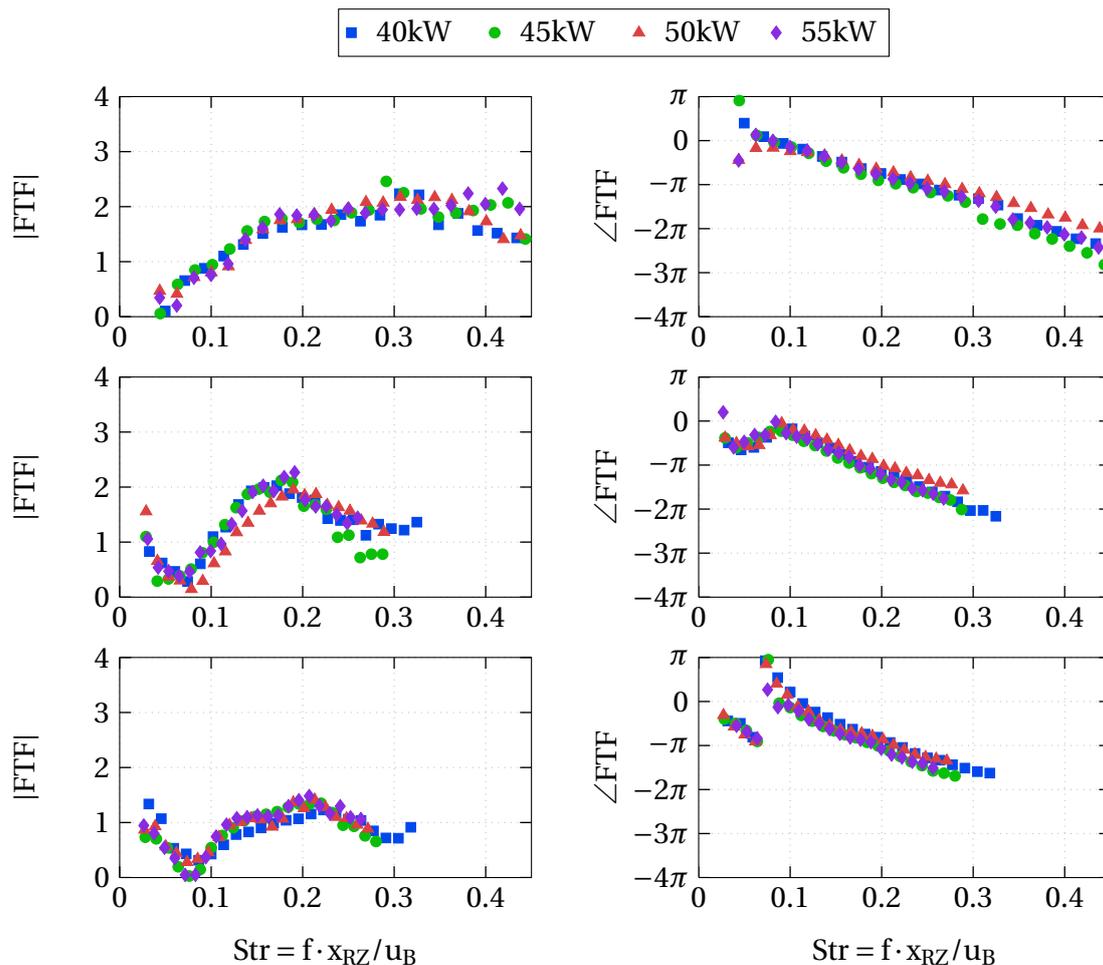


Abbildung 6.6: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625 d_B$ (oben), $1.250 d_B$ (mittig) und $1.875 d_B$ (unten) bei ver­schiedenen Leistungen, $\lambda = 1.4$ und $300^\circ C$ Vorheizung

Einen Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschie­denen Mischrohr­längen bei Variation der Luftzahl mit $\lambda = 1.3, 1.4, 1.5$ und 1.6 , der Leistung $50 kW$ und $300^\circ C$ Vorheizung zeigt Abbildung 6.7. Die Luftzahl hat im Vergleich zur Leistung einen deutlicheren Einfluss, sowohl auf die Ampli­tude als auch auf den Phasenverlauf. Bis zu einer Frequenz von etwa $400 Hz$ führen bei allen Mischrohr­längen höhere Luftzahlen zu größeren Amplituden, deren Maxima zu kleineren Frequenzen verschoben sind. Bis zu der Frequenz von etwa $400 Hz$ scheint die radiale Verbreiterung und damit die Verstärkung der Wirbelstärkeschwankungen den größten Einfluss auf die FTF_{PV} zu haben. Für größere Frequenzen kehrt sich dieses Verhalten um, welches nun vermut­lich auf die abnehmende Reaktionsdichte und die Zunahme der Flammenaus­dehnung zurückzuführen ist. Der Phasenverlauf wird mit steigendem λ deut­

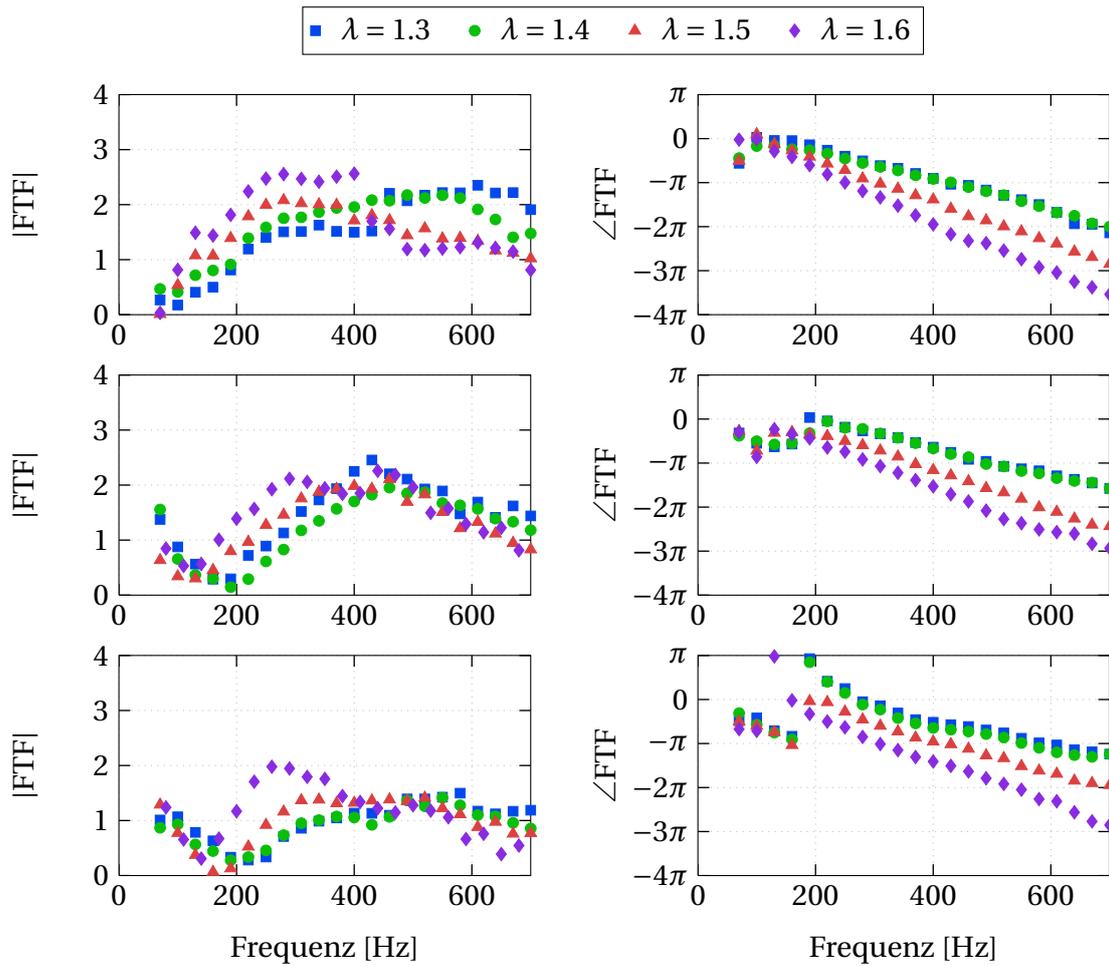


Abbildung 6.7: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr-längen $L_M = 0.625 \text{ dB}$ (oben), 1.250 dB (mittig) und 1.875 dB (unten) bei verschiedenen Luftzahlen, 50 kW und 300°C Vorheizung

lich steiler. Dies ist Folge des schon erwähnten Verschiebens der axialen Position x_{RZ} stromab des Brenners.

Auch für den Einfluss der Luftzahl ist die Skalierung der FTF_{PV} mit x_{RZ}/u_B möglich und führt ähnlich zur Leistung zu einem weitestgehenden Aufeinanderfallen der maximalen Amplituden und Phasen (siehe Abbildung 6.8). Deutlich wird hierbei, dass x_{RZ} beim Drallerzeuger mit dem kurzen Mischrohr $L_M = 0.625 \text{ dB}$ einen stärkeren Einfluss auf die Amplitude und Phase hat als bei den beiden längeren Mischrohren mit $L_M = 1.250 \text{ dB}$ und 1.875 dB . Trotz Skalierung ist in den Amplituden- und Phasenverläufen der Einfluss der Luftzahl noch erkennbar. Zu bemerken sind die geringen Unterschiede in der Amplitude und Phase zwischen $\lambda = 1.3$, und 1.4 für alle drei Mischrohr-längen.

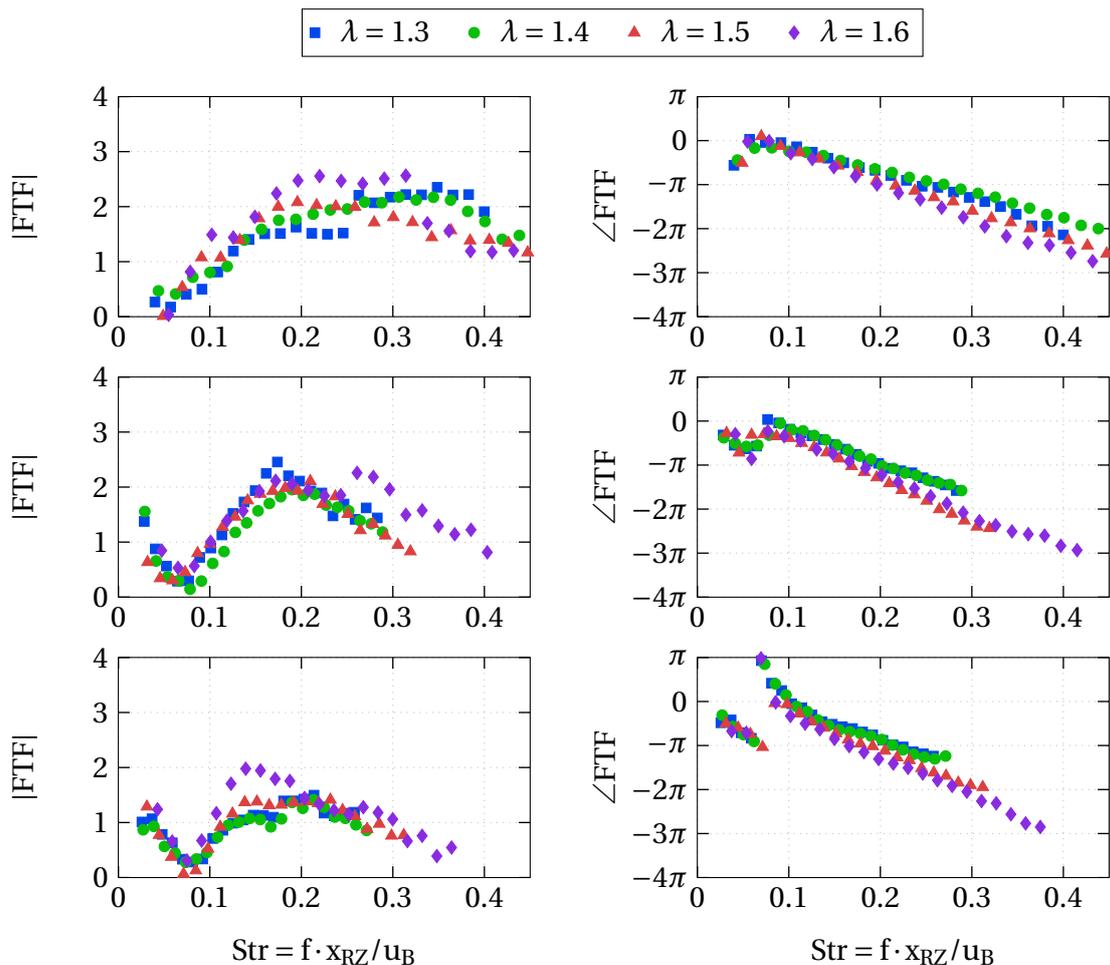


Abbildung 6.8: Vergleich der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625 d_B$ (oben), $1.250 d_B$ (mittig) und $1.875 d_B$ (unten) bei ver­schiedenen Luftzahlen, 50 kW und $300^\circ C$ Vorheizung

Hier kann für beide Luftzahlen von sehr ähnlichen Formen und Positionen der Flamme ausgegangen werden.

6.2 Flammeneigenschaften bei technischer Vormischung

Sangl [San11] und Mayer [SMS11] konnten zeigen, dass es keine Unterschiede in der Form und Position der Flamme sowie der Emissionen zwischen der technischen und perfekten Vormischung des verwendeten Brennerdesigns gab. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit auch für das skalierte Brennersystem bestätigt. Deshalb können im Folgenden die in Abschnitt 6.1 abgeleiteten

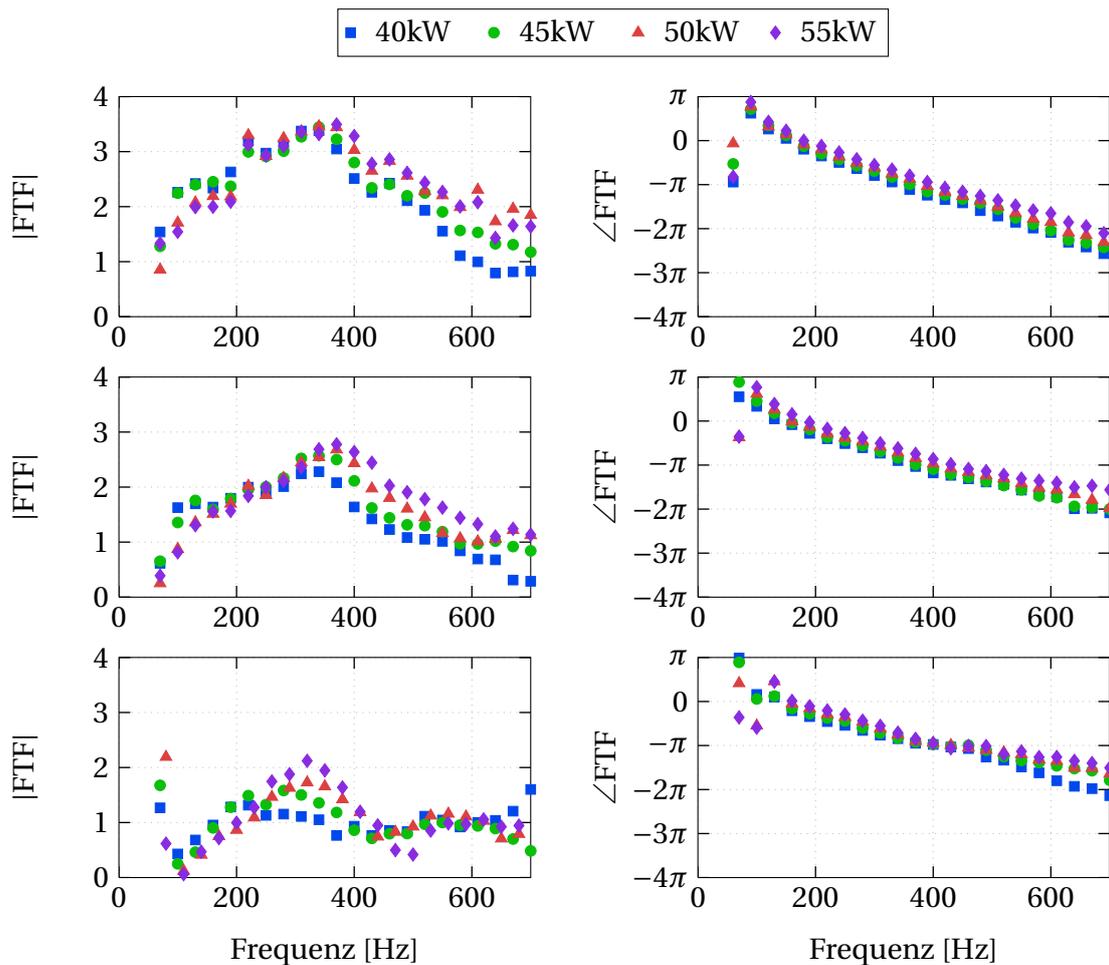


Abbildung 6.9: Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr-
längen $L_M = 0.625 \text{ dB}$ (oben), 1.250 dB (mittig) und 1.875 dB (unten) bei ver-
schiedenen Leistungen, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Flammeneigenschaften ebenfalls zur Analyse der FTF technisch vorgemisch-
ter Flammen, im Weiteren mit FTF_{TV} bezeichnet, angewendet werden.

Zunächst sind in Abbildung 6.9 wieder die FTF_{TV} des Drallerzeugers mit
 $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen Mischrohrängen L_M bei den vier Leistungen
40, 45, 50 und 55 kW, der Luftzahl $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung dargestellt.
Ähnlich zu den FTF_{PV} gibt es im Amplituden- und Phasenverlauf der FTF_{TV} bei
Verwendung des langen Mischrohres mit $L_M = 1.875 \text{ dB}$ kaum Unterschiede.
Lediglich die maximale Amplitude nimmt mit steigender Leistung zu und ver-
schiebt sich in Richtung höherer Frequenzen. Dies muss auf Grund der sonst
ähnlichen Flammeneigenschaften durch die nun zusätzlich auftretenden Ge-
mischzusammensetzungsschwankungen verursacht sein. Auch das sich mit
der Leistung ändernde Flammenverhalten bei Verwendung des kurzen Misch-

rohres mit $L_M = 0.625 d_B$ gleicht dem der perfekten Vormischung. Bis zu einer Frequenz von etwa 400 Hz hat die Leistung keinen Einfluss auf die Amplitude und Phase. Ab dieser Frequenz führt eine Zunahme der Leistung zu höheren Amplituden und leicht flacheren Phasen. Dieses Verhalten ist ebenfalls für das mittlere Mischrohr zu sehen, das zusätzlich schon die Tendenz zu größeren maximalen Amplituden bei steigender Leistung erkennen lässt.

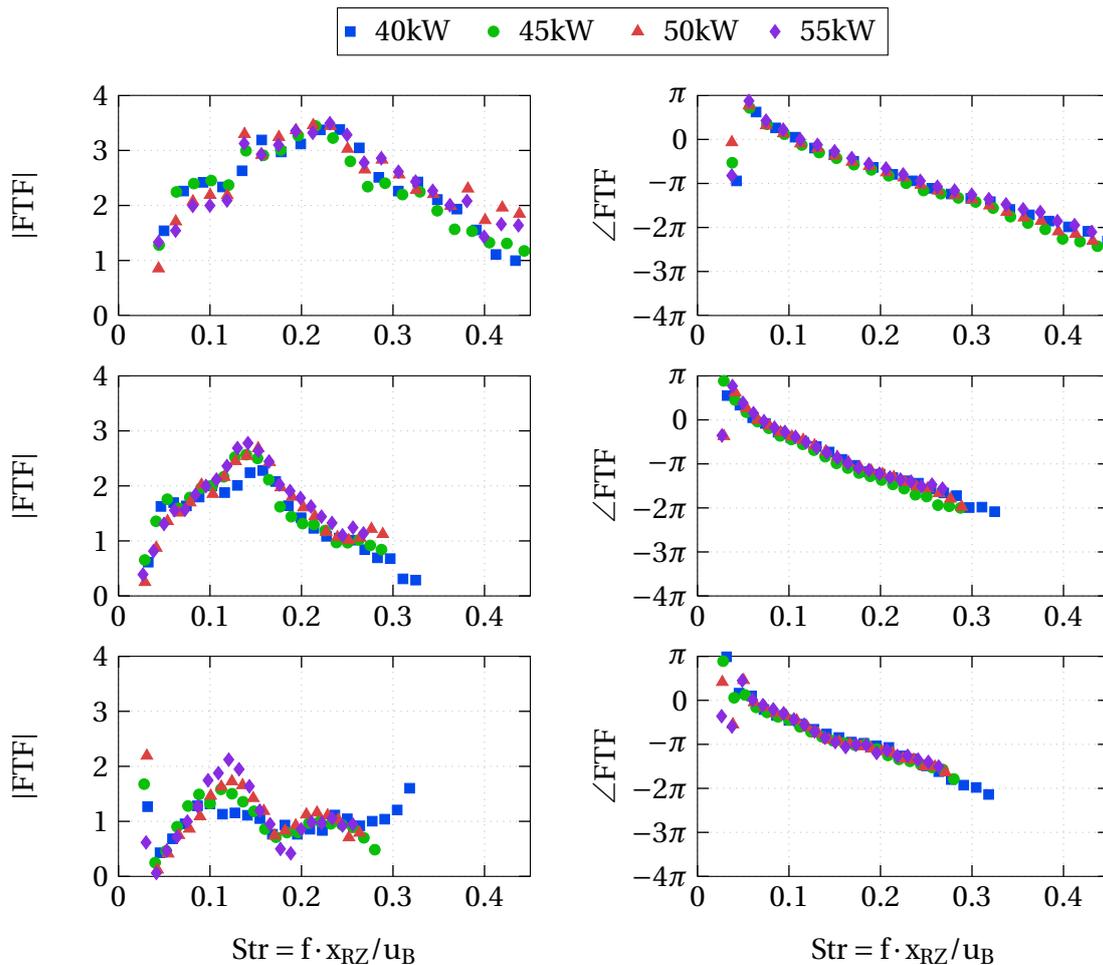


Abbildung 6.10: Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr-längen $L_M = 0.625 d_B$ (oben), $1.250 d_B$ (mittig) und $1.875 d_B$ (unten) bei verschiedenen Leistungen, $\lambda = 1.4$ und $300^\circ C$ Vorheizung

Die Skalierung der Frequenz mit x_{RZ}/u_B , wobei die Position x_{RZ} aus den Flammendaten des entsprechenden perfekt vorgemischten Betriebszustands verwendet wird, führt zu einem Aufeinanderfallen der Amplituden und Phasen (zu sehen in Abbildung 6.10). Damit ist die axiale Position der Rezirkulationszone auch für technisch vorgemischte Flammen eine charakteristische Länge,

mit der die höhere mittlere Strömungsgeschwindigkeit bei steigender Leistung durch das Verschieben der Flamme stromab in die Brennkammer ausgeglichen wird.

Trotz der sehr ähnlichen Flammenform und Flammenposition zeigt das Flammenverhalten technisch vorgemischter Flammen deutliche Unterschiede in der Flammendynamik im Vergleich zur perfekt vorgemischten Verbrennung. Im Allgemeinen erreichen die FTF_{TV} höhere Amplitudenwerte als die vergleichbarer FTF_{PV} . Zudem ist das Minimum im niedrigen Frequenzbereich deutlich zu kleineren Frequenzen verschoben. Für $L_M = 0.625 d_B$ und $1.250 d_B$ ist es im Amplitudenverlauf nicht sichtbar, kann aber auf Grund des Phasensprungs vermutet werden. Für $L_M = 1.875 d_B$ sind im Amplitudenverlauf zusätzlich zwei Maxima bei $Str_{1.875 d_B} \approx 0.12$ und $Str_{1.875 d_B} \approx 0.22$ erkennbar. Das dazwischen liegende Minimum führt in der Phase zu einem leichten Abflachen des fallenden Kurvenverlaufs.

Der Phasenverlauf technisch vorgemischter Flammen verhält sich, ähnlich zu den Phasenverläufen der FTF_{PV} , nahezu linear. Der Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen der FTF_{TV} ist durch den steileren Abfall der Phase im niedrigen Frequenzbereich dennoch deutlich erkennbar. Das Verhalten der Amplitude und Phase mit zunehmendem L_M ist ähnlich dem der FTF_{PV} . Die maximalen Amplitudenwerte nehmen auf Grund der zunehmenden Phasenverteilung der Geschwindigkeitsschwankungen und der Gemischzusammensetzungsschwankungen ab. Auch der globale Phasenabfall wird mit zunehmendem L_M flacher.

In Abbildung 6.11 sind die FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und verschiedenen Mischrohrängen bei den vier Luftzahlen $\lambda = 1.3, 1.4, 1.5$ und 1.6 , einer Leistung von 50kW und 300°C Vorheizung zu sehen. Im Vergleich zur Variation der Leistung ist der Einfluss der Luftzahlvariation auch bei technisch vorgemischten Flammen deutlich größer. Ähnlich den FTF_{PV} ist die maximale Amplitude mit zunehmendem λ zu kleineren Frequenzen verschoben und erreicht, abgesehen vom kurzem Mischrohr, größere Werte. Vermutlich ist dieses Verhalten ebenfalls auf die radiale Verbreiterung der Flamme und zusätzlich auf den Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen zurückzuführen. Die mit steigender Luftzahl abnehmende Reaktionsdichte und zunehmende Flammenlänge wirkt sich besonders bei Verwendung des langen Mischrohres ab etwa 450 Hz aus, da hier die Amplituden wieder geringere Wer-

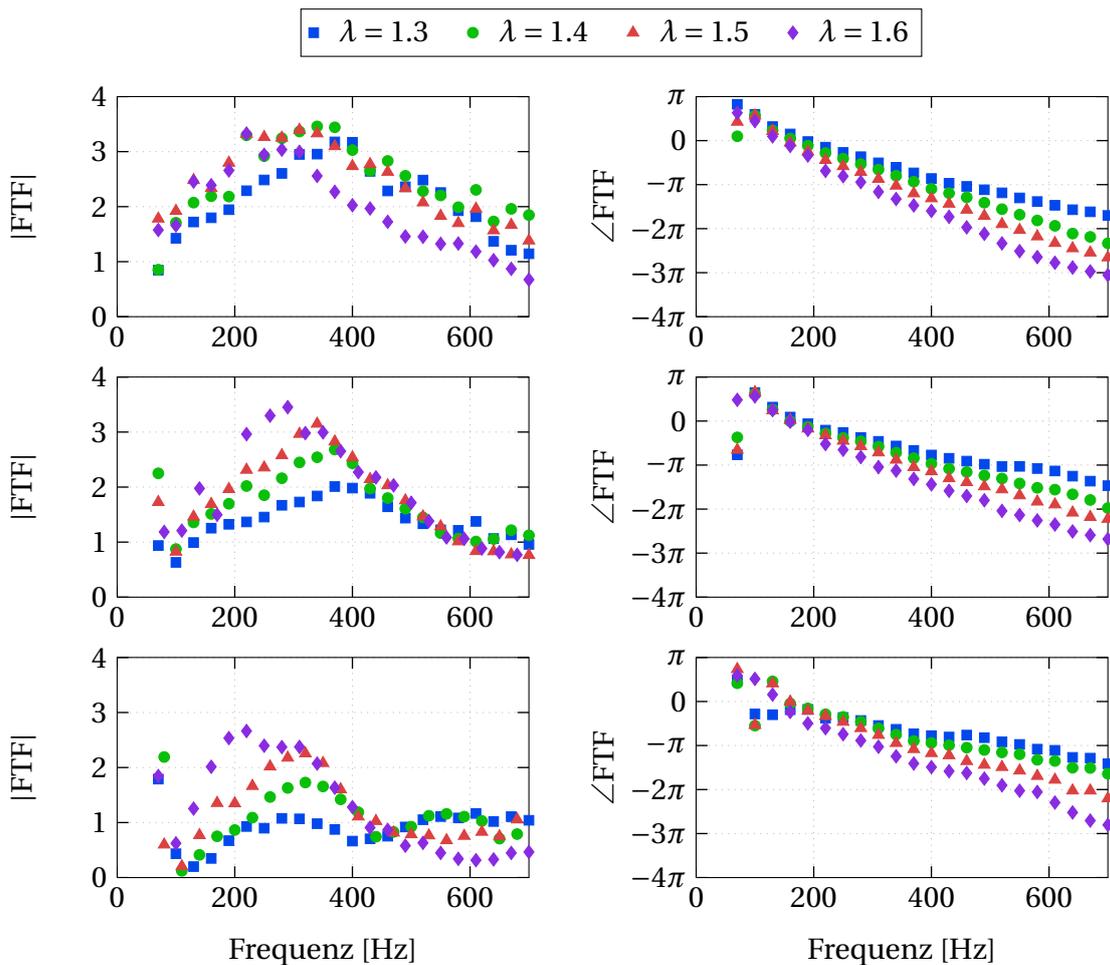


Abbildung 6.11: Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625\text{ dB}$ (oben), 1.250 dB (mittig) und 1.875 dB (unten) bei ver­schiedenen Luftzahlen, 50 kW und 300°C Vorheizung

te annehmen. Bedingt durch die Verschiebung der Flamme stromab in die Brennkammer verlaufen die Phasen mit zunehmender Luftzahl steiler.

Die FTF_{TV} , aufgetragen über $Str = f \cdot x_{RZ} / u_B$, sind in Abbildung 6.12 zu sehen. Die Verschiebung der Amplituden scheint für $L_M = 0.625\text{ dB}$ und $L_M = 1.250\text{ dB}$ mit der axialen Position der Rezirkulationszone zu korrelieren, so dass die Verläufe, wie bei den perfekt vorgemischten Flammen, aufeinander abbildbar sind. Für das lange Mischrohr gelingt das nur noch bedingt. Die unterschiedliche Ausbildung der Minima und Maxima zeigt hier, dass die Mischrohr­länge einen Einfluss auf die Wechselwirkungen der Schwankungen der Gemisch­zusammensetzung und der Geschwindigkeit hat. Allerdings führt die Skalierung der Frequenz für alle Mischrohr­längen zu einem Aufeinanderfallen der Phasen. Ähnlich den Phasenverläufen bei variierender Leistung werden diese

bei Variation der Luftzahl mit zunehmendem L_M flacher. Auch hier ist der Unterschied im Phasenabfall zwischen dem kurzen Mischrohr mit $L_M = 0.625 d_B$ und $1.250 d_B$ größer als zwischen den beiden längeren Mischrohren. Die Unterschiede im Phasenabfall bei variierendem L_M und das Aufeinanderfallen der Phasen nach Skalierung der Frequenz bestätigt die Annahme, dass sich die statischen Flammeneigenschaften bei technisch und perfekt vorgemischten Flammen, insbesondere x_{RZ} , nur gering unterscheiden. Der Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen auf die Flammdynamik ist allerdings deutlich vorhanden.

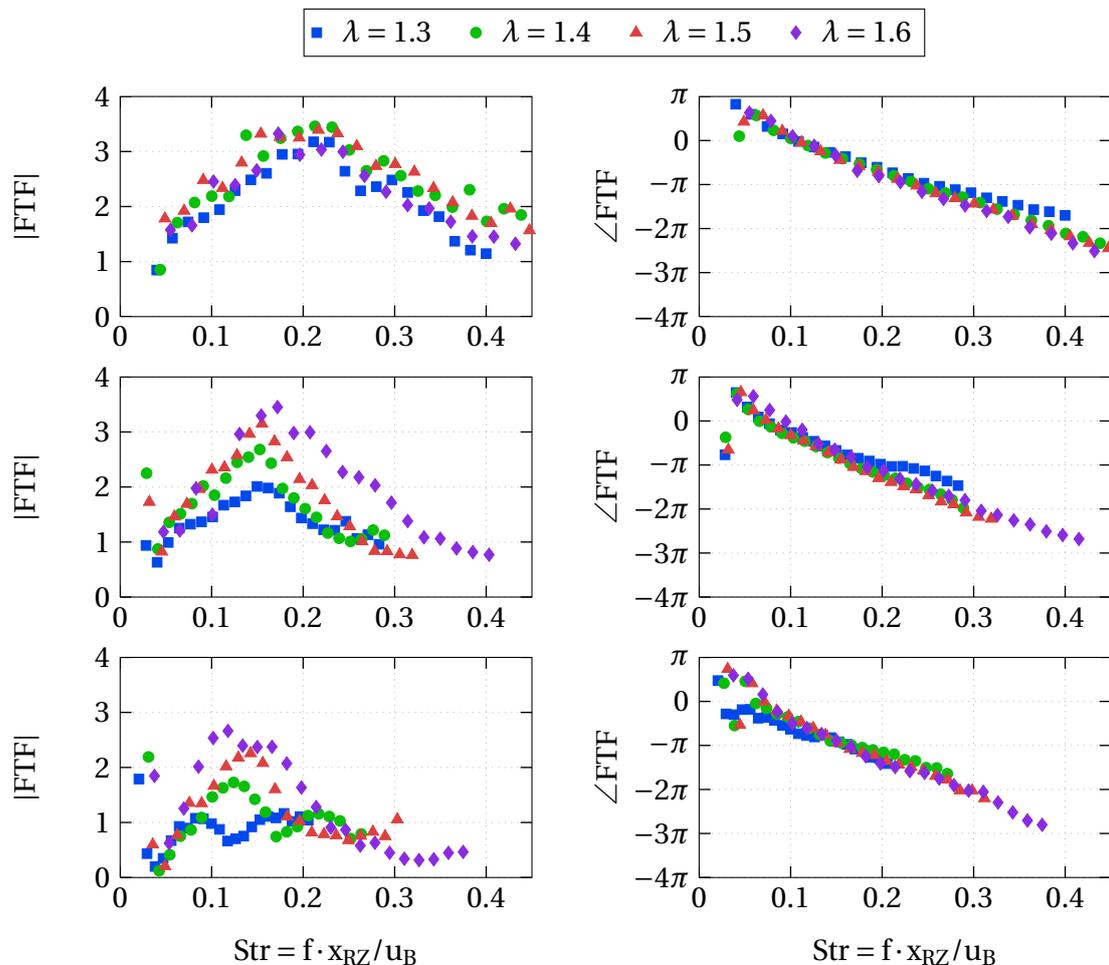


Abbildung 6.12: Vergleich der FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr-längen $L_M = 0.625 d_B$ (oben), $1.250 d_B$ (mittig) und $1.875 d_B$ (unten) bei verschiedenen Luftzahlen, 50 kW und 300°C Vorheizung

6.3 Vergleich der FTF perfekt und technisch vorgemischter Flammen

Die große Ähnlichkeit perfekt und technisch vorgemischter Flammen lässt den Schluss zu, dass die stationären Felder der Geschwindigkeit, Turbulenz und Reaktion nahezu gleich sind. Deshalb ist bei den hier vorliegenden Messdaten ein direkter Vergleich der FTF perfekt und technisch vorgemischter Flammen möglich. Abbildung 6.13 zeigt diesen am Beispiel des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den drei Mischrohren $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ bei einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$, einer Leistung von 50 kW und 300°C Vorheizung.

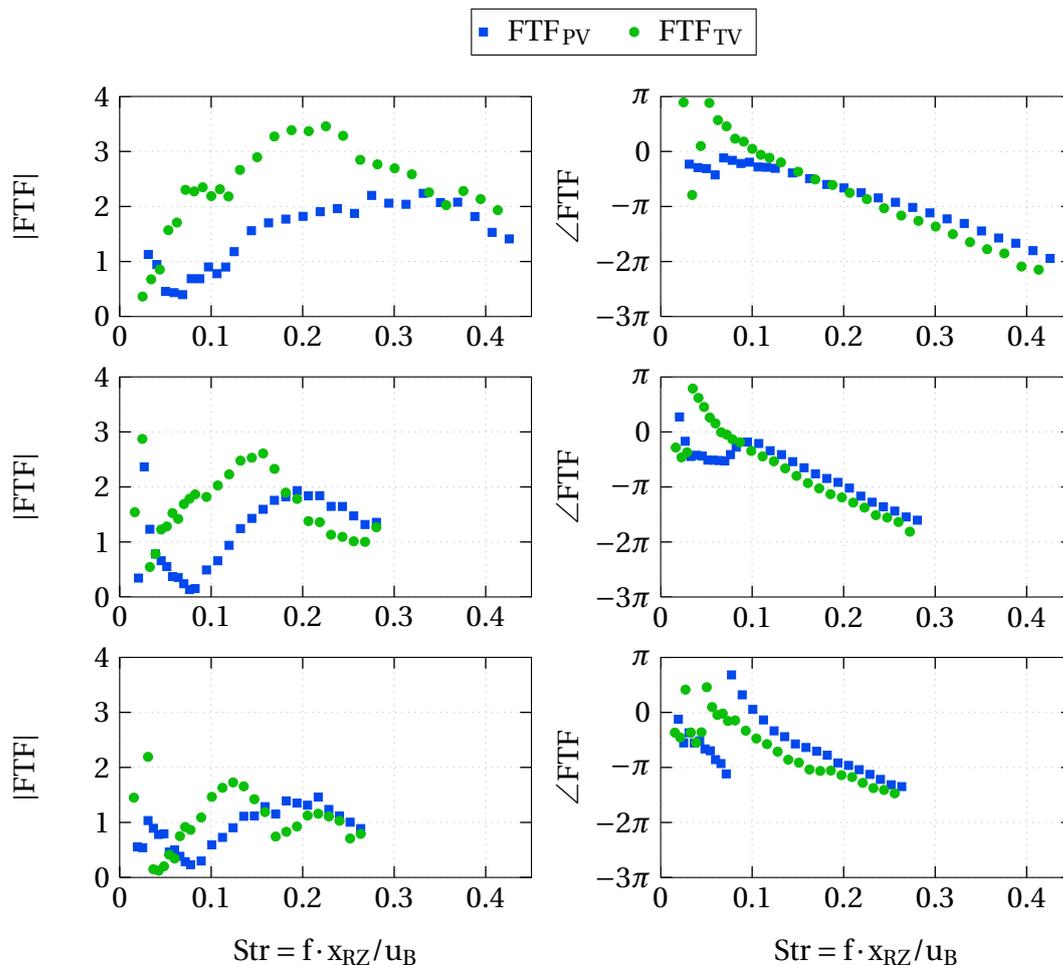


Abbildung 6.13: Vergleich der FTF bei perfekter und technischer Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 0.625 d_B$ (oben), $1.250 d_B$ (mittig) und $1.875 d_B$ (unten) bei 50 kW und $\lambda = 1.4$

Wie in [Fis04] gezeigt ist, dominieren im niedrigen Frequenzbereich die Messfehler die Bestimmung der komplexen Drücke, so dass unter 100 Hz insbesondere im Amplitudenverlauf größere Unsicherheiten zu erwarten sind. Dennoch erscheint für die im Rahmen dieser Arbeit mit großer Sorgfalt bestimmten Messdaten eine Aussage über den Trend im niedrigen Frequenzbereich mit $f \rightarrow 0$ möglich. Wie schon anhand der Theorie in Abschnitt 2.5.1 beziehungsweise 2.5.2 erklärt, ist zu erkennen, dass sich die FTF_{PV} tatsächlich in der Phase dem Wert null annähert, während die Amplitudenwerte um eins liegen. Im Gegensatz dazu scheint für technisch vorgemischte Flammen die Amplitude bei einem Wert von null zu starten. Folglich kann die Phase für 0 Hz nicht festgelegt werden. Die Auswirkungen der zusätzlichen Gemischzusammensetzungsschwankungen ϕ' bei technischer Vormischung sind sowohl in der Amplitude als auch in der Phase deutlich erkennbar. Das Minimum im niedrigen Frequenzbereich ist für die FTF_{TV} zu niedrigeren Frequenzen verschoben als bei den FTF_{PV} . Ein ähnliches Verhalten ist auch in den Daten von Schuermans et al. [SBG⁺04], hier allerdings für das Maximum bei kleinen Frequenzen, zu sehen. Auffällig ist die Bildung eines Plateaus im Amplitudenverlauf der FTF_{TV} an der Position des Minimums der FTF_{PV} bei allen drei Mischrohren. Dieses ist besonders gut für $L_M = 0.625 \text{ dB}$ erkennbar, aber auch für die längeren Mischrohre sichtbar. Die Strouhal-Zahlen Str_{MinPV} , an denen das Minimum im Amplitudenverlauf der FTF_{PV} auftritt, sind in Tabelle 6.1 aufgelistet.

Tabelle 6.1: Minimum im Amplitudenverlauf der FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die drei Mischrohlängen L_M bei 50 kW und $\lambda = 1.4$

L_M	Str_{MinPV}
1.875 dB	0.08
1.250 dB	0.08
0.625 dB	0.06

Mit steigender Frequenz beginnen die Amplituden der FTF_{PV} und FTF_{TV} sich, zumindest für das lange Mischrohr, anzunähern. Dies spricht für eine Reduzierung von ϕ' mit zunehmendem L_M . Der zusätzliche Zeitverzug der Gemischzusammensetzungsschwankungen von der Brennstoffzufuhr zum Brenneraustritt bewirkt einen steileren Phasenverlauf im niedrigen Frequenzbe-

reich. Ähnlich dem Amplitudenverhalten nähern sich die Phasen technisch und perfekt vorgemischter Flammen mit steigender Frequenz an.

Auch Freitag [Fre09] zeigt für den von ihm verwendeten Drallbrenner, dass die Unterschiede zwischen der perfekten und technischen Vormischung überwiegend im niedrigen Frequenzbereich auftreten. Ab der Frequenz des Maximums der FTF_{PV} fallen sowohl die Amplituden als auch die Phasen aufeinander. Betrachtet man die FTF des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ in Abbildung 6.13 an der Stelle des Maximums der FTF_{PV} ist dieses Verhalten ebenfalls erkennbar. Freitag vermutet dazu, dass sich der Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen deutlich verringert, sobald die konvektive Wellenlänge von ϕ' die Distanz zwischen der Brennstoffzufuhr und der Flamme annimmt. Dem folgend wurde die Frequenz, die der Wellenlänge des Abstandes vom Drallerzeuger zur axialen Position der Rezirkulationszone ($L_D/2 + L_M + x_{RZ}$) entspricht, für jedes Mischrohr mit der mittleren Brenneraustrittsgeschwindigkeit von $u_B = 50.56 \text{ m/s}$ berechnet. Die Skalierung der so bestimmten Frequenzen mit x_{RZ}/u_B liefert schließlich die für den Einfluss von ϕ' kritischen Strouhalzahlen Str_ϕ , die für die drei Mischrohre in Tabelle 6.2 aufgelistet sind. Ein Vergleich dieser Zahlen mit dem Amplituden- und Phasenverlauf in Abbildung 6.13 zeigt, dass die bestimmten kritischen Strouhalzahlen tatsächlich den Beginn des Aufeinanderfallens der Amplituden und Phasen markieren.

Tabelle 6.2: Einflussbereich von ϕ auf die FTF_{TV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ für die drei Mischrohlängen L_M bei 50 kW und $\lambda = 1.4$

L_M	Str_ϕ
1.875 d _B	0.18
1.250 d _B	0.23
0.625 d _B	0.39

Unter der in Abschnitt 2.5.2 getroffenen Annahme, dass die FTF_{TV} für geometrisch ähnliche Strömungsfelder als Summe der FTF_{PV} und der Flammentransferfunktion der Gemischzusammensetzungsschwankungen FTF_ϕ darstellbar

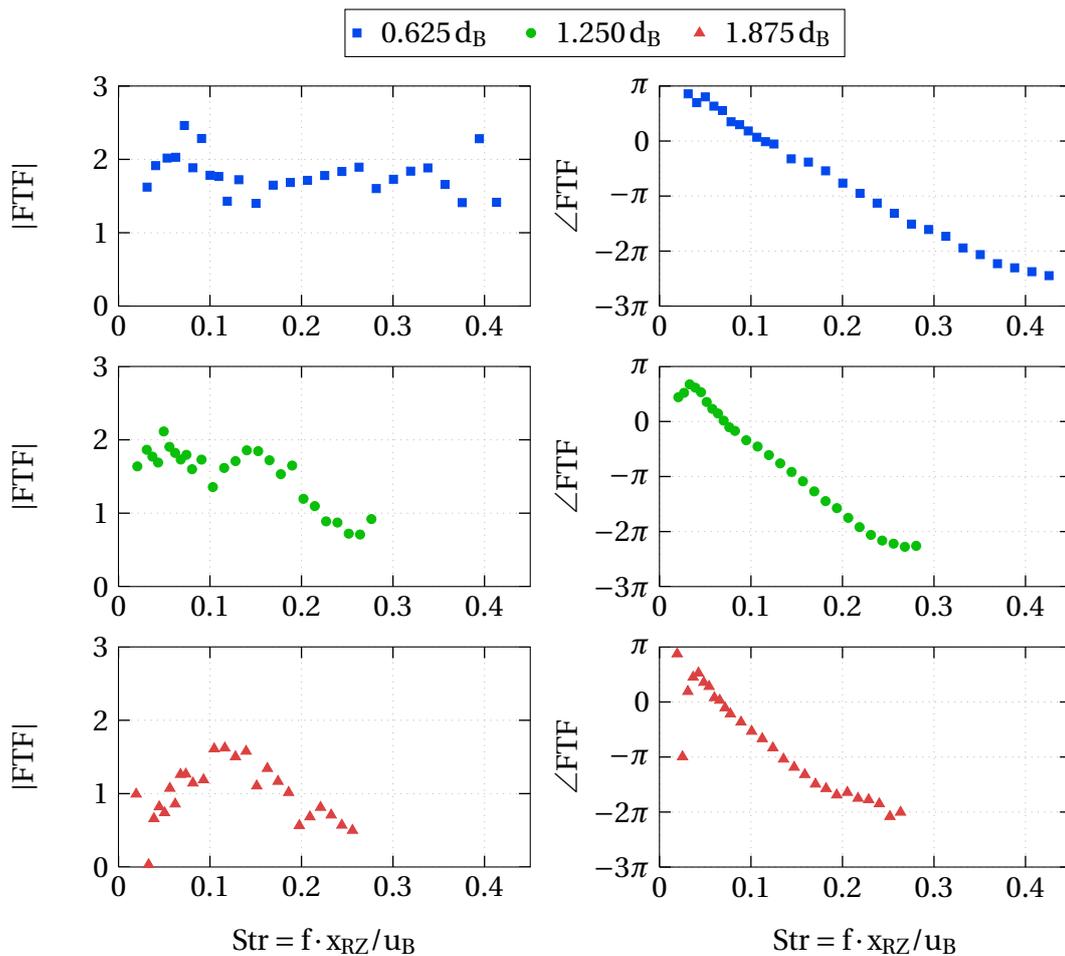


Abbildung 6.14: Vergleich der Differenz zwischen den FTF der perfekten und technischen Vormischung des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB bei 50 kW und $\lambda = 1.4$

ist, führt die Subtraktion der FTF_{PV} von den FTF_{TV} zur Darstellung des Einflusses der Gemischzusammensetzungsschwankungen auf die Wärmefreisetzung.

In Abbildung 6.14 sind die Amplituden und Phasen der FTF_ϕ für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den drei Mischrohren $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB dargestellt. In Abschnitt 2.5.2 wurde hergeleitet, dass die Amplitude für sehr kleine Frequenzen bei einem Wert von eins und die Phase bei π startet. Dies ist in Abbildung 6.14 nicht klar ersichtlich, kann allerdings bei Beachtung der Tatsache, dass es sich bei der FTF_ϕ um eine Differenz experimenteller Flammentransferfunktionen mit einer gewissen Streuung der Daten im niedrigen Frequenzbereich handelt, auch nicht erwartet werden. Der Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen hat bei allen drei Mischrohren ähnliche Auswirkungen, die auch in [OLQS11] und

in [BCMP13] beobachtet werden konnten. Im Amplitudenverlauf sind zumindest für $L_M = 0.625 d_B$ und $1.250 d_B$ zwei Maxima erkennbar. Dabei liegt das zweite Maximum mit $\text{Str}_{\max} \approx 0.34$, $\text{Str}_{\max} \approx 0.14$ und $\text{Str}_{\max} \approx 0.12$ für die Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $L_M = 1.250 d_B$ und $L_M = 1.875 d_B$ nahe der Frequenzen, die dem von Freitag abgeschätzten Einflussbereich der Gemischzusammensetzungsschwankungen entsprechen (siehe Tabelle 6.2). Im Anschluss an das zweite Maximum fällt die Amplitude mit etwa $-10/\text{Str}$ deutlich ab. Dies ist für $L_M = 1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ gut erkennbar. Für das kurze Mischrohr kann der Abfall der Amplitude auf Grund des größeren Einflussbereiches der Gemischzusammensetzungsschwankungen nur vermutet werden. Allerdings deutet sich die nach dem zweiten Maximum der Amplitude folgende Verringerung der Steigung des Phasenverlaufs auch hier an. Mit dem kürzesten Mischrohr werden die höchsten Amplituden erreicht, die mit zunehmender Mischrohränge abnehmen. Das deutet darauf hin, dass die Gemischzusammensetzungsschwankungen durch die größere Verweilzeit in längeren Mischrohren reduziert werden. Durch den Abfall der Amplitude für Strouhal-Zahlen größer als die kritische Strouhal-Zahl Str_ϕ wird die Schätzung von Freitag über den Einflussbereich von ϕ' bekräftigt, der sich deutlich verringert, sobald die konvektive Wellenlänge der Distanz zwischen der Brennstoffzufuhr und der Flamme entspricht. Die Phase hat einen nahezu linearen Verlauf und weist auf ein Verzugszeitverhalten mit nur einem Verzugszeitparameter τ_ϕ hin. Dass diese Vermutung gerechtfertigt ist, wird in Abschnitt 7.3 anhand der Modellierung der FTF_{TV} gezeigt.

Ein ähnliches Verhalten der Flammentransferfunktionen der Gemischzusammensetzungsschwankungen mit einem deutlichen Abfall der Amplitude und einem linearen Phasenverlauf konnte in [OLQS11] ebenfalls gemessen werden. Auch die in [BCMP13] bestimmte FTF_ϕ hat einen linear fallenden Verlauf der Phase und weist im niedrigen Frequenzbereich zwei Maxima auf, denen ein deutlicher Abfall der Amplitude folgt. Allerdings ist dieser auf Grund einer anderen Brennergeometrie (radialer Drallerzeuger mit zylindrischem Mischrohr) weniger steil.

7 Modellierung der Brenner- und Flammeneigenschaften

Die Optimierung der Brennergeometrie und des Betriebszustands für ein bestimmtes Verbrennungssystem setzt einen funktionalen Zusammenhang zwischen den Geometrieparametern des Brenners und den dynamischen Flammeneigenschaften voraus. Ist dieser in Form von Brenner- und Flammenmodellen als Funktion der Geometrieparameter darstellbar, können die für ein bestimmtes Verbrennungssystem optimalen Parameter im Rahmen von Stabilitätsanalysen ermittelt werden. Im Folgenden wird zunächst das Brennermodell vorgestellt, bevor in weiteren Abschnitten auf das Flammenmodell für perfekt und technisch vorgemischte Flammen eingegangen wird.

7.1 Netzwerkmodell des Brenners

Ziel ist es, die lineare Stabilität eines bestimmten Verbrennungssystems durch Variation der Brennergeometrie zu optimieren. Dazu ist eine möglichst genaue Charakterisierung der Brennereigenschaften in Form von Brennertransfermatrizen in Abhängigkeit der geometrischen Parameter des Brenners nötig. Diese Geometrieparameter sind für das untersuchte Brennermodell die freie axiale Querschnittsfläche F_{axial} und die Mischrohlänge L_M .

Der Brenner kann weder für die maximale Länge bei Verwendung des langen Mischrohres mit $L_M = 1.875 d_B$ noch für die minimale Länge bei Verwendung des kurzen Mischrohres mit $L_M = 0.625 d_B$ als kompaktes Element betrachtet werden. In beiden Fällen ist die geometrische Länge L im Vergleich zur akustischen Wellenlänge λ im betrachteten Temperaturbereich um 300°C mit $\text{He}_{1.875 d_B} \approx 0.55$ und $\text{He}_{0.625 d_B} \approx 0.18$ nicht vernachlässigbar klein. Aus diesem Grund wurde statt einer Querschnittsänderung mit akustischen Verlusten nach Gleichung 2.47 ein Netzwerkmodell entwickelt, das durch Verwendung mehrerer Rohrelemente, Querschnittsänderungen sowie Verzweigungen

und Verknüpfungen sehr nah an die reale Brennergeometrie angelehnt ist. Das Netzwerkmodell des Brenners ist in Abbildung 7.1 dargestellt und für alle verwendeten Varianten von F_{axial} und L_M gültig.

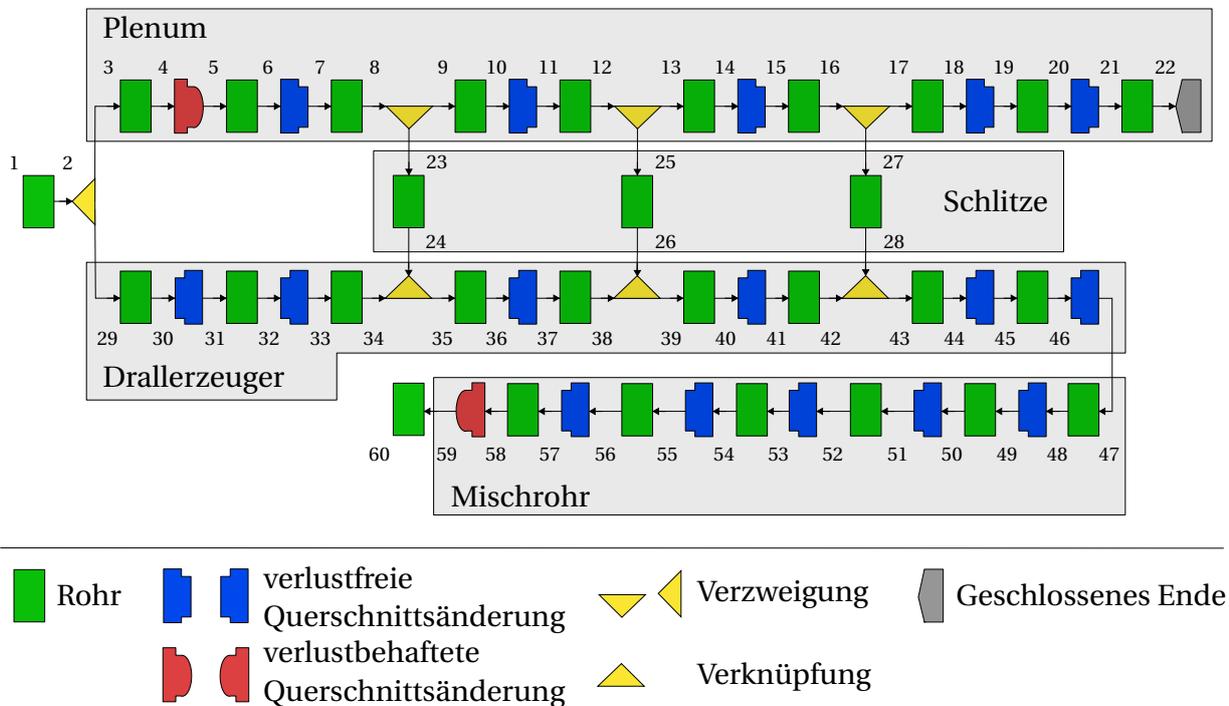


Abbildung 7.1: Netzwerkmodell des Drallbrennersystems, gültig für alle verwendeten Varianten von F_{axial} und L_M

Die Grundidee des Netzwerkmodells basiert auf der Aufspaltung des akustischen Pfades durch Verwendung einer Verzweigung in zwei Teile: das Plenum und den Drallerzeuger. Beide Pfade sind entsprechend der Geometrie mit diversen Rohrelementen und Querschnittsänderungen modelliert. Dabei wurde die abnehmende durchströmte Querschnittsfläche des Plenums auf Grund der zunehmenden Querschnittsfläche des Drallerzeugers berücksichtigt. Beide Pfade werden über drei Rohre, die den tangentialen Schlitzen des Drallerzeugers entsprechen, verknüpft. Die Modellierung des Mischrohres mit Rohrelementen und Querschnittsänderungen ermöglicht schließlich den Übergang des akustischen Pfades in die Brennkammer. Das Modell besteht für alle Brennervarianten aus den gleichen Elementen, lediglich die Länge der Rohrelemente des Mischrohres und teilweise des Drallerzeugers beziehungsweise des Plenums sind auf Grund der unterschiedlichen Mischrohrängen und Einbausituationen variabel. Die Einbausituationen sind in Anhang B und die

geometrischen Parameter sowie elementspezifischen Modellparameter in Anhang E zu finden. Die Modellierung der unterschiedlichen Brennervarianten erfordert neben dem geometrienahen Modell noch zwei zusätzliche Parameter zur Berücksichtigung strömungsbedingter Verluste.

7.1.1 Variation der Geometrieparameter

Bevor die Anpassung des Netzwerkmodells mit den zwei zusätzlichen Parametern an reale Bedingungen, also der verlustbehafteten Durchströmung erfolgte, wurde zunächst das nicht durchströmte, verlustfreie Modell mit FEM-Rechnungen des akustischen Druckfeldes optimiert. Das Ziel der Optimierung war das Erreichen einer möglichst guten Übereinstimmung der Brennertransfermatrizen, die mit dem nicht durchströmten, verlustfreien Netzwerkmodell berechnet wurden und denen, die aus den akustischen Druckfeldern der FEM-Rechnungen ermittelt wurden. Die Optimierung des Netzwerkmodells erfolgte

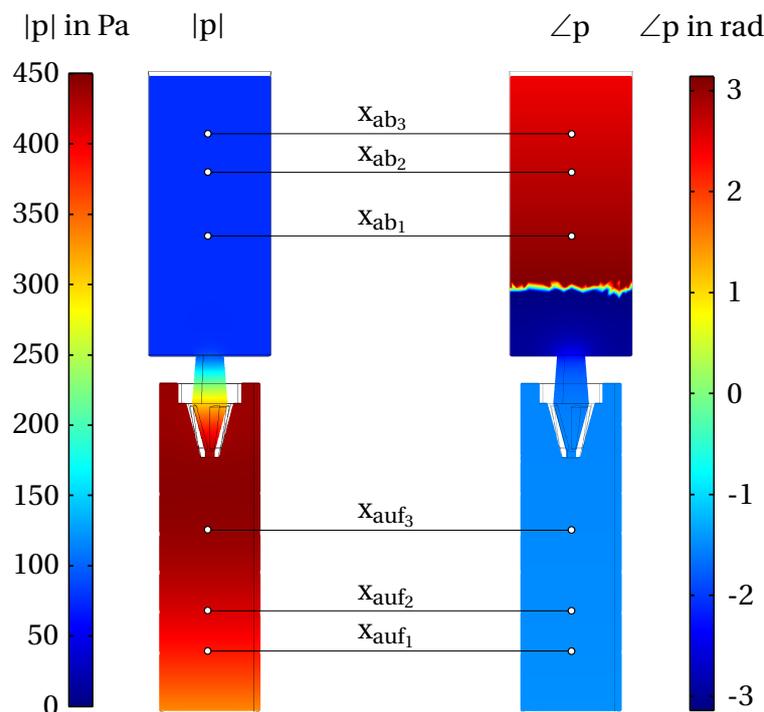


Abbildung 7.2: FEM-Berechnung des akustischen Druckfeldes beispielhaft für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 1.875 \text{ dB}$ bei einer Anregungsfrequenz von 200 Hz

hinsichtlich der Anzahl der Querschnittsänderungen des Drallerzeugers sowie der Mischrohre und der Anzahl der Rohrelemente zur Modellierung der tangentialen Schlitzte. Die Berechnung des akustischen Druckfeldes von einem Modell des Versuchsstandes, in dem der Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und drei verschiedenen Mischrohren integriert ist, erfolgte durch das Lösen der dreidimensionalen Wellengleichung im Frequenzbereich.

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \Delta p' = 0. \quad (7.1)$$

Sämtliche Wände des Versuchsstandmodells wurden als schallhart angenommen. Damit die BTM bestimmt werden konnten, wurde jeweils an einem Ende des Versuchsstands eine Beschleunigung a_{Anregung} mit einer Anregungsamplitude von $u_{\text{Anregung}} = 1 \text{ m/s}$ entsprechend

$$a_{\text{Anregung}}(\omega) = i\omega \cdot u_{\text{Anregung}} \quad (7.2)$$

gesetzt. Das andere Ende wurde mit einer Impedanz-Randbedingung modelliert. Ähnlich der experimentellen Bestimmung der BTM wurden für beide Anregungsfälle der akustische Druck p' an jeweils drei Positionen stromauf und stromab des Brenners verwendet (siehe Abbildung 7.2), um aus diesen Daten mit Gleichung 4.2 die Riemann-Invarianten zu ermitteln. Durch Lösen des Gleichungssystems 4.4 konnten schließlich die Brennertransfermatrizen bestimmt werden.

In Abbildung 7.3 sind sowohl die mit dem verlustfreien und undurchströmten Netzwerkmodell bestimmten als auch die mit der gelösten Wellengleichung bestimmten BTM dargestellt. Die sehr gute Übereinstimmung der Amplituden und Phasen zeigt, dass das geometrienahes Netzwerkmodell in der Lage ist, die akustischen Eigenschaften des Brenners wiederzugeben. Deutlich wird dabei, dass sich die verschiedenen Mischrohlängen lediglich auf die Amplitude des T_{11} - und des T_{12} -Elementes auswirken. Das T_{11} -Element stellt eine Verknüpfung der akustischen Druckschwankungen stromauf mit denen stromab des Brenners dar und das T_{12} -Element verknüpft die Geschwindigkeitsschwankungen stromauf mit den Druckschwankungen stromab. In beiden Diagrammen nimmt die Amplitude mit steigender Frequenz und Mischrohlänge zu.

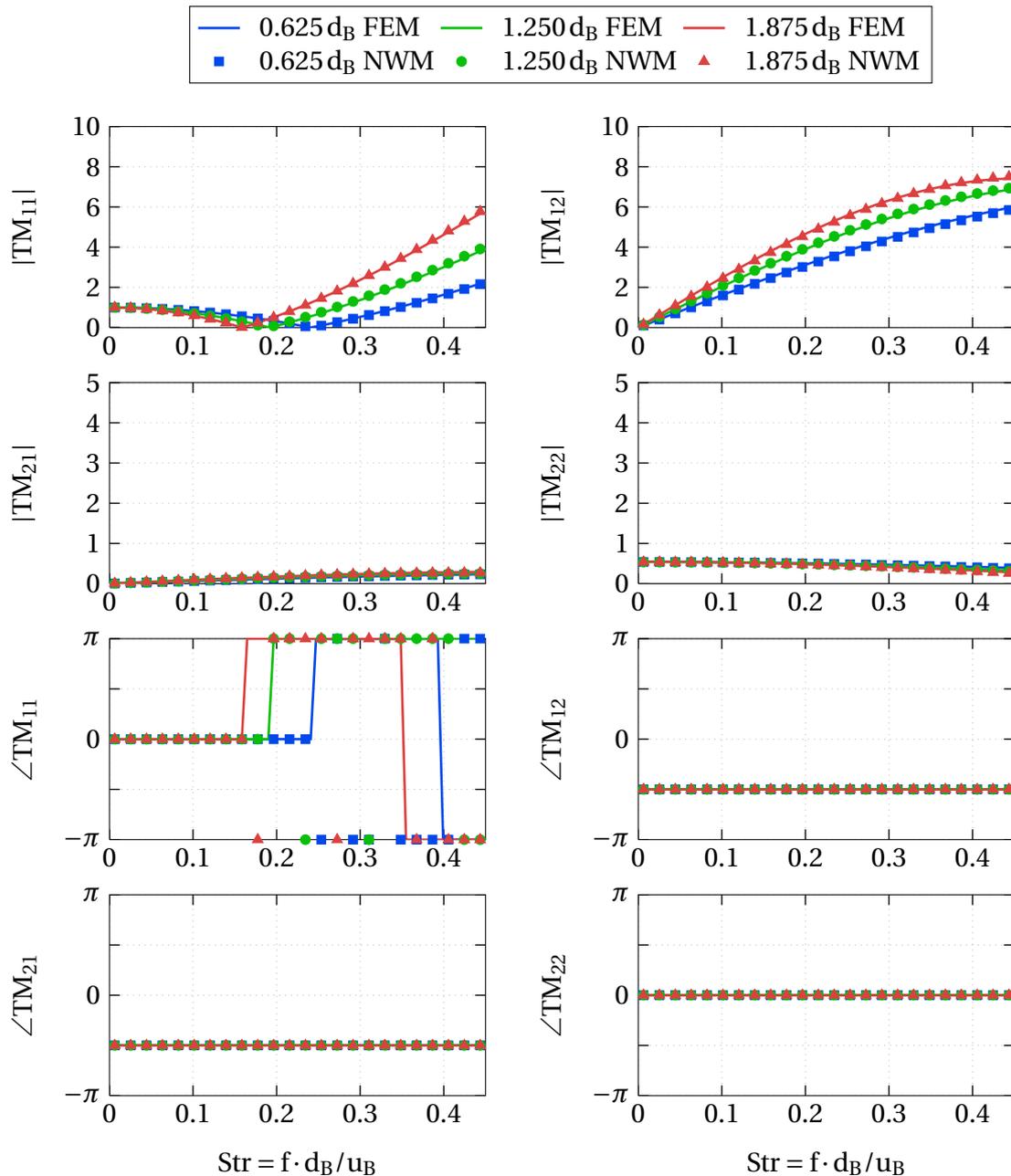


Abbildung 7.3: Vergleich der aus dem Druckfeld der gelösten Wellengleichung berechneten BTM (FEM) mit denen aus dem entsprechenden Netzwerkmodell ohne Strömung und Verluste bestimmten BTM (NWM) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB

In Abschnitt 5.3 wurde gezeigt, dass der Einfluss der freien axialen Querschnittsfläche auf das Verhalten der Amplituden und Phasen der BTM trotz deutlicher Unterschiede im Druckverlust über den Brenner (siehe Tabelle 5.1) sehr gering sind. Aus diesem Grund wird F_{axial} als Geometrieparameter vernachlässigt und nur der Einfluss der Mischrohr­länge modelliert.

Tabelle 7.1: Parameter für das Netzwerkmodell

L_M	ζ	L_{eff}
0.625 d _B	1.92	0.02 m
1.250 d _B	2.04	0.01 m
1.875 d _B	2.17	0.00 m

Wie schon erwähnt wurde, sind zwei zusätzliche Parameter notwendig, um in dem Netzwerkmodell Verluste berücksichtigen zu können. Diese Parameter sind ein Druckverlustkoeffizient ζ und eine effektive Länge L_{eff} . Beide Parameter sind in der verlustbehafteten Querschnittsänderung entsprechend Gleichung 2.47 enthalten. Der Druckverlustkoeffizient wurde aus den experimentell bestimmten Druckverlusten mit Gleichung 7.3 ermittelt. Da sich für verschiedene F_{axial} unterschiedliche Druckverluste ergeben, wurde für das Netzwerkmodell für jede Mischrohlänge der Druckverlust aus dem minimalen und maximalen Druckverlust der verschiedenen F_{axial} so gewählt, dass eine bestmögliche Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment erfolgte. Im Netzwerkmodell wird ζ lediglich in einer Querschnittsänderung berücksichtigt, nämlich in der, die den Übergang vom Mischrohr in die Brennkammer beschreibt (zwischen den Knoten 58 und 59 in Abbildung 7.1). Hier wird der größte Teil des Druckverlustes auf Grund von Strömungsablösung und Wirbelbildung verursacht.

$$\zeta = \frac{\Delta p_V}{\frac{\rho}{2} \cdot \bar{u}_B^2} \quad (7.3)$$

Die effektive Länge ist in diesem Element auf Null gesetzt. Eine zweite verlustbehaftete Querschnittsänderung befindet sich im Plenumpfad zwischen den Knoten 4 und 5. In diesem Element ist ζ auf Null gesetzt. Die effektive Länge ist so gewählt, dass sie zu einer bestmöglichen Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment führt. In Tabelle 7.1 sind die Parameter für das Netzwerkmodell der Brennervariationen aufgelistet.

Ein Vergleich der experimentellen BTM mit denen aus dem entsprechenden verlustbehafteten Netzwerkmodell bestimmten BTM ist in Abbildung 7.4 für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge zu sehen. Die Verwendung von zwei Parametern zur Beschreibung strömungsbeding-

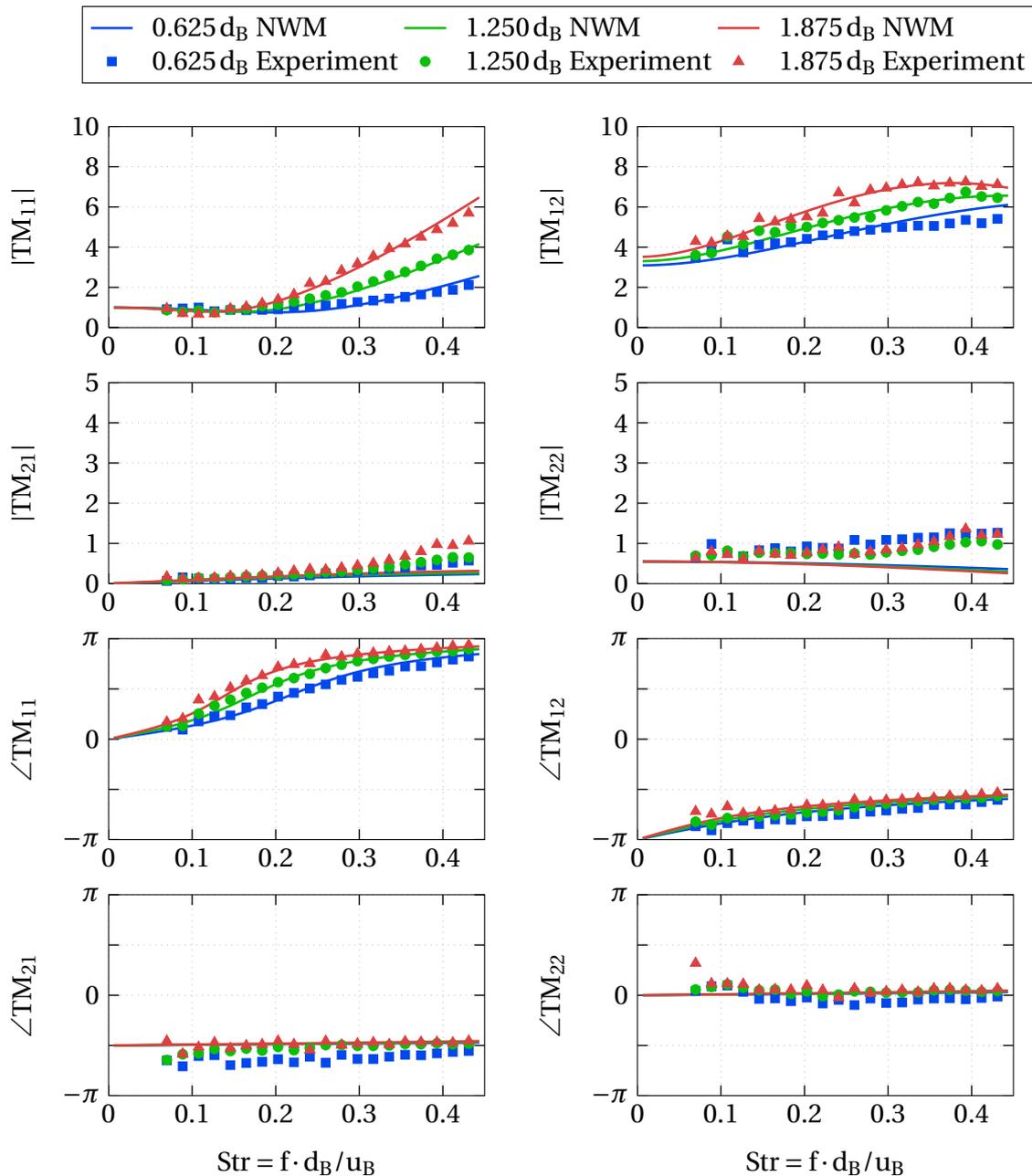


Abbildung 7.4: Vergleich der experimentellen BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrlängen $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB (Experiment) und den aus dem entsprechenden Netzwerkmodell bestimmten BTM (NWM) bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

ter Verluste scheint auf Grund der sehr guten Übereinstimmung von Experiment und Modell ausreichend zu sein. Ähnlich der verlustfreien BTM in Abbildung 7.3 ist für die Amplituden des T_{11} - und des T_{12} -Elementes ein deutlicher Einfluss der Mischrohrlänge erkennbar. Dieser wirkt sich zusätzlich noch auf die Phase des T_{11} -Elementes aus, dessen Verlauf mit abnehmendem L_M flacher wird.

Wie in Abbildung 7.5 zu sehen ist, zeigen die beiden Parameter, ζ und L_{eff} , des Netzwerkmodells eine lineare Abhängigkeit von dem Geometrieparameter L_M für den Bereich $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$. Diese Abhängigkeit der Modellparameter von der Brennergeometrie ist eine notwendige Voraussetzung, um durch Stabilitätsanalysen für ein bestimmtes Verbrennungssystem die optimale Brennergeometrie zu ermitteln.

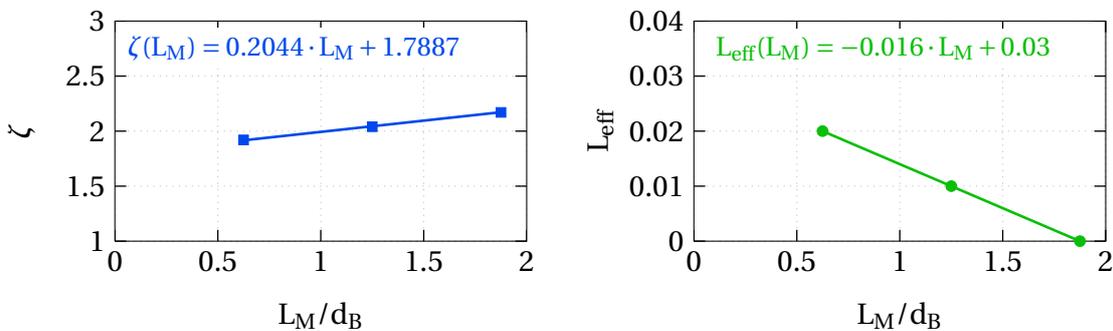


Abbildung 7.5: Interpolationsfunktionen der Parameter des Netzwerkmodells für den Bereich $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$

Die Gültigkeit der Interpolationsfunktionen für ζ und L_{eff} soll nun an zwei weiteren Mischrohren mit den Längen $L_M = 0.9375 d_B$ und $1.5625 d_B$ gezeigt werden. Dazu wurden die BTM mit einem der Mischrohrlänge entsprechenden Netzwerkmodell unter Verwendung der in Tabelle 7.2 aufgelisteten line-

Tabelle 7.2: Interpolierte Parameter für das Netzwerkmodell der Brennervarianten mit $L_M = 0.9375 d_B$ und $1.5625 d_B$

L_M	ζ	L_{eff}
0.9375 d_B	1.98	0.015 m
1.5625 d_B	2.11	0.005 m

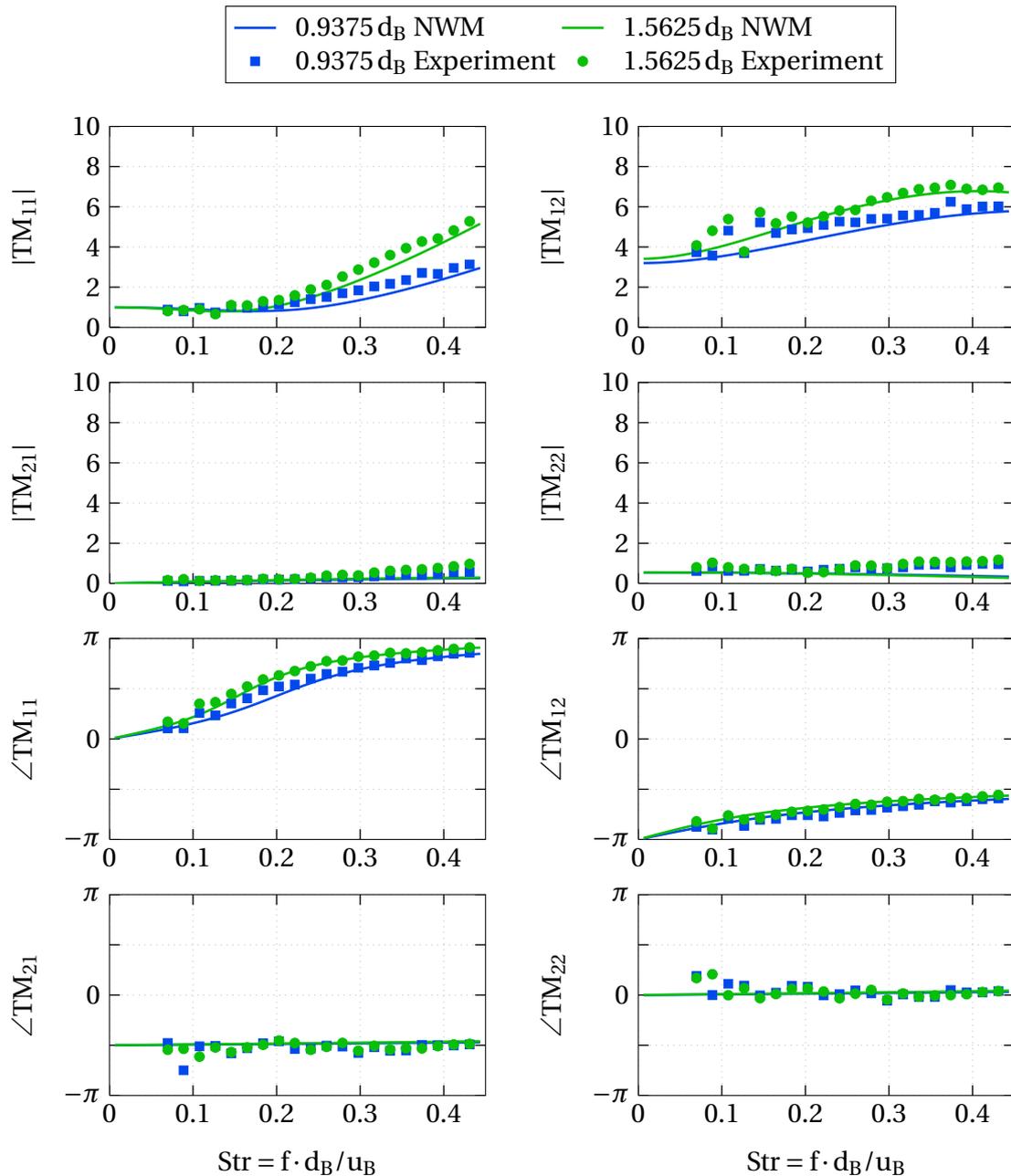


Abbildung 7.6: Validierung des Netzwerkmodells für die experimentellen BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.9375 d_B$ und $1.5625 d_B$ (Experiment) und den aus dem entsprechenden Netzwerkmodell bestimmten BTM (NWM) bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

ar interpolierten Parameter berechnet und mit den experimentell bestimmten BTM verglichen. Der in Abbildung 7.6 dargestellte Vergleich bestätigt auf Grund der guten Übereinstimmung von Amplituden und Phasen der einzelnen Matrixelemente die Gültigkeit der Interpolationsfunktionen.

7.1.2 Vergleich der BTM für perfekte und technische Vormischung

Der bei technisch vorgemischter Verbrennung verwendete Drallbrenner unterscheidet sich zu dem für die perfekte Vormischung genutzten Brenner durch zusätzliche Brennstoffbohrungen an der Schlitzhinterkante und den an

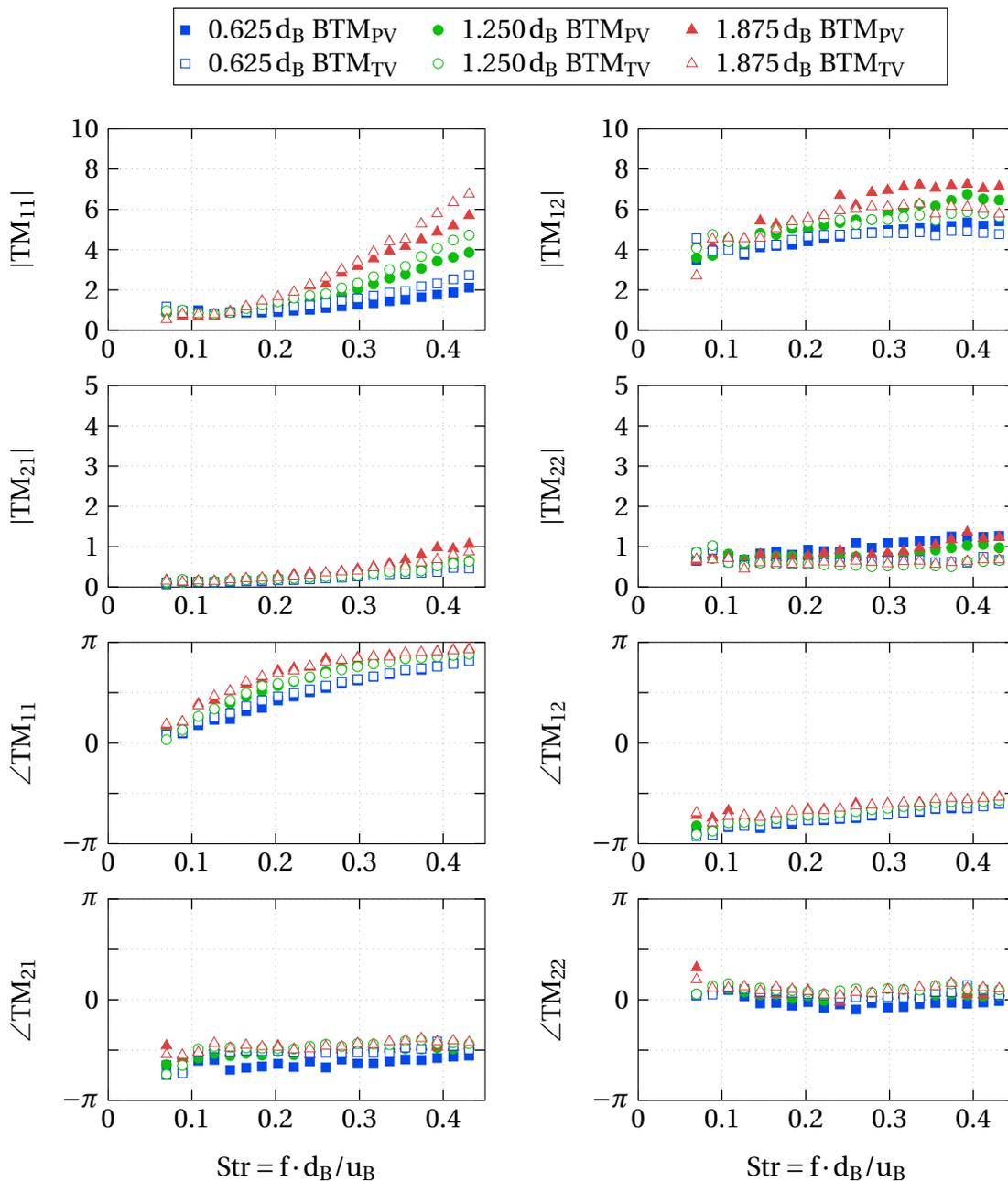


Abbildung 7.7: Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625\text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB bei Verwendung des Drallerzeugers für perfekte Vormischung (BTM_{PV}) und für technische Vormischung (BTM_{TV}) bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung

dem Drallerzeuger befestigten Brennstoffzuführungsleitungen (siehe Abbildung 3.5). Ob diese Modifikationen einen in der Modellierung der BTM zu berücksichtigen Einfluss haben, zeigt der Vergleich beider BTM in Abbildung 7.7. Hier sind die BTM für die drei Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ bei einer Durchströmung mit 25 g/s Luft aufgeheizt auf 300 °C zu sehen. Die Amplitude des T_{11} -, T_{12} - und T_{22} - Elementes weist für steigende Frequenzen eine leichte Zunahme des Unterschiedes zwischen den beiden verwendeten Brennern auf. Die Amplitude des T_{21} - Elementes und das Phasenverhalten unterscheiden sich dagegen kaum. Da die Unterschiede über einen weiten Frequenzbereich sehr klein sind und das Modell im höheren Frequenzbereich teilweise deutlichere Abweichungen aufweist (zu sehen im Amplitudenverlauf des T_{21} - und T_{22} - Elementes in Abbildung 7.4), wird auf eine zusätzliche Modellierung der BTM_{TV} verzichtet.

Grundsätzlich wäre auch für diesen Brenner eine geometrienaher Modellierung möglich. In Abbildung 3.5 sind die Brennstoffzuführungsleitungen zu sehen, die die Querschnittsfläche im Plenum teilweise versperren und somit zu einer Teilreflexion der akustischen Wellen führen. Diese Versperrungen könnten durch eine Folge von zusätzlichen Rohrelementen und Querschnittsverengungen im Plenum abgebildet werden. Eventuell besteht noch die Notwendigkeit des Anpassens der Parameter ζ und L_{eff} .

7.1.3 Variation der Betriebszustände

Eine Variation der Luftzahl oder der Leistung bringt eine Änderung des Luftmassenstroms \dot{m}_L zur Bestimmung der Brennertransfermatrix mit sich. Die maximale Änderung bei 300 °C aufgeheizter Luft beträgt im Vergleich zu $\dot{m}_L = 25 \text{ g/s}$, entsprechend dem Massenstrom bei 50 kW und $\lambda = 1.4$, für die untersuchte Variation der Luftzahl 14% beziehungsweise der Leistung 20%. Damit ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle in Strömungsrichtung lediglich um maximal $\Delta(c + u_B) = 1.87\%$ und entgegen der Strömungsrichtung um $\Delta(c - u_B) = -2.32\%$ bei einer Schallgeschwindigkeit von $c = \sqrt{\kappa RT} = 480 \text{ m/s}$. Auf Grund dieser geringen Abweichungen ist zu erwarten, dass sich die BTM im untersuchten Luftzahl- und Leistungsbereich kaum ändern. In Abbildung 7.8 und 7.9 sind die BTM bei Luftmassenströmen, die der Luftzahlvariation beziehungsweise der Variation der Leistung entspre-

chen, dargestellt. In beiden Abbildungen wird die Annahme geringer Unterschiede bestätigt.

Eine genauere Betrachtung des Netzwerkmodells zeigt, dass die Brennertransfermatrizen bei konstanter Temperatur aber variierendem Massenstrom nur von letzterem abhängen. Die Parameter L_{eff} und ζ ändern sich nicht. So-

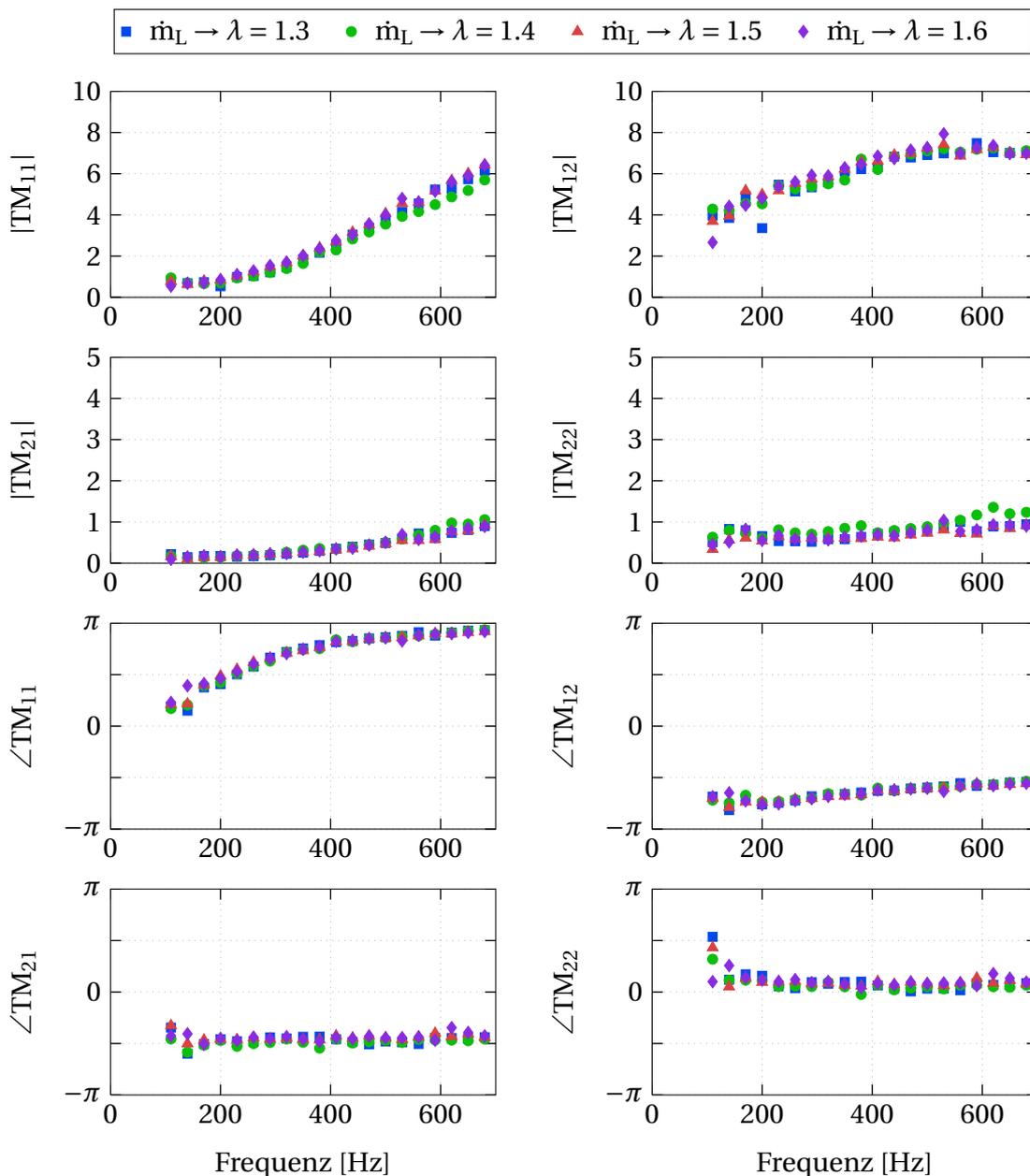


Abbildung 7.8: Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ für perfekte Vormischung bei verschiedenen Luftmassenströmen (entsprechend den Massenströmen bei Variation der Luftzahl) und 300°C Vorheizung

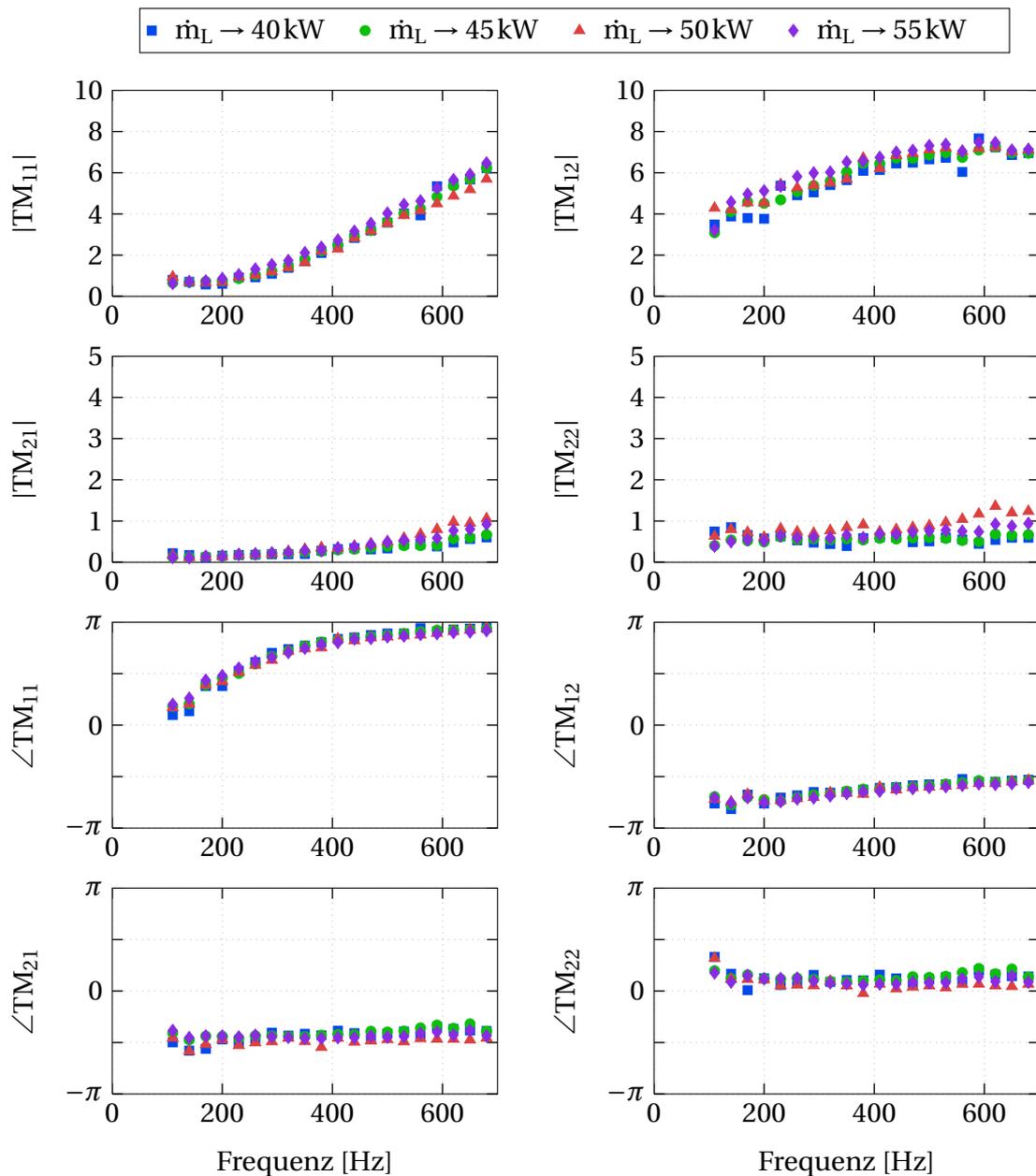


Abbildung 7.9: Vergleich der BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ für perfekte Vormischung bei verschiedenen Luftmassenströmen (entsprechend den Massenströmen bei Variation der Leistung) und 300°C Vorheizung

mit sollte sich ein variierender Massenstrom, im Wesentlichen nach Gleichung 2.47, lediglich in dem von der Machzahl abhängigen T_{12} -Element auswirken. Da die Machzahl mit einem Wert von maximal 0.1 sehr klein ist, sind die größten Unterschiede im niedrigen Frequenzbereich zu erwarten. Mit steigender Frequenz dominiert der Imaginärteil, der unabhängig vom Massen-

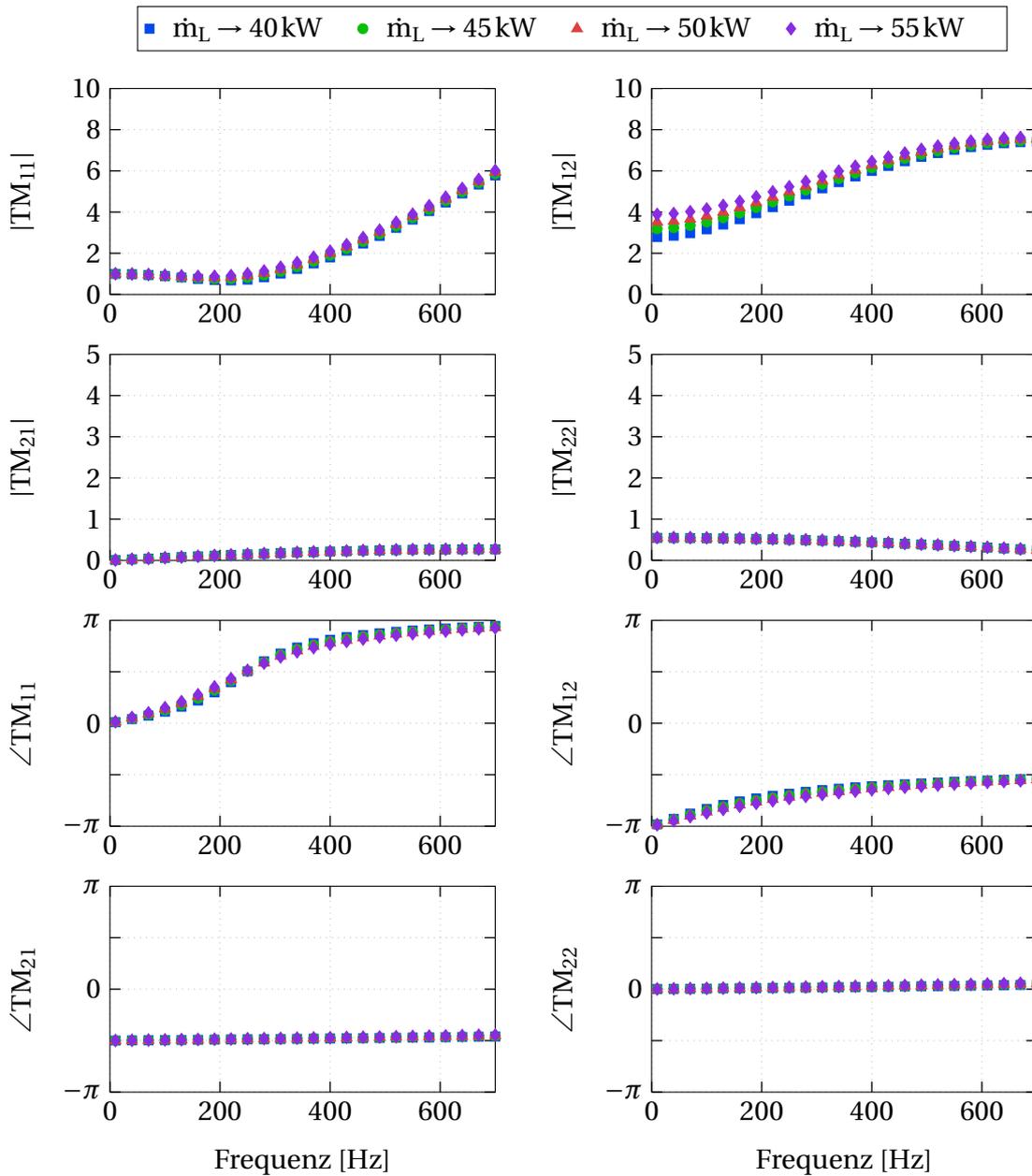


Abbildung 7.10: Vergleich der modellierten BTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ für perfekte Vormischung bei verschiedenen Luftmassenströmen (entsprechend den Massenströmen bei Variation der Leistung) und 300°C Vorheizung

strom ist. In Abbildung 7.10 sind die modellierten BTM bei Luftmassenströmen, die der Variation der Leistung entsprechen, dargestellt. Erwartungsgemäß ist der Einfluss des variierenden Massenstroms nur im T_{12} -Element sichtbar. Dieser ist, wie auch schon die experimentell ermittelten BTM zeigen, sehr gering.

7.2 Flammenmodell für perfekt vorgemischte Flammen

Die Modellierung der FTF_{PV} erfolgt mit einer physikalisch basierten Fitfunktion 7.4, deren Grundidee von Freitag [Fre09] vorgeschlagen und dann von Hauser [Hau14] weiterentwickelt wurde. Der erste Term der Gleichung enthält ein einfaches Zeitverzugsmodell $e^{i\omega\tau}$, das zur Beschreibung von Wärmefreisetzungsschwankungen als Antwort der Flamme auf Geschwindigkeitsschwankungen am Brenneraustritt interpretiert werden kann. Dieses Zeitverzugsmodell ist mit einem Verzögerungsglied zweiter Ordnung gekoppelt. In der Regelungstechnik ist es als PT_2 -Glied bekannt. Das Glied bewirkt einen Peak bei der Frequenz $f = \frac{1}{2\pi\alpha_2}$ mit einer Amplitude ≤ 1 , abhängig vom Dämpfungsparameter α_1 . Der zweite Term enthält zwei Zeitverzugsmodelle mit einer Gaußschen Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zeitverzugs $e^{i\omega\tau - \frac{1}{2}\omega^2\sigma^2}$, dabei beschreibt σ die Standardabweichung. Es wird angenommen, dass dieser Term Geschwindigkeitsschwankungen auf Grund von Schwankungen der Wirbelstärke beschreibt. Die beiden Zeitverzugsmodelle des zweiten Terms haben ein entgegengesetztes Vorzeichen und ermöglichen somit eine konstruktive beziehungsweise destruktive Überlagerung zweier Mechanismen mit unterschiedlichen Zeitverzügen.

$$FTF_{PV}(\omega) = \underbrace{\frac{e^{-i\omega\tau_1}}{1 + \alpha_1 i\omega + (\alpha_2 i\omega)^2}}_{\text{Term 1}} + \underbrace{n \cdot (e^{-i\omega\tau_2 - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_2^2} - e^{-i\omega\tau_3 - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_3^2})}_{\text{Term 2}} \quad (7.4)$$

7.2.1 Variation der Geometrieparameter

In Tabelle 7.3 sind die Flammenparameter für perfekt vorgemischte Flammen der drei Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 30\%$, 50% und 100% und mit den drei Mischrohren der Länge $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ für einen Betriebszustand von 50kW und $\lambda = 1.4$ angegeben. Die Parameter wurden so gewählt, dass sie die experimentellen FTF_{PV} bei variierender Mischrohlänge L_M und freier axialer Querschnittsfläche F_{axial} bestmöglich repräsentieren. Alle Parameter folgen unter einem gegebenen F_{axial} bei steigendem beziehungsweise abnehmendem L_M einem Trend. Dieser Trend lässt sich allerdings nicht unbedingt mit den in Abschnitt 5.2 beschriebenen Flammeneigenschaften in Zusammenhang bringen. Eine bei abnehmendem L_M zunehmende axiale Ver-

schiebung von $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ stromab in die Brennkammer für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ beispielsweise kann zwar mit größer werdenden Zeitverzügen τ_2 und τ_3 physikalisch sinnvoll beschrieben werden, die Abnahme von τ_1 dagegen lässt sich mit $x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ oder x_{RZ} nicht physikalisch begründen. Ähnlich verhält es sich für die beiden anderen Drallerzeuger. Die Parameter σ_2 und σ_3 , die die Zeitverzugsverteilung repräsentieren, sind für die Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ und 100% im Vergleich zu den Zeitverzugsverteilungen des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ sehr klein. Dies spiegelt im Gegensatz zu den Zeitverzügen τ eine Übereinstimmung mit den in Abschnitt 5.2 beschriebenen Flammenformen wider. Die scheibenförmigen Flammen der Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ und 100% sind eher kompakt. Sie führen somit im Vergleich zur V-förmigen Flamme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ zu einer kleineren Zeitverzugsverteilung der akustischen Geschwindigkeitsschwankungen.

Tabelle 7.3: Parameter des Flammenmodells für die perfekte Vormischung bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung (τ und σ in ms)

F_{axial}	L_M/d_B	τ_1	α_1	α_2	n	τ_2	σ_2	τ_3	σ_3
100%	0.625	1.74	2.08	1.08	1.18	1.28	0.12	2.29	0.12
	1.250	1.67	1.03	0.86	1.06	1.10	0.15	2.15	0.15
	1.875	1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.20	2.00	0.20
50%	0.625	1.40	0.30	0.50	0.90	0.90	0.20	1.80	0.20
	1.250	1.25	0.37	0.58	0.70	0.85	0.15	1.85	0.15
	1.875	1.10	0.40	0.60	0.50	0.80	0.10	1.90	0.10
30%	0.625	1.09	3.50	2.50	1.15	1.30	0.44	3.60	0.59
	1.250	1.43	1.94	1.68	1.03	1.22	0.37	3.54	0.49
	1.875	1.80	1.50	1.40	0.90	1.14	0.30	3.48	0.40

In Abbildung 7.11 sind neben dem Vergleich von experimenteller und modellierter FTF_{PV} auch die beiden Terme des Modellierungsansatzes beispielhaft für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 0.625 d_B$ dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der erste Term, der die Geschwindigkeitsschwankungen am Brenneraustritt mit den Wärmefreisetzungsschwankungen der Flamme in Zusammenhang bringt, den größten Einfluss im niedrigen Fre-

quenzbereich hat. Der zweite Term des Modells, die Überlagerung zweier Zeitverzugsverteilungsmodelle, die Geschwindigkeitsschwankungen auf Grund von Schwankungen der Wirbelstärke repräsentieren, wirkt sich im Bereich höherer Frequenzen auf die FTF_{PV} aus. Dieser Wechsel der Einflussmechanismen auf die Flammentransferfunktion konnte auch schon in den Untersuchungen von Auer [Aue05] und Freitag [Fre09] beobachtet werden. Für $Str \approx 0.07$ ist der Phasenunterschied zwischen beiden Termen etwa π und führt in der Amplitude der FTF_{PV} zu einem Minimum. Es liegt hier also eine destruktive Überlagerung beider Terme und somit der beiden auf die Wärmefreisetzung wirkenden Mechanismen vor.

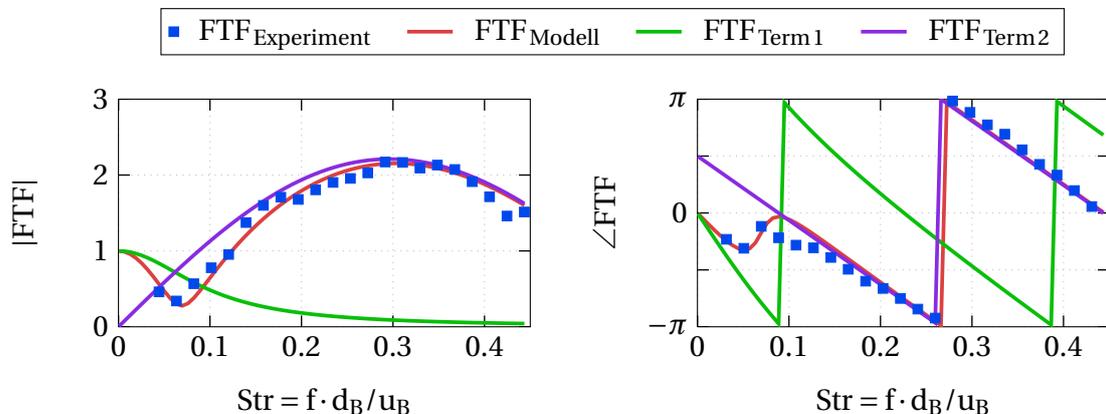


Abbildung 7.11: Experimentelle FTF_{PV} ($FTF_{\text{Experiment}}$), modellierte FTF_{PV} (FTF_{Modell}) und die zwei Terme der modellierten FTF_{PV} (FTF_{Term1} und FTF_{Term2}) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 0.625 d_B$ bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$

Abbildung 7.12 zeigt den Vergleich zwischen den experimentellen und modellierten FTF_{PV} für die drei freien axialen Querschnittsflächen und Mischrohrängen bei einem Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ für $F_{\text{axial}} = 100\%$ und 50% sowie der Luftzahl $\lambda = 1.45$ für $F_{\text{axial}} = 30\%$ (auf Grund der Stabilisierungsposition der Flamme im Brenner für das lange Mischrohr). Sowohl die Amplituden als auch die Phasen werden von dem entsprechenden Modell in guter Übereinstimmung mit dem Experiment beschrieben. Wie schon in Abschnitt 6.1 diskutiert wird, hat die Konizität $\tan \alpha_M = \frac{\Delta r}{L_M}$ der Mischrohre, mit Δr als Differenz zwischen dem Eintritts- und Austrittsradius und der Mischrohrlänge L_M , einen deutlichen Einfluss auf die Flammenform und somit auch auf die FTF_{PV} . Ein weiterer wesentlicher Einflussparameter der FTF_{PV} ist die axiale Position der maximalen OH^* -Chemilumineszenzintensität $x_{OH_{\text{max}}}$. Dieser Pa-

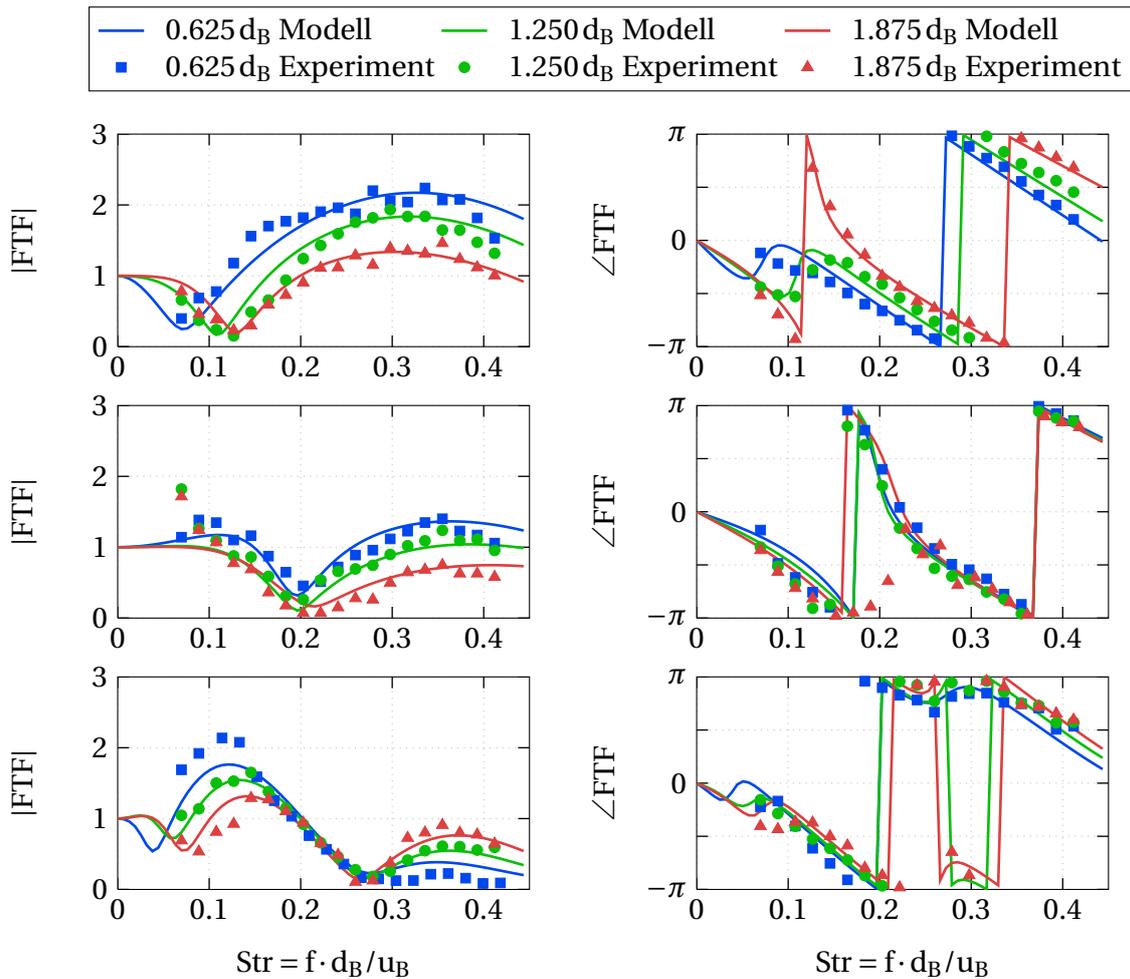


Abbildung 7.12: Vergleich der experimentellen FTF_{PV} der Drallerzeuger mit $F_{axial} = 100\%$ (oben), 50% (mittig) und 30% (unten) und den Mischrohr­längen $L_M = 0.625\text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB (Experiment) mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ beziehungsweise $\lambda = 1.45$ für den Drallerzeuger mit $F_{axial} = 30\%$ und 300°C Vorheizung

parameter wurde schon von Russ et al. [RMB07] verwendet, um Zeitverzöge magerer Vormischflammen zu skalieren und um darauf aufbauend ein Flammenmodell zu entwickeln. Ebenso konnten Alemela et al. [AFH⁺10] $x_{OH_{max}}$ nutzen, um Skalierungsregeln für die Parameter ihres Flammenmodells abzuleiten. Eine Analyse der Flammenparameter aus Tabelle 7.3 für jede freie axiale Querschnittsfläche zeigt, dass die Parameter α_1 und α_2 linear von der Konizität der Mischrohre abhängen. Alle anderen Flammenparameter: τ_1 , n , τ_2 , σ_2 , τ_3 und σ_3 sind lineare Funktionen der Summe aus der Mischrohr­länge und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität. Diese Zusammenhänge sind in Abbildung 7.13 beispielhaft für den Drallerzeuger mit $F_{axial} = 100\%$ und den drei Mischrohren mit $L_M = 0.625\text{ dB}$, $L_M = 1.250\text{ dB}$ und 1.875 dB dargestellt.

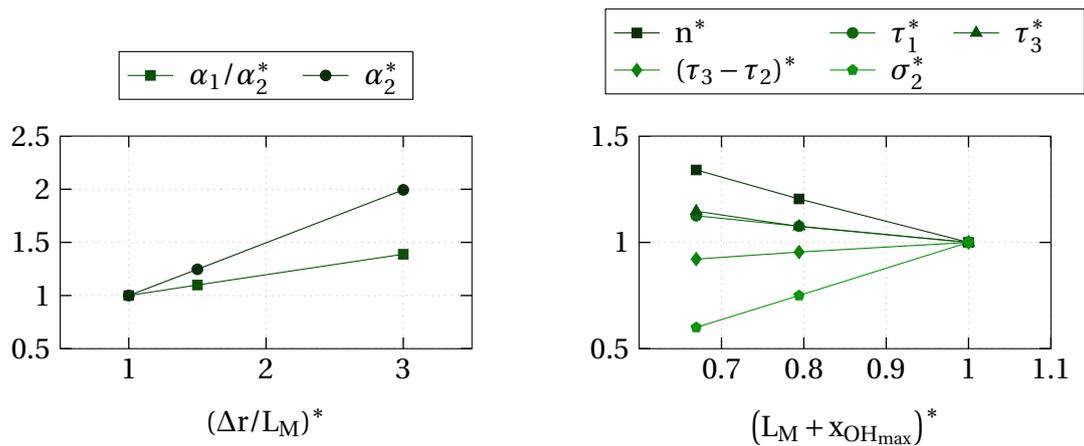


Abbildung 7.13: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$ bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeugers mit dem $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohr

Die Interpolationsfunktionen sowie die linearen Zusammenhänge der anderen beiden Drallerzeuger mit $F_{axial} = 30$ und 50% befinden sich im Anhang F. Zu beachten ist, dass alle Parameter mit den jeweiligen Parametern des Brenners mit dem längsten Mischrohr $L_M = 1.875 d_B$ normalisiert sind. Die normalisierten Parameter sind mit einem * gekennzeichnet.

Wie auch schon für die Parameter des Brennermodells ist die Interpolation der Flammenparameter in einem gegebenen Geometriebereich notwendig, um die Brennergeometrie für ein bestimmtes Verbrennungssystem optimieren zu können. Auf Grund der Variation der Flammenform von scheiben- zu V-förmig für abnehmende freie axiale Querschnittsflächen ist eine Interpolation der Flammenparameter für F_{axial} nicht möglich. Dagegen scheint eine Interpolation der Parameter in Abhängigkeit von $L_M + x_{OH_{max}}$ für die Mischrohrlänge machbar. Um dies zu überprüfen, wurde $x_{OH_{max}}$ für $L_M = 0.9375 d_B$ und $L_M = 1.5625 d_B$ linear interpoliert und aus den linearen Interpolationsfunktionen die Flammenparameter für die beiden Mischrohre bestimmt. Die gute Beschreibung der experimentell bestimmten FTF_{PV} mit den durch Interpolation ermittelten FTF_{PV} , zu sehen in Abbildung 7.14 für $F_{axial} = 100\%$, rechtfertigt die Verwendung der interpolierten Flammenparameter für den Geometrieparameter L_M . Eine experimentelle Validierung der Interpolationsfunktionen für $F_{axial} = 30\%$ und 50% ist nicht erfolgt, scheint aber auf Grund der Möglichkeit, die Flammenparameter ähnlich dem Drallerzeuger mit $F_{axial} = 100\%$

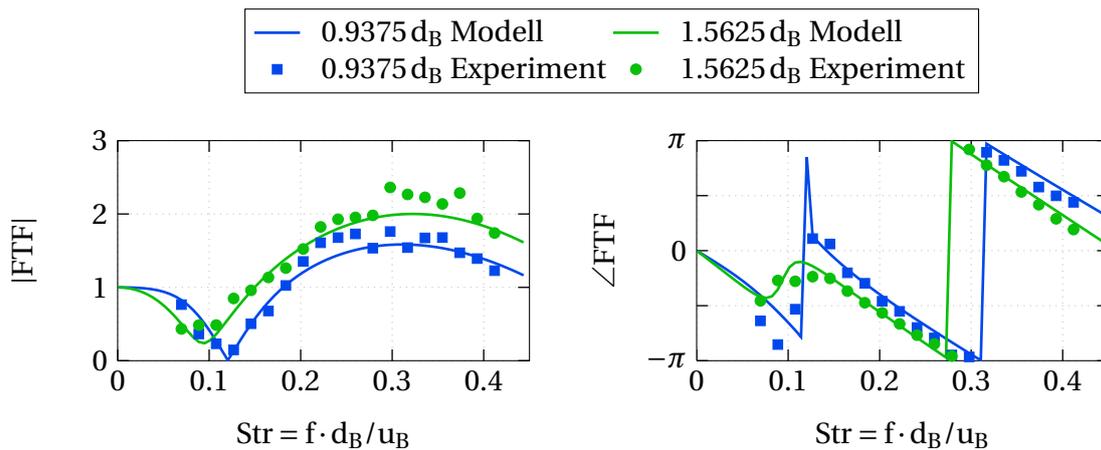


Abbildung 7.14: Validierung des Flammenmodells für die experimentellen FTF_{PV} des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.9375 d_B$ und $1.5625 d_B$ (Experiment) mit dem entsprechenden Modell (Modell) bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und $300^\circ C$ Vorheizung

in linearer Abhängigkeit von $\frac{\Delta r}{L_M}$ und $L_M + x_{OH_{max}}$ darstellen zu können (siehe Anhang F), durchführbar.

Da sowohl die Parameter des Brenner- als auch des Flammenmodells in einem gegebenen Geometriebereich mit linearen Funktionen beschreibbar und zuverlässig interpolierbar sind, ist die Voraussetzung für eine Optimierung der Brennergeometrie bei perfekt vorgemischtem Flammen eines bestimmten Betriebszustandes im Rahmen von linearen Stabilitätsuntersuchungen gegeben.

7.2.2 Variation der Betriebszustände

Eine Erweiterung der Optimierung für eine bestimmte Brennergeometrie auf den Betriebszustand ist mit dem gewählten Flammenmodell (Gleichung 7.4) ebenfalls möglich. Dies wird im Folgenden am Beispiel des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ für eine Variation der Leistung und Luftzahl gezeigt. In den Abbildungen 7.15 und 7.16 ist bei einer Leistung von 50kW und den Luftzahlen $\lambda = 1.3 \dots 1.6$ beziehungsweise einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ und den Leistungen 40 ... 55kW der Vergleich zwischen den experimentellen und modellierten FTF bei perfekter Vormischung dargestellt. Für beide Variationen ist das Modell in der Lage, sowohl die Amplituden als auch die Phasen in guter Übereinstimmung wiederzugeben.

In Tabelle 7.4 sind die Parameter des Flammenmodells für die verschiedenen Betriebszustände angegeben. Ähnlich den Flammenparametern bei Variation der Brennergeometrie folgen die Parameter mit steigender Leistung beziehungsweise Luftzahl einem Trend. Lediglich die Parameter α_1 und α_2 nehmen bei variierender Leistung einen konstanten Wert von $\alpha_1 = 0.75$ ms und $\alpha_2 = 0.78$ ms an. Dies erscheint bei Betrachtung der Minima der Flammen-transferfunktion in Abbildung 7.16 auch sinnvoll, da die Lage des Minimums, die mit diesen beiden Parametern ebenfalls bestimmt wird, für alle Leistungen bei etwa 200 Hz liegt. Im Gegensatz dazu ist das Minimum bei Variation der Luftzahl für steigende λ zu kleineren Frequenzen verschoben. Dieses Verhalten wird mit dem steigenden Parameter α_2 über den Zusammenhang $f = \frac{1}{2\pi \cdot \alpha_2}$ vom Modell entsprechend wiedergegeben.

Tabelle 7.4: Parameter des Flammenmodells für die perfekte Vormischung bei Variation der Leistung und der Luftzahl des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ (τ und σ in ms)

Luftzahl	Leistung	τ_1	α_1	α_2	n	τ_2	σ_2	τ_3	σ_3
1.4	40kW	1.80	0.75	0.78	0.65	0.98	0.16	2.10	0.16
	45kW	1.64	0.75	0.78	0.80	0.94	0.18	2.05	0.18
	50kW	1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.20	2.00	0.20
	55kW	1.42	0.75	0.78	0.98	0.85	0.22	1.94	0.22
1.3		1.49	0.66	0.70	0.79	0.75	0.188	1.80	0.188
1.4	50kW	1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.200	2.00	0.200
1.5		1.64	0.89	0.90	1.00	1.13	0.215	2.33	0.215
1.6		1.79	1.12	1.08	1.20	1.50	0.240	2.86	0.240

Auch die Flammenparameter bei verschiedenen Betriebszuständen lassen sich mit linearen Funktionen in Abhängigkeit von $L_M + x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ beschreiben. Dies erfolgt auf Grund der identischen Brennergeometrie mit $\frac{\Delta r}{L_M} = \text{konstant}$ ebenfalls für α_1 und α_2 . In Abbildung 7.17 sind diese Zusammenhänge gezeigt. Dabei sind die Parameter bei Variation der Luftzahl normiert mit den Parametern für $\lambda = 1.3$ und bei variierender Leistung mit den Parametern des 40kW

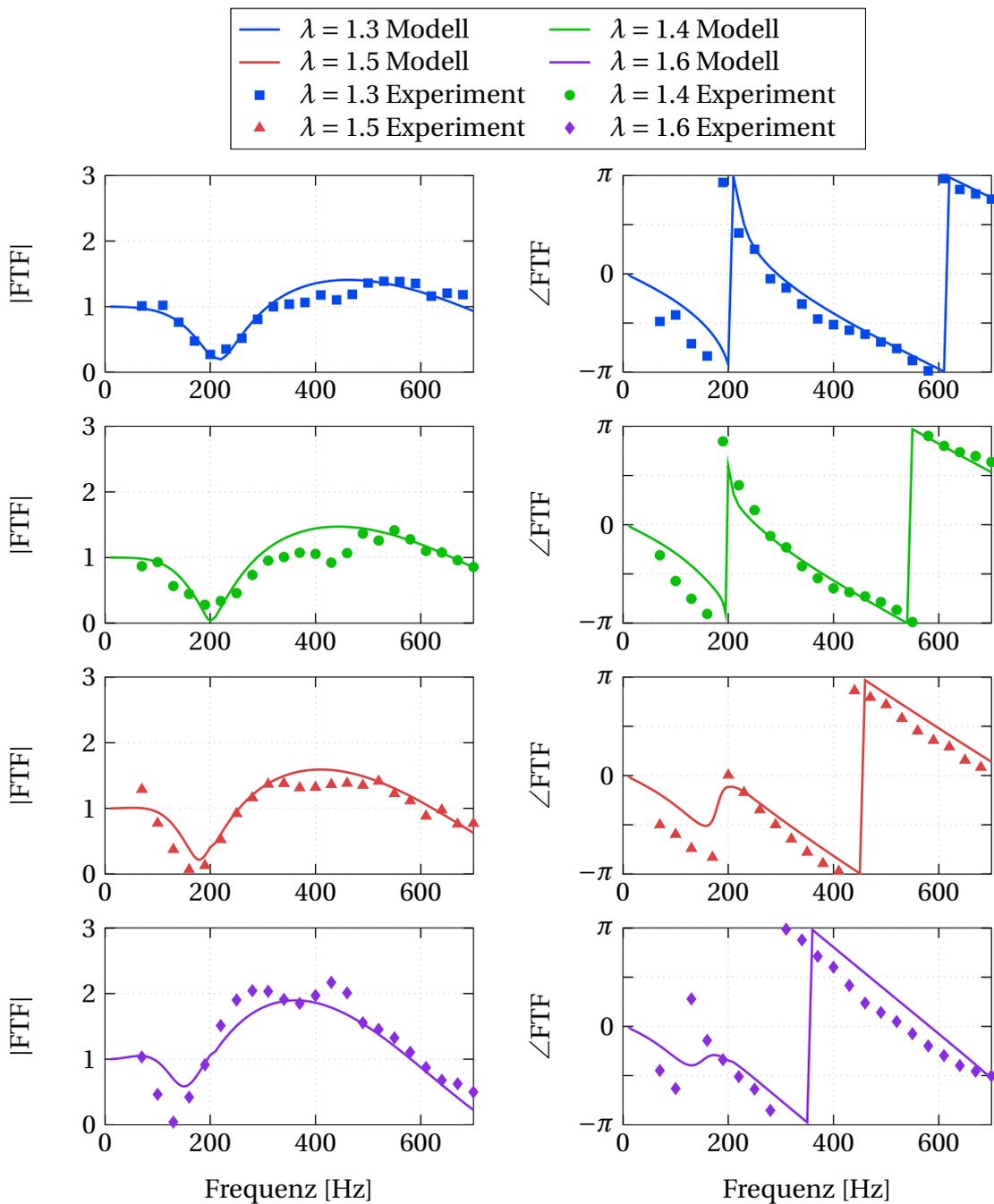


Abbildung 7.15: Vergleich der experimentellen FTF_{PV} (Experiment) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei verschiedenen Luftzahlen mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei 50kW und 300°C Vorheizung

Betriebszustandes. Gekennzeichnet sind die normierten Parameter mit einem *. Die entsprechenden linearen Funktionen befinden sich im Anhang G.

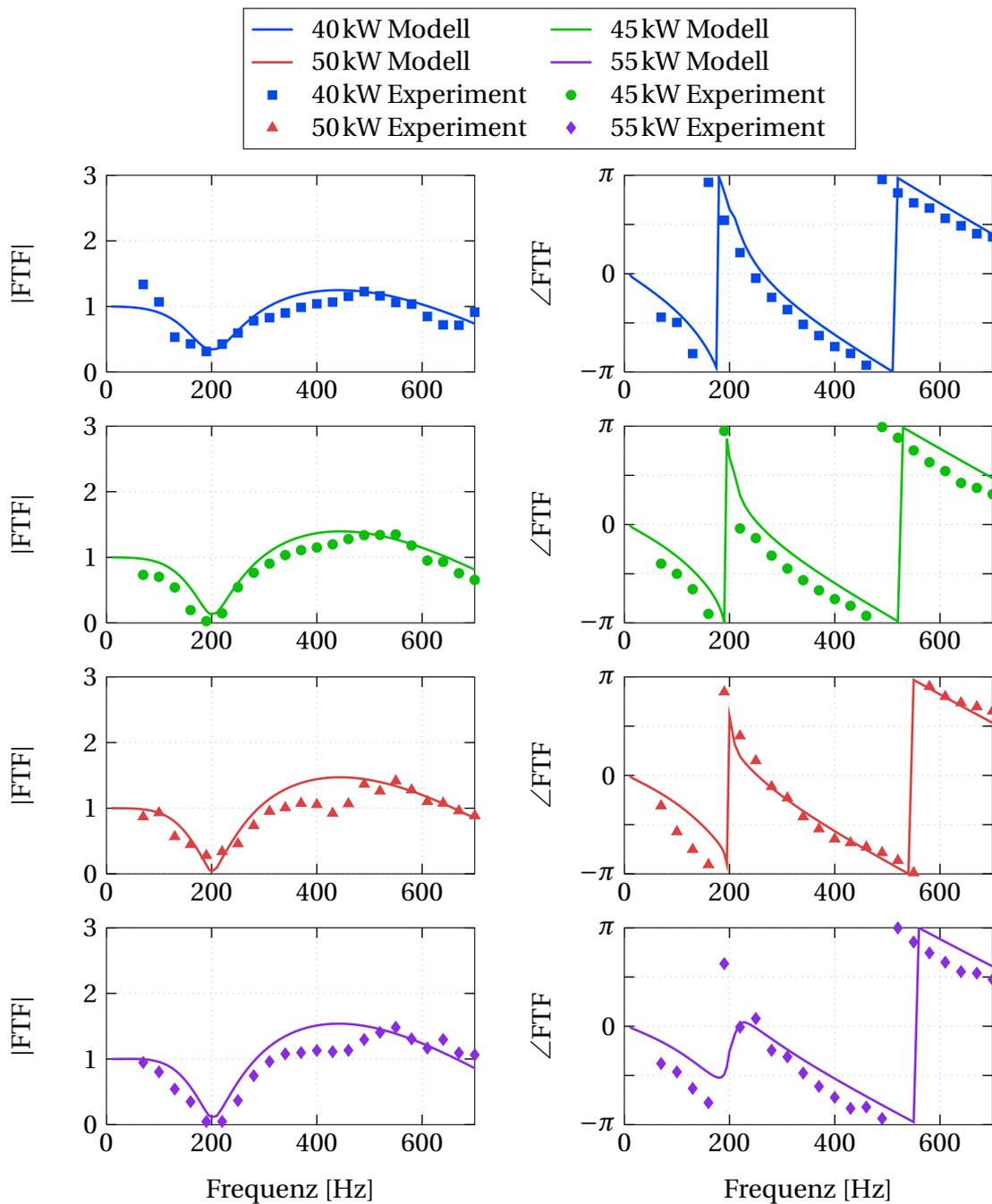


Abbildung 7.16: Vergleich der experimentellen FTF_{PV} (Experiment) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei verschiedenen Leistungen mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Eine Validierung der Interpolationsfunktionen ist nicht erfolgt, scheint aber auf Grund der linearen Abhängigkeit der Flammenparameter von $L_M + x_{OH_{max}}$ machbar zu sein.

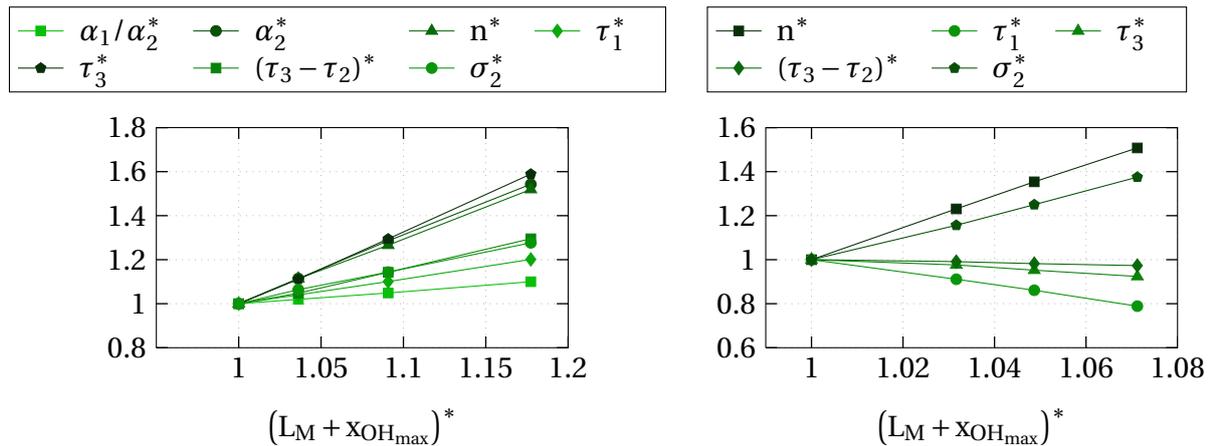


Abbildung 7.17: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeugers bei $\lambda = 1.3$ sowie 40 kW.

Links: 50 kW und den Luftzahlen $\lambda = 1.3$ bis 1.6

Rechts: $\lambda = 1.4$ und den Leistungen 40 kW bis 55 kW

Mit der Beschreibung der Brenner- und Flammenparameter durch lineare Funktionen ist für die perfekte Vormischung die Möglichkeit gegeben, sowohl die Brennergeometrie als auch den Betriebszustand im Rahmen des untersuchten Interpolationsbereiches für ein bestimmtes Verbrennungssystem durch Stabilitätsanalysen zu optimieren.

7.3 Flammenmodell für technisch vorgemischte Flammen

Dem Vorschlag von Schuermans et al. [SBG⁺04] und Freitag [Fre09] folgend, sollten Flammentransferfunktionen technisch vorgemischter Flammen FTF_{TV} aus den Flammeneigenschaften perfekter Vormischflammen FTF_{PV} und dem Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen FTF_{ϕ} darstellbar sein. Die experimentelle Bestimmung von FTF_{ϕ} in Abschnitt 6.3 lässt vermuten, dass die Gemischzusammensetzungsschwankungen mit einem einfachen Zeitverzugsmodell gemäß $e^{i\omega\tau_{\phi} - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_{\phi}^2}$ zu beschreiben sind. Dementsprechend wurde die Flammentransferfunktion perfekt vorgemischter Flammen, Gleichung 7.4, um dieses mit einem Verstärkungsfaktor n_{ϕ} versehende Zeitverzugsmodell erweitert.

$$\begin{aligned}
 FTF_{TV}(\omega) = & \underbrace{\frac{e^{-i\omega\tau_1}}{1 + \alpha_1 i\omega + (\alpha_2 i\omega)^2}}_{\text{Term 1}} + \underbrace{n \cdot (e^{-i\omega\tau_2 - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_2^2} - e^{-i\omega\tau_3 - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_3^2})}_{\text{Term 2}} \\
 & - \underbrace{n_\phi \cdot (e^{-i\omega\tau_\phi - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_\phi^2})}_{\text{Term 3}}
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Unter Berücksichtigung des Grenzwertverhaltens der beiden Funktionen FTF_{PV} und FTF_{TV} für sehr kleine Frequenzen (siehe Abschnitt 2.5) muss FTF_ϕ ein negatives Vorzeichen haben und der Verstärkungsfaktor $n_\phi = 1$ gesetzt werden. Nur dann sind die beiden Abschätzungen

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \widehat{FTF}_{TV}(\omega) = 0 \tag{7.6}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi_{FTF_\phi}(\omega) = \pi \tag{7.7}$$

mit $FTF_{TV} = FTF_{PV} + FTF_\phi$ gewährleistet.

7.3.1 Variation der Geometrieparameter

Auf Grund der Annahmen, dass sich die FTF_{TV} als Summe aus FTF_{PV} und FTF_ϕ zusammensetzt und der ähnlichen Form und Position der Flamme, werden für die Zeitverzüge τ_2 und τ_3 sowie den Zeitverzugsverteilungen σ_2 und σ_3 ähnliche Werte erwartet. Dies ist nicht der Fall für die Parameter τ_1 , α_1 und α_2 , da aus Abbildung 6.13 deutlich wird, dass das Minimum im niedrigen Frequenzbereich bei technischer Vormischung zu niedrigeren Frequenzen verschoben ist als bei perfekt vorgemischten Flammen. Damit können die drei Parameter, mit denen das Minimum im Wesentlichen modelliert wird, nicht die gleichen Werte aufweisen. In Tabelle 7.5 sind sowohl die Flammenparameter für technisch (schwarz) als auch für perfekt vorgemischte Flammen (grau) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den drei Mischrohren der Länge $L_M = 0.625 \text{ dB}$, 1.250 dB und 1.875 dB für einen Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ angegeben.

Wie erwartet, unterscheiden sich die Flammenparameter τ_2 , τ_3 , σ_2 und σ_3 im Gegensatz zu den Parametern τ_1 , α_1 und α_2 nur geringfügig. Dies bestätigt die Annahme einer ähnlichen Form und Position der Flamme bei perfekter

Tabelle 7.5: Parameter des Flammenmodells für die technische Vormischung in schwarz und zum Vergleich die Parameter bei perfekter Vormischung in grau bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung (τ und σ in ms)

F_{axial}	L_M/d_B	τ_1	α_1	α_2	n	τ_2	σ_2	τ_3	σ_3	n_ϕ	τ_ϕ	σ_ϕ
100%	0.625	1.40	1.30	1.90	1.50	1.30	0.12	2.40	0.12	1	2.85	0.14
		1.74	2.08	1.08	1.18	1.28	0.12	2.29	0.12			
	1.250	1.25	1.00	1.60	1.28	1.20	0.15	2.32	0.15	1	3.00	0.20
		1.67	1.03	0.86	1.06	1.10	0.15	2.15	0.15			
	1.875	1.00	0.90	1.50	0.90	1.05	0.20	2.20	0.20	1	3.22	0.30
		1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.20	2.00	0.20			

und technischer Vormischung. Auch Schuermans et al. [SBG⁺04] können perfekt und technisch vorgemischte Flammen mit nur leichten Abweichungen der Flammenparameter modellieren. Sie begründen diese Abweichungen mit geringen Unterschieden in der Flammenposition. Ihr Modellierungsansatz, auf dem das hier verwendete Flammenmodell für technische Vormischung basiert, führt trotz der abweichenden Flammenparameter zu einer guten Übereinstimmung von Experiment und Modell. Die Werte des Parameters τ_ϕ nehmen mit steigender Mischrohrlänge zu. Dies ist physikalisch sinnvoll, da Gemischzusammensetzungsschwankungen, die im Drallerzeuger entstehen, für größere L_M eine längere Strecke bis zum Brenneraustritt zurücklegen müssen. Auch die Zunahme von σ_ϕ mit steigendem L_M verhält sich konform zu der in Abschnitt 6.3 gemachten Beobachtung, der Reduzierung der Gemischzusammensetzungsschwankungen bei Durchströmung längerer Mischrohre.

In Abbildung 7.18 sind neben der experimentellen und modellierten FTF_{TV} auch die drei Terme des Modellierungsansatzes beispielhaft für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und $L_M = 0.625 d_B$ dargestellt. Ähnlich dem Modell der perfekten Vormischung hat der erste Term nur im niedrigen Frequenzbereich Einfluss auf die FTF_{TV} . Auf Grund nahezu gleicher Flammenparameter des zweiten Terms ergeben sich für die Amplitude und Phase beider Modellierungsansätze kaum Unterschiede. Der zusätzliche dritte Term hat im Amplitudenverlauf, wie auch schon in Abbildung 6.14 experimentell bestimmt wurde, Einfluss auf den gesamten Frequenzbereich.

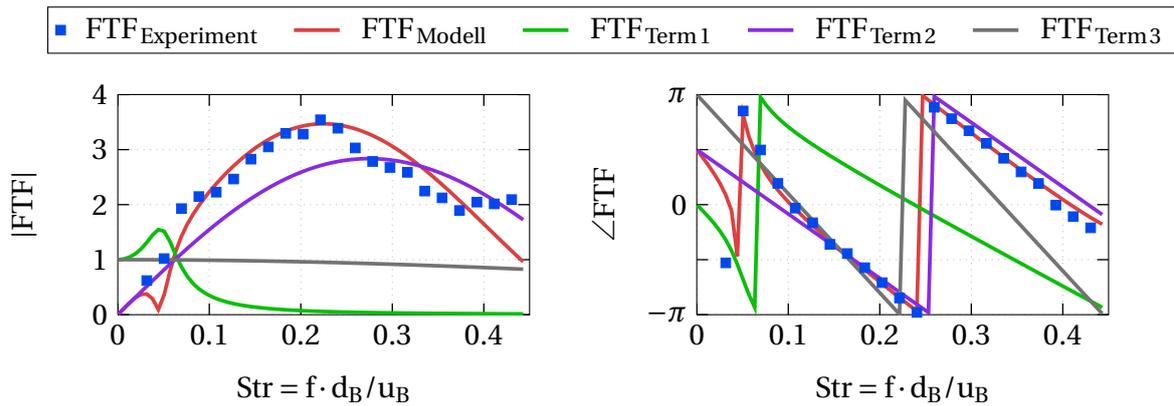


Abbildung 7.18: Experimentelle FTF_{TV} ($FTF_{\text{Experiment}}$), modellierte FTF (FTF_{Modell}) und die drei Terme der modellierten FTF (FTF_{Term1} , FTF_{Term2} und FTF_{Term3}) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 0.625 d_B$ bei technischer Vormischung mit 50kW und $\lambda = 1.4$

Zu beachten ist in dieser Aufteilung allerdings, dass der dritte Term den Einfluss der Gemischzusammensetzungsschwankungen nicht vollständig beschreibt, da nicht alle Parameter des Flammenmodells für perfekt vorgemischte Flammen zur Modellierung der FTF_{TV} übernommen werden konnten. Dennoch ist der Modellierungsansatz geeignet, um die FTF_{TV} zu beschreiben.

In Abbildung 7.19 sind experimentell und modellierte Flammentransferfunktionen des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ für einen Betriebszustand von 50kW und

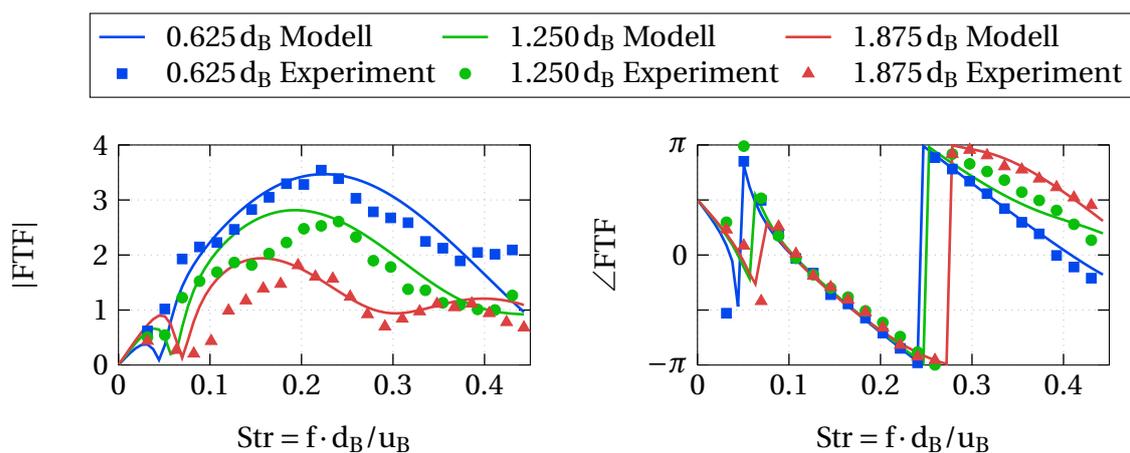


Abbildung 7.19: Vergleich der experimentellen FTF des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$, $1.250 d_B$ und $1.875 d_B$ (Experiment) mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

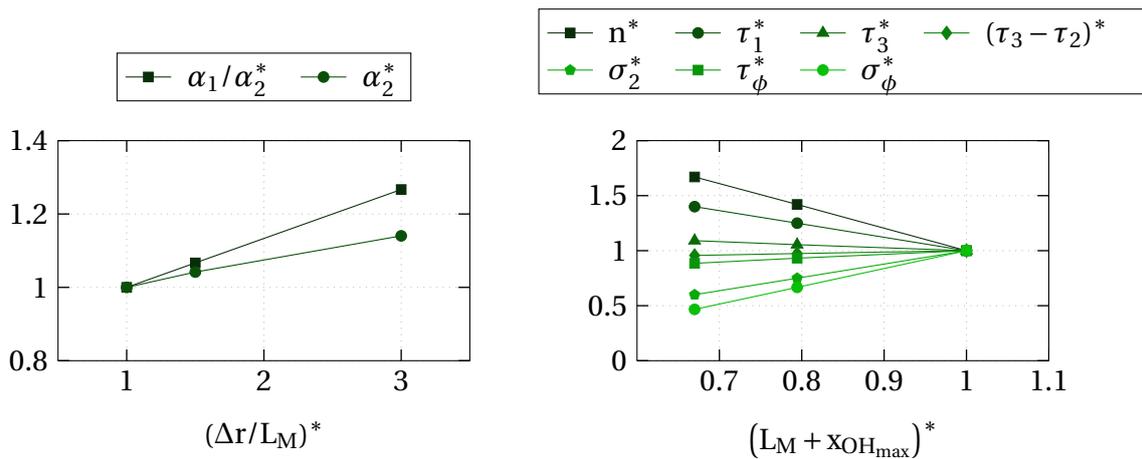


Abbildung 7.20: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$ bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeugers mit dem $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohr

$\lambda = 1.4$ im Vergleich dargestellt. Die gute Übereinstimmung ist sowohl für die Amplitude als auch für die Phase erkennbar.

Abbildung 7.20 veranschaulicht für die Flammenparameter technisch vorge-mischter Flammen die lineare Abhängigkeit der Parameter α_1 und α_2 von $\frac{\Delta r}{L_M}$ sowie der Parameter τ_1 , n , τ_2 , σ_2 , τ_3 , σ_3 , τ_ϕ und σ_ϕ von $L_M + x_{\text{OH}_{\text{max}}}$, jeweils normiert mit den entsprechenden Parametern des längsten Misch-rohres $L_M = 1.875 d_B$ (gekennzeichnet mit einem *). Da die Parameter, ähnlich denen perfekt vorgemischter Flammen, mit linearen Funktionen in Abhängigkeit der Brennergeometrie und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität beschreibbar sind (siehe Anhang F), scheint auch für die technische Vormischverbrennung die Interpolation der Flam-menparameter und damit der FTF_{TV} in einem gegebenen Geometriebereich möglich. Dies ist, wie schon erwähnt, eine notwendige Voraussetzung zur Durchführung von linearen Stabilitätsuntersuchungen.

7.3.2 Variation der Betriebszustände

Auch für die technische Vormischung ist eine Optimierung des Betriebszu-standes für eine bestimmte Brennergeometrie durch die lineare Interpola-tion der Flammenparameter möglich. Dies wird hier ebenfalls für den Draller-zeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei variierender

Leistung und Luftzahl gezeigt. Die Abbildungen 7.21 und 7.22 stellen bei einer Leistung von 50kW und den Luftzahlen $\lambda = 1.3 \dots 1.6$ beziehungsweise einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ und den Leistungen 40 ... 55kW den Vergleich zwischen

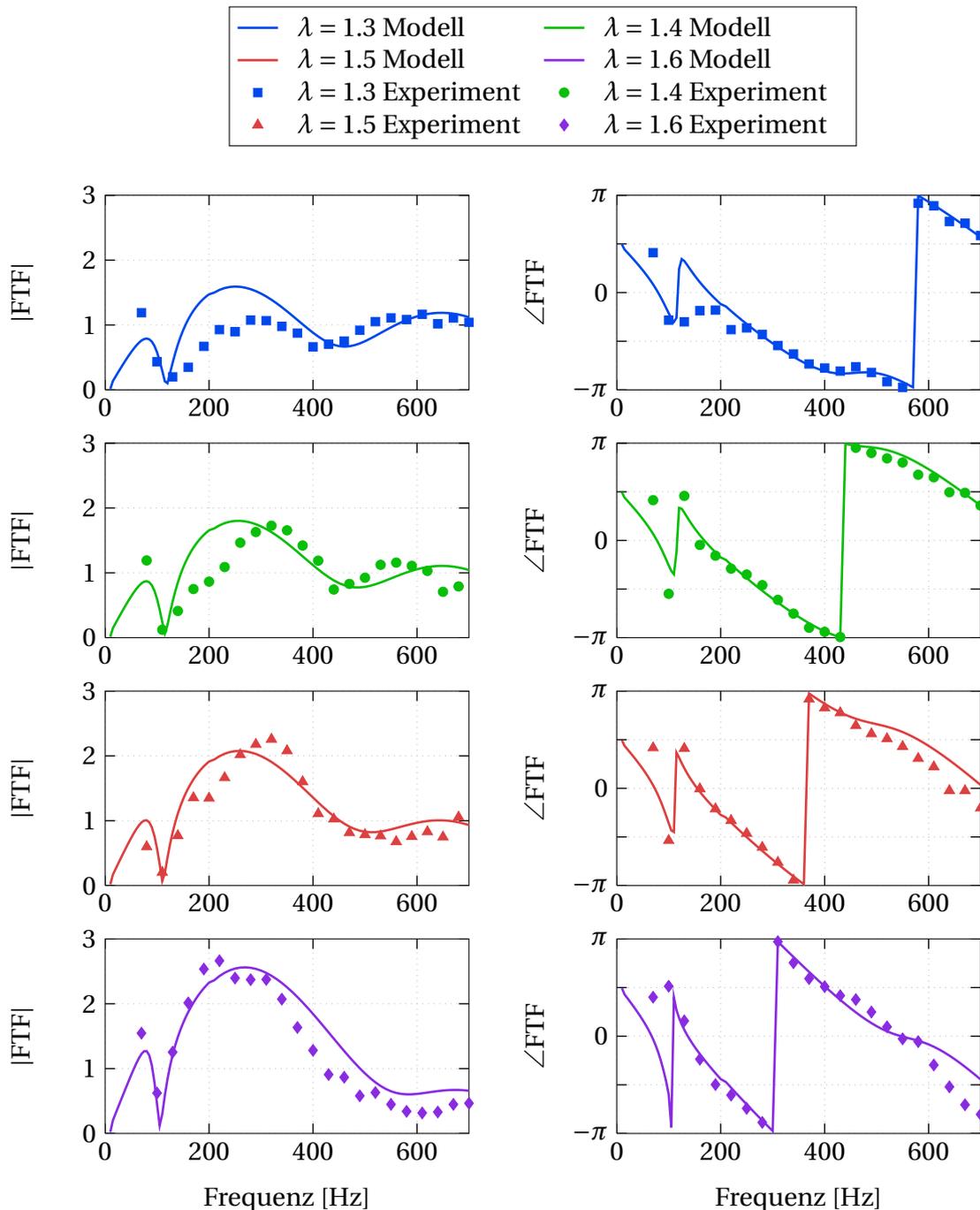


Abbildung 7.21: Vergleich der experimentellen FTF_{TV} (Experiment) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei verschiedenen Luftzahlen mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei 50kW und 300°C Vorheizung

Tabelle 7.6: Parameter des Flammenmodells für die technische Vormischung in schwarz und zum Vergleich die Parameter bei perfekter Vormischung in grau bei Variation der Leistung und der Luftzahl des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ (τ und σ in ms)

Luftzahl	Leistung	τ_1	α_1	α_2	n	τ_2	σ_2	τ_3	σ_3	n_ϕ	τ_ϕ	σ_ϕ	
1.4	40kW	1.22	0.90	1.50	0.68	1.22	0.15	2.15	0.15	1	3.26	0.54	
		1.80	0.75	0.78	0.65	0.98	0.16	2.10	0.16				
	45kW	1.07	0.90	1.50	0.82	1.11	0.18	2.18	0.18	1	3.24	0.38	
		1.64	0.75	0.78	0.80	0.94	0.18	2.05	0.18				
	50kW	1.00	0.90	1.50	0.90	1.05	0.20	2.20	0.20	1	3.22	0.30	
		1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.20	2.00	0.20				
	55kW	0.90	0.90	1.50	1.00	0.97	0.22	2.22	0.22	1	3.20	0.19	
		1.42	0.75	0.78	0.98	0.85	0.22	1.94	0.22				
	1.3		0.90	0.93	1.46	0.81	0.90	0.190	2.00	0.190	1	3.10	0.31
			1.49	0.66	0.70	0.79	0.75	0.188	1.80	0.188			
	1.4		1.00	0.90	1.50	0.90	1.05	0.200	2.20	0.200	1	3.22	0.30
		50kW	1.55	0.75	0.78	0.88	0.90	0.200	2.00	0.200			
1.5		1.15	0.86	1.58	1.02	1.28	0.220	2.50	0.220	1	3.45	0.28	
		1.64	0.89	0.90	1.00	1.13	0.215	2.33	0.215				
1.6		1.40	0.78	1.70	1.21	1.70	0.250	3.02	0.250	1	3.80	0.25	
		1.79	1.12	1.08	1.20	1.50	0.240	2.86	0.240				

den experimentellen und modellierten FTF bei technischer Vormischung dar. Ähnlich der perfekten Vormischung ist das Modell in der Lage, für beide Variationen sowohl die Amplituden als auch die Phasen in guter Übereinstimmung wiederzugeben.

Basierend auf den Annahmen, dass sich die FTF_{TV} als Summe der FTF_{PV} und FTF_ϕ darstellen lässt und der ähnlichen Form und Position der Flamme werden für die Zeitverzögerungen τ_2 und τ_3 sowie die Zeitverzögerungsverteilungen σ_2 und σ_3 auch bei Variation des Betriebszustandes ähnliche Werte erwartet. In Tabelle 7.6 sind die Flammenparameter bei technischer Vormischung (schwarz) im Vergleich zu den Parametern der perfekten Vormischung (grau) für den Drall-

erzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ angegeben. Sowohl bei variierender Leistung als auch bei variierender Luftzahl sind die Unterschiede dieser Parameter gering. Auffallend ist die geringe Abnahme des

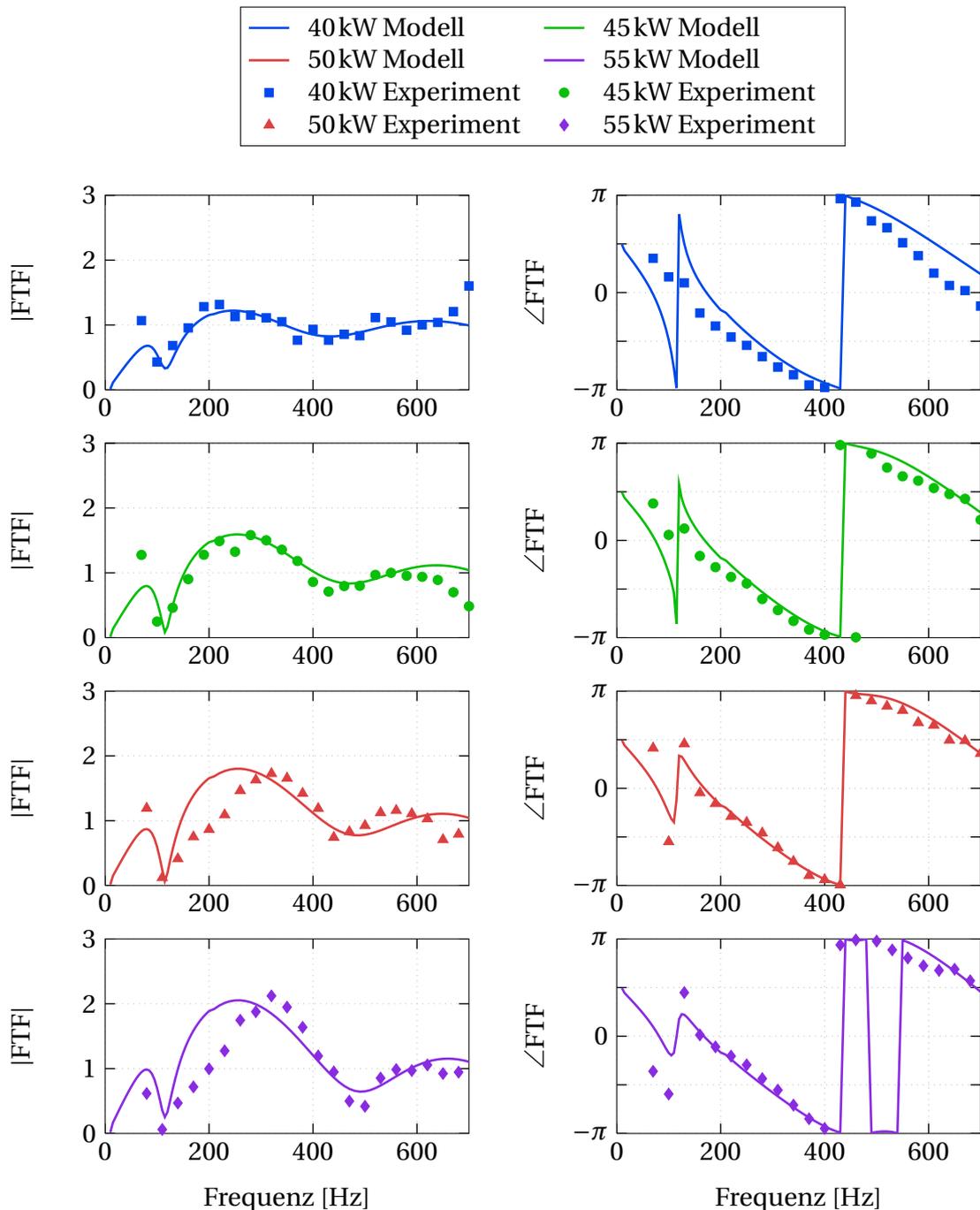


Abbildung 7.22: Vergleich der experimentellen FTF_{TV} (Experiment) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei verschiedenen Leistungen mit dem entsprechenden Flammenmodell (Modell) bei $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Zeitverzugs τ_ϕ bei steigender Leistung um etwa 1.84% im Vergleich zur deutlicheren Zunahme bei steigender Luftzahl mit etwa 22.58%. Die Zeitverzugsverteilung σ_ϕ nimmt in beiden Fällen ab, allerdings mit 35.19% bei der Variation der Leistung und nur etwa 19.35% bei variierender Luftzahl. Eine Abschätzung der Verzugszeit vom Drallerzeuger bis zu $x_{OH_{max}}$ mit der mittleren Brenneraustrittsgeschwindigkeit \bar{u}_B liefert für die Variation der Leistung und der Luftzahl den gleichen Trend. Somit erscheint dieses Parameterverhalten physikalisch sinnvoll. Die Abnahme von σ_ϕ lässt sich bei gleicher Brennergeometrie nicht mit Hilfe der Flammenausdehnung L_F erklären, die sich bei beiden Variationen nur geringfügig (unter 6%) ändert. Somit ist dieses Parameterverhalten entweder begründet durch mögliche Gradienten der Strömungsgeschwindigkeit vom Drallerzeuger zur Flamme oder unterliegt dem teilweise Fit-basierten Ansatz des Flammenmodells. Mit diesem Ansatz sind nicht alle Parameter mit einem physikalischen Hintergrund erklärbar, sondern ergeben sich lediglich als Fit-Parameter.

Wie schon erwähnt, sind die Voraussetzungen für eine Optimierung im Rahmen der untersuchten Betriebszustände bei technischer Vormischung gegeben. Die dafür notwendigen linearen Zusammenhänge der Flammenparameter in Abhängigkeit von $L_M + x_{OH_{max}}$ sind in Abbildung 7.23 dargestellt. Die Pa-

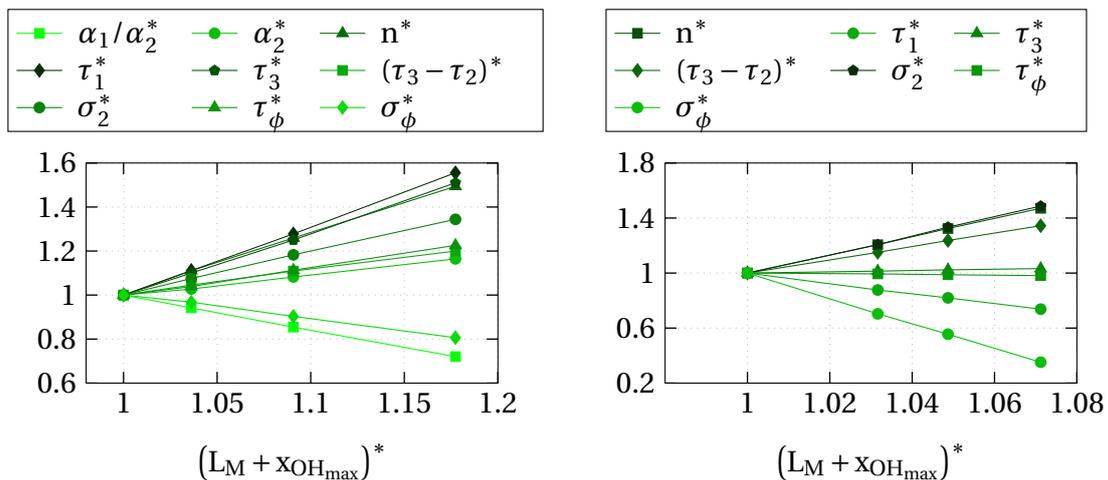


Abbildung 7.23: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei technischer Vormischung normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeugers bei $\lambda = 1.3$ sowie 40 kW.

Links: 50 kW und den Luftzahlen $\lambda = 1.3$ bis 1.6

Rechts: $\lambda = 1.4$ und den Leistungen 40 kW bis 55 kW

parameter bei Variation der Luftzahl sind hierbei normiert mit den Parametern für $\lambda = 1.3$ und bei variierender Leistung mit den Parametern des 40kW Betriebszustandes (gekennzeichnet mit einem *). Die entsprechenden linearen Funktionen befinden sich im Anhang G.

Für den untersuchten Betriebsbereich ist bei technischer Vormischung ebenfalls keine Validierung der linearen Interpolationsfunktionen erfolgt.

8 Bestimmung stabiler und instabiler Eigenmoden

Das Treffen einer Aussage über das Stabilitätsverhalten eines bestimmten Verbrennungssystems mittels Stabilitätsanalysen erfordert neben möglichst exakten Modellen der Brenner- und Flammeneigenschaften ebenfalls ein ausreichend genaues Modell des Verbrennungssystems. In diesem Kapitel wird zur Beurteilung der Stabilität ausgewählter Betriebszustände in dem modifizierten Einzelbrennerversuchsstand zunächst das Netzwerkmodell des Versuchstandes mit integriertem Modell des Brenners und der Flamme validiert. Darauf folgt die experimentelle Bestimmung stabiler und instabiler Eigenmoden, die durch Anwendung der OLG-Methode nachgerechnet werden.

8.1 Modifikation des Versuchsstandes zur Erzeugung selbsterregter Verbrennungsinstabilitäten

Um die Möglichkeit der Optimierung der Brennergeometrie durch Variation der freien axialen Querschnittsfläche F_{axial} und der Mischrohrlänge L_M für ein bestimmtes Verbrennungssystem im Rahmen von Stabilitätsanalysen zu gewährleisten, muss sichergestellt sein, dass die Brennergeometrie unter bestimmten Bedingungen zu einer instabilen Verbrennung führt. Durch die Anwendung der OLG-Analyse an einem Netzwerkmodell des entsprechenden Verbrennungssystems muss die Instabilität zusätzlich wiedergegeben werden. Dies wird an dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Einzelbrennerversuchsstand gezeigt. Da in dem mit einer reflexionsarmen, stromab liegenden Randbedingung versehenen Versuchsstand keine selbsterregten Verbrennungsinstabilitäten auftreten, wurde die Randbedingung (Rohrsegment der Länge $L_S = 16\text{mm}$ und Lochscheibe) durch eine Venturidüse [Eck04] ersetzt. Der entsprechende Reflexionskoeffizient ist in Abbildung 8.1 über den untersuchten Frequenzbereich von 0 ... 700 Hz dargestellt.

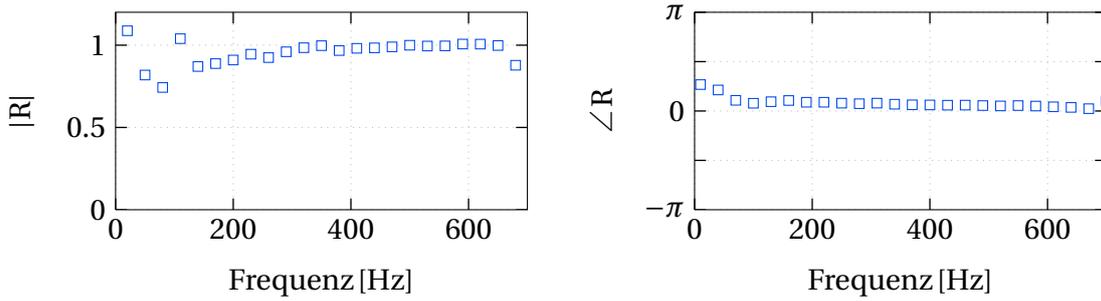


Abbildung 8.1: Reflexionskoeffizient der Venturidüse bei 50 kW, $\lambda = 1.6$ und 300 °C Vorheizung (stabiler Betriebszustand)

8.2 Netzwerkmodell des Versuchsstandes ohne Verbrennung

Bevor Stabilitätsanalysen der Brennergeometrie am Einzelbrennerversuchsstand durchgeführt werden können, muss ein entsprechendes Netzwerk-

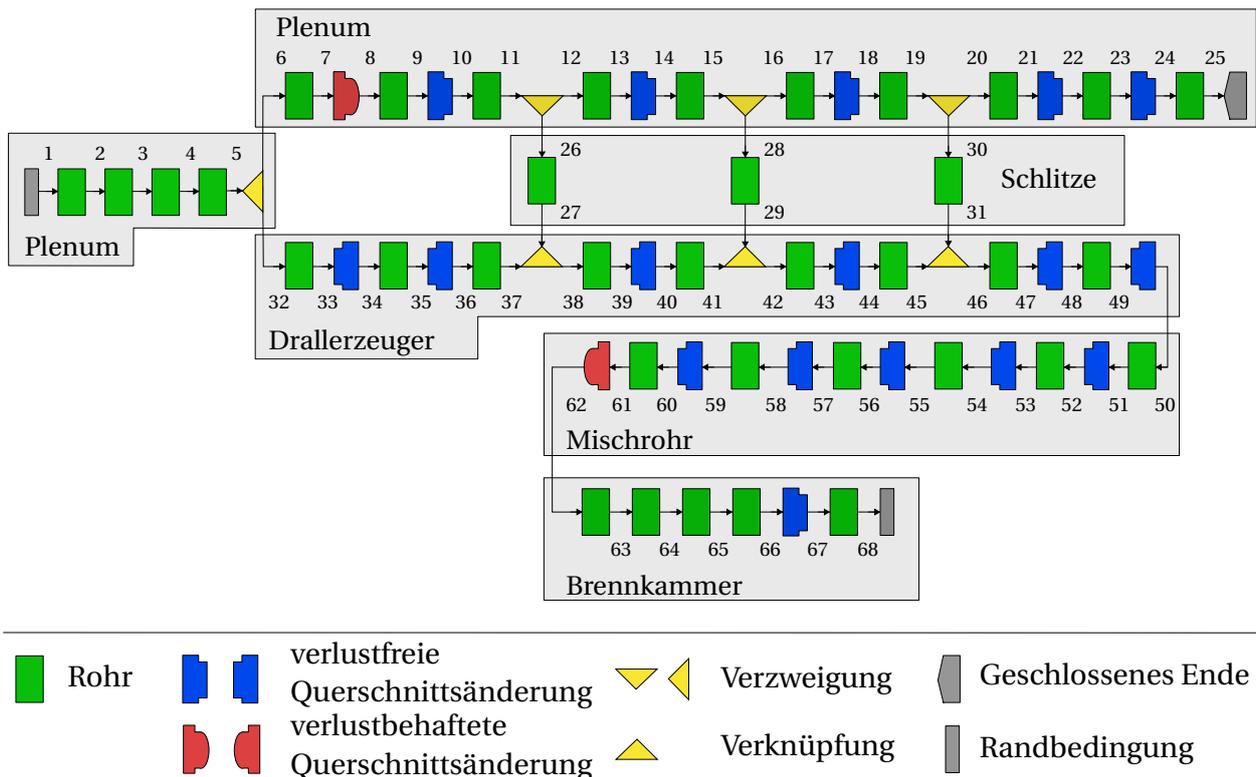


Abbildung 8.2: Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes bei Verwendung einer reflexionsarmen Randbedingung (Lochscheibe) ohne Verbrennung

modell erstellt und validiert werden. Die Validierung dieses Modells erfolgte auf Grund der auftretenden Instabilitäten bei Verwendung der Düse als Randbedingung mit der reflexionsarmen Randbedingung (Lochscheibe). In Abbildung 8.2 ist das Netzwerkmodell des Versuchszustandes samt Brenner zu sehen. Sowohl das Plenum als auch die Brennkammer sind durch Rohrelemente modelliert. Als Randbedingung wurde der frequenzabhängige, experimentell bestimmte Reflexionskoeffizient (siehe Abbildung 3.2) verwendet. Aus diesem Modell des Versuchszustandes lassen sich an jedem Knoten die akustischen Druckschwankungen p' für einen gegebenen Frequenzbereich berechnen.

Validierung des Netzwerkmodells ohne Verbrennung

Zunächst wird das Netzwerkmodell des Versuchszustandes für den Drallerzeuger mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ ohne Verbrennung, also nur bei Durchströmung von 25 g/s auf 300 °C vorgeheizter Luft im Plenum und auf etwa 200 °C abgekühlter Luft in der Brennkammer, validiert. Dazu werden die Druckdaten an dem im Plenum liegenden Knoten 2 und dem Knoten 63 in der Brennkammer mit den experimentell ermittelten Druckdaten der sich an diesen Positionen befindenden Druckaufnehmern verglichen. Die Anregungsamplitude im Netzwerkmodell wurde so gewählt, dass die experimentellen und modellierten Druckminima im Plenum aufeinanderliegen. In Abbildung 8.3 sind die Amplituden- und Phasenverläufe im Plenum bei

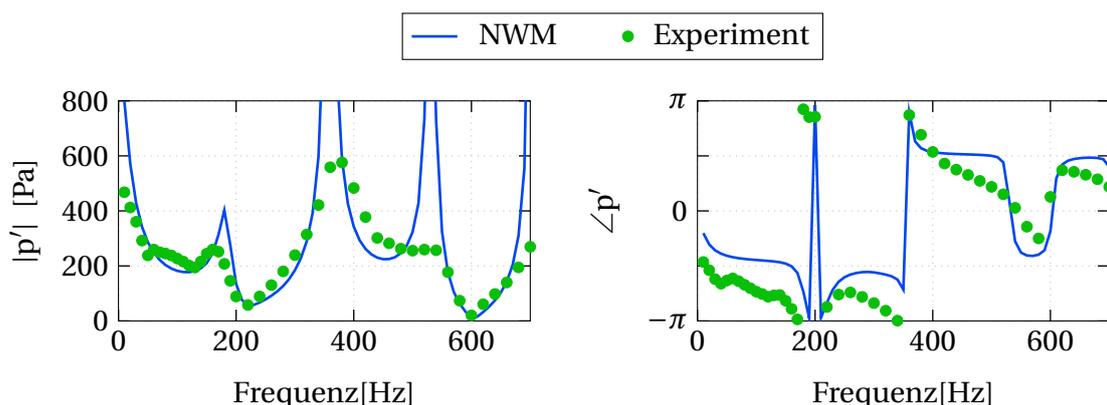


Abbildung 8.3: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ($x_p = -0.655$ m am Knoten 2) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten (NWM) Daten mit 25 g/s Luft bei 300 °C Vorheizung

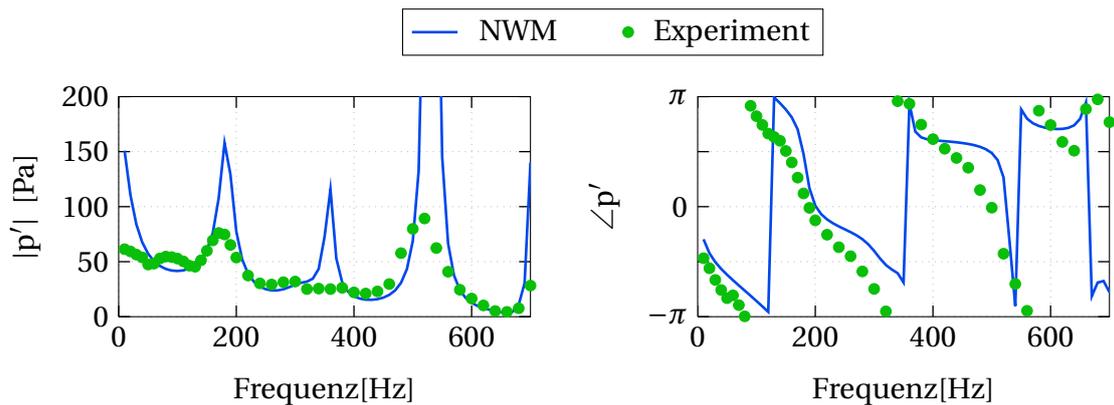


Abbildung 8.4: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ($x_{BK} = +0.450\text{m}$ am Knoten 63) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875\text{dB}$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten (NWM) Daten mit 25g/s Luft bei 300°C Vorheizung

$x_P = -0.655\text{m}$ und in Abbildung 8.4 in der Brennkammer bei $x_{BK} = +0.450\text{m}$ im Fall der stromaufliegenden Anregung zu sehen. Hierbei entspricht die Nullebene mit $x_0 = 0\text{m}$ dem Übergang vom Brenner in die Brennkammer. Sowohl die Amplituden, insbesondere die Resonanzfrequenzen, als auch die Phasen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der experimentellen und modellierten Druckdaten. Es ist allerdings ebenfalls erkennbar, dass die modellierten Amplitudenwerte über den experimentellen Werten liegen und die modellierten Phasenverläufe steiler verlaufen. Dies ist auf fehlende Dämpfung im System zurückzuführen. Die verlustfrei modellierten Rohre im Plenum scheinen dabei größere Auswirkungen zu haben als die in der Brennkammer, in der die Druckdaten, besonders die Phasen, einen ähnlicheren Verlauf haben. Vermutlich ist dies verursacht durch den verlustbehaftet modellierten Brenner. Auf fehlender Dämpfung basierende Unterschiede zwischen Modell und Experiment sind ebenfalls in den modellierten Druckdaten von Neunert [Neu09] und Alemela et al. [AFH⁺10] zu sehen. Neunert konnte die Abweichungen durch Ersetzen einzelner Teile seines Netzwerkmodells mit experimentell bestimmten Transfermatrizen verbessern. Auf Grund der sehr guten Modellierung der Brennertransfermatrizen (siehe Abschnitt 7.1) führt ein Ersetzen des Brennermodells durch eine experimentelle Brennertransfermatrix zu keiner merklichen Verbesserung der Genauigkeit des verwendeten Netzwerkmodells. Dies ist in Anhang H verdeutlicht. In [Ale09] wurde gezeigt, dass durch die Verwendung von Rohrelementen, die thermo-viskose

Wandreibung berücksichtigen, eine sehr gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und modellierten Druckdaten erzielt werden kann. Dies ist allerdings nur dann möglich, wenn ein zusätzlicher Dämpfungskoeffizient zur Berücksichtigung der Wandrauigkeit unrealistisch hohe Werte annimmt. Auch für das hier verwendete Netzwerkmodell können die Druckdaten bei Verwendung von verlustbehafteten Rohrelementen im Plenum und in der Brennkammer in sehr gute Übereinstimmung gebracht werden (siehe Anhang H). Da aber dieser dafür notwendige zusätzliche Dämpfungskoeffizient unrealistisch hohe Werte annimmt und die Stabilität des untersuchten Verbrennungssystems bei Verwendung reibungsbehafteter Rohre qualitativ falsch vorhergesagt wird (siehe Abschnitt 8.5), wird auf die Berücksichtigung der thermo-viskosen Wandreibung bei der Stabilitätsanalyse verzichtet.

8.3 Netzwerkmodell des Versuchsstandes mit Verbrennung

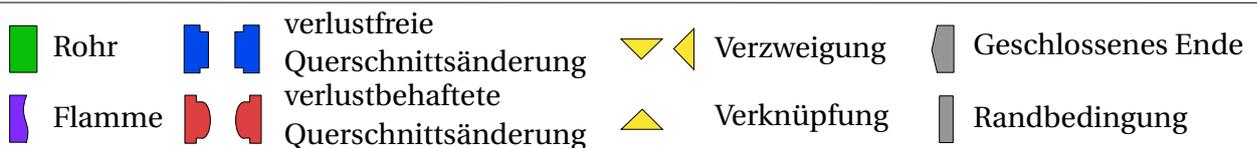
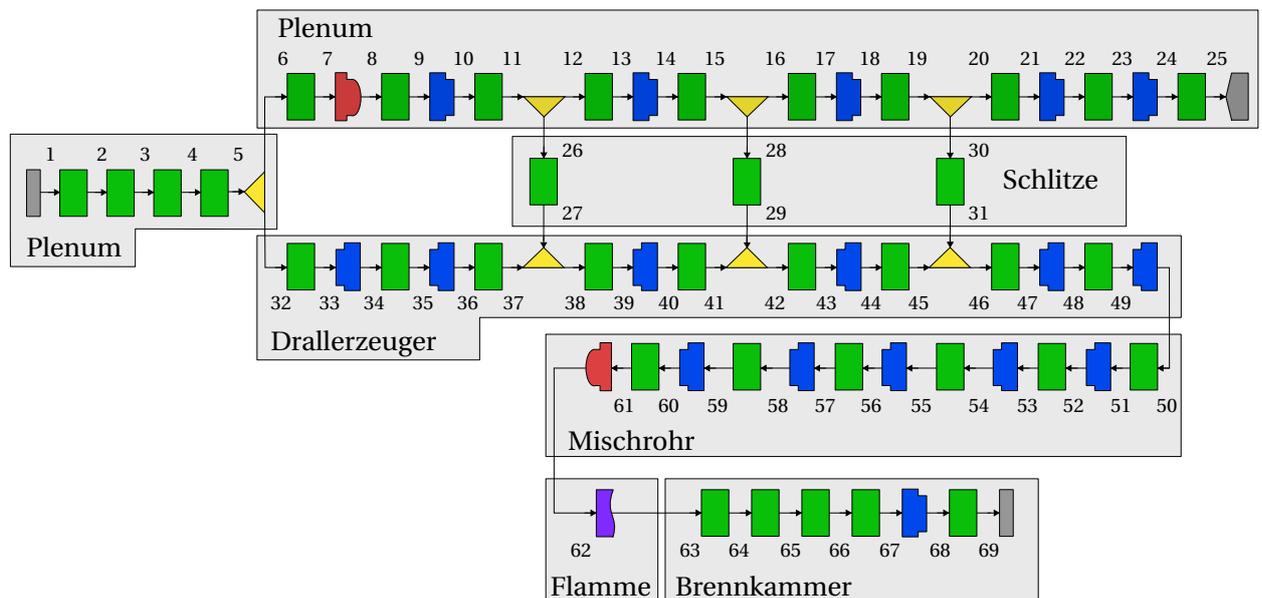


Abbildung 8.5: Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes bei Verwendung einer reflexionsarmen Randbedingung (Lochscheibe) mit Verbrennung

Das Netzwerkmodell des Versuchsstandes mit Verbrennung unterscheidet sich vom Netzwerkmodell ohne Verbrennung nur durch das mit Gleichung 7.4 beschriebene zusätzlich eingebrachte Flammenmodell. Unter Berücksichtigung einer höheren Temperatur in der Brennkammer können nun ebenfalls akustische Druckschwankungen im Plenum und der Brennkammer berechnet werden.

Validierung des Netzwerkmodells mit Verbrennung

Am Beispiel des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und einer Mischrohrlänge von $L_M = 1.875 d_B$ erfolgt bei einem Betriebszustand von 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C im Plenum sowie einer mittleren Temperatur von 1000°C in der Brennkammer nun die Validierung des Netzwerkmodells mit Verbrennung. Dazu wurden die modellierten Druckschwankungen im Plenum am Knoten 2 mit den experimentellen Schwankungen an der Position $x_p = -0.655\text{ m}$ und in der Brennkammer am Knoten 64 mit denen an der Position $x_{BK} = +0.450\text{ m}$ verglichen. Die Anregungsamplitude im Netzwerkmodell wurde auch für diesen Fall so gewählt, dass die experimentellen und modellierten Druckminima im Plenum aufeinanderliegen. Abbildungen 8.6 und 8.7 zeigen für beide Positionen die modellierten und experimentellen Amplituden- und Phasenverläufe, die sowohl im Plenum als auch in der Brennkammer gut übereinstimmen. Ähnlich zu den Druckdaten ohne Verbrennung lässt sich die Übereinstimmung bei Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung

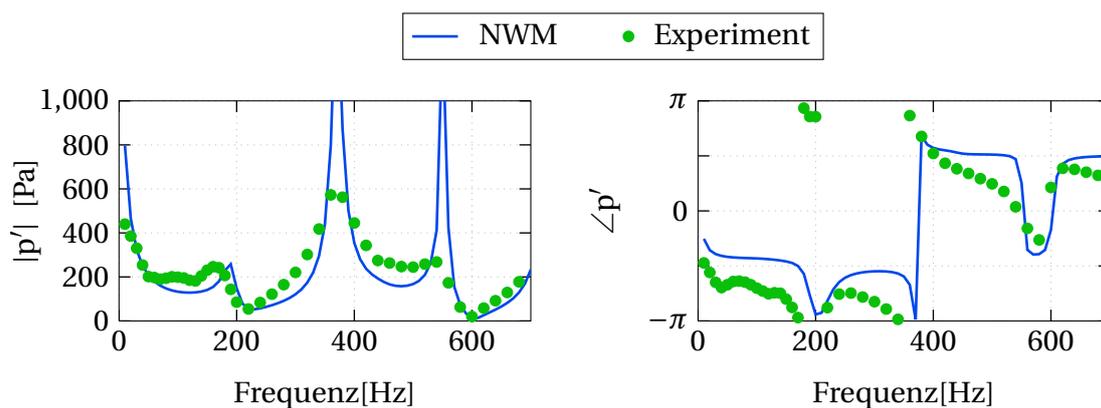


Abbildung 8.6: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ($x_p = -0.655\text{ m}$ am Knoten 2) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten (NWM) Daten bei 50kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

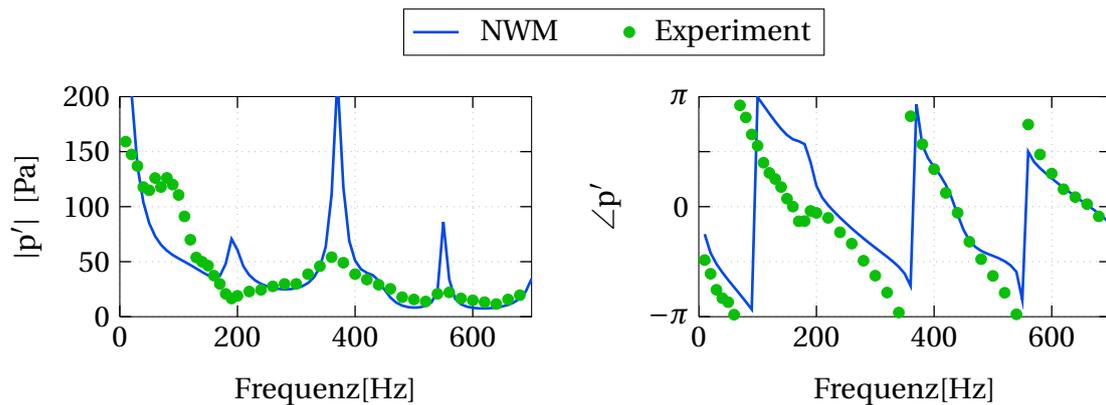


Abbildung 8.7: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ($x_{BK} = +0.450$ m am Knoten 64) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohlänge $L_M = 1.875$ dB zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten (NWM) Daten bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

verbessern. Dagegen führt das Ersetzen des Brenner- und Flammenmodells mit einer experimentellen Transfermatrix des Brenners mit Flamme zu keiner deutlicheren Verbesserung (siehe Anhang H).

8.4 Stabile und instabile Eigenmoden

Die Vorhersagefähigkeit des Netzwerkmodells mit integriertem Brenner- und Flammenmodell über die Stabilität eines Betriebszustandes wurde am Beispiel des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und einer Mischrohlänge von $L_M = 1.875$ dB überprüft. Dazu wurden im Einzelbrennkammerversuchsstand, der stromab mit der bereits erwähnten Venturidüse als Randbedingung versehen war, bei einer Leistung von 50 kW und 300°C Vorheizung Betriebszustände mit den drei Luftzahlen $\lambda = 1.4$, 1.5 und 1.6 ohne Fremdanregung gefahren. Zeitreihen des dynamischen Druckverlaufs und die entsprechenden durch Fouriertransformation ermittelten Eigenfrequenzen sind in Abbildung 8.8 dargestellt. Für $\lambda = 1.4$ ist das Auftreten einer Instabilität bei einer Eigenfrequenz von etwa 491 Hz deutlich erkennbar. Die Erhöhung der Luftzahl auf $\lambda = 1.5$ gibt den Übergang von instabiler zu stabiler Verbrennung an. Bei diesem allgemein stabilen Betriebszustand treten kurze Intervalle mit höheren Drücken auf. Für $\lambda = 1.6$ liegt dann ein stabiler Betriebszustand mit geringen Drücken vor.

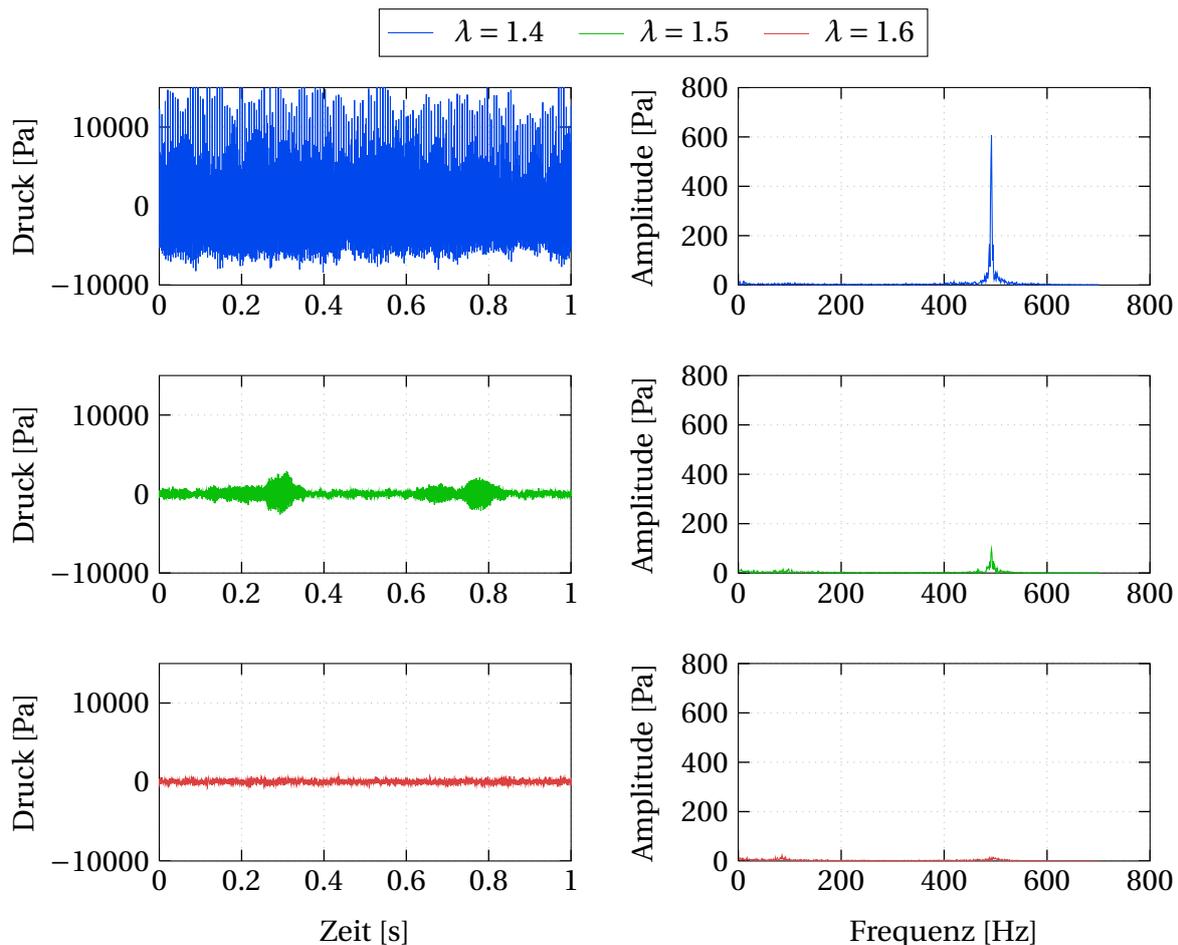


Abbildung 8.8: Vergleich des Zeitsignals und des Amplitudenspektrums des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ bei 50 kW, 300 °C Vorheizung und verschiedenen Luftzahlen

Die Berechnung der Stabilität erfolgt mit dem Netzwerkmodell mit Verbrennung ohne Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung, in dem die Brennkammer um die Länge des Sirenenrohres verkürzt ist. Das Anregungselement stromauf ist durch einen experimentell bestimmten Reflexionskoeffizienten ersetzt worden und die Randbedingung stromab entspricht dem Reflexionskoeffizienten der Venturidüse (siehe Abbildung 8.1). Das Diagnoseelement zur Beaufschlagung des Anregungssignals und Abgreifung des Antwortsignals befindet sich im Brennkammerteil nach dem Knoten 66. Mit diesem Netzwerkmodell können nach Anpassung der den Betriebszuständen entsprechenden Massenströmen und Temperaturen sowie den Parametern des Flammenmodells die Eigenfrequenzen mit der OLG-Analyse berechnet werden. In Nyquist-Diagrammen kann zusätzlich die Stabilität der Eigenfrequenzen veranschaulicht werden.

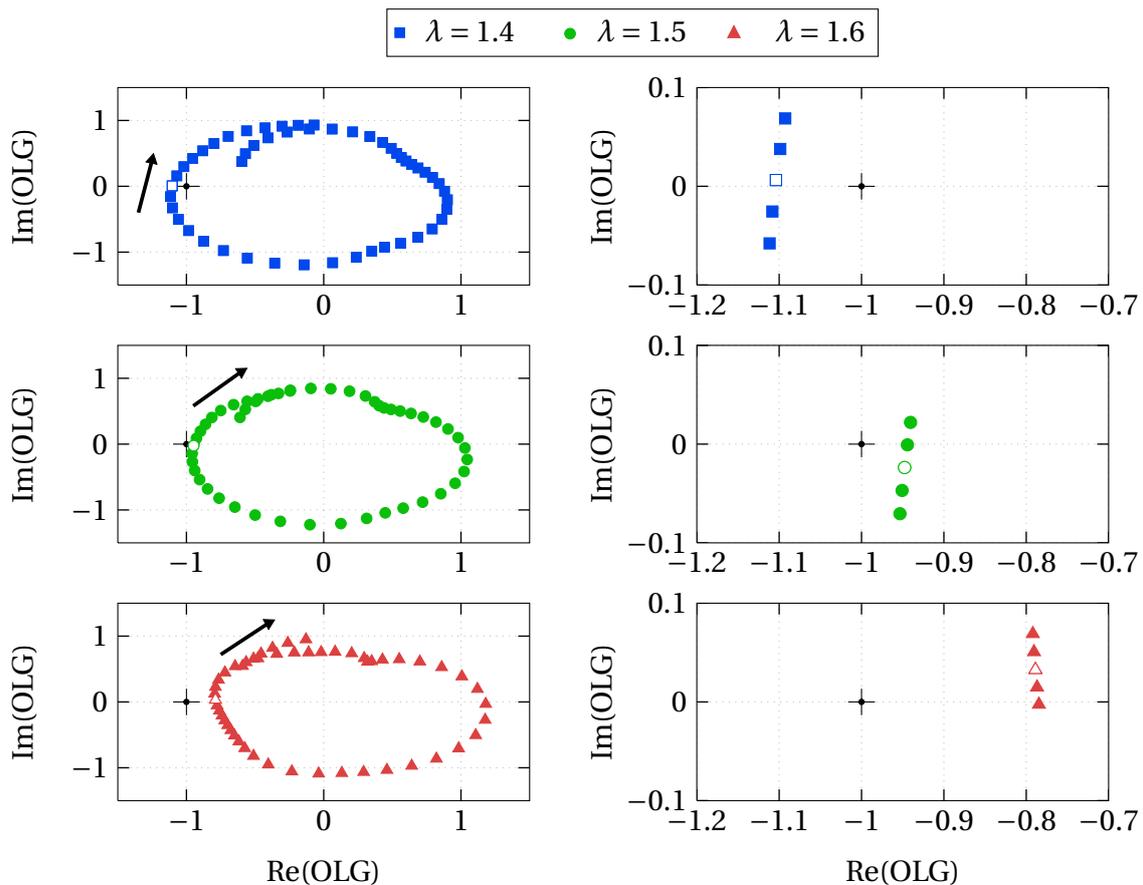


Abbildung 8.9: Vergleich der Nyquist-Diagramme des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ bei 50 kW , 300°C Vorheizung und den Luftzahlen $\lambda = 1.4$, 1.5 sowie 1.6 . Das weiß gefüllte Symbol entspricht der Eigenmode bei einer Frequenz von etwa 490 Hz .

In Abbildung 8.9 sind für die drei Luftzahlen $\lambda = 1.4$, 1.5 und 1.6 die resultierenden Nyquist-Diagramme dargestellt. Das Kreuz markiert den kritischen Punkt $-1 + i0$, der Pfeil zeigt in Richtung steigender Frequenz und das weiß gefüllte Symbol entspricht der jeweiligen Eigenmode bei einer Frequenz von etwa 490 Hz . Für $\lambda = 1.4$ befindet sich der kritische Punkt rechts von der OLG-Kurve. Damit liegt für diesen Betriebszustand eine instabile Mode vor, die mit dem Netzwerkmodell bei 490.5 Hz detektiert wird. Dies entspricht der experimentell ermittelten Eigenfrequenz von 491.3 Hz . Die berechnete Wachstumsrate ist $WR = 1.091$. Der Übergang der stabilen Mode zur instabilen erfolgt bei etwa $\lambda = 1.5$ und ist im Nyquist-Diagramm durch einen sehr kleinen Abstand zum kritischen Punkt ersichtlich. Mit dem Netzwerkmodell wird für diesen Betriebszustand eine Eigenfrequenz von 490.8 Hz mit $WR = 0.942$ berechnet. Für $\lambda = 1.6$ liegt der kritische Punkt links von der OLG-Kurve. Demnach handelt

es sich um eine stabile Mode, die bei einer Frequenz von 490.5 Hz mit einer Wachstumsrate von $WR = 0.757$ detektiert wird.

In Tabelle 8.1 ist das Stabilitätsverhalten der untersuchten Betriebszustände noch einmal aufgelistet. Es sind die experimentell ermittelten und die berechneten Eigenfrequenzen sowie die mit Gleichung 2.80 berechneten Wachstumsraten zu sehen.

Tabelle 8.1: Vergleich der experimentell ermittelten und mit der OLG-Methode berechneten Eigenfrequenzen ω_e im Einzelbrennerversuchsstand mit Düse

Betriebszustand	$\omega_{Experiment}$	ω_{OLG}	WR
50 kW 300°C $\lambda = 1.4$	491.3 Hz	490.5 Hz	1.091
50 kW 300°C $\lambda = 1.5$	stabil/instabil	490.8 Hz	0.942
50 kW 300°C $\lambda = 1.6$	stabil	490.5 Hz	0.757

Die gute Übereinstimmung der Eigenfrequenzen sowie die qualitative Bestimmung der Stabilität mit Wachstumsraten $WR > 1$ für instabile Moden und $WR < 1$ für stabile Moden verdeutlicht abschließend drei Sachverhalte:

- Es existiert unter bestimmten Bedingungen, wie einer angepassten Randbedingung, eine Brennergeometrie, die zu selbsterregten Verbrennungsinstabilitäten führt.
- Durch Variation des Betriebszustandes ist es möglich, diese Instabilitäten zu unterdrücken.
- Das Netzwerkmodell liefert eine fast exakte Berechnung der Eigenfrequenz der auftretenden Mode und eine qualitativ richtige Wiedergabe des Stabilitätsverhaltens.

Damit wurden die Voraussetzungen für eine Optimierungsprozedur der Brennergeometrie durch Variation der freien axialen Querschnittsfläche und der Mischrohrlänge sowie der Variation des Betriebszustandes für ein bestimmtes Verbrennungssystem geschaffen.

8.5 Sensitivitätsanalyse

Das Netzwerkmodell des Versuchszustandes bei Verwendung der Venturidüse als Randbedingung wird im Folgenden genutzt, um die Sensitivität der verwendeten Brenner- und Flammentransfermatrizen, entweder experimentell oder modelliert, auf die Stabilität zu untersuchen. Dazu wurde die Frequenz der experimentell bestimmten instabilen Eigenmode des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und dem Mischrohr der Länge $L_M = 1.875 d_B$ bei 50 kW, der Luftzahl $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung verglichen mit der mittels der OLG-Methode berechneten Eigenfrequenz und die Wachstumsrate bestimmt. In Tabelle 8.2 ist dieser Vergleich für verschiedene Kombinationen aus experimentellen und modellierten Transfermatrizen zusammengefasst.

Tabelle 8.2: Vergleich der Wachstumsraten des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und dem Mischrohr der Länge $L_M = 1.875 d_B$ bei 50 kW, der Luftzahl $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

Modellierung	$\omega_{\text{Experiment}}$	ω_{OLG}	WR
$\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{FTM}_{\text{Modell}}$	491.3 Hz	490.5 Hz	1.091
$\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{FTM}_{\text{Experiment}}$	491.3 Hz	492.1 Hz	0.958
$\text{BTM}_{\text{Experiment}} + \text{FTM}_{\text{Modell}}$	491.3 Hz	492.9 Hz	1.133
$\text{BTM}_{\text{Experiment}} + \text{FTM}_{\text{Experiment}}$	491.3 Hz	491.4 Hz	1.123
$\text{BFTM}_{\text{Experiment}}$	491.3 Hz	491.9 Hz	1.132
$\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{FTM}_{\text{Modell}} + \text{Dämpfung}$	491.3 Hz	492.4 Hz	0.551
$\text{BFTM}_{\text{Experiment}} + \text{Dämpfung}$	491.3 Hz	492.9 Hz	0.494

Bei allen untersuchten Kombinationen kann die Eigenfrequenz in guter Übereinstimmung mit dem Experiment wiedergegeben werden. Qualitativ richtig mit einer Wachstumsrate $\text{WR} > 1$ wird die Stabilität für die komplette Modellierung von BTM und FTM ($\text{WR} = 1.091$), für die Kombination $\text{BTM}_{\text{Experiment}} + \text{FTM}_{\text{Modell}}$ ($\text{WR} = 1.133$) sowie für die beiden experimentellen Varianten $\text{BTM}_{\text{Experiment}} + \text{FTM}_{\text{Experiment}}$ ($\text{WR} = 1.123$) und $\text{BFTM}_{\text{Experiment}}$ ($\text{WR} = 1.132$) bestimmt. Deutlich wird hierbei, dass die

Wachstumsrate bei alleiniger Verwendung der Transfermatrixmodelle kleiner ist als bei teilweiser oder kompletter Ersetzung durch experimentelle Transfermatrizen. Trotz der guten Übereinstimmung zwischen experimenteller und modellierter BTM (siehe Abbildung 7.4) führt die Kombination $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Experiment}}$ zu einer Wachstumsrate $WR < 1$ und sagt somit eine stabile Mode voraus. Ein Vergleich der Wachstumsraten der beiden Fälle $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Modell}}$ und $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Experiment}}$ sowie $BTM_{\text{Experiment}} + FTM_{\text{Modell}}$ und $BTM_{\text{Experiment}} + FTM_{\text{Experiment}}$ lässt vermuten, dass durch die modellierte FTM Schwankungen stärker angefacht werden als durch die $FTM_{\text{Experiment}}$. Dahingegen zeigt der Vergleich der Wachstumsraten der $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Modell}}$ und $BTM_{\text{Experiment}} + FTM_{\text{Modell}}$ sowie $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Experiment}}$ und $BTM_{\text{Experiment}} + FTM_{\text{Experiment}}$, dass die modellierte BTM auf Grund größerer Dämpfung zu kleineren Wachstumsraten führt. Diese zu starke Dämpfung beziehungsweise Anfachtung der modellierten Transfermatrizen scheint sich bei gleichzeitiger Verwendung der modellierten BTM und FTM teilweise zu kompensieren. Hierbei überwiegen allerdings die dämpfenden Effekte der BTM_{Modell} .

Die Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung im Plenum und in der Brennkammer mit unrealistisch hohen Rauheitswerten, die zu einer guten Übereinstimmung der Druckdaten führen (siehe Abbildung H.3 und H.4 in Anhang H), liefert sowohl für die Verwendung der experimentellen BFTM ($WR = 0.494$) als auch für die Kombination $BTM_{\text{Modell}} + FTM_{\text{Modell}}$ ($WR = 0.551$) Wachstumsraten $WR < 1$. Dies zeigt, dass eine zusätzliche Dämpfung der Rohrelemente trotz guter Übereinstimmung der Druckdaten das Dämpfungsverhalten des Versuchsstandes falsch wiedergibt. Somit kann diese Methode, die Dämpfung zu berücksichtigen, nicht verwendet werden, um Stabilitätsanalysen durchzuführen.

9 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, mit einem modularen Brennersystem Voraussetzungen zu schaffen, die eine Optimierung sowohl der Brennergeometrie als auch des Betriebszustandes hinsichtlich der thermoakustischen Stabilität schon in der Designphase für ein gegebenes, gasturbinenähnliches Verbrennungssystem ermöglicht.

Basierend auf einem, am Lehrstuhl für Thermodynamik entwickelten, brennstoffstoffflexiblen Brennerdesign, dessen Schwerpunkte die Flammenrückschlagssicherheit und niedrige Abgasemissionen sind, wurde ein skaliertes Modell dieses Designs abgeleitet. Die Hauptbestandteile des Brenners sind ein divergierend konischer Drallerzeuger sowie ein ebenfalls konisches, aber konvergierendes Mischrohr. Die Optimierungsmöglichkeiten dieser Brennergeometrie sind durch eine variable Länge des Mischrohres und durch eine variable freie axiale Querschnittsfläche an der Spitze des Drallerzeugers gegeben. Die akustischen Eigenschaften der verschiedenen Brennergeometrien sowie die sich daraus ergebenden Unterschiede im Verhalten der Flamme wurden in einem atmosphärischen Einzelbrennerversuchsstand untersucht. Eine Analyse der Geometrievariationen bei einem bestimmten Betriebszustand lieferte einen vernachlässigbaren Einfluss der freien axialen Querschnittsfläche auf die Brennerakustik, zeigte aber deutliche Auswirkungen der Mischrohlänge auf. Die Flammendynamik wird dagegen, auf Grund unterschiedlicher Geschwindigkeitsprofile am Brenneraustritt, von beiden Geometrieparametern beeinflusst. Die Untersuchungen zum Einfluss der Leistung und der Luftzahl erfolgten sowohl für die perfekt als auch für die, in der Industrie relevanteren, technisch vorgemischten Flammen. Dabei hatte die Variation der Leistung im Vergleich zur Luftzahl kaum Auswirkungen auf die Flammendynamik.

Ein direkter Vergleich der Flammentransferfunktionen perfekt und technisch vorgemischter Flammen ermöglichte das Abschätzen des Frequenzbereiches, in dem die Gemischzusammensetzungsschwankungen einen relevanten Einfluss haben. Zusätzlich konnte durch Subtraktion der Flammentransferfunk-

tion perfekt vorgemischter Flammen von der Flammentransferfunktion technisch vorgemischter Flammen die Transferfunktion der Gemischzusammensetzungsschwankungen ermittelt und ein allgemeines Verhalten für das verwendete Brennersystem abgeleitet werden.

Neben der Möglichkeit, durch Anpassung der Brennergeometrie und des Betriebszustandes die Flammendynamik deutlich zu beeinflussen, ist eine weitere Voraussetzung für die Optimierung im Rahmen von Stabilitätsanalysen in der Designphase das Vorhandensein von geometrieabhängigen Modellen zur Beschreibung des Brennersystems und der Flammentransferfunktionen. Dazu wurde ein eindimensionales Netzwerkmodell entwickelt, das durch die Verwendung verschiedener akustischer Elemente sehr nah an die reale Brennergeometrie angelehnt ist. Das Modell enthält zwei linear von der Mischrohrlänge abhängige Parameter und ist in der Lage, die Brennerakustik aller Brennervariationen in sehr guter Übereinstimmung wiederzugeben. Die Untersuchung der Brennertransfermatrizen verschiedener Betriebszustände und Arten der Vormischung zeigten kaum Auswirkungen auf die Brennerakustik, so dass das entwickelte Modell lediglich in Abhängigkeit der Mischrohrlänge verwendet werden konnte. Die Modellierung der Flammentransferfunktionen erfolgte über physikalisch basierte Fitfunktionen, deren Parameter linear von den Geometrieparametern des Brenners und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität abhängen. Sowohl mit dem Modell der perfekten als auch mit dem der technischen Vormischflammen konnte bei Variation der Brennergeometrie und der Leistung beziehungsweise der Luftzahl eine gute Übereinstimmung zum Experiment erzielt werden.

Die lineare Abhängigkeit der Parameter des Brennermodells und der Flammenmodelle von der Brennergeometrie und den Eigenschaften der Flamme ermöglicht zudem eine zuverlässige Interpolation der Parameter im untersuchten Geometrie-, beziehungsweise Leistungs- und Luftzahlbereich. Dadurch ist eine Rückführung der im Rahmen von Stabilitätsanalysen gefundenen optimalen Brenner- und Flammenparameter für ein gegebenes Verbrennungssystem auf die Brennergeometrie und den Betriebszustand möglich, die zu thermoakustisch stabiler Verbrennung führen.

Die Fähigkeit, eine Aussage über die Stabilität eines Verbrennungssystems treffen zu können, erfordert neben Modellen zur Beschreibung der Brennerakustik und der Flammendynamik auch ein ausreichend genaues Modell des Verbrennungssystems. Dieses Netzwerkmodell des gesamten Verbrennungssystems muss im Rahmen der Optimierungsmöglichkeiten thermoakustisch stabiles beziehungsweise instabiles Verhalten vorhersagen können. Um die Genauigkeit des Netzwerkmodells zu prüfen, wurde der Einzelbrennerversuchsstand modifiziert, so dass es für bestimmte Betriebszustände zur Ausbildung selbsterregter Verbrennungsinstabilitäten kam. Das experimentell ermittelte Stabilitätsverhalten wurde dann mit den berechneten Eigenfrequenzen und Wachstumsraten des Modells verglichen. Dabei zeigte sich, dass das Netzwerkmodell in der Lage ist, die Eigenfrequenzen nahezu exakt und die Stabilität des Verbrennungssystems qualitativ wiederzugeben.

A Gleichungen des Flammenlängenmodells

In diesem Abschnitt werden die von Alemelas Modell [AFH⁺10] abweichenden Modellgleichungen angegeben.

Die laminare Brenngeschwindigkeit wird nach der Korrelation von Peters [Pet97] bestimmt. Über Alemelas Ansatz hinausgehend wird jedoch in dieser Arbeit die in die Berechnung der Flammengeschwindigkeit $s_l(p, T_k, \lambda)$ eingehende Temperatur des unverbrannten Gemischs T_k mit der Differenz zwischen adiabater und diabater Flammentemperatur $T_k = T_k - f_{LF} \cdot (T_{ad} - T_h)$ korrigiert, um die Auswirkung des Enthalpieverlustes auf Grund der Einmischung des abgekühlten Umgebungsfluids abzubilden. Für Flammentemperaturen unterhalb von 2000K sind Dissoziationseffekte vernachlässigbar, so dass die Korrektur der Flammentemperatur auf diesem Wege vertretbar ist.

Der meridionale Winkel der Strombahn α_0 bezüglich der Mittelachse des aufgeplatzten Drallstrahles kann durch vereinfachte Betrachtung der radialen Impulsbilanz nach Hirsch et al. [HFR⁺05] als:

$$\alpha_0 = \arctan(0.9 \cdot S_{\text{eff}}) \quad (\text{A.1})$$

betrachtet werden, wobei der Vorfaktor abweichend von dem Wert 1.1 an den beobachteten Winkel angepasst wurde.

Weiterhin werden abweichend von Alemelas Formulierungen verallgemeinerte Turbulenzkorrelationen für Drallstrahlen nach Hirsch [Hir10] verwendet. Die Schwankungsgeschwindigkeit ist unter Berücksichtigung des Kernbereichsfaktors f_{Kern} gegeben mit:

$$f_{\text{Kern}} = \frac{N_S}{\cos(\arctan(S_{\text{eff}})) \cdot \cos(\arctan(0.9 \cdot S_{\text{eff}}))} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{u'}{u_B} = \begin{cases} \frac{u'_0}{u_B} + 0.2 \cdot \frac{f_{\text{Kern}}}{6.57} \cdot \frac{x}{d_h} & \text{für } \frac{x}{d_h} \leq \frac{6.57}{f_{\text{Kern}}} \\ \frac{1.315}{f_{\text{Kern}}} \cdot \frac{d_h}{x} & \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

und das turbulente Längenmaß l_t ergibt sich aus:

$$\frac{l_t}{d_h} = \frac{l_{t,0}}{d_h} + 0.11 \cdot f_{Kern} \cdot \frac{x}{d_h}. \quad (\text{A.4})$$

Der Kernbereichsfaktor f_{Kern} enthält die Zahl der Scherschichten N_s , die beim aufgeplatzten Drallstrahl zwei beträgt. Die Cosinus-Funktionen im Nenner stellen die Abbildung der meridionalen und azimuthalen Strombahnlänge in den axialen Düsenabstand dar. Für verschwindenden Drall mit $N_s = 1$ und $S_{eff} = 0$ ergibt sich der Faktor 1 und man gelangt zu den Korrelationen des runden, unverdrallten Freistrahls.

B Einbausituationen des Drallbrenners

In Abhängigkeit der verwendeten Mischrohrlänge verändert sich die Einbausituation des Drallbrenners. Dies führt für die beiden kurzen Mischrohre mit $L_M = 0.625 d_B$ und $0.9375 d_B$ zu einer zusätzlichen Verengung des Plenums auf 80 mm. In Abbildung B.1 sind die Einbausituationen des Drallbrenners bei Verwendung verschiedener Mischrohrängen dargestellt.

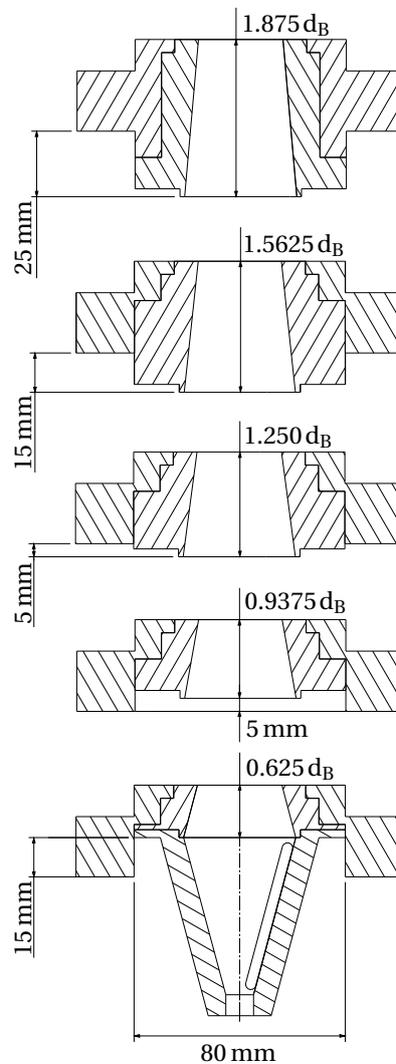


Abbildung B.1: Einbausituationen des Drallbrenners

C Einfluss der Flamme auf die BTM

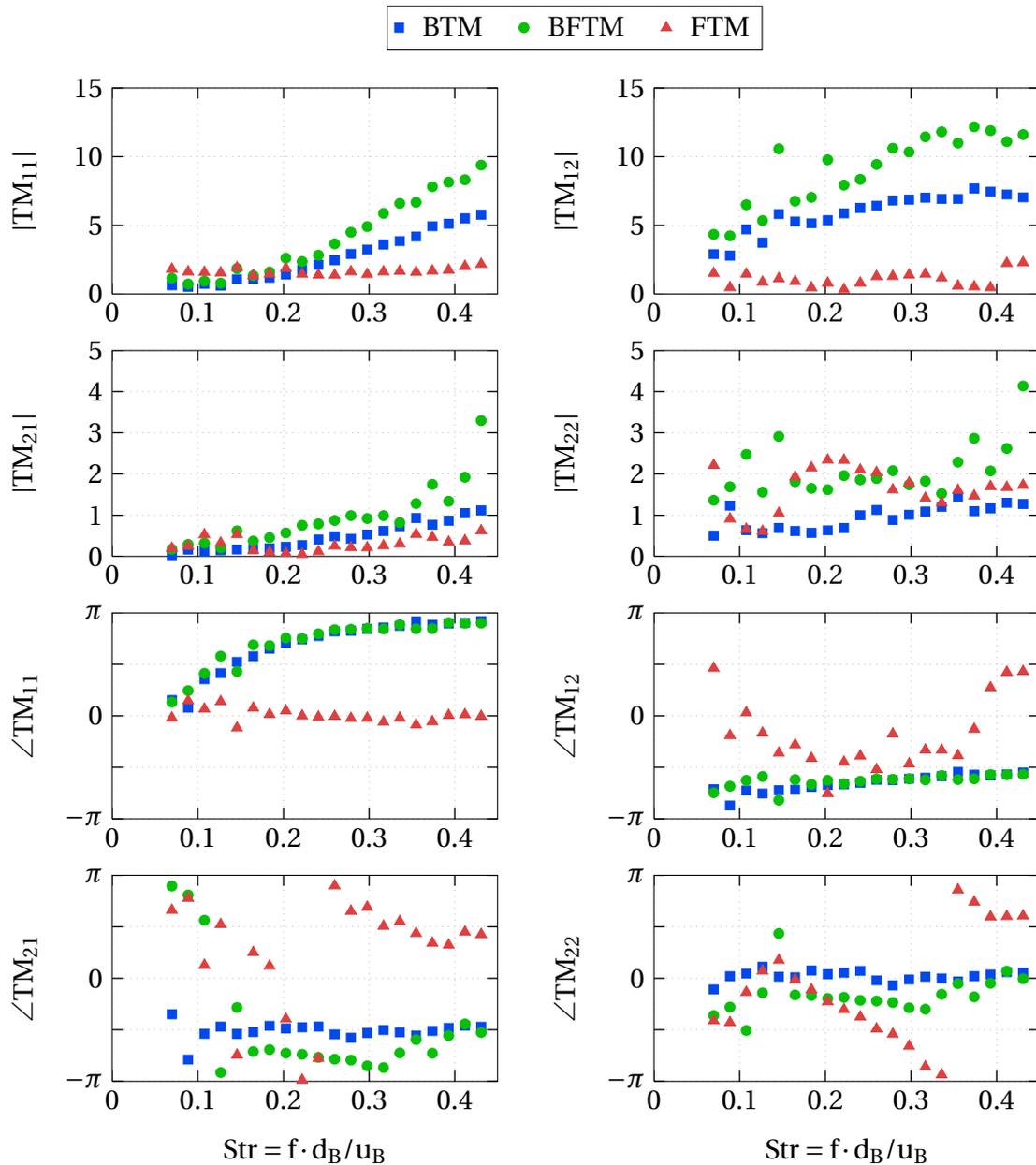


Abbildung C.1: BTM, BFTM und FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung mit 25 g/s Luft beziehungsweise 50 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

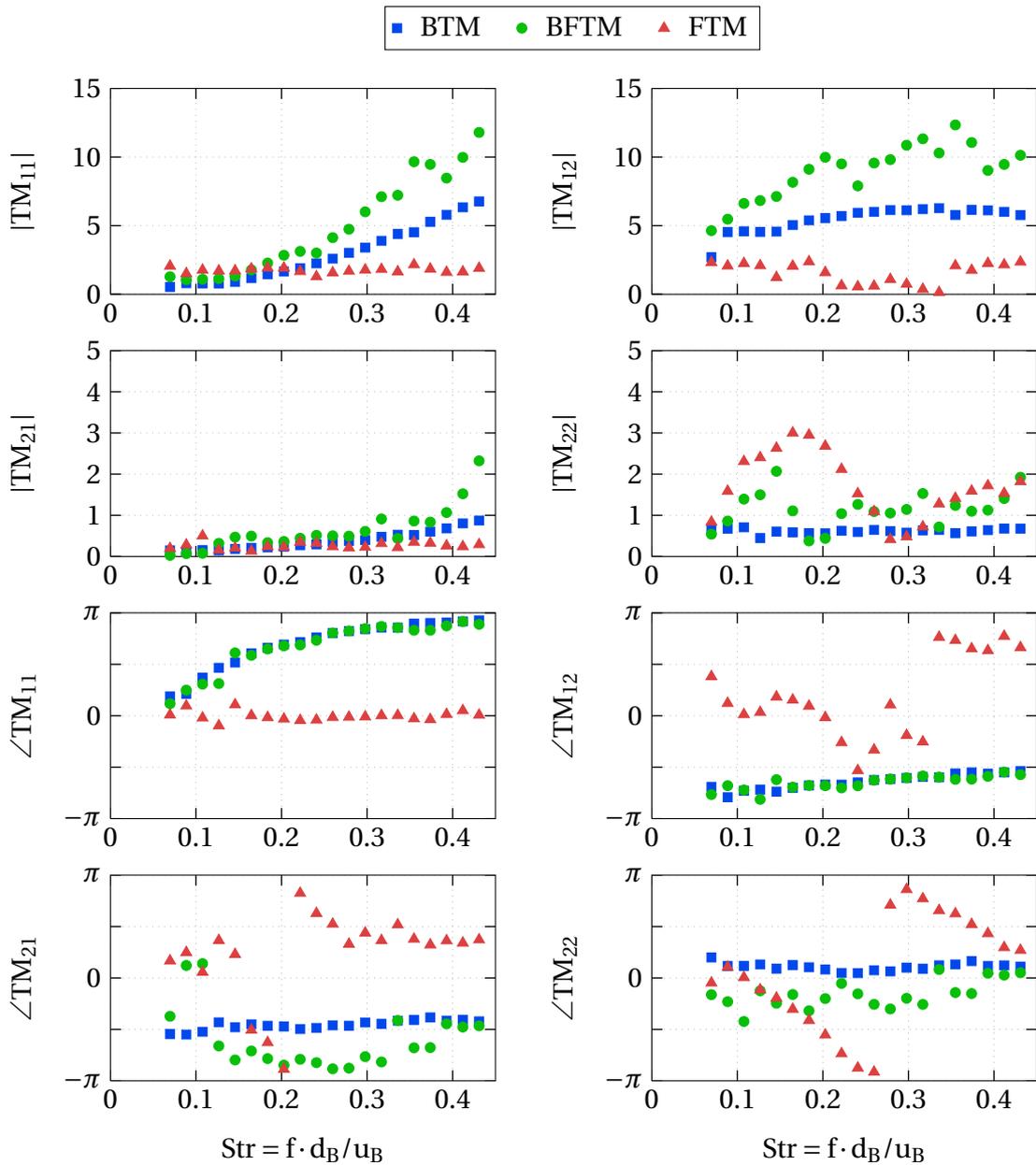


Abbildung C.2: BTM, BFTM und FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei technischer Vormischung mit 25 g/s Luft beziehungsweise 50 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

In den Abbildungen C.1 und C.2 sind die Brennertransfermatrix ohne (BTM) und mit Flamme (BFTM) sowie die Flammentransfermatrix (FTM) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter und technischer Vormischung für 25 g/s Luft beziehungsweise 50 kW, einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung zu sehen. Die Amplituden und Phasen der Flammentransfermatrix zeigen deutlich, dass der wesentliche An-

teil der Flammendynamik im T_{22} -Element enthalten und somit stark temperaturabhängig ist. Das T_{11} -Element, das den Druck stromauf und stromab der Flamme verknüpft, hat einen konstanten Amplitudenwert von etwa 1.64 und entspricht dem Verhältnis von $\frac{(\rho c)_{\text{auf}}}{(\rho c)_{\text{ab}}}$. Die Elemente T_{12} und T_{21} sind nahezu null. Somit liegt keine Kopplung der Wärmefreisetzungsschwankung mit dem akustischen Druck vor. Wäre dies der Fall, würden diese beiden Druck und Geschwindigkeit koppelnden Elemente Werte deutlich größer als null annehmen [Sch03].

D Reproduzierbarkeit

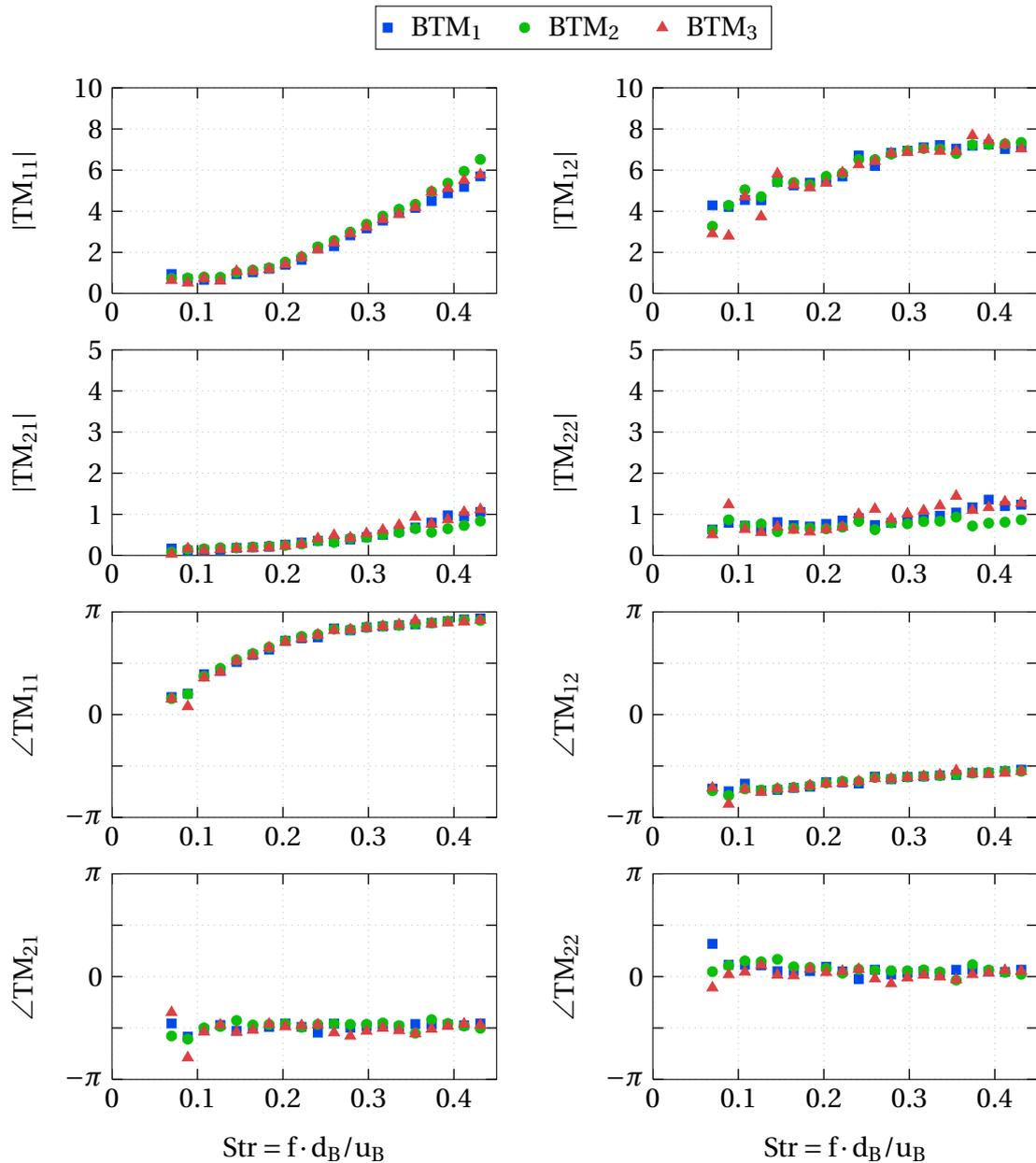


Abbildung D.1: Reproduzierbarkeit der BTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung mit 25g/s Luft und 300°C Vorheizung

In den Abbildungen D.1, D.2 und D.3 sind jeweils an drei verschiedenen Tagen gemessene Brennertransfermatrizen ohne (BTM) und mit Flamme (BFTM) sowie die Flammentransfermatrizen (FTM) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung für 25 g/s Luft beziehungsweise 50 kW, einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung zu sehen. Die entsprechenden Flammentransferfunktionen (FTF) sind zusätz-

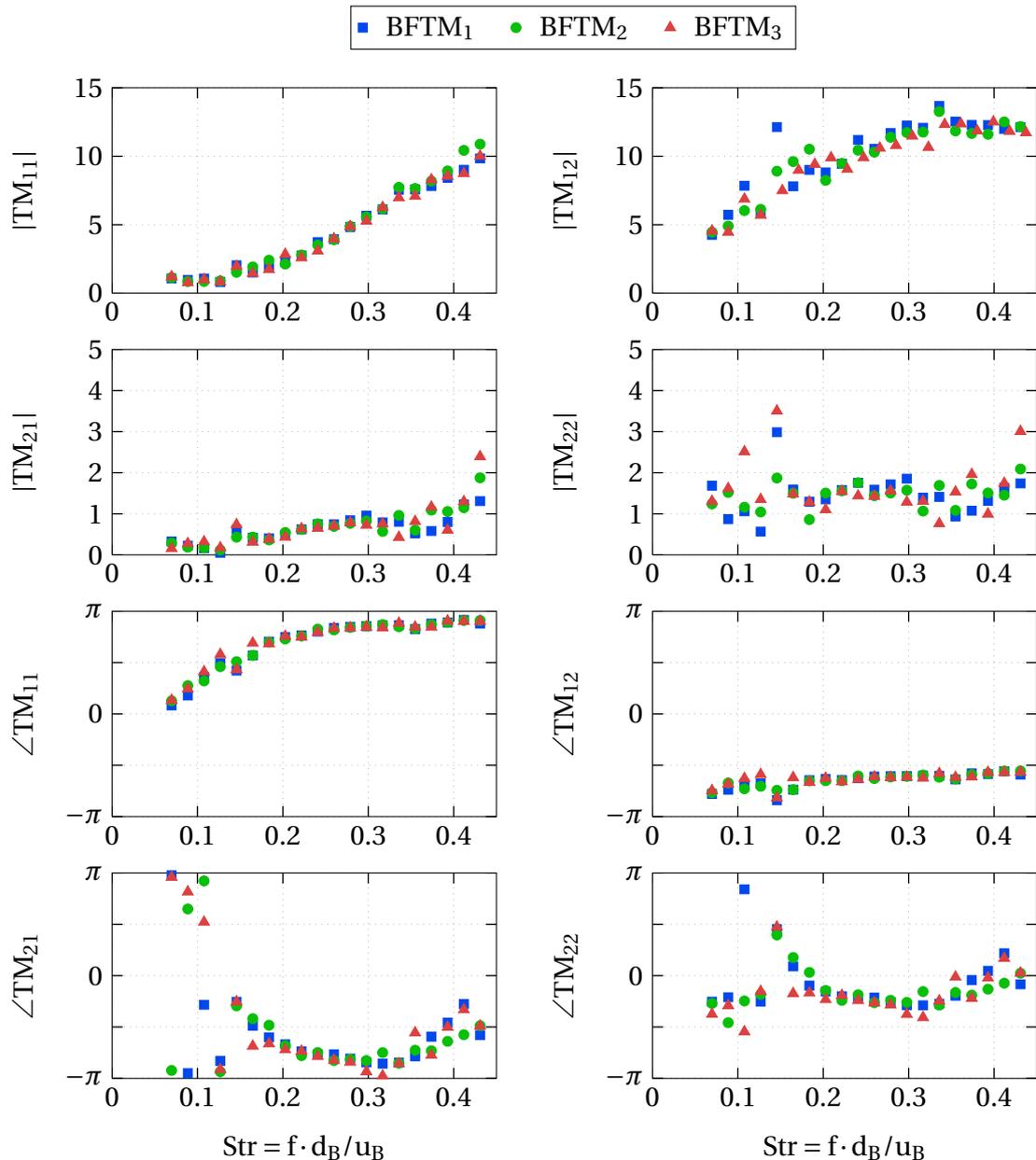


Abbildung D.2: Reproduzierbarkeit der BFTM des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung mit 50 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

lich in Abbildung D.4 dargestellt. Sowohl das Verhalten der Amplituden als auch der Phasen kann zuverlässig mit den verwendeten Messmethoden reproduziert werden. Lediglich die Phasen der FTM_{12} - und FTM_{21} - Elemente zeigen einen irregulären, nicht reproduzierbaren Verlauf. Dies liegt an den sehr geringen Amplituden dieser Elemente, die bei kleinen akustischen Störungen zu großen Abweichungen in der Phase führen.

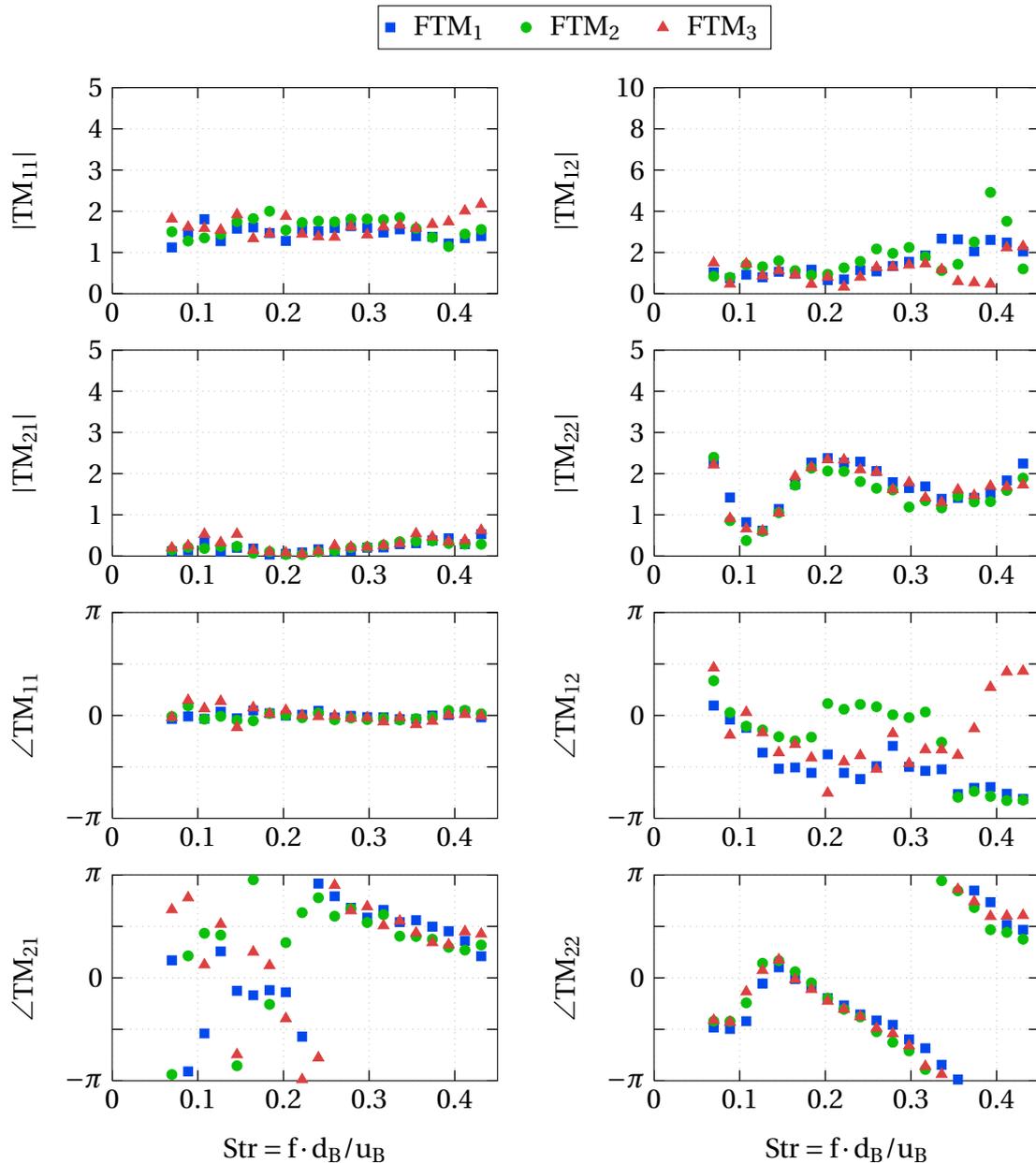


Abbildung D.3: Reproduzierbarkeit der FTM des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung mit 50 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

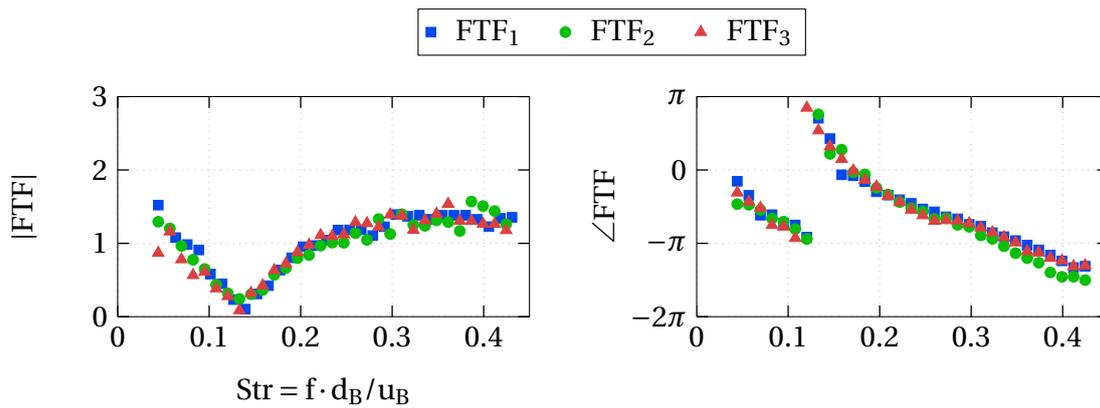


Abbildung D.4: Reproduzierbarkeit der FTF des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei perfekter Vormischung mit 50 kW, $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung

E Parameter der Netzwerkmodelle

E.1 Netzwerkmodell des Brennersystems

Das modulare Brennersystem besteht aus einem Drallerzeuger und fünf unterschiedlich langen Mischrohren. Die variable Länge des Brenners führt entsprechend Anhang B zu unterschiedlichen Einbausituationen, die bei der Modellierung des Brenners berücksichtigt werden. In den folgenden Tabellen E.1, E.2, E.3 und E.4 sind die geometrischen sowie elementspezifischen Parameter des in Abbildung 7.1 dargestellten Netzwerkmodells des Brennersystems für die Bereiche: Plenum, Drallerzeuger, Schlitz und Mischrohr aufgelistet. Die experimentell bestimmte Temperatur im Brenner wurde sowohl bei Betrieb ohne als auch mit Verbrennung mit $T_B = 300^\circ\text{C}$ angenommen. Die hochgestellten Indizes 1 ... 5 beziehen sich auf die Länge des jeweiligen Mischrohres (siehe Seite 158).

Tabelle E.1: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Plenum

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	1	2		$L = 0 \text{ mm}$	124.0		
Verzweigung	2	3	29		124.0	121.2	10.5
Rohr	3	4		$L = 8 \text{ mm}$	121.2	121.2	
Querschnittsänderung	4	5		$L_{\text{eff}}^1 = 0 \text{ mm}$	121.2	120.5 ¹	
				$L_{\text{eff}}^2 = 5 \text{ mm}$	121.2	120.5 ²	
				$L_{\text{eff}}^3 = 10 \text{ mm}$	121.2	120.5 ³	
				$L_{\text{eff}}^4 = 15 \text{ mm}$	121.2	120.4 ⁴	
				$L_{\text{eff}}^5 = 20 \text{ mm}$	121.2	120.6 ⁵	

Tabelle E.1: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Plenum

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	5	6		$L^{123} = 12 \text{ mm}$	120.5^{123}	120.5^{123}	
				$L^4 = 13.75 \text{ mm}$	120.4^4	120.4^4	
				$L^5 = 11.25 \text{ mm}$	120.6^5	120.6^5	
Querschnittsänderung	6	7			120.5^{123}	119.4^{123}	
					120.4^4	119.0^4	
					120.6^5	119.6^5	
Rohr	7	8		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	119.4^{123}	119.4^{123}	
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	119.0^4	119.0^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	119.6^5	119.6^5	
Verzweigung	8	9	23		119.4^{123}	119.4^{123}	
					119.0^4	119.0^4	21.2
					119.6^5	119.6^5	
Rohr	9	10		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	119.4^{123}	119.4^{123}	
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	119.0^4	119.0^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	119.6^5	119.6^5	
Querschnittsänderung	10	11			119.4^{123}	117.4^{123}	
					119.0^4	116.6^4	
					119.6^5	117.8^5	
Rohr	11	12		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	117.4^{123}	117.4^{123}	
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	116.6^4	116.6^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	117.8^5	117.8^5	
Verzweigung	12	13	25		117.4^{123}	117.4^{123}	
					116.6^4	116.6^4	21.2
					117.8^5	117.8^5	

Tabelle E.1: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Plenum

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr				$L^{123} = 6 \text{ mm}$	117.4^{123}	117.4^{123}	
	13	14		$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	116.6^4	116.6^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	117.8^5	117.8^5	
Querschnittsänderung					117.4^{123}	115.0^{123}	
	14	15			116.6^4	113.7^4	
					117.8^5	115.6^5	
Rohr				$L^{123} = 6 \text{ mm}$	115.0^{123}	115.0^{123}	
	15	16		$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	113.7^4	113.7^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	115.6^5	115.6^5	
Verzweigung					115.0^{123}	115.0^{123}	
	16	17	27		113.7^4	113.7^4	21.2
					115.6^5	115.6^5	
Rohr				$L^{123} = 6 \text{ mm}$	115.0^{123}	115.0^{123}	
	17	18		$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	113.7^4	113.7^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	115.6^5	115.6^5	
Querschnittsänderung					115.0^{123}	112.3^{123}	
	18	19			113.7^4	58.6^4	
					115.6^5	60.9^5	
Rohr				$L^{123} = 12 \text{ mm}$	112.3^{123}	112.3^{123}	
	19	20		$L^4 = 5 \text{ mm}$	58.6^4	58.6^4	
				$L^5 = 15 \text{ mm}$	60.9^5	60.9^5	
Querschnittsänderung					112.3^{123}	94.7^{123}	
	20	21			58.6^4	58.6^4	
					60.9^5	60.9^5	

Tabelle E.1: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Plenum

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	21	22		$L^1 = 25 \text{ mm}$			
				$L^2 = 15 \text{ mm}$	94.7^{123}	97.4^{123}	
				$L^3 = 5 \text{ mm}$			
				$L^4 = 0 \text{ mm}$	58.6^4	58.6^4	
				$L^5 = 0 \text{ mm}$	60.9^5	60.9^5	
Randbedingung	22		R = 1		94.7^{123}		
					58.6^4		
					60.9^5		

Tabelle E.2: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Drallerzeuger

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	29	30		L = 8 mm	10.5	10.5	
Querschnittsänderung	30	31			10.5	10.5	
Rohr	31	32		$L^{123} = 12 \text{ mm}$			
				$L^4 = 13.75 \text{ mm}$	10.5	10.5	
				$L^5 = 11.25 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung	32	33			10.5	18.4^{123}	
					10.5	21.1^4	
					10.5	16.7^5	
Rohr	33	34		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	18.4^{123}	18.4^{123}	
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	21.1^4	21.1^4	
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	16.7^5	16.7^5	

Tabelle E.2: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Drallerzeuger

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Verzweigung	34	24	35		18.4 ¹²³		18.4 ¹²³
					21.1 ⁴	21.1	21.1 ⁴
					16.7 ⁵		16.7 ⁵
Rohr	35	36		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	18.4 ¹²³		18.4 ¹²³
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	21.1 ⁴		21.1 ⁴
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	16.7 ⁵		16.7 ⁵
Querschnittsänderung	36	37			18.4 ¹²³		26.0 ¹²³
					21.1 ⁴		29.8 ⁴
					16.7 ⁵		23.7 ⁵
Rohr	37	38		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	26.0 ¹²³		26.0 ¹²³
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	29.8 ⁴		29.8 ⁴
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	23.7 ⁵		23.7 ⁵
Verzweigung	38	26	39		26.0 ¹²³		26.0 ¹²³
					29.8 ⁴	21.2	29.8 ⁴
					23.7 ⁵		23.7 ⁵
Rohr	39	40		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	26.0 ¹²³		26.0 ¹²³
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	29.8 ⁴		29.8 ⁴
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	23.7 ⁵		23.7 ⁵
Querschnittsänderung	40	41			26.0 ¹²³		31.8 ¹²³
					29.8 ⁴		36.5 ⁴
					23.7 ⁵		29.0 ⁵
Rohr	41	42		$L^{123} = 6 \text{ mm}$	31.8 ¹²³		31.8 ¹²³
				$L^4 = 6.875 \text{ mm}$	36.5 ⁴		36.5 ⁴
				$L^5 = 5.625 \text{ mm}$	29.0 ⁵		29.0 ⁵

Tabelle E.2: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Drallerzeuger

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Verzweigung	42	28	43		31.8 ¹²³		31.8 ¹²³
					36.5 ⁴	21.2	36.5 ⁴
					29.0 ⁵		29.0 ⁵
Rohr	43	44		L ¹²³ = 6 mm	31.8 ¹²³		31.8 ¹²³
				L ⁴ = 6.875 mm	36.5 ⁴		31.8 ⁴
				L ⁵ = 5.625 mm	29.0 ⁵		29.0 ⁵
Querschnittsänderung	44	45			31.8 ¹²³		
					36.5 ⁴		42.5
					29.0 ⁵		
Rohr	45	46		L ¹²³ = 12 mm			
				L ⁴ = 5 mm	42.5		42.5
				L ⁵ = 15 mm			
Querschnittsänderung	46	47			42.5		169

Tabelle E.3: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Mischrohr

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	47	48		L ¹ = 10.00 mm			
				L ² = 8.33 mm	42.5		42.5
				L ³ = 6.67 mm			
				L ⁴ = 5.00 mm			
				L ⁵ = 3.33 mm			
Querschnittsänderung	48	49			42.5		40.6

Tabelle E.3: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Mischrohr

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	49	50		$L^1 = 10.00 \text{ mm}$	40.6	40.6	
				$L^2 = 8.33 \text{ mm}$			
				$L^3 = 6.67 \text{ mm}$			
				$L^4 = 5.00 \text{ mm}$			
				$L^5 = 3.33 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung	50	51			40.6	38.4	
Rohr	51	52		$L^1 = 10.00 \text{ mm}$	38.4	38.4	
				$L^2 = 8.33 \text{ mm}$			
				$L^3 = 6.67 \text{ mm}$			
				$L^4 = 5.00 \text{ mm}$			
				$L^5 = 3.33 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung	52	53			38.4	36.1	
Rohr	53	54		$L^1 = 10.00 \text{ mm}$	36.1	36.1	
				$L^2 = 8.33 \text{ mm}$			
				$L^3 = 6.67 \text{ mm}$			
				$L^4 = 5.00 \text{ mm}$			
				$L^5 = 3.33 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung	54	55			36.1	33.6	
Rohr	55	56		$L^1 = 10.00 \text{ mm}$	33.6	33.6	
				$L^2 = 8.33 \text{ mm}$			
				$L^3 = 6.67 \text{ mm}$			
				$L^4 = 5.00 \text{ mm}$			
				$L^5 = 3.33 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung	56	57			33.6	32.0	

Tabelle E.3: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Mischrohr

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr				$L^1 = 10.00 \text{ mm}$			
				$L^2 = 8.33 \text{ mm}$	32.0	32.0	
	57	58		$L^3 = 6.67 \text{ mm}$			
				$L^4 = 5.00 \text{ mm}$			
				$L^5 = 3.33 \text{ mm}$			
Querschnittsänderung				$\zeta_{\bar{u}_B}^1 = 2.17 \hat{=} \zeta_{\bar{u}_{BK}} = 1700$			
				$\zeta_{\bar{u}_B}^2 = 2.11 \hat{=} \zeta_{\bar{u}_{BK}} = 1650$			
	58	59		$\zeta_{\bar{u}_B}^3 = 2.04 \hat{=} \zeta_{\bar{u}_{BK}} = 1600$	32.0	169.3	
				$\zeta_{\bar{u}_B}^4 = 1.98 \hat{=} \zeta_{\bar{u}_{BK}} = 1550$			
				$\zeta_{\bar{u}_B}^5 = 1.92 \hat{=} \zeta_{\bar{u}_{BK}} = 1500$			
Rohr	59	60		$L = 0 \text{ mm}$	169.3	169.3	

Tabelle E.4: Parameter des Netzwerkmodells für das Brennersystem: Schlitz

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	23	24		$L = 15 \text{ mm}$	21.2	21.2	
Rohr	25	26		$L = 15 \text{ mm}$	21.2	21.2	
Rohr	27	28		$L = 15 \text{ mm}$	21.2	21.2	

¹ $L_M = 1.875 \text{ dB}$

² $L_M = 1.5625 \text{ dB}$

³ $L_M = 1.250 \text{ dB}$

⁴ $L_M = 0.9375 \text{ dB}$

⁵ $L_M = 0.625 \text{ dB}$

E.2 Netzwerkmodell des Versuchsstandes

Das Netzwerkmodell des Einzelbrennerversuchsstandes enthält neben dem Brenner das Plenum, das Flammenmodell für die Modellierung mit Verbrennung und die Brennkammer sowie entsprechende Randbedingungen. Bei der stromabliegenden Randbedingung handelt es sich entweder um die reflexionsarme Randbedingung, realisiert mit einer in Abschnitt 3.1 beschriebenen Lochscheibe oder der Venturidüse. Die folgenden Tabellen E.5, E.6 und E.7 listen die geometrischen sowie elementspezifischen Parameter der verwendeten Elemente auf. Zwischen dem Plenum und der Brennkammer ist das Modell des Brennersystems zu setzen. Hierbei ist zu beachten, dass das erste und letzte Element des Brennersystems jeweils mit der Länge $L=0$ durch das letzte Element im Plenum beziehungsweise das erste Element in der Brennkammer zu ersetzen ist.

Für die Modellierung des Versuchsstandes mit Verbrennung wird das Flammenmodell nach Gleichung 7.4 oder 7.5 mit den entsprechenden Flammenparametern am Knoten 62 in die Brennkammer eingebaut, so dass sich die Knoten des Brennkammermodells um +1 verschieben.

Tabelle E.5: Parameter des Netzwerkmodells für das Plenum

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Randbedingung	1			$R_{\text{Experiment}}$	124		
Rohr	1	2		$L = 710 \text{ mm}$	124	124	
Rohr	2	3		$L = 120 \text{ mm}$	124	124	
Rohr	3	4		$L = 180 \text{ mm}$	124	124	
				$L^1 = 227 \text{ mm}$			
				$L^2 = 237 \text{ mm}$			
Rohr	4	5		$L^3 = 247 \text{ mm}$	124	124	
				$L^4 = 257 \text{ mm}$			
				$L^5 = 267 \text{ mm}$			

Tabelle E.6: Parameter des Netzwerkmodells für die Brennkammer mit reflexionsarmer Randbedingung

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	62	63		L = 450 mm	169	169	
Rohr	63	64		L = 90 mm	169	169	
Rohr	64	65		L = 135 mm	169	169	
Rohr	65	66		L = 55 mm	169	169	
Querschnittsänderung	66	67			169	160	
Rohr	67	68		L = 160 mm	160	160	
Randbedingung	68			R _{Experiment}	160		

Tabelle E.7: Parameter des Netzwerkmodells für die Brennkammer mit Venturidüse als Randbedingung

Element	Knoten			Parameter	Durchmesser [mm]		
	i	j	k		i	j	k
Rohr	62	63		L = 450 mm	169	169	
Rohr	63	64		L = 90 mm	169	169	
Rohr	64	65		L = 135 mm	169	169	
Rohr	65	66		L = 55 mm	169	169	
Randbedingung	66			R _{Experiment}	169		

¹L_M = 1.875 dB

²L_M = 1.5625 dB

³L_M = 1.250 dB

⁴L_M = 0.9375 dB

⁵L_M = 0.625 dB

F Modellierung der Flammentransferfunktionen in Abhängigkeit der Geometrieparameter

F.1 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Im Folgenden sind die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung mit einem Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ aufgelistet. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohres normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle F.1: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion	
α_2^*	$\alpha_2^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= 0.1937 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 0.8079$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= 0.4977 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 0.5009$
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -1.0278 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.0253$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -0.3805 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.3800$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -0.4373 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.4354$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 0.2484 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.7558$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 1.2100 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.2103$

F.2 Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Abbildung F.1 zeigt die lineare Abhängigkeit der Flammenparameter von der Konizität der Mischrohre $\frac{\Delta r}{L_M}$ und der Summe aus der Mischrohrlänge und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität $L_M + x_{\text{OH}_{\text{max}}}$ des Drallerzeuers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge von $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$ für einen Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ bei perfekter Vormischung.

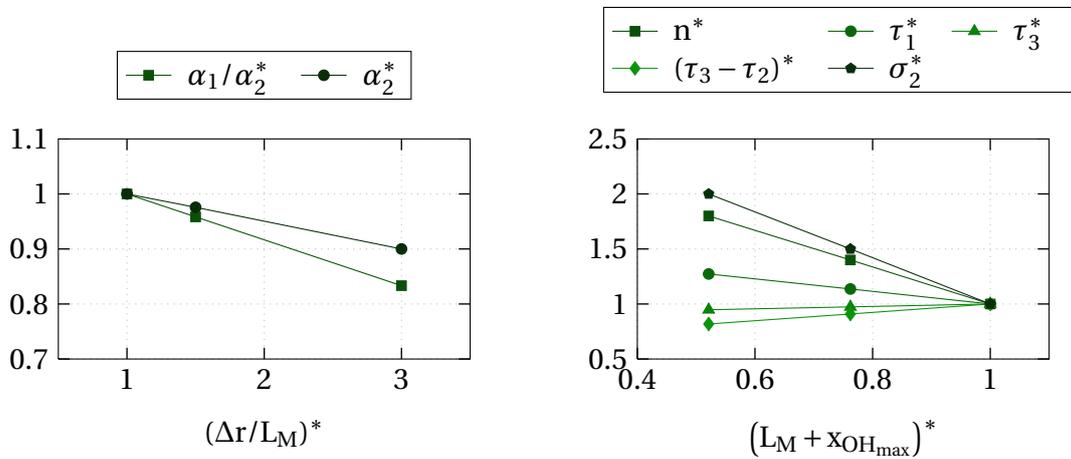


Abbildung F.1: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ und den Mischrohrängen $L_M = 0.625 d_B$ bis $1.875 d_B$ bei 50 kW und $\lambda = 1.4$ normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeuers mit dem $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohr, gekennzeichnet mit einem *

F.3 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeuers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Tabelle F.2 enthält die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des $F_{\text{axial}} = 50\%$ Drallerzeuers bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohres normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle F.2: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 50\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion	
α_2^*	$\alpha_2^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= -0.0833 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 1.0833$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= -0.0501 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 1.0504$
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -1.6713 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.6722$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -0.5698 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.5701$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 0.1100 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.8900$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 0.3798 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.6200$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -2.0891 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 3.0902$

F.4 Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Abbildung F.2 zeigt die lineare Abhängigkeit der Flammenparameter von der Konizität der Mischrohre $\frac{\Delta r}{L_M}$ und der Summe aus der Mischrohrlänge und der Position maximaler OH^* -Chemilumineszenzintensität $L_M + x_{\text{OHmax}}$ des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge von $L_M = 0.625 \text{ d}_B$ bis 1.875 d_B für einen Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ bei perfekter Vormischung.

F.5 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

In der folgenden Tabelle F.3 sind die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung aufgelistet. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $L_M = 1.875 \text{ d}_B$ Mischrohres normiert und mit einem * gekennzeichnet.

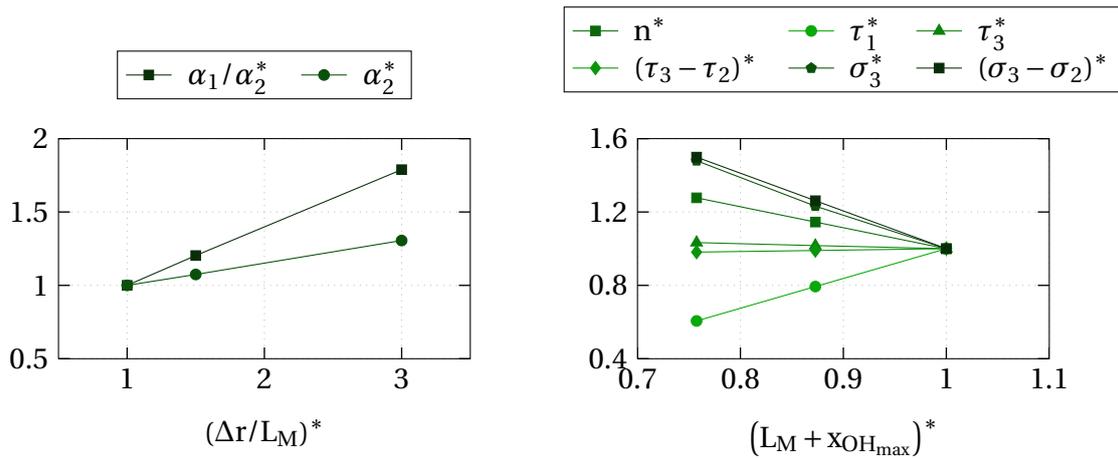


Abbildung F.2: Lineare Abhängigkeit der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ den Mischrohrängen $L_M = 0.625 \text{ dB}$ bis 1.875 dB bei 50 kW und $\lambda = 1.4$ normalisiert mit den entsprechenden Parametern des Drallerzeugers mit dem $L_M = 1.875 \text{ dB}$ Mischrohr, gekennzeichnet mit einem *

Tabelle F.3: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 30\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei perfekter Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion	
α_2^*	$\alpha_2^* \left(\frac{\Delta r}{L_M} \right)^*$	$= 0.3933 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M} \right)^* + 0.6096$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* \left(\frac{\Delta r}{L_M} \right)^*$	$= 0.1532 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M} \right)^* + 0.8458$
n^*	$n^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= -1.1433 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* + 2.1433$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= 1.6243 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* - 0.6243$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= -0.1367 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* + 1.1365$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= 0.0768 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* + 0.9231$
σ_3^*	$\sigma_3^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= -1.9744 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* + 2.9682$
$(\sigma_3 - \sigma_2)^*$	$(\sigma_3 - \sigma_2)^* (L_M + x_{OHmax})^*$	$= -2.0582 \cdot (L_M + x_{OHmax})^* + 3.0581$

F.6 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei technischer Vormischung

In Tabelle F.4 sind die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge

und bei technischer Vormischung mit einem Betriebszustand von 50 kW und $\lambda = 1.4$ aufgelistet. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $L_M = 1.875 d_B$ Mischrohres normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle F.4: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ bei Variation der Mischrohrlänge und bei technischer Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion	
α_2^*	$\alpha_2^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= 0.1333 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 0.8667$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^*$	$= 0.0692 \cdot \left(\frac{\Delta r}{L_M}\right)^* + 0.9339$
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -2.0229 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 3.0246$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -1.2121 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.2123$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -0.2744 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.2739$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 0.1312 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.8690$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 1.2121 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.2123$
τ_ϕ^*	$\tau_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 0.3465 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.6543$
σ_ϕ^*	$\sigma_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 1.6162 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.6165$

G Modellierung der Flammentransferfunktionen in Abhängigkeit der Betriebszustände

G.1 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl sowie der Leistung und bei perfekter Vormischung

Im Folgenden sind die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl und bei perfekter Vormischung mit einer Leistung von 50 kW aufgelistet. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $\lambda = 1.3$ Betriebszustandes normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle G.1: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl und bei perfekter Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion
α_2^*	$\alpha_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 3.0601 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 2.3407$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 0.5627 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.4366$
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 2.9091 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 1.9057$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.1353 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.1361$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 3.3356 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 2.3407$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.6864 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.6933$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.5450 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.5416$

Tabelle G.2 enthält die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Leistung und bei perfekter Vormischung mit einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des 40 kW Betriebszustandes normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle G.2: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Leistung und bei perfekter Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion	
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 7.1445 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 6.1420$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -2.9542 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 3.9564$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -1.0753 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.0791$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= -0.3812 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.3822$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^*$	$= 5.2646 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 4.2687$

G.2 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl sowie der Leistung und bei technischer Vormischung

In Tabelle G.3 sind die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl und bei technischer Vormischung mit einer Leistung von 50 kW aufgelistet. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des $\lambda = 1.3$ Betriebszustandes normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle G.4 enthält die linearen Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Leistung und bei technischer Vormischung mit

G.2 Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl sowie der Leistung und bei perfekter Vormischung

Tabelle G.3: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Luftzahl und bei technischer Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion
α_2^*	$\alpha_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 0.9392 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.0579$
$(\alpha_1/\alpha_2)^*$	$(\alpha_1/\alpha_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = -1.5771 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.5762$
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 2.7672 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 1.7616$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 3.1327 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 2.1349$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 2.8762 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 1.8800$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.1231 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.1199$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.9347 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.9313$
τ_ϕ^*	$\tau_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 1.2877 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 0.2913$
σ_ϕ^*	$\sigma_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = -1.1058 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 2.1093$

einer Luftzahl von $\lambda = 1.4$. Alle Parameter sind mit den entsprechenden Parametern des 40kW Betriebszustandes normiert und mit einem * gekennzeichnet.

Tabelle G.4: Interpolationsfunktionen der Flammenparameter des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ bei Variation der Leistung und bei technischer Vormischung

Flammenparameter	Interpolationsfunktion
n^*	$n^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 6.623 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 5.6239$
τ_1^*	$\tau_1^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = -3.6726 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 4.6703$
τ_3^*	$\tau_3^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 0.4624 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 0.5375$
$(\tau_3 - \tau_2)^*$	$(\tau_3 - \tau_2)^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 4.8427 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 3.8433$
σ_2^*	$\sigma_2^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = 6.8588 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* - 5.8620$
τ_ϕ^*	$\tau_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = -0.2619 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 1.2626$
σ_ϕ^*	$\sigma_\phi^* (L_M + x_{\text{OHmax}})^* = -9.0879 \cdot (L_M + x_{\text{OHmax}})^* + 10.0850$

H Einfluss der Verwendung experimenteller Transfermatrizen und verlustbehafteter Rohrelemente in der Netzwerkmodellierung auf den dynamischen Druck

H.1 Vergleich der experimentellen und modellierten Druckdaten ohne Verbrennung

Abbildungen H.1 und H.2 zeigen einen Vergleich der experimentellen sowie modellierten Amplituden und Phasen des dynamischen Druckes p' ohne und mit Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung im Plenum und in der Brennkammer bei Durchströmung mit 25 g/s Luft, die im Plenum etwa 300 °C hat und in der Brennkammer mit 200 °C angenommen wird. Zwischen den Druckdaten, die mit dem Brennermodell berechnet wurden und denen des Versuchsstandmodells, in der das Brennermodell durch eine experimentell bestimmte BTM ersetzt wurde, ist der Unterschied sehr gering. Dies ist auf Grund der sehr guten Modellierung der experimentellen BTM ein erwartetes Ergebnis.

Berücksichtigt man die thermo-viskose Wandreibung nach Kirchhoff [Kir68] kann die Wellenzahl κ für durchströmte Rohre mit folgender Gleichung abgeschätzt werden [PHRJ93]:

$$k^{\pm} = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} \cdot \left(1 + C_d \cdot \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{1}{Sh} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{\sqrt{Pr}} \right) - \frac{i}{Sh^2} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{\sqrt{Pr}} - \frac{1}{2} \kappa \frac{\kappa-1}{\sqrt{Pr}} \right) \right). \quad (\text{H.1})$$

In dieser Gleichung ergibt sich das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten für Luft zu $\kappa = 1.4$ und die Prandtlzahl zu $Pr = 0.71$. Die Shearzahl berechnet sich mit $Sh = r\sqrt{\omega/\nu}$ und nimmt für den untersuchten Betriebsbereich

Werte $Sh \gg 1$ an. Hierbei wurde die Temperaturabhängigkeit der kinematischen Viskosität über $\nu(T) = A + B \cdot (T - T_{\text{Referenz}})$ mit $A = 1.51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und $B = 9.2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{sK}$ sowie $T_{\text{Referenz}} = 293.16 \text{ K}$ bestimmt. Damit ist der $1/Sh^2$ -Term in Gleichung H.1 sehr klein und kann vernachlässigt werden [MI68, Dav88]. Für Rohre mit Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung ergibt sich für die Wellenzahl folglich:

$$k^\pm = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} \cdot \left(1 + C_d \cdot \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{1}{Sh} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{\sqrt{Pr}} \right) \right). \quad (\text{H.2})$$

C_d ist der Rauigkeitswert der Wand und hat für glatte Rohrwände den Wert $C_d = 1$.

Ersetzen der reibungsfreien Rohre des Plenums und der Brennkammer im Netzwerkmodell durch reibungsbehaftete Rohre führt mit einem Wandrauigkeitswert von $C_d = 1$ zu keiner deutlichen Minimierung der überhöhten Amplituden. Erst das Setzen von $C_d = 18$ im Plenum und in der Brennkammer liefert gedämpfte Amplitudenwerte und geringere Phasensprünge im Plenum. Der ungewöhnlich hohe Wert von $C_d = 18$ deutet daraufhin, dass neben der thermo-viskosen Wandreibung zusätzliche Dämpfungsquellen im Versuchstand vorhanden sein müssen. Dies wurde auch schon von Alemela [Ale09]

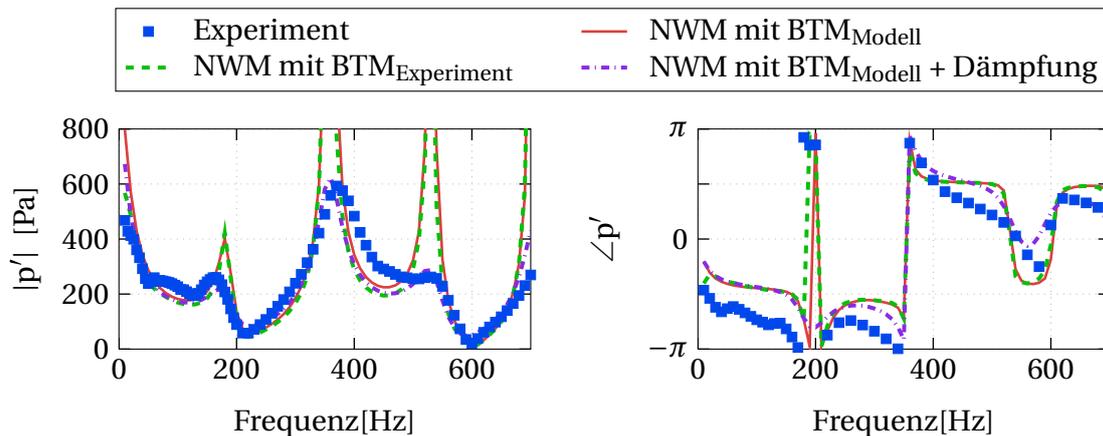


Abbildung H.1: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ($x_p = -0.655 \text{ m}$ am Knoten 2) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 \text{ dB}$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten Daten bei 25 g/s Luft und 300° C Vorheizung für das NWM mit experimenteller Brennertransfermatrix ($\text{BTM}_{\text{Experiment}}$), das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix ($\text{BTM}_{\text{Modell}}$) sowie das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix und Dämpfung ($\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{Dämpfung}$)

beschrieben. Allerdings konnte er die modellierten Druckdaten für den Fall ohne Verbrennung mit einem Rauigkeitswert von $C_d = 2$ zu einer bestmöglichen Übereinstimmung mit dem Experiment bringen. Dies ist für das hier verwendete Netzwerkmodell trotz gleichem Plenum nicht möglich.

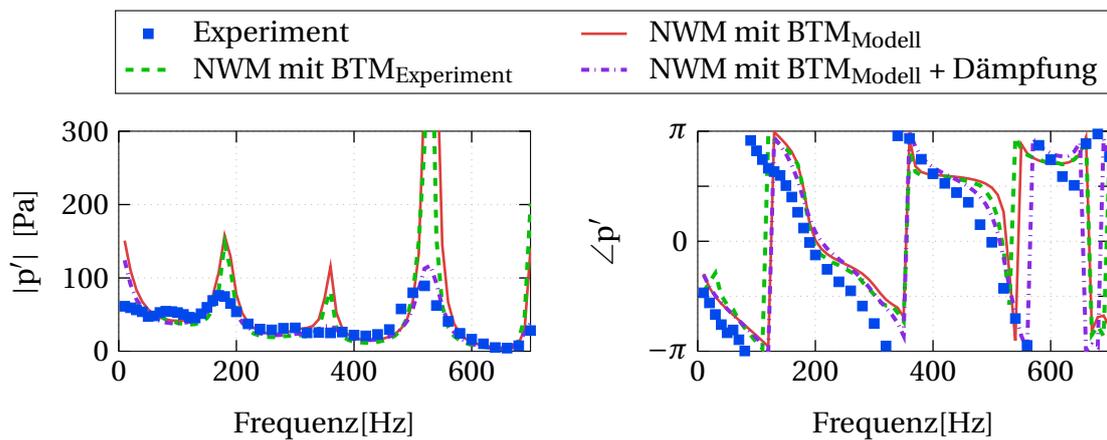


Abbildung H.2: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ($x_{BK} = +0.450\text{ m}$ am Knoten 63) des Drallerzeugers mit $F_{axial} = 100\%$ und der Mischrohlänge $L_M = 1.875\text{ dB}$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten Daten bei 25 g/s Luft und 300°C Vorheizung für das NWM mit experimenteller Brennertransfermatrix ($BTM_{Experiment}$), das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix (BTM_{Modell}) sowie das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix und Dämpfung ($BTM_{Modell} + \text{Dämpfung}$)

H.2 Vergleich der experimentellen und modellierten Druckdaten mit Verbrennung

In den Abbildungen H.3 und H.4 ist ein Vergleich der experimentellen sowie modellierten Amplituden und Phasen des dynamischen Druckes p' ohne und mit Berücksichtigung thermo-viskoser Wandreibung im Plenum und in der Brennkammer für den Betriebszustand 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung gezeigt. Die mittlere Temperatur in der Brennkammer wird mit 1000°C angenommen. Auch für den Fall mit Verbrennung sind die Unterschiede im Amplituden- und Phasenverlauf zwischen den Druckdaten, die mit dem Modell des Brenners und der Flamme berechnet wurden, und denen des Versuchsstandmodells, in das Brenner- und Flammenmodell durch eine experimentell bestimmte BFTM ersetzt wurden, sehr gering. Zurückzuführen ist

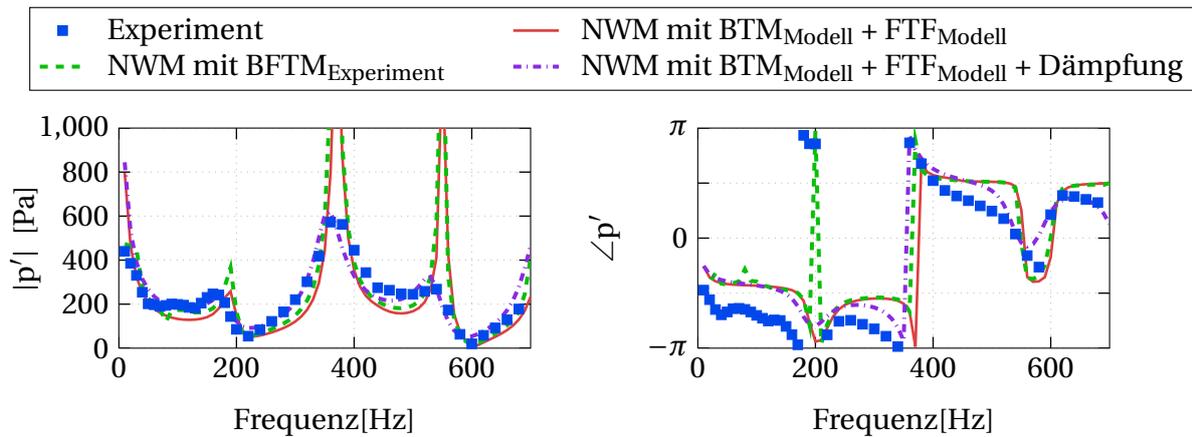


Abbildung H.3: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' im Plenum ($x_p = -0.655\text{ m}$ am Knoten 2) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875\text{ d}_B$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten Daten bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung für das NWM mit experimenteller Brennertransfermatrix mit Flamme ($\text{BFTM}_{\text{Experiment}}$), das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix und Flammentransferfunktion ($\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{FTF}_{\text{Modell}}$) sowie das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix, Flammentransferfunktion und Dämpfung ($\text{BTM}_{\text{Modell}} + \text{FTF}_{\text{Modell}} + \text{Dämpfung}$)

dies auf die sehr gute Übereinstimmung der modellierten und experimentellen Brenner- und Flammeneigenschaften. Die Überhöhung der Amplitudenwerte und die steileren Phasenverläufe im Vergleich zum Experiment lassen sich auch für den Fall mit Verbrennung durch Verwendung verlustbehafteter Rohre nach Gleichung H.2 minimieren. Dazu musste der Rauigkeitswert im Plenum auf $C_d = 18$ und in der Brennkammer auf $C_d = 40$ gesetzt werden. Auch bei Alemela [Ale09] führte ein erst deutlich erhöhter Wert von $C_d = 15$ im Vergleich zu $C_d = 2$ für den Fall ohne Verbrennung zu einer guten Übereinstimmung der modellierten und experimentellen Druckdaten. Begründet wird dies durch die Zunahme der akustischen Grenzschichtdicke $\delta_{\text{akustisch}} = \sqrt{2\nu/\omega}$ mit steigender Temperatur, die zu einem linearen Anstieg der Dämpfung akustischer Wellen durch Turbulenz führt [RA77].

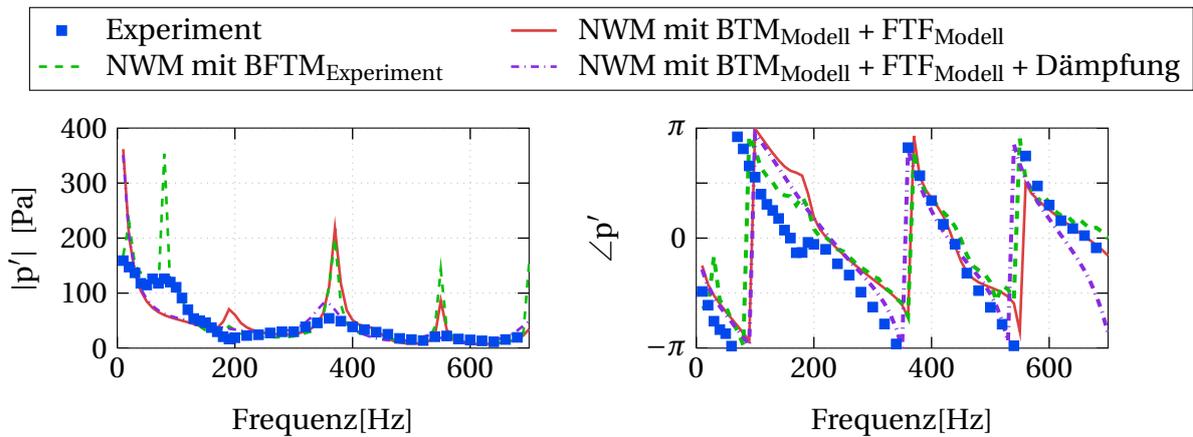


Abbildung H.4: Vergleich von Amplitude und Phase des dynamischen Drucks p' in der Brennkammer ($x_{BK} = +0.450\text{ m}$ am Knoten 64) des Drallerzeugers mit $F_{\text{axial}} = 100\%$ und der Mischrohrlänge $L_M = 1.875 d_B$ zwischen experimentellen (Experiment) und mit dem Netzwerk modellierten Daten bei 50 kW mit $\lambda = 1.4$ und 300°C Vorheizung für das NWM mit experimenteller Brennertransfermatrix mit Flamme ($BFTM_{\text{Experiment}}$), das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix und Flammentransferfunktion ($BTM_{\text{Modell}} + FTF_{\text{Modell}}$) sowie das NWM mit modellierter Brennertransfermatrix, Flammentransferfunktion und Dämpfung ($BTM_{\text{Modell}} + FTF_{\text{Modell}} + \text{Dämpfung}$)

Literaturverzeichnis

- [AFH⁺10] ALEMELA, P. R. ; FANACA, D. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHURMANS, B.: *Determination and Scaling of Thermo Acoustic Characteristics of Premixed Flames*. In: *Spray and Combustion Dynamics* 2 (2010), Nr. 2, S. 169–198
- [Ale09] ALEMELA, P. R.: *Measurement and Scaling of Acoustic Transfer Matrices of Premixed Swirl Flames*, Technische Universität München, Diss., 2009
- [Aue05] AUER, M. P.: *Einfluss fluktuierender Brennstoff- und Luftmassenströme auf die Dynamik einer Drallflamme*, Technische Universität München, Diss., 2005
- [Bay14] BAYERISCHE FORSCHUNGSALLIANZ: Forschungsinitiative Kraftwerke des 21. Jahrhunderts - KW21 Phase II, <http://www.bayfor.org/de/geschaeftsbereiche/forschungsverbuende/welt-der-materie/kw212.html>, Stand 14.08.2014
- [BCMP13] BOBUSCH, B. C. ; ĆOSIĆ, B. ; MOECK, J. P. ; PASCHEREIT, C.O.: *Optical Measurement of Local and Global Transfer Functions for Equivalence Ratio Fluctuations in a Turbulent Swirl Flame*. San Antonio, Texas, USA : ASME, June 3-7 2013 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2013 Power for Land, Sea and Air GT2013-95649)
- [BHS06] BURMBERGER, S. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: *Design Rules for the Velocity Field of Vortex Breakdown Swirl Burners*. Barcelona, Spain : ASME, 8-11 May 2006 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2006 Power for Land, Sea and Air GT2006-90495)
- [BMLP07] BOTHIEN, M. R. ; MOECK, J. P. ; LACARELLE, A. ; PASCHEREIT, C. O.: *Time Domain Modelling and Stability Analysis of Complex Ther-*

- moacoustic Systems*. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy 221 (2007), S. 657–668
- [BWH⁺13a] BADE, S. ; WAGNER, M. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHUERMANS, B.: *Design for Thermo-Acoustic Stability: Modeling of Burner And Flame Dynamics*. In: Journal of Engineering for Gas Turbine and Power 135 (2013), November, Nr. 11, S. 111502–1–7
- [BWH⁺13b] BADE, S. ; WAGNER, M. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHUERMANS, B.: *Design for Thermo-Acoustic Stability: Procedure and Data Base*. In: Journal of Engineering for Gas Turbine and Power 135 (2013), Dezember, Nr. 12, S. 121507–1–8
- [BWH⁺14] BADE, S. ; WAGNER, M. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHUERMANS, B.: *Influence of Fuel-Air Mixing on Flame Dynamics of Premixed Swirl Burners*. Düsseldorf, Germany : ASME, 16-20 June 2014 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2014 Power for Land, Sea and Air GT2014-25381)
- [CA96] COHEN, J. M. ; ANDERSON, T. J.: *Experimental Investigation of Near-Blowout Instabilities in a Lean, Premixed Step Combustor*. Reno, Nevada, USA : AIAA, 15-18 January 1996 (34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit AIAA 1996-0819)
- [Chu53] CHU, B.: *On the Generation of Pressure Waves at a Plane Flame Front*. In: Fourth International Symposium of Combustion (1953), S. 603–612
- [Dar93] DARMOFAL, D. L.: *The Role of Vorticity Dynamics in Vortex Breakdown*. Orlando, Florida, USA : AIAA, 6-9 July 1993 (24th AIAA Fluid Dynamics Conference AIAA 2003-3142)
- [Dav88] DAVIES, P. O. A. L.: *Practical Flow Duct Acoustics*. In: Journal of Sound and Vibration 124 (1988), Nr. 1, S. 91–115
- [Deu06] DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR AKUSTIK E.V.: *DEGA Empfehlungen 101 - Akustische Wellen und Felder*. (2006)
- [DFW83] DOWLING, A. P. ; FLOWERS WILLIAMS, J. E.: *Sound and Sources of Sound*. Chichester, West Sussex, England : Ellis Horwood Limited, 1983

- [DOAR02] DRIBINSKI, V. ; OSSADTCHI, A. ; A., Mandelshtam V. ; REISLER, H.: *Reconstruction od Abel-Transformable Images: The Basis-Set Expansion Abel Transform Method*. In: Review of Scientific Instruments 73 (2002), Nr. 7, S. 2634–2642
- [Dow99] DOWLING, A. P.: *A Kinematic Model of a Ducted Flame*. In: Journal of Fluid Mechanics 394 (1999), S. 51–72
- [Eck04] ECKSTEIN, J.: *On the Mechanisms od Combustion Driven Low-Frequency Oscillations in Aero-Engines*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [Ehr04] EHRENFRIED, K.: *Strömungsakustik*. Mensch & Buch Verlag, 2004
- [FAH⁺10] FANACA, D. ; ALEMELA, P. R. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHURMANS, B.: *Comparison of the Flow Field of a Swirl Stabilized Premixed Burner in an Annular and a Single Burner Combustion Chamber*. In: Journal of Engineering for Gas Turbine and Power 132 (2010), Nr. 7, S. 071502–1–7
- [FHS06] FISCHER, A. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T.: *Comparison of Multimicrophone Transfer Matrix Measurements with Acoustic Network Models of Swirl Burners*. In: Journal of Sound and Vibration 298 (2006), S. 73–83
- [Fis04] FISCHER, A.: *Hybride, thermoakustische Charakterisierung von Drallbrennern*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [Fre09] FREITAG, E.: *On the Measurement and Modelling of Flame Transfer Functions at Elevated Pressure*, Technische Universität München, Diss., 2009
- [GD11] GRAHAM, O. S. ; DOWLING, A. P.: *Low-Order Modelling of Ducted Flames with Temporally Varying Equivalence Ratio in Realistic Geometries*. Vancouver, British Columbia, Canada : ASME, June 6-10 2011 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2011 Power for Land, Sea and Air GT2011-45255)
- [GFEP03] GENTEMANN, A. M. G. ; FISCHER, A. ; EVESQUE, S. ; POLIFKE, W.: *Acoustic Transfer Matrix Reconstruction and Analysis for Ducts with Sudden Area Changes*. Hilton Head, South Carolina, USA :

AIAA, 12-14 May 2003 (9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit AIAA 2003-3142)

- [Hau14] HAUSER, M.: *Zum Einfluss transversaler akustischer Anregung auf die Dynamik turbulenter vorgemischter Drallflammen*, Technische Universität München, Diss., 2014
- [HFR⁺05] HIRSCH, C. ; FANACA, D. ; REDDY, P. ; POLIFKE, W. ; SATTELMAYER, T.: *Influence of the Swirler Design on the Flame Transfer Function of Premixed Flames*. Reno-Tahoe, Nevada, USA : ASME, June 6-9 2005 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2005 Power for Land, Sea and Air GT2005-68195)
- [Hir10] HIRSCH, C.: *Verbrennung, Skriptum zur Vorlesung*. 2010
- [Hir13] HIRSCH, C.: *Axisymmetrische reaktive Rechnung des ICLEAC Strömungsfeldes mit dem A2EV-Brenner*. 2013. – Persönliche Mitteilung
- [Int13] INTERNATIONAL ENERGY AGENCY (IEA): *Key World Energy Statistics*. (2013)
- [KC83] KAYS, W.M. ; CRAWFORD, M.E: *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill, 1983
- [Kel95] KELLER, J. J.: *Thermoacoustic Oscillations in Combustion Chambers of gas Turbines*. In: AIAA Journal 33 (1995), Nr. 12, S. 2280–2287
- [Kir68] KIRCHHOFF, G.: *Über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gas auf die Schallbewegung*. In: Annalen der Physik und Chemie 134 (1868), Nr. 6, S. 177–193
- [LS10] LECHNER, C. ; SEUME, J.: *Stationäre Gasturbinen*. Berlin, Deutschland : Springer, 2010
- [LTJZ01] LIEUWEN, T. ; TORRES, H. ; JOHNSON, C. ; ZINN, B.T.: *A Mechanism of Combustion Instability in Lean Premixed Gas Turbine Combustors*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Combustors 123 (2001), Nr. 1, S. 182–189

- [LY06] LIEUWEN, T. ; YANG, V. ; LIEUWEN, T. (Hrsg.) ; YANG, V. (Hrsg.): *Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines: Operational Experience, Fundamental Mechanisms, and Modeling*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2006 (Progress in Astronautics and Aeronautics ISBN 156347669X)
- [LZ98a] LIEUWEN, T. ; ZINN, B. T.: *Theoretical Investigation of Combustion Instability Mechanisms in Lean Premixed Gas Turbines*. Reno, Nevada : AIAA, 12-15 January 1998 (36th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit AIAA 98-0641)
- [LZ98b] LIEUWEN, T. ; ZINN, B.T.: *The Role of Equivalence Ratio Oscillations in Driving Combustion Instabilities in Low NOx Gas Turbines*. In: Symposium (International) on Combustion 27 (1998), Nr. 2, S. 1809–1816
- [May12] MAYER, C.: *Konzept zur vorgemischten Verbrennung wasserstoffhaltiger Brennstoffe in Gasturbinen*, Technische Universität München, Diss., 2012
- [MD90] MUNJAL, M.L. ; DOIGE, A.G.: *Theory of Two Source-Location Method for Direct Experimental Evaluation of the Four-Pole Parameters of an Aeroacoustic Element*. In: Journal of Sound and Vibration 141 (1990), Nr. 2, S. 323–333
- [Mei68] MEIER, P.: *Untersuchung isothermer drallbehafteter Freistrahlen*. In: Forschung im Ingenieurwesen 34 (1968), Nr. 5, S. 133–164
- [MI68] MORSE, P.M. ; INGARD, K.U.: *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1968
- [MSS⁺11] MAYER, C. ; SANGL, J. ; SATTELMAYER, T. ; LACHAUX, T. ; BERNERO, S.: *Study on the Operational Window of a Swirl Stabilized Syngas Burner Under Atmospheric and High Pressure Conditions*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 134 (2011), Nr. 3, S. 031506–1–11
- [Mun87] MUNJAL, M. L.: *Acoustics of Ducts and Mufflers*. John Wiley & Sons, 1987

- [Neu09] NEUNERT, U.: *Thermoakustische Stabilität einer Reisemobilheizung*, Technische Universität München, Diss., 2009
- [OLQS11] ORAWANNUKUL, P. ; LEE, J.G. ; QUAY, B.D. ; SANTAVICCA, D.A.: *Fuel-Forced Flame Response of a Lean-Premixed Combustor*. Vancouver, British Columbia, Canada : ASME, June 6-10 2011 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2011 Power for Land, Sea and Air GT2011-46022)
- [PD54] PUTNAM, A. A. ; DENNIS, W. R.: *Burner Oscillations of the Gauze-Tone Type*. In: Journal of the Acoustic Society of America 26 (1954), Nr. 5, S. 716–725
- [Pet97] PETERS, N.: *Kinetic Foundation of Thermal Flame Theory*. In: American Institute of Aeronautics and Astronautics (1997), S. 73–91
- [PFS01] PASCHEREIT, C. O. ; FLOHR, P. ; SCHUERMANS, B.: *Prediction of Combustion Oscillations in Gas Turbine Combustors*. Reno, Nevada, USA : AIAA, 8-11 January 2001 (39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit AIAA 2001-0484)
- [PGW98] PASCHEREIT, C. O. ; GUTMARK, E. ; WEISENSTEIN, W.: *Structure and Control of Thermoacoustic Instabilities in a Gas-Turbine Combustor*. In: Combustion Science and Technology 138 (1998), S. 213–232
- [PHRJ93] PETERS, M. C. A. M. ; HIRSCHBERG, A. ; REIJNEN, A. J. ; J., Wijnands A. P.: *Damping and Reflection Coefficient Measurements for an Open Pipe at low Mach and Helmholtz Numbers*. In: Journal of Fluid Mechanics 256 (1993), S. 499–534
- [PHV97] POLIFKE, W. ; HOEK, J. van d. ; VERHAAR, B.: *Everything You Always Wanted to Know About f and g* / ABB Corporate Research. Baden, Switzerland, 1997. – Forschungsbericht
- [PL07] POLIFKE, W. ; LAWN, C.: *On the Low-Frequency Limit of Flame Transfer Functions*. In: Combustion and Flame 151 (2007), September, Nr. 3, S. 437–451

- [Pol04] POLIFKE, W.: *Combustion Instabilities*. Brussels, Belgium : VKI Lecture Series: Advances in Aeroacoustics and Applications, 2004 (Von Karman Institute)
- [PP98] PASCHEREIT, C. O. ; POLIFKE, W.: *Investigations of the Thermoacoustic Characterisation of a Lean Premixed Gas Turbine Burner*. Stockholm, Sweden : ASME, 2-5 June 1998 (International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition GT1998-582)
- [PPD01] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C.O. ; DÖBBELING, K.: *Constructive an Deconstructive Interference of Acoustic and Entropy Waves in a Premixed Combustor with a Choked Exit*. In: International Journal of Acoustics and Vibration 6 (2001), Nr. 3, S. 135–146
- [PSDC11] PALIES, P. ; SCHULLER, T. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: *Modeling of Premixed Swirling Flames Transfer Functions*. In: Proceedings of the Combustion Institute 33 (2011), S. 2967–2974
- [PSPM02] PASCHEREIT, C. O. ; SCHUERMAN, B. ; POLIFKE, W. ; MATTSON, O.: *Measurement of Transfer Matrices and Source Terms of Premixed Flames*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 124 (2002), Nr. 2, S. 239–247
- [RA77] RONNEBERGER, D. ; AHRENS, C. D.: *Wall Shear Stress Caused by Small Amplitude Perturbations of Turbulent Boundary-Layer Flow: an Experimental Investigation*. In: Journal of Fluid Mechanics 83 (1977), December, Nr. 3, S. 433–464
- [Ray78] RAYLEIGH, J. W. S.: *The Explanation of Certain Acoustic Phenomena*. In: Nature 18 (1878), Nr. 455, S. 319–321
- [RH04] RIENSTRA, S.W. ; HIRSCHBERG, A.: *An Introduction to Acoustics*. Eindhoven, University of Technology, 2004
- [RMB07] RUSS, M. ; MEXER, A. ; BÜCHNER, H.: *Scaling Thermo-Acoustic Characteristics of LP and LPP Swirl Flames*. Montreal, Canada : ASME, May 14-17 2007 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2007 Power for Land, Sea and Air GT2007-27775)
- [San11] SANGL, J.: *Erhöhung der Brennstoffflexibilität von Vormischbrennern durch Beeinflussung der Wirbeldynamik*, Technische Universität München, Diss., 2011

- [Sat03] SATTELMAYER, T.: *Influence of the Combustor Aerodynamics on Combustion Instabilities From Equivalence Ratio Fluctuations*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 125 (2003), Nr. 1, S. 11–19
- [SBG⁺04] SCHUERMANS, B. ; BELLUCCI, V. ; GUETHE, F. ; MEILI, F. ; FLOHR, P. ; PASCHEREIT, C.O.: *A Detailed Analysis of Thermoacoustic Interaction Mechanisms in a Turbulent Premixed Flame*. Vienna, Austria : ASME, June 14-17 2004 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2004 Power for Land, Sea and Air GT2004-53831)
- [SBP03] SCHUERMANS, B. ; BELLUCCI, V. ; PASCHEREIT, C.O.: *Thermoacoustic Modeling and Control of Multi Burner Combustion Systems*. Atlanta, Georgia, USA : ASME, June 16-19 2003 (Proceedings of ASME Turbo Expo 2003 Power for Land, Sea and Air GT2003-38688)
- [Sch58] SCHLICHTING, H.: *Grenzschichttheorie*. Braun, 1958
- [Sch03] SCHUERMANS, B.: *Modeling and Control of Thermoacoustic Instabilities*, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Diss., 2003
- [SDDC02] SCHULLER, T. ; DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; CANDEL, S.: *Modeling Tools for the Prediction of Premixed Flame Transfer Functions*. In: Proceedings of the Combustion Institute 29 (2002), Nr. 1, S. 107–113
- [SGP⁺10] SCHUERMANS, B. ; GUETHE, F. ; PENNELL, D. ; GUYOT, D. ; PASCHEREIT, C.O.: *Thermoacoustic Modeling of a Gas Turbine Using Transfer Functions Measured Under Full Engine Pressure*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 132 (2010), Nr. 11, S. 111503–1–9
- [SMS11] SANGL, J. ; MAYER, C. ; SATTELMAYER, T.: *Dynamic Adaptation of Aerodynamic Flame Stabilization of a Premix Swirl Burner to Fuel Reactivity Using Fuel Momentum*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 133 (2011), Nr. 7, S. 071501–1–11
- [SP03a] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: *A Novel Method for the Computation of the Linear Stability of Combustors*. In: Combustion Science and Technology 175 (2003), Nr. 3, S. 477 – 497

- [SP03b] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W.: *Assessments of Methods for the Computation of the Linear Stability of Combustors*. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), Nr. 3, S. 453 – 476
- [SPP99] SCHUERMANS, B. B. H. ; POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C. O.: *Modeling Transfer Matrices of Premixed Flames and Comparison with Experimental Results*. Indianapolis, Indiana, USA : ASME, 1999 (International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition GT1999-132)
- [SR98] STRAUB, D. L. ; RICHARDS, G. A.: *Effect of Fuel Nozzle Configuration on Premix Combustion Dynamics*. Stockholm, Sweden : ASME, June 2-5 1998 (International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition 98-GT-492)
- [VDI13] VDI: *VDI-Wärmeatlas*. Berlin : Springer Vieweg, 2013