

Technische Universität München
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

Vorhersage und Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens von Ringbrennkammern unter Einsatz passiver Dämpfer

Maximilian Günter Zahn

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen
Grades eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr.-Ing. Manfred Hajek

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer

2. Prof. Dr.-Ing. Jonas Moeck,

Norwegian University of Science and Technology

Die Dissertation wurde am 21.06.2018 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 27.09.2018 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Rahmen eines von General Electric Aviation (USA) finanzierten Forschungsprojekts.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Professor Thomas Sattelmayer für die Betreuung der Arbeit und die Übernahme des Hauptreferats. Darüber hinaus möchte ich mich bei ihm für das in mich gesetzte Vertrauen, die richtungsweisenden Impulse während meiner Zeit am Lehrstuhl sowie die großzügige Unterstützung bei der Publikation von Forschungsergebnissen auf internationalen Konferenzen bedanken. Herrn Professor Jonas Moeck danke ich für die Übernahme des Koreferats und Herrn Professor Manfred Hajek für die Übernahme des Vorsitzes bei der mündlichen Prüfung.

Allen Mitarbeitern des Lehrstuhls danke ich für die freundschaftliche und förderliche Zusammenarbeit. Insbesondere bedanke ich mich bei meinem Mentor Moritz Schulze für seine fachliche Unterstützung und wertvollen Anregungen in der Anfangsphase meiner Promotion. Paul Christ und Tobias Hummel danke ich für die angenehme und ergebnisreiche Kollaboration bei der POD-basierten Interpolation der Flammendynamik und den Zeitbereichssimulationen. Ein Dank geht ebenso an Noah Klarmann für seine Unterstützung im Rahmen der durchgeführten Verbrennungssimulationen. Meinem Laborpartner Nicolai Stadlmair danke ich für die gute Zusammenarbeit am ICLEAC-Prüfstand. Besonderer Dank gebührt Michael Betz, meinem Bürokollegen, Kwanwoo Kim von General Electric Aviation (USA) und Krzysztof Kostrzewa von General Electric Advanced Aviation Technology CoE (Deutschland) für die erfolgreiche und lehrreiche Projektarbeit. Bei Pascal Weingärtner, Tobias Aumer und Fabian Dawo, die durch Abschlussarbeiten und als wissenschaftliche Hilfskräfte unterstützend mitgewirkt haben, möchte ich mich ebenfalls bedanken. Außerdem danke ich den Sekretärinnen und den Werkstatt-Mitarbeitern des Lehrstuhls für ihre Hilfe bei administrativen und fertigungstechnischen Aufgaben.

Mein herzlicher Dank gilt nicht zuletzt meiner Familie und vor allem meiner Mutter für die stete Unterstützung und Ermutigung während meiner gesamten Ausbildungszeit. Liebe Annika, Dir danke ich von ganzem Herzen für den Rückhalt, den Du mir immer gibst.

München, im September 2018

Max Zahn

Kurzfassung

Es bedarf quantitativer sowie effizienter Berechnungsverfahren zur frühzeitigen Vorhersage thermoakustischer Verbrennungsinstabilitäten in (Ring-) Brennkammern, um gegebenenfalls das Stabilitätsverhalten bereits im Rahmen industrieller Entwicklungsprozesse durch Einsatz von Dämpfern optimieren zu können. In dieser Arbeit wird eine methodische Vorgehensweise aufgezeigt und am Testfall einer Labor-Ringbrennkammer validiert, um einerseits die thermoakustischen Stabilitätseigenschaften unter Verwendung hybrider experimenteller, numerischer und analytischer Ansätze zuverlässig in einem großen Betriebsbereich vorherzusagen. Andererseits wird auf Basis des konzipierten Modellierungsverfahrens der Einfluss von Brennstoffstufung und verschiedener Resonatorkonfigurationen auf die thermoakustische Stabilität analysiert, um daraus grundlegende Richtlinien für die Anwendung passiver Dämpfungskonzepte in Ringbrennkammern abzuleiten.

Abstract

Quantitative and efficient calculation procedures are required for the early prediction of thermoacoustic combustion instabilities in (annular) combustors, in order to be able to optimize the stability behavior already during industrial development processes if necessary by utilizing dampers. In this work, a methodical approach is presented and validated on the basis of a lab-scale annular combustor, which allows to precisely predict thermoacoustic stability properties in a wide operating range with hybrid experimental, numerical and analytical techniques. This modeling concept is further applied to assess the influence of fuel-staging and different damper configurations on the thermoacoustic stability to deduce basic guidelines for the application of passive damping strategies in annular combustors.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1.	Thematischer Kontext	1
1.2.	Zielsetzung und Gliederung	4
2	Grundlegendes zur Akustik	7
2.1.	Akustische Erhaltungsgleichungen	7
2.1.1.	Kompressible Navier-Stokes Gleichungen (NSE)	7
2.1.2.	Linearisierung der Erhaltungsgleichungen	9
2.1.2.1.	Zerlegung der Zustandsvariablen	9
2.1.2.2.	Linearisierte Navier-Stokes Gleichungen (LNSE)	10
2.1.2.3.	Linearisierte Euler Gleichungen (LEE) und akustische Wellengleichung	11
2.1.3.	Betrachtung im Frequenzbereich	12
2.2.	Ausbreitung eindimensionaler, ebener Wellen	13
2.3.	Akustische Randbedingungen	15
2.4.	Lineare akustische Netzwerkmodellierung	17
2.4.1.	Akustische Transfermatrix	17
2.4.2.	Rohrelement konstanten Querschnitts	19
2.4.3.	Akustisch-kompakte verlustbehaftete Flächensprünge	19
2.4.4.	Verzweigungen	20
2.5.	Akustische Moden	21
3	Verluste akustischer Energie	23
3.1.	Kopplung charakteristischer Schwankungsgrößen	23
3.1.1.	Homogene Grundströmung	24
3.1.2.	Inhomogene Grundströmung	24
3.2.	Akustische Energiebilanz	27

3.3. Akustische Grenzschichtverluste	28
3.4. Akustische Verluste durch Wirbelbildung an Flächensprüngen	29
3.4.1. Akustisch induzierte Wirbelbildung im Fall ohne Grundströmung	30
3.4.2. Akustisch induzierte Wirbelbildung im Fall mit Grundströmung	35
3.5. Konvektion und Abstrahlung akustischer Energie über Systemgrenzen	36
3.5.1. Schallemission am offenen Ende	36
3.5.2. Konvektiver Verlust akustischer Energie	37
4 Akustische Untersuchung von Brennkammerkomponenten	39
4.1. Modellierungsverfahren zur linearen thermoakustischen Stabilitätsanalyse	40
4.1.1. Validierungs-Testfall	40
4.1.2. Konzeptionelles Vorgehen bei der Modellbildung	41
4.2. Drallbrenner	42
4.2.1. Aufbau der Drallbrenner	42
4.2.2. RANS/LNSE Methodik	43
4.2.2.1. Numerischer Ansatz	43
4.2.2.2. Schwache Form der LNSE und stabilisierte Finite-Elemente Formulierung	44
4.2.2.3. Konfiguration des CAA Modells	45
4.2.3. Aufbau zur experimentellen Untersuchung	46
4.2.4. Bestimmung der akustischen Brenner-Transfermatrix (BTM)	47
4.2.5. Validierung der numerisch berechneten BTM	49
4.3. Helmholtz-Resonator	53
4.3.1. Vorausgegangene Untersuchungen	54
4.3.2. Harmonische Oszillator Analogie	55
4.3.3. Modular aufgebauter Helmholtz-Resonator	59
4.3.4. Experimentelle Dämpferuntersuchungen	59
4.3.4.1. Aufbau	60
4.3.4.2. Bestimmung der Resonatoreigenschaften	63

4.3.5. Akustische Eigenschaften von Helmholtz-Resonatoren verschiedener Geometrie	63
4.3.5.1. Einfluss der Spülluft und des Halsdurchmessers auf den Reflexionsfaktor	64
4.3.5.2. Bestimmung der Absorptionskoeffizienten, der Impedanz und Admittanz	67
4.3.5.3. Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf den Reflexionsfaktor	71
4.3.6. Modellierung der Dämpfer-Charakteristik	72
4.3.6.1. Nichtlineare Netzwerkmodellierung	72
4.3.6.2. Validierung des HR-Netzwerkmodells	75
4.3.7. Radiale Dämpferpositionierung	79
4.4. Modellierung thermischer Effekte in akustischen Resonatoren	82
4.4.1. Dämpfer-Design und Netzwerkmodellierung	82
4.4.2. Validierung berechneter Reflexionsfaktoren	85
4.4.3. Thermisches Dämpfermodell	89
4.4.3.1. Modellierung des Eindringens von Heißgas in Dämpfern	89
4.4.3.2. Gekoppeltes CFD-Netzwerkmodell-Verfahren zur thermischen Dämpfermodellierung	91
4.4.3.3. Verstimmung der Resonanzfrequenz durch Heiß- gaseintritt	96
4.5. Brennkammer-Austrittsdüsen	99
4.5.1. Messung und Berechnung des Reflexionsfaktors	99
4.5.2. Validierung analytisch und numerisch berechneter Refle- xionsfaktoren	101
4.5.2.1. Analytische Lösung	101
4.5.2.2. Experimentelle und berechnete Ergebnisse . . .	103
4.6. Flammendynamik	108
4.6.1. Schallerzeugung durch zeitliche Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate in Flammen	108
4.6.2. Physikalische Prozesse der akustisch induzierten Flam- mendynamik	110
4.6.3. Experimentelle Bestimmung der Flammendynamik . . .	113

4.6.4. Berücksichtigung der Flammendynamik im Ringbrennkammer-Modell	115
4.6.5. Flammeninteraktion in Mehrbrenner-Anordnungen und der Einfluss transversaler Flammenanregung auf die Flammendynamik	116
4.6.6. Einfluss des Brennkammer-Betriebsdrucks auf die Flammendynamik	118
4.6.7. POD-basierte Methodik zur Interpolation der Flammendynamik	120
4.7. Verbrennungsinstabilitäten	124
5 Lineare thermoakustische Stabilitätsanalyse	125
5.1. Konfigurierung des Ringbrennkammer-Modells und numerisches Verfahren	125
5.2. Analyse der thermoakustischen Stabilität beim Betrieb der Ringbrennkammer ohne Dämpfer	127
5.3. Dämpfung in den Systemkomponenten der Ringbrennkammer	130
5.4. Einfluss von Dämpfern auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode	133
5.5. Effekt ungleichförmig verteilter Dämpfer auf die modale Dynamik der ersten Umfangsmode	139
5.6. Einfluss der axialen Verteilung sowie der Anzahl eingesetzter Resonatoren auf die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode	142
6 Zeitbereichssimulationen	145
6.1. Reduktion der akustischen Druckamplituden in Brennkammern durch Dämpfer-Einsatz	145
6.2. Simulation von Grenzzkylus-Schwingungen	150
7 Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens durch Brennstoffstufung	157
7.1. Angeregte Helmholtz-Mode bei Brennstoffeindüsung in den Drallerzeuger	157

7.2. Dämpfung der ersten Brennkammer- Umfangsmode durch Brennstoffstufung	159
8 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	167
Anhang	171
A Herleitung des Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizien- ten	171
B Dynamik beschreibende Differentialgleichung eines Helmholtz-Resonators	175
Literaturverzeichnis	177

Abbildungsverzeichnis

3.1 Strömungsablösung an einem stationär durchströmten Flächensprung.	30
3.2 Akustisch induziertes Strömungsfeld in der Nähe einer scharfen Kante für $Sr = 8$ [Disselhorst und van Wijngaarden, 1980]. .	33
3.3 Akustisch induzierte “Düsenströmung“ (links) und Vena contracta (rechts).	34
3.4 Über einen akustischen Zyklus gemittelte Verlustleistung $\bar{P}_{aD}$ in Abhängigkeit von Sr (Gl. 3.25).	34
4.1 Labor-Ringbrennkammer: Aufbau und Prinzip der Modellbildung.	40
4.2 Geometrie des Drallbrenners.	42
4.3 Rechengebiet und mittleres Geschwindigkeitsfeld.	43
4.4 Aufbau des Einzelbrennerprüfstands.	47
4.5 Amplitude und Phase in $\frac{rad}{s}$ der BTM-Elemente resultierend aus RANS/LNSE-Simulationen (—●—) und Experimenten (—●—). .	50
4.6 Räumliche Verteilung und normierte Produktionsrate des Quellterms $\bar{\Omega} \cdot \nabla \hat{v}$ in einer vertikalen Schnittebene am Drallbrenneraustritt mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.	51
4.7 Normiertes CAA Geschwindigkeitsfeld (Realteil) bei $250Hz$ (oben) und $600Hz$ (unten) mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.	52
4.8 Isoflächen des normierten CAA Geschwindigkeitsfeldes bei $250Hz$	53
4.9 Skizze eines Helmholtz-Resonators.	55
4.10 Veranschaulichung des dynamischen Verhaltens eines HR in Analogie zu einem harmonischen Oszillator.	55

4.11 Graphische Darstellung von $g_{\Phi} \left(\frac{\bar{u}}{ \hat{u} } \right)$	58
4.12 Schnittdarstellung des modularen Resonatoraufbaus.	59
4.13 Querschnitt der Versuchsanlage [Kathan, 2013].	60
4.14 Messmodul [Kathan, 2013].	61
4.15 Teststandkonfiguration mit koaxial angebrachtem Dämpfer.	61
4.16 Teststandkonfiguration mit radial angebrachtem Dämpfer und stromabseitiger Sirenenanregung (rechts).	62
4.17 Einfluss der Spülluft-Massenströme auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 20mm}$, $V = 72.88cm^3$	64
4.18 Einfluss der Spülluft-Massenströme auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 14mm}$, $V = 72.88cm^3$	65
4.19 Effekt des Halsdurchmessers auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $V = 72.88cm^3$, 1.3_s^g Spülluft.	66
4.20 Einfluss des Halsdurchmessers auf den Absorptionskoeffizienten (AKo) des HR mit $L_n = 80mm$, $V = 72.88cm^3$, 1.3_s^g Spülluft.	68
4.21 Einfluss des Halsdurchmessers auf die Admittanz-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $V = 72.88cm^3$, 1.3_s^g Spülluft.	69
4.22 Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf den Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 20mm}$, $V = 72.88cm^3$, 0_s^g Spülluft.	72
4.23 Netzwerkkomponenten.	74
4.24 Gemessener ($\blackrightarrow$) und berechneter ($\textcolor{red}{\rightarrow}$) Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 20mm}$, $V = 72.88cm^3$, für $ \hat{p} /\bar{p} = 0.8\%$ und 0_s^g Spülluft.	75
4.25 Anteil linearer akustischer Verluste (Lin.) auf berechneten Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 20mm}$, $V = 72.88cm^3$ für 0_s^g , sowie Effekt der Spülluft (1.3_s^g).	76
4.26 Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf berechneten Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80mm$, $\mathbf{D_n = 20mm}$, $V = 72.88cm^3$, 0_s^g Spülluft.	77

4.27 Einfluss des Halsdurchmessers auf die berechnete Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $V = 72.88cm^3$, $1.3\frac{g}{s}$ Spülluft.	78
4.28 Amplitude und Phase der aus CAA Simulationen (—) und Experimenten (—) resultierenden Streumatrix-Elemente. . . .	80
4.29 Rechengebiet.	81
4.30 Amplitude und Phase der “Dämpfer-spezifischen“ Impedanz. .	81
4.31 Schnittdarstellung des Resonatoraufbaus.	83
4.32 Netzwerkkomponenten.	84
4.33 Gemessene (Exp.) und berechnete (NW) Reflexionsfaktoren für $128mm$ sowie $160mm$ Dämpferlänge und 12% Loch-Porosität bei 295K & 480K Spüllufttemperatur.	85
4.34 Gemessene (Exp.) und berechnete (NW) Reflexionsfaktoren für $128mm$ sowie $170mm$ Dämpferlänge und 18% Loch-Porosität bei 295K & 480K Spüllufttemperatur.	86
4.35 Während des Betriebs der Labor-Ringbrennkammer gemessenes Druck-Spektrum im Resonator der Länge $265mm$ mit 18% Loch-Porosität [Betz, 2017].	88
4.36 Mit gemessener Spüllufttemperatur berechneter Reflexionsfaktor für $265mm$ Resonatorlänge und 18% Loch-Porosität. . . .	89
4.37 Modellierung des Temperaturgradienten im Resonator durch diskrete Rohrelementsegmente mit zeitlich und abschnittsweise konstanter Temperatur.	90
4.38 Verfahren zur thermischen Dämpfermodellierung.	91
4.39 Rechengebiet bestehend aus einem 45°- Dämpfersegment mit gekennzeichneten Randbedingungen.	93
4.40 Positionen (in mm) der Thermoelemente zur Temperaturmessung im Dämpfer.	94
4.41 Gemessene ($\odot$) [Betz, 2017] und berechnete (—) Temperaturverteilungen im angeregten ($570Hz$) Resonator ($170mm$ Länge und 18% Loch-Porosität) für $0.32\frac{g}{s}$ Spülluft (oben) sowie $0.11\frac{g}{s}$ (unten).	95
4.42 Simulierte Temperaturfelder in der Nähe des Lochblechs, dargestellt für drei Phasenlagen eines Zyklus.	96

4.43 Resonanzfrequenz-Verschiebung (f_{RF}) des mit $0.32 \frac{g}{s}$ gespülten Dämpfers der Länge $170mm$ bei Heißgaseintritt in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen $ u'_{LL} $ im Lochblech mit 18% Porosität.	97
4.44 Einfluss der Lochblech-Porosität auf die Resonanzfrequenz-Verschiebung der mit $0.32 \frac{g}{s}$ gespülten Dämpfer bei Heißgaseintritt in Abhängigkeit der Druckschwankungen an den Resonatoröffnungen.	98
4.45 Geometrie der Austrittsdüsen.	99
4.46 Rechengebiet und mittleres (normiertes) Geschwindigkeitsfeld.	100
4.47 Düsen-Reflexionsfaktoren für $T=298K$ und $T=1500K$	104
4.48 Normiertes CAA Geschwindigkeitsfeld (Realteil) mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.	106
4.49 Akustische Strouhal-Zahl Sr (—) und Amplitude der axialen Geschwindigkeitsfluktuationen $ v'_{ax} $ (—) am Monitorpunkt im Düsenhals.	107
4.50 Dynamik der “inneren Scherschicht“ (rote Konturlinie) einer Drallflamme bei harmonischer Anregung mit niedriger (links) und höherer Erregerfrequenz (rechts) [Schimek et al., 2015].	111
4.51 Zeitlich gemittelte Verteilung der OH^* Chemilumineszenz und experimentell bestimmte FTF ($\bar{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.6$).	114
4.52 Effekt des Drucks auf die Flammenlänge bei gleicher Brenne-raustrittsgeschwindigkeit und Luftzahl.	119
4.53 Gemessene FTF-Phasen für $\bar{Q} = 50kW$ & $\bar{Q} = 60kW$ und $\lambda = 1.4$ & $\lambda = 1.6$ (—) sowie nach Gl. 4.41 approximierte ($\widetilde{FTF}$) Phasenverläufe (---) unter Verwendung von drei Basisfunktionen.	121
4.54 Mittels POD generierte Funktionsbasis (links): empirische Mode 1 (—), Mode 2 (—), Mode 3 (—). Eigenwerte λ_i der drei Moden (rechts).	122
4.55 Lineare Interpolation des Fourier-Koeffizienten der Basisfunktion 1.	122
4.56 Interpolierter (—) und gemessener (—) Phasenverlauf der FTF am Betriebspunkt $\bar{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.5$	123

5.1	Flächengemittelte axiale Verteilung der Temperatur im Modell der Ringbrennkammer.	126
5.2	Aus berechneten Dämpfungsraten α ($\frac{rad}{s}$) der ersten Brennkammer-Umfangsmode ermittelte Stabilitätskarte, ohne Einsatz von Dämpfern. (Schwarz: Eigenfrequenz-Analyse mit gemessener FTFs, magenta: mit interpolierter Flammendynamik).	128
5.3	Beziehung zwischen den relativen Druckverlusten über die Drallbrenner [%] und den berechneten Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode.	131
5.4	Verschiebung des Absorptionskoeffizienten vorgeheizter Resonatoren (18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge) zu höheren Frequenzen und daraus resultierende Abnahme der Absorptionsleistung bei 570Hz.	134
5.5	Sensitivitätsanalyse der berechneten Dämpfungsraten, abhängig von Verschiebungen der Dämpfer-Resonanzfrequenzen Δf_{RF} , für Dämpfer mit 18% (—) sowie 12% (—) Loch-Porosität (bei $\bar{Q} = 515kW$ $\lambda=1.8$).	136
5.6	Vergleich der Absorptionskoeffizienten der Dämpfer mit 18% (—) sowie 12% (—) Lochblech-Porosität.	138
5.7	Aus berechneten Dämpfungsraten α der ersten Brennkammer-Umfangsmode ermittelte Stabilitätskarte bei vier 90° über dem Brennkammer-Umfang angeordneten Dämpfern mit 12% Lochblech-Porosität.	139
5.8	Konfigurationen “C” (links) und “C4” (rechts) mit ungleichförmig verteilten Dämpfern.	140
5.9	Simulierte Mode 1 (links) und Mode 2 (rechts) des Moden-Paars.	141
5.10	Axiale Verteilung x_{BK} der (normierten) Druckamplitude $ \hat{p} $ (—) der ersten Brennkammer-Umfangsmode (für $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda=1.8$), mit gekennzeichneten axialen Positionen der Dämpferanschlüsse.	142
5.11	Einfluss der Anzahl eingesetzter Resonatoren (mit 12% Lochblech-Porosität) auf die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode für $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$	143

6.1	Vergleich der Frequenzgangfunktionen des reduzierten H_r ($\text{---}\circ\text{---}$) sowie des vollständigen Modells H ($*$) der Ringbrennkammer.	147
6.2	Vergleich von $ \eta_a(t) $ und $ \eta_b(t) $ (bezüglich 0 R normiert), für 0, 2 (90°), 4 (90°), 6 (60°) und 8 (45°) angeordneter Resonator (R) mit 12% Lochblech-Porosität und 160mm Kavitätslänge ($\dot{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$).	149
6.3	Verfahren zur Berücksichtigung Druckamplituden-abhängiger Dämpfereigenschaften im Kontext von Zeitbereichssimulationen.	150
6.4	Simulierte Grenzyklus-Schwingungen einer Modellkonfiguration bestehend aus vier 90° angeordneten Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität.	152
6.5	Zeitliche (Druckamplituden-abhängige) Entwicklung einer Dämpfer-Randbedingung in Form des Realteils der Resonator-Admittanz $\text{Re}(a)$.	153
6.6	Resultierende Dämpfungsraten für Mode 1 (---) & Mode 2 (---), bei gleicher stufenweiser Variation der Admittanz-Randbedingung der vier Dämpfer in der Modellkonfiguration.	154
6.7	Simulierte Grenzyklus-Schwingungen einer Modellkonfiguration bestehend aus drei 135°-90°-135° angeordneter Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität.	155
6.8	Zeitliche (Druckamplituden-abhängige) Entwicklung des Realteils der drei Dämpfer-Admittanzrandbedingungen $\text{Re}(a)$ in der betrachteten Modellkonfiguration.	155
7.1	Von [Betz, 2017] gemessenes dynamisches Druckspektrum in der Labor-Ringbrennkammer bei technisch vorgemischter Verbrennungsführung (ungestuft).	158
7.2	Vergleich der experimentell bestimmten FTFs einer Einzel- flamme bei perfekt ($\text{---}\bullet\text{---}$) und technisch ($\text{---}\bullet\text{---}$) vorgemischter Verbrennungsführung.	158
7.3	Unterteilung der Rechengebiete des Ringbrennkammer- Modells in zwölf gleichförmige Sektoren.	160
7.4	Analysierte Varianten der Brennstoffstufung.	161

Tabellenverzeichnis

2.1	Zusammenhänge zwischen dem Reflexionsfaktor R und der Impedanz Z	17
5.1	Vergleich berechneter und von [Betz, 2017] experimentell ermittelter Dämpfungsraten bei verschiedenen Betriebsbedingungen (ohne Einsatz von Dämpfern).	130
5.2	Vergleich berechneter und experimentell ermittelter Dämpfungsraten für verschiedene Modellkonfigurationen.	133
5.3	Vergleich der berechneten Dämpfungsraten bei gleich- und ungleichförmiger Dämpferanordnung bei $\bar{Q}=515kW$, $\lambda=1.8$	140
6.1	Dämpfungsrate ohne Resonatoren α_{0R} zu Dämpfungsrate bei Resonator-Einsatz α_{iR} , abgeleitet aus Abb. 5.11.	149
7.1	Erhöhung der Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode durch verschiedene Varianten der Brennstoffstufung verglichen zum ungestuften Betrieb ($\Delta\alpha$) für $\bar{Q} = 550kW$, $\lambda=1.55$	163

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a	Spezifische (Feldimpedanz-bezogene) Admittanz (-)
A	Admittanz in m^2 s/kg
$\mathbf{A}$	Steifigkeits- bzw. Systemmatrix
A_F	Flammenoberfläche in m^2
A_f	Anregungsamplitude in Pa
A_i	Fläche am Querschnitt i in m^2
c	Schallgeschwindigkeit in m/s
c_i	Fourier-Koeffizient (-)
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konst. Druck in J/(kg K)
c_v	Spezifische Wärmekapazität bei konst. Volumen in J/(kg K)
$\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix
e	Spezifische (massenbezogene) innere Energie in J/kg
$\mathbf{E}$	Massen- bzw. Deskriptormatrix
D	Durchmesser in m
f, g	Riemann-Invarianten in Pa
f	Frequenz in Hz
f_{RF}	Resonanzfrequenz in Hz
F	Kraft in N
g_Φ	Stückweise definierte Funktion
h	Charakteristische Länge eines finiten Elements in m
H	Frequenzgangfunktion
H_u	(Unterer) Heizwert in kJ/kg
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix bzw. Identitätsmatrix

k	Wellenzahl in m^{-1}
$k^{\pm}$	Korrigierte Wellenzahl in m^{-1}
k_{th}	Thermische Wärmeleitfähigkeit in $W/(m\ K)$
k_V	Effektive Steifigkeit des HR-Gasvolumens in kg/s^2
l/L	Axiale Ausdehnung/ Länge in m
l_{eff}	Effektive Länge in m
l_F	Flammenlänge in m
l_{red}	Reduzierte Länge in m
$\mathbf{L} = \mathbf{B}$	Lastvektor
n	Moden-Ordnung
m	Masse in kg
$\dot{m}$	Massenstrom in kg/s
$\mathbf{n}_{\Gamma}$	Flächennormalenvektor (-)
N	Raumdimension
p	Druck in Pa
$\bar{P}_{aD}$	Akustische Verlustleistung in W
q	Quellterm
$\dot{Q}$	Wärmefreisetzungsrate, thermische Leistung in kW
R	Reflexionsfaktor (-)
$r_{u/d}, t_{u/d}$	Reflexions-/ Transmissionskoeffizient (-)
$\mathcal{R}$	Residuum
R_s	Individuelle (stoffabhängige) Gaskonstante in $J/(kg\ K)$
s	Spezifische (massenbezogene) Entropie in $J/(kg\ K)$
s_F	Flammen-(Ausbreitungs)-geschwindigkeit in m/s
$\mathcal{S}$	Funktionsraum
S_{fg}	Streumatrix in fg-Darstellung (-)
S_B	Brennerabstand in m
S_{RK}	Integrale Größe des Rayleigh-Kriteriums
t	Zeit in s
T	Temperatur in K
T_{fg}	Transfermatrix in fg-Darstellung (-)
T_{pu}	Transfermatrix in pu-Darstellung (-)
$\mathbf{u}$	Eingangsvektor
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v} = (u, v, w)^T$ in m/s

V	(Resonator-) Volumen in m^3
$\mathbf{V}$	Linke Eigenvektormatrix
$w/\mathbf{w}$	Wichtungsfunktionen
$\mathbf{W}$	Rechte Eigenvektormatrix
$\mathbf{W}_a$	Akustische Flussdichte
$\mathbf{x}$	Ortskoordinaten (kartesisch) $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ in m Ortskoordinaten (zylindrisch) $\mathbf{x} = (r, \Theta, z)^T$ in m
$\mathbf{y}$	Ausgangsvektor
z	Spezifische (Feldimpedanz-bezogene) Impedanz (-)
Z	Impedanz in $\text{kg}/(m^2 \text{ s})$

Griechische Buchstaben

α	(Zeitliche) Dämpfungsrate in rad/s
α_{KH}	Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizient in m^{-1}
Γ	Systemgrenze
δ	Relativer Fehler
ζ	Druckverlustbeiwert (-)
η	Modale Amplitude in Pa
Θ_i	Orthonormale Basisfunktion i
κ	Isentropenexponent (-)
λ	Luftzahl (-)
λ_a	Akustische Wellenlänge in m
λ_i	Eigenwerte
$\mathbf{\Lambda}$	Diagonalmatrix mit Eigenwerten
μ	Viskositätskoeffizienten in Pa s
ν	Kinematische Viskosität in m^2/s
ξ	Verschiebung in m
Π	Druckverhältnis (-)
σ	Formfunktion
ρ	Dichte in kg/m^3
$\boldsymbol{\tau}$	Viskoser Schubspannungs-Tensor in N/m^2

$\tau_{\hat{\rho}}/\tau_{\hat{v}}$	Stabilisierungsparameter
ϕ	Lösungsvektor
$\phi(t)$	Phasenwinkel
ϕ_a	Akustisches Potential in m^2/s
Φ	(Akustische) Quellen und Verluste
Ψ	Transformationsmatrix
ω	Kreisfrequenz in s^{-1}
Ω	Rechengebiet
Ω	Wirbelstärke in s^{-1}

Abkürzungen

<i>AKo</i>	Absorptionskoeffizient
<i>aK</i>	Akustisches Kopplungsverfahren
<i>B(F)TM</i>	Brenner-(Flammen)-Transfermatrix
<i>BG_{m/f}</i>	Mager/fett betriebene Brennergruppe
<i>CAA</i>	engl. Computational Aeroacoustics
<i>CFD</i>	engl. Computational Fluid Dynamics
<i>Exp.</i>	Experiment
<i>FEM</i>	Finite-Elemente-Methode
<i>FGM</i>	Flamelet Generated Manifolds
<i>FTF</i>	Flammen-Transferfunktion
<i>FTM</i>	Flammen-Transfermatrix
<i>GLS</i>	Galerkin/least-squares
<i>(H)R</i>	(Helmholtz-) Resonator
<i>LEE</i>	Linearisierte Euler Gleichungen (engl. equations)
<i>(L)NSE</i>	(Linearisierte) Navier-Stokes Gleichungen (engl. equations)
<i>MMM</i>	Multi-Mikrofon-Methode
<i>MUMPS</i>	Multifrontal Massively Parallel Sparse
<i>NW</i>	Netzwerkmethodik
<i>PIV</i>	Particle Image Velocimetry
<i>POD</i>	Proper-Orthogonal-Decomposition

$Por.$	Porosität
$(R)BK$	(Ring-) Brennkammer
ROM	Ordnungsreduziertes Modell
SST	Shear-Stress-Transport
$(U)RANS$	(Unsteady) Reynolds Averaged Navier-Stokes

Dimensionslose Kennzahlen

Da	Damköhler-Zahl
He	Helmholtz-Zahl
M	Mach-Zahl
Pr	Prandtl-Zahl
Sh	Scherzahl
Sr	Akustische Strouhal-Zahl

Superskripte

$\bar{(\cdot)}$	Stationäres mittleres Feld
$\langle \cdot \rangle$	Approximation
$(\cdot)'$	Schwankungsfeld
$(\cdot)'^{(i)}$	Durch Fluktuationen des Typs i induzierte Schwankungen
$\hat{(\cdot)}$	Komplexe Amplituden der Schwankungsfelder
$(\cdot)^h$	Finite-Elemente Approximation
$(\cdot)^\pm$	Positive (+) und negative (-) x-Richtung
$(\cdot)^*$	Angeregtes Molekül

Indizes

$(\cdot)_0$	Referenz
$(\cdot)_a$	Akustisch
$(\cdot)_{ax}$	Axial
$(\cdot)_d$	Stromab (engl. downstream)
$(\cdot)_u$	Stromauf (engl. upstream)
$(\cdot)_f$	Anregung (engl. forcing)
$(\cdot)_h$	Stromab der Flamme (heiß)
$(\cdot)_k$	Stromauf der Flamme (kalt)
$(\cdot)_n$	Resonatorhals (engl. neck)
$(\cdot)_V$	Resonatorvolumen
$(\cdot)_{LL}$	Lochblech-Loch (Resonator)
$(\cdot)_{norm}$	Bezogen auf den Querschnitt der Resonatoröffnung
$(\cdot)_r$	Ordnungsreduziert

Operatoren

$:$	Skalarprodukt von Tensoren (Frobenius-Skalarprodukt)
D/Dt	Materielle/ Substantielle Ableitung
$Re(\)$	Realteil
$Im(\)$	Imaginärteil
$ \cdot $	Amplitude
$\angle(\)$	Phase in rad
$\mathcal{L}$	Linearer Differentialoperator

1 Einleitung

1.1. Thematischer Kontext

Zur Einhaltung strengerer Stickoxid (NO_x) Abgasnormen wird in stationären Gasturbinen üblicherweise eine mager-vorgemischte Verbrennungsführung angewandt. Da im Vergleich zu nicht-vorgemischten Flammen die chemische Umsetzung bei einem vorgemischten Verbrennungsprozess deutlich schwerer zu kontrollieren ist, entsteht hierbei u.a. eine erhöhte Anfälligkeit hinsichtlich des Auftretens thermoakustischer Verbrennungsinstabilitäten. Dies wird ferner durch eine signifikante Verringerung der akustischen Dämpfung in modernen Gasturbinen-Brennkammern begünstigt. Bei mit Luftüberschuss betriebener Verbrennungsführung ist weniger "Bypass-Luft" zur Kühlung der Brennkammerwände verfügbar. Deshalb werden alternative Konzepte der Flammrohr-Kühlung verwendet, die deutlich geringere Schallabsorptionseigenschaften aufweisen. Aus diesem Grund stellt bei magerer Verbrennung flüssiger Brennstoffe zur Reduktion der Schadstoffemissionen sowie in fett-mager (engl. RQL) gestuften Ringbrennkammern von Flugtriebwerken die Vermeidung dieser Verbrennungsinstabilitäten ebenfalls eine zunehmende Herausforderung dar.

Thermoakustische (Verbrennungs-) Instabilitäten ergeben sich aus einer konstruktiven Interaktion/Rückkopplung zwischen der Brennkammerakustik und der akustisch induzierten Dynamik der Wärmefreisetzung der Flammen mit einhergehender Schallerzeugung. Dieses selbsterregte Resonanzphänomen bewirkt hohe akustische Druckamplituden, was z.B. nachteilige Auswirkungen auf die Emissionen haben kann und somit den Betriebsbereich einer Gasturbine einschränkt. Des Weiteren verursachen durch

die Akustik erzeugte mechanische Wechselbeanspruchungen eine drastische Verringerung der Lebensdauer von Brennkammerkomponenten. Im Extremfall kann dies aufgrund von Ermüdungsbrüchen zum Strukturversagen (engl. High Cycle Fatigue - HCF) führen, vgl. z.B. [Lieuwen, 2012]. Deshalb bedarf es effizienter Berechnungsverfahren, um das thermoakustische Stabilitätsverhalten einer Brennkammer bereits frühzeitig im Rahmen industrieller Entwicklungsprozesse eines Flugtriebwerks oder einer Gasturbine quantitativ vorhersagen zu können. Diese Verbrennungsinstabilitäten beschreiben nicht nur ein lokales Phänomen wie z.B. hydrodynamische Instabilitäten, sondern es interagiert die Vielzahl an physikalischen Prozessen und Komponenten einer Brennkammer in einem thermoakustischen Gesamtsystem. Demzufolge weist das Auftreten thermoakustischer Instabilitäten eine ausgeprägte systemspezifische Abhängigkeit auf. Die hierbei beteiligten physikalischen Mechanismen umfassen großräumige Phänomene, wie z.B. akustische Moden oder kohärente Wirbelstrukturen, jedoch ebenso kleinskalige turbulente Fluktuationen, als auch auf molekularer Ebene stattfindende chemische Reaktionen. Gleichermäßen reicht das Spektrum der auftretenden Zeitskalen von akustischen Fluktuationen hoher Frequenz bis hin zu vergleichsweise langsamen konvektiven Prozessen. Die Bandbreite an räumlich und zeitlich auftretenden Skalen der zugrunde liegenden physikalischen Prozesse sowie die Komplexität industrieller Gasturbinen- oder Flugtriebwerks-Brennkammern stellen große Herausforderungen bei der Modellierung und quantitativen Vorhersage des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens dar.

In Gasturbinen-Ringbrennkammern ergeben sich thermoakustische Instabilitäten meist infolge selbsterregter akustischer Umfangsmoden, wie es beispielsweise von [Bothien et al., 2013] aufgezeigt wird. Prinzipiell sind aktive und passive Strategien zur Vermeidung dieser Verbrennungsinstabilitäten möglich. Meist kommen jedoch passive Konzepte aufgrund geringer Kosten, Robustheit und Zuverlässigkeit im Betrieb, beispielsweise in Form von akustischen Resonatoren in Gasturbinen zum Einsatz, vgl. z.B. [Bellucci et al., 2004]. Durch Erhöhung akustischer Verluste wird hierbei einer selbsterregten (thermo-) akustischen Mode Energie entzogen, sodass es zu keiner Anfachung der akustischen Druckamplitude kommt und folglich zur Unterdrückung der Verbrennungsinstabilitäten. Die Herausforde-

rung dabei besteht einerseits in der optimalen Resonator-Auslegung, damit die bestmögliche Absorption einer akustischen Brennkammer-Mode erzielt wird. Speziell beim Einsatz von Dämpfern in Ringbrennkammern ist darüberhinaus die optimierte Positionierung der Resonatoren über den Umfang des Flammrohrs von entscheidender Bedeutung für die Dämpfungsleistung. Hierzu gibt es nur wenige systematische Studien, die den Einfluss verschiedener Resonatorkonfigurationen auf das Stabilitätsverhalten von (thermo-) akustischen Umfangsmoden untersucht. [Camporeale et al., 2004] zeigten, dass bei Verwendung einer großen Anzahl an Resonatoren die Anordnung in azimuthaler Richtung lediglich eine geringe Auswirkung auf die Dämpfung einer Umfangsmode hat. Beim Einsatz von Resonatoren in Gasturbinen-Brennkammern wird allerdings Spülluft (und somit “Bypass-Luft“) zur Kühlung der Dämpfer benötigt. Vor allem bei magerer Verbrennungsführung wird versucht, diese auf ein Minimum zu reduzieren und deshalb ebenso die Anzahl an verwendeten Dämpfern. Demzufolge bedarf es genereller Kriterien, um bei möglichst geringer Resonatorenanzahl die optimale Dämpfungsleistung zu erzielen. [Stow und Dowling, 2003] definierten auf Grundlage einer theoretisch-numerischen Analyse Richtlinien zur bestmöglichen Positionierung von Dämpfern in Ringbrennkammern bei variierender Anzahl und in Abhängigkeit der zu dämpfenden akustischen Mode. [Noiray et al., 2011] und [Bothien et al., 2013] untersuchten den Einfluss von Dämpfern auf das Stabilitätsverhalten von akustischen Umfangsmoden in der Ringbrennkammer einer Hochleistungsgasturbine. Verschiedene betrachtete Verteilungen von Resonatoren über den Brennkammerumfang wurden anhand ihrer Symmetrie (bzw. Asymmetrie) charakterisiert. Die entsprechenden Symmetrieeigenschaften werden dabei durch den “ C_{2n} “ Parameter definiert, wobei n die Ordnung der zu dämpfenden Umfangsmode beschreibt. Die Untersuchung zeigte, dass Dämpfer so verteilt sein sollten, dass C_{2n} minimal ist.

Ein weiteres passives Konzept zur Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens einer Ringbrennkammer (bzw. allgemein von Mehrbrennerkonfigurationen) besteht in einer Stufung der Brennstoffzufuhr (engl. fuel staging), d. h. einer ungleichförmigen Verteilung des Brennstoffs auf die Brenner. Demnach werden im gestuften Betrieb zwei oder mehr

Brennergruppen mit unterschiedlichem Brennstoff/Luft-Gemisch bzw. Luftzahl betrieben, vgl. [Noiray et al., 2011] und [Moeck et al., 2010].

1.2. Zielsetzung und Gliederung

Das Ziel der Arbeit ist, ein Modellierungskonzept zu entwickeln, um einerseits thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten in Ringbrennkammern (beliebiger Geometrie) unter Verwendung hybrider experimenteller, numerischer und analytischer Verfahren quantitativ in einem großen Betriebsbereich vorherzusagen. Darüberhinaus bedarf es einer Methodik, um andererseits den Einfluss von Brennstoffstufung und verschiedener Resonatorkonfigurationen auf das thermoakustische Stabilitätsverhalten beurteilen zu können. Dies wird am Testfall einer Labor-Ringbrennkammer untersucht. In Abhängigkeit der zu dämpfenden akustischen Umfangsmode können somit optimierte Brennstoffstufungs-Varianten und Resonator-Anordnungen sowie Auslegungskriterien ermittelt werden, um daraus verallgemeinerte Strategien bzw. grundlegende Richtlinien bei der Anwendung passiver Dämpfungskonzepte in Ringbrennkammern abzuleiten. Damit das methodische Konzept in der industriellen Praxis zur Auslegung eines thermoakustisch stabilen Betriebsverhaltens einer Brennkammer eingesetzt werden kann, benötigt es effiziente Berechnungsverfahren. Außerdem sollten erforderliche experimentelle Untersuchungen an Prüfständen mit (verhältnismäßig) geringer Komplexität durchführbar sein. Um trotzdem das reale Systemverhalten möglichst exakt zu modellieren, setzt es fundierte Kenntnisse der zugrunde liegenden thermoakustischen Prozesse in Brennkammern voraus sowie dessen quantitative Charakterisierung, basierend auf jeweils geeigneten experimentellen, numerischen und analytischen Ansätzen.

In Kap. 2 werden zuerst die erforderlichen theoretischen Grundlagen zur Beschreibung und Modellierung der Akustik in Brennkammern rekapituliert und darauf folgend in Kap. 3 fundamentale lineare und nicht-lineare Verlustmechanismen akustischer Energie besprochen. Kap. 4 beschreibt die methodische Vorgehensweise und Modellbildung zur Analyse des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens von Ringbrennkammern so-

wie die akustische Charakterisierung der Systemkomponenten der zur Validierung betrachteten Labor-Ringbrennkammer. In diesem Kontext werden u.a. eine nichtlineare Netzwerkmethodik für die akustische Dämpfer-Modellierung konzipiert sowie validiert und ein Ansatz zur Berücksichtigung von Heißgas-Eintritt in Dämpfern aufgezeigt. Des Weiteren wird ein neues Verfahren beschrieben, um auf Basis begrenzter experimenteller Untersuchungen die Flammendynamik im gesamten Betriebsbereich der untersuchten Ringbrennkammer unter Gebrauch der Proper-Orthogonal-Decomposition (POD) interpolieren zu können. Dies ermöglicht in Kap. 5, basierend auf Eigenfrequenz-Berechnungen, die linearen thermoakustischen Stabilitätseigenschaften der Ringbrennkammer zunächst ohne Einsatz akustischer Dämpfer quantitativ vorherzusagen. Eine weiterführende Analyse untersucht folglich die erzeugte akustische Dämpfung in den einzelnen Systemkomponenten und den Einfluss verschiedener Resonatorkonfigurationen auf die modale Dynamik der ersten (thermo-) akustischen Umfangsmode in der Brennkammer. Auf Grundlage von Zeitbereichsberechnungen werden in Kap. 6 der Effekt von Resonatoren auf die akustischen Brennkammer-Druckamplituden quantifiziert sowie Grenzzyklus-Schwingungen simuliert, die sich durch nichtlineares Dämpferverhalten ergeben. In Kap. 7 wird analysiert, wie ergänzend zum Einsatz von Resonatoren durch Stufung der Brennstoffzufuhr Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode erzeugt werden kann. Die wesentlichen Erkenntnisse dieser Arbeit werden abschließend zusammengefasst und es werden Schlussfolgerungen hinsichtlich des effizienten Einsatzes passiver Dämpfungskonzepte zur Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens von Ringbrennkammern gezogen.

2 Grundlegendes zur Akustik

Die Theorie zur Beschreibung und Modellierung der Akustik in Brennkammern wird im Folgenden gegeben. Zunächst werden die (aero-) akustischen Erhaltungsgleichungen und klassischen Konzepte zur Charakterisierung planarer Wellenausbreitung, akustischer Moden sowie entsprechender Randbedingungen rekapituliert. Des Weiteren wird die Methodik der Netzwerkmodellierung von akustischen Systemen besprochen.

2.1. Akustische Erhaltungsgleichungen

2.1.1. Kompressible Navier-Stokes Gleichungen (NSE)

Kompressible Strömungen können vollständig durch sieben Variablen beschrieben werden [Durst, 2006]: Druck p , Dichte ρ , spezifische innere Energie e , Temperatur T und drei Geschwindigkeitskomponenten $\mathbf{v} = (u, v, w)^T$. Das Verhalten dieser Variablen wird für Newton'sche Fluide¹ durch die Kontinuitätsgleichung Gl. 2.1, drei Impulsgleichungen Gl. 2.2, die Energiegleichung Gl. 2.3, die thermische Zustandsgleichung Gl. 2.4 und die kalorische Zustandsgleichung Gl. 2.5 bestimmt. Diese Gleichungen werden als Navier-

¹Bei Newton'schen Fluiden werden die sich aus einer Strömung ergebenden viskosen Spannungen als linear proportional zur lokalen Deformationsrate angenommen.

Stokes Gleichungen NSE bezeichnet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}}{\rho}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{v}) = -p(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \nabla \cdot (k_{\text{th}} \nabla T) + \boldsymbol{\tau} : (\nabla \mathbf{v}), \quad (2.3)$$

$$p = p(\rho, T), \quad (2.4)$$

$$e = e(\rho, T). \quad (2.5)$$

Der Schubspannungs-Tensor $\boldsymbol{\tau}$ ergibt sich zu:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left((\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} \right). \quad (2.6)$$

Die Schubspannungen $\boldsymbol{\tau}$ verursachen Verluste an kinetischer Energie und gleichzeitig wird “Reibungswärme“ erzeugt, was zu einer Erhöhung der inneren Energie bzw. der Temperatur des Fluids führt und durch den Term $\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}$ in der Energiegleichung beschrieben wird.

Bei den numerischen Studien in Kap. 4 - 7 wird Idealgasverhalten angenommen. Gleichungen 2.4 und 2.5 sind damit die thermische bzw. energetische Zustandsgleichung idealer Gase. Die Entropie s idealer Gase ergibt sich aus der Integration des zweiten Hauptsatzes in den ersten Hauptsatz der Thermodynamik [Baehr und Kabelac, 2009]:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R_s \frac{dp}{p}. \quad (2.7)$$

Durch Substitution von Gl. 2.7 in Gl. 2.3 erhält man die Entropieform der Energiegleichung

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \nabla \cdot (k_{\text{th}} \nabla T) + \boldsymbol{\tau} : (\nabla \mathbf{v}), \quad (2.8)$$

mit der materiellen Ableitung $\frac{D}{Dt}$. Demzufolge ist die Annahme einer isentropen Strömung, d. h.

$$\frac{Ds}{Dt} = 0, \quad (2.9)$$

nur für reibungsfreie Bedingungen und ohne Wärmeleitung gültig.

Die isentrope Schallgeschwindigkeit c idealer Gase ergibt sich aus

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{s=\text{konst.}} = \kappa R_s T, \quad (2.10)$$

wobei κ das Verhältnis der Wärmekapazitäten $\kappa = c_p/c_v$ beschreibt und als Isentropenexponent bezeichnet wird.

2.1.2. Linearisierung der Erhaltungsgleichungen

2.1.2.1. Zerlegung der Zustandsvariablen

Die numerische Berechnung akustischer Felder stellt wegen der extrem niedrigen Schwankungsamplituden im Vergleich zu mittleren Strömungsgrößen und der großen räumlichen und zeitlichen Skalenunterschiede eine anspruchsvolle Aufgabe dar. Um die Entwicklung von akustischen Wellen akkurat vorherzusagen, sind numerische Methoden mit geringen dissipativen und dispersiven Eigenschaften erforderlich. Solche Verfahren sind anfällig für numerische Stabilitätsprobleme [Laurien und Oertel, 2013]. Ansätze für aeroakustische Berechnungen basieren üblicherweise auf einer Zerlegung der Zustandsvariablen in ein stationäres mittleres Feld und ein Schwankungsfeld. Demzufolge können die mittleren Zustandsgrößen, die für sich die Erhaltungsgleichungen (NSE) der stationären Strömung erfüllen, in einem separaten Prozess unter Verwendung klassischer Computational Fluid Dynamics (CFD) Ansätze berechnet werden. Anschließend werden die Erhaltungsgleichungen der fluktuierenden Größen, basierend auf dem zugrunde liegenden mittleren Strömungsfeld, gelöst.

Die Zerlegung der Zustandsvariablen liefert:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \bar{\rho}(\mathbf{x}) + \rho'(\mathbf{x}, t), \quad \rho' \ll \bar{\rho} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}'(\mathbf{x}, t), \quad v'_i \ll \bar{c} \quad (2.12)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = \bar{p}(\mathbf{x}) + p'(\mathbf{x}, t), \quad p' \ll \bar{p} \quad (2.13)$$

$$T(\mathbf{x}, t) = \bar{T}(\mathbf{x}) + T'(\mathbf{x}, t). \quad T' \ll \bar{T} \quad (2.14)$$

2.1.2.2. Linearisierte Navier-Stokes Gleichungen (LNSE)

Unter Annahme kleiner Schwankungsamplituden im Vergleich zu mittleren Strömungsgrößen kann die beschriebene Zerlegung der Zustandsvariablen (Gln. 2.11-2.14) in die NSE substituiert werden. Durch Vernachlässigung nichtlinearer Terme höherer Ordnung und nach Subtrahieren der Erhaltungsgleichung für die Mittelwerte resultieren die linearisierten Navier-Stokes Gleichungen (LNSE):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\rho} + \bar{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v}' + \rho' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (2.15)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v}' + \bar{\rho} \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} + \rho' \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} = -\nabla p' + \mu \left[\Delta \mathbf{v}' + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}') \right], \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{p} = -\kappa \bar{p} \nabla \cdot \mathbf{v}' - \kappa p' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} \quad (2.17)$$

$$+ (\kappa - 1) \left(2\mu \left[\nabla \bar{\mathbf{v}} : \nabla \mathbf{v}' + \nabla \bar{\mathbf{v}} : (\nabla \mathbf{v}')^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) (\nabla \cdot \mathbf{v}') \right] + k_{\text{th}} \Delta T' \right).$$

Für die thermische Zustandsgleichung ergibt sich

$$\frac{p'}{\bar{p}} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}} - \frac{T'}{\bar{T}} = 0 \quad (2.18)$$

und die energetische Zustandsgleichung liefert

$$e' = c_v T'. \quad (2.19)$$

Aus Gl. 2.7 resultiert direkt [Nicoud und Wieczorek, 2009]

$$s' = c_p \frac{T'}{\bar{T}} - R_s \frac{p'}{\bar{p}}. \quad (2.20)$$

Hiermit lässt sich die linearisierte Energiegleichung in Abhängigkeit der Entropieschwankungen ausdrücken [Ullrich et al., 2014]:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\bar{T} \left(\frac{\partial s'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla s' \right) &= - (\mathbf{v}' \bar{\rho} \bar{T} + \bar{\mathbf{v}} \rho' \bar{T} + \bar{\mathbf{v}} \bar{\rho} T') \nabla \bar{s} \\ &+ 2\mu \left[\nabla \bar{\mathbf{v}} : \nabla \mathbf{v}' + \nabla \bar{\mathbf{v}} : (\nabla \mathbf{v}')^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) (\nabla \cdot \mathbf{v}') \right] + k_{\text{th}} \Delta T'. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Bei vernachlässigter Reibung und Wärmeleitung sowie bei nahezu homentropen Grundströmung kann das Schwankungsfeld demnach als isentrop angenommen werden ($s' = 0$). Infolgedessen sind Druck- und Dichtefluktuationen resultierend aus Gl. 2.18 und Gl. 2.20 über

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{p'}{\rho'}} \quad (2.22)$$

gekoppelt. Die Schallgeschwindigkeit der Grundströmung wird nach Gl. 2.10 berechnet.

2.1.2.3. Linearisierte Euler Gleichungen (LEE) und akustische Wellengleichung

Durch Vernachlässigung der Reibungsterme und der Wärmeleitung ergeben sich aus den LNSE die linearisierten Euler Gleichungen (LEE):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\rho} + \bar{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v}' + \rho' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (2.23)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v}' + \bar{\rho} \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} + \rho' \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} = -\nabla p', \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{p} = -\kappa \bar{p} \nabla \cdot \mathbf{v}' - \kappa p' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}. \quad (2.25)$$

Unter der Annahme einer ruhenden Grundströmung $\bar{\mathbf{v}} = 0$ und $\nabla \bar{\rho} = \nabla \bar{p} = 0$ lassen sich die LEE für isentrope Bedingungen folgendermaßen reduzieren:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \nabla p'. \quad (2.27)$$

Die Ableitung von Gl. 2.26 nach der Zeit und Gl. 2.27 nach dem Ort ergibt nach Subtraktion und Einsetzen von Gl. 2.22 die charakteristische Wellengleichung für den Druck:

$$\nabla^2 p' = \Delta p' = \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}. \quad (2.28)$$

In Kap. 2.2 wird eine analytische eindimensionale Lösung dieser Gleichung und die Eigenschaften der resultierenden Wellen besprochen. Durch die Transformation der Gl. 2.28 in den Frequenzbereich ergibt sich die Helmholtz-Gleichung.

2.1.3. Betrachtung im Frequenzbereich

Trotz der Reduktion auflösender Skalen beim Lösen der LNSE im Vergleich zu den kompressiblen NSE, bleibt die Berechnung aeroakustischer Felder basierend auf den LNSE im Zeitbereich anspruchsvoll: Die Nutzung frequenzabhängiger Randbedingungen erfordert aufwendige Filteralgorithmen [Morgenweck, 2013]. Zur akkuraten Vorhersage der Wellenausbreitung werden numerische Methoden hoher Ordnung benötigt, was zu numerischen Stabilitätsproblemen führen kann, wie z.B. ein durch [Gikadi, 2013] beschriebenes unphysikalisches exponentielles Anfachen multifrequenter Instabilitäten.

Bei linear-akustischen Systemen wird häufig ein harmonischer Wellencharakter angenommen. Somit ist keine Zeitintegration erforderlich, was den numerischen Aufwand reduziert. Gleichzeitig wird das Auftreten numerischer Probleme (zumindest) umgangen. Unter Annahme harmonischer Wellen lassen sich die Schwankungsgrößen folgendermaßen darstellen²:

²Zu beachten ist, dass p' , ρ' , $\mathbf{v}'$, und T' hierbei reell-wertig sind. Es wird jedoch generell und auch in diesem Kontext auf die formale Schreibweise $\text{Re}(\bullet)$ verzichtet.

$$p'(\mathbf{x}, t) = \hat{p}(\mathbf{x}) \cdot e^{i\omega t}, \quad (2.29)$$

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \hat{\rho}(\mathbf{x}) \cdot e^{i\omega t}, \quad (2.30)$$

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \cdot e^{i\omega t}, \quad (2.31)$$

$$T'(\mathbf{x}, t) = \hat{T}(\mathbf{x}) \cdot e^{i\omega t}. \quad (2.32)$$

Durch Substitution der Gln. 2.29-2.32 in die LNSE (Gln. 2.15-2.17), erhält man

$$i\omega\hat{p} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla\hat{p} + \hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla\bar{p} + \bar{p}\nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} + \hat{p}\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (2.33)$$

$$i\omega\bar{p}\hat{\mathbf{v}} + \bar{p}\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla\hat{\mathbf{v}} + \bar{p}\hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla\bar{\mathbf{v}} + \hat{p}\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla\bar{\mathbf{v}} = -\nabla\hat{p} + \mu \left[\Delta\hat{\mathbf{v}} + \frac{1}{3}\nabla(\nabla \cdot \hat{\mathbf{v}}) \right], \quad (2.34)$$

$$i\omega\hat{p} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla\hat{p} + \hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla\bar{p} = -\kappa\bar{p}\nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} - \kappa\hat{p}\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} \quad (2.35)$$

$$+(\kappa - 1) \left(2\mu [\nabla\bar{\mathbf{v}} : \nabla\hat{\mathbf{v}} + \nabla\bar{\mathbf{v}} : (\nabla\hat{\mathbf{v}})^T - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}})(\nabla \cdot \hat{\mathbf{v}})] + k_{\text{th}}\Delta\hat{T} \right).$$

Unter Vernachlässigung der Reibung und der Wärmeleitung kommt man zu den LEE im Frequenzbereich (s. Abschnitt 2.1.2.3).

2.2. Ausbreitung eindimensionaler, ebener Wellen

Die akustische Wellenausbreitung in einem kreisförmigen Rohr/Kanal kann annähernd als eindimensional betrachtet werden, wenn die Wellenlänge $\lambda_a = \bar{c}/f$ deutlich größer als der Rohrdurchmesser D ist. Ein genaueres Kriterium definiert beispielsweise [Ehrenfried, 2004] durch die “cutoff“-Frequenz. Unterhalb dieser Grenzfrequenz hat die Wellenzahl mehrdimensionaler akustischer Moden einen negativen Imaginäranteil, d. h. die Moden sind in einem betrachteten Kanal räumlich nicht ausbreitungsfähig.

Die allgemeine Lösung der eindimensionalen akustischen Wellengleichung 2.28 liefert die Druckschwankungen p' bzw. die axialen Geschwindigkeitschwankungen u' und beschreibt die “ebene“ Wellenausbreitung (d. h. die Wellenfront ist eine ebene Fläche) durch die akustischen Riemann-Invarianten f' und g'

$$p'(x, t) = f'(x - \bar{c}t) + g'(x + \bar{c}t), \quad (2.36)$$

bzw.

$$\frac{u'(x, t)}{\bar{\rho}\bar{c}} = f'(x - \bar{c}t) - g'(x + \bar{c}t). \quad (2.37)$$

Das Produkt aus mittlerer Dichte und Schallgeschwindigkeit $\bar{\rho}\bar{c}$ bezeichnet die (Feld-) Impedanz und kann als Widerstand (Trägheit) von Fluidelementen gegenüber einer Auslenkung infolge einer Druckschwankung interpretiert werden. Die charakteristischen Variablen³ f' und g' sind Funktionen des Ortes und können, ausgehend vom Referenzzustand t_0 , als eine mit der Schallgeschwindigkeit $\bar{c}$ in positive (+) und negative (-) x-Richtung laufende Welle veranschaulicht werden. Dies wird durch die Funktionsargumente $x \pm \bar{c}t$ mathematisch beschrieben, die als Charakteristiken bezeichnet werden. Die Wellenausbreitung ist eine nicht dissipative und nicht dispersive, d. h. die Amplitude und Form der (ebenen) Welle bleibt bei der Ausbreitung unverändert, ebenso wie die Frequenz.

Ausgehend von Gl. 2.36 und Gl. 2.37 kann gezeigt werden, dass f' und g' folgendermaßen mit den akustischen Variablen p' und u' zusammenhängen⁴:

$$f' = \frac{1}{2} (p' + u' \bar{\rho}\bar{c}), \quad (2.38)$$

$$g' = \frac{1}{2} (p' - u' \bar{\rho}\bar{c}). \quad (2.39)$$

Bei harmonischer Wellenausbreitung erhält man

$$f'(x, t) = \hat{p}^+ e^{i(\omega t - k(x - x_0))} \quad (2.40)$$

und

$$g'(x, t) = \hat{p}^- e^{i(\omega t + k(x - x_0))}, \quad (2.41)$$

worin k die Wellenzahl $k = \omega/\bar{c}$ beschreibt. Die Koeffizienten $\hat{p}^\pm$ bezeichnen die komplexen Amplituden. Für das Druck- und Geschwindigkeitsfeld (Gl.

³ f' und g' ergeben sich aus der Transformation der LEE auf die charakteristische Normalform, wie in Kap. 3 beschrieben wird.

⁴ Zu beachten gilt, dass teilweise eine alternative Definition der Riemann-Invarianten verwendet wird: $f' = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}\bar{c}} + u' \right)$ & $g' = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{\bar{\rho}\bar{c}} - u' \right)$.

2.36, Gl. 2.37) ergibt sich folglich:

$$p'(x, t) = \hat{p}^+ e^{i(\omega t - k(x-x_0))} + \hat{p}^- e^{i(\omega t + k(x-x_0))}, \quad (2.42)$$

$$\frac{u'(x, t)}{\bar{\rho} \bar{c}} = \hat{p}^+ e^{i(\omega t - k(x-x_0))} - \hat{p}^- e^{i(\omega t + k(x-x_0))}. \quad (2.43)$$

Entsprechend den Gln. 2.29-2.32 können basierend auf Gl. 2.40 und Gl. 2.41 die zeitinvarianten komplexwertigen Amplituden von f' und g' wie folgt beschrieben werden:

$$\hat{f}(x) = \hat{p}^+ e^{-ik(x-x_0)}, \quad (2.44)$$

$$\hat{g}(x) = \hat{p}^- e^{ik(x-x_0)}. \quad (2.45)$$

Ausgehend von Gl. 2.42 und Gl. 2.43 ergeben sich analog die komplexwertigen Geschwindigkeits- und Druckschwankungsamplituden

$$\hat{p}(x) = \hat{p}^+ e^{-ik(x-x_0)} + \hat{p}^- e^{ik(x-x_0)}, \quad (2.46)$$

$$\frac{\hat{u}(x)}{\bar{\rho} \bar{c}} = \hat{p}^+ e^{-ik(x-x_0)} - \hat{p}^- e^{ik(x-x_0)}. \quad (2.47)$$

$\hat{p}^+$ und $\hat{p}^-$ sind abhängig von den Randbedingungen des jeweilig untersuchten Systems.

2.3. Akustische Randbedingungen

Akustische Randbedingungen werden häufig durch Reflexionsfaktoren R oder akustische Impedanzen Z beschrieben. Der Reflexionsfaktor bestimmt sich bei eindimensionaler Wellenausbreitung stromabseitig aus dem Verhältnis der komplexen Amplituden der reflektierten Welle (in negative (-) x-Richtung laufend) in Bezug auf die einlaufende, stromab (+) propagierende Welle:

$$R = \frac{\hat{p}^-}{\hat{p}^+}. \quad (2.48)$$

Ausgedrückt in Abhängigkeit der Riemann-Invarianten ergibt sich:

$$R = \frac{\hat{g}}{\hat{f}} \cdot e^{-i 2k(x-x_0)} = \frac{\hat{p} - \hat{u} \bar{\rho} \bar{c}}{\hat{p} + \hat{u} \bar{\rho} \bar{c}} \cdot e^{-i 2k(x-x_0)}. \quad (2.49)$$

Anzumerken ist, dass der absolute Wert von R hierbei unabhängig von der Beobachterposition x und der Referenzposition x_0 wird. Aus Gl. 2.49 folgt

$$|R| = \left| \frac{\hat{g}}{\hat{f}} \right| = \left| \frac{\hat{p} - \hat{u}\bar{\rho}\bar{c}}{\hat{p} + \hat{u}\bar{\rho}\bar{c}} \right|, \quad (2.50)$$

bzw.

$$|R| = \left| \frac{\hat{f}}{\hat{g}} \right|, \quad (2.51)$$

für eine stromaufseitige Randfläche.

Alternativ zum Reflexionsfaktor kann zur Beschreibung akustischer Randbedingungen die Impedanz Z^5 verwendet werden:

$$Z = \frac{\hat{p}}{\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma}. \quad (2.52)$$

Der Flächennormalenvektor $\mathbf{n}_\Gamma$ ist nach außen gerichtet.

Impedanz und Reflexionsfaktor sind wie folgt miteinander verknüpft:

$$R = \frac{Z - \bar{\rho}\bar{c}}{Z + \bar{\rho}\bar{c}} \quad (2.53)$$

und

$$Z = \bar{\rho}\bar{c} \frac{1 + R}{1 - R}. \quad (2.54)$$

Drei idealisierte akustische Randbedingungen können unterschieden werden:

- *Akustisch offener Rand (schallweich)* – Der fluktuierende Druck p' wird an der Randfläche zu Null. Beispielsweise ergibt sich dies näherungsweise an einer Öffnung eines Rohres hin zu einem unendlichen Volumen. Eine auf den Rand einlaufende Welle wird vollständig mit einer Phasenverschiebung von π reflektiert.
- *Akustisch perfekt reflektierender Rand (schallhart)* – Geschwindigkeitsfluktuationen u' ergeben sich zu Null. Dies resultiert an starren Wänden. Eine einfallende Welle wird ohne Phasenverschiebung vollständig reflektiert.

⁵Wahlweise wird häufig auch die *spezifische* Impedanz $z = Z/\bar{\rho}\bar{c}$ genutzt.

- *Reflexionsfreier Rand* – Eine einfallende Welle wird komplett absorbiert oder transmittiert.

Eine Übersicht über die resultierenden Werte der Reflexionsfaktoren und Impedanzen für die drei beschriebenen Grenzfälle sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

	Reflexionsfaktor R	Impedanz Z
Akustisch offener Rand (schallweich)	-1	0
Akustisch perfekt reflektierender Rand (schallhart)	1	∞
Reflexionsfreier Rand	0	$\bar{\rho}c$

Tabelle 2.1.: Zusammenhänge zwischen dem Reflexionsfaktor R und der Impedanz Z .

2.4. Lineare akustische Netzwerkmodellierung

Lineare thermoakustische Systeme sind linear-zeitinvariant und können folglich nach der Systemtheorie [Föllinger und Konigorski, 2013] durch eine Überlagerung bzw. ein Netzwerk aus Teilsystemen beschrieben werden. Jedes Element des modularen Netzwerks charakterisiert demnach eine Komponente des Gesamtsystems, beispielsweise die Drallbrenner oder Dämpfer einer Brennkammer. Komplexere Teilsysteme können wiederum durch ein Netzwerk einfacher akustischer Elemente ersetzt werden, wie z.B. Rohre und Flächensprünge. Das Transferverhalten dieser Elemente kennzeichnet die lineare Beziehung zwischen den akustischen Variablen an ihren Ein- und Ausgängen.

2.4.1. Akustische Transfermatrix

Das Transfer- bzw. Übertragungsverhalten von Netzwerkelementen kann durch eine akustische 2×2 Transfermatrix beschrieben werden, die entweder für die Riemann-Invarianten f' und g' oder die akustischen Variablen p' und

u' formuliert ist. Der akustische Druck p' wird hierbei oft mit der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ und der Schallgeschwindigkeit $\bar{c}$ normiert. Folglich haben $p'/\bar{\rho}\bar{c}$ und u' die gleiche Größenordnung sowie Einheit.

Die Transfermatrizen T beschreiben die lineare Beziehung zwischen dem akustischen Zustand stromauf (engl. upstream) u und stromab (engl. downstream) d akustischer Komponenten:

$$\begin{pmatrix} f' \\ g' \end{pmatrix}_d = \underbrace{\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}}_{T_{fg}} \begin{pmatrix} f' \\ g' \end{pmatrix}_u, \quad (2.55)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}\bar{c}} \\ u' \end{pmatrix}_d = \underbrace{\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}}_{T_{pu}} \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}\bar{c}} \\ u' \end{pmatrix}_u. \quad (2.56)$$

Die Transformation zwischen beiden Darstellungen kann mittels der Transformationsmatrix Ψ [Alemela, 2009] durchgeführt werden

$$\Psi = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.57)$$

$$T_{pu} = \Psi^{-1} \cdot T_{fg} \cdot \Psi, \quad (2.58)$$

$$T_{fg} = \Psi \cdot T_{pu} \cdot \Psi^{-1}. \quad (2.59)$$

Durch Multiplikation der Transfermatrizen aller Teilsysteme ergibt sich das Übertragungsverhalten des Gesamtsystems aus i Netzwerkelementen:

$$T_{\text{sys}} = T_i \cdot T_{i-1} \cdot \dots \cdot T_2 \cdot T_1. \quad (2.60)$$

Statt durch die Transfermatrix kann die Kopplung der akustischen Zustände stromauf und stromab durch die Streumatrix

$$S_{fg} = \begin{pmatrix} t_u & r_d \\ r_u & t_d \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

beschrieben werden. Diese koppelt die Riemann Invarianten miteinander gemäß

$$\begin{pmatrix} f'_d \\ g'_u \end{pmatrix} = S_{fg} \begin{pmatrix} f'_u \\ g'_d \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

Der Vorteil der Streumatrix-Darstellung besteht in der leichteren physikalischen Interpretierbarkeit der Matrixelemente. r_u bzw. t_u beschreiben, wie eine stromaufseitig einlaufende Welle f_u reflektiert und transmittiert wird. Analoges gilt für r_d bzw. t_d in Bezug auf eine stromabseitig einlaufende Welle g_d . Demzufolge werden $r_{u/d}$ und $t_{u/d}$ als Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizient oder -faktor bezeichnet.

Die Streumatrix lässt sich aus den Elementen der Transfermatrix wie folgt berechnen [Fischer, 2004]:

$$S_{fg} = \frac{1}{T_{22}} \begin{pmatrix} T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} & T_{12} \\ -T_{21} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.63)$$

Im Folgenden werden die Transfermatrizen verschiedener Komponenten beschrieben, die in Kap. 4.3.6.1 zur Modellierung akustischer Dämpfer genutzt werden.

2.4.2. Rohrelement konstanten Querschnitts

Die Transfermatrix eines Rohrs der Länge l lautet:

$$T_{fg} = \begin{pmatrix} e^{-ik^+l} & 0 \\ 0 & e^{ik^-l} \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Ist das Rohr durchströmt, muss die Wellenzahl k korrigiert werden, da sich akustische Wellen mit der Schallgeschwindigkeit relativ zur Grundströmung ausbreiten. Für die korrigierten Wellenzahlen k^+ und k^- gilt:

$$k^\pm = \frac{\omega}{\bar{c} \pm \bar{u}}. \quad (2.65)$$

2.4.3. Akustisch-kompakte verlustbehaftete Flächensprünge

Flächensprünge in einem Rohr werden meist als akustisch kompakt modelliert, d. h. die axiale Ausdehnung l der Änderung des Querschnitts ist deutlich kleiner als die betrachteten Wellenlängen. Diese Annahme ist für $He = \frac{\omega l}{\bar{c}} = kl \ll 1$ gültig. Auftretende kapazitive Effekte lassen sich durch

die reduzierte Länge l_{red} berücksichtigen. Die effektive Länge l_{eff} beschreibt Trägheits- bzw. induktive Effekte [Alemela, 2009]. Des Weiteren werden Verluste akustischer Energie durch instationäre Wirbelbildung, wie in Kap. 3 diskutiert wird, mittels eines Druckverlustterms modelliert, der den Druckverlustbeiwert ζ beinhaltet. Die Transfermatrix des Flächensprungs lautet [Alemela, 2009]

$$T_{pu} = \begin{pmatrix} 1 & \left(1 - \zeta - \left(\frac{A_u}{A_d}\right)^2\right)M_u - i\frac{\omega}{\bar{c}}l_{eff} \\ \frac{A_u}{A_d}(M_u - i\frac{\omega}{\bar{c}}l_{red}) & \frac{A_u}{A_d} \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

mit der Mach-Zahl $M = \bar{u}/\bar{c}$.

Für sprunghafte Querschnittserweiterungen kann der Druckverlustbeiwert ζ nach [Idelchik, 1996] ermittelt werden:

$$\zeta = \left(\frac{A_u}{A_d}\right)^2 - 1 + \left(1 - \frac{A_u}{A_d}\right)^2. \quad (2.67)$$

Die Längenkorrekturen können für kleine Helmholtzzahlen und moderate mittlere Massenströme durch

$$l_{eff} = \frac{D_u}{2\sqrt{2}} \left(1 - \frac{D_u}{D_d}\right) \quad (2.68)$$

und

$$l_{red} = \frac{D_u}{6\sqrt{2}} \left(\left(\frac{D_u}{D_d}\right)^3 - 1\right) \quad (2.69)$$

abgeschätzt werden.

2.4.4. Verzweigungen

An einer Verzweigung wird abhängig von der Grundströmungsrichtung entweder eine einlaufende Welle auf zwei Elementausgänge aufgeteilt oder zwei Eingänge werden zu einem Ausgang zusammengeführt. Im ersten Fall

ergibt sich für die verlustfreie, isotherm durchströmte Verzweigung aus der Massen- und Impulserhaltung das folgende Gleichungssystem [Bade, 2014]:

$$\begin{pmatrix} A_u M_u & 1 \\ 1 & M_u \\ 1 & M_u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_u = \begin{pmatrix} A_{d_1} M_{d_1} & 1 \\ 1 & M_{d_1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{d_1} + \begin{pmatrix} A_{d_2} M_{d_2} & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & M_{d_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{p'}{\bar{\rho}c} \\ u' \end{pmatrix}_{d_2}. \quad (2.70)$$

Gleichermaßen lässt sich ein Gleichungssystem für den zweiten Fall formulieren, s. [Bade, 2014].

2.5. Akustische Moden

Akustische Wellen können in geschlossenen Systemen ganz oder teilweise an den Systemgrenzen reflektiert werden. Durch Überlagerung hin und her laufender Wellen entstehen charakteristische Muster. Diese können als eine Überlagerung akustischer Moden beschrieben werden. Die charakteristische räumliche Druckverteilung und die modale Dynamik dieser Moden wird durch die Geometrie und die Randbedingungen des akustischen Systems sowie die Schallgeschwindigkeit bestimmt. Nur für einfache Geometrien und im Fall ohne Grundströmung gibt es analytische Lösungen für die Druckverteilungen [Ehrenfried, 2004]. Um das akustische Druckfeld in komplexen (praxisrelevanten) Anwendungen demnach zu bestimmen, sind oftmals numerische Methoden erforderlich, s. Kap. 5.

Im Gegensatz zu akustischen Moden in Rohrgeometrien, vgl. z.B. [Kathan, 2013], liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Untersuchung der ersten reinen Umfangsmode in Ringbrennkammern. Nach [Noiray et al., 2011] kann die räumlich-zeitliche Dynamik des akustischen Druckfelds reiner Umfangsmoden in Ringbrennkammern vereinfacht in zwei Anteile zerlegt werden⁶. Es gilt

$$p(\Theta, t) = \eta_a(t) \cos(n\Theta) + \eta_b(t) \sin(n\Theta), \quad (2.71)$$

⁶Diese Zerlegung resultiert aus einer Reihenentwicklung des Druckfelds auf Basis orthogonaler Ansatzfunktionen.

mit der Ordnung n der Mode und den modalen Amplituden $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$:

$$\begin{aligned}\eta_a(t) &= A(t) \cos(\omega_a \cdot t + \phi_a(t)), \\ \eta_b(t) &= B(t) \cos(\omega_b \cdot t + \phi_b(t)),\end{aligned}\tag{2.72}$$

wobei $\phi_a(t)$ und $\phi_b(t)$ die Phasen bezeichnen sowie $A(t)$ und $B(t)$ die Einhüllenden. Für $n = 1$ beschreibt Gl. 2.71 die Dynamik der ersten Umfangsmode durch ein Paar räumlich orthogonaler, stehender Moden mit den Kreisfrequenzen ω_a und ω_b .

3 Verluste akustischer Energie

Akustische Energie kann durch verschiedene physikalische Mechanismen verloren gehen. [Lieuwen, 2012] definiert akustische Verluste als die Abnahme der akustischen Energie in einem betrachteten Frequenzbereich innerhalb eines räumlich begrenzten Systems durch:

- Umwandlung in Wirbelstärke- und Entropie-Fluktuationen
- Konvektion oder Abstrahlung aus einem betrachteten akustischen System über die Systemgrenzen
- Übertragung auf Frequenzbänder außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs

Der erste Effekt kann bei starken Inhomogenitäten der Grundströmung wie in Grenzschichten und Scherschichten auftreten. Akustische Energie kann des Weiteren aus einem System an offenen Grenzen an die Umgebung abgestrahlt oder konvektiert werden. Letztlich können nichtlineare Phänomene weitere akustische Verluste verursachen.

3.1. Kopplung charakteristischer Schwankungsgrößen

Die instationären Euler-Gleichungen (Gln. 2.1-2.3 ohne Viskositäts- und Wärmeleitungseffekte) können in die charakteristische Normalform transformiert werden [Vichnevetsky und Bowles, 1982]. Hierdurch wird das Feld der primären Variablen in charakteristische Variablen zerlegt. Bei nur kleinen Störungen des mittleren Referenzzustands ergeben sich unter Anwendung der genannten Transformation die folgenden fundamentalen bzw. kanonischen Schwankungsgrößen: (1) akustische Schwankungen, die mit

der Schallgeschwindigkeit propagieren, sowie (2) Entropie- und (3) Wirbelstärke-Fluktuationen, die sich beide mit der Geschwindigkeit der Grundströmung ausbreiten.

3.1.1. Homogene Grundströmung

Im Falle einer homogenen Grundströmung ohne mittlere Strömungsgradienten und nur kleiner Störungen findet keine Kopplung zwischen den drei Moden statt. Dies kann gezeigt werden, indem man die LEE so umformt, dass sie das Verhalten der drei Moden in Form getrennter Gleichungen beschreiben [Lieuwen, 2012]:

$$\frac{D\boldsymbol{\Omega}'}{Dt} = \mathbf{0}, \quad (3.1)$$

$$\frac{Dp'}{Dt} - \bar{c}^2 \nabla^2 p' = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{Ds'}{Dt} = 0, \quad (3.3)$$

mit der materiellen Ableitung D/Dt in Abhängigkeit der Grundströmung

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla(). \quad (3.4)$$

Somit bleiben die Wirbelstärke- und Entropie-Fluktuationen unter den gegebenen Annahmen erhalten und werden mit der Grundströmung transportiert, während die Druckschwankungen durch die konvektive Wellengleichung beschrieben werden⁷.

3.1.2. Inhomogene Grundströmung

Quell- oder Verlustterme in den Gln. 3.1-3.3 können sich allerdings infolge einer inhomogenen Grundströmung, d. h. durch mittlere Strömungsgradienten, ergeben. Um den Einfluss von Grundströmungsinhomogenitäten zu

⁷Anzumerken ist, dass es allerdings beim Auftreten von hohen akustischen Amplituden zu nichtlinearen Kopplungseffekten kommen kann, s. [Chu und Kovasznay, 1958].

zeigen, wird das fluktuierende Geschwindigkeitsfeld in einen rotationsfreien Anteil ($\mathbf{v}'^{(p)}$) zerlegt, der akustische Geschwindigkeitsschwankungen beschreibt und einen rotationsbehafteten Anteil ($\mathbf{v}'^{(\Omega)}$), der wirbelinduzierte Geschwindigkeitsschwankungen darstellt:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}'^{(p)} + \mathbf{v}'^{(\Omega)}. \quad (3.5)$$

Des Weiteren wird $\mathbf{v}'^{(p)}$ in Abhängigkeit eines akustischen Potentials ϕ_a ausgedrückt

$$\mathbf{v}'^{(p)} = \nabla \phi_a. \quad (3.6)$$

Nach [Pieringer, 2008] lassen sich die (nicht-isentropen) LEE wie folgt umformulieren:

$$\left[\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{D}{Dt} \right) - \frac{1}{\bar{\rho}} \nabla \cdot (\bar{\rho} \nabla) \right] \phi_a = q'^{(p)}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'^{(\Omega)}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \mathbf{v}'^{(\Omega)} + (\mathbf{v}'^{(\Omega)} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{q}'^{(\Omega)}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \rho'^{(s)}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \rho'^{(s)} + \rho'^{(s)} \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = q'^{(s)}. \quad (3.9)$$

$\mathbf{v}'^{(\Omega)}$ beschreibt Geschwindigkeitsschwankungen, die durch fluktuierende wirbelbehaftete Strukturen induziert werden. Nicht-isentrope Dichteschwankungen $\rho'^{(s)}$ resultieren aus Entropiefluktuationen und werden mit der Grundströmung transportiert. Zu unterscheiden sind davon (isentropen) akustische Dichteschwankungen, die sich mit der Schallgeschwindigkeit relativ zur Strömung ausbreiten und isentrop nach Gl. 2.22 an die akustischen Druckschwankungen gekoppelt sind.

Die Quellterme $q'^{(i)}$ charakterisieren die Wechselwirkung der drei Moden miteinander:

$$q'^{(p)} = \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial \rho'^{(s)}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \rho'^{(s)} + \rho'^{(s)} \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} + \nabla \cdot (\mathbf{v}'^{(\Omega)} \bar{\rho}) \right), \quad (3.10)$$

$$\mathbf{q}'^{(\Omega)} = -\bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \nabla \phi_a + \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho}^2} \rho'^{(s)} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{D \phi_a}{Dt} \left(\nabla \frac{\kappa \bar{p}}{\bar{c}^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \nabla \bar{p} \right), \quad (3.11)$$

$$q'^{(s)} = \left(\frac{1}{\bar{c}^2} \nabla \bar{p} - \nabla \bar{\rho} \right) \cdot (\nabla \phi_a + \mathbf{v}'^{(\Omega)}) - \frac{\bar{\rho}}{\bar{c}^2} \left((\kappa - 1) \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} + \frac{2}{\bar{c}} \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{c} \right) \frac{D \phi_a}{Dt}. \quad (3.12)$$

Der Term $-\bar{\mathbf{\Omega}} \times \nabla \phi_a$ beschreibt, wie akustische Moden durch Wechselwirkung mit mittlerer Wirbelstärke $\bar{\mathbf{\Omega}} = \nabla \times \mathbf{v}$ wirbelbehaftete Geschwindigkeitsfluktuationen hervorrufen. Ein weiterer relevanter Kopplungsmechanismus ergibt sich bei der Beschleunigung von entropie-erzeugten Dichtefluktuationen durch die Grundströmung, beispielsweise in Düsen oder Turbineneintritten, infolgedessen es zur Erzeugung akustischer Fluktuationen kommt.

Nach [Lieuwen, 2012] und [Ullrich et al., 2014] können Quell- oder Verlustmechanismen der Wirbelstärke-Fluktuationen anhand der linearisierten Wirbeltransportgleichung analysiert werden:

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{\Omega}'}{Dt} = & - \underbrace{\mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{\Omega}}}_I + \underbrace{\bar{\mathbf{\Omega}} \cdot \nabla \mathbf{v}'}_{II} + \underbrace{\mathbf{\Omega}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}}}_{III} - \underbrace{\bar{\mathbf{\Omega}} \nabla \cdot \mathbf{v}'}_{IV} - \underbrace{\mathbf{\Omega}' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}}_V + \\ & + \underbrace{\frac{\nabla \rho' \times \nabla \bar{p}}{\bar{\rho}^2}}_{VI} + \underbrace{\frac{\nabla \bar{\rho} \times \nabla p'}{\bar{\rho}^2}}_{VII} - \underbrace{2 \frac{\rho'}{\bar{\rho}^3} (\nabla \bar{\rho} \times \nabla \bar{p})}_{VIII} - \underbrace{\nu \Delta \mathbf{\Omega}'}_{IX}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

In Übereinstimmung mit Gl. 3.11 kommt es ebenfalls zu einer linearen Kopplung der Schwankungsgrößen mit Grundströmungsinhomogenitäten. Die resultierenden Quell- und Verlustterme auf der rechten Seite von Gl. 3.13 werden im Speziellen durch folgende Wechselwirkungsprozesse hervorgerufen:

- Kopplung akustischer und wirbelbehafteter Geschwindigkeitsfluktuationen mit stratifizierter Grundströmung $\bar{\mathbf{\Omega}} = \nabla \times \bar{\mathbf{v}}$, wie z.B. Grenz- und Scherschichten (I, II und IV)
- Streckung und Deformation wirbelbehafteter fluktuierender Strukturen durch mittlere Strömungsgradienten (III)
- Starke Dilatation und Kompressibilitätseffekte, z.B. durch Stöße induziert oder angefachte Wirbelstärke (V)
- Barokline Effekte (VI - VIII)
- Reibungsverluste bei auftretenden viskosen Effekten (nicht in den LEE enthalten) (IX)

Quell- und Verlustmechanismen der Entropiefluktuationen im Falle einer inhomogenen Grundströmung werden durch Gl. 2.21 (rechte Seite) beschrieben:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\bar{T}\frac{Ds'}{Dt} = & -(\mathbf{v}'\bar{\rho}\bar{T} + \bar{\mathbf{v}}\rho'\bar{T} + \bar{\mathbf{v}}\bar{\rho}T')\nabla\bar{s} \\ & + 2\mu\left[\nabla\bar{\mathbf{v}}:\nabla\mathbf{v}' + \nabla\bar{\mathbf{v}}:(\nabla\mathbf{v}')^T - \frac{2}{3}(\nabla\cdot\bar{\mathbf{v}})(\nabla\cdot\mathbf{v}')\right] + k_{\text{th}}\Delta T'. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Gl. 3.14 zeigt, dass bei vernachlässigbarer Reibung sowie Wärmeleitung und einer homotropen Grundströmung ($\nabla\bar{s} = 0$) keine Entropieschwankungen erzeugt werden.

Eine wichtige Erkenntnis ist allerdings, dass auch ohne Erzeugung nicht-isentroper Fluktuationen, akustische Energie durch Umwandlung in wirbelbehaftete Strukturen verloren gehen kann (Gl. 3.13).

3.2. Akustische Energiebilanz

Nach [Myers, 1991] beschreibt

$$\frac{\partial e_a}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{W}_a = \Phi_a \quad (3.15)$$

die akustische Energiebilanz in Gegenwart einer inhomogenen Grundströmung mit der akustischen Energie e_a , der Flussdichte $\mathbf{W}_a$ und dem Quellterm Φ_a [Lieuwen, 2012]:

$$e_a = \frac{1}{2}\frac{p'^2}{\bar{\rho}\bar{c}^2} + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\mathbf{v}'\cdot\mathbf{v}') + \rho'\bar{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{v}' + \frac{1}{2}\frac{\bar{\rho}\bar{T}s'^2}{c_p}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{W}_a = (p' + \bar{\rho}\bar{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{v}')\left(\mathbf{v}' + \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\bar{\mathbf{v}}\right) + \bar{\rho}\bar{\mathbf{v}}T's', \quad (3.17)$$

$$\Phi_a = \bar{\rho}\bar{\mathbf{v}}\cdot(\boldsymbol{\Omega}'\times\mathbf{v}') + \rho'\mathbf{v}'\cdot(\bar{\boldsymbol{\Omega}}\times\bar{\mathbf{v}}) - s'(\bar{\rho}\mathbf{v}' + \rho'\bar{\mathbf{v}})\cdot\nabla\bar{T} + s'\bar{\rho}\bar{\mathbf{v}}\cdot\nabla T'. \quad (3.18)$$

Anzumerken ist, dass, obwohl die Gleichungen nur Terme erster Ordnung enthalten, die Energieerhaltung bis auf die zweite Ordnung genau ist [Myers, 1991].

Über die Energiebetrachtung zeigt sich anhand von Gl. 3.18, dass es analog zu den Gln. 3.10-3.14 zur Kopplung von akustischen Schwankungen sowie Wirbelstärke- und Entropiefluktuationen mit Gradienten des mittleren Strömungsfeldes kommt, was Verluste und Quellen akustischer Energie verursacht. Demnach können sich akustische Verluste auch unter isentropen Bedingungen ergeben. Dies ist vor allem bei stark stratifizierten Strömungsfeldern von Relevanz, wie bei der Untersuchung in Kap. 4.

3.3. Akustische Grenzschichtverluste

Grundsätzlich führen viskose und thermische Transportphänomene in Grenzschichten zu Verlusten akustischer Energie. [Kirchhoff, 1868] stellte die erste Theorie zur Berechnung der Dämpfung der Wellenausbreitung in einem kreisförmigen Rohr auf. Diese liefert den Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizienten (Anhang A):

$$\alpha_{KH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\bar{c}} Sh \left(\underbrace{1}_{\text{viskos}} + \underbrace{\frac{\kappa - 1}{\sqrt{Pr}}}_{\text{thermisch}} \right). \quad (3.19)$$

Die Scherzahl Sh und Prandtl-Zahl Pr sind dabei folgendermaßen definiert: $Sh = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$, $Pr = \frac{\mu c_p}{k_{th}}$. Der erste Term innerhalb der Klammer von Gl. 3.19 beschreibt nicht-isentrope viskose Phänomene. Der zweite Term resultiert aus nicht-isentropen thermischen Effekten. α_{KH} kann z.B. in Netzwerkmodellen genutzt werden, um viskos und thermisch verursachte akustische Verluste an Wänden von Rohrelementen (Gl. 2.64) zu berücksichtigen. In diesem Zusammenhang wird α_{KH} in Form einer Wellenzahlkorrektur verwendet:

$$k^{\pm} = \frac{\omega}{\bar{c} \pm \bar{u}} \left(1 + \frac{(1 - i)}{\sqrt{2}} Sh \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{Pr}} \right) \right). \quad (3.20)$$

Demgegenüber sind Verluste durch viskose und thermische Transportphänomene außerhalb der Grenzschichten im Fall ohne mittlere Strömung nach [Peters et al., 1993] vernachlässigbar. In turbulenten Strömungen können akustische Fluktuationen allerdings durch den Kaskadenprozess

beeinflusst werden, der sich bei einer Ensemble-gemittelten Betrachtungsweise des Strömungsfeldes als turbulente “Scheinspannungen“ respektive Reynoldsspannungen manifestiert. Der dissipative Effekt der Turbulenz auf die Akustik kann folglich näherungsweise in den LNSE (Gln. 2.15-2.17) durch eine zur dynamischen Viskosität additiven Wirbelviskosität beschrieben werden. Dieser Ansatz ist analog zum Konzept der Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) basierten Turbulenzmodellierung unter Verwendung der Boussinesq’schen Wirbelviskositätshypothese [Pope, 2000]. Die Wirbelviskosität kann bei einem statistisch stationären Grundströmungszustand mittels einer CFD-Strömungssimulation unter Verwendung eines RANS Modells als feldabhängige Größe bestimmt werden, siehe z.B. [Gikadi et al., 2014].

3.4. Akustische Verluste durch Wirbelbildung an Flächensprüngen

Abb. 3.1 zeigt schematisch das Verhalten einer Strömung durch eine Engstelle. An der Querschnittserweiterung kommt es zur Strömungsablösung und es entsteht eine Rezirkulationszone, die eine hohe Wirbelstärkeproduktion aufweist. Dies führt zu einem irreversiblen Prozess, da die kinetische Energie der Strömung über den Flächensprung durch die Wirbelbildung nicht vollständig erhalten bleibt.

Zur Quantifizierung dieser Verluste wird eine stationäre 1D-Strömung konstanter Dichte und geringer Mach-Zahl an der Engstelle betrachtet. Unter diesen Annahmen kann die stationäre, inkompressible Bernoulli Gleichung von Gl. 2.2 abgeleitet werden. Eine Integration zwischen $x = a$ und $x = b$ ergibt:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho u_a^2 = p_b + \frac{1}{2}\rho u_b^2 + \Delta p. \quad (3.21)$$

Verluste der kinetischen Energie werden dabei durch den Druckverlustterm Δp berücksichtigt, der den Anteil des Totaldrucks beschreibt, der durch Wirbelbildung stromab (b) nicht zurückgewonnen werden kann. Δp wird wie folgt berechnet: $\Delta p = \frac{1}{2}\zeta\rho u_b^2$. Der Wert des Verlustkoeffizienten ζ be-

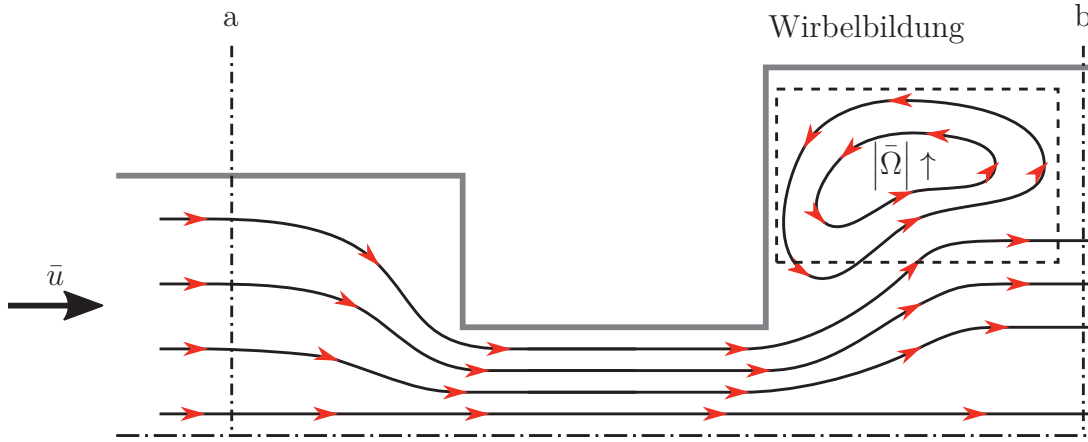


Abbildung 3.1.: Strömungsablösung an einem stationär durchströmten Flächensprung.

zieht sich auf die Referenzquerschnittsfläche und ist von der Geometrie abhängig.

Zerlegt man die Variablen der Geschwindigkeit und des Drucks in ein mittleres Feld und ein Schwankungsfeld (Gl. 2.12 und Gl. 2.13) und verwendet dies in Gl. 3.21, ergibt sich nach Subtrahieren der Erhaltungsgleichung der Mittelwerte folgender Zusammenhang:

$$p'_a + \bar{\rho} \bar{u}_a u'_a + \frac{1}{2} \bar{\rho} u_a'^2 = p'_b + \bar{\rho} \bar{u}_b u'_b + \frac{1}{2} \bar{\rho} u_b'^2 + \zeta \bar{\rho} \bar{u}_b u'_b + \zeta \frac{1}{2} \bar{\rho} u_b'^2. \quad (3.22)$$

Falls $u' \ll \bar{u}$ können Terme höherer Ordnung in Gl. 3.22 vernachlässigt werden:

$$p'_a + \bar{\rho} \bar{u}_a u'_a = p'_b + \bar{\rho} \bar{u}_b u'_b + \zeta \bar{\rho} \bar{u}_b u'_b. \quad (3.23)$$

3.4.1. Akustisch induzierte Wirbelbildung im Fall ohne Grundströmung

Akustische Pulsationen hoher Amplitude, die zu einer starken oszillierenden Bewegung des Fluids führen, verursachen an Kanten und durchströmter Flächensprünge periodische Wirbelbildung infolge akustisch selbstinduzierter Strömungsablösung. Die Wirbelablösung erfolgt, wie bei der stationären

Durchströmung des Flächensprungs, aufgrund des Trägheitsverhaltens des pulsierenden Fluids. In Gl. 3.22 wird dieser Prozess durch die Terme höherer Ordnung der Form $\frac{1}{2}\bar{\rho}u'^2$ beschrieben, die nichtlinear mit der Amplitude der akustischen Pulsationen wachsen. Eine Vernachlässigung dieser Terme und somit die Linearisierung der Gl. 3.22 ist folglich nur bei ausreichend großen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten und kleinen akustischen Amplituden erlaubt. Die oszillierende Bewegung des Fluids im Fall ohne Grundströmung oder nur sehr kleiner mittlerer Geschwindigkeiten im Vergleich zu den akustischen Geschwindigkeitsamplituden verursacht des Weiteren einen (nicht-linearen) periodischen Richtungswechsel der Strömung. Demzufolge stellt die durch starke akustische Fluktuationen induzierte oszillierende Wirbelbildung an einem undurchströmten Flächensprung ein intrinsisch nichtlineares Phänomen dar [Lieuwen, 2012]. Die beschriebenen Nichtlinearitäten ergeben sich aus der Wechselwirkung zwischen des bezüglich der Pulsationsamplitude linearen Drucks und des Impulsflusses, der sich bei $u' \sim \mathcal{O}(\bar{u})$ nichtlinear verhält⁸.

Aus mathematischer Sicht ergibt sich bei der Beschreibung des akustischen Geschwindigkeitsfelds durch ein Potential (Gl. 3.6) eine Singularität an einer scharfen Kante. Damit keine unphysikalischen Geschwindigkeitsspitzen entstehen, ist die Erzeugung von wirbelbehafteten Fluktuationen erforderlich. Dies kann mathematisch durch die sog. instationäre Kutta-Bedingung beschrieben werden [Munt, 1977]. Im Vergleich zur Strukturmechanik entspricht dies einer plastischen Deformation an einer scharfen Kante durch auftretende Spannungsspitzen.

Experimentelle Untersuchungen zur akustisch induzierten Strömungsablösung an Kanten im Fall ohne Grundströmung zeigten, dass das dynamische Verhalten der Wirbelbildung von der akustischen Anregungsamplitude und -frequenz abhängt, s. [Peters et al., 1993]. Der relevante Ähnlichkeitsparameter ist die akustische Strouhal-Zahl

$$Sr = \frac{\omega \cdot \frac{D}{2}}{v'}. \quad (3.24)$$

⁸Zu unterscheiden sind davon gasdynamische Nichtlinearitäten, wie sie von [Chu und Kovasznay, 1958] beschrieben werden.

[Disselhorst und van Wijngaarden, 1980] zeigten für den Fall ohne Strömung, dass für große akustische Strouhal-Zahlen erzeugte Wirbel in der Nähe der Kante bleiben, an der sie sich bildeten. Schlieren-Aufnahmen veranschaulichen in Abb. 3.2 die oszillierende Wirbelbildung an einer Kante bei einer Strouhal-Zahl von $Sr = 8$. Es zeigt sich, dass während der ersten Hälfte des akustischen Zyklus ein Wirbel gebildet wird, der an der Kante verharzt bzw. nur geringfügig in den Kanal propagiert. In der zweiten Hälfte des Zyklus ändert sich die Strömungsrichtung und der gebildete Wirbel verliert an Intensität (Wirbelstärke).

Im Gegensatz dazu wird bei niedrigen Strouhal-Zahlen in einer Hälfte des Zyklus eine “Düsenströmung” akustisch induziert, die erzeugte Wirbel konvektiv abtransportiert, siehe Abb. 3.3 (links). Dies ist vergleichbar mit der in Abb. 3.1 dargestellten Wirbelbildung im Fall des stationär durchströmten Flächensprungs. In der zweiten Hälfte des Zyklus bildet sich dagegen eine Vena contracta, wie in Abb. 3.3 (rechts) skizziert.

[Peters et al., 1993] postulierten eine Strouhal-Zahl abhängige, empirisch basierte Beschreibung der über einen akustischen Zyklus gemittelten Verlustleistung $\bar{P}_{aD}$, die durch akustisch induzierte periodische Wirbelbildung an einem offenen Rohrende hervorgerufen wird. $\bar{P}_{aD}$ berechnet sich wie folgt:

$$\bar{P}_{aD} = \frac{1}{2} \bar{\rho} v^3 \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot \begin{cases} \beta Sr^{1/3} & , Sr \gg 1 \\ \frac{2}{3\pi} c_d & , Sr \ll 1 \end{cases} \quad (3.25)$$

Die Parameter β und c_d ergeben sich aus der Geometrie des Rohrendes. Gl. 3.25 ist für $\beta = 0.2$ und $c_d = 13/9$ [Peters und Hirschberg, 1993] in Abb. 3.4 graphisch dargestellt. Demzufolge treten große akustische Verluste bei niedrigen akustischen Strouhal-Zahlen auf. Dagegen ist die Verlustleistung für große akustische Strouhal-Zahlen gering.

Es kann somit schlussgefolgert werden, dass der nichtlineare Wirbelbildungsprozess bei großen Strouhal-Zahlen nur geringe akustische Verluste verursacht. Physikalisch ist dies folgendermaßen zu erklären: In der ersten Hälfte des akustischen Zyklus geht akustische kinetische Energie durch die Wirbelbildung verloren. In der zweiten Hälfte löst sich allerdings, wie in Abb. 3.2 gezeigt, der erzeugte Wirbel wieder auf und die Energie des

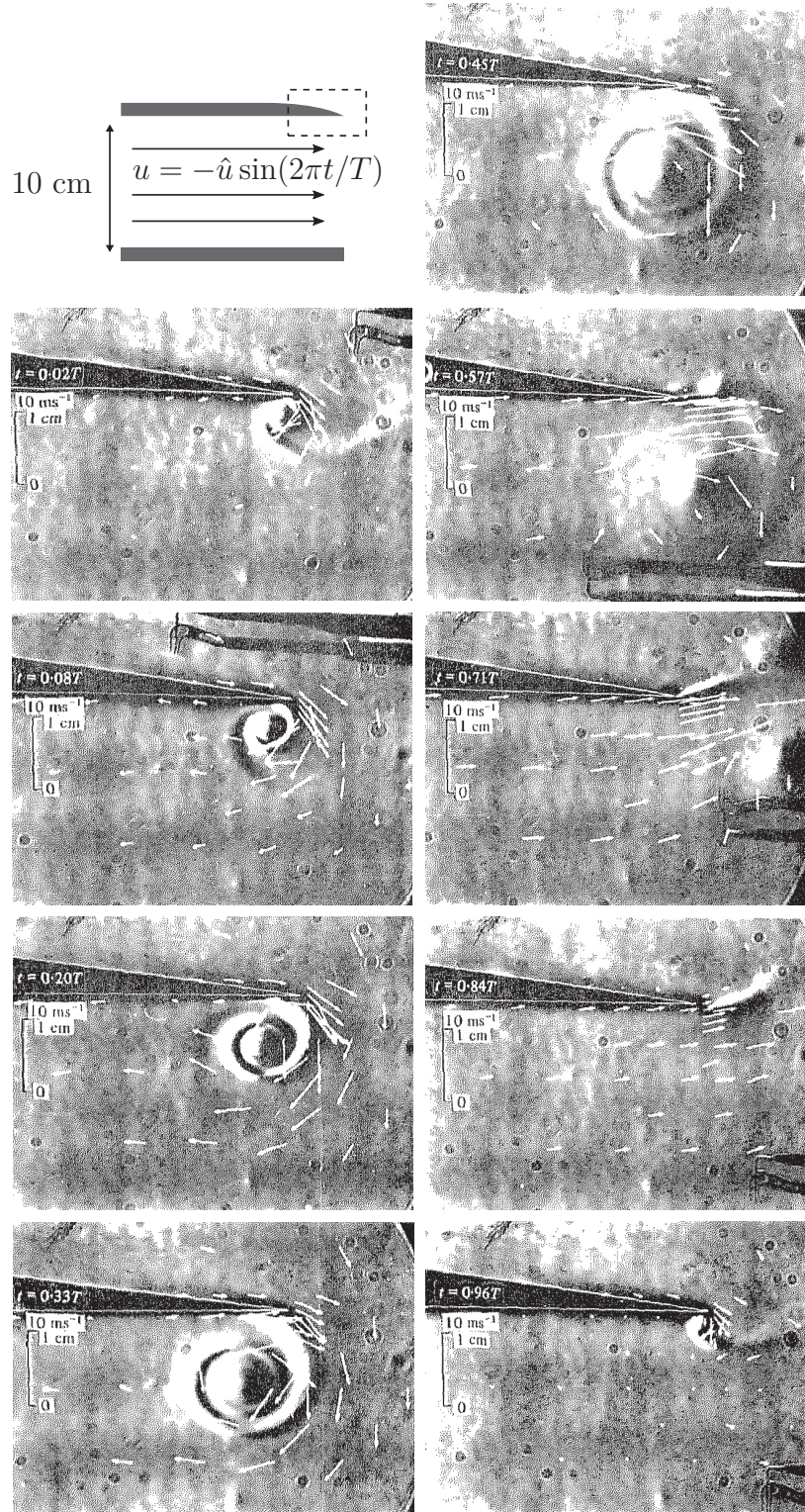


Abbildung 3.2.: Akustisch induziertes Strömungsfeld in der Nähe einer scharfen Kante für $Sr = 8$ [Disselhorst und van Wijn- gaarden, 1980].

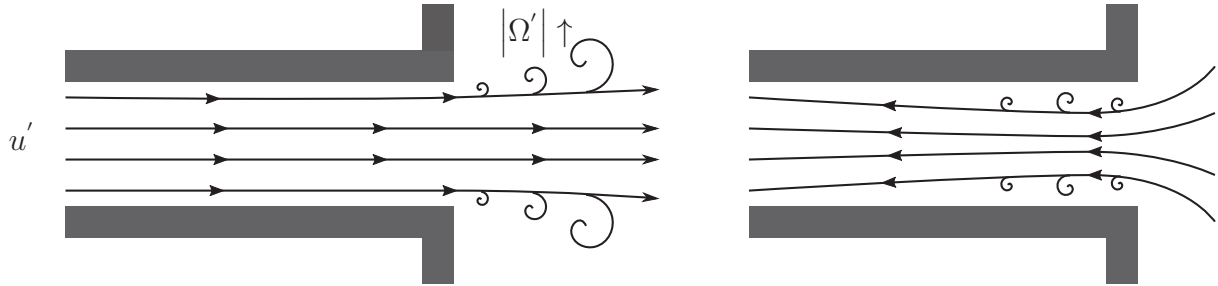


Abbildung 3.3.: Akustisch induzierte “Düsenströmung“ (links) und Vena contracta (rechts).

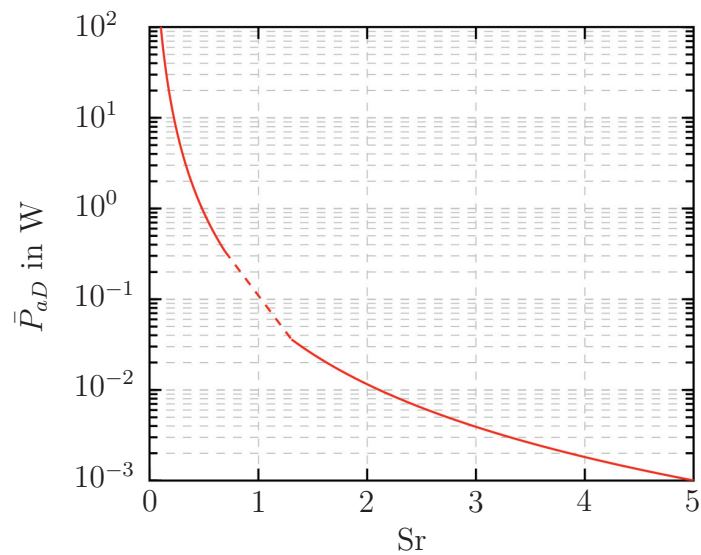


Abbildung 3.4.: Über einen akustischen Zyklus gemittelte Verlustleistung $\bar{P}_{aD}$ in Abhängigkeit von Sr (Gl. 3.25).

Wirbels wird nach [Peters und Hirschberg, 1993] zurück in akustische kinetische Energie umgewandelt. Die zur Wirbelbildung aufgebrauchte akustische kinetische Energie wird somit zurückgewonnen. Gemittelt über einen Zyklus bleibt demzufolge die akustische Energie größtenteils erhalten. Dagegen werden bei kleinen Strouhal-Zahlen die in einer Hälfte des akustischen Zyklus erzeugten Wirbel durch die akustisch induzierte “Düsenströmung“ konvektiv abtransportiert und dissipieren in der Folge. In der zweiten Zyklushälfte kann somit die Energie der Wirbel nicht zurückgewonnen werden, was über den Zyklus gemittelt zu Verlusten der akustischen Energie führt. Des Weiteren ist die Wirbelbildung bei kleinen Strouhal-Zahlen grundsätzlich stärker und demnach ebenfalls die Übertragung akustischer Energie auf Wirbelstrukturen.

3.4.2. Akustisch induzierte Wirbelbildung im Fall mit Grundströmung

Die bisher beschriebene nichtlineare Wirbelbildung an undurchströmten Flächensprüngen erfolgt bei vorhandener Grundströmung durch einen linearen Prozess. Zunächst entfällt für $u' \ll \bar{u}$ der nichtlineare periodische Richtungswechsel der Strömung.

Bei der stationären Durchströmung eines Flächensprungs kommt es, wie in Abb. 3.1 dargestellt, zu starken Inhomogenitäten der Grundströmung. Wenn akustische Fluktuationen kleiner Amplitude ($u' \ll \bar{u}$) auf diese Strömungsinhomogenitäten bzw. Scherschichten treffen, kommt es durch Moden-Kopplung (Gl. 3.13) zur Erzeugung von Wirbelstärke-Fluktuationen. Dies erfolgt im Gegensatz zum Fall ohne Durchströmung durch einen linearen Mechanismus. Charakteristisch hierfür ist, dass die Grundströmung unbeeinflusst bleibt. Durch die lineare Moden-Kopplung wird akustische Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen übertragen, die von der Grundströmung abtransportiert werden. Dieser Verlustmechanismus wird durch die mittlere Wirbelstärke $\bar{\Omega}$ bestimmt, wie die Verlustterme in Gl. 3.18 verdeutlichen. In der linearisierten Bernoulli Gleichung (Gl. 3.23) werden diese Verluste durch den linearen Druckverlustterm erfasst.

Bei steigender Amplitude wechselwirken akustische Pulsationen allerdings nicht mehr nur unter Erzeugung von Wirbelstärke-Fluktuationen mit den Scherschichten, sondern können auch die Grundströmung beeinflussen. Ein Beispiel hierfür ist die Bildung kohärenter Ringwirbel, die bei starken akustischen Fluktuationen periodisch an der Kante eines durchströmten Flächensprungs hervorgerufen werden. Durch diese nichtlineare Ringwirbelbildung wird im Vergleich zur linearen Moden-Kopplung die Grundströmung makroskopisch beeinflusst, die somit ihren (statistisch) stationären Charakter verliert. Der Übergang vom linearen zum nichtlinearen Verhalten wurde von [Külsheimer und Büchner, 2002] anhand experimenteller Untersuchungen einer akustisch angeregten Drall-Flamme analysiert. Abhängig von der Anregungsfrequenz wurde bei verschiedener Pulsationsamplitude das Auftreten periodischer (Ring)-Wirbelablösung beobachtet, was als Übergang von linearer zur nichtlinearen Wirbelbildung beschrieben wurde.

Letztlich zeigt sich durch die Betrachtungen in Abschnitt 3.4, dass besonders bei der Auswahl geeigneter Verfahren zur Berechnung akustischer Verluste infolge instationärer Wirbelbildung an Flächensprüngen darauf zu achten ist, ob die zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen linearer oder nichtlinearer Natur sind, da dies grundsätzlich verschiedene Modellierungsstrategien erfordert.

3.5. Konvektion und Abstrahlung akustischer Energie über Systemgrenzen

3.5.1. Schallemission am offenen Ende

Die akustischen Eigenschaften am undurchströmten offenen Ende von Rohren werden im Rahmen der linearen Akustik, d. h. $v' \ll \bar{c}$ und $Sr = \frac{\omega_D}{v'} \gg 1$, nach Tab. 2.1 durch eine schallweiche Randbedingung $R = -1$ bzw. $Z = 0$ beschrieben. Infolgedessen wird die gesamte akustische Energie einer einlaufenden Welle mit einer Phasenverschiebung von π an dem offenen Ende reflektiert und nichts wird an die Umgebung trans-

mittiert. Diese approximierte Beschreibung einer offenen Systemgrenze vernachlässigt allerdings eine mögliche Abstrahlung akustischer Energie.

Genauer werden die akustischen Eigenschaften eines offenen Rohrendes des Durchmessers D (ohne flanschartigen Übergang) durch die Impedanzrandbedingung nach [Levine und Schwinger, 1948] beschrieben:

$$\frac{Z}{\bar{\rho}c} = \frac{(k\frac{D}{2})^2}{4} - 0.6i \left(k\frac{D}{2}\right) + \mathcal{O}\left(k\frac{D}{2}\right)^3. \quad (3.26)$$

Der Realteil der Impedanz (Gl. 3.26) erfasst die akustischen Verluste am offenen Ende durch Abstrahlung akustischer Energie an die Umgebung. Der Imaginärteil der Impedanz kennzeichnet Trägheitseffekte des pulsierenden Fluids an der Rohröffnung, die über eine effektive Länge oder Endkorrektur erfasst werden können. Dieser Effekt führt zur Phasenverschiebung zwischen Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen.

Die Umrechnung der Impedanz (Gl. 3.26) in den Reflexionsfaktor ergibt:

$$R = - \left(1 - 0.5 \left(k\frac{D}{2}\right)^2\right) e^{-1.2i(k\frac{D}{2})} + \mathcal{O}\left(k\frac{D}{2}\right)^3. \quad (3.27)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass mit steigender Helmholtz-Zahl ($k\frac{D}{2}$) die Amplitude des Reflexionsfaktors immer stärker unter 1 sinkt. Dies kennzeichnet Verluste infolge von Abstrahlung akustischer Energie mit zunehmender Frequenz.

3.5.2. Konvektiver Verlust akustischer Energie

Im Folgenden wird ein offenes Ende eines akustischen Systems betrachtet, aus dem Fluid ausströmt (z.B. eine Austrittsdüse oder der Turbineneintritt nach einer Gasturbinenbrennkammer). Durch die mittlere Strömung wird akustische Energie konvektiv abtransportiert. Die akustische Verlustleistung $\bar{P}_{\text{aD}}$ aufgrund der Konvektion akustischer Energie wird nach [Cargill, 1982] wie folgt bestimmt:

$$\bar{P}_{\text{aD}} = \frac{\pi(D/2)^2 |\hat{p}_+|^2}{\bar{\rho}c} \left((1+M)^2 - |R|^2 (1-M)^2 \right). \quad (3.28)$$

Das offene Ende hat hierbei den Austrittsdurchmessers D und wird akustisch durch den Reflexionsfaktor R charakterisiert. $|\hat{p}_+|^2$ beschreibt die zeitlich gemittelte Intensität der Welle, die im Rohr in Strömungsrichtung propagiert und das Rohrende erreicht.

Anhand von Gl. 3.28 wird gezeigt, dass akustische Energie infolge von Konvektionseffekten auch an einem voll reflektierenden Rand ($|R| = 1$) verloren gehen kann.

4 Akustische Untersuchung von Brennkammerkomponenten

Wie in der Einleitung beschrieben, bedarf es effizienter Berechnungsverfahren, um die thermoakustische Stabilität von Brennkammern bereits frühzeitig im Rahmen industrieller Entwicklungsprozesse bewerten zu können und gegebenenfalls das Stabilitätsverhalten durch Verwendung passiver Dämpfungskonzepte zu optimieren. Deshalb ist einesteils Ziel der Arbeit, Verbrennungsinstabilitäten in Ringbrennkammern beliebiger Geometrie unter Verwendung experimenteller, numerischer und analytischer Methoden effizient und quantitativ in einem großen Betriebsbereich vorherzusagen. Die Vorgehensweise zur Modellbildung wird im Folgenden beschrieben und wurde bereits in [Zahn et al., 2016], [Zahn et al., 2017] sowie u.a. in [Betz et al., 2017] und [Stadlmair et al., 2017] validiert. Auf dieser Grundlage wird in Kap. 5 - 7 der Einfluss verschiedener Resonatorkonfigurationen und Brennstoffstufungs-Varianten auf das thermoakustische Stabilitätsverhalten einer Labor-Ringbrennkammer analysiert, um daraus verallgemeinerte Strategien bzw. grundlegende Richtlinien bei der Anwendung passiver Dämpfungskonzepte in Ringbrennkammern abzuleiten.

4.1.2. Konzeptionelles Vorgehen bei der Modellbildung

Auf Grundlage des Superpositionsprinzips der Netzwerkmodellierung (Kap. 2.4) können die Systemkomponenten der Labor-Ringbrennkammer modular betrachtet und separat bei verschiedenen Betriebsbedingungen akustisch charakterisiert werden. Im Kontext der thermoakustischen Stabilitätsanalyse wird die lineare Wellenausbreitung in den (beliebig dreidimensionalen) ringförmigen Geometrien der Brennkammer und des Plenums numerisch berechnet. Hierzu wird ein Finite-Elemente (FE) Feldmethoden-Verfahren genutzt. Wie in Abb. 4.1 skizziert, werden alle anderen Brennkammerkomponenten nicht aufgelöst, sondern lediglich durch akustische Impedanzen und Transfermatrizen abhängig von den Betriebsbedingungen modelliert, die vorab unter Verwendung jeweils geeigneter experimenteller, numerischer und analytischer Verfahren ermittelt wurden. Demnach ergibt sich ein Modell der Ringbrennkammer, das Parameterstudien und beispielsweise die Untersuchung verschiedener Dämpferkonfigurationen effizient ermöglicht.

Die akustischen Übertragungseigenschaften der Drallbrenner können anhand einer Brennertransfermatrix (BTM) charakterisiert werden, s. Kap. 4.2. Basierend darauf wird die akustische Kopplung der beiden FEM-Rechengebiete im Modell der Ringbrennkammer in Streumatrix-Darstellungsform (Gl. 2.62) beschrieben, s. Abb. 4.1. Dieses Kopplungsverfahren wurde ebenfalls z.B. von [Campa und Camporeale, 2010] und [Schulze, 2016] genutzt, kombiniert mit einem Energiequellterm-Ansatz zur Berücksichtigung der Flammenrückkopplung. Bei der Modellierung des vorgegebenden volumetrischen Quellgebiets können allerdings Schwierigkeiten auftreten, vgl. [Laera et al., 2017]. Deshalb wird die akustisch induzierte Dynamik der Ringbrennkammer-Flammen mit in die akustische Kopplung einbezogen, s. Abschnitt 4.6.

Durch Eigenfrequenz-Analysen wird in Kap. 5 und 7 das thermoakustische Stabilitätsverhalten der Labor-Ringbrennkammer basierend auf dem zugrunde liegenden FEM-Modell ermittelt und der Einfluss verschiedener Resonatorkonfigurationen und Brennstoffstufungs-Varianten auf die modale Dynamik der ersten akustischen Umfangsmoden in der Brennkammer be-

stimmt. Zuvor werden in den folgenden Abschnitten die akustischen Eigenschaften der Drallbrenner, Dämpfer, Austrittsdüsen sowie die Flammendynamik mit jeweils geeigneten experimentellen, numerischen und analytischen Methoden bei verschiedenen Betriebsbedingungen untersucht.

4.2. Drallbrenner

4.2.1. Aufbau der Drallbrenner

Zuerst werden die akustischen Eigenschaften der Drallbrenner unter isothermen Bedingungen analysiert. Diese Untersuchung wurde bereits in [Zahn et al., 2015] publiziert. Die Drallbrenner bestehen aus einem axialen Drallerzeuger, der auf einer zentralen Lanze montiert ist, wie in Abb. 4.2 dargestellt. Im Folgenden wird jedoch im Rahmen der numerischen Untersuchung nur 1/8 der Drallbrennergeometrie betrachtet, damit die geometrische Periodizität zur Verringerung des Rechenaufwands genutzt werden kann.

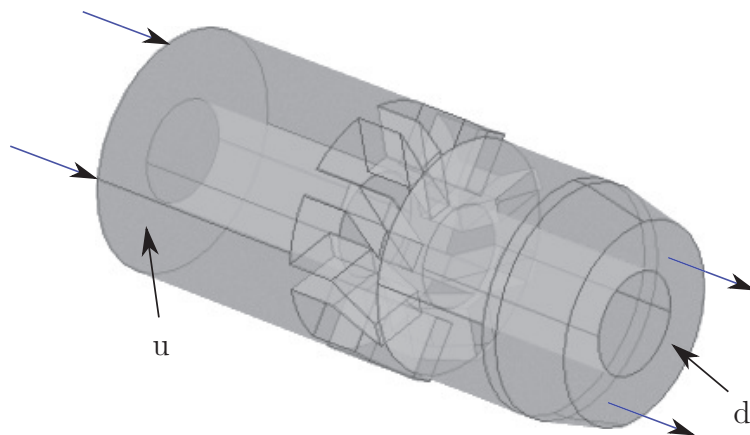


Abbildung 4.2.: Geometrie des Drallbrenners.

4.2.2. RANS/LNSE Methodik

4.2.2.1. Numerischer Ansatz

Ein numerisch effizienter und robuster hybrider Computational Fluid Dynamics/Computational Aeroacoustic (CFD/CAA)-Ansatz, den beispielsweise [Gikadi et al., 2013], [Gikadi et al., 2014] und [Schulze et al., 2013] ausführlich beschreiben, wird zur numerischen Untersuchung der akustischen Drallbrenner-Eigenschaften verwendet. Bei diesem Verfahren wird in einem ersten Schritt das statistisch-stationäre Grundströmungsfeld mittels des Finite-Volumen-Lösers CFX [Ansys, 2014] unter Verwendung eines k - ϵ Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) Modells berechnet. Das betrachtete Rechengebiet Ω mit den Systemgrenzen Γ (siehe Abb. 4.3) umfasst, wie zuvor erläutert, $1/8$ der Drallbrennergeometrie und die angrenzenden Teile des Plenums und der Brennkammer. Das unstrukturierte Netz für die CFD-Simulationen hat ca. 7 Millionen Zellen mit Netzverfeinerung in Gebieten auftretender Scherschichten der Drallströmung. In einem zweiten Schritt werden die LNSE basierend auf dem resultierenden statistisch-stationären Grundströmungszustand anhand einer stabilisierten Finite-Elemente-Methode (FEM) im Frequenzbereich gelöst.

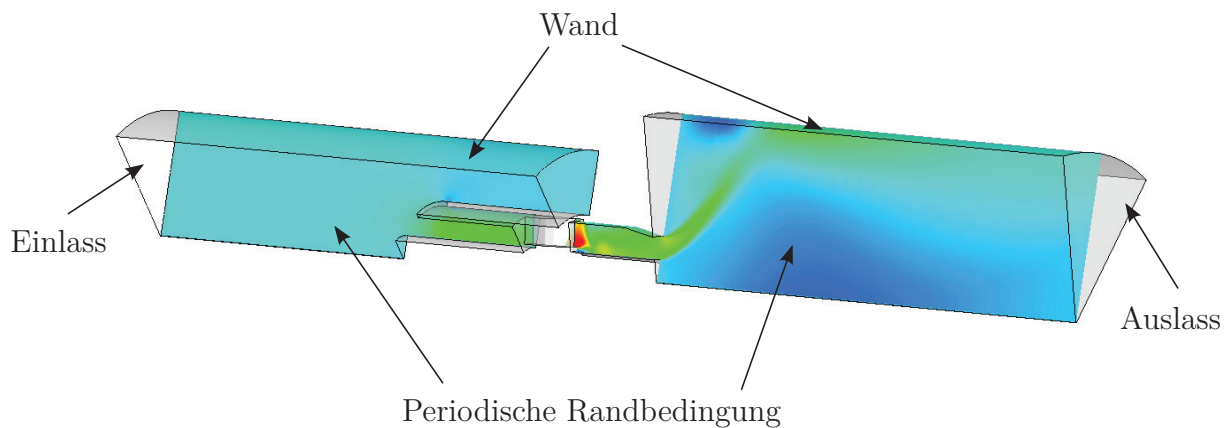


Abbildung 4.3.: Rechengebiet und mittleres Geschwindigkeitsfeld.

4.2.2.2. Schwache Form der LNSE und stabilisierte Finite-Elemente Formulierung

In diesem Abschnitt wird eine Finite-Elemente Formulierung der LNSE im Frequenzbereich beschrieben. Für eine ausführliche Diskussion der Verwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) im Rahmen der Fluidodynamik wird an dieser Stelle jedoch auf [Donea und Huerta, 2003] verwiesen. Im Folgenden wird von (lokaler) Isentropie ausgegangen. Deshalb wird unter Einbezug der linearisierten Druck-Dichte-Beziehung Gl. 2.22 nur die Massenerhaltung und Impulserhaltung der LNSE (Gl. 2.33 und Gl. 2.34) betrachtet, die wie folgt nach der Funktionalanalysis verkürzt durch einen linearen Differentialoperator $\mathcal{L}$ ausgedrückt werden können:

$$\mathcal{L}_{\hat{\rho}}\phi = 0, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{L}_{\hat{v}}\phi = 0, \quad (4.2)$$

worin ϕ den Vektor $\phi = (\hat{\rho}, \hat{v})^T$ bezeichnet. Die zugehörige schwache Form mit den Funktionsräumen $\mathcal{S}_{\hat{v}}$, $\mathcal{S}_{\hat{\rho}}$ und $\mathcal{S}_{w_{\hat{v}}}$, $\mathcal{S}_{w_{\hat{\rho}}}$ der Lösungsfunktionen $\hat{v}$, $\hat{\rho}$ und Wichtungsfunktionen $w_{\hat{v}}$, $w_{\hat{\rho}}$ lautet

$$(w_{\hat{\rho}}, \mathcal{L}_{\hat{\rho}}\phi) = 0 \quad \forall w_{\hat{\rho}} \in \mathcal{S}_{w_{\hat{\rho}}}, \quad (4.3)$$

$$(w_{\hat{v}}, \mathcal{L}_{\hat{v}}\phi) = 0 \quad \forall w_{\hat{v}} \in \mathcal{S}_{w_{\hat{v}}}, \quad (4.4)$$

mit dem inneren L_2 -Produkt $(\cdot, \cdot) = \int_{\Omega/\Gamma} d\Omega/d\Gamma$.

Im Rahmen der Galerkin Finite-Elemente-Approximation wird ein Rechengebiet in Teilgebiete (Ω^e), den sogenannten finiten Elementen, unterteilt bzw. diskretisiert. Diese Elemente haben die charakteristische Länge h . Die Lösungsfunktionen $\hat{\rho}^h \in \mathcal{S}_{\hat{\rho}}^h$ und $\hat{v}^h \in \mathcal{S}_{\hat{v}}^h$ (mit $\mathcal{S}_{\hat{\rho}}^h \subset \mathcal{S}_{\hat{\rho}}$ und $\mathcal{S}_{\hat{v}}^h \subset \mathcal{S}_{\hat{v}}$) werden auf dem lokalen Träger, dem finiten Element, gewählt (indiziert mit Superskript h) und durch die jeweiligen Knotenwerte sowie zugehörigen Formfunktionen ausgedrückt. In analoger Weise erfolgt dies für die Wichtungsfunktionen. Die lokal definierten Formfunktionen werden in der (klassischen) Standard-FEM durch stückweise definierte Polynomfunktionen beschrieben. Häufig werden gleiche Formfunktionen für die Wichtungs-

und Lösungsfunktionen verwendet, wobei dann von der Bubnov-Galerkin-Methode gesprochen wird. Folglich erhält man die diskrete Finite-Elemente-Formulierung der LNSE im Frequenzbereich

$$\underbrace{\int_{\Omega^e} \mathcal{L}_{\hat{\rho}} \phi^h w_{\hat{\rho}}^h d\Omega^e}_{\text{Standard FEM}} + \underbrace{\int_{\Omega^e} \tau_{\hat{\rho}} (\mathcal{L}_{\hat{\rho}} w_{\hat{\rho}}^h) (\mathcal{L}_{\hat{\rho}} \phi^h) d\Omega^e}_{\text{GLS Term}} = \mathcal{R}_{\hat{\rho}} \quad (4.5)$$

$$\forall w_{\hat{\rho}}^h \in \mathcal{S}_{w_{\hat{\rho}}}^h,$$

$$\underbrace{\int_{\Omega^e} \mathcal{L}_{\hat{v}} \phi^h \mathbf{w}_{\hat{v}}^h d\Omega^e}_{\text{Standard FEM}} + \underbrace{\int_{\Omega^e} \tau_{\hat{v}} (\mathcal{L}_{\hat{v}} \mathbf{w}_{\hat{v}}^h) (\mathcal{L}_{\hat{v}} \phi^h) d\Omega^e}_{\text{GLS Term}} = \mathcal{R}_{\hat{v}} \quad (4.6)$$

$$\forall \mathbf{w}_{\hat{v}}^h \in \mathcal{S}_{\mathbf{w}_{\hat{v}}}^h.$$

Da konvektive Operatoren in den Erhaltungsgleichungen im Rahmen der Standard-FEM numerische Instabilitäten verursachen können, wurden basierend auf dem Galerkin/least-squares (GLS)-Ansatz (siehe [Donea und Huerta, 2003]) Stabilisierungsterme in den Gln. 4.5, 4.6 ergänzt. Der Stabilisierungsparameter $\tau_{\hat{\rho}} = \tau_{\hat{v}} = \max\left(\frac{\alpha_{stab} h}{\bar{v} + \bar{c}}\right)$ ist hierbei der einzige empirisch zu bestimmende Koeffizient. In der vorliegenden Untersuchung wird für α_{stab} der von [Gikadi et al., 2014] angegebene Wert verwendet.

4.2.2.3. Konfiguration des CAA Modells

Zum Lösen der LNSE im Frequenzbereich mittels der beschriebenen hybriden Methodik sind konsistente Randbedingungen vorzugeben. Am Ein- und Auslass werden nicht-reflektierende Randbedingungen verwendet (Abb. 4.3). Gemäß Tab. 2.1 gilt für die spezifische Impedanz:

$$z = \frac{\hat{p}}{\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma} \bar{\rho} \bar{c}} = 1. \quad (4.7)$$

Die Untersuchungen von [Gikadi et al., 2014] haben gezeigt, dass akustische Grenzschichten im Kontext des RANS/LNSE-Verfahrens meist vernachlässigbar sind. Es ist daher keine Netzverfeinerung in Wandnähe erforderlich und somit verringert sich der numerische Rechenaufwand. Die

Wandrandbedingungen (“slip wall“) werden demnach durch

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0 \quad (4.8)$$

beschrieben. Alle anderen Systemgrenzen (s. Abb. 4.3) werden zur weiteren Reduzierung des Rechenaufwands gegenüber der voll aufgelösten Geometrie als periodische Ränder betrachtet.

Die aeroakustischen Berechnungen werden auf einem aus ca. 200000 Tetraederelementen bestehenden unstrukturierten Netz durchgeführt. Das Netz ist wie bei den CFD-Simulationen in Bereichen starker mittlerer Strömungsgradienten verfeinert, d. h. in den Scherschichten der Drallströmung. Zur Lösung der diskreten Finite-Elemente-Formulierung der LNSE im Frequenzbereich (Gl. 4.5, Gl. 4.6) wird der direkte Löser MUMPS (Multifrontal Massively Parallel Sparse) der kommerziellen FEM Software [Comsol, 2014] unter Verwendung linearer Formfunktionen genutzt.

4.2.3. Aufbau zur experimentellen Untersuchung

Zur experimentellen Untersuchung des akustischen Übertragungsverhaltens der Drallbrenner unter isothermen Bedingungen wird ein atmosphärischer Einzelbrennerprüfstand verwendet, der u.a. von [Alemela, 2009] detailliert beschrieben wird. Der prinzipielle Aufbau des Teststands ist in Abb. 4.4 gezeigt. Am Brennerflansch zwischen dem zylindrischen Plenum ($\varnothing 240$ mm) und der quadratischen Brennkammer (150×150 mm) ist der zu untersuchende Drallbrenner angebracht. Das Plenum und die Brennkammer haben axial verteilte Anschlüsse für dynamische Drucksensoren. Am Brennkammeraustritt wird ein Lochblech genutzt, um im niederfrequenten Bereich näherungsweise eine akustisch nicht-reflektierende Randbedingung zu erzeugen, vgl. [Stadlmair et al., 2015]. Der Hauptluftmassenstrom wird durch einen elektrischen Lufterhitzer auf $573K$ vorgeheizt. Stromauf des Plenums und stromab der Brennkammer befinden sich Sirenen.

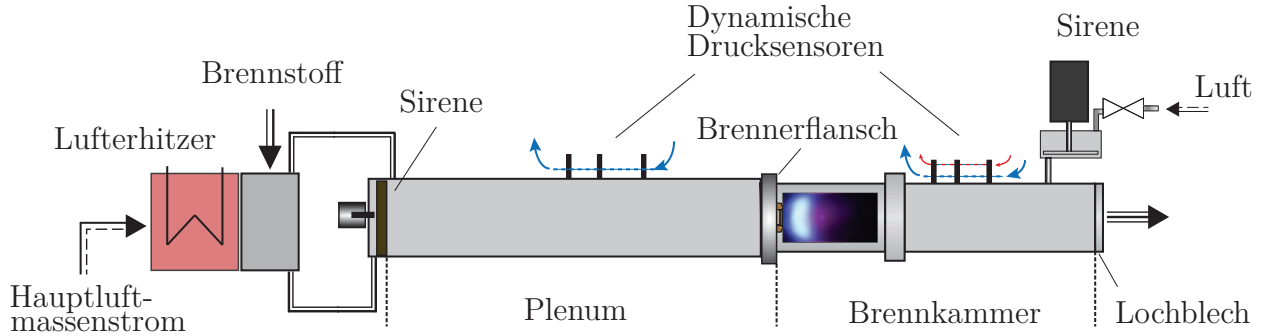


Abbildung 4.4.: Aufbau des Einzelbrennerprüfstands.

4.2.4. Bestimmung der akustischen Brenner-Transfermatrix (BTM)

Das akustische Übertragungsverhalten des untersuchten Drallbrenners wird durch die Brenner-Transfermatrix (BTM) charakterisiert. Diese beschreibt äquivalent zu Gl. 2.55 die lineare Beziehung der Riemann-Invarianten $\hat{f}$ und $\hat{g}$ stromauf am Drallbrenner-Eintritt (u) und stromab am Austritt (d):

$$\begin{pmatrix} \hat{f} \\ \hat{g} \end{pmatrix}_d = \underbrace{\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}}_{BTM} \begin{pmatrix} \hat{f} \\ \hat{g} \end{pmatrix}_u. \quad (4.9)$$

Die Riemann-Invarianten sind hierbei auf den Querschnitt des Plenums bzw. der Brennkammer bezogen. Anzumerken ist, dass die BTM alle durch den Drallbrenner erzeugten akustischen Verlusten beinhaltet.

Um die vier unbekannten Matrixelemente in Gl. 4.9 experimentell und numerisch zu bestimmen, sind nach [Munjaj und Doige, 1990] zwei unabhängige akustische Anregungszustände erforderlich. Im Experiment werden hierzu die Sirenen im Plenum und der Brennkammer verwendet (Abb. 4.4). Numerisch wird zur akustischen Anregung stromauf und stromab des Drallbrenners eine räumlich begrenzte Volumenkraft definiert, die durch die (glatte) Formfunktion

$$\sigma = \frac{1}{2} \cos \left(2\pi \left(\frac{x - x_\sigma}{\epsilon} \right) \right) \quad (4.10)$$

beschrieben wird und ebene Wellen in Hauptströmungsrichtung (x) erzeugt.

x_σ kennzeichnet den axialen Erregerort und $\epsilon = 0.01$ die räumliche Ausdehnung des akustischen Quellgebiets.

Wie in Kap. 3.1 diskutiert, beschreiben die (isentropen) LNSE die Überlagerung akustischer und wirbelbehafteter Moden, vgl. beispielsweise Gl. 3.5. Deshalb wird ein Verfahren benötigt, das aus den resultierenden CAA Feldlösungen zur Bestimmung der Matrixelemente in Gl. 4.9 die akustischen Riemann-Invarianten extrahiert. Es wird hierbei von ebener Wellenausbreitung in axialer Richtung ausgegangen, da die “cut-off/cut-on“ Frequenz (siehe Kap. 2) mehrdimensionaler akustischer Moden für den Einzelbrennerprüfstand 1661 Hz beträgt, was außerhalb des untersuchten Frequenzbereichs liegt. In analoger Vorgehensweise zur Multi-Mikrofon-Methode (MMM) [Munjal und Doige, 1990] werden die CAA-Druckfelddaten stromauf (u) und stromab (d) des Drallbrenners an i axial gleichmäßig verteilten Positionen $x_{(u/d),i}$ im Plenum und der Brennkammer ausgewertet. Anschließend wird mittels der Methode der kleinsten Quadrate ein Optimierungsproblem gelöst, das die bestmögliche Übereinstimmung zwischen der analytischen Lösung der ebenen Wellenausbreitung in einem Rohr/Kanal mit mittlerer (Block-) Strömung (siehe Gl. 2.46 und Gl. 2.64) und den Druckdaten ($\hat{p}_{(u/d)i}$) bestimmt, woraus die komplexwertigen Amplituden der Riemann-Invarianten ermittelt werden (Gln. 2.44 und 2.45). Dementsprechend werden $\hat{f}$, $\hat{g}$ stromauf (u) und stromab (d) des Drallbrenners bei stromaufseitiger (a) und stromabseitiger Anregung (b) anhand des beschriebenen Vorgehens extrahiert. Basierend auf der Definition der Brenner-Transfermatrix (Gl. 4.9) kann das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \hat{f}_u^a & \hat{g}_u^a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{f}_u^a & \hat{g}_u^a \\ \hat{f}_u^b & \hat{g}_u^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{f}_u^b & \hat{g}_u^b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{12} \\ T_{21} \\ T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{f}_d^a \\ \hat{g}_d^a \\ \hat{f}_d^b \\ \hat{g}_d^b \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

aufgestellt werden, das schließlich zur Ermittlung der Matrixelemente gelöst wird.

Die Ermittlung der BTM aus experimentell gemessenen dynamischen Druckdaten erfolgt in analoger Vorgehensweise zur beschriebenen numerischen Bestimmung auf Grundlage der Multi-Mikrofon-Methode (MMM)

[Munjal und Doige, 1990]. Die Reproduzierbarkeit der experimentellen Ergebnisse wurde durch [Alemela, 2009] und [Bade, 2014] nachgewiesen.

4.2.5. Validierung der numerisch berechneten BTM

Die numerisch und experimentell ermittelten Amplituden und Phasen der komplexwertigen Elemente der BTM sind in Abb. 4.5 dargestellt. Sie beschreiben die akustischen Übertragungseigenschaften des analysierten Drallbrenners für einem mittleren Luftmassenstrom von $25 \frac{g}{s}$ und unter isothermen Bedingungen ($573K$). Das betrachtete Frequenzband entspricht dem Frequenzbereich, in dem akustische Umfangsmoden (erster Ordnung) in der untersuchten Ringbrennkammer (Abb. 4.1) auftreten, vgl. [Fanaca, 2010]. Die Amplituden aller BTM-Elemente steigen mit der Frequenz an. Die Phasen der Matrixelemente T_{11} und T_{21} weisen vergleichbare Verläufe mit geringer Frequenzabhängigkeit auf. Im Gegensatz dazu vergrößert sich die Phase von T_{12} und T_{22} mit zunehmender Frequenz.

In Abb. 4.5 wird gezeigt, dass das Ergebnis der numerischen Drallbrenner-Charakterisierung in guter Übereinstimmung mit den Messungen ist. Folglich erfasst das (isentropen) RANS/LNSE- Verfahren alle auftretenden linearen ($\mathbf{v}' \ll \bar{\mathbf{v}}$, s. Kap. 3.4) akustischen Verluste. Dies bezieht sich insbesondere auf die durch lineare Modenkopplung erzeugten Verluste akustischer Energie. Wie in Kap. 3 diskutiert, kommt es aufgrund der Wechselwirkung akustischer Fluktuationen (kleiner Amplitude) mit Grundströmungsinhomogenitäten zur Übertragung von akustischer Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen in den Scherschichten der Drallströmung. Dies verursacht auch unter lokal isentropen Bedingungen akustische Verluste, vgl. Kap. 3.2. Da in der numerischen Untersuchung keine akustische Grenzschichtdämpfung berücksichtigt (Gl. 4.8) und ebenso nicht-isentrope Fluktuationen vernachlässigt wurden, kann folgender Rückschluss gezogen werden: Die in den Drallbrennern der Ringbrennkammer induzierten akustischen Verluste werden entscheidend durch die lineare Kopplung akustischer Moden mit den stratifizierten mittleren Drallströmungsfeldern unter Erzeugung von Wirbelstärke-Fluktuationen verursacht.

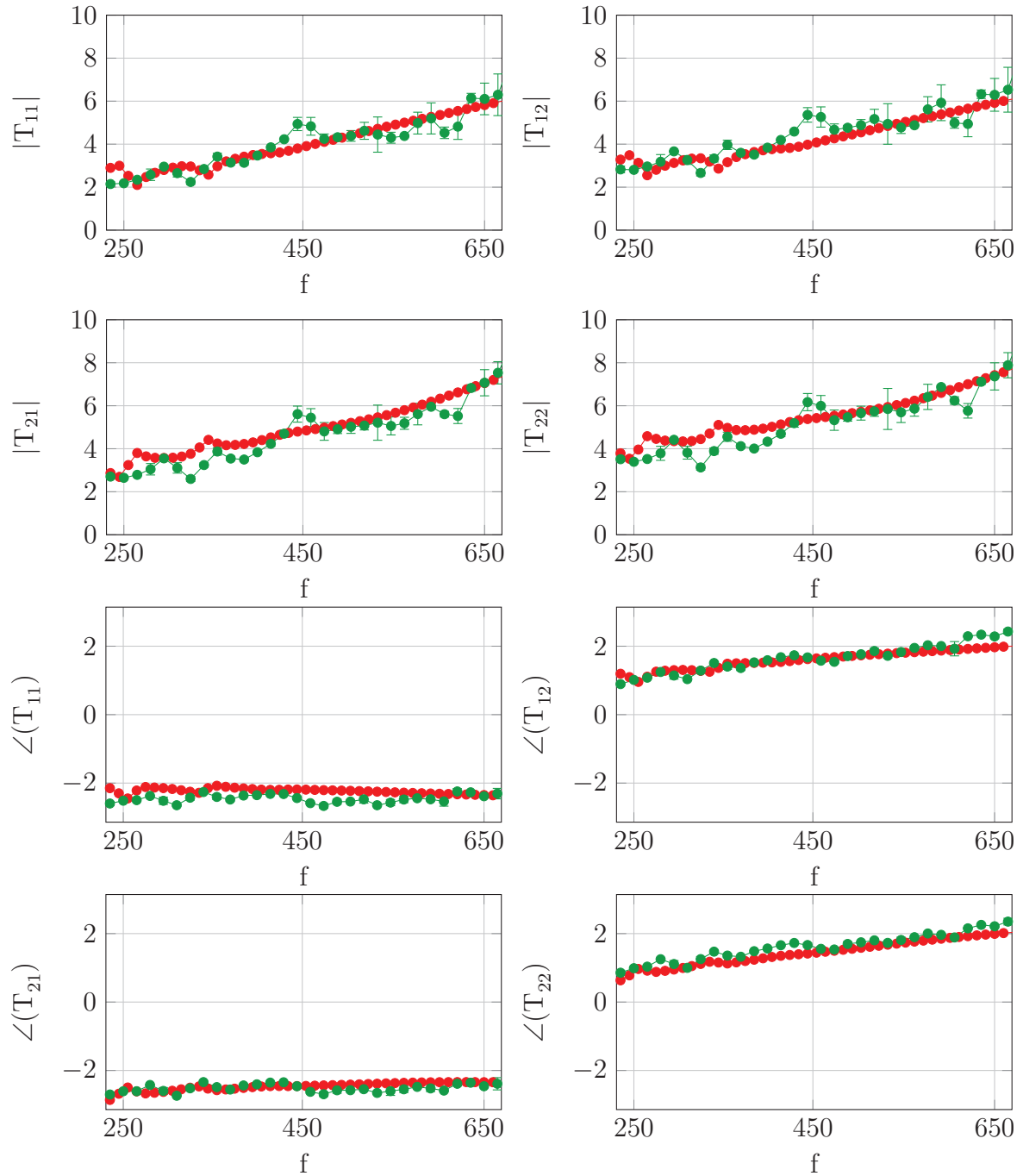


Abbildung 4.5.: Amplitude und Phase in $\frac{rad}{s}$ der BTM-Elemente resultierend aus RANS/LNSE-Simulationen (—●—) und Experimenten (—●—).

Dieser Verlustmechanismus wird durch die Quellterme von Gl. 3.13 charakterisiert. Die räumliche Verteilung und die relative Produktionsrate dieser Terme wurden im Rahmen der numerischen Untersuchung ausgewertet und analysiert. Aufgrund der Betrachtung einer isothermen Drallströmung kommt es zu keinen baroklinen Effekten. Es hat sich gezeigt, dass es vor allem infolge der durch $-\hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\boldsymbol{\Omega}}$ und $\bar{\boldsymbol{\Omega}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{v}}$ beschriebenen Wechselwirkungsprozesse zur Erzeugung fluktuierender Wirbelstärke kommt. Beide Terme sind abhängig von der mittleren Wirbelstärke $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ bzw. ihrer räumlichen Gradienten, die insbesondere in den Scherschichten der Drallströmung auftreten, wie schematisch in Abb. 3.1 dargestellt.

Exemplarisch ist die räumliche Verteilung des Quellterms $\bar{\boldsymbol{\Omega}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{v}}$ in Abb. 4.6 in einer vertikalen Schnittebene am Drallbrenneraustritt veranschaulicht. Die resultierenden Quellbereiche der Wirbelstärkefluktuationen befinden sich demnach in den Scherschichten der Drallströmung, die in Abb. 4.6 durch eng aneinanderliegende schwarze Konturlinien des mittleren Geschwindigkeitsfeldes gekennzeichnet sind. Des Weiteren zeigt sich, dass die (normierte) Produktionsrate stromab der Scherschichten abnimmt.

Die erzeugten Wirbelstärkefluktuationen werden in Strömungsrichtung

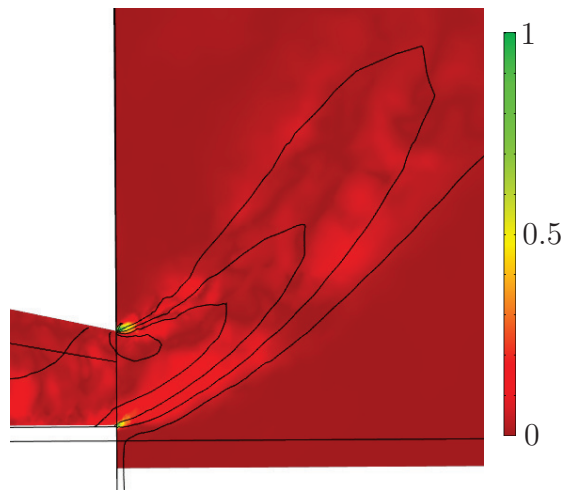


Abbildung 4.6.: Räumliche Verteilung und normierte Produktionsrate des Quellterms $\bar{\boldsymbol{\Omega}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{v}}$ in einer vertikalen Schnittebene am Drallbrenneraustritt mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.

transportiert. Dieser konvektive Prozess zeigt sich in den aus dem RANS/LNSE-Verfahren resultierenden Feldern der Geschwindigkeitsfluktuationen, dargestellt in Abb. 4.7. Wie bereits zuvor angemerkt, beschreiben die (isentropen) LNSE eine Überlagerung akustischer und wirbelbehafteter Moden. Die CAA Felddösungen der Geschwindigkeit bestehen deshalb aus akustischen und wirbelbehafteten Geschwindigkeitsschwankungen, die sich in ihrer Ausbreitungscharakteristik unterscheiden. Akustische Fluktuationen propagieren mit der Schallgeschwindigkeit relativ zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit, vgl. z.B. Gl. 2.65. Dagegen weist der Transport wirbelbehafteter Geschwindigkeitsschwankungen denselben konvektiven Charakter auf wie der von Wirbelstärkefluktuationen, durch die sie lokal induziert werden. Dies zeigt sich in Abb. 4.7 anhand der entlang der Scherschichten der Drallströmung auftretenden kleinskaligen Strukturen. Die konvektive Wellenlänge der wirbelbehafteten Schwankungen, die sich näherungsweise mittels der lokalen Mach-Zahl sowie der akustischen Wellenlänge λ_a durch $\lambda_{vs} \approx M \cdot \lambda_a$ bestimmen lässt, wird dementsprechend mit

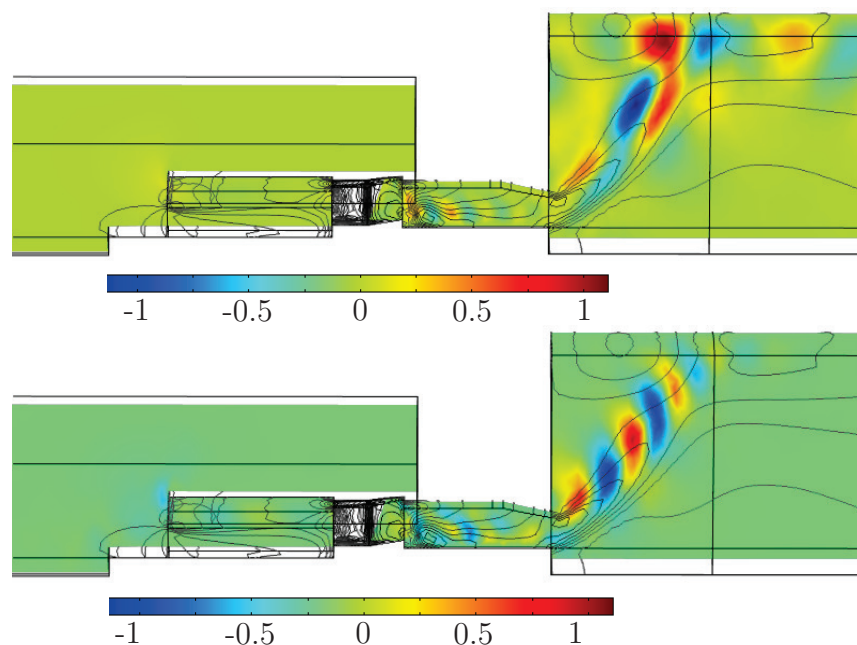


Abbildung 4.7.: Normiertes CAA Geschwindigkeitsfeld (Realteil) bei 250Hz (oben) und 600Hz (unten) mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.

höheren Frequenzen kürzer. Dieses Verhalten zeigt sich beim Vergleich der sich für 250Hz in Abb. 4.7 (oben) und 600Hz in Abb. 4.7 (unten) ergebenden Wirbelstrukturen.

In der Nähe des Drallbrenneraustritts wird das CAA Geschwindigkeitsfeld betragsmäßig von den wirbelbehafteten Geschwindigkeitsfluktuationen dominiert. Dies ermöglicht, die wirbelbehafteten Geschwindigkeitsschwankungen zu visualisieren. Wirbelstärkefluktuationen können hierbei als Wirbelfäden betrachtet werden, die nach dem Gesetz von Biot-Savart [Durst, 2006] rotationsbehaftete Geschwindigkeitsfelder induzieren, wie in Abb. 4.8 durch Isoflächen dargestellt.

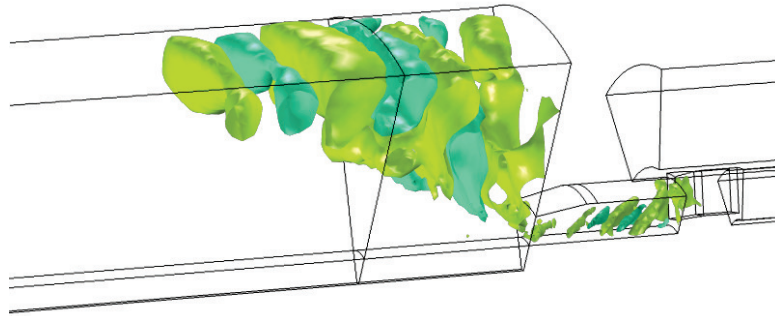


Abbildung 4.8.: Isoflächen des normierten CAA Geschwindigkeitsfeldes bei 250Hz .

Unter Verwendung des RANS/LNSE-Verfahrens können somit die akustischen Übertragungseigenschaften der Drallbrenner quantitativ und effizient für verschiedene Betriebsbedingungen der Ringbrennkammer berechnet werden. Hierauf basierend wird die akustische Kopplung der FEM-Rechengebiete im Modell der Labor-Ringbrennkammer beschrieben (Abb.4.1).

4.3. Helmholtz-Resonator

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, werden akustische Dämpfer, wie z.B. Helmholtz-Resonatoren, zur Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens von Brennkammern eingesetzt. Aus der Vielzahl an vorhandener Literatur über Helmholtz-Resonatoren (HR) werden im Folgen-

den zunächst die für diese Arbeit besonders bedeutsamen Publikationen zur akustischen Dämpfer-Charakterisierung und Modellierung besprochen. Um die grundlegenden Eigenschaften von Dämpfern aufzuzeigen, wird in diesem Abschnitt zuerst ein generischer Aufbau eines klassischen HR betrachtet. Aufgrund der Modularität des Designs können verschiedene Dämpferkonfigurationen experimentell untersucht und analysiert werden. Dies dient der darauffolgenden Validierung eines nichtlinearen Resonatormodells.

4.3.1. Vorausgegangene Untersuchungen

[Helmholtz, 1860] leitete im ersten wissenschaftlichen Artikel über die nach ihm benannten Resonatoren einen analytischen Ausdruck zur Beschreibung der Resonatorimpedanzen und Resonanzfrequenzen her. Durch die Untersuchung verschieden aufgebauter Helmholtz-Resonatoren entwickelte [Ingard, 1953] Ansätze zur Korrektur der Halslänge, um auftretende Trägheitseffekte am Resonatoraustritt zu berücksichtigen (siehe Kap. 2.4) und somit die Resonanzfrequenz eines Dämpfers exakter zu bestimmen. [Keller und Zauner, 1995] konzipierten ein Modell zur analytischen Berechnung der Impedanz eines HR, das nichtlineare Dämpfungseffekte einbezieht. Zahlreiche Publikationen beschäftigen sich mit der Verwendung von HR zur Dämpfung von akustischen Pulsationen in industriellen Gasturbinen. Einen Überblick hierzu gibt beispielsweise [Bellucci, 2009]. [Cosic et al., 2012] analysierten und modellierten den Effekt von eindringendem Heißgas auf die akustischen Dämpfereigenschaften. Um eine breitbandige Dämpfung auch bei niedrigen Frequenzen zu gewährleisten, untersuchten [Bothien et al., 2013] Resonatorkonfigurationen, die sich aus mehreren Kavitäten zu “Multi-Volumen-“ Dämpfern zusammensetzen.

Ein Helmholtz-Resonator besteht klassischerweise aus einer Kavität V sowie einem Hals mit der Länge L_n und dem Querschnitt A_n , wie in Abb. 4.9 dargestellt. Resonatoren von Gasturbinen-Brennkammern werden üblicherweise mit einem konstanten Luftmassenstrom durchspült, um das Resonatorgehäuse zu kühlen. Ein einfacher Ansatz zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines HR in Analogie zu einem harmonischen Oszillator wird im Folgenden betrachtet.

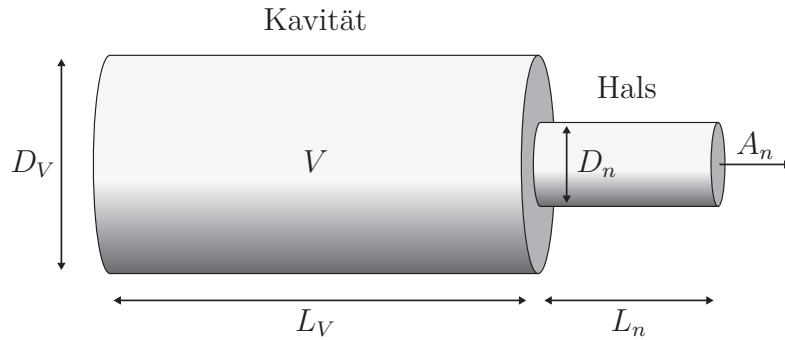


Abbildung 4.9.: Skizze eines Helmholtz-Resonators.

4.3.2. Harmonische Oszillator Analogie

[Kinsler, 1982] formulierte eine Differentialgleichung, die die Dynamik eines akustisch angeregten Helmholtz-Resonators (HR) charakterisiert. Der Ansatz stellt einen Vergleich zu einem harmonischen Oszillator in Form eines Feder-Masse-Dämpfer Systems her, wie in Abb. 4.10 skizziert. Die Dynamik beschreibende Differentialgleichung eines ungespülten HR wird in Anhang B hergeleitet und lautet

$$\underbrace{\bar{\rho} L_n A_n}_m \ddot{\xi} + \Phi_\nu \dot{\xi} + \underbrace{\bar{\rho} c^2 \frac{A_n^2}{V}}_{k_V} \xi = \underbrace{A_n \hat{p}_f e^{i\omega t}}_F, \quad (4.12)$$

mit $\dot{\xi} = u$. Der erste Term auf der linken Seite von Gl. 4.12, der das Massenelement in Bezug auf das mechanische Analogon darstellt, beschreibt die Trägheit der pulsierenden Luftsäule im Resonatorhals. Der zweite Term, der

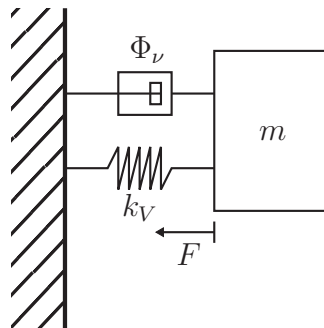


Abbildung 4.10.: Veranschaulichung des dynamischen Verhaltens eines HR in Analogie zu einem harmonischen Oszillator.

das Dämpferelement charakterisiert, kennzeichnet akustische Grenzschichtverluste an den Halswänden (Kap. 3.3). Das Federsteifigkeitselement ist durch den dritten Term dargestellt und veranschaulicht die Kompressibilität der Luft im Resonatorvolumen. Durch die rechte Seite von Gl. 4.12 wird die akustische Anregung wiedergegeben. Zu beachten ist, dass diese Modellgleichung nur bei akustischer Kompaktheit des Resonatorvolumens anzuwenden ist, d. h. nach [Bellucci, 2009] für $L_V \leq \lambda_a/16$.

Wie von Feder-Masse-Dämpfer-Oszillatoren bekannt, bestimmt sich die Resonanzfrequenz des Systems f_{RF} aus dem Verhältnis der Federsteifigkeit und der Masse, woraus die Resonanzfrequenz eines HR abgeleitet werden kann:

$$f_{RF} = \frac{1}{2\pi}\omega = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_V}{m}} = \frac{\bar{c}}{2\pi}\sqrt{\frac{A_n}{L_n V}}. \quad (4.13)$$

Eine wesentliche Schwäche der Modellgleichung 4.12 ist, dass nur lineare akustische Verluste in Form viskoser und thermischer Effekte berücksichtigt werden. Verluste durch akustisch induzierte instationäre Wirbelbildung an den Flächensprüngen des Resonatorgehäuses (Kap. 3.4) werden nicht erfasst. Diese sind jedoch für die möglichst exakte Beschreibung der Dynamik und folglich der Resonator-Charakteristik von grundlegender Bedeutung. [Keller und Zauner, 1995] sowie [Bellucci et al., 2004] entwickelten ein analytisches nichtlineares Modell, das Verluste durch Übertragung akustischer Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen in Form von Druckverlusten beschreibt. Auf Grundlage dieses Ansatzes kann Gl. 4.12 um einen zusätzlichen nichtlinearen Druckverlustterm Φ erweitert werden

$$m\ddot{\xi} + \Phi_\nu\dot{\xi} + k_V\xi + \Phi = A_n p_f. \quad (4.14)$$

Der nichtlineare Druckverlustterm berechnet sich folgendermaßen:

$$\Phi = \frac{1}{2}\zeta_a A_n u |u|, \quad (4.15)$$

mit dem Verlustkoeffizienten ζ_a , der i.d.R. experimentell ermittelt werden muss und generell von der akustischen und mittleren Strouhal-Zahl abhängt [Bellucci, 2009]. Im Folgenden werden jedoch “quasi-stationäre“ Bedingungen angenommen. Demzufolge wird ζ_a als konstant betrachtet (siehe dazu Abschnitt 4.3.6.1).

Analog zur Vorgehensweise in Kap. 2.1 kann Gl. 4.14 linearisiert werden:

$$m\ddot{\xi}' + \Phi_\nu \dot{\xi}' + k_V \xi' + \Phi' = A_n p_f', \quad (4.16)$$

mit

$$\Phi' = \frac{1}{2} \zeta_a A_n [(\bar{u} + u') |\bar{u} + u'| - \bar{u} |\bar{u}|]. \quad (4.17)$$

Eine Transformation von Gl. 4.16 in den Frequenzbereich (siehe Kap. 2.1) mit $\xi' = \hat{u} \exp(i\omega t)$ ergibt

$$i\omega m \hat{u} + \Phi_\nu \hat{u} - \frac{1}{i\omega} k_V \hat{u} + \hat{\Phi} = A_n \hat{p}_f. \quad (4.18)$$

Die zeitliche Ableitung von Gl. 4.17 lautet

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = \zeta_a A_n |\bar{u} + u'| \frac{\partial u'}{\partial t}. \quad (4.19)$$

Durch Substitution von $u' = \hat{u} \exp(i\omega t)$ in Gl. 4.19 und einer Fourierreihenentwicklung folgt unter Vernachlässigung von Reihengliedern der Ordnung größer eins [Ingard und Ising, 1967]

$$\hat{\Phi} = \zeta_a A_n g_\Phi \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right) |\hat{u}| \hat{u}, \quad (4.20)$$

mit der stückweise definierten Funktion

$$g_\Phi \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \arcsin \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right) + \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right)^2}}{3} \left(2 + \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right)^2 \right) \right] & , \text{ falls } \frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} < 1 \\ \frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} & , \text{ falls } \frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} > 1. \end{cases} \quad (4.21)$$

Gl. 4.21 ist durch das Verhältnis der komplexen Amplitude der akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen $\hat{u}$ und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u}$ bestimmt. Je nach Verhältnis $\bar{u}/|\hat{u}|$ ist der Druckverlustterm $\hat{\Phi}$ somit linear oder nichtlinear. Für den Fall, dass die Amplitude der akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen $|\hat{u}|$ kleiner als die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u}$ ist, zeigt der Druckverlustterm $\hat{\Phi}$ nach Gl. 4.21 lineares Verhalten⁹:

$$\hat{\Phi} = \zeta_a A_n \bar{u} \hat{u}. \quad (4.22)$$

⁹Dieser Ausdruck ist von der Struktur analog zum linearen Druckverlustterm in Gl. 3.23.

Im Fall großer akustischer Geschwindigkeitsfluktuationen $|\hat{u}|$, verglichen zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u}$, werden die akustischen Druckverluste dagegen durch folgenden nichtlinearen funktionalen Zusammenhang beschrieben:

$$\hat{\Phi} = \zeta_a A_n \frac{2}{\pi} \left[\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \arcsin \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right) + \frac{\sqrt{1 - (\bar{u}/|\hat{u}|)^2}}{3} \left(2 + \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right)^2 \right) \right] |\hat{u}| \hat{u}. \quad (4.23)$$

Die graphische Darstellung der nichtlinearen Funktion $g_\Phi \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right)$ ist in Abb. 4.11 gezeigt. Für Funktionsargumente größer “1” ergibt sich der Übergang zu einem linearen Funktionsverlauf (vgl. die gestrichelte Linie), wie es entsprechend durch die stückweise definierte Gl. 4.21 beschrieben wird.

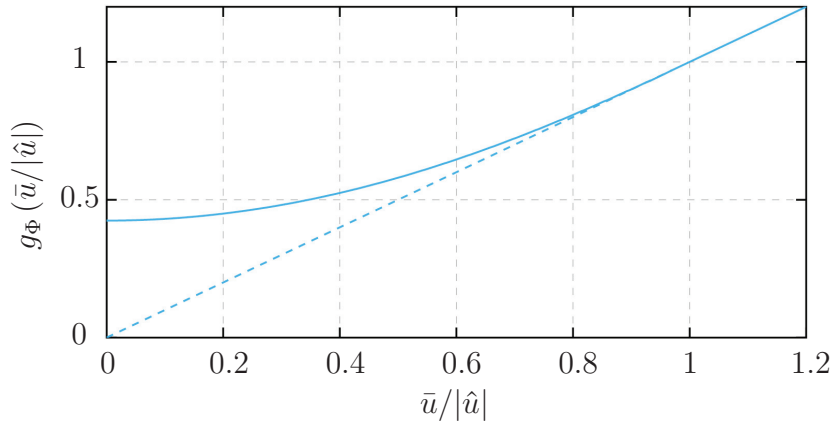


Abbildung 4.11.: Graphische Darstellung von $g_\Phi \left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|} \right)$.

Unter Verwendung des funktionalen Zusammenhangs g_Φ können demzufolge die Verluste akustischer Energie im Fall mit und ohne Grundströmung bei linearer und nichtlinearer, akustisch induzierter Wirbelbildung (Kap. 3.4) anhand von linearen und nichtlinearen Druckverlusttermen $\hat{\Phi}$ berücksichtigt werden. Das Auftreten der Nichtlinearität hängt von der Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuationen ab, wie entsprechend durch den quadratischen Druckverlustterm in Gl. 3.22 beschrieben.

Unter Einbeziehen von Gl. 4.20 in Gl. 4.18 lässt sich, wie im Anhang B erläutert, die Impedanz eines HR bezogen auf die Resonatorhalsöffnung herleiten.

4.3.3. Modular aufgebauter Helmholtz-Resonator

Der Aufbau des nachfolgend untersuchten Helmholtz-Resonators ist in Abb. 4.12 gezeigt. Er besitzt einen austauschbaren Resonatorhals (Abb. 4.12: 1) und ein anpassbares zylindrisches Resonatorvolumen (Abb. 4.12: 3). Der Durchmesser des Volumens kann durch das Einsetzen von Hülßen (Abb. 4.12: 4) variiert werden. Mittels Anzahl und Größe der Hülßen lässt sich eine gewünschte Höhe des Dämpfervolumens konfigurieren. Der Deckel des HR (Abb. 4.12: 2) wird durch Klemmkeile fixiert und unter Verwendung eines O-Rings abgedichtet. Der Deckel enthält des Weiteren Anschlüsse zur Zuführung von Spülluft (in Abb. 4.12 nicht sichtbar) sowie zur Montage eines dynamischen Drucksensors und eines Thermoelements.

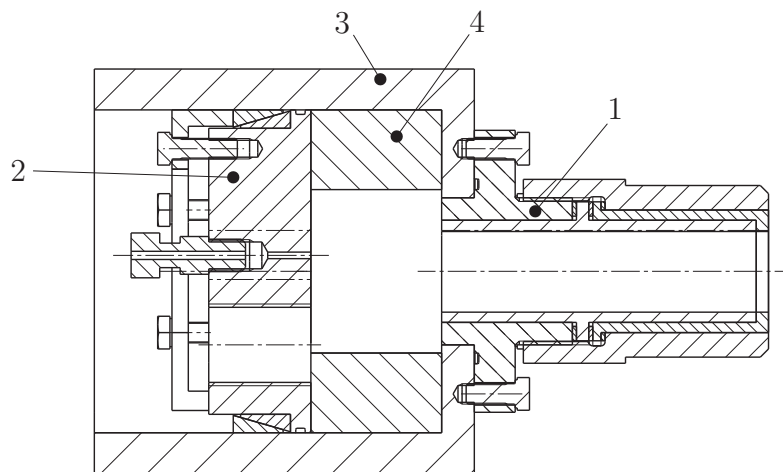


Abbildung 4.12.: Schnittdarstellung des modularen Resonatoraufbaus.

4.3.4. Experimentelle Dämpferuntersuchungen

Um die akustischen Eigenschaften verschiedener Dämpferkonfigurationen zu analysieren, wird ein Impedanzprüfstand verwendet. Der experimentelle Aufbau sowie die Vorgehensweise zur Bestimmung der Resonatoreigenschaften bei Umgebungsbedingungen wird in diesem Abschnitt erläutert.

4.3.4.1. Aufbau

Ein Teststand, der von [Kathan, 2013] zur Untersuchung der Akustik in Raketenbrennkammern entwickelt wurde, wird so umkonfiguriert, dass Resonatorimpedanzen gemessen werden können. Abb. 4.13 zeigt einen Querschnitt der Versuchsanlage in der ursprünglichen Konfiguration zur Analyse der akustischen Eigenschaften von Raketenbrennkammern unter Einsatz von Absorbern. Die Hauptströmungsrichtung ist von unten nach oben. Der Aufbau besteht aus einem zylindrischen Plenum, das durch einen Ringspalt vom Messabschnitt des Prüfstands ($\varnothing 92$ mm) getrennt ist. Ein Lochblech wurde genutzt, um ein homogenes mittleres Strömungsfeld nach dem Ringspalt zu erzeugen. Zur akustischen Anregung wird eine Sirene stromaufseitig verwendet. Der Teststand ist modular aufgebaut, bestehend aus mehreren zylindrischen Rohrelementen, die axiale und über den Umfang

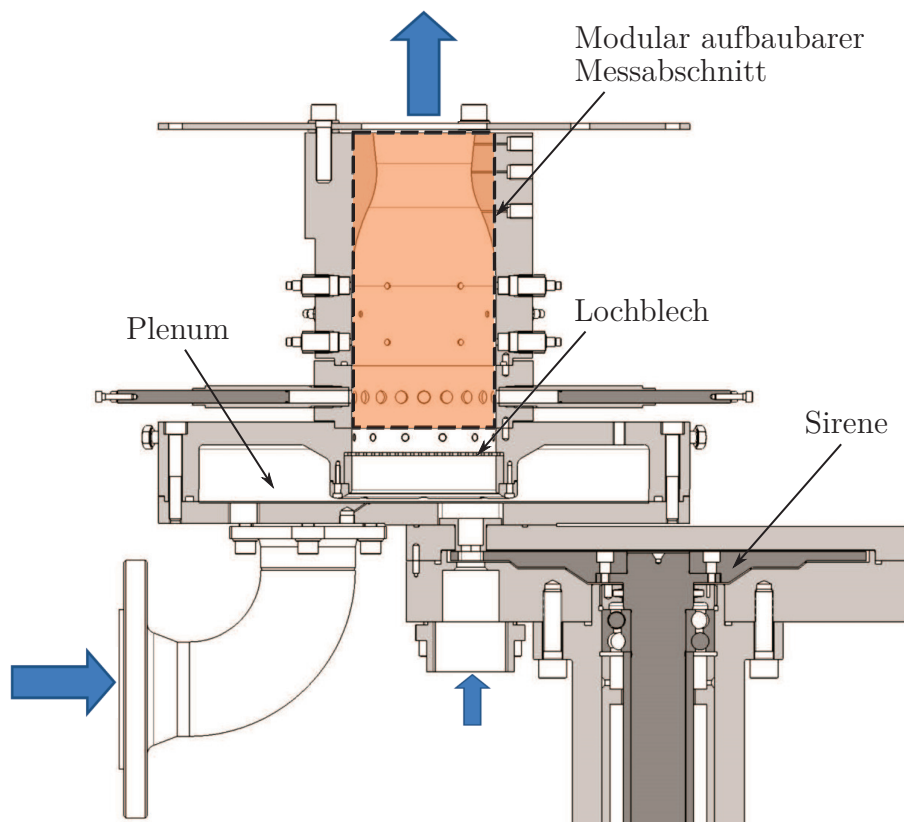


Abbildung 4.13.: Querschnitt der Versuchsanlage [Kathan, 2013].

verteilte Anschlüsse für dynamische Drucksensoren haben, wie in Abb. 4.14 veranschaulicht. Am Ende des segmentierten Messabschnitts befindet sich zur Fixierung der Module eine axial verankerte Platte, siehe Abb. 4.15.

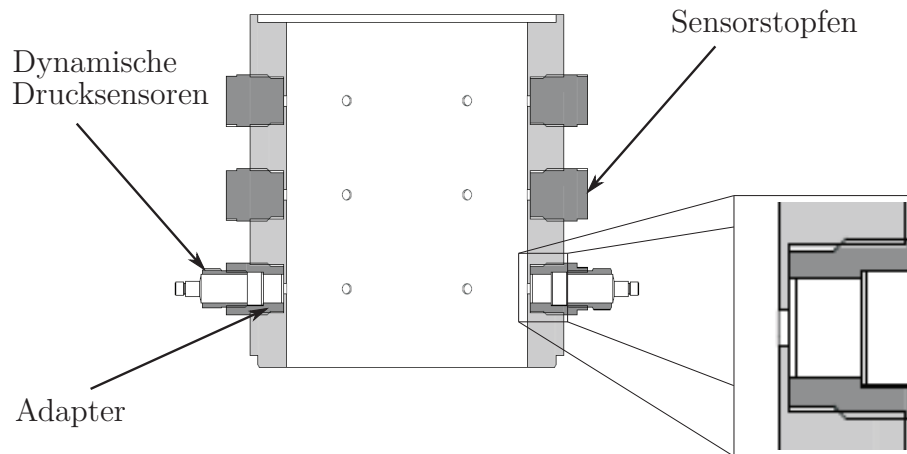


Abbildung 4.14.: Messmodul [Kathan, 2013].

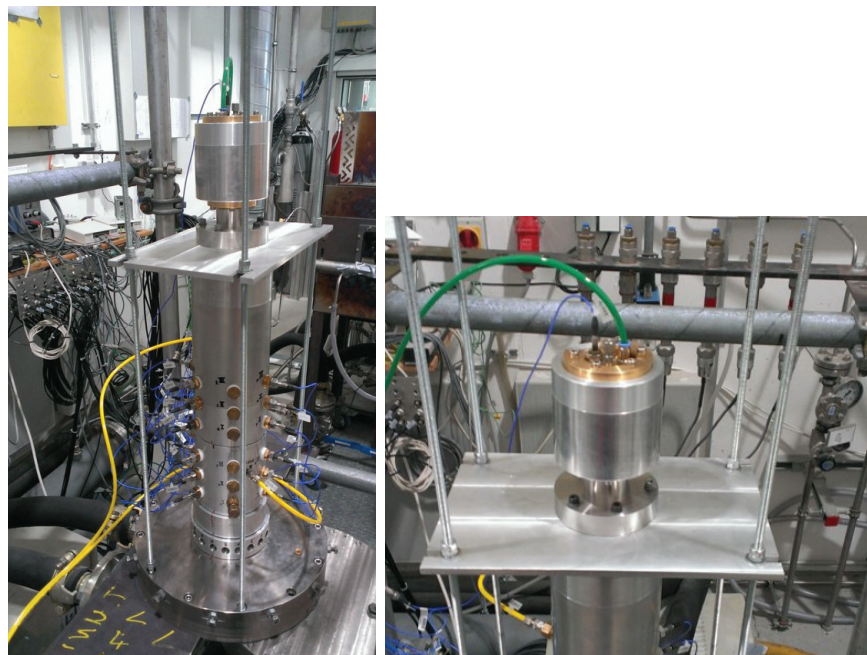


Abbildung 4.15.: Teststandkonfiguration mit koaxial angebrachtem Dämpfer.

Um die akustischen Absorptionseigenschaften von Dämpfern mit diesem Aufbau experimentell zu bestimmen, wird das Untersuchungsobjekt koaxi-

al über ein Adapterstück an die Endplatte des Teststands angebracht, wie in Abb. 4.15 dargestellt. Damit Spülluft und zugeführte Luft infolge der Sirenenanregung aus dem Prüfstand entweichen können, wird der Messabschnitt außerdem durch ein Rohrelement mit radialen Bohrungen erweitert. Bei coaxialer Positionierung lassen sich die Resonatoreigenschaften in Form des Reflexionsfaktors analysieren, wie im Folgenden gezeigt wird.

Dämpfer von Gasturbinenbrennkammern sind häufig normal zur Brennkammerwand angeordnet. Deshalb wird ein zweiter Prüfstands Aufbau benutzt, der durch ein Erweiterungsmodul eine radiale Positionierung ermöglicht, s. Abb. 4.16. In dieser Konfiguration können die Resonatoreigenschaften durch eine Transfermatrix (Gl. 2.55) bestimmt werden. Wie zuvor in Abschnitt 4.2 dargelegt wurde, sind hierzu zwei unabhängige akustische Anregungszustände erforderlich. Deshalb wird ein weiteres Modul verwendet, um die Sirene stromabseitig des Dämpfers montieren zu können, siehe Abb. 4.16 (rechts).



Abbildung 4.16.: Teststandkonfiguration mit radial angebrachtem Dämpfer und stromabseitiger Sirenenanregung (rechts).

4.3.4.2. Bestimmung der Resonatoreigenschaften

Zur akustischen Charakterisierung einer Resonatorkonfiguration bei Umgebungsbedingungen wird die mittels der Sirene erzeugte monofrequente harmonische Anregung genutzt. Die Drucksensoren erfassen die akustischen Drucksignale in einem Zeitfenster von 1s. Bei jeder Anregungsfrequenz werden fünf Sequenzen aufgezeichnet. Anschließend wird für jeden Frequenzschritt das arithmetische Mittel aus den Fourier-transformierten Druckdaten (Amplitudenspektren) der Messsequenzen gebildet.

Die akustischen Resonatoreigenschaften werden bei koaxialer Dämpfer-Positionierung, wie bereits erwähnt, in Form des Reflexionsfaktors (s. Kap. 2.3) bestimmt. Dazu wird von ebener Wellenausbreitung in axialer Richtung ausgegangen, da der betrachtete Frequenzbereich unterhalb der “cut-off/cut-on“ Frequenz mehrdimensionaler akustischer Moden des Impedanzprüfstands liegt, vgl. [Kathan, 2013]. Wie im Abschnitt 4.2 beschrieben, werden unter Verwendung der Multi-Mikrofon-Methode (MMM) [Munjal und Doige, 1990] basierend auf den dynamischen Druckmessungen die Riemann-Invarianten ($\hat{f}$ & $\hat{g}$) im Impedanzprüfstandsquerschnitt ermittelt. Der Reflexionsfaktor des sich stromabseitig befindenden Dämpfers lässt sich folglich nach Gl. 2.49 bestimmen. Dieser bezieht sich auf die axiale Position der Endplatte des Teststands (Abb. 4.15), an der das Untersuchungsobjekt angebracht ist.

Bei radialer Dämpfer-Positionierung werden die Resonatoreigenschaften analog zur Drallbrenner-Untersuchung (Kap. 4.2) anhand des akustischen Transferverhaltens in Form einer Streumatrix (Gl. 2.62) ermittelt.

4.3.5. Akustische Eigenschaften von Helmholtz-Resonatoren verschiedener Geometrie

Der Einfluss der Geometrie des modular aufgebauten Helmholtz-Resonators auf die akustischen Dämpfereigenschaften wird im Folgenden bei variierender Spülluftmenge analysiert. Die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse wurde an mehreren Messtagen bei leicht unterschiedlichen Umgebungsbedingungen verifiziert. Ungenauigkeiten können sich durch sys-

tematische Messabweichungen infolge von Unsicherheiten in den Sensor-Kalibrierkoeffizienten [Kathan, 2013] und durch Beiträge nicht herausgemittelter stochastischer Störungen ergeben.

4.3.5.1. Einfluss der Spülluft und des Halsdurchmessers auf den Reflexionsfaktor

Zuerst wird der Effekt variierender Spülluft-Massenströme von $0 \frac{g}{s}$, $0.65 \frac{g}{s}$ und $1.3 \frac{g}{s}$ (maximal erreichbar) auf den Reflexionsfaktor der HR-Konfiguration mit den geometrischen Abmessungen $L_n = 80mm$, $D_n = 20mm$, $V = 72.88cm^3$ in Abb. 4.17 betrachtet. Hierbei ergeben sich Mach-Zahlen von $M_n = 0$, $M_n = 0.005$ und $M_n = 0.01$ im Resonatorhals. Alle Messungen werden bei Umgebungsbedingungen durchgeführt und bei einer Anregungsamplitude von $|\hat{p}|/\bar{p} = 0.8\%$, wobei $|\hat{p}|$ die maximal auftretende dynamische Druckamplitude im Messabschnitt des Prüfstands bezeichnet.

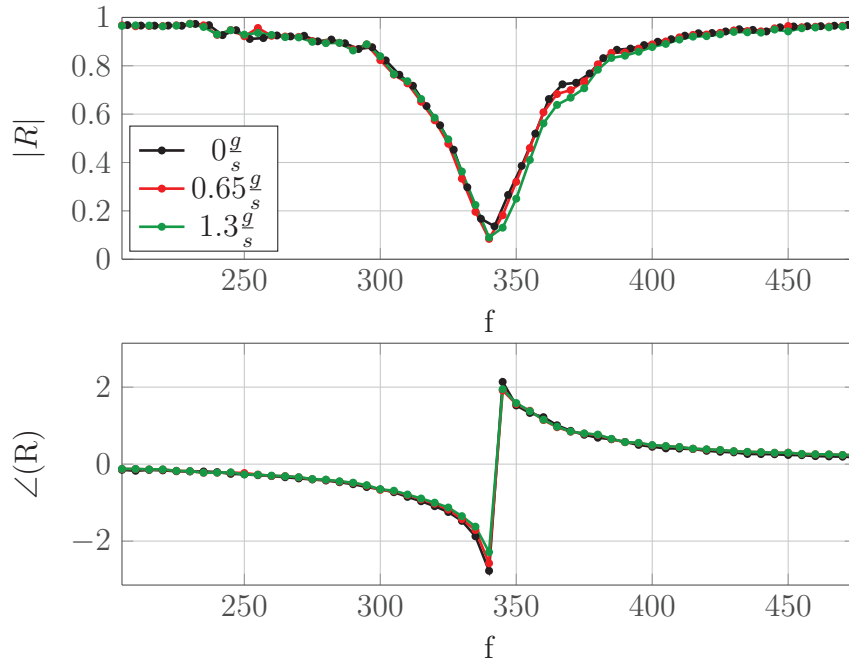


Abbildung 4.17.: Einfluss der Spülluft-Massenströme auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80mm$, $D_n = 20mm$, $V = 72.88cm^3$.

Nahe der Resonanzfrequenz des Dämpfers treten bei akustischer Anregung hohe/resonante Fluktuationsamplituden im Resonatorhals auf. Diese verursachen überwiegend aufgrund instationärer Wirbelbildung an den Kanten des Halses von der Pulsationsamplitude abhängige akustische Verluste (Kap. 3.4), wie später noch analysiert wird. Somit ist die Absorption einer einlaufenden akustischen Welle in diesem Frequenzbereich am größten und der betragsmäßig kleinste Anteil wird reflektiert. Folglich hat die Amplitude des Reflexionsfaktors an der Resonanzfrequenz charakteristischerweise ein Minimum. Für die in Abb. 4.17 untersuchte HR-Konfiguration liegt demzufolge die Resonanzfrequenz bei 340Hz . Es ist außerdem ersichtlich, dass bei den betrachteten Massenströmen die Spülluft nur einen geringen Einfluss auf den Reflexionsfaktor hat.

In Abb. 4.18 wird der Einfluss derselben Spülluft-Massenströme auf die akustischen Reflexionseigenschaften eines Dämpfers gleichen Volumens ($V = 72.88\text{cm}^3$) und derselben Halslänge ($L_n = 80\text{mm}$), jedoch mit einem

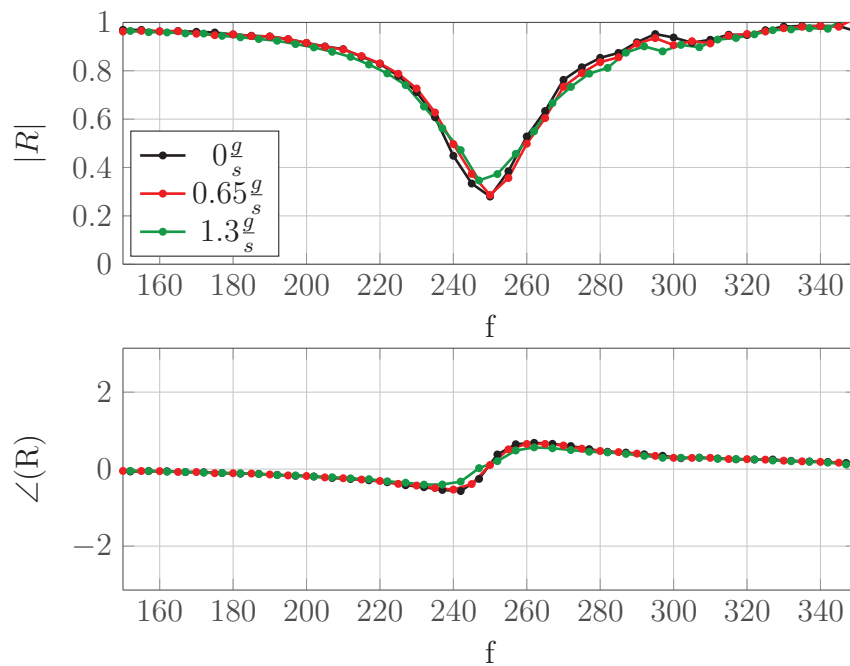


Abbildung 4.18.: Einfluss der Spülluft-Massenströme auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 14\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$.

kleineren Halsdurchmesser $D_n = 14\text{mm}$ veranschaulicht. Hierbei ergeben sich wegen des kleineren Halsquerschnitts größere Mach-Zahlen von $M_n = 0$, $M_n = 0.01$ und $M_n = 0.02$ im Resonatorhals. Zunächst ist zu erkennen, dass die Verkleinerung des Halsdurchmessers eine Verschiebung der Resonanzfrequenz zu niedrigeren Frequenzen verursacht, vgl. Abb. 4.17. Dieses Verhalten wird gleichermaßen durch Gl. 4.13 beschrieben, wonach sich bei einer Veränderung der Halsquerschnittsfläche die Resonanzfrequenz eines Dämpfers verschiebt. Es zeigt sich in Abb. 4.18 darüberhinaus eine Vergrößerung der Reflexionsfaktor-Amplitude an der Resonanzfrequenz beim höchsten betrachteten Spülluft-Massenstrom, was einer geringeren akustischen Absorption entspricht. Dagegen wird der Amplitudenverlauf des Reflexionsfaktors breitbandiger. Dieses Verhalten wird im Folgenden noch diskutiert. Außerdem führt der größte Spülluftmassenstrom zu einem glatteren Verlauf der Phase.

Als nächstes werden bei konstantem Spülluft-Massenstrom von $1.3 \frac{\text{g}}{\text{s}}$ die

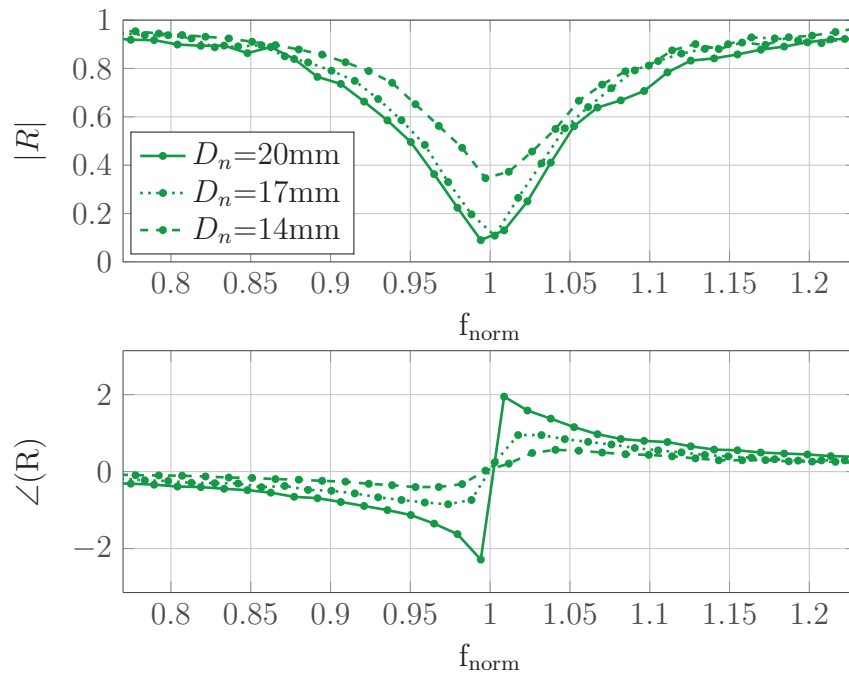


Abbildung 4.19.: Effekt des Halsdurchmessers auf die Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, $1.3 \frac{\text{g}}{\text{s}}$ Spülluft.

Reflexionsfaktoren von drei HR-Konfigurationen des gleichen Volumens ($V = 72.88\text{cm}^3$), gleicher Halslänge ($L_n = 80\text{mm}$) aber verschiedener Halsdurchmesser ($D_n = 20\text{mm}$, $D_n = 17\text{mm}$ und $D_n = 14\text{mm}$) in Abb. 4.19 einander gegenübergestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit wird der dargestellte Frequenzbereich der Reflexionsfaktoren mit der jeweiligen Resonanzfrequenz der dazugehörigen Dämpferkonfiguration normiert. Es zeigt sich, dass die Amplitude des Reflexionsfaktors bei einer Verkleinerung des Halsdurchmessers von 20mm auf 17mm nur geringfügig beeinflusst wird. Im Gegensatz dazu erfolgt bei einem Halsdurchmesser von 14mm eine deutliche Abnahme der Dämpfungsleistung im gesamten betrachteten Frequenzbereich. Eine Verringerung des Halsdurchmessers führt außerdem tendenziell zu einem glatteren Verlauf der Phasen.

4.3.5.2. Bestimmung der Absorptionskoeffizienten, der Impedanz und Admittanz

Basierend auf dem Reflexionsfaktor lässt sich der Absorptionskoeffizient folgendermaßen berechnen [Dowling und Ffowcs Williams, 1983]:

$$AKo = 1 - |R|^2. \quad (4.24)$$

Diese Größe beschreibt den Anteil des akustischen Flusses einer einlaufenden Welle, der durch einen Resonator bei der jeweiligen Frequenz absorbiert wird. Auf Grundlage der in Abb. 4.19 gezeigten Reflexionsfaktoren werden die zugehörigen Absorptionskoeffizienten nach Gl. 4.24 bestimmt und in Abb. 4.20 dargestellt. Die zuvor beschriebenen Unterschiede in der Dämpfungsleistung der verglichenen HR-Konfigurationen werden hierbei nochmals veranschaulicht.

Anzumerken ist, dass sich die Absorptionskoeffizienten in Abb. 4.20 wie auch die Reflexionsfaktoren der betrachteten HR-Konfigurationen in Abb. 4.19 auf den Impedanzprüfstandsquerschnitt beziehen, zu deren Bestimmung die Riemann-Invarianten im Querschnitt der Messsegmente verwendet wurden (vgl. Abschnitt 4.3.4.2). Nach Gl. 2.54 sind Reflexionsfaktor

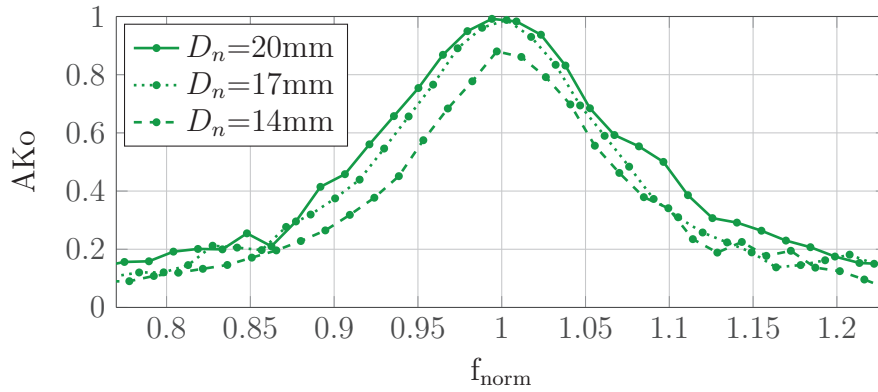


Abbildung 4.20.: Einfluss des Halsdurchmessers auf den Absorptionskoeffizienten (AKo) des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, $1.3\frac{\text{g}}{\text{s}}$ Spülluft.

und (spezifische) Impedanz folgendermaßen miteinander verknüpft:

$$z = \frac{\hat{p}/\bar{\rho}\bar{c}}{\hat{u}} = \frac{\hat{f} + \hat{g}}{\hat{f} - \hat{g}} = \frac{1 + R}{1 - R}. \quad (4.25)$$

Infolge der Massenerhaltung (Gl. 2.15) gilt am akustisch-kompakten Flächensprung zwischen dem Impedanzprüfstandsquerschnitt A und dem Resonatorhals A_{HR}

$$\hat{u}_{\text{HR}} A_{\text{HR}} = \hat{u} A. \quad (4.26)$$

Somit kann die aus den experimentellen Daten bestimmte Impedanz z (Gl. 4.25) folgendermaßen skaliert werden:

$$z_{\text{HR}} = z \frac{A_{\text{HR}}}{A}. \quad (4.27)$$

Demzufolge werden die akustischen Dämpfungseigenschaften in Bezug auf den Austrittsquerschnitt des Resonatorhalses und nicht mehr auf den Querschnitt des Messsegments beschrieben.

Dämpfer in Gasturbinen-Brennkammern werden meist normal zu den Brennkammerwänden, wie auch in der untersuchten Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1), platziert. Da der Durchmesser der verwendeten Resonatoren deutlich kleiner als der Umfang der Ringbrennkammer ist, wird angenommen, dass diese an ihrer Umfangsposition auf die lokalen Druckfluktuationen einer akustischen Mode reagieren. Im Modell der

Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) werden die Dämpfer deshalb als lokale Randbedingung berücksichtigt und durch ihre Impedanz im Austrittsquerschnitt nach Gl. 4.27 beschrieben. Dieser Modellierungsansatz wird in Kap. 4.3.7 noch validiert.

Die Inverse der (spezifischen) Impedanz

$$a = z^{-1} = \frac{\hat{u}}{\hat{p}/\bar{\rho}c} \quad (4.28)$$

wird als (spezifische) Admittanz bezeichnet. Die resultierende Admittanz-Amplitude und Phase der verschiedenen in Abb. 4.19 und Abb. 4.20 betrachteten HR-Konfigurationen werden nach Gl. 4.28 (bezüglich des Resonatorhalsquerschnitts A_{HR}) bestimmt und in Abb. 4.21 dargestellt. Die Admittanz kann alternativ zum Reflexionsfaktor oder Absorptionskoeffizienten zur Beurteilung der Dämpfungsleistung eines Resonators genutzt werden. Sie beschreibt abhängig von der Frequenz die resultierenden akus-

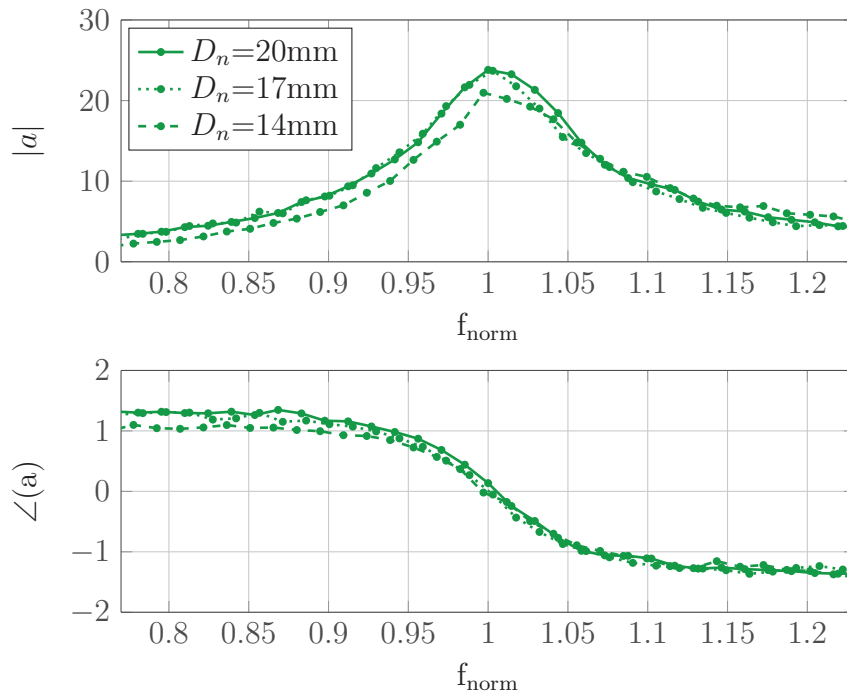


Abbildung 4.21.: Einfluss des Halsdurchmessers auf die Admittanz-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, $1.3\frac{\text{g}}{\text{s}}$ Spülluft.

tischen Geschwindigkeitsamplituden im Resonatorhalsquerschnitt in Bezug auf eine äußere Druckerregung mit (näherungsweise) konstanter Amplitude. Demnach kommt es, wie zu erwarten und wie in Abb. 4.21 zu sehen ist, nahe der Resonanzfrequenz zu hohen resonanten Geschwindigkeitsfluktuationen und somit zu kleinen akustischen Strouhal-Zahlen Sr (Gl. 3.24). In der folgenden Abhandlung wird der Einfluss der Spülluft zunächst vernachlässigt. Wie in Kap. 3.4 diskutiert, weist die akustisch induzierte instationäre Wirbelbildung an den Kanten des Resonatorhalses bei kleiner Sr -Zahl quasi-stationäres Verhalten auf. Dabei werden erzeugte Wirbel durch Konvektion abtransportiert, die in der Folge dissipieren. Gemittelt über einen Pulsationszyklus führt dies zu Verlusten akustischer Energie, vgl. Gl. 3.25 und Abb. 3.4. In Frequenzbereichen, in denen es zu keinen resonanten Geschwindigkeitsfluktuationen kommt, nimmt die Sr -Zahl dagegen große Werte an. Nach Gl. 3.25 ergeben sich hierfür nur geringe akustische Verluste, da die in einer Hälfte des akustischen Zyklus zur Wirbelbildung aufgebrauchte akustische Energie in der zweiten Zyklushälfte zurückgewonnen wird [Peters und Hirschberg, 1993].

In Abb. 4.21 ist zu sehen, dass die (bezüglich gleicher Druckerregung) resultierenden akustischen Geschwindigkeitsamplituden der HR-Konfiguration mit dem kleinsten Resonatorhals im gesamten betrachteten Frequenzbereich am geringsten sind und demzufolge ebenso die akustischen Verluste. Da der Umfang der Resonator-Austrittsöffnung, an der es zur akustisch induzierten instationären Wirbelbildung kommt, für diese Konfiguration ebenfalls am kleinsten ist, ergibt sich somit vergleichsweise die schlechteste Absorptionsleistung, vgl. Abb. 4.20.

Für große Spülluft-Massenströme können sich die akustischen Verluste bei nicht-resonanten Frequenzen vergrößern, wie in Abb. 4.18 gezeigt. Die Spülluft führt hierbei analog zum Verhalten bei kleinen akustischen Sr -Zahlen zum Abtransport der erzeugten Wirbel, die in der Folge dissipieren. Gemittelt über einen Pulsationszyklus verursacht dies wiederum Verluste akustischer Energie. In Abb. 4.18 konnte ebenfalls beobachtet werden, dass sich das Absorptionsverhalten an der Resonanzfrequenz bei großen Spülluft-Massenströmen verschlechtert. Dieses Verhalten resultiert vermutlich daraus, dass die Spülluft einesteils den Abtransport der an der Resonator-

Austrittsöffnung gebildeten Wirbel (die ohnehin akustisch selbstinduziert konvektiert werden) noch zusätzlich verstärkt. Allerdings verhindert die Spülluft bei ausreichend hohen Massenströmen ($u' \ll \bar{u}$) die Wirbelbildung an der zweiten Halskante. Gemittelt über einen Zyklus verringern sich somit die akustischen Verluste.

Letztlich ist anzumerken, dass die Konduktanz (Realteil der Admittanz) äquivalent zum Realteil der Impedanz (s. Kap. 3.5.1) die auftretenden akustischen Verluste charakterisiert. Der Imaginärteil beschreibt dagegen entsprechend zum Imaginärteil der Impedanz Phasenverschiebungen zwischen Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen.

4.3.5.3. Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf den Reflexionsfaktor

Der Effekt verschiedener akustischer Anregungsamplituden ($\hat{p}/\bar{p} = 0.8\% \dots 7.1\%$) auf den Reflexionsfaktor der HR-Konfiguration mit den geometrischen Abmessungen $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$ wird in Abb. 4.22 veranschaulicht, wobei keine Spülluft genutzt wird. Letztere Anregungsamplituden treten jedoch nur bei sehr starken Grenzzyklus-schwingungen auf. Es zeigt sich, dass die Amplitude des Reflexionsfaktors bis $\hat{p}/\bar{p} = 5.1\%$ eine nur geringe Abhängigkeit von der relativen Anregungsamplitude aufweist. Für die Phase des Reflexionsfaktors ergibt sich jedoch bereits ab $\hat{p}/\bar{p} = 5.1\%$ ein glatterer Verlauf. Bei größerer akustischer Anregung resultiert eine breitbandigere Dämpfercharakteristik, allerdings mit schlechterer Absorption an der Resonanzfrequenz, vergleichbar zum beschriebenen Verhalten bei großen Spülluft-Massenströmen in Abb. 4.18. Eine höhere Anregungsamplitude führt auch in nicht-resonanten Frequenzbereichen zu einer stärkeren instationären Wirbelbildung sowie zu einem gesteigerten, akustisch selbstinduzierten Abtransport der erzeugten Wirbel. Dies verursacht abhängig von der Anregungsamplitude eine Erhöhung der akustischen Verluste und folglich ein breitbandigeres Absorptionsverhalten. Bei sehr starker akustischer Anregung ist des Weiteren eine Verschiebung der Resonanzfrequenz zu beobachten. Eine Ursache hierfür könnte darin liegen, dass die Bildung der Vena contracta (s. Abb. 3.3) an den Halsenden

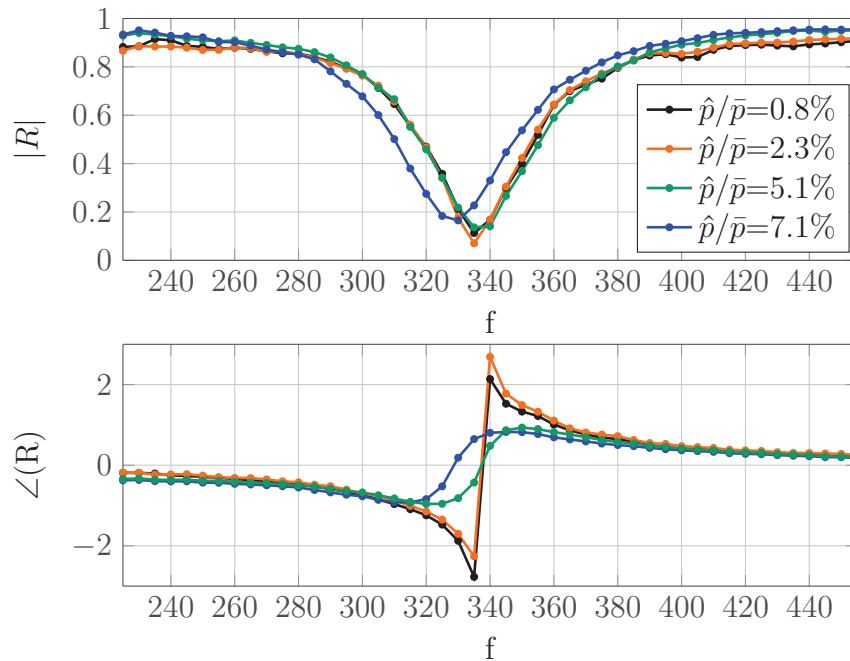


Abbildung 4.22.: Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf den Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, 0_s^g Spülluft.

beim periodischen Richtungswechsel der Strömung eine effektive Verengung des Halsquerschnitts mit steigender Anregungsamplitude verursacht. Dies bewirkt eine Verkleinerung der Resonanzfrequenz, wie bereits im Zusammenhang von Abb. 4.18 beschrieben.

4.3.6. Modellierung der Dämpfer-Charakteristik

4.3.6.1. Nichtlineare Netzwerkmodellierung

Im Folgenden wird ein Modellierungsansatz zur Berechnung von akustischen Dämpfereigenschaften, basierend auf der in Kap. 2.4 vorgestellten Netzwerkmethodik, erläutert. Dieser ist ebenfalls bei akustisch nicht-kompakten Resonatoren anwendbar, wohingegen Modellgleichung 4.18 nur für HR mit akustisch-kompaktem Resonatorvolumen Gültigkeit hat. Die beschriebene Netzwerkmodellierung kann jedoch neben Verlusten in Form viskoser und thermischer Effekte nur lineare Druckverluste durch die T_{12}

Transfermatrix-Komponente eines akustisch-kompakten verlustbehafteten Flächensprungs (Gl. 2.66) erfassen. In Kap. 3.4 wurde beschrieben, dass die akustisch induzierte instationäre Wirbelbildung an Flächensprüngen bei großen Amplituden der Geschwindigkeitsfluktuationen $|\hat{u}|$ und im Verhältnis dazu kleinen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten $\bar{u}$ ($\bar{u}/|\hat{u}| < 1$) nichtlineares Verhalten aufzeigt. Dies kann nach [Keller und Zauner, 1995] durch den anhand von $g_\Phi\left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|}\right)$ definierten nichtlinearen Druckverlustterm $\hat{\Phi}$ (Gl. 4.20) beschrieben werden. Um nichtlineare Druckverluste an Querschnittsprüngen im verwendeten linearen Netzwerkmodell zu erfassen, wird die T_{12} Komponente in Gl. 2.66 um den funktionalen Zusammenhang $g_\Phi\left(\frac{\bar{u}}{|\hat{u}|}\right)$ (Gl. 4.21) folgendermaßen erweitert:

$$T_{12} : M_u(1 - \frac{A_u}{A_d})^2 - M_u\zeta - i\frac{\omega}{\bar{c}}l_{eff} \rightarrow M_u(1 - \frac{A_u}{A_d})^2 - g(\bar{u}/\hat{u})\frac{\hat{u}}{\bar{c}}\zeta - i\frac{\omega}{\bar{c}}l_{eff}. \quad (4.29)$$

Im Vergleich zu Gl. 2.66 können damit zusätzlich Verluste durch Übertragung akustischer Energie auf wirbelbehaftete Strukturen im Fall ohne Grundströmung und/oder starker (resonanter) akustischer Geschwindigkeitsfluktuationen korrekt im Modell mittels nichtlinearer Druckverluste abgebildet werden. Für $\bar{u}/|\hat{u}| > 1$, d. h. verhältnismäßig kleine Geschwindigkeitsfluktuationen im Vergleich zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit, zeigt Gl. 4.29 wiederum lineares Verhalten und entspricht somit der ursprünglichen T_{12} Komponente in Gl. 2.66.

Wie zuvor bereits besprochen, treten bei akustischer Anregung nahe der Resonanzfrequenz eines Dämpfers hohe/resonante Pulsationsamplituden auf. Durch die Verwendung nur kleiner (oder keiner) Spülluft-Massenströme im Experiment werden deshalb die akustischen Verluste überwiegend durch nichtlineare Druckverluste bestimmt. Geschwindigkeitsfluktuationen hoher Amplitude ergeben kleine akustische Strouhal-Zahlen, siehe Gl. 3.24. Hierfür zeigt die akustisch induzierte Wirbelbildung an Flächensprüngen, wie in Kap. 3.4 beschrieben, quasi-stationäres Verhalten auf. Unter Annahme dieser Bedingungen kann der Druckverlustbeiwert ζ in Gl. 4.29 nach [Idelchik, 1996] durch Gl. 2.67 näherungsweise bestimmt werden. Der Fokus liegt vor allem darauf, die Dämpfungseigenschaften möglichst exakt im Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz mittels der beschriebenen, um nichtlineare Druck-

verluste erweiterten Netzwerkmethodik zu modellieren. Deshalb werden in Frequenzbereichen, die durch große Strouhal-Zahlen charakterisiert sind, vereinfacht ebenso quasi-stationäre Bedingungen angenommen und somit der gleiche Druckverlustbeiwert ζ verwendet. Anzumerken ist allerdings, dass für $\bar{u}/|\hat{u}| > 1$ ohnehin quasi-stationäre Bedingungen gegeben sind, d.h. im Falle von kleinen akustischen Amplituden und vorhandener Spülluft.

Um schließlich die akustischen Eigenschaften des experimentell untersuchten HR-Designs durch die in Abschnitt 2.4 erläuterte Netzwerkmethodik zu modellieren, wird das akustische System in folgende Netzwerkkomponenten unterteilt, wie in Abb. 4.23 in Form eines Blockdiagramms dargestellt. Ein verlustfreies Rohrelement konstanten Querschnitts (Gl. 2.64) beschreibt das akustische Übertragungsverhalten des Resonatorvolumens. Der Deckel des Resonatorvolumens wird durch ein Randelement abgebildet, das als vollreflektierend angenommen wird, d. h. $R = 1$. Durch Gl. 2.66 beschriebene Flächensprungelemente, die zusätzlich nichtlineare Druckverluste abbilden können (Gl. 4.29), repräsentieren die akustisch-kompakte Querschnittsverengung vom Resonatorvolumen zum Hals sowie die Querschnittserweiterung an der Resonatoröffnung. Der Abschätzung der Längenkorrekturen in Gl. 2.66 liegen Gl. 2.68 und Gl. 2.69 zugrunde. Der Resonatorhals wird ebenfalls anhand eines Rohrelements konstanten Querschnitts beschrieben. Auftretende akustische Grenzschichtverluste (vgl. Kap. 3.3) im Hals werden hierbei in Gl. 2.64 mittels einer Wellenzahlkorrektur nach Gl. 3.20 berücksichtigt. Ein Lautsprecher-Element wird zur Anregung mit vorgegebener akustischer Geschwindigkeitsamplitude genutzt, die in Abhängigkeit von $|\hat{p}|/\bar{p}$ gewählt wird. Die Spülluft kann je nach untersuchtem Massenstrom

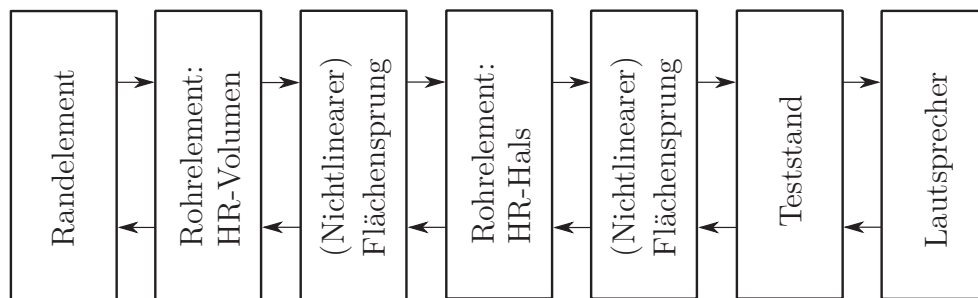


Abbildung 4.23.: Netzwerkkomponenten.

durch eine von der jeweiligen Netzwerkkomponente abhängigen mittleren Strömungsgeschwindigkeit bzw. Mach-Zahl modelliert werden.

4.3.6.2. Validierung des HR-Netzwerkmodells

Um die akustischen Dämpfereigenschaften unter Verwendung des konfigurierten nichtlinearen Netzwerkmodells des HR zu berechnen, wird ein Matlab-basierter Code verwendet. Zur Validierung und nötigen Kalibrierung der berechneten Ergebnisse mit experimentellen Ergebnissen werden die Reflexionsfaktoren bezogen auf den Impedanzprüfstandsquerschnitt an der axialen Position der HR-Halsöffnung ermittelt. Der Vergleich in Abb. 4.24 des experimentell bestimmten und mit der Netzmethode berechneten Reflexionsfaktors der HR-Konfiguration mit den geometrischen Abmessungen $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$ zeigt für geringe Anregungsamplituden ($|\hat{p}|/\bar{p} = 0.8\%$) sowie im Fall ohne Spülluft eine gute

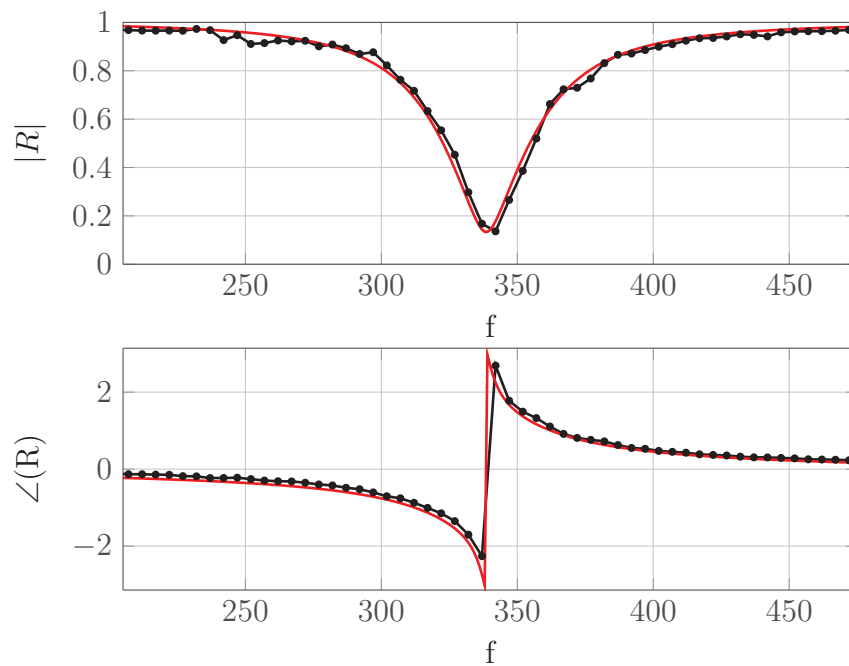


Abbildung 4.24.: Gemessener ($\blackrightarrow$) und berechneter (—) Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, für $|\hat{p}|/\bar{p} = 0.8\%$ und 0_s^g Spülluft.

Übereinstimmung. Folglich kann der um nichtlineare Druckverluste erweiterte Netzwerk-basierte Ansatz die akustisch nichtlinearen Resonatoreigenschaften modellieren und ermöglicht somit die Vorhersage der Dämpfer-Charakteristik bei variierenden Geometrie- oder Betriebsparametern, wie z.B. veränderter Temperatur der Spülluft.

Der Effekt der Spülluft auf die akustischen Eigenschaften der HR-Konfiguration mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$ ist für $1.3\frac{g}{s}$ in Abb. 4.25 veranschaulicht. Wie sich bereits in den experimentellen Untersuchungen zeigte, ist der Einfluss des betrachteten Spülluft-Massenstroms auf den Reflexionsfaktor sehr gering, vgl. Abb. 4.17.

Um den Anteil linearer akustischer Verluste in der akustischen Grenzschicht im Resonatorhals an der Gesamtdämpfungsleistung eines ungespülten Resonators zu beurteilen, werden die nichtlinearen Druckverluste im Modellansatz (Gl. 4.29) abgeschaltet. Somit entspricht das Netzwerkmodell

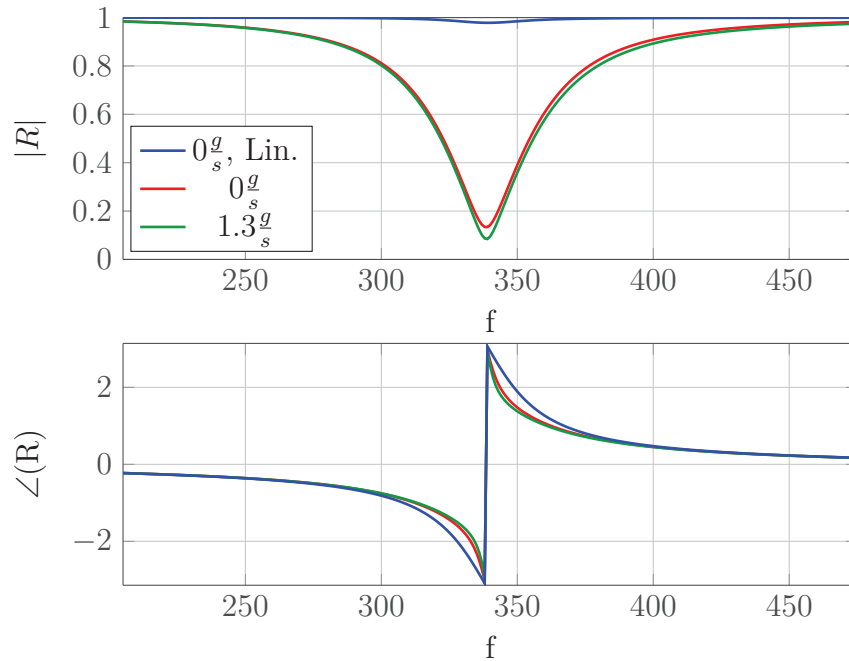


Abbildung 4.25.: Anteil linearer akustischer Verluste (Lin.) auf berechneten Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$ für $0\frac{g}{s}$, sowie Effekt der Spülluft ($1.3\frac{g}{s}$).

dem in Kap. 2.4 beschriebenen linearen Ansatz, bei dem es ohne Spülluft zu keinen Druckverlusten durch instationäre Wirbelbildung kommt. Der hierfür resultierende Reflexionsfaktor derselben HR-Konfiguration ($L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$) ist in Abb. 4.25 dargestellt. Es zeigt sich, dass der Beitrag linearer akustischer Verluste zur Gesamtabsorption des Dämpfers marginal ist.

Als Nächstes wird anhand des HR-Netzwerkmodells der Einfluss verschiedener Anregungsamplituden auf die Dämpfercharakteristik der ungespülten HR-Konfiguration $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$ untersucht. Dazu werden zur Anregung mittels des Lautsprecher-Elements drei Amplitudenniveaus der vorzugebenden Geschwindigkeitsfluktuationen betrachtet. Das kleinste Anregungsniveau wird hierbei als “A1” bezeichnet. “A2” und “A3” beschreiben jeweils eine schrittweise Erhöhung der Anregungsamplituden. Die sich ergebenden Reflexionsfaktoren sind abhängig von der Anregungsamplitude in Abb. 4.26 aufgezeigt. Im Vergleich zum Experiment

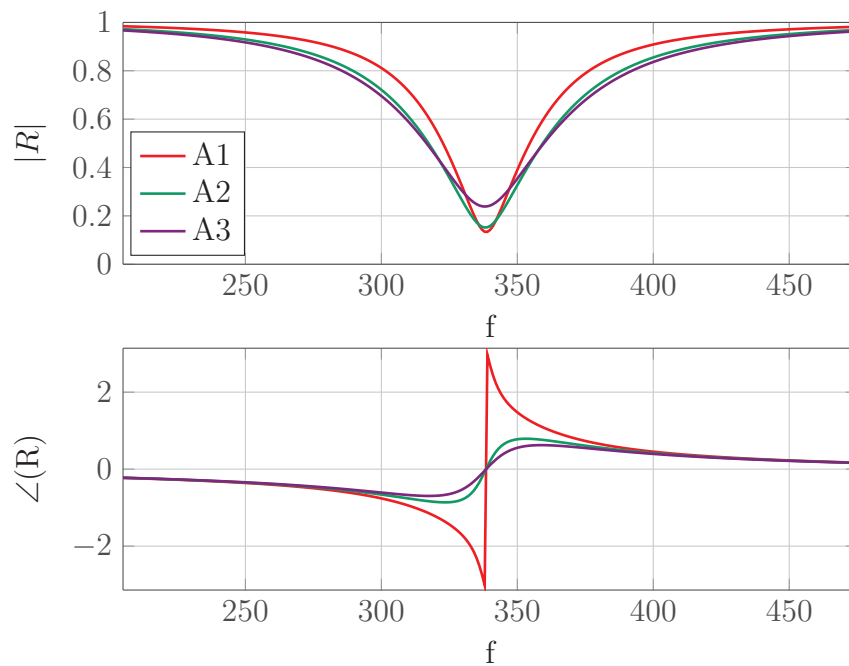


Abbildung 4.26.: Einfluss der akustischen Anregungsamplitude auf berechneten Reflexionsfaktor des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $D_n = 20\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, 0g_s Spülluft.

(Abb. 4.22) resultiert ein ähnlicher Trend. Mit steigendem Anregungsniveau ergibt sich ein breitbandigeres Dämpfungsverhalten, allerdings vermindert sich die Absorptionsleistung an der Resonanzfrequenz. Die Phase zeigt mit zunehmender Anregungsamplitude einen glatteren Verlauf. Die experimentell beobachtete Verschiebung der Resonanzfrequenz bei sehr starker akustischer Anregung wird jedoch nicht erfasst, da der mögliche Effekt der effektiven Querschnittsverengung des Resonatorhalses (s. Abschnitt 4.3.5.3) in der Modellierung nicht berücksichtigt wird.

Schließlich werden die Reflexionsfaktoren von drei HR-Konfigurationen des gleichen Volumens ($V = 72.88\text{cm}^3$), gleicher Halslänge ($L_n = 80\text{mm}$) aber verschiedener Halsdurchmesser ($D_n = 20\text{mm}$, $D_n = 17\text{mm}$ und $D_n = 14\text{mm}$) bei konstantem Spülluftmassenstrom von $1.3\frac{\text{g}}{\text{s}}$ unter Verwendung der Netzwerkmodellierung bestimmt und in Abb. 4.27 einander gegenübergestellt. In analoger Vorgehensweise zur entsprechenden experimentellen Untersuchung in Abb. 4.19 wird zur besseren Vergleichbarkeit der darge-

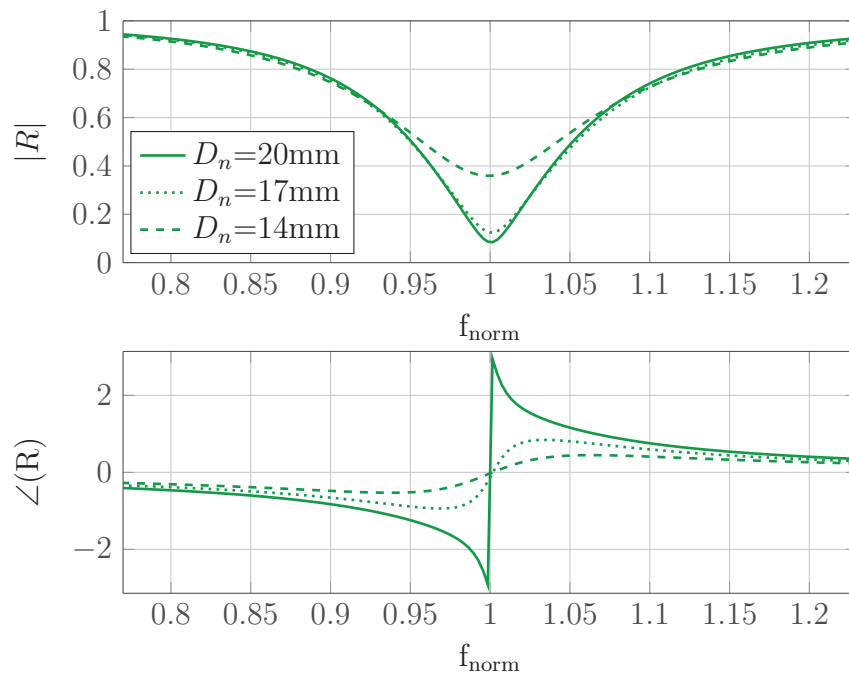


Abbildung 4.27.: Einfluss des Halsdurchmessers auf die berechnete Reflexionsfaktor-Amplitude und Phase des HR mit $L_n = 80\text{mm}$, $V = 72.88\text{cm}^3$, $1.3\frac{\text{g}}{\text{s}}$ Spülluft.

stellte Frequenzbereich mit der jeweiligen Resonanzfrequenz der dazugehörigen Dämpferkonfiguration normiert. Der Vergleich der Reflexionsfaktor-Amplituden in Abb. 4.27 (oben) zeigt den gleichen Trend wie experimentell beobachtet. Demnach hat eine Verkleinerung des Halsdurchmessers von 20mm auf 17mm nur einen geringfügigen Einfluss auf den Verlauf der Amplitude. Dagegen erfolgt bei einem Halsdurchmesser von 14mm eine deutliche Abnahme der Dämpfungsleistung. Gemäß der experimentellen Ergebnisse führt eine Verringerung des Halsdurchmessers tendenziell zu einem glatteren Verlauf der Phase, vgl. Abb. 4.19 und Abb. 4.27 (unten).

4.3.7. Radiale Dämpferpositionierung

Resonatoren in Gasturbinen-Brennkammern werden meist normal zu den Brennkammerwänden platziert, wie auch in der untersuchten Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1). Da der Durchmesser der verwendeten Resonatoren deutlich kleiner als der Umfang der Ringbrennkammer ist, wird angenommen, dass diese an ihrer Umfangsposition auf die lokalen Druckfluktuationen einer akustischen Mode reagieren. Wie bereits erläutert, werden die Dämpfer im Modell der Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) deshalb als lokale Randbedingung berücksichtigt und durch ihre Impedanz im Austrittsquerschnitt (Gl. 4.27) beschrieben.

Zur Validierung dieses Modellierungsansatzes wird zunächst die Streumatrix (Gl. 2.62) eines radial positionierten Dämpfers ermittelt, wie in Abschnitt 4.3.4 beschrieben. Die resultierenden Matrixelemente sind in Abb. 4.28 im Frequenzbereich $400 - 600\text{Hz}$ gezeigt. Wie im Zusammenhang von Gl. 2.61 erläutert, beschreiben die Matrixelemente r_u bzw. t_u welcher Anteil einer stromaufseitig einlaufenden Welle f_u mit welchem Phasenverzug reflektiert bzw. nach stromab transmittiert wird. Analoges gilt für r_d bzw. t_d in Bezug auf eine stromabseitig einlaufende Welle g_d . In Abb. 4.28 zeigt sich, dass die Amplituden der Transmissionsfaktoren $|t_{u/d}|$ ein Minimum bei 490Hz aufweisen. An der Resonanzfrequenz von Dämpfern sind die Absorptionseigenschaften am größten und folglich ist die Transmission am geringsten. Deshalb entspricht 490Hz der Resonanzfrequenz des betrachteten Dämpfers in radialer Einbaulage.

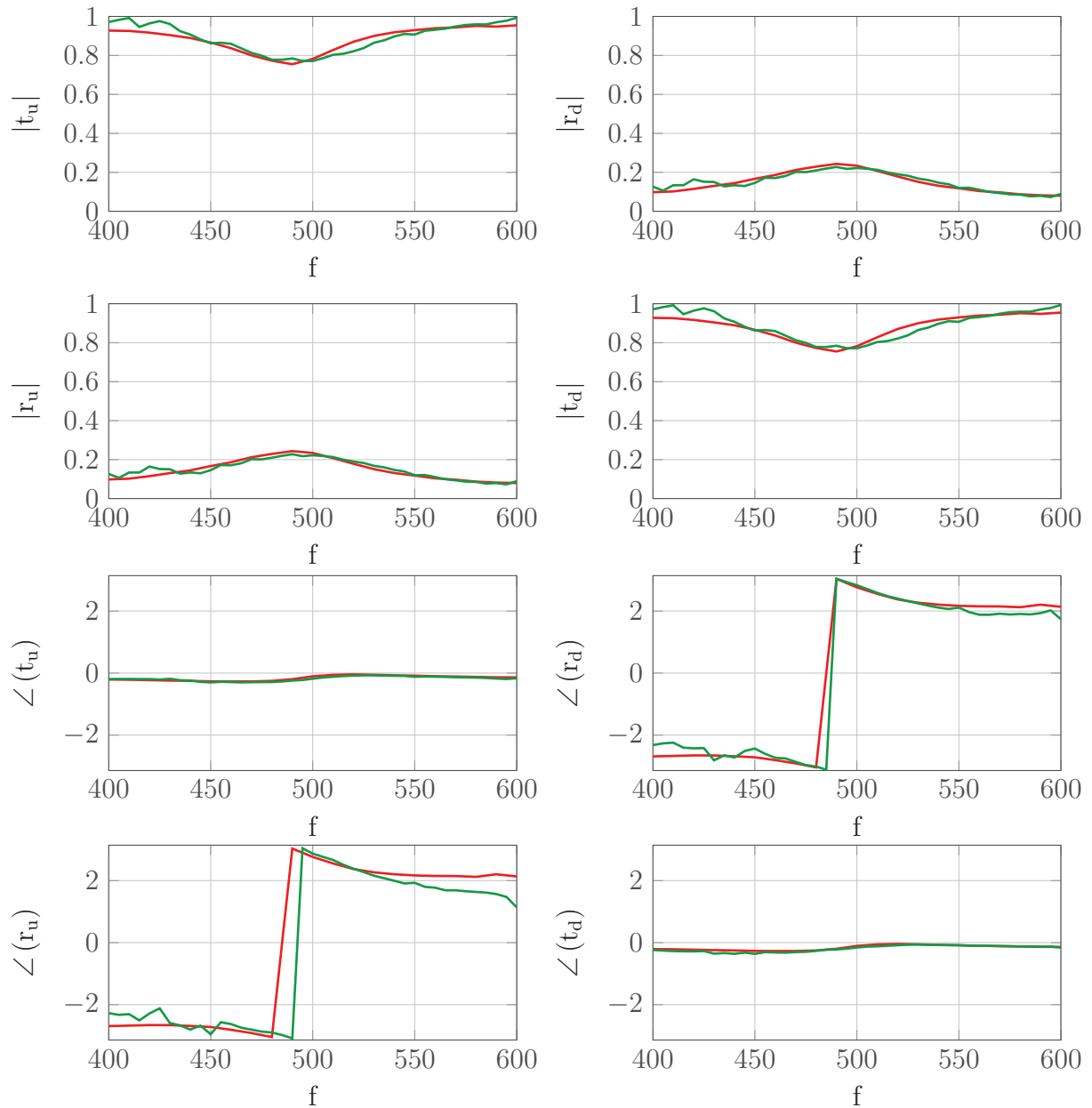


Abbildung 4.28.: Amplitude und Phase der aus CAA Simulationen (—) und Experimenten (—) resultierenden Streumatrix-Elemente.

Im Weiteren wird analog zur numerischen Ermittlung der BTM in Kap. 4.2 die Streumatrix durch entsprechende CAA Simulationen bestimmt. Hierzu wird das in Abb. 4.29 dargestellte Rechengebiet betrachtet. Dieses umfasst

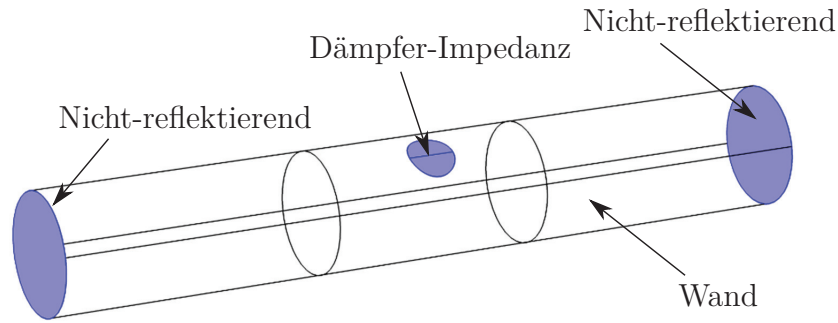


Abbildung 4.29.: Rechengebiet.

einen Teil des Messsegments des Impedanzprüfstandes. Der Dämpfer wird im Simulationsmodell als lokale Randbedingung berücksichtigt und durch seine Impedanz im Austrittsquerschnitt (Abb. 4.30) beschrieben. Diese wurde durch Messung bei koaxialer Positionierung des Dämpfers (Abb. 4.15) nach Gl. 4.27 ermittelt.

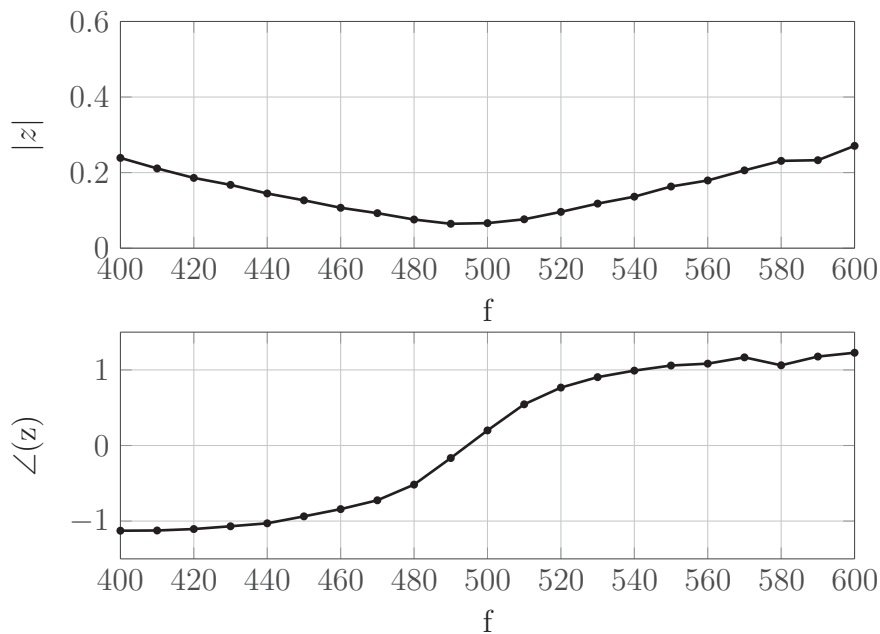


Abbildung 4.30.: Amplitude und Phase der "Dämpfer-spezifischen" Impedanz.

Am Ein- und Auslass werden nicht-reflektierende Randbedingungen

$$z = \frac{\hat{p}}{\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma \bar{\rho} \bar{c}} = 1 \quad (4.30)$$

verwendet und akustische Grenzschichten werden vernachlässigt. Demzufolge ist keine Gitterverfeinerung in Wandnähe erforderlich. Für die Wandrandbedingungen (“slip wall“) gilt wiederum:

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0. \quad (4.31)$$

Die aeroakustischen Berechnungen werden auf einem aus ca. 40000 Tetraederelementen bestehendem unstrukturierten Netz durchgeführt. Zur numerischen Bestimmung der Streumatrix werden die isentropen LEE im Frequenzbereich mit der in Kap. 4.2 beschriebenen stabilisierten Finite-Elemente-Methode (FEM) gelöst. Hierzu wird der direkte Solver MUMPS (Multifrontal Massively Parallel Sparse) der kommerziellen FEM Software [Comsol, 2014] unter Verwendung linearer Formfunktionen genutzt.

Abb. 4.28 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Experiment. Demnach können auf Grundlage des aufgezeigten Ansatzes Dämpfer von Brennkammern korrekt beschrieben werden. Anzumerken ist, dass bei den Streumatrix-Messungen (Abb. 4.28) eine Mach-Zahl von $M = 0.002$ im Teststand betrachtet wurde, was den untersuchten Strömungszuständen in der Labor-Ringbrennkammer entspricht. Im Falle höherer Mach-Zahlen ($M > 0.02$) in Brennkammern könnte es jedoch erforderlich sein, eine Verschiebung der Resonanzfrequenz des radial platzierten Dämpfers zu berücksichtigen, wie von [Bothien und Wassmer, 2015] beschrieben.

4.4. Modellierung thermischer Effekte in akustischen Resonatoren

4.4.1. Dämpfer-Design und Netzwerkmodellierung

Im Folgenden werden die akustischen Eigenschaften eines weiteren Dämpfers bei vorgeheizter Spülluft und unter Einfluss von eindringendem Heiß-

gas in die Resonatorhöhle untersucht. Der Aufbau des Dämpfers ist in Abb. 4.31 dargestellt. Im Vergleich zu einem Viertelwellen-Resonator (engl. Quarter Wave Tube), der nur aus einem rohrförmigen Volumen besteht (ohne Resonatorhals), werden bei dem betrachteten Dämpfer-Design zusätzlich Lochbleche verschiedener Porosität an der Öffnung der Kavität verwendet. Über ein kleines ringförmiges Plenum (s. Abb. 4.31), das durch vier radiale Bohrungen mit dem Dämpfervolumen verbunden ist, wird Spülluft zugeführt. Das Lochblech wirkt wie ein kurzer Resonatorhals. Ein wesentlicher Unterschied zum HR besteht jedoch darin, dass die rohrförmige Kavität des Resonators nicht akustisch kompakt ist. Somit hat Gl. 4.12 zur Charakterisierung der Dämpfer-Dynamik und folglich Gl. 4.13 zur Bestimmung der Resonanzfrequenz keine Gültigkeit mehr. Ein vom Aufbau vergleichbarer akustischer Dämpfer wurde von [Scarpato et al., 2012] untersucht.

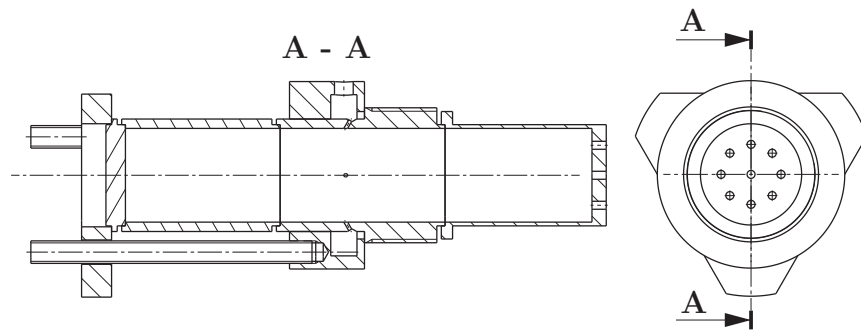


Abbildung 4.31.: Schnittdarstellung des Resonatoraufbaus.

Zur Modellierung der Dämpfer-Charakteristik des akustisch nicht-kompakten Resonators wird wieder die zuvor beschriebene nichtlineare Netzwerkmethodik (Kap. 4.3.6.1) genutzt. Die Netzwerkkomponenten sind in Abb. 4.32 dargestellt. Ein Rohrelement konstanten Querschnitts modelliert die Kavität des Dämpfers. Dabei auftretende akustische Grenzschichtverluste (vgl. Kap. 3.3) werden in Gl. 2.64 wieder mittels einer Wellenzahlkorrektur nach Gl. 3.20 berücksichtigt. Der Deckel des rohrförmigen Resonatorvolumens wird unter Annahme voll-reflektierender Bedingungen durch ein Randlelement mit den Eigenschaften $R = 1$ modelliert. Das ringförmige Plenum wird durch ein verlustfreies Rohrelement mit konstantem effektiven Querschnitt und voll-reflektierenden Rändern beschrieben, ebenso wie die

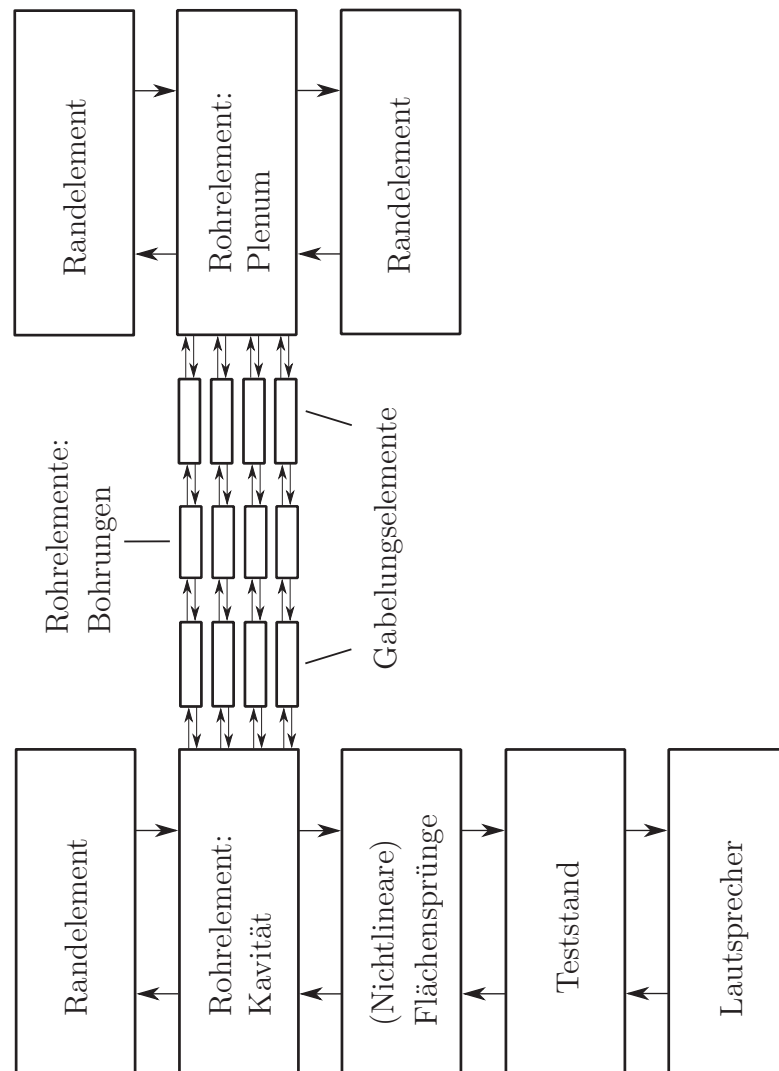


Abbildung 4.32.: Netzwerkkomponenten.

vier Bohrungen zur Zuführung der Spülluft. Gabelungselemente (s. Gl. 2.70) werden zur Verknüpfung des Plenums sowie der Kavität des Dämpfers mit den radialen Bohrungen im Netzwerkmodell genutzt. Das Lochblech wird als eine akustisch-kompakte Querschnittsverengung an der Öffnung der Kavität betrachtet, die abhängig von der Porosität durch die effektiv offene Fläche des Lochblechs bestimmt ist. Im Netzwerkmodell werden die Querschnittsverengung als auch die Querschnittserweiterung an der Resonatoröffnung durch Flächensprüngelemente (Gl. 2.66) beschrieben, die zusätzlich nicht-lineare Druckverluste abbilden können (Gl. 4.29). Der Abschätzung der

Längenkorrekturen in Gl. 2.66 liegt wieder Gl. 2.68 und Gl. 2.69 zugrunde. Wie bei der Modellierung des HR, wird ein Lautsprecher-Element zur Anregung bei vorgegebener akustischer Geschwindigkeitsamplitude genutzt. Die Spülluft kann je nach untersuchtem Massenstrom durch eine von der jeweiligen Netzwerkkomponente abhängigen mittleren Strömungsgeschwindigkeit bzw. Mach-Zahl modelliert werden.

4.4.2. Validierung berechneter Reflexionsfaktoren

Der experimentell bestimmte (Exp.) und durch die Netzwerkmethodik (NW) berechnete Reflexionsfaktor einer Dämpfer-Konfiguration (Abb. 4.31) mit 128mm Kavitätslänge (inkl. Lochblech-Dicke) und 12% Lochblech-Porosität ist in Abb. 4.33 für Umgebungsbedingungen (295K) anhand der blau gekennzeichneten Charakteristiken gezeigt sowie in Abb. 4.34 analog für 18% Porosität. Beim Einsatz von Dämpfern in Gasturbinen-

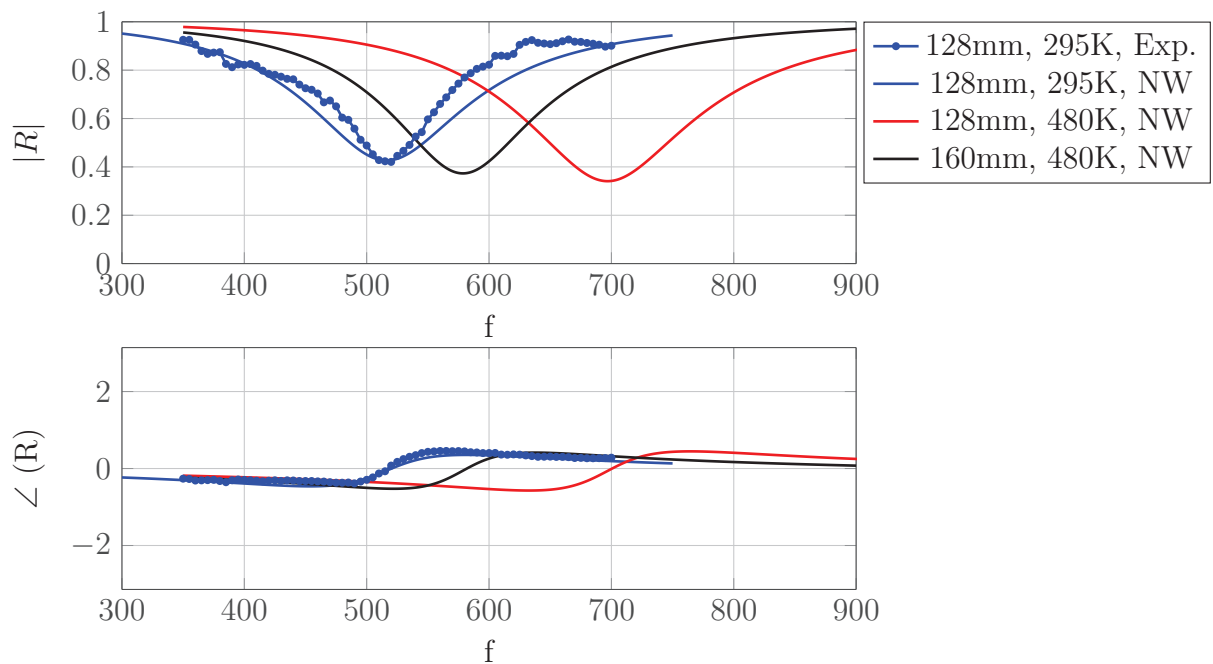


Abbildung 4.33.: Gemessene (Exp.) und berechnete (NW) Reflexionsfaktoren für 128mm sowie 160mm Dämpferlänge und 12% Loch-Porosität bei 295K & 480K Spüllufttemperatur.

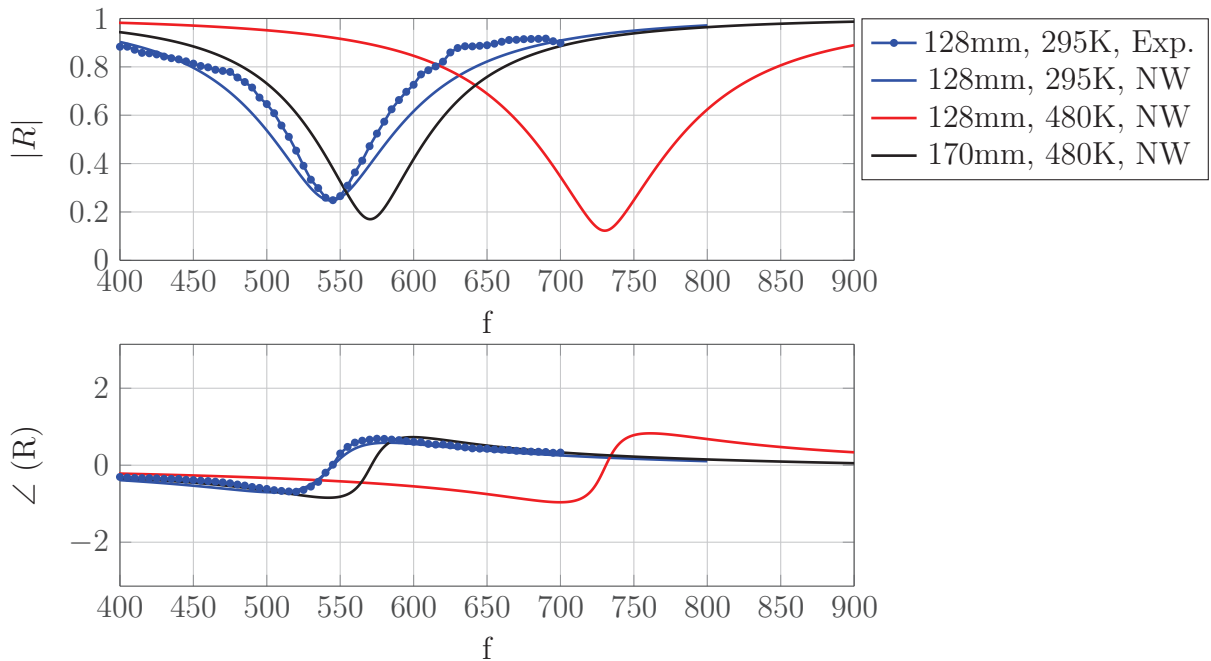


Abbildung 4.34.: Gemessene (Exp.) und berechnete (NW) Reflexionsfaktoren für 128mm sowie 170mm Dämpferlänge und 18% Loch-Porosität bei 295K & 480K Spüllufttemperatur.

Brennkammern wird versucht, die zur Kühlung des Resonators verwendete Spülluft auf ein Minimum zu reduzieren. Es werden deshalb im Vergleich zu den HR-Untersuchungen deutlich kleinere Spülluft-Massenströme von $0.1 - 0.32 \frac{g}{s}$ betrachtet. Es zeigte sich jedoch wie bereits bei der Analyse der HR mit deutlich größeren Massenströmen, dass die Spülluft nur einen sehr geringen Einfluss auf den Reflexionsfaktor hat. Deshalb werden in Abb. 4.33 und Abb. 4.34 nur die Ergebnisse für einen Spülluft-Massenstrom dargestellt. Beim Vergleich der Reflexionsfaktoren der beiden untersuchten Resonatorkonfigurationen mit verschiedener Lochblech-Porosität ergibt sich tendenziell eine verminderte Dämpfungsleistung an der Resonanzfrequenz bei Verringerung der Porosität, aber ein verbessertes Breitbandverhalten. Die Phase zeigt einen glatteren Verlauf bei kleiner Lochblech-Porosität.

Wie zuvor konstatiert, liegt der Fokus darauf, die Dämpfer-Charakteristik möglichst exakt im Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz mittels der beschriebenen nichtlinearen Netzwerkmethodik zu modellieren. Der Ver-

gleich der für Umgebungstemperatur gemessenen und modellierten Reflexionsfaktoren in Abb. 4.33 veranschaulicht, dass die akustischen Eigenschaften der Resonatoren nahe der Resonanzfrequenz exakt durch die Netzwerkmodellierung charakterisiert werden können. Der Verlauf der berechneten Reflexionsfaktoren zeigt jedoch ein etwas breitbandigeres Verhalten auf. Die Ursache hierfür könnte in der vereinfachten Modellierung der Lochbleche liegen oder sich durch die Annahme eines konstanten Druckverlustbeiwerts für alle akustischen Strouhal-Zahlen in Gl. 4.29 ergeben, wie in Kap. 4.3.6.1 diskutiert.

Zur Kühlung von Dämpfern in Gasturbinen-Brennkammern wird komprimierte Luft aus dem Verdichter als Spülluft genutzt. Diese hat meist eine Temperatur von $300 - 400^\circ\text{C}$. Aus diesem Grund werden die Resonatoren in der Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) ebenfalls mit vorgeheizter Luft gespült. Da die Dämpfer experimentell jedoch bei Umgebungsbedingungen untersucht wurden, bedarf es einer Skalierung der akustischen Resonatoreigenschaften auf vorgeheizte Bedingungen. Hierzu wird das bei Umgebungstemperaturen (295K) für die Dämpfer mit 128mm Kavitätslänge und verschiedener Lochblech-Porositäten validierte Netzwerkmodell angewendet. Des Weiteren wird die Netzwerkmethodik zur Auslegung genutzt, um die Länge der jeweiligen Dämpfer-Konfiguration dahingehend anzupassen, dass die Resonanzfrequenz der Frequenz entspricht, an der die größtmögliche Absorptionsleistung erzielt werden soll. Das beschriebene Vorgehen ist in Abb. 4.33 veranschaulicht. Zunächst wird das Netzwerkmodell mittels der experimentellen Ergebnisse für Umgebungsbedingungen validiert bzw. ggf. kalibriert, wie bereits zuvor diskutiert. Anschließend werden bei gleichbleibender Dämpfergeometrie die Resonatoreigenschaften auf vorgeheizte Bedingungen skaliert. Hieraus resultiert der rot gekennzeichnete Reflexionsfaktor in Abb. 4.33 und Abb. 4.34. Beim Einsatz der untersuchten Dämpferkonfigurationen in der Labor-Ringbrennkammer soll eine akustische Umfangsmode bei 570Hz bestmöglich gedämpft werden. Um die größte Absorptionsleistung zu erreichen, bedarf es einer Anpassung der Länge der Resonator-kavitäten, damit sich das Minimum des Reflexionsfaktors zur Zielfrequenz (570Hz) verschiebt, wie in Abb. 4.33 und Abb. 4.34 durch den schwarz gekennzeichneten Reflexionsfaktor gezeigt. Dazu wurde der Dämpfer mit 12%

Lochblech-Porosität um $32mm$ und für 18% Porosität um $42mm$ verlängert.

Um die Skalierung der akustischen Resonatoreigenschaften auf vorgeheizte Bedingungen zu validieren, wird ein Dämpfer mit 18% Lochblech-Porosität und auf $265mm$ erweiterter Kavitätslänge normal zur Labor-Ringbrennkammerwand platziert, wie in Abb. 4.1 schematisch gezeigt. Während des Betriebs der Brennkammer zeichnet ein radial zur Dämpferkavität montierter Drucksensor den dynamischen Druck im Resonatorvolumen auf. Des Weiteren wird durch ein traversierbares Thermoelement die Temperatur im Resonator ermittelt. Anzumerken ist, dass es dabei zu keinem Heißgaseintritt in die Resonatorkavität kommt.

Das gemessene Druckspektrum ist in Abb. 4.35 dargestellt, wobei ein Maximum bei etwa $365Hz$ identifiziert werden kann. Da in der Labor-

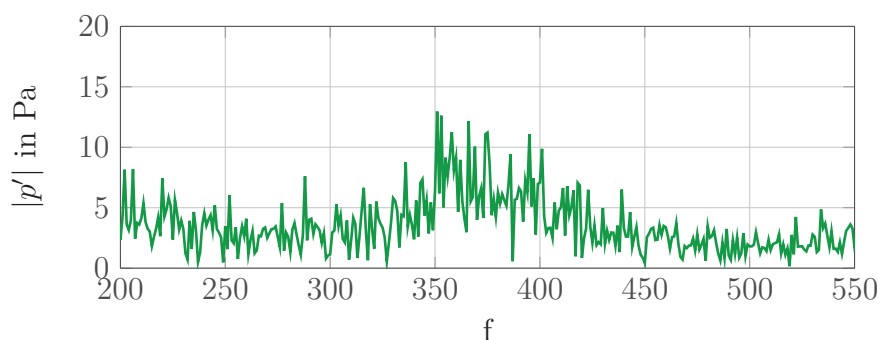


Abbildung 4.35.: Während des Betriebs der Labor-Ringbrennkammer gemessenes Druck-Spektrum im Resonator der Länge $265mm$ mit 18% Loch-Porosität [Betz, 2017].

Ringbrennkammer keine akustische Mode mit $365Hz$ Eigenfrequenz vorhanden ist, ergibt sich das Maximum im Spektrum durch resonante Fluktuationen im Dämpfer. Wie zuvor mehrfach diskutiert und in Abb. 4.21 veranschaulicht, ergeben sich die stärksten akustischen Fluktuationen an der Resonanzfrequenz des Dämpfers.

Für die untersuchte Dämpferkonfiguration mit verlängertem Resonatorvolumen wird nachfolgend unter Verwendung der gemessenen Kavitätstemperatur der Reflexionsfaktor mittels der Netzwerkmethodik berechnet. Dieser ist in Abb. 4.36 gezeigt, mit dem die Resonanzfrequenz kennzeichnenden

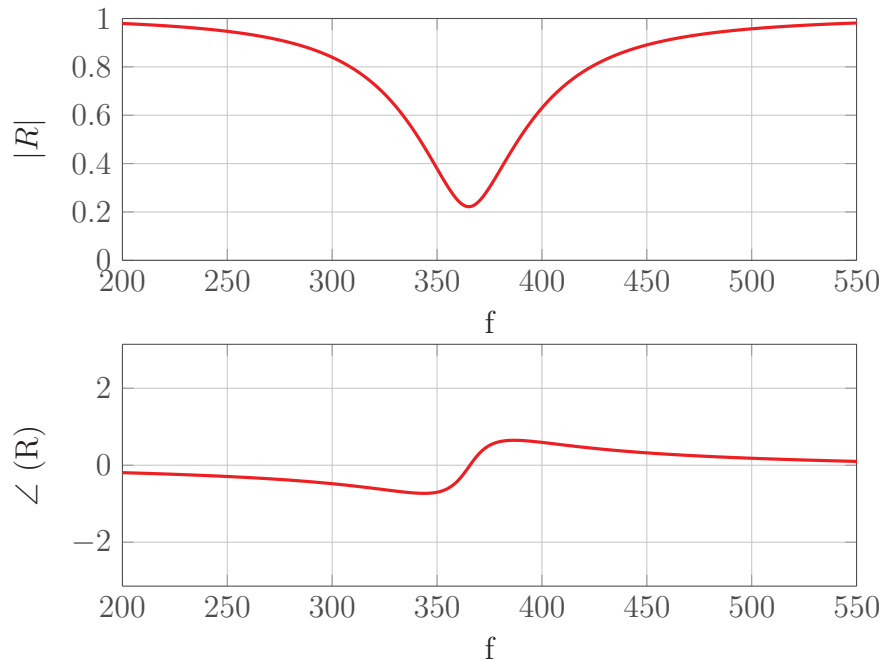


Abbildung 4.36.: Mit gemessener Spüllufttemperatur berechneter Reflexionsfaktor für 265mm Resonatorlänge und 18% Loch-Porosität.

Amplituden-Minimum (Abb. 4.36, oben) ebenfalls bei ca. 365Hz. Es kann somit schlussgefolgert werden, dass die für Umgebungsbedingungen validierte Netzwerk-Methodik eine zuverlässige Skalierung der Resonatoreigenschaften auf vorgeheizte Bedingungen ermöglicht.

4.4.3. Thermisches Dämpfermodell

4.4.3.1. Modellierung des Eindringens von Heißgas in Dämpfern

Bei thermoakustisch stabilen Betriebsbedingungen (s. Kap. 5) verhindert die Spülluft i.d.R. das Eindringen von Heißgas in die Dämpfer. Somit ergibt sich ein annähernd räumlich gleich verteiltes Temperaturfeld in der Resonatorhöhle. Verbrennungsinstabilitäten verursachen dagegen eine deutlich stärkere Anregung des Dämpfers. Infolgedessen erhöhen sich die akustischen Geschwindigkeitsschwankungen an der Öffnung des Resonators. Falls die Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuationen die mittlere

Strömungsgeschwindigkeit der Spülluft übersteigt, kommt es zum Eindringen von Heißgas und zur Zunahme der Temperatur in der Nähe der Resonatoröffnung. Daraus resultiert ein ungleichförmiges Temperaturfeld im Resonatorvolumen. Die optimalen Absorptionseigenschaften von Dämpfern sind (meist) auf einen sehr schmalen Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz beschränkt (Abb. 4.20). Die Resonanzfrequenz des Dämpfers hängt wiederum von der Temperatur bzw. Schallgeschwindigkeit in der Kavität ab (Gl. 4.13). Das Eindringen von Heißgas führt demnach zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz zu höheren Frequenzen. Infolge der Verstimmung des Dämpfers kann sich somit die akustische Absorptionsleistung an einer gegebenen Zielfrequenz erheblich verschlechtern.

Mit der verwendeten Netzwerkmethodik sind zwei Ansätze möglich, um das Eindringen von Heißgas zu modellieren. Es kann eine erhöhte zeitlich- und volumengemittelte Temperatur im Rohrelement, das die Resonatorkavität abbildet, berücksichtigt werden. Alternativ besteht die Möglichkeit, das Rohrelement in mehrere Segmente zu unterteilen. Jedes Rohrsegment erhält eine zeitliche und in axialer Richtung abschnittsweise gemittelte Temperatur. Dies approximiert den Temperaturgradienten im Resonator in Abhängigkeit der Diskretisierung, wie in Abb. 4.37 veranschaulicht.

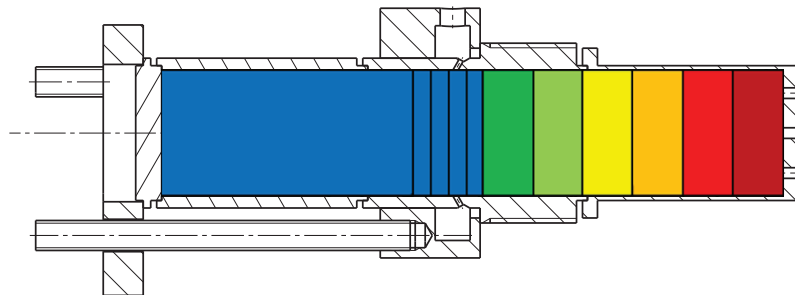


Abbildung 4.37.: Modellierung des Temperaturgradienten im Resonator durch diskrete Rohrelementsegmente mit zeitlich und abschnittsweiser konstanter Temperatur.

4.4.3.2. Gekoppeltes CFD-Netzwerkmodell-Verfahren zur thermischen Dämpfermodellierung

Während des Betriebs der Ringbrennkammer sind gemessene Temperaturverteilungen in den Dämpfern nur sehr eingeschränkt verfügbar. Um Dämpfungseigenschaften der Resonatoren im Falle des Eindringens von Heißgas beurteilen zu können, wird das in Abb. 4.38 skizzierte gekoppelte URANS-Netzwerkmodell-Verfahren benutzt. Für Druckfluktuationen in

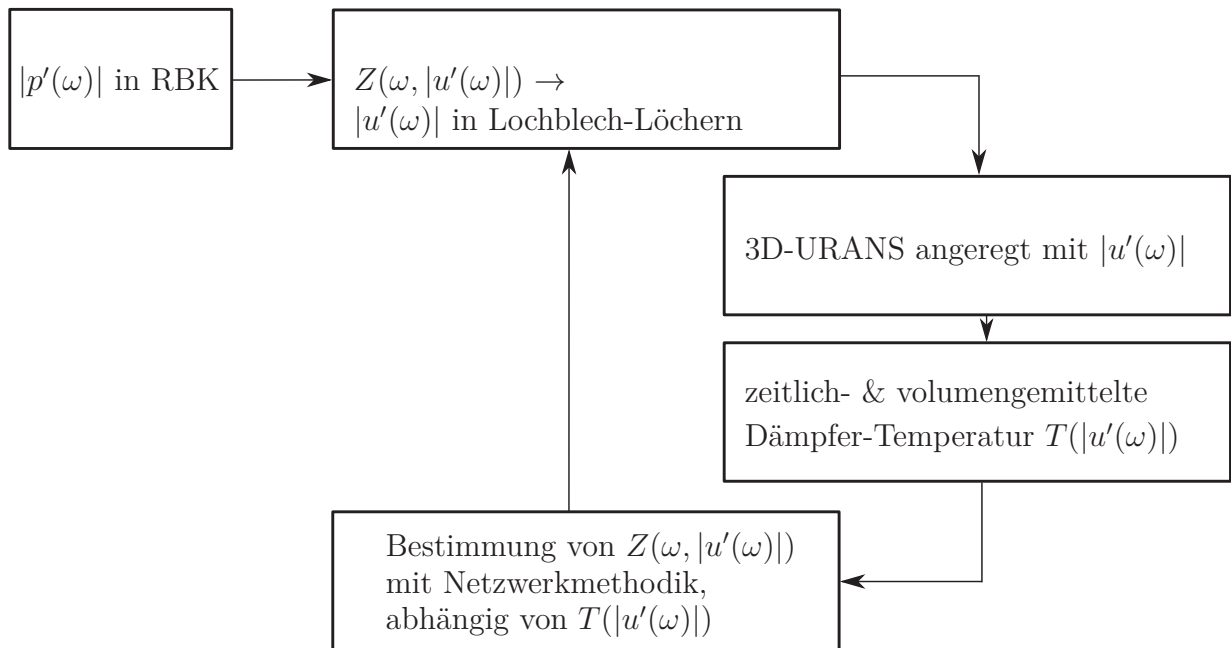


Abbildung 4.38.: Verfahren zur thermischen Dämpfermodellierung.

der Ringbrennkammer (RBK) mit gegebener Amplitude an der Öffnung eines betrachteten Resonators kann anhand der Impedanz nach Gl. 4.27 die Amplitude der Geschwindigkeitsschwankungen in den Löchern des Lochblechs bestimmt werden¹⁰. Auf Basis von URANS-Simulationen lässt sich in Abhängigkeit der akustischen Geschwindigkeitsamplituden in den Öffnungen des Lochblechs die zugehörige Temperaturverteilung im Resonatorvolumen ermitteln. Diese kann wiederum im Netzwerkmodell genutzt werden, um den Einfluss des eindringenden Heißgases auf die Resonator-Impedanz

¹⁰Zunächst wird eine homogene Temperaturverteilung im Resonator bei vorgeheizten Bedingungen angenommen, d. h. kein Eindringen von Heißgas.

zu bestimmen. Anzumerken ist, dass zur Modellierung des Heißgaseintritts eine erhöhte zeitlich- und volumengemittelte Temperatur im Resonatorvolumen berücksichtigt wird. Anhand der resultierenden verstimmtten Dämpfer-Charakteristik lässt sich erneut die Amplitude der Geschwindigkeitsschwankungen in den Löchern des perforierten Blechs ermitteln. Daraus kann nochmalig, basierend auf den URANS-Ergebnissen, die zeitlich- und volumengemittelte Temperatur im Dämpfer als Eingangsgröße für die Netzwerkmodellierung bestimmt werden. Nach mehrfacher Iteration kann folglich die von Heißgaseintritt verursachte Verstimmung der Resonator-Impedanz quantifiziert werden. Darauf basierend lassen sich die Dämpfungseigenschaften von Resonatoren in Abhängigkeit der Druckpulsationen in der Brennkammer beurteilen. Zu beachten ist die getroffene Annahme, dass die auftretenden Druckfluktuationen lediglich Amplituden erreichen, bei denen es zwar zum Heißgaseintritt kommen kann, aber zu keinem Einfluss auf die Breitbandigkeit des Verlaufs der Dämpfer-Charakteristik, wie in Abb. 4.22 gezeigt. Dies könnte beim Auftreten sehr großer akustischer Druckamplituden jedoch ebenfalls durch das beschriebene Verfahren berücksichtigt werden.

Um die Temperaturverteilung im Resonatorvolumen abhängig von der Amplitude der Geschwindigkeitsschwankungen in den Löchern des perforierten Blechs zu ermitteln, wird ein URANS-Ansatz verwendet. Das betrachtete Rechengebiet ist in Abb. 4.39 dargestellt. Es umfasst lediglich ein 45°-Segment der Dämpferkonfiguration (hier mit 18% Lochblech-Porosität dargestellt), da die geometrische Periodizität zur Verringerung des Rechenaufwands genutzt wird. Die instationären Simulationen werden unter Verwendung eines SST-RANS Modells auf einem unstrukturierten Netz durchgeführt. Zur Berücksichtigung auftretender Wärmeleitung wird die Energiegleichung gelöst. Wärmestrahlung kann auf Grundlage des “ $P-1$ “-Modells (Gibbs-Modell) ermittelt werden, das im Finite-Volumen-Löser CFX [Ansys, 2014] implementiert ist.

Die Lochöffnungen werden als “offener Rand“ definiert, d. h. es ist ein Ein- und Ausströmen aus dem Resonator möglich. Aus der Brennkammer einströmendes Fluid hat eine abgeschätzte Abgastemperatur von 1450K. Um die gewünschte Amplitude der akustischen Geschwindigkeitsschwankungen in den Löchern des perforierten Blechs zu erhalten, wird eine monofrequente

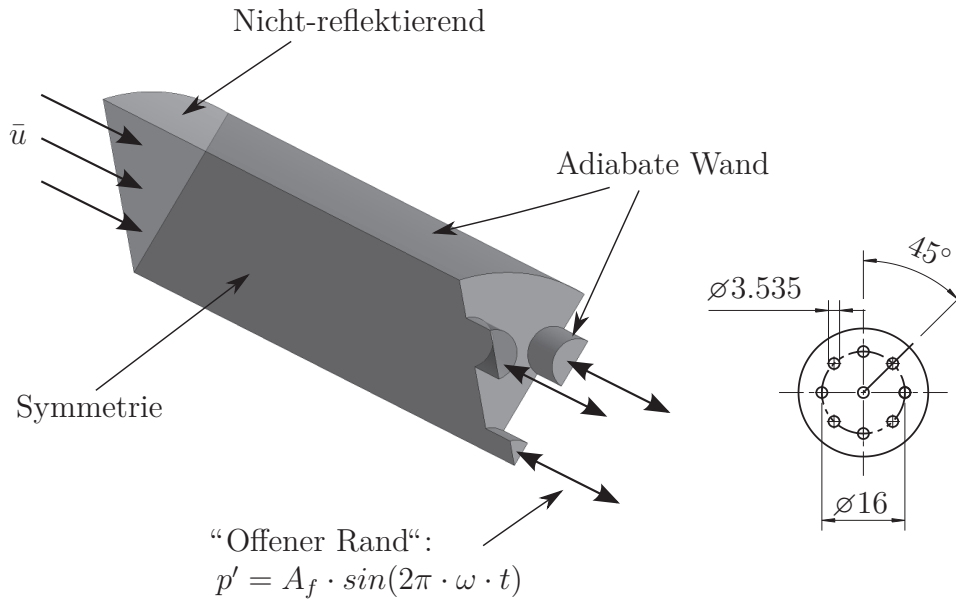


Abbildung 4.39.: Rechengebiet bestehend aus einem 45°- Dämpfersegment mit gekennzeichneten Randbedingungen.

harmonische Druckerregung

$$p' = A_f \cdot \sin(2\pi \cdot \omega \cdot t), \quad (4.32)$$

der Amplitude A_f am "offenen Rand" verwendet. Wie bereits angemerkt, werden die in Kap. 4.4.2 analysierten Resonatoren eingesetzt, um eine akustische Umfangsmode der Eigenfrequenz von ca. 570Hz bestmöglich zu dämpfen, s. Kap. 5. Deshalb wird die Frequenz der Druckerregung dementsprechend gewählt. Vorgeheizte Spülluft (480K) mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u}$ tritt in das Rechengebiet ein (Abb. 4.39). Alle anderen Systemgrenzen werden als adiabate Wände modelliert.

Experimentell bestimmte Temperaturverteilungen im Resonatorvolumen, die während des Betriebs der untersuchten Ringbrennkammer gemessen wurden, können zur Validierung der numerischen Ergebnisse genutzt werden. Hierzu wird analog zum Experiment die Temperatur an mehreren axialen und radialen Positionen im Resonator-Rechengebiet, wie in Abb. 4.40 verdeutlicht, ausgewertet. Die Zahlenwerte kennzeichnen hierbei den axialen Abstand (in mm) des jeweiligen Temperatursensors zum Lochblech, das

in rot dargestellt ist. Die Sensorpositionen wurden derart gewählt, dass die Temperaturen direkt vor einzelnen Lochöffnungen sowie dazwischen gemessen werden können. Da die zur experimentellen Temperaturmessung eingesetzten Thermoelemente aufgrund ihrer Trägheit Temperaturmittelwerte liefern, werden die berechneten Temperaturen zur Vergleichbarkeit an den jeweiligen Sensorpositionen über mehrere akustische Zyklen gemittelt.

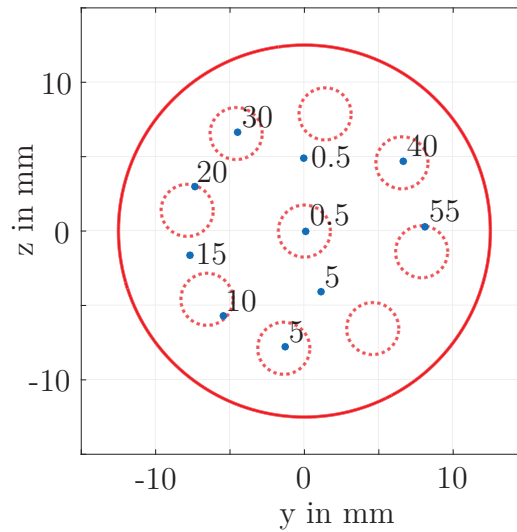


Abbildung 4.40.: Positionen (in mm) der Thermoelemente zur Temperaturmessung im Dämpfer.

Als Validierungsfall wird ein Dämpfer mit 18% Lochblech-Porosität betrachtet, der mit $0.11 \frac{g}{s}$ sowie $0.32 \frac{g}{s}$ Spülluft durchströmt wird. Dessen Kavitätslänge wurde auf $170mm$ angepasst, damit die Resonanzfrequenz (bei Verwendung vorgeheizter Spülluft und ohne Heißgaseintritt) $570Hz$ entspricht. Diese Resonatorkonfiguration wird in Abb. 4.34 anhand des schwarz gekennzeichneten Reflexionsfaktors akustisch charakterisiert. Im Experiment wurden Sirenen zur Anregung des Systems verwendet, um akustische Druckamplituden von $800 - 1000Pa$ in der Brennkammer bei $570Hz$ zu erzeugen. Dies verursacht starke Geschwindigkeitsfluktuationen an der Dämpferöffnung, sodass es zum Eindringen von Heißgas kommt. Zur akustischen Anregung in den Simulationen mit gleicher Frequenz und Amplitude wird A_f in Gl. 4.32 angepasst sowie $\omega = 570Hz$ gesetzt.

Die bei den beschriebenen Betriebsbedingungen experimentell und nume-

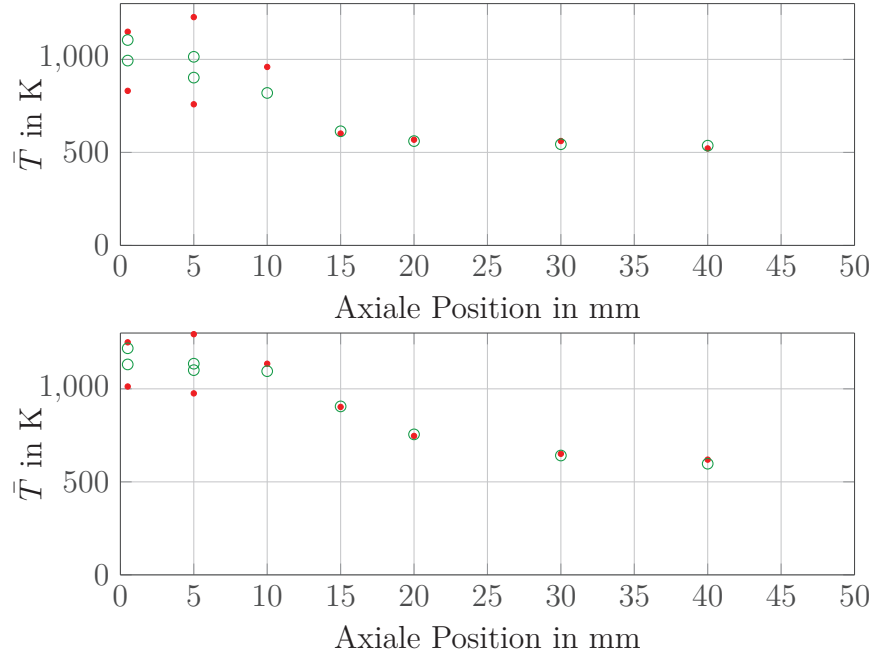


Abbildung 4.41.: Gemessene ($\circ$) [Betz, 2017] und berechnete ($- \bullet -$) Temperaturverteilungen im angeregten (570Hz) Resonator (170mm Länge und 18% Loch-Porosität) für $0.32\frac{\text{g}}{\text{s}}$ Spülluft (oben) sowie $0.11\frac{\text{g}}{\text{s}}$ (unten).

risch ermittelten Temperaturverteilungen im Resonator sind in Abb. 4.41 für die beiden untersuchten Spülluft-Massenströme dargestellt¹¹. In beiden Fällen zeigt sich, dass der aus numerischen Temperaturfelddaten resultierende Trend des (gemittelten) axialen Temperaturgradienten in guter Übereinstimmung mit der experimentell bestimmten Temperaturverteilung ist. Jedoch ergeben sich Unterschiede nahe des Lochblechs. Eine mögliche Ursache hierfür ist die Überschätzung der Abgastemperatur des eindringenden Heißgases in den Simulationen. Allerdings können auch im Experiment durch nicht-korrigierte Wärmeleitungs- und Wärmestrahlungseffekte systematische Messabweichungen bei hohen Temperaturen ($> 1000\text{K}$) auftreten. Außerdem weist das Temperaturfeld in der Nähe des Lochblechs starke radiale Gradienten auf, wie beispielhaft in Abb. 4.42 für drei Phasenlagen eines Schwingungszyklus veranschaulicht. Daraus ergeben sich durch nicht

¹¹Da sich an den axialen Messpositionen 0.5mm und 5mm jeweils zwei Temperatursensoren befinden, sind deshalb jeweilig zwei Werte angegeben.

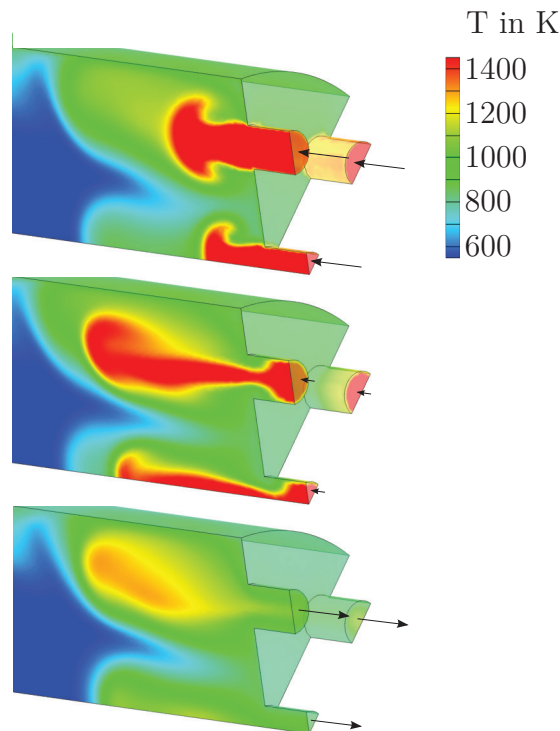


Abbildung 4.42.: Simulierte Temperaturfelder in der Nähe des Lochblechs, dargestellt für drei Phasenlagen eines Zyklus.

auszuschließende Abweichungen der Messpositionen in radialer Richtung vermutlich die größten Unsicherheiten bei den Temperaturmessungen.

4.4.3.3. Verstimmung der Resonanzfrequenz durch Heißgaseintritt

Für den mit $0.32 \frac{g}{s}$ gespülten Dämpfer werden bei gleichbleibender Anregungsfrequenz weitere URANS-Simulationen mit unterschiedlicher Druckanregungsamplitude durchgeführt. Die daraus resultierenden instationären Temperaturfelddaten ermöglichen die Bestimmung der zeitlich- und volumengemittelten Temperatur der Resonatorkavität in Abhängigkeit der Amplitude akustischer Geschwindigkeitsschwankungen in den Lochblech-Löchern. Auf dieser Grundlage kann das Netzwerkmodell genutzt werden, um die durch Heißgaseintritt verursachten Effekte auf die Dämpfereigenschaften zu bestimmen, wie in Abb. 4.43 veranschaulicht. Es zeigt sich,

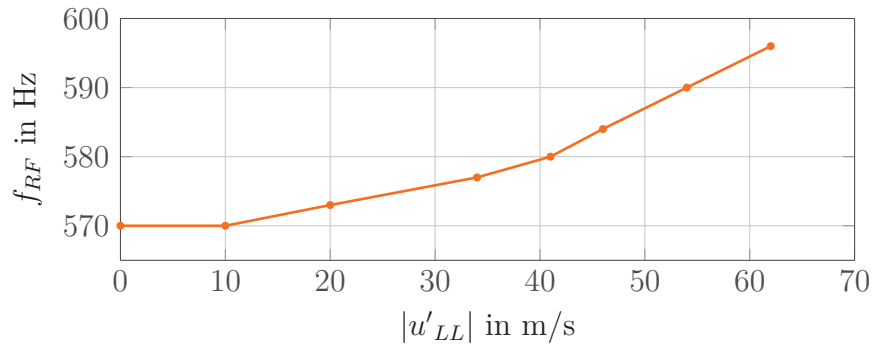


Abbildung 4.43.: Resonanzfrequenz-Verschiebung (f_{RF}) des mit $0.32 \frac{g}{s}$ gespülten Dämpfers der Länge $170mm$ bei Heißgaseintritt in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsschwankungen $|u'_{LL}|$ im Lochblech mit 18% Porosität.

dass es ab einer Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuationen im Lochblech von ca. $10 \frac{m}{s}$ zum Eindringen von Heißgas kommt, was zu einer Erhöhung der Resonanzfrequenz führt. Damit verschiebt sich das Minimum des Reflexionsfaktors weg von der $570Hz$ -Zielfrequenz, an der die größtmögliche Dämpfung der Ringbrennkammer erreicht werden soll. Dies wird in Kap. 5 noch detaillierter untersucht.

Weiterführend wird eine Dämpferkonfiguration mit 12% Lochblech-Porosität und $160mm$ Kavitätslänge sowie mit der Resonanzfrequenz im Falle von $0.32 \frac{g}{s}$ vorgeheizter Spülluft und ohne Heißgaseintritt bei $570Hz$ (Abb. 4.33) analysiert. Zur Untersuchung des Einflusses von eindringendem Heißgas auf die zugehörigen Resonatoreigenschaften werden wieder URANS-Simulationen bei $570Hz$ und unterschiedlicher Druckerregungsamplitude durchgeführt. Aus den Simulationsergebnissen wird gleichermaßen die zeitlich- und volumengemittelte Temperatur der Resonatorkavität in Abhängigkeit der Amplitude akustischer Geschwindigkeitsschwankungen in den Lochblech-Löchern bestimmt. Dessen Verwendung in der Netzwerkmodellierung ermöglicht ebenfalls, die durch das eindringende Heißgas hervorgerufenen Effekte auf die Resonatoreigenschaften zu ermitteln, wie in Abb. 4.44 veranschaulicht. Zur Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen in Abb. 4.43 wurde die Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuationen in den Lochblech-Löchern jeweils mit der Porosität des entsprechenden Dämpfers umgerech-

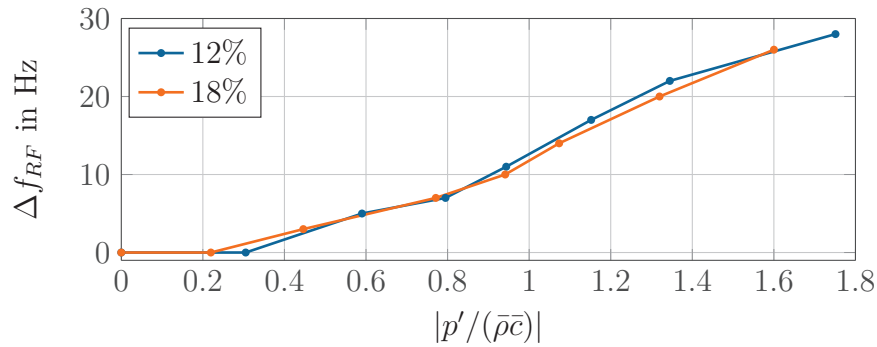


Abbildung 4.44.: Einfluss der Lochblech-Porosität auf die Resonanzfrequenz-Verschiebung der mit $0.32 \frac{g}{s}$ gespülten Dämpfer bei Heißgaseintritt in Abhängigkeit der Druckschwankungen an den Resonatoröffnungen.

net. Die resultierende Geschwindigkeitsamplitude ist demzufolge auf den Resonatorquerschnitt bezogen, der für beide betrachteten Dämpfer gleich ist. Zu beachten gilt in dem Zusammenhang jedoch, dass die verglichenen Resonatorkonfigurationen in Bezug auf eine äußere Druckfluktuation unterschiedlich stark akustisch angeregt werden. Unter Verwendung der Definition der Impedanz nach Gl. 4.27 können die (umgerechneten) Geschwindigkeitsfluktuationen¹² auf eine zugehörige akustische Druckerregung (bezogen auf die Feldimpedanz) zurückgeführt werden, wie in Abb. 4.44 dargestellt. Demnach ergibt sich in Abhängigkeit gleicher Druckfluktuationsamplituden an der Öffnung der Resonatoren eine fast äquivalente Verschiebung der akustischen Eigenschaften der analysierten Dämpfer. Es zeigt sich somit, dass die Porosität der Lochbleche einen Einfluss auf die Dämpfungscharakteristik hat, wie in Abb. 4.33 und Abb. 4.34 veranschaulicht. Allerdings ergibt sich in Bezug auf das Eindringen von Heißgas ein vergleichbares Verhalten.

¹²Unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsamplituden-abhängigen Verschiebung der jeweiligen Dämpfer-Impedanz.

4.5. Brennkammer-Austrittsdüsen

Eine weitere, für die Akustik bedeutsame Komponente von Gasturbinenbrennkammern ist der Eintritt in die erste Turbinenstufe, wobei das Abgas stark beschleunigt wird. Anstelle des Turbineneintritts befinden sich am Auslass der Labor-Ringbrennkammer Austrittsdüsen, wie in Abb. 4.1 gezeigt. Die Düsengeometrie ist in Abb. 4.45 dargestellt. Die akustischen Eigenschaften einer der Düsen werden in diesem Abschnitt bei verschiedenen Strömungsbedingungen berechnet und gemessen. Das Ergebnis dieser Untersuchung wurde bereits in [Zahn et al., 2017] publiziert.

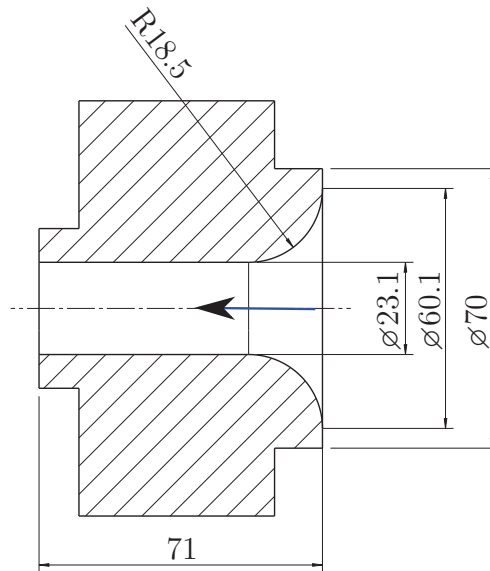


Abbildung 4.45.: Geometrie der Austrittsdüsen.

4.5.1. Messung und Berechnung des Reflexionsfaktors

Zur Messung des Reflexionsfaktors der Austrittsdüse bei Umgebungsbedingungen für verschiedene Mach-Zahlen im Düsenhals wird der in Abb. 4.15 gezeigte Prüfstandsaufbau¹³ und die gleiche Methodik wie zur Charakterisierung der akustischen Resonatoren in coaxialer Einbaulage (Abschnitt 4.3.4) verwendet. Durch Variation der Hauptmassenströme im Teststand

¹³ohne Rohrelement mit radialen Bohrungen

können unterschiedliche Strömungszustände im Hals der Austrittsdüse erzeugt werden.

Der Reflexionsfaktor der Austrittsdüse wird des Weiteren durch gekoppelte CFD/CAA-Simulationen ermittelt. Hierzu wird wieder die im Rahmen der Drallbrenner-Untersuchung (Kap. 4.2) beschriebene RANS/LNSE Methodik genutzt. Aufgrund der Rotationssymmetrie beschränkt sich die numerische Untersuchung unter Verwendung periodischer Randbedingungen auf eine zweidimensionale Systembetrachtung, was den Rechenaufwand signifikant reduziert. Aus diesem Grund werden die linearisierten Erhaltungsgleichungen in zylindrischen Koordinaten formuliert¹⁴. Das betrachtete Rechengebiet ist in Abb. 4.46 dargestellt. Dieses umfasst die Düse sowie angrenzende Bereiche der Umgebung und einen Abschnitt des Messsegments des Prüfstands. Am Ein- und Auslass werden nicht-reflektierende Randbe-

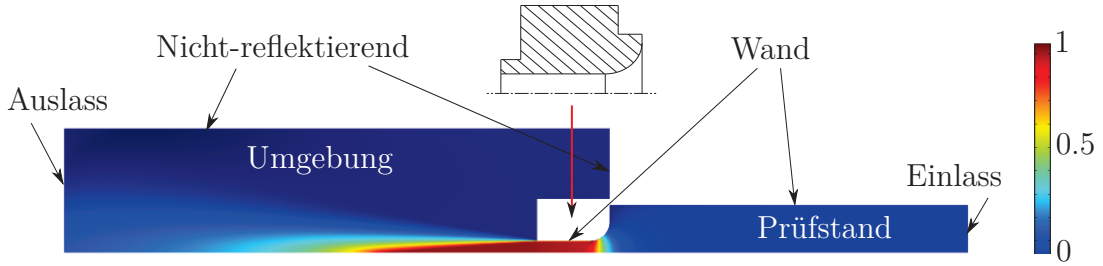


Abbildung 4.46.: Rechengebiet und mittleres (normiertes) Geschwindigkeitsfeld.

dingungen genutzt. Gemäß Tab. 2.1 gilt für die spezifische Impedanz:

$$z = \frac{\hat{p}}{\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma \bar{\rho} \bar{c}} = 1. \quad (4.33)$$

Wie im Rahmen der Drallbrenner-Untersuchung wird der Einfluss akustischer Grenzschichten vernachlässigt. Demnach ist keine Netzverfeinerung in Wandnähe erforderlich und für die Wandrandbedingungen („slip wall“) gilt:

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0. \quad (4.34)$$

¹⁴Hierzu werden die Operatoren $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial r} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \Theta} \quad \frac{\partial f}{\partial z} \right)^T_{r,\Theta,z}$ und $\nabla \cdot \mathbf{f} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r f_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial f_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{\partial f_z}{\partial z} \right)_{r,\Theta,z}$ verwendet. Durch die zweidimensionale Betrachtungsweise ergibt sich: $\frac{\partial}{\partial \Theta} = 0$ und $v_\Theta = 0$.

Für jeden betrachteten Strömungszustand wird ein statistisch stationäres Grundströmungsfeld im zweidimensionalen Rechenggebiet (Abb. 4.46) mittels des Finite-Volumen-Lösers CFX [Ansys, 2014] unter Verwendung eines SST-RANS Modells berechnet. Die aeroakustischen Berechnungen werden auf einem aus ca. 40000 Tetraederelementen bestehenden unstrukturier-ten Netz durchgeführt. Das Gitter ist am Auslass der Düse in Bereichen starker mittlerer Strömungsgradienten verfeinert. Wieder wird der direkte Löser MUMPS (Multifrontal Massively Parallel Sparse) der kommerziellen FEM Software [Comsol, 2014] zur Lösung der diskreten Finite-Elemente-Formulierung der (zweidimensionalen) LNSE im Frequenzbereich unter Ver-wendung linearer Formfunktionen eingesetzt.

Zur akustischen Anregung in den Simulationen wird, wie bereits in Kap. 4.2 beschrieben, eine räumlich begrenzte Volumenkraft (Gl. 4.10) strom-auf der Düse verwendet. Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors bezüglich der Düsen-Eintrittsebene, wie in den Experimenten (Kap. 4.3.4), werden basierend auf den resultierenden CAA-Druckfeldlösungen die Riemann-Invarianten im Abschnitt des Messsegments ermittelt. Nach Validierung der numerischen Ergebnisse ermöglicht die RANS/LNSE Methodik die Vorher-sage der akustischen Düseneigenschaften bei Abgastemperaturen für ver-schiedene Mach-Zahlen im Hals, wie im Folgenden gezeigt wird.

4.5.2. Validierung analytisch und numerisch berechneter Reflexionsfaktoren

Die Charakteristik der Austrittsdüse ergibt sich nach [Bechert, 1980] aus dem Zusammenwirken der kontinuierlichen Flächenverengung am Übergang zum Düsenhals und der Halsöffnung, die ein offenes Rohrende darstellt.

4.5.2.1. Analytische Lösung

[Marble und Candel, 1977] leiteten einen analytischen Ausdruck zur Cha-rakterisierung des Reflexionsfaktors einer kontinuierlichen Flächenveren-gung her, durch die eine Grundströmung beschleunigt wird. In diesem Kon-

text wird die Düse als akustisch kompakt (Kap. 2.2) angenommen, d. h. die betrachteten Wellenlängen sind im Vergleich zur Düsenlänge deutlich größer. Demzufolge stellt die Flächenkontraktion der Düse für die akustische Wellenausbreitung eine Diskontinuität dar. Der analytische Ausdruck nach [Marble und Candel, 1977] ist unter der Annahme adiabater und verlustfreier Bedingungen ohne akustische Grenzschichtverluste und instationäre Wirbelbildung in der Flächenkontraktion, in Abhängigkeit der Mach-Zahl M_1 der Grundströmung vor der Querschnittsverengung und M_2 danach formuliert. Erweitert für unterkritische Strömungsbedingungen in der Düse und unter Berücksichtigung eines offenen Endes nach der Querschnittsverengung mit $R = -1$ (Tab. 2.1 und Kap. 3.5.1) ergibt sich nach [Lamarque und Poinso, 2008] für den Reflexionsfaktor folgender Ausdruck¹⁵:

$$R = \frac{M_1 + 1}{M_1 - 1} \frac{(M_1 - M_2)(M_2 + 1)(1 - 0.5(\kappa - 1)M_1M_2) + (M_1 + M_2)(M_2 - 1)(1 + 0.5(\kappa - 1)M_1M_2)}{(M_1 + M_2)(M_2 + 1)(1 + 0.5(\kappa - 1)M_1M_2) + (M_1 - M_2)(M_2 - 1)(1 - 0.5(\kappa - 1)M_1M_2)}. \quad (4.35)$$

Im Falle einer blockierten Düsenströmung ($M = 1$ im engsten Querschnitt) vereinfacht sich nach [Marble und Candel, 1977] Gl. 4.35 zu

$$R = \frac{1 - 0.5(\kappa - 1)}{1 + 0.5(\kappa - 1)} \quad (4.36)$$

und ist somit ohne Abhängigkeit von der Mach-Zahl M_2 nach der Flächenverengung. Das bedeutet, die Düse ist stromabseitig entkoppelt, da sich die akustische Information bei einer kritischen Durchströmung des engsten Querschnitts nicht mehr stromaufwärts ausbreiten kann.

Anzumerken ist, dass wegen der Annahme akustischer Kompaktheit Gl. 4.35 und Gl. 4.36 reellwertig sind. Demzufolge sind die entsprechenden analytischen Ausdrücke nur bei kleinen Frequenzen bzw. großen Wellenlängen gültig. Erweiterte analytische Ansätze, beispielsweise nach [Stow et al., 2002], [Morgans und Goh, 2011] und [Duran und Moreau, 2013] sind auch bei akustisch nicht-kompakten Düsen anwendbar. Die exakte Charakterisierung des Reflexionsfaktors von Düsen setzt bei unterkritischen Strömungsbedingungen allerdings weiterhin die Kenntnis der korrekten akustischen Randbedingungen am Ende der Querschnittsverengung voraus.

¹⁵bei Vernachlässigung von Entropiewellen

4.5.2.2. Experimentelle und berechnete Ergebnisse

Die aus den RANS/LNSE-Simulationen und Experimenten ermittelten Reflexionsfaktoren der Austrittsdüse sind in Abb. 4.47 abhängig von den Mach-Zahlen $M \approx 0$, $M = 0.2$, $M = 0.4$, $M = 0.6$, $M = 0.8$ und $M = 1$ im Düsenhals dargestellt. Aus dem Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse für Umgebungsbedingungen ($T=298\text{K}$) zeigt sich im betrachteten Frequenzbereich eine sehr gute Übereinstimmung bei allen untersuchten Strömungszuständen. Der nach Gl. 4.35 definierte analytische Ausdruck zur Charakterisierung des Reflexionsfaktors wurde in Abhängigkeit der Mach-Zahl M_1 der Grundströmung im Abschnitt des Messsegmentes und M_2 im Düsenhals ausgewertet und ebenfalls in Abb. 4.47 dargestellt. Demnach verhält sich die Düse, unter der zugrunde liegenden Annahme, dass die akustischen Eigenschaften an der Halsöffnung durch $R = -1$ beschrieben sind, entsprechend einer starren/schallharten Wand ($R = 1$) für alle analysierten Strömungsbedingungen.

Der Reflexionsfaktor bei Umgebungsbedingungen für $M = 1$ im Düsenhals wird zuerst analysiert: Wie im Kontext von Gl. 4.36 diskutiert, ist die Querschnittsverengung der Düse bei kritischer Durchströmung stromabseitig entkoppelt, da sich die akustische Information nicht mehr stromaufwärts ausbreiten kann. Somit hat das akustische Verhalten an der Halsöffnung keinen Effekt auf die Düsen-Charakteristik und demzufolge resultiert eine gute Übereinstimmung zwischen der analytischen Lösung und dem Experiment bzw. der Numerik. Mit abnehmender Mach-Zahl ergeben sich jedoch im niedrigen Frequenzbereich erhebliche Abweichungen zwischen dem analytischen Ausdruck und den numerischen bzw. experimentellen Ergebnissen. Anhand des Verlaufs der Amplitude des Reflexionsfaktors in Abb. 4.47 (linke Spalte) zeigt sich eine deutliche Schallabsorption, die vornehmlich bei niedrigen Frequenzen und insbesondere bei kleinen Mach-Zahlen auftritt. Dabei ergibt sich eine erkennbare Phasenverschiebung, die mit steigender Mach-Zahl wieder abnimmt.

Bei unterkritischen Strömungsbedingungen ist die Querschnittsverengung der Düse nicht mehr stromabseitig entkoppelt und somit hat das akustische Verhalten an der Halsöffnung Einfluss auf den Reflexionsfaktor der

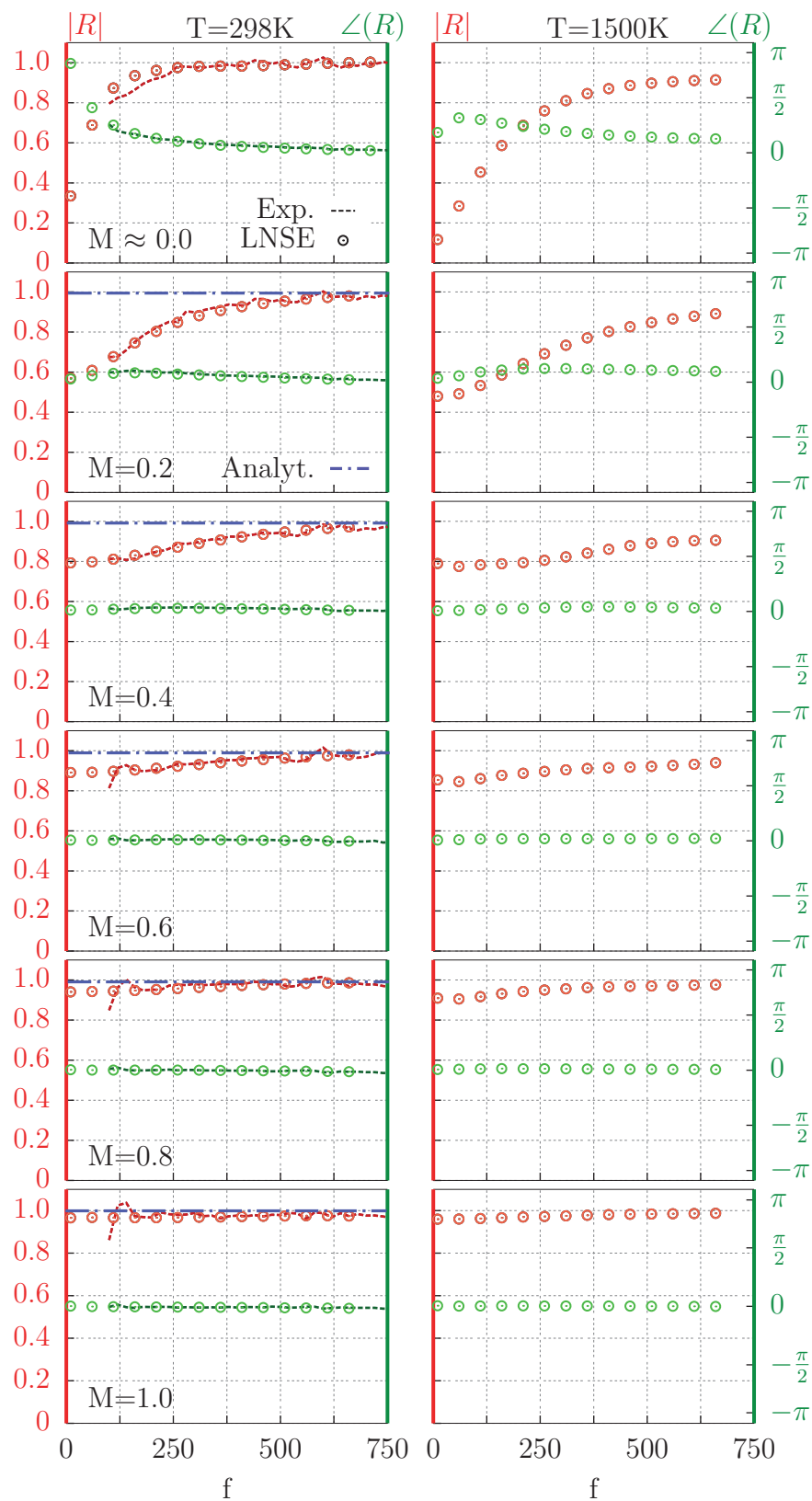


Abbildung 4.47.: Düsen-Reflexionsfaktoren für $T=298K$ und $T=1500K$.

Austrittsdüse. Das offene Ende nach der Querschnittsverengung stellt nach [Bechert, 1980] das zweite grundlegende Element der Düse dar und wird deshalb im Weiteren zur Analyse der auftretenden niederfrequenten Absorptionseigenschaften genauer untersucht.

Wie in Kap. 3.5.1 bereits thematisiert und zur Herleitung von Gl. 4.35 verwendet, können die akustischen Eigenschaften an einem undurchströmten offenen Ende im Rahmen der linearen Akustik, d. h. $v' \ll \bar{c}$ und $Sr = \frac{\omega D}{v'} \gg 1$, unter der Annahme kleiner Helmholtz Zahlen ($k \frac{D}{2}$) durch eine schallweiche Randbedingung $R = -1$ beschrieben werden. Demnach wird die gesamte akustische Energie einer einlaufenden Welle mit einer Phasenverschiebung am offenen Ende reflektiert und nichts an die Umgebung transmittiert. Diese approximierte Beschreibung vernachlässigt allerdings die akustische Abstrahlung an die Umgebung. Gl. 3.26 berücksichtigt hingegen die bei hohen Frequenzen auftretenden akustischen Verluste infolge der Abstrahlung bzw. Transmission akustischer Energie über das offene Ende. Dieser Effekt kann jedoch nicht die in Abb. 4.47 beobachtete Schallabsorption bei niedrigen Frequenzen erklären.

Aus den RANS/LNSE-Ergebnissen im Rahmen der Drallbrenner-Untersuchung (s. Abschnitt 4.2) konnte schlussgefolgert werden, dass es aufgrund der Wechselwirkung akustischer Fluktuationen mit Grundströmungsinhomogenitäten zur Übertragung von akustischer Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen kommt. Somit ergeben sich akustische Verluste auch unter isentropen Bedingungen. Dieser durch lineare Modenkopplung verursachte Verlustmechanismus wird anhand der Quellterme der linearisierten Wirbelstärke-Transportgleichung (Gl. 3.13) beschrieben, wie in Kap. 4.2 dargestellt. Die resultierenden Quellgebiete fluktuierender Wirbelstärke konnten an den Kanten der Flächensprünge und innerhalb der Scherschichten der mittleren (Drall)-Strömung lokalisiert werden. Vergleichbare Quellgebiete ergeben sich ebenfalls im Bereich der Öffnung des Halses, an der es zur Ablösung der mittleren Düsenströmung kommt, wie in Abb. 4.46 exemplarisch durch das mittlere Geschwindigkeitsfeld veranschaulicht. Wirbelstärkefluktuationen werden infolge der Grundströmung von ihrem Entstehungsort weg transportiert. Dieser konvektive Prozess zeigt sich wiederum in den resultierenden CAA-Feldlösungen der Geschwindigkeitsfluk-

tuationen, dargestellt in Abb. 4.48. Wie in Kap. 4.2 diskutiert, weist der Transport wirbelbehafteter Geschwindigkeitsschwankungen denselben konvektiven Charakter auf wie der von Wirbelstärkefluktuationen, durch die sie lokal induziert werden. Analog zu Abb. 4.7 wird dies durch kleinskalige Strukturen (mit kurzer konvektiver Wellenlänge) in Abb. 4.48 veranschaulicht, die sich von der Kante der Halsöffnung entlang der Scherschichten des resultierenden Freistrahls (schwarze Konturlinien) ausbreiten.

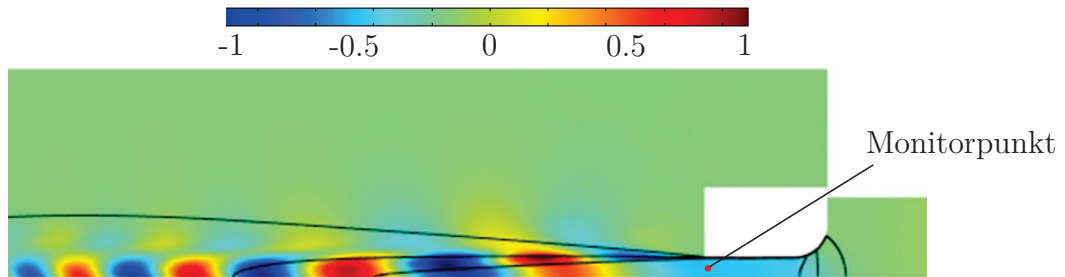


Abbildung 4.48.: Normiertes CAA Geschwindigkeitsfeld (Realteil) mit Konturlinien der mittleren Strömungsgeschwindigkeit.

Demzufolge wird akustische Energie einer stromaufseitig in die Düse einlaufenden Welle infolge linearer Modenkopplung an der Kante der Halsöffnung auf fluktuierende Wirbelstrukturen übertragen. Der reflektierte Anteil der akustischen Energie verkleinert sich demnach. Dies manifestiert sich als akustische Absorption im Reflexionsfaktor der Austrittsdüse, vgl. Abb. 4.47. An einem Monitorpunkt im Düsenhals nahe des Austritts (vgl. Abb. 4.48) werden nachfolgend die axialen Geschwindigkeitsfluktuationen aus den CAA Felddaten bestimmt. Der sich ergebende Verlauf der entsprechenden Geschwindigkeitsamplituden $|v'_{ax}|$ ist in Abb. 4.49 in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt. Es zeigt sich, dass die Intensität der axialen Geschwindigkeitsschwankungen bei niedrigeren Frequenzen zunimmt. Fluktuationen größerer Amplitude bewirken eine stärkere Modenkopplung. Dies verursacht demzufolge erhöhte akustische Verluste bei kleineren Frequenzen, wie sich in Abb. 4.47 anhand des Verlaufs der Reflexionsfaktor-Amplituden zeigt. Alternativ kann am Monitorpunkt die akustische Strouhal-Zahl $Sr = \frac{\omega D}{|v'_{ax}|}$ (mit dem Düsenhalsdurchmesser D) für $M \approx 0$ ermittelt werden. Hieraus resultiert der ebenfalls in Abb. 4.49 aufgezeigte Verlauf. Demnach ergibt sich

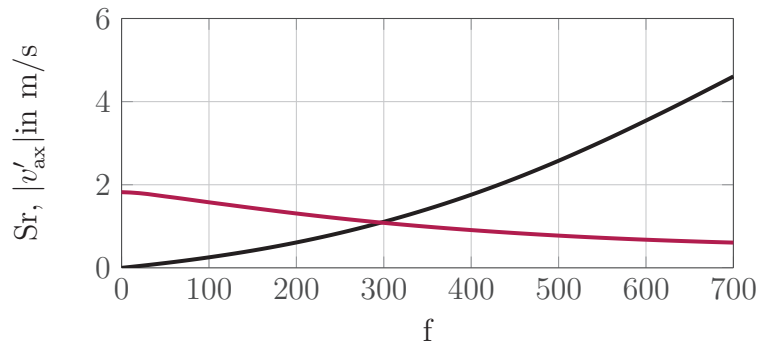


Abbildung 4.49.: Akustische Strouhal-Zahl Sr (—) und Amplitude der axialen Geschwindigkeitsfluktuationen $|v'_{ax}|$ (—) am Monitorpunkt im Düsenhals.

mit sinkender Frequenz eine Verkleinerung von Sr . Nach Gl. 3.25 und Abb. 3.4 entsprechen kleine akustische Strouhal-Zahlen aber großen akustischen Verlusten und umgekehrt.

In Abb. 4.47 (linke Spalte) wurde anhand der Validierung mit experimentellen Ergebnissen gezeigt, dass der Reflexionsfaktor der Austrittsdüse bei Umgebungsbedingungen für verschiedene Mach-Zahlen im Düsenhals mittels der RANS/LNSE-Methodik präzise bestimmt werden kann. Dies erlaubt, die akustischen Düseneigenschaften bei Abgastemperaturen von 1500K und gleicher Mach-Zahlen im Hals zu ermitteln. Abb. 4.47 (rechte Spalte) zeigt, dass sich eine vergleichbare Charakteristik des Reflexionsfaktors wie im Falle der Untersuchung bei Umgebungsbedingungen ergibt. Demnach findet vor allem bei niedrigen Frequenzen und insbesondere bei kleinen Mach-Zahlen eine deutliche Schallabsorption statt.

Im FEM-Modell der Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) werden die Düsen als lokale Randbedingung berücksichtigt und durch ihre Impedanz in der Eintrittsebene abhängig von den Betriebsbedingungen beschrieben.

4.6. Flammendynamik

4.6.1. Schallerzeugung durch zeitliche Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate in Flammen

Bisher wurden physikalische Prozesse analysiert, die akustische Verluste in den untersuchten Systemkomponenten der Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) verursachen. Dem thermoakustischen System wird jedoch ebenso akustische Energie zugeführt. In Brennkammern wird u.a. durch verschiedene aeroakustische Mechanismen akustische Energie bzw. Schall erzeugt. Die dominierende Schallquelle resultiert allerdings aus der zeitlich fluktuierenden Wärmefreisetzungsrate. Dies führt lokal zu einer schwankenden Volumenexpansion über die Flammenfront und folglich zu Volumenstromfluktuationen, was Schall erzeugt. Periodisch pulsierende Volumenstromschwankungen werden in der Aeroakustik als akustischer “Monopol“ bezeichnet, s. [Ehrenfried, 2004]. Wegen des Monopol-Charakters der Schallquelle dominiert diese gegenüber anderen akustischen Quellen mit Dipol- oder Quadrupol-Charakter und demnach geringerer Intensität, wie beispielsweise Wirbelschall hydrodynamischer kohärenter Wirbelstrukturen und breitbandiger Strömungslärm, der aus der turbulenten Energiekaskade resultiert, vgl. [Rienstra und Hirschberg, 2004] und [Dowling und Ffowcs Williams, 1983].

Basierend auf einer (globalen) energetischen Bilanzierung kann die Wärmefreisetzungsrate $\dot{Q}$ einer Flamme bei gegebenem Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_B$ und unter Verwendung des (unteren) Heizwerts H_u wie folgt ermittelt werden¹⁶:

$$\dot{Q} = \dot{m}_B \cdot H_u. \quad (4.37)$$

Für vorgemischte Flammen mit deflagrativer Flammenausbreitung lässt sich $\dot{m}_B$ durch die Dichte des Reaktanden-Gemischs ρ_{Reak} , die Luftzahl λ , die Oberfläche A_F der Flammenfront sowie die Flammengeschwindigkeit s_F relativ zur Geschwindigkeit der Reaktanden ausdrücken. Damit kann Gl. 4.37

¹⁶bei vollständiger chemischer Umsetzung des Brennstoffs

nach [Freitag, 2009] wie folgt linearisiert werden:

$$\frac{\dot{Q}'}{\bar{\dot{Q}}} = \frac{\rho'_{Reak}}{\bar{\rho}_{Reak}} + \frac{A'_F}{\bar{A}_F} + \frac{s'_F}{\bar{s}_F} - \frac{\lambda'}{\bar{\lambda}}. \quad (4.38)$$

Akustische Dichtefluktuationen, die isentrop an akustische Druckpulsationen gekoppelt sind, lassen sich bei kleinen Mach-Zahlen der Grundströmung i.d.R. vernachlässigen, vgl. [Schuermans et al., 2004]. Bei perfekter Vormischung ergeben sich darüberhinaus keine Schwankungen der Luftzahl, d. h. $\lambda' = 0$. Unter diesen Bedingungen resultieren Fluktuationen der Wärme-freisetzungsrates $\dot{Q}'$ entweder aus einer Modulation der Oberfläche A_F der Flammenfront oder aus Schwankungen der Flammengeschwindigkeit.

Die Verbrennung in der Labor-Ringbrennkammer findet in einem Ensemble statistisch verteilter Wirbel unterschiedlicher Größe statt, die sich in der voll-turbulenten Grundströmung auf Grund der Energiekaskade [Pope, 2000] ergeben. Die Interaktion der Flammen mit den turbulenten wirbelbehafteten Geschwindigkeitsfluktuationen erzeugt eine zufällige Faltung und Krümmung sowie Streckung der Flammenfront¹⁷. Dies bedingt eine statistische räumlich-zeitliche Dynamik der Flammenoberfläche und kann zur Modulation der Flammengeschwindigkeit führen [Poinsot und Veynante, 2005]. Beide Effekte verursachen nach Gl. 4.38 zeitliche Schwankungen der Wärme-freisetzungsrates, was folglich Schall erzeugt. Anzumerken ist, dass die sich aus der breitbandigen, stochastischen Flammenanregung ergebende spektrale Verteilung der Wärmefreisetzungsfuktuationen die Charakteristik des (breitbandigen) Lärmspektrums bei turbulenter Verbrennung fundamental beeinflusst, s. [Dowling, 1992].

Wie in Abschnitt 4.7 noch diskutiert wird, werden Verbrennungsinstabilitäten durch die konstruktive Interaktion/Rückkopplung zwischen der Brennkammer-Akustik und der akustisch modulierten Flammendynamik hervorgerufen. Die von der Akustik verursachte Dynamik der Flammenfront führt zu periodischen Schwankungen der Wärmefreisetzungsrates, was im Gegensatz zum breitbandigen Verbrennungslärm deterministische akustische Schwingungen erzeugt.

¹⁷Falls die Damköhler-Zahl $Da > 1$.

4.6.2. Physikalische Prozesse der akustisch induzierten Flammendynamik

Die physikalischen Mechanismen, die zu akustisch erzeugter Flammenanregung führen, sind u.a. wesentlich abhängig von dem verwendeten Verbrennungsverfahren sowie des Brennstoffs (vgl. [Culick, 2006] und [Lieuwen, 2012]), von dem Schwingungstyp der akustischen Anregung, vom Brennerdesign, als auch den Betriebsbedingungen. Nachfolgend wird die Flammendynamik der in Kap. 4.2 beschriebenen drallstabilisierten Erdgas-Vormischbrenner analysiert.

Die Dynamik akustisch angeregter, drallstabiler, vorgemischter Flammen wurde bereits in vielen experimentellen und numerischen Studien untersucht. Zur Analyse der Drallflammen der Labor-Ringbrennkammer werden die experimentellen Ergebnisse von [Schimek et al., 2015] diskutiert, die ein vergleichbares Brennerdesign wie in Kap. 4.2 betrachteten. Um die lokale Wärmefreisetzungsrate der harmonisch angeregten perfekt-vorgemischten Drallflamme sowie das zugehörige Strömungsfeld hinsichtlich eines akustischen Zyklus darzustellen, wurden Phasen-aufgelöste PIV und OH*-Chemilumineszenz Aufnahmen (Schnittdarstellungen der axialsymmetrischen Flammenstruktur) genutzt. Dies ist in Abb. 4.50 veranschaulicht. Die rote Konturlinie charakterisiert dabei die Lage der “inneren Scherschicht” der Drallströmung zu verschiedenen Phasenwinkeln des Schwingungszyklus, an der sich eine Flammenfront aufgrund der geringen Strömungsgeschwindigkeiten stabilisieren kann. Die Dynamik der gezeigten Konturlinie beschreibt deshalb die Modulation/Faltung der Flammenoberfläche, die nach Gl. 4.38 zeitliche Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrate bewirkt. Anzumerken ist, dass es bei hohen Anregungsfrequenzen zu starker Faltung und demzufolge zur Krümmung sowie Streckung der Flammenfront kommt [Preetham et al., 2008]. Dies kann zu einer zusätzlichen Modulation der Flammengeschwindigkeit und somit ebenfalls der Wärmefreisetzungsrate führen, s. Gl. 4.38.

Abb. 4.50 (links) zeigt die resultierende Dynamik für drei Phasenwinkel des akustischen Zyklus bei harmonischer Anregung mit niedriger Frequenz und bei geringer Erregeramplitude. Deshalb wird von linearer Flammendy-

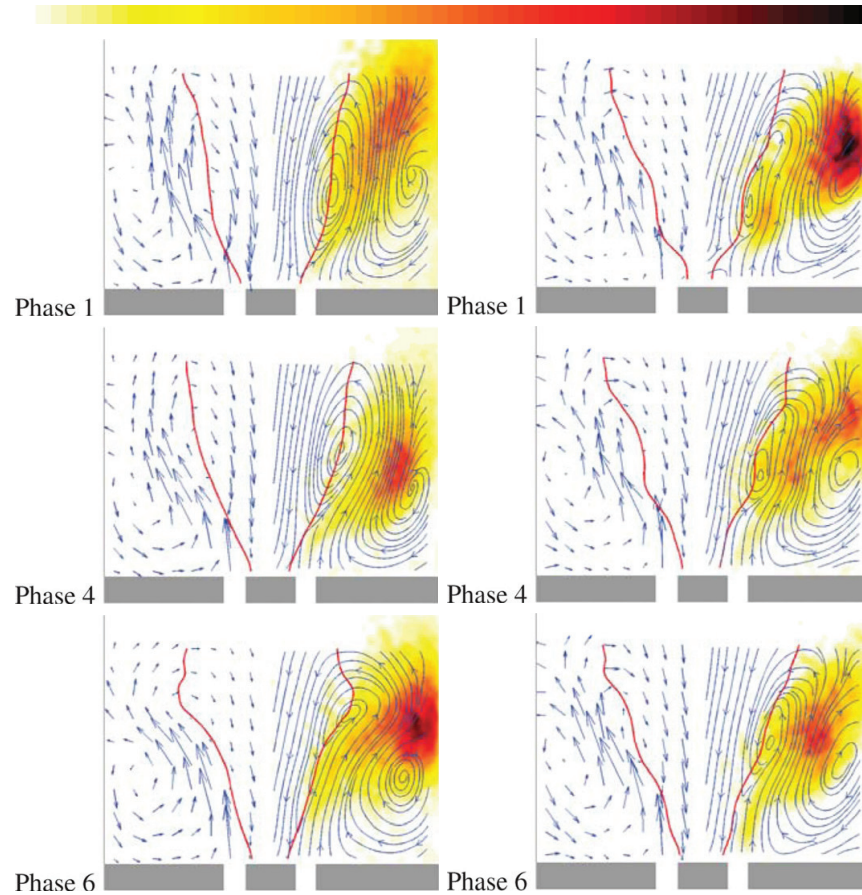


Abbildung 4.50.: Dynamik der “inneren Scherschicht” (rote Konturlinie) einer Drallflamme bei harmonischer Anregung mit niedriger (links) und höherer Erregerfrequenz (rechts) [Schimek et al., 2015].

namik ausgegangen. Analog sind die Ergebnisse bei höherer Erregerfrequenz und wiederum geringer Anregungsamplitude in Abb. 4.50 (rechts) dargestellt. Beim Vergleich der beiden betrachteten Fälle zeigen sich zunächst bei der Anregung mit niedriger Frequenz starke Schwankungen des Öffnungswinkels der Drallströmung, die sich konvektiv stromab ausbreiten. Wie von [Hirsch et al., 2005] und [Palies et al., 2010] gezeigt, ergibt sich dies infolge einer akustisch induzierten Modulation der Drallzahl. Dieser Mechanismus ist eng verbunden mit dem Wirbelaufplatzen der Drallströmung und der dabei entstehenden Rezirkulationsblase mit Staupunkt sowie der Sensitivität dieser hydrodynamischen Instabilität auf die Drallzahl, vgl. z.B. [Lieuwen,

2012]. Demzufolge kommt es zur Modulation der inneren Scherschicht und der dort stabilisierten Flammenfront.

Im Gegensatz dazu ergeben sich bei höherer Erregerfrequenz keine signifikanten Schwankungen des Öffnungswinkels der Drallströmung. Allerdings zeigt sich beim Vergleich der Stromliniendarstellungen für die verschiedenen Phasenwinkel, dass Wirbelstrukturen entlang der inneren Scherschicht in Strömungsrichtung konvektiert werden. Die Wirbel-induzierten Geschwindigkeitsfluktuationen normal zur Scherschicht (vgl. Pfeilrichtung der Stromlinien) verursachen eine Faltung der inneren Scherschicht sowie der dort stabilisierten Flammenfront. Dies bewirkt harmonische Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate unter Erzeugung deterministischer akustischer Schwingungen. Die beobachtete periodische Wirbelbildung in Abb. 4.50 (rechts) ergibt sich aufgrund der Wechselwirkung akustischer Fluktuationen mit Grundströmungsinhomogenitäten, wie in Kap. 4.2 gezeigt. Dabei kommt es zur Übertragung von akustischer Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen. Aus der numerischen Drallbrenner-Untersuchung in Kap. 4.2 resultierte des Weiteren, dass nahe des Drallbrenneraustritts wirbelbehaftete gegenüber akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen dominieren. Das bestätigt die generelle Annahme, dass der direkte Einfluss akustischer Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Modulation der Flammenfront sehr gering ist. Vielmehr erzeugt die Brennkammer-Akustik nur indirekt Fluktuationen der Flammenoberfläche und somit der Wärmefreisetzungsrate.

Analog zur inneren Scherschicht, die sich zwischen der Rezirkulationsblase und der aufgeplatzten ringförmigen Drallströmung ausbildet, ergibt sich dementsprechend eine äußere Scherschicht zwischen der Drallströmung und der äußeren Rezirkulationszone (Abb. 4.50). Dort kann sich gleichermaßen eine Flammenfront stabilisieren, sofern keine Wärmeverluste an der Wand und/oder Flammenstreckung [Klarmann et al., 2016] zum Flammenlöschen führen. Diese kann akustisch moduliert ebenfalls Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrate hervorrufen.

4.6.3. Experimentelle Bestimmung der Flammendynamik

Um die Dynamik der Vormischflammen der Labor-Ringbrennkammer zu bestimmen, wird das Konzept der Flammen-Transfer-Funktion (FTF) genutzt, s. z.B. [Freitag, 2009]. Diese beschreibt die lineare Beziehung zwischen axialen akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen u' am Austritt des Drallbrenners und den daraus resultierenden globalen Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate $\dot{Q}'$. Die Schwankungsgrößen werden dabei mit den jeweiligen Mittelwerten $\bar{u}$ bzw. $\bar{\dot{Q}}$ normiert. Die Flammen-Transfer-Funktion im Frequenzbereich koppelt die komplexen Amplituden $\hat{u}$ und $\hat{\dot{Q}}$ gemäß

$$\frac{\hat{\dot{Q}}(\omega)}{\bar{\dot{Q}}} = FTF(\omega) \left(\frac{\hat{u}(\omega)}{\bar{u}} \right) \quad (4.39)$$

miteinander.

Der in Kap. 4.2 beschriebene atmosphärische Einzelbrennerprüfstand wird auch dazu verwendet, die Flammendynamik bzw. FTF der drallstabilisierten (Erdgas/Luft-) Vormischflammen bei vorgeheiztem Hauptluftmassenstrom und verschiedenen Betriebsbedingungen zu bestimmen. Zur akustischen Anregung werden wiederum die Sirenen eingesetzt. Ein Fenster aus Quarzglas in der Brennkammer (s. Abb. 4.4) ermöglicht den optischen Zugang zur Flamme. Unter Verwendung eines optischen OH-Bandpassfilters, der nur das Lichtspektrum in einem Band von 10nm um die Wellenlänge 308nm transmittiert, wird durch einen Photomultiplier die Dynamik der globalen Chemilumineszenz-Intensität angeregter OH^* -Radikale der akustisch modulierten Flamme gemessen. Die resultierende fluktuierende Intensität der Flammenemissionen ist bei perfekt vorgemischter Verbrennung nach [Price et al., 1969] und [Lauer, 2011] linear proportional zu den periodischen Schwankungen der globalen Wärmefreisetzungsrate $\dot{Q}'$ der Flamme. Die anhand der Sirenenanregung erzeugten akustischen Geschwindigkeitsfluktuationen u' am Austritt des Drallbrenners werden unter Verwendung der Multi-Mikrofon-Methode (vgl. Kap. 4.2) ermittelt. Demnach kann schließlich die FTF nach Gl. 4.39 bestimmt werden.

Im Folgenden wird exemplarisch der Verbrennungsprozess eines perfekt-vorgemischten Erdgas-Luft-Gemischs bei einer Luftzahl $\lambda = 1.6$ und einer

Leistung von $\dot{Q} = 50kW$ im Einzelbrennerprüfstand betrachtet. Die sich hierbei ergebende Flammenstruktur ist in Abb. 4.51 (links) in Form einer zeitlich gemittelten entabelten Aufnahme der OH^* Chemilumineszenz-Verteilung der Flamme gezeigt. Erwartungsgemäß (vgl. Abschnitt 4.6.2) stabilisiert sich die Flamme in den Scherschichten der Drallströmung. Jedoch verursachen Wärmeverluste an den Brennkammerwänden Flammenlöschen in der äußeren Scherschicht, weshalb sich annähernd eine V-förmige Flammenstruktur ergibt. Abb. 4.51 (rechts) zeigt ein Bodediagramm der FTF.

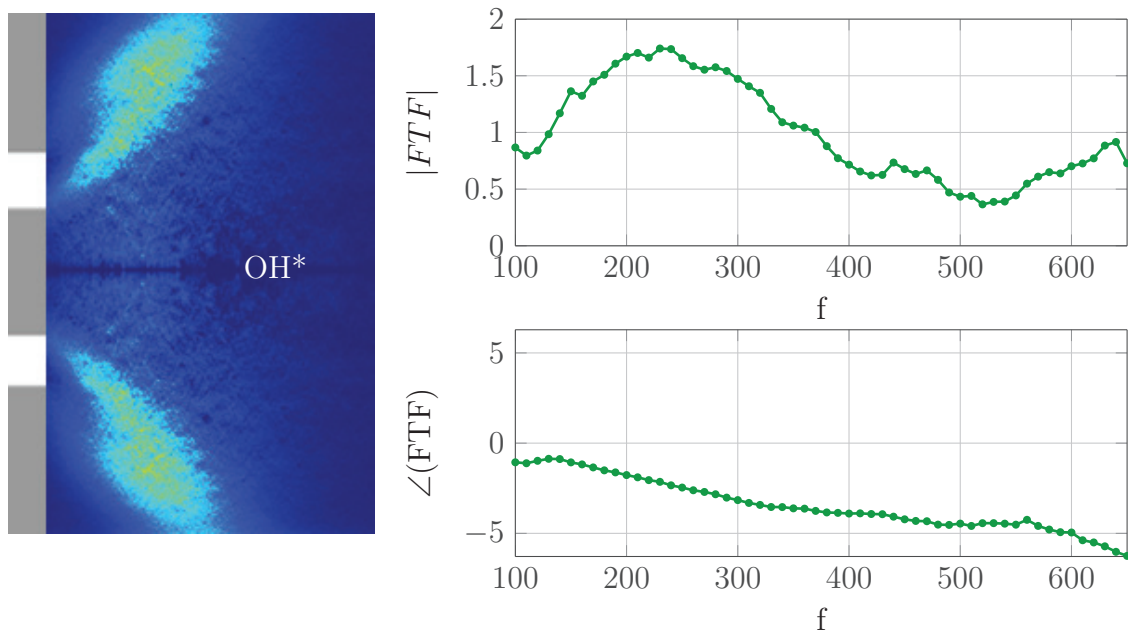


Abbildung 4.51.: Zeitlich gemittelte Verteilung der OH^* Chemilumineszenz und experimentell bestimmte FTF ($\dot{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.6$).

Die FTF-Phase nimmt darin mit zunehmender Frequenz ab. Wie in Abschnitt 4.6.2 besprochen, erzeugt die Brennkammer-Akustik Fluktuationen der Flammenoberfläche und somit der Wärmefreisetzungsrate. Aufgrund des konvektiven Charakters der zugrunde liegenden physikalischen Prozesse ergibt sich ein zeitlicher Verzug zwischen der akustischen Anregung und der sich ergebenden Schwankungen der Wärmefreisetzung. Dieser Zeitverzug manifestiert sich im beschriebenen Verlauf der Phase [Freitag, 2009]. Die jeweils von verschiedenen physikalischen Mechanismen erzeugten peri-

odischen (globalen) Wärmefreisetzungsfluktuationen können des Weiteren einen relativen Phasenverzug zueinander aufweisen. Demzufolge kommt es zu einer konstruktiven oder destruktiven Interferenz. Dies verursacht schlussendlich die charakteristischen Maxima und Minima im Amplitudenverlauf der FTF.

In Abschnitt 4.6.2 wurde beschrieben, dass Wirbel-induzierte Geschwindigkeitsfluktuationen eine Faltung der Flammenoberfläche verursachen können, sofern die konvektive Wellenlänge der Wirbelstrukturen (vgl. Kap. 4.2) kleiner als die Flammenlänge ist. Dies erzeugt lokal sowohl eine Abnahme als auch eine Zunahme der Wärmefreisetzungsrate. Aus einer globalen Betrachtungsweise resultiert daraus jedoch ein destruktives Zusammenwirken, woraus sich das charakteristische Tiefpass-Verhalten der Dynamik von Drallflammen ergibt, d. h. die Abnahme der FTF-Amplitude bei hohen Anregungsfrequenzen, wie in Abb. 4.51 (rechts) gezeigt.

4.6.4. Berücksichtigung der Flammendynamik im Ringbrennkammer-Modell

Analog zur Brenner-Transfermatrix (BTM) Gl. 4.9 kann eine Flammen-Transfermatrix (FTM) bestimmt werden, die das akustische Übertragungs- bzw. Transferverhalten einer akustisch kompakten Flamme folgendermaßen beschreibt [Alemela, 2009]:

$$\begin{pmatrix} \frac{\hat{p}}{\rho c} \\ \hat{u} \end{pmatrix}_h = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{T_h}{T_k}} & 0 \\ 0 & 1 + (\frac{T_h}{T_k} - 1)FTF(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\hat{p}}{\rho c} \\ \hat{u} \end{pmatrix}_k. \quad (4.40)$$

Die Indizes k und h bezeichnen stromauf (**k**alt) und stromab (**h**eiß) der Flamme. Gl. 4.40 enthält wiederum die Flammentransfer-Funktion (FTF). Anhand einer Matrix-Multiplikation kann die BTM und FTM zur Brenner-Flammen-Transfermatrix (BFTM) kombiniert werden, die demzufolge die akustischen Eigenschaften der Drallbrenner sowie die Flammendynamik einbezieht: $BFTM = FTM \cdot BTM$. Die BFTM kann ebenfalls in Streumatrix-Darstellungsform (Gl. 2.62) formuliert werden. Basierend darauf wird die akustische Kopplung der beiden FEM-Rechengebiete des

Ringbrennkammer-Modells beschrieben, s. Abb. 4.1. Die physikalische Interpretierbarkeit der Streumatrix-Elemente in Form von Reflexions- und Transmissionsfaktoren, wie im Kontext von Gl. 2.62 diskutiert, ermöglicht eine anschauliche Beschreibung der Interaktion zwischen Plenum und Brennkammer (s. Abschnitt 4.1).

Das FEM-Rechengebiet des Plenums und der Ringbrennkammer können entsprechend der Drallbrenner-Anzahl in zwölf gleichförmige Sektoren unterteilt werden, s. Kap. 7. Durch die segmentweise akustische Kopplung der jeweils gegenüberliegenden Sektoren des Plenums und der Brennkammer kann das charakteristische Übertragungsverhalten der einzelnen Drallbrenner zusammen mit der jeweiligen Dynamik dazugehöriger Flammen über eine individuelle BFTM berücksichtigt werden.

4.6.5. Flammeninteraktion in Mehrbrenner-Anordnungen und der Einfluss transversaler Flammenanregung auf die Flammendynamik

Damit die Dynamik der Ringbrennkammerflammen korrekt anhand der zuvor beschriebenen Einzelbrenner-Experimente charakterisiert werden kann, bedarf es der Berücksichtigung folgender Aspekte: Die Interaktion benachbarter Flammen in der Ringbrennkammer beeinflusst das Strömungsfeld der jeweiligen Drallbrenner. Dieser Effekt muss bei Einzelflammen-Untersuchungen beachtet werden, damit zunächst hydrodynamische Ähnlichkeit zwischen beiden Brennkammertypen gewährleistet ist. Dieses Phänomen wurde bei der Konstruktion der Brennkammer des Einzelbrennerprüfstands auf Grundlage der Analysen von [Fanaca, 2010] berücksichtigt. Demzufolge ist der entsprechende Brennkammer-Querschnitt größer als die effektive (anteilige) Querschnittsfläche eines einzelnen Brenners in der Ringbrennkammer. Des Weiteren wird angenommen, dass die Flammen in der Einzel- und Ringbrennkammer ähnliche Flammenstruktur aufweisen, d. h. näherungsweise V-förmig sind (vgl. Abb. 4.51). Bei der experimentellen Bestimmung der Flammendynamik bzw. FTF im Einzelbrennerprüfstand ergeben sich infolge der Sirenenanregung lediglich akustische Fluktuationen in axialer Richtung, da der betrachtete Frequenzbereich unterhalb der “cut-on“

Frequenz mehrdimensionaler Moden liegt, vgl. Kap. 4.2. Ob dies die Dynamik einer durch Umfangsmoden (d. h. anhand von akustischen Schwankungen in azimuthaler Richtung) angeregten Flamme in der Ringbrennkammer korrekt repräsentiert, wird daher oft in Frage gestellt.

Es wird deshalb zunächst ein Drallbrenner betrachtet, der sich in Umfangsrichtung an der Position eines Druckbauchs der Mode befindet und demnach unbeeinflusst von azimuthalen Geschwindigkeitsfluktuationen ist. In diesem Fall ergibt sich eine der longitudinalen Anregung entsprechenden Dynamik der Flamme, da infolge der resultierenden Druckdifferenz über den Drallbrenner axiale Geschwindigkeitsfluktuationen induziert werden. Dies verursacht u.a. axial-symmetrische periodische Wirbelbildung (Abb. 4.50 (rechts)), wie von [Staffelbach et al., 2009] gezeigt sowie von [O'Connor und Lieuwen, 2011] bestätigt. Somit kommt es wiederum zur Modulation der Flammenfront unter Erzeugung globaler Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate. Gleichmaßen können die induzierten axialen Geschwindigkeitsfluktuationen Drallzahlschwankung nach dem Drallerzeuger im Brenner verursachen.

Befindet sich ein Drallbrenner dagegen an einem Druckknoten der Umfangsmode, werden keine axialen Fluktuationen der Geschwindigkeit induziert und es erfolgt somit auch keine Modulation der Drallzahl. Auftretende azimuthale Geschwindigkeitsfluktuationen an der betrachteten Umfangsposition des Brenners verursachen hingegen dennoch periodische Wirbelbildung helixförmigen Charakters, vgl. z.B. [O'Connor und Lieuwen, 2011]. Es wird jedoch von [Acharya et al., 2014] und [Acharya, 2016] gezeigt, dass sich die dabei erzeugten Wärmefreisetzungsfluktuationen destruktiv überlagern und es schlussendlich zu keinen globalen Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate kommt. Dies resultiert allerdings nur im Falle einer axial-symmetrischen mittleren Flammenstruktur.

[Worth und Dawson, 2013] untersuchten verschiedene Konfigurationen einer Ringbrennkammer mit variierenden Abständen benachbarter Drallflammen. Sie beobachteten das Auftreten nicht axial-symmetrischer Flammenstrukturen ab einem Brenner-Abstand $S_B \leq 1.87D$, wobei D den Durchmesser des Drallbrenner-Austritts beschreibt. Im Fall der betrachteten Ring-

brennkammer (Abb. 4.1) ist der Brenner-Abstand $S_B = 2.6D$. Deshalb werden axial-symmetrische mittlere Flammenstrukturen angenommen, was die Charakterisierung der Dynamik der Ringbrennkammerflammen anhand von axial angeregten Einzelbrenner-Experimenten ermöglicht.

4.6.6. Einfluss des Brennkammer-Betriebsdrucks auf die Flammendynamik

Ein weiterer bei der Bestimmung der Flammendynamik durch Einzelbrenner-Experimente zu beachtender Aspekt ist der unterschiedliche Betriebsdruck in der Einzel- und Ringbrennkammer. Aufgrund der Verwendung von Austrittsdüsen (s. Kap. 4.5) ergibt sich ein erhöhtes mittleres Druckniveau in der Ringbrennkammer im Vergleich zu den atmosphärischen Bedingungen im Einzelbrennerprüfstand. Der Betriebsdruck beeinflusst über die Dichte die Austrittsgeschwindigkeit am Drallbrenner bei einem gegebenen Betriebspunkt. Wie bereits zuvor hervorgehoben wurde, haben die der Flammendynamik zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen konvektiven Charakter. Die Konvektionseigenschaften werden hierbei entscheidend durch die Brenneraustrittsgeschwindigkeit bestimmt. Damit die Dynamik der Flammen in der Ringbrennkammer bei erhöhtem mittleren Druckniveau korrekt anhand von Einzelbrenner-Experimenten unter atmosphärischen Bedingungen nachgebildet wird, muss jeweils dieselbe Brenneraustrittsgeschwindigkeit (bei gleicher Luftzahl) gegeben sein, d. h. der Durchsatz muss proportional zum Druck gewählt werden.

Zu beachten gilt des Weiteren, dass ein erhöhter mittlerer Druck nicht nur die Brenneraustrittsgeschwindigkeit beeinflusst, sondern ebenfalls eine Veränderung der Flammenlänge bewirken kann. Dies bestimmt gleichermaßen die konvektiven Prozesse und somit ebenso die Flammendynamik. Im Folgenden wird anhand von Verbrennungssimulationen untersucht, ob sich bei variierendem mittleren Druckniveau ein erkennbarer Einfluss auf die Flammenlänge ergibt. Die numerischen Simulationen werden mit dem SST-RANS Modell und einem erweiterten FGM Verbrennungsmodell, das Krümmungs- und Streckungseffekte sowie Wärmeverluste berücksichtigt [Klarmann et al., 2016], durchgeführt. Hierbei wird ein Rechengebiet

betrachtet, das dem in Abb. 4.3 gezeigten entspricht, d. h. es besteht aus $\frac{1}{8}$ der Drallbrennergeometrie und den angrenzenden Teilen des Plenums und der Brennkammer. Zunächst wird zur Validierung der simulierten Flammenstruktur die atmosphärische Verbrennung eines perfekt-vorgemischten Erdgas-Luft Gemischs bei einer Luftzahl $\lambda = 1.6$ und einer thermischen Leistung von $\bar{Q} = 50kW$ betrachtet. Zur Veranschaulichung der Flammenstruktur wird der Quellterm der Fortschrittsvariablen [Poinso und Veynante, 2005] in Abb. 4.52 (oben) dargestellt. Entsprechend der experimentellen Ergebnisse in Abb. 4.51 (links) kommt es aufgrund von Wärmeverlusten und/oder Flammenstreckung zum Flammenlöschen in der äußeren Scherschicht. Dies verursacht auch in der Verbrennungssimulation eine näherungsweise V-förmige Flamme, womit sich eine gute Übereinstimmung mit den Experimenten hinsichtlich der Flammenform ergibt.

Um den Effekt des Betriebsdrucks auf die Flammenlänge zu bestimmen, werden drei Verbrennungssimulationen bei verschiedenen Druckverhältnis-

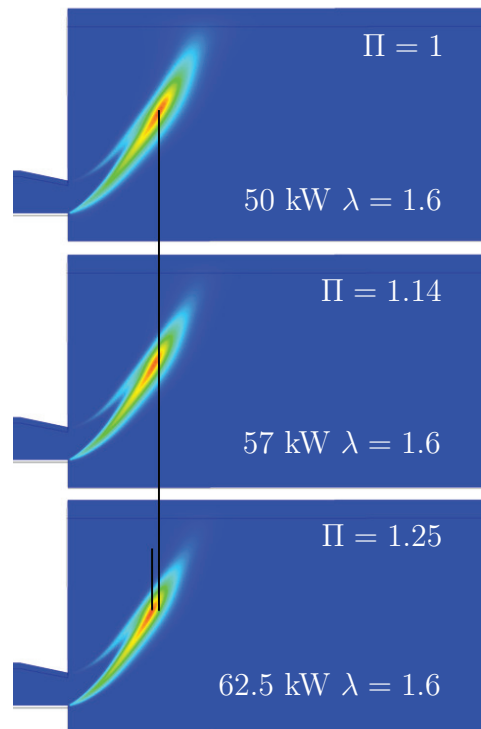


Abbildung 4.52.: Effekt des Drucks auf die Flammenlänge bei gleicher Brenneraustrittsgeschwindigkeit und Luftzahl.

sen Π (s. Abb. 4.52) durchgeführt, die repräsentativ für die Ringbrennkammer sind. Mit steigendem Druckniveau wird in den Simulationen die Leistung bei gleichbleibender Luftzahl soweit erhöht, dass sich in allen drei Fällen die selbe Brenneraustrittsgeschwindigkeit ergibt und somit eine Änderung der Flammenlänge auf den Einfluss des Betriebsdrucks zurückzuführen ist. Der Vergleich der axialen Positionen der größten Intensität des Quellterms der Fortschrittsvariable¹⁸ in Abb. 4.52 liefert keinen wesentlichen Einfluss des Drucks auf die Flammenlänge ($\Delta \approx 2\%$). Dies ist in guter Übereinstimmung zu den Untersuchungen von [Freitag, 2009], der für eine vergleichbare Brennerkonfiguration und ähnlicher Erdgas/Luft-Gemischzusammensetzungen die Proportionalität $l_F|_{\lambda=1.47} \propto p^{-0.054}$ gefunden hat.

Demnach ist der Druckeinfluss auf die Flammenlänge und somit auf die Flammendynamik gering und kann vernachlässigt werden.

4.6.7. POD-basierte Methodik zur Interpolation der Flammendynamik

Ein Ziel der Arbeit ist, das thermoakustische Stabilitätsverhalten von Brennkammern effizient in einem großen Betriebsbereich vorherzusagen. Deshalb wird im Rahmen der beschriebenen methodischen Vorgehensweise ein neues Verfahren entwickelt, um auf Basis limitierter experimentell ermittelter FTFs die Flammendynamik im gesamten betrachteten Betriebsbereich der Labor-Ringbrennkammer unter Gebrauch der Proper-Orthogonal-Decomposition (POD) interpolieren zu können. Dieser Ansatz ist angelehnt an die Arbeit von [Christ und Sattelmayer, 2018].

Auf Grundlage vergleichsweise weniger gemessener FTFs bei relativ weit auseinanderliegenden Betriebsbedingungen, die als Stützstellen dienen, werden unter Verwendung der POD [Holmes et al., 2012] eine endliche Menge (N) orthonormaler Basisfunktionen Θ_i generiert sowie die korrespondierenden Betriebspunkt-abhängigen Fourier-Koeffizienten $c_i(\bar{Q}, \lambda)$ ermittelt. Die FTFs können demnach anhand folgender Linearkombination approximiert

¹⁸kennzeichnend für den Ort der größten Wärmefreisetzung

werden:

$$FTF(f) \approx \widetilde{FTF}(f) = \sum_{i=1}^N c_i(\bar{Q}, \lambda) \cdot \Theta_i(f). \quad (4.41)$$

Dieses Vorgehen entspricht dem Konzept der Fourier-Reihenentwicklung, wobei eine gegebene Funktion auf Basis trigonometrischer Ansatzfunktionen approximiert wird. In dieser Hinsicht kann das beschriebene Verfahren als eine verallgemeinerte Fourier-Reihenentwicklung betrachtet werden.

Um die Flammendynamik bei unvermessenen Betriebsbedingungen zu ermitteln, werden zunächst die bezüglich der Stützstellen abgeleiteten Fourier-Koeffizienten innerhalb des untersuchten Betriebsbereichs der Ringbrennkammer linear interpoliert. Die FTF an einem beliebigen Betriebspunkt bestimmt sich nach Gl. 4.41, d. h. durch Summation aller Basisfunktionen, die mit den zugehörigen linear interpolierten Koeffizienten multipliziert werden. Es gilt anzumerken, dass die Interpolation getrennt für die Amplitude und Phase durchgeführt wird, da die FTF eine komplexwertige Funktion ist.

Die beschriebene Vorgehensweise wird im Folgenden exemplarisch anhand der Bestimmung der FTF-Phase für eine Einzelflamme bei $\bar{Q} = 50kW$ und $\lambda = 1.5$ erläutert. Dazu werden gemessene FTFs an den vier Betriebspunkten $\bar{Q} = 50kW$ & $\bar{Q} = 60kW$ sowie $\lambda = 1.4$ & $\lambda = 1.6$ (siehe Abb. 4.53) als Stützstellen zur Generierung der empirischen Funktionsbasis mittels der

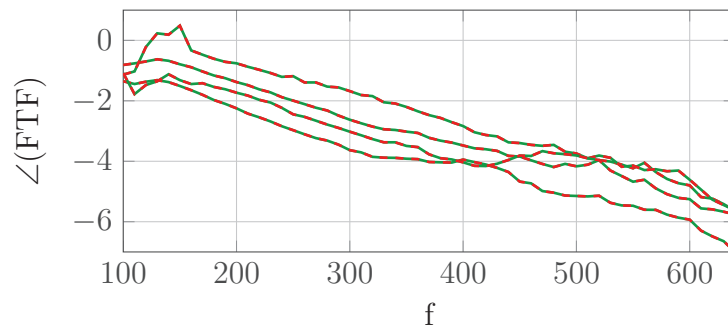


Abbildung 4.53.: Gemessene FTF-Phasen für $\bar{Q} = 50kW$ & $\bar{Q} = 60kW$ und $\lambda = 1.4$ & $\lambda = 1.6$ (—) sowie nach Gl. 4.41 approximierte ($\widetilde{FTF}$) Phasenverläufe (---) unter Verwendung von drei Basisfunktionen.

POD verwendet. In diesem Kontext werden drei Basisfunktionen genutzt, die in Abb. 4.54 (links) dargestellt sind und im Folgenden als “Moden“ bezeichnet werden. Der “Energieinhalt“ dieser POD-Moden wird in Abb. 4.54 (rechts) anhand der jeweiligen Eigenwerte charakterisiert.

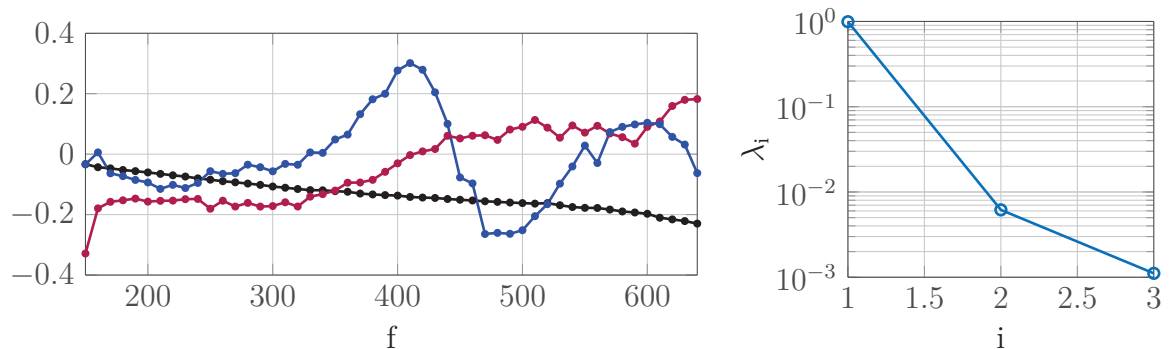


Abbildung 4.54.: Mittels POD generierte Funktionsbasis (links): empirische Mode 1 (—●—), Mode 2 (—●—), Mode 3 (—●—). Eigenwerte λ_i der drei Moden (rechts).

Wie in Abb. 4.55 für die erste Basisfunktion (Mode 1) veranschaulicht, wird der zugehörige Fourier-Koeffizient in Abhängigkeit der ermittelten Koeffizient-Werte an den Stützstellen (gekennzeichnet durch schwarze Kreise) linear interpoliert und folglich am Betriebspunkt $\bar{Q} = 50 kW$, $\lambda = 1.5$ ausgewertet (roter Punkt). Analog werden die Fourier-Koeffizienten der anderen beiden Basisfunktionen bei denselben Betriebsbedingungen durch lineare Interpolation bestimmt. Diese werden anschließend mit den korre-

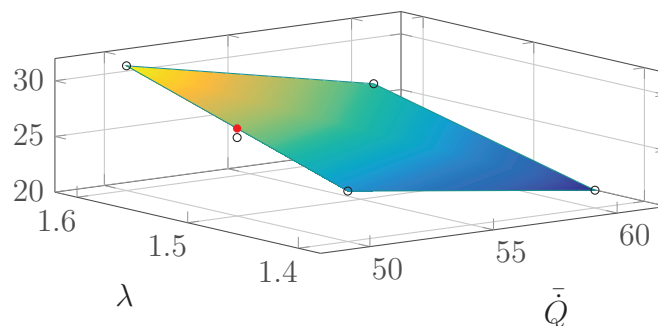


Abbildung 4.55.: Lineare Interpolation des Fourier-Koeffizienten der Basisfunktion 1.

spondierenden Basisfunktionen (Abb. 4.54) multipliziert sowie nach Gl. 4.41 aufsummiert. Daraus folgt der interpolierte Phasenverlauf der FTF am Betriebspunkt $\bar{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.5$, wie in Abb. 4.56 gezeigt. Der aus experimentell ermittelten Daten abgeleitete exakte Wert des Fourier-Koeffizienten der ersten Basisfunktion am Betriebspunkt $\bar{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.5$ ist in Abb. 4.55 durch einen schwarzen Kreis gekennzeichnet. Es zeigt sich eine geringe Abweichung zum interpolierten Koeffizienten (roter Punkt). Diese Ungenauigkeit resultiert aus der vereinfachten linearen Interpolation und bedingt einen Fehler im interpolierten Phasenverlauf in Bezug auf die gemessene FTF-Phase, vgl. Abb. 4.56. Des Weiteren kann es wegen der Nutzung einer endlichen Anzahl von Basisfunktionen und der sich daraus ergebenden Approximation in Gl. 4.41 zu einem Abbruchfehler kommen. Es zeigte sich allerdings, dass der Phasenverlauf der FTF bereits unter Verwendung von drei Basisfunktionen exakt abgebildet werden kann, wie in Abb. 4.53 dargestellt. Um die Flammendynamik in einem speziellen Frequenzbereich bestmöglichst zu interpolieren, beispielsweise in der Nähe der Eigenfrequenz einer untersuchten akustischen Brennkammer-Mode, kann des Weiteren eine a priori Gewichtung verwendeten Stützstellen vorgenommen werden.

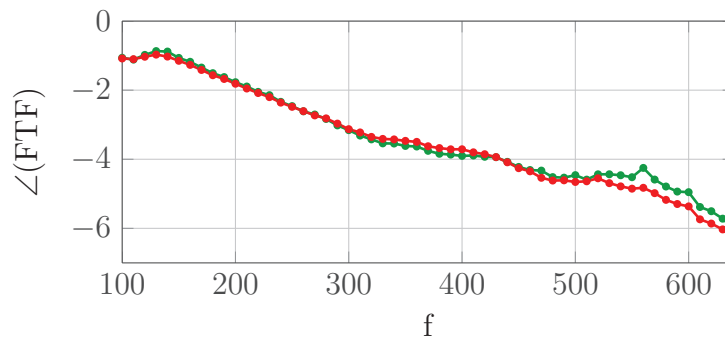


Abbildung 4.56.: Interpolierter (—●—) und gemessener (—●—) Phasenverlauf der FTF am Betriebspunkt $\bar{Q} = 50kW$, $\lambda = 1.5$.

Hinsichtlich der Anwendbarkeit des aufgezeigten POD-basierten Interpolationsverfahrens ist abschließend anzumerken, dass diese Methodik auch eingesetzt werden kann, um Elemente der BTM/BFTM oder die Impedanz der Austrittsdüsen zu interpolieren.

4.7. Verbrennungsinstabilitäten

Bisher wurden in Kap. 4.2 - 4.5 die einzelnen physikalischen Mechanismen, die akustische Verluste in den Systemkomponenten der betrachteten Labor-Ringbrennkammer verursachen, isoliert analysiert. Anschließend wurde in Abschnitt 4.6 beschrieben, wie es in der Brennkammer zur Schallerzeugung kommt. Im folgenden Kapitel wird nun anhand der Labor-Ringbrennkammer (Abb. 4.1) das thermoakustische Gesamtsystem untersucht, um u.a. thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten vorherzusagen. Wie in Abschnitt 4.6.2 besprochen, führt die durch die Brennkammerakustik erzeugte Dynamik der Flammen zu periodischen Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate und folglich zu Volumenfluktuationen. Bei bestimmter relativer Phasenlage zwischen einer akustischen Brennkammer-Mode und der akustisch modulierten Flammendynamik kann es zur konstruktiven Rückkopplung kommen und demzufolge zu einem selbsterregten Resonanzphänomen, das als thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten bezeichnet wird. Diese sind im linearen Bereich durch ein exponentielles Anwachsen der Druckamplitude gekennzeichnet.

Die Notwendigkeit dieser “kritischen“ Phasenbeziehung wurde bereits von Lord Rayleigh (1878) aufgezeigt und wird durch das Rayleigh-Kriterium mathematisch beschrieben¹⁹:

$$S_{RK} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \int_V p'(t) \dot{Q}'(t) dV dt \stackrel{!}{>} 0. \quad (4.42)$$

Hierbei sind p' die akustischen Druckfluktuationen an der Flammenfront und $\dot{Q}'$ die globalen Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate. Das Produkt beider Variablen wird über das Volumen der Flamme und einen Schwingungszyklus integriert. Positive Werte der integralen Größe S_{RK} charakterisieren das notwendige Kriterium für das Auftreten von thermoakustischen Instabilitäten. Diese ergeben sich vor allem, wenn erhöhte Wärmefreisetzung näherungsweise oder vollständig in Phase mit der akustischen Druckschwankung ist. Entscheidend für ein thermoakustisch stabiles Betriebsverhalten von Brennkammern ist schlussendlich, dass die periodisch zugeführte Energie die akustischen Verluste nicht übersteigt.

¹⁹Bei Vernachlässigung von Entropiefluktuationen [Nicoud und Poinso, 2005].

5 Lineare thermoakustische Stabilitätsanalyse

5.1. Konfigurierung des Ringbrennkammer-Modells und numerisches Verfahren

Zur linearen thermoakustischen Stabilitätsanalyse wird im Modell der Ringbrennkammer (s. Kap. 4.1) eine flächengemittelte axiale Verteilung der Temperatur bzw. der Schallgeschwindigkeit zum Approximieren der Temperaturfelder der Flammen berücksichtigt, wie exemplarisch in Abb. 5.1 gezeigt. Abhängig von den Betriebsbedingungen kann basierend auf experimentell bestimmten, zeitlich gemittelten Verteilungen der OH^* Chemilumineszenz einer Einzelflamme (vgl. Abschnitt 4.6.3) der axiale Gradient der Temperaturverteilung approximiert werden. Hierbei wird im Weiteren angenommen, dass die Temperatur stromab der Flammen (näherungsweise) konstant bleibt. Das absolute Temperaturniveau in der Ringbrennkammer kann auf Grundlage analytischer Korrelationen nach [Bade, 2014] modelliert werden, um in Abhängigkeit der analysierten Betriebsbedingungen die Eigenfrequenzen der ersten Brennkammer-Umfangsmode ($570 - 600 Hz$) korrekt zu erfassen. Zusätzlich wird eine axiale Blockströmung betriebspunktbezogen im Modell der Ringbrennkammer betrachtet. Akustische Grenzschichten an den Brennkammerwänden werden wie bei den vorherigen numerischen Untersuchungen vernachlässigt. Demnach ist im Modell wiederum keine Gitterverfeinerung in Wandnähe erforderlich und für die betreffende Randbedingung (“slip wall“) ergibt sich

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0. \quad (5.1)$$

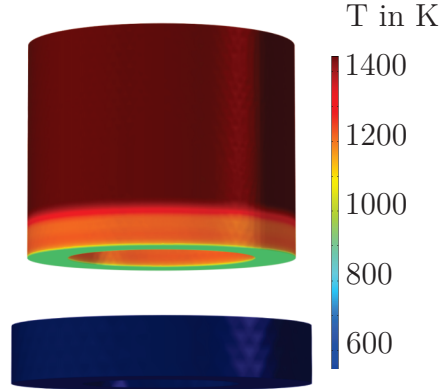


Abbildung 5.1.: Flächengemittelte axiale Verteilung der Temperatur im Modell der Ringbrennkammer.

Zur Bestimmung des linearen thermoakustischen Stabilitätsverhaltens wird auf Grundlage der (isentropen) LEE im Frequenzbereich (Kap. 2.1.3) die Wellenausbreitung in den akustisch gekoppelten Rechengebieten des Plenums und der Brennkammer (s. Abb. 4.1) in Abhängigkeit der betriebspunktspezifischen Randbedingungen des Ringbrennkammer-Modells numerisch berechnet. Hierzu wird wieder das in Kap. 4.2 beschriebene stabilisierte Finite-Elemente-Methode (FEM) Verfahren genutzt, unter Verwendung linearer Formfunktionen und eines unstrukturierten Netzes mit ca. 108000 Tetraederelementen bzw. 85000 Freiheitsgraden sowie der kommerziellen FEM Software [Comsol, 2014]. Infolge der Anwendung des numerischen Verfahrens ergibt sich aus dem Differentialgleichungssystem der LEE ein algebraisches System der Form

$$i\omega \mathbf{E} \hat{\phi} = \mathbf{A} \hat{\phi} + \mathbf{L}, \quad (5.2)$$

wobei $\hat{\phi}$ den Lösungsvektor kennzeichnet, bestehend aus den komplexen Amplituden der akustischen Variablen an den N Knoten des Rechengitters. $\mathbf{E}$, $\mathbf{A}$ beschreiben symmetrische Matrizen der Dimension $N \times N$ und werden oftmals als Massen- und Steifigkeitsmatrix²⁰ bzw. im Kontext der Systemtheorie [Föllinger und Konigorski, 2013] als Deskriptor- und Systemmatrix bezeichnet. Erregerort und Intensität äußerer/externer akustischer Systemanregung sind durch den Lastvektor $\mathbf{L}$ charakterisiert.

²⁰In Anlehnung an die Verwendung der FEM in der Strukturmechanik.

Um die (komplexen) Eigenfrequenzen und (Eigen-) Schwingformen bzw. die charakteristischen räumlichen Druckfelder der akustischen Moden in der Ringbrennkammer auf Grundlage des FEM-Modells zu ermitteln, wird auf Basis von Gl. 5.2 die nicht-triviale Lösung des homogenen Systems bestimmt, d. h. ohne äußere Anregung ($\mathbf{L} = \mathbf{0}$). Für die (erste) Umfangsmode in der Brennkammer ergibt sich aus dieser Eigenfrequenz-Analyse ein Paar räumlich orthogonaler Moden, vergleichbar zu Gl. 2.71. Die komplexwertigen Eigenfrequenzen des Moden-Paars charakterisieren hierbei die modale Dynamik der Umfangsmode. Der reellwertige Anteil beschreibt die “physikalische“ (Schwing-) Frequenz der akustischen Oszillationen und der imaginäre Anteil die zugehörige Dämpfungsrate der Umfangsmode, anhand derer das lineare thermoakustische Stabilitätsverhalten bewertet/beurteilt werden kann, vgl. beispielsweise [Zahn et al., 2016]. Anzumerken ist, dass sich z.B. nach [Noiray et al., 2011] bei rotationssymmetrischen Systemen ein “degeneriertes“ Moden-Paar ergibt, d. h. beide Moden haben die gleiche Schwingfrequenz und dieselben Dämpfungsraten. Die (Eigen-) Schwingform einer der Mode des Paares, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt, ist in Abb. 4.1 (rechts) gezeigt.

5.2. Analyse der thermoakustischen Stabilität beim Betrieb der Ringbrennkammer ohne Dämpfer

Zunächst wird ohne Einsatz von Dämpfern das lineare thermoakustische Stabilitätsverhalten der Ringbrennkammer bei $\bar{Q} = 450kW - 800kW$ thermischer Leistung und variierender Luftzahl $\lambda = 1.4 - 2.0$ (entsprechend dem experimentell betrachteten Betriebsbereich), auf Basis berechneter Dämpfungsraten α ($\frac{rad}{s}$), analysiert. Die hieraus hinsichtlich der ersten Brennkammer-Umfangsmode ermittelte Stabilitätskarte ist in Abb. 5.2 dargestellt. Aufgrund der Rotationssymmetrie der Brennkammer ergeben sich, wie zuvor besprochen, die gleiche (Eigen-) Schwingfrequenz und dieselben Dämpfungsraten für das somit “degenerierte“ Moden-Paar, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt. Daher ist in Abb. 5.2 jeweils nur ein einzelner Wert an jedem

betrachteten Betriebspunkt angeben. Die schwarz markierten Dämpfungsrate kennzeichnen Ergebnisse aus Eigenfrequenz-Berechnungen unter der Verwendung experimentell bestimmter Flammendynamik im Ringbrennkammer-Modell. Magentafarbene Zahlenwerte ergeben sich auf Grundlage interpolierter FTFs, die mittels des in Kap. 4.6.7 beschriebenen POD-basierten Verfahrens bestimmt wurden. An drei Betriebspunkten werden Eigenfrequenz-Analysen sowohl basierend auf interpolierter als auch gemessener Flammendynamik durchgeführt, um die Sensitivität berechneter Dämpfungsrate bezüglich auftretender Fehler in der FTF-Interpolation (vgl. Kap. 4.6.7) beurteilen zu können. Es zeigt sich in Abb. 5.2, dass Interpolationsfehler Unsicherheiten von $\Delta\alpha = 10 - 18 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ bewirken können.

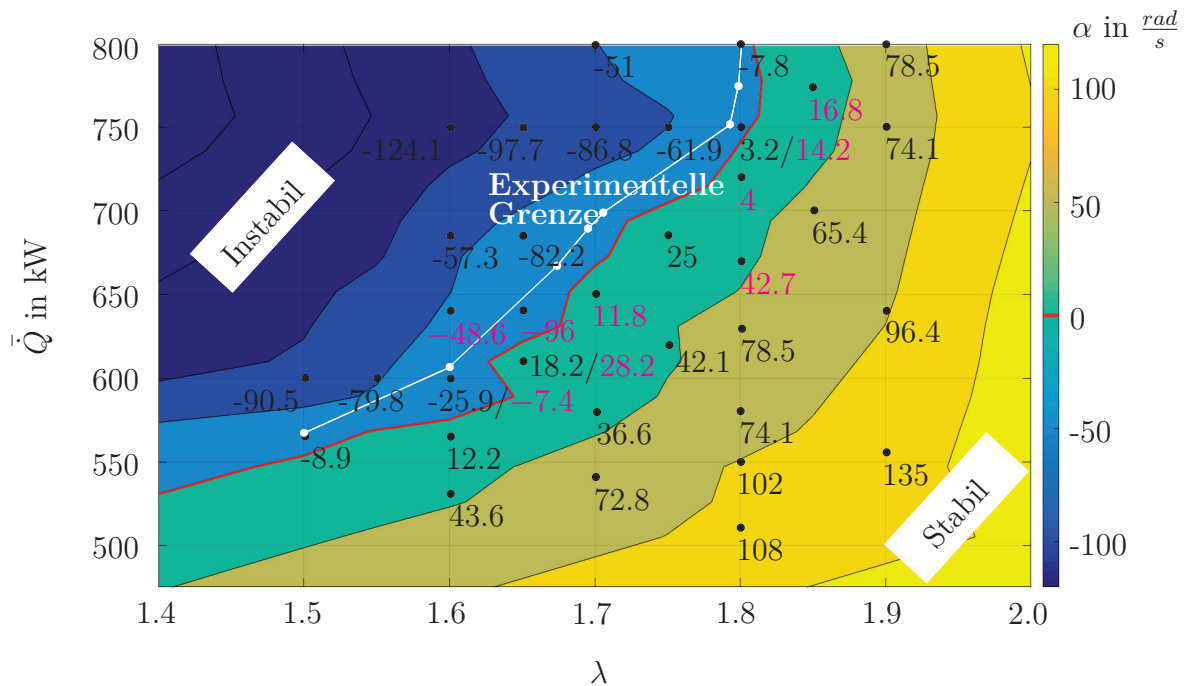


Abbildung 5.2.: Aus berechneten Dämpfungsrate α ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$) der ersten Brennkammer-Umfangsmode ermittelte Stabilitätskarte, ohne Einsatz von Dämpfern. (Schwarz: Eigenfrequenz-Analyse mit gemessener FTFs, magenta: mit interpolierter Flammendynamik).

Die Stabilitätskarte (Abb. 5.2) ist unterteilt in einen durch positive Dämpfungsraten charakterisierten, thermoakustisch stabilen Betriebsbereich und einen instabilen, mit negativen Dämpfungsraten bzw. Anfachungsraten. Letztere bewirken physikalisch zunächst ein exponentielles Anwachsen der akustischen Druckamplitude, s. Kap. 6.2. Mit zunehmender Schwankungsamplitude würde es jedoch beispielsweise aufgrund von Nichtlinearitäten (Sättigung) der Flammendynamik zu Grenzzyklus-Schwingungen (engl. limit cycle) in der Brennkammer kommen, vgl. z.B. [Lieuwen, 2012]. Im Weiteren zeigt sich im thermoakustisch stabilen Betriebsbereich in Abb. 5.2, wie die Dämpfungsraten zur berechneten Stabilitätsgrenze hin stetig abnehmen. Diese ist anhand der (roten) $0 \frac{rad}{s}$ - Isolinie gekennzeichnet. Gleichermaßen ergibt sich ein kontinuierlicher Anstieg der linearen Anfachungsrate im instabilen Bereich. In Abb. 5.2 ist ebenfalls der experimentell beobachtete Übergang vom stabilen zum instabilen Betriebsverhalten dargestellt (weiße Stabilitätsgrenze), der anhand des Auftretens starker Grenzzyklus-Schwingungen der ersten Brennkammer-Umfangsmode charakterisiert wurde, vgl. [Betz et al., 2017]. Aus dem Vergleich der numerischen und experimentellen Stabilitätsgrenze lässt sich konstatieren, dass auf Grundlage des konzipierten Modellierungsverfahrens das thermoakustische Stabilitätsverhalten der Labor-Ringbrennkammer in einem großen Betriebsbereich vorhergesagt werden kann.

Zur weiteren Validierung der Modellierungsergebnisse können experimentell ermittelte Dämpfungsraten verwendet werden. Bei den Betriebsbedingungen $\bar{Q} = 515 kW$, $\lambda = 1.8$ ergibt sich aus dem Experiment eine Dämpfung von $110 - 125 \frac{rad}{s}$ für die erste Brennkammer-Umfangsmode mit $570 Hz$ Eigenfrequenz, s. [Betz et al., 2017]. Die berechnete Dämpfungsrate beträgt bei diesem Betriebspunkt $108 \frac{rad}{s}$ (vgl. Abb. 5.2) bei gleicher Eigenfrequenz der Mode. In Tab. 5.1 ist ein entsprechender Vergleich für weitere Betriebspunkte beschrieben. Es zeigt sich, dass auf Basis des Modells der Ringbrennkammer ebenfalls eine quantitative Vorhersage der Dämpfungsraten erreicht werden kann.

Betriebspunkt (ohne Dämpfer)	Simulation	Experiment
BFTM: $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$, mit Düsenimpedanz	108 $\frac{rad}{s}$	110-125 $\frac{rad}{s}$
BFTM: $\bar{Q} = 610kW$, $\lambda = 1.65$, mit Düsenimpedanz	18.2/ 28.2 $\frac{rad}{s}$	31-43 $\frac{rad}{s}$
BFTM: $\bar{Q} = 670kW$, $\lambda = 1.8$, mit Düsenimpedanz	42.7 $\frac{rad}{s}$	73-86 $\frac{rad}{s}$

Tabelle 5.1.: Vergleich berechneter und von [Betz, 2017] experimentell ermittelter Dämpfungsraten bei verschiedenen Betriebsbedingungen (ohne Einsatz von Dämpfern).

5.3. Dämpfung in den Systemkomponenten der Ringbrennkammer

Der Beitrag der auftretenden akustischen Verluste in den verschiedenen Systemkomponenten der Ringbrennkammer zur Gesamtdämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmoden wird im Folgenden untersucht. Zur Analyse der erzeugten Dämpfung durch die Drallbrenner wird die im Kontext des akustischen Kopplungsverfahrens (Kap. 4.1) verwendete Brenner-Flammen-Transfer-Matrix (BFTM) durch die Brenner-Transfer-Matrix (BTM) ersetzt. Dies bewirkt im Modell der Ringbrennkammer, dass es zu keiner akustischen Anregung durch die Flammendynamik kommt. Des Weiteren werden der Brennkammeraustritt sowie alle sonstigen Randbedingungen im Ringbrennkammer-Modell als schallharte Wand modelliert (Gl. 5.1). Demzufolge ergibt sich die hierbei auftretende Dämpfung in der Ringbrennkammer lediglich durch die Übertragung von akustischer Energie auf fluktuierende Wirbelstrukturen in den Scherschichten der Drallströmungen infolge linearer Modenkopplung (Kap. 3), wie in Kap. 4.2 diskutiert. Dieser Verlustmechanismus ist in den Elementen der BTM beinhaltet. Bei der Berechnung der Dämpfungsraten werden die für den Betriebspunkt $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$ zugehörige flächengemittelte axiale Temperaturverteilung sowie die dabei zugrunde liegende BTM betrachtet. Außerdem wird keine axiale Blockströmung berücksichtigt, da es nach Gl. 3.28 auch an einem voll reflektierenden Rand ($R = 1$) infolge von Konvektionseffekten zu Verlusten akustischer Energie in Abhängigkeit der Mach-Zahl kommen kann. Aller-

dings verursacht die axiale Blockströmung bei allen betrachteten Betriebsbedingungen (s. Abb. 5.2) nur sehr geringe Mach-Zahlen in der Ringbrennkammer. Demzufolge ist der Einfluss von konvektiven akustischen Verlusten über den Brennkammeraustritt vernachlässigbar.

Aus einer Eigenfrequenz-Analyse dieser Modellkonfiguration resultieren Dämpfungsraten von $107 \frac{rad}{s}$ für das degenerierte Modenpaar, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode ohne Flammenrückkopplung beschreibt (s. Tab. 5.2). In diesem Fall beträgt der relative Druckverlust über die Drallbrenner 3.2%. Die Beziehung zwischen den relativen Druckverlusten und den resultierenden Dämpfungsraten wird ebenfalls im Kontext dieser Modellkonfiguration unter Verwendung verschiedener Betriebspunkt- bzw. Druckverlust-abhängiger BTMs untersucht und in Abb. 5.3 aufgezeigt. Der hierbei betrachtete Wertebereich ist repräsentativ für die resultierenden relativen Druckverluste bei den in Abb. 5.2 untersuchten Betriebsbedingungen. Eine Erhöhung der relativen Druckverluste (Gl. 3.21) ergibt sich durch einen vergrößerten mittleren Massenstrom. Dies verursacht nach Gl. 3.23 einen Anstieg der linearen akustischen Druckverluste bzw. eine stärkere lineare Modenkopplung (vgl. Gl. 3.13). Aus Abb. 5.3 ergibt sich beispielsweise, dass bei 30%iger Erhöhung der Druckverluste die akustische Dämpfung ebenso um ca. 30% ansteigt.

Im Weiteren wird nun im Kontext des akustischen Kopplungsverfahrens

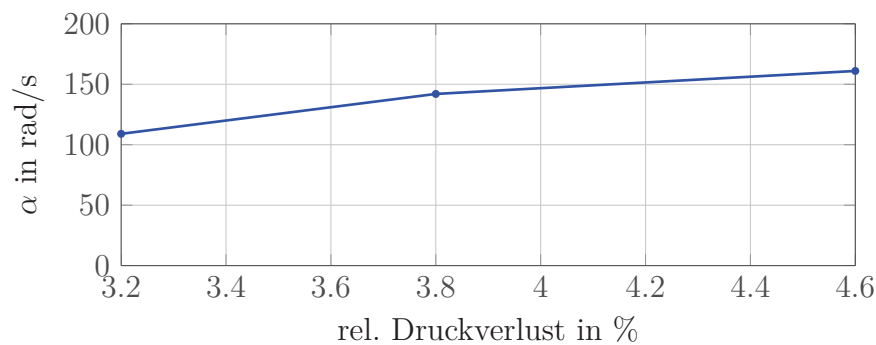


Abbildung 5.3.: Beziehung zwischen den relativen Druckverlusten über die Drallbrenner [%] und den berechneten Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode.

(aK) die BTM wieder durch die bei den Betriebsbedingungen $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$ zugrunde liegende BFTM (in Streumatrix-Form) ersetzt. Somit beinhaltet das Modell der Ringbrennkammer den Effekt der akustisch-erzeugten Dynamik der Flammen (Flammenrückkopplung), was, bedingt durch die einhergehende Schallerzeugung, zur akustischen Anregung führt. Dies manifestiert sich demnach in einer Verringerung der Dämpfungsrate der ersten Brennkammer-Umfangsmode auf $67.5 \frac{rad}{s}$ (Tab. 5.2). Nachfolgend wird die Randbedingung am Auslass der Brennkammer (s. Abb. 4.1) wieder durch die akustischen Eigenschaften der Austrittsdüsen beschrieben. Bei $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$ ergeben sich analytisch ermittelte Abgastemperaturen von ca. 1500K und eine Mach-Zahl von $M = 0.4$ im Düsenhals. Die für diese Betriebsbedingungen berechneten Düsenimpedanzen sind in Abb. 4.47 dargestellt. Aufgrund der auftretenden akustischen Verluste in den Austrittsdüsen, die in Kap. 4.5 analysiert wurden, erhöht sich die Dämpfung der Ringbrennkammer somit auf $108 \frac{rad}{s}$ (Tab. 5.2).

Da sich die (Eigen-) Schwingfrequenz der ersten Umfangsmode in der Ring-Brennkammer und im Ring-Plenum aufgrund verschiedener Geometrien und Temperaturen (s. Abb. 5.1) unterscheiden, treten im Plenum bei $570Hz$ (Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode) nur sehr geringe Druckamplituden auf, wie beispielhaft in Abb. 4.1 (rechts) dargestellt²¹. Somit haben die akustischen Eigenschaften des Plenum-Eintritts einen vernachlässigbaren Einfluss auf die (Gesamt-) Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode. Im Modell der Ringbrennkammer wird deshalb die Einlass-Impedanz vereinfacht als voll-reflektierende Wand beschrieben.

Es kann somit schlussgefolgert werden, dass beim Betrieb der Ringbrennkammer ohne Resonatoren der größte Teil der sich ergebenden akustischen Dämpfung durch die in den Drallbrennern auftretenden Verlustmechanismen erzeugt wird und sich ein kleinerer Anteil infolge akustischer Verluste in den Austrittsdüsen ergibt. Die Dynamik der Flammen wirkt am betrachteten Betriebspunkt hingegen akustisch anfachend.

²¹Dies wurde ebenso experimentell in der Labor-Ringbrennkammer beobachtet.

Modellkonfiguration	Simulation	Experiment
aK: BTM, Brennkammer-Austritt: $R = 1$	$107 \frac{rad}{s}$	-
aK: BFTM, Brennkammer-Austritt: $R = 1$	$67.5 \frac{rad}{s}$	-
aK: BFTM, Düsenimpedanz	$108 \frac{rad}{s}$	110-125 $\frac{rad}{s}$
aK: BFTM, Düsenimpedanz, 4 Dämpfer (12% Por.) - 90°	$219 \frac{rad}{s}$	200-235 $\frac{rad}{s}$
aK: BFTM, Düsenimpedanz, 4 Dämpfer (18% Por.) - 90°	$255 \frac{rad}{s}$	250-305 $\frac{rad}{s}$

Tabelle 5.2.: Vergleich berechneter und experimentell ermittelter Dämpfungsraten für verschiedene Modellkonfigurationen.

5.4. Einfluss von Dämpfern auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode

Die resultierende Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode am Betriebspunkt $\bar{Q} = 515 kW$, $\lambda = 1.8$ wird weiterführend beim Einsatz von vier Resonatoren untersucht. Diese sind 90° zueinander über den Brennkammer-Umfang mit der in Abb. 4.1 skizzierten axialen Positionierung an der Brennkammerwand angeordnet. Hierbei werden zuerst Dämpfer mit 18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge sowie vorgeheizter Spülluft in Form einer Impedanz-Randbedingung im Modell der Ringbrennkammer berücksichtigt, wie in Kap. 4.3.7 beschrieben und validiert. Die akustischen Eigenschaften des verwendeten Dämpfer-Designs sind durch den in Abb. 4.34 schwarz gekennzeichneten Reflexionsfaktor beschrieben. Zunächst wird das für “moderate“ Druckamplituden resultierende thermoakustische Systemverhalten anhand von Eigenfrequenz-Berechnungen dieser Modellkonfiguration analysiert. D. h. im Fall, dass es nicht zum Eindringen von Heißgas in die Resonatoren kommt und somit zu keiner Verstimmung der zugehörigen Dämpfercharakteristik (Abb. 4.34). Unter den gegebenen Bedingungen erhöht sich die berechnete Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode auf $255 \frac{rad}{s}$, s. Tab. 5.2. Die gleichförmige Verteilung der Resonatoren über den Umfang der Brennkammer bedingt wiederum gleiche Dämpfungsraten für beide Moden des Paares, das die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt.

Im Experiment wurde der Einfluss einer äquivalenten Dämpferkonfiguration auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode am selben Betriebspunkt ($\dot{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$) analysiert. Dazu wurden entsprechend zur numerischen Untersuchung Resonatoren mit 18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge unter Verwendung 0.32 $\frac{g}{s}$ vorgeheizter Spülluft eingesetzt. Auf Grundlage zweier Verfahren, die eine Analyse der modalen Dynamik von akustischen Moden basierend auf Messungen des Brennkammerlärms ermöglichen, konnten Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode von $250 - 305 \frac{rad}{s}$ ermittelt werden, s. [Betz et al., 2017]. Im Fall der Nutzung einer weiteren Methodik, bei der das Abklingverhalten eines betrachteten (thermo-) akustischen Systems nach starker Anregung durch Sirenen analysiert wird und daraus die Dämpfungseigenschaften bestimmt werden, resultierten dagegen deutlich kleinere Dämpfungsraten von $169 \pm 48 \frac{rad}{s}$. Aufgrund der sich durch die akustische Anregung ergebenden starken Druckpulsationen in der Brennkammer, die das Amplitudenniveau des Brennkammerlärms am betrachteten (stabilen) Betriebspunkt um ein Vielfaches übersteigen, kommt es demzufolge zum Eindringen von Heißgas in die Resonatoren, vgl. Abb. 4.41. Dies bedingt eine Verschiebung der Resonanzfrequenz und somit auch der Dämpfercharakteristik zu höheren Frequenzen, wie in Abschnitt 4.4.3.3 bereits beschrieben und in Abb. 5.4 anhand des Absorptionskoeffizienten der verwendeten Dämpfer veranschaulicht. Hierbei erfolgt, resultierend aus der Verstimmung der

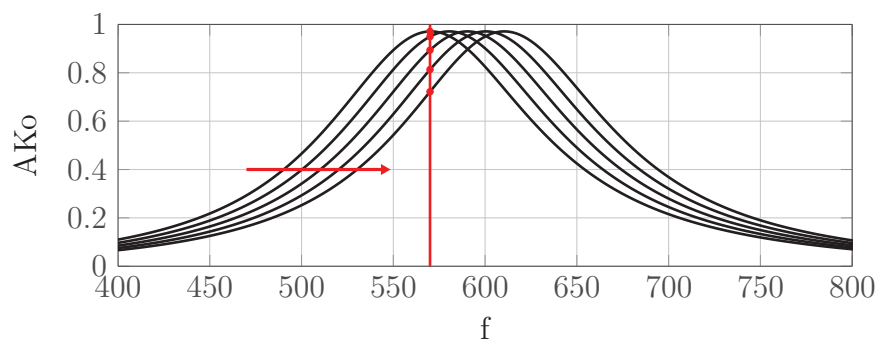


Abbildung 5.4.: Verschiebung des Absorptionskoeffizienten vorgeheizter Resonatoren (18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge) zu höheren Frequenzen und daraus resultierende Abnahme der Absorptionsleistung bei 570Hz.

Dämpfer, eine erhebliche Verschlechterung der akustischen Absorptionsleistung an der 570Hz -Zielfrequenz (Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode).

Bei Messungen ohne Sirenen-Anregung am thermoakustisch stabilen Betriebspunkt $\dot{Q} = 515\text{kW}$, $\lambda = 1.8$ werden Druckfluktuationen in der Brennkammer durch den Resonator-Einsatz stark gedämpft (s. Kap. 6.1). Demzufolge kann die Spülluft das Eindringen von Heißgas in die Resonator-Kavität verhindern. Somit kommt es zu keiner Frequenz-Verschiebung der Dämpfercharakteristik. Unter diesen Bedingungen erzeugen die auf 570Hz -Zielfrequenz ausgelegten Dämpfer (Abschnitt 4.4.2) eine signifikante Erhöhung der akustischen Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode um $\Delta\alpha = 147\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ im Vergleich zum Betrieb der Brennkammer ohne Resonatoren. Folglich ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen berechneten und experimentell ermittelten Dämpfungsraten, s. Tab. 5.2.

Die Sensitivität der Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode auf Frequenz-Verschiebungen der akustischen Dämpfereigenschaften wird im Weiteren untersucht. Der orange Kurvenverlauf in Abb. 5.5 beschreibt die Abhängigkeit der berechneten Dämpfungsraten von Verschiebungen der Resonanzfrequenz Δf_{RF} beim Einsatz von Resonatoren mit 18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge. Im Fall $\Delta f_{RF} = 0$ entspricht die zugrunde liegende Dämpfercharakteristik dem Verlauf des schwarz gekennzeichneten Reflexionsfaktors in Abb. 4.34 mit den maximal erreichbaren Absorptionseigenschaften bei 570Hz . Zunächst führt eine Verkleinerung der Resonanzfrequenz um $\Delta f_{RF} = -10\text{Hz}$ zur weiteren Erhöhung der Dämpfung. Der Einfluss von Resonatoren auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode manifestiert sich neben einer Erhöhung der Dämpfungsraten ebenso in einer Änderung der Eigenschwingfrequenz der zugehörigen akustischen Oszillationen, s. z.B. [Zahn et al., 2016]. Für den untersuchten Fall verkleinert sich die Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode um $5\text{Hz} - 10\text{Hz}$. Da die größte Absorptionsleistung erzielt wird, wenn die Dämpfer an der Resonanzfrequenz angeregt werden (vgl. Abb. 5.4), ergibt sich deshalb für $\Delta f_{RF} = -10\text{Hz}$ eine weitere Steigerung der Dämpfungsraten.

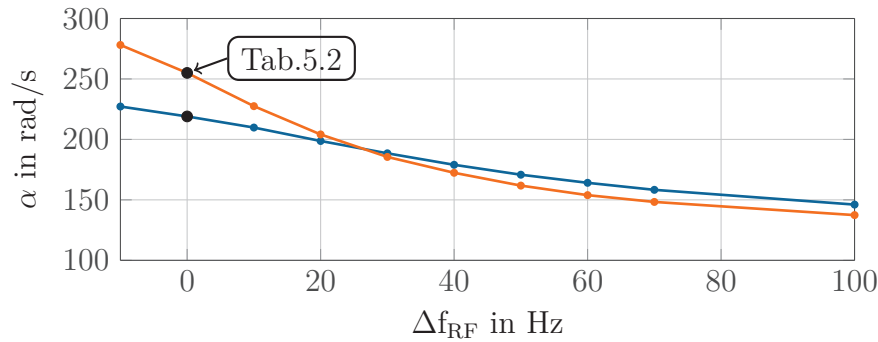


Abbildung 5.5.: Sensitivitätsanalyse der berechneten Dämpfungsra-
ten, abhängig von Verschiebungen der Dämpfer-
Resonanzfrequenzen Δf_{RF} , für Dämpfer mit 18% (—○—)
sowie 12% (—●—) Loch-Porosität (bei $\bar{Q} = 515kW$ $\lambda=1.8$).

Das Eindringen von Heißgas bewirkt dagegen eine Verschiebung der Resonanzfrequenz zu höheren Frequenzen $\Delta f_{RF} > 0$, wie in Abb. 4.43 für die verwendeten Dämpfer veranschaulicht. In Abb. 5.5 zeigt sich mit zunehmender Abweichung Δf_{RF} eine Verkleinerung der ermittelten Dämpfungsraten. Dies resultiert, da die durch Heißgas-Eintritt erzeugte Verstimmung der Dämpfercharakteristik eine deutliche Verschlechterung der akustischen Absorptionsleistung der Resonatoren an der Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmoden verursacht, wie bereits beschrieben und in Abb. 5.4 dargestellt. Bei einer Frequenz-Verschiebung von $\Delta f_{RF} = +40Hz$ ergibt sich eine berechnete Dämpfungsrate von $172 \frac{rad}{s}$, was dem experimentell ermittelten Dämpfungsverhalten nach starker akustischer Anregung durch die Sirenen ($169 \pm 48 \frac{rad}{s}$) entspricht. Abhängig von den durch die Sirenen-Anregung erzeugten akustischen Druckamplituden an den Dämpfer-Öffnungen konnte auf Basis des in Abb. 4.38 beschriebenen Verfahrens eine vergleichbare Verschiebung der Resonanzfrequenz in den Experimenten von ca. $\Delta f_{RF} = +40Hz$ ermittelt werden, die durch Heißgas-Eintritt erfolgt. Anzumerken ist, dass sich aufgrund der gleichförmigen Verteilung der Resonatoren über den Brennkammerumfang die gleiche akustische Anregung für alle vier Dämpfer ergibt und demnach dieselbe Verschiebung der Resonanzfrequenzen resultiert. Dies wird in Kap. 6.2 noch weiter analysiert.

Nachfolgend wird analog zur bisherigen Analyse die Sensitivität der berechneten Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode auf Verschiebungen der Resonanzfrequenz Δf_{RF} beim Einsatz von Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität und 160mm Kavitätslänge untersucht, wie in Abb. 5.5 durch den blauen Kurvenverlauf gezeigt. Im Fall $\Delta f_{RF} = 0$ entspricht die zugrunde liegende Dämpfercharakteristik wiederum dem Verlauf des schwarz gekennzeichneten Reflexionsfaktors in Abb. 4.33 mit den maximal erreichbaren Absorptionseigenschaften bei 570Hz, wofür sich berechnete Dämpfungsraten von $219 \frac{rad}{s}$ ergeben (Tab. 5.2). Dies ist in guter Übereinstimmung mit den resultierenden Dämpfungseigenschaften $200 - 235 \frac{rad}{s}$ aus der Untersuchung einer äquivalenten Resonatorkonfiguration im Experiment für den Fall ohne Sirenen-Anregung, s. [Betz et al., 2017].

Anhand der sich in Abb. 5.5 ergebenden Kurvenverläufe für die Dämpfer mit 12% sowie 18% Lochblech-Porosität zeigen sich die Vor- und Nachteile einer breitbandigen Dämpfercharakteristik. Bei Verwendung größerer Porositäten kann eine besonders starke akustische Absorption hervorgerufen werden, falls die Resonanzfrequenz der Dämpfer optimalerweise der Eigenfrequenz der ersten Umfangsmode in der Brennkammer (beim Betrieb mit Resonatoren) entspricht. Mit zunehmender Verschiebung der Resonanzfrequenz verschlechtert sich hingegen die erzeugte Dämpfung der Resonatoren erheblich. Im Gegensatz dazu resultiert für kleinere Porositäten eine geringere Sensitivität der Dämpfungsraten auf Verschiebungen der Resonanzfrequenzen der Resonatoren wegen der breitbandigeren zugrunde liegenden Dämpfercharakteristik (s. Abb. 4.33). Allerdings verkleinert sich die maximal erzielbare Absorptionsleistung. Im Vergleich zu 18% Porosität ist für 12% Lochblech-Porosität der Absorptionskoeffizient an der Resonanzfrequenz ca. $\frac{1}{10}$ geringer, s. Abb. 5.6. Dies bewirkt nach Abb. 5.5 etwa 20% schwächere Dämpfung.

Auf Grundlage des Modells der Ringbrennkammer wird schließlich unter Einsatz von vier 90° über dem Brennkammer-Umfang angeordneten Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität der Einfluss auf das thermoakustische Stabilitätsverhalten bei $\dot{Q} = 450kW - 800kW$ thermischer Leis-

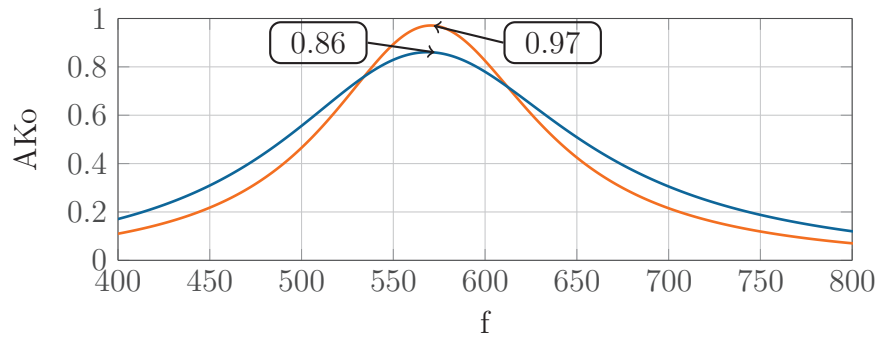


Abbildung 5.6.: Vergleich der Absorptionskoeffizienten der Dämpfer mit 18% (—) sowie 12% (—) Lochblech-Porosität.

tung und variierender Luftzahl $\lambda = 1.4 - 2.0$ untersucht. Zur Erzeugung der größtmöglichen Dämpfung an jedem betrachteten Betriebspunkt wird die Kavitätslänge der Resonatoren jeweils angepasst. Aus den berechneten Dämpfungsraten α (in $\frac{rad}{s}$) der ersten Brennkammer-Umfangsmode resultiert demnach eine “optimale“ Stabilitätskarte, die in Abb. 5.7 dargestellt ist. Im Vergleich zum ermittelten Betriebsverhalten der Ringbrennkammer ohne Dämpfer in Abb. 5.2 kann durch den Einsatz der betrachteten Dämpferkonfiguration eine deutliche Erweiterung des thermoakustisch stabilen Betriebsbereichs (gekennzeichnet durch positive Dämpfungsraten) erzielt werden. Hierbei verschiebt sich die berechnete Stabilitätsgrenze, die wiederum anhand der (roten) $0\frac{rad}{s}$ - Isolinie gekennzeichnet ist, zu kleineren Luftzahlen. Das Stabilitätsniveau erhöht sich um ca. $\Delta\alpha = 120\frac{rad}{s}$ im betrachteten Betriebsbereich. Dieser Analyse liegt allerdings zum einen die optimistische Annahme zugrunde, dass es trotz der nur sehr schwachen Dämpfung von stochastischen Störungen nahe der Stabilitätsgrenze (vgl. Kap. 6.1), nicht zum Heißgas-Eintritt kommt und demzufolge zu keiner Verstimmung der Resonatoren. Zum anderen können die eingesetzten Dämpfer in der Praxis nur bezüglich einer Zielfrequenz ausgelegt bzw. optimiert werden. Da die Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode jedoch abhängig von den Betriebsbedingungen zwischen $570Hz - 600Hz$ variiert, kann nicht bei allen Betriebspunkten die größtmögliche Dämpfung erzielt werden. Des Weiteren können Unsicherheiten bei der modellbasierten Auslegung der Resonatorlänge sowie Schwankungen in der Spülluft-Temperatur zu Verschie-

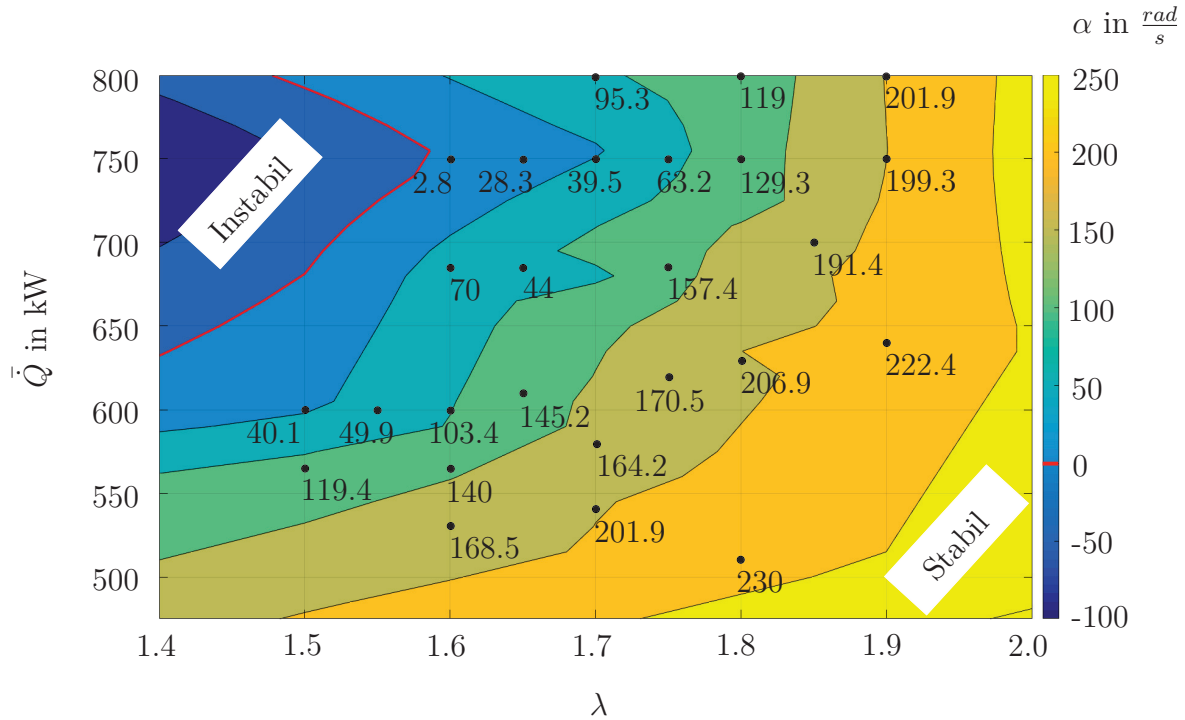


Abbildung 5.7.: Aus berechneten Dämpfungsraten α der ersten Brennkammer-Umfangsmode ermittelte Stabilitätskarte bei vier 90° über dem Brennkammer-Umfang angeordneten Dämpfern mit 12% Lochblech-Porosität.

bungen der (Ziel)-Resonanzfrequenz führen. Dies verringert ebenfalls die erzeugte Dämpfungsleistung der eingesetzten Resonatoren, wie zuvor in Abb. 5.5 aufgezeigt wurde. Demzufolge ist experimentell beim Einsatz der betrachteten Dämpferkonfiguration von einem eingeschränkteren Bereich thermoakustisch stabilen Betriebs der Ringbrennkammer auszugehen.

5.5. Effekt ungleichförmig verteilter Dämpfer auf die modale Dynamik der ersten Umfangsmode

Bisher wurde lediglich eine gleiche Verteilung (90°) von vier Dämpfern über den Umfang der Brennkammer betrachtet. Nachfolgend wird der Effekt ungleichförmig verteilter Resonatoren mit 18% Lochblech-Porosität und 170mm Kavitätslänge auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-

Umfangsmode analysiert. Dazu werden zwei weitere Dämpferkonfigurationen untersucht, die sich in ihrer relativen (ungleichförmigen) Anordnung der Resonatoren unterscheiden, wie in Abb. 5.8 dargestellt. Diese Konfigurationen werden als “C” und “C4” bezeichnet.

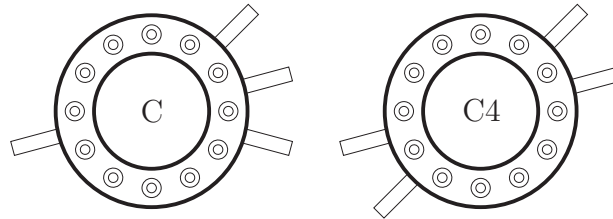


Abbildung 5.8.: Konfigurationen “C” (links) und “C4” (rechts) mit ungleichförmig verteilten Dämpfern.

Die ungleichförmige Verteilung der Dämpfer erzeugt hierbei eine “Aufspaltung” der komplexen Eigenfrequenzen des bisher degenerierten Moden-Paars, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt. Demzufolge ergeben sich aus Eigenfrequenz-Berechnungen der untersuchten Modellkonfigurationen unterschiedlich starke Dämpfungsraten für die Moden des Paares, die im Folgenden als Mode 1 und Mode 2 bezeichnet werden. Die berechnete Dämpfung der beiden Moden wird in Tab. 5.3 für die untersuchten Konfigurationen “C” und “C4” mit den sich ergebenden Dämpfungsraten ohne Dämpfer-Einsatz sowie bei (vier) 90° über den Brennkammer-Umfang verteilten Resonatoren (s. Tab. 5.2) verglichen. Aus der ungleichförmigen Anordnung der Dämpfer resultiert eine “Eigenfrequenz-Aufspaltung”, sodass Mode 1 bis zu 70% weniger gedämpft

	Mode 1	Mode 2
0 Dämpfer	108 $\frac{rad}{s}$	108 $\frac{rad}{s}$
4 Dämpfer (18% Por.) - 90°	255 $\frac{rad}{s}$	255 $\frac{rad}{s}$
4 Dämpfer (18% Por.) - “C”	138 $\frac{rad}{s}$	382 $\frac{rad}{s}$
4 Dämpfer (18% Por.) - “C4”	120 $\frac{rad}{s}$	397 $\frac{rad}{s}$

Tabelle 5.3.: Vergleich der berechneten Dämpfungsraten bei gleich- und ungleichförmiger Dämpferanordnung bei $\bar{Q}=515kW$, $\lambda=1.8$.

wird als Mode 2. Demzufolge erhöht sich die Dämpfung und somit das Stabilitätsverhalten der ersten Brennkammer-Umfangsmode im Vergleich zum Betrieb ohne Resonatoren nur um ca. 10%, da es abhängig von der kleineren auftretenden Dämpfungsrate zu selbsterregten thermoakustischen Verbrennungsinstabilitäten bzw. zum exponentiellen Anfachen der akustischen Druckamplitude kommt. Dies wird in Abschnitt 6.2 noch aufgezeigt. Deshalb sollte darauf geachtet werden, dass durch die Anordnung der eingesetzten Dämpfer über den Brennkammer-Umfang keine “Eigenfrequenz-Aufspaltung” erzeugt wird.

Die Ursache für die sich ergebende Eigenfrequenz-Aufspaltung kann folgendermaßen beschrieben werden: Die Ausrichtung von Mode 1 des Paares hinsichtlich der Dämpferkonfiguration “C4” erfolgt derart, dass die Resonatoren sich nahe der Druck-Knotenlinien der Mode befinden, wie in Abb. 5.9 (links) veranschaulicht. Dies bedingt, dass Mode 1 nur sehr schwach gedämpft wird. Der räumlichen Orthogonalität des Paares zufolge (s. Gl. 2.71) ergibt sich hingegen die Ausrichtung der Druckbäuche von Mode 2 entsprechend den Umfangspositionen der Dämpfer, vgl. Abb. 5.9 (rechts). Demnach wird Mode 2 sehr stark gedämpft. Gleichermäßen resultiert dies für zwei 180° relativ zueinander angeordneten Resonatoren, vgl. [Zahn et al., 2016].

Das Auftreten der “Eigenfrequenz-Aufspaltung” bei ungleichförmig verteilten Resonatoren wurde in [Betz et al., 2017] anhand weiterer Dämpfer-

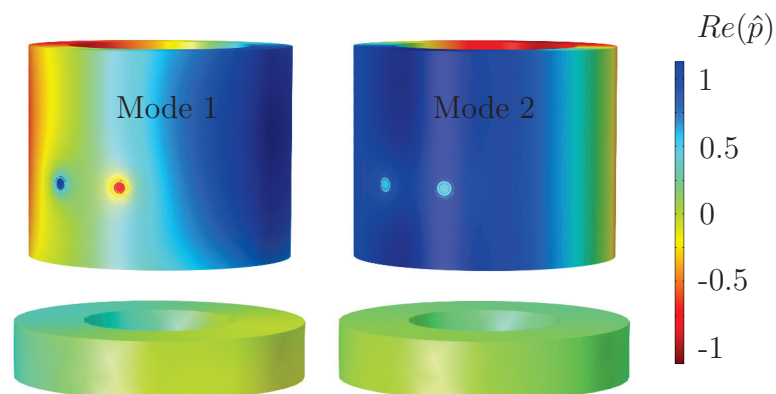


Abbildung 5.9.: Simulierte Mode 1 (links) und Mode 2 (rechts) des Moden-Paares.

konfigurationen experimentell und auf Basis des Ringbrennkammer-Modells untersucht. Dies diente u.a. zur zusätzlichen Validierung des verwendeten Modellierungskonzepts (Kap. 4.1).

5.6. Einfluss der axialen Verteilung sowie der Anzahl eingesetzter Resonatoren auf die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode

Der Ringbrennkammeraufbau ermöglicht die Platzierung von Dämpfern an zwei axialen Positionen, wie in Abb. 4.1 (links) veranschaulicht. In [Zahn et al., 2016] wurde gezeigt, dass Resonatoren im Falle einer zu dämpfenden akustischen Mode mit starken axialen Gradienten möglichst an der axialen Position der größten akustischen Druckamplitude angebracht werden sollten. So kommt es zur maximalen Anregung der Dämpfer und somit zur größtmöglichen Absorptionsleistung²². Trotz der Berücksichtigung einer flächengemittelten axialen Verteilung der Temperatur im Modell der Labor-Ringbrennkammer ergibt sich jedoch nur ein sehr geringer Gradient der berechneten Druckamplitude der ersten Brennkammer-Umfangsmode in axialer Richtung, wie in Abb. 5.10 dargestellt. Demzufolge resultiert

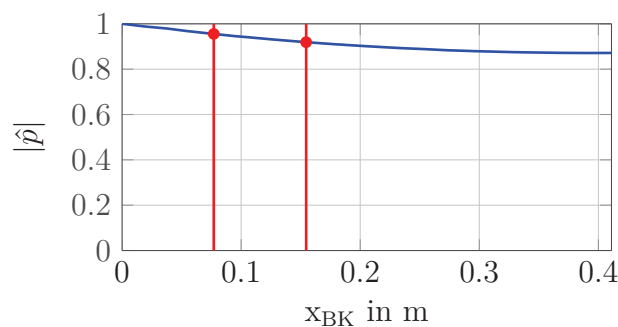


Abbildung 5.10.: Axiale Verteilung x_{BK} der (normierten) Druckamplitude $|\hat{p}|$ (—) der ersten Brennkammer-Umfangsmode (für $\dot{Q} = 515 kW$, $\lambda = 1.8$), mit gekennzeichneten axialen Positionen der Dämpferanschlüsse.

²²Dies gilt ebenfalls für die Dämpfung longitudinaler Moden.

ein annähernd gleiches Dämpfungsverhalten der ersten Brennkammer-Umfangsmode für beide axialen Anschlusspositionen der Resonatoren. Erst bei einer Positionierung der Dämpfer noch weiter stromab würde sich eine geringe Reduktion der resultierenden Dämpfung ergeben.

Zuletzt wird mit dem Ringbrennkammer-Modell wiederum am Betriebspunkt $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$ untersucht, wie die Anzahl verwendeter Resonatoren die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode beeinflusst. Hierzu werden (vorgeheizte) Dämpfer mit 12% Lochblech-Porosität und 160mm Kavitätslänge genutzt, s. Abb. 4.33. Zur Vermeidung des Auftretens von “Eigenfrequenz-Aufspaltungen“ werden die Dämpfer im Kontext der analysierten Modellkonfigurationen mit 2, 4, 6 und 8 Resonatoren gleichförmig über den Umfang der Brennkammer positioniert. Lediglich für die Konfiguration mit zwei Dämpfern wird keine 180° Anordnung verwendet, da sich hierfür eine vergleichbare “Eigenfrequenz-Aufspaltung“ ergibt, wie zuvor im Rahmen der “C4“ Konfiguration beschrieben (Kap. 5.5). In [Zahn et al., 2016] konnte beispielsweise gezeigt werden, dass für zwei 90° zueinander angeordnete Dämpfer gleiche Dämpfungsraten für das Moden-Paar, welches die modale Dynamik der ersten Umfangsmode beschreibt, resultieren. In Abhängigkeit der untersuchten Modellkonfigurationen mit 0, 2 (90°), 4 (90°), 6 (60°) und 8 (45°) Resonatoren sind die berechneten Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode in Abb. 5.11 dargestellt. Für die jeweilig resultierenden “degenerierten“ Moden-Paare sind nur ein

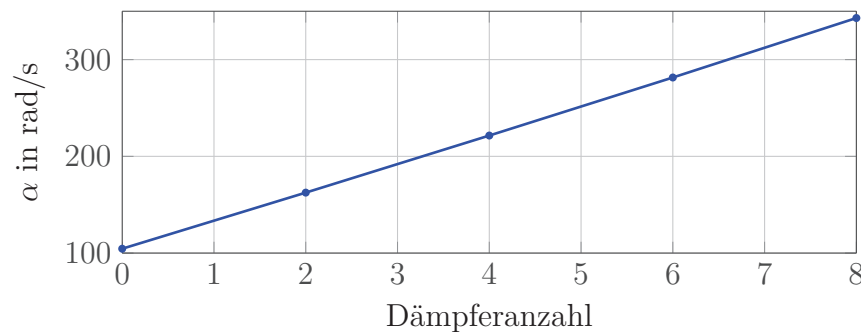


Abbildung 5.11.: Einfluss der Anzahl eingesetzter Resonatoren (mit 12% Lochblech-Porosität) auf die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode für $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$.

einzelner Wert angegeben. Es zeigt sich, dass die Dämpfungsrate der ersten Umfangsmode in der Brennkammer mit zunehmender Resonatoranzahl linear ansteigt.

Die zu erzielende Absorptionsleistung und demzufolge die Anzahl benötigter Resonatoren hängt schlussendlich von den maximal auftretenden linearen Anfachungsraten einer zu dämpfenden akustischen Mode ab. Je mehr Resonatoren in Brennkammern eingesetzt werden, desto mehr Spülluft und somit “Bypass-Luft“ ist jedoch zur Kühlung der Dämpfer notwendig. Vor allem bei magerer Verbrennungsführung gilt es, diese auf ein Minimum zu reduzieren. Deshalb sollte ebenfalls die Anzahl verwendeter Resonatoren minimiert werden. Durch Verwendung von Dämpfern mit größerer Lochblech-Porosität kann des Weiteren aufgrund der besseren Absorptionsleistung an der Resonanzfrequenz (vgl. z.B. Abb. 5.6) mit weniger Resonatoren und demzufolge mit geringerer Spülluftmenge die gleiche Dämpfung erzeugt werden, wie in Abschnitt 5.4 beschrieben.

6 Zeitbereichssimulationen

6.1. Reduktion der akustischen Druckamplituden in Brennkammern durch Dämpfer-Einsatz

Alternativ zur Bestimmung der Dämpfungsraten anhand von Eigenfrequenz-Analysen (wie bisher betrachtet) können Simulationen im Zeitbereich auf Basis des Modells der Ringbrennkammer durchgeführt werden, um die Dämpfungseigenschaften von Resonatoren in der Ringbrennkammer zu beurteilen. Hierbei dient als Dämpfungsmaß die durch Einsatz verschiedener Resonatorkonfigurationen betragsmäßige Reduzierung der akustischen Druckamplitude in der Brennkammer bei stochastischer Anregung mit gleichbleibender Intensität.

Durch eine inverse Fourier-Transformation der Gl. 5.2 ergibt sich eine Zeitbereichsbeschreibung des Modells der Ringbrennkammer in folgender Zustandsraumdarstellung²³ [Föllinger und Konigorski, 2013]:

$$\mathbf{E} \frac{d\boldsymbol{\phi}'}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}' + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (6.1)$$

Hierin bezeichnet $\boldsymbol{\phi}'$ den Zustandsvektor, bestehend aus den zeitabhängigen akustischen Variablen an den N Knoten des Rechengitters. Der Eingangsvektor $\mathbf{u}$ äußerer/externer akustischer Systemanregung wird über die Eingangsmatrix $\mathbf{B}=\mathbf{L}$ in das System eingekoppelt.

Die Ausgangsgleichung²⁴

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\boldsymbol{\phi}' \quad (6.2)$$

²³Zustandsraum-Differentialgleichungssystem, 1. Ordnung.

²⁴Unter der Annahme einer vernachlässigbaren Durchschaltmatrix $\mathbf{D} = \mathbf{0}$.

charakterisiert über die Ausgangsmatrix $\mathbf{C}$ den Ausgangsvektor $\mathbf{y}$ in Abhängigkeit des Zustandsvektors.

Die Dimension des Modells der Ringbrennkammer ($N \times N$) bleibt bei der inversen Fourier-Transformation unverändert. Im Kontext der Eigenfrequenz-Analysen ist die resultierende Systemordnung des FEM-Modells unerheblich. Für eine effiziente numerische Integration zur Ermittlung des Zeitverhaltens der akustischen Druckamplitude in der Brennkammer ist die Dimension des Zustandsraummodells jedoch zu groß. Deshalb wird im Weiteren ein Modellordnungsreduktionsverfahren angewendet, wie es von [Hummel et al., 2016] konzipiert wurde. Die generelle Vorgehensweise hierbei wird im Folgenden beschrieben.

Unter Anwendung einer Ähnlichkeitstransformation ergibt sich für Gl. 6.1

$$\mathbf{E} \frac{d\phi'}{dt} = \mathbf{E} \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{W} \phi' + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (6.3)$$

mit der linken und rechten Eigenvektormatrix $\mathbf{V}$ und $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$. $\mathbf{\Lambda}$ enthält die zugehörigen Eigenwerte in Form einer Diagonalmatrix. Durch Einbeziehen des Zusammenhangs $\mathbf{W} \mathbf{V} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{V} = \mathbf{I}$ können Gl. 6.3 und Gl. 6.2 folgendermaßen umformuliert werden:

$$\mathbf{W} \frac{d\phi'}{dt} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{W} \phi' + \mathbf{W} \mathbf{E}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (6.4)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{V} \mathbf{W} \phi'. \quad (6.5)$$

Im Folgenden wird eine Modellordnungsreduktions- (MOR) Methodik verwendet, um die Dimension des Zustandsraummodells zu verkleinern. Hierbei wird in Abhängigkeit des untersuchten Frequenzbereichs eine reduzierte Anzahl an akustischen Moden ausgewählt. Weiterführend wird das vollständige System der Dimension ($N \times N$) in den Unterraum ($N_r \times N_r$) projiziert, der durch den zugehörigen reduzierten linken Eigenraum aufgespannt wird:

$$\mathbf{\Lambda}(N \times N) \rightarrow \mathbf{\Lambda}_r(N_r \times N_r), \quad (6.6)$$

$$\mathbf{V}(N \times N) \rightarrow \mathbf{V}_r(N_r \times N_r), \quad (6.7)$$

$$\mathbf{W}(N \times N) \rightarrow \mathbf{W}_r(N_r \times N_r). \quad (6.8)$$

Anzumerken ist, dass der Eingangsvektor $\mathbf{u}$ und Ausgangsvektor $\mathbf{y}$ hiervon unbeeinflusst bleiben. Für das resultierende Modell reduzierter Ordnung ROM (engl. reduced order model) ergibt sich demnach folgende Zustandsraumdarstellung:

$$\frac{d\phi_r'}{dt} = \Lambda_r \phi_r' + \mathbf{B}_r \mathbf{u}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_r \phi_r'. \quad (6.10)$$

Um zu prüfen, ob die reduzierte Systembeschreibung die Dynamik des vollständigen Modells der Ringbrennkammer in dem ausgewählten Frequenzbereich (um die Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode) exakt wiedergibt, werden die jeweiligen Frequenzgangfunktionen H_r und H beider Systeme in Abb. 6.1 miteinander verglichen. Diese beschreiben das akustische Übertragungsverhalten bei gleicher externen/äußeren Anregung bezüglich zweier orthogonal positionierter Drucksensoren am Brennkammer-Umfang. Es zeigt sich hierbei eine gute Übereinstimmung. Der sich ergebende relative Fehler kann hinsichtlich einer H_2 -Norm bewertet werden

$$\delta(i\omega) = \frac{\|H_r(i\omega) - H(i\omega)\|_2}{\|H(i\omega)\|_2}$$

und ist kleiner als 2%.

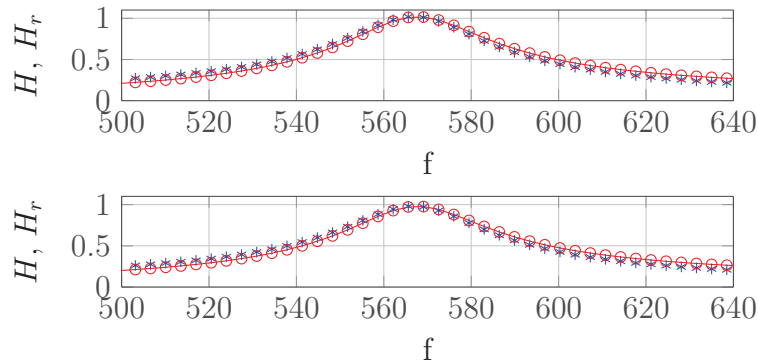


Abbildung 6.1.: Vergleich der Frequenzgangfunktionen des reduzierten H_r ($\circ$) sowie des vollständigen Modells H ($*$) der Ringbrennkammer.

Somit können im Folgenden für Dämpferkonfigurationen, bestehend aus 0, 2 (90°), 4 (90°), 6 (60°) und 8 (45°) Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität und 160mm Kavitätslänge (analog zu Abschnitt 5.6), Zeitbereichssimulationen auf Basis von ordnungsreduzierten Modellen (ROM) der Ringbrennkammer bei $\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$ durchgeführt werden. In diesem Kontext wird bei modellhafter stochastischer Flammen-Anregung mit gleichbleibender Intensität eines weißen Rauschens, die durch den Einsatz der verschiedenen Dämpferkonfigurationen verursachte Reduzierung der akustischen Druckamplitude in der Brennkammer analysiert und quantifiziert. Anzumerken ist, dass die in der Brennkammer auftretenden akustischen Druckamplituden jedoch zu gering sind, damit es zum Eindringen von Heißgas in die Resonatoren kommen würde. Zur Analyse der Simulationsergebnisse wird ein Ausgangsvektor $\mathbf{y}$ definiert, der die dynamischen Drucksignale $p(\Theta_k, t)$ an mehreren Umfangspositionen Θ_k der Brennkammer beinhaltet, woraus, basierend auf Gl. 2.71, die modalen Amplituden $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$ der ersten Brennkammer-Umfangsmode mittels einer linearen Transformation bestimmt werden.

Die Amplitudenspektren von $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$ sind in Abb. 6.2 resultierend für 0, 2 (90°), 4 (90°), 6 (60°) und 8 (45°) relativ zueinander angeordneter Resonatoren dargestellt sowie normiert bezüglich der maximalen Amplitude im Fall ohne Dämpfer-Einsatz. Hierbei zeigt sich mit zunehmender Anzahl verwendeter Dämpfer eine erhebliche (relative) Reduktion der Druckamplitude. Im Rahmen von Eigenfrequenz-Analysen der betrachteten Dämpferkonfigurationen in Kap. 5.6 ergaben sich bei denselben Betriebsbedingungen ($\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$) jeweils gleiche Dämpfungsraten für beide Moden des Paares, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt, s. Abb. 5.11. Aus diesem Grund weisen $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$ in Abb. 6.2 ebenfalls jeweils gleiche Amplitudenbeträge als auch entsprechende Amplitudenreduktion und somit äquivalentes akustisches Dämpfungsverhalten auf.

Auf Basis von Abb. 5.11 kann im Weiteren das Verhältnis aus resultierender Dämpfungsrate ohne Resonatoren α_{0R} zur Dämpfungsrate bei Resonator-Einsatz α_{iR} für die verschiedenen untersuchten Dämpferkonfigu-

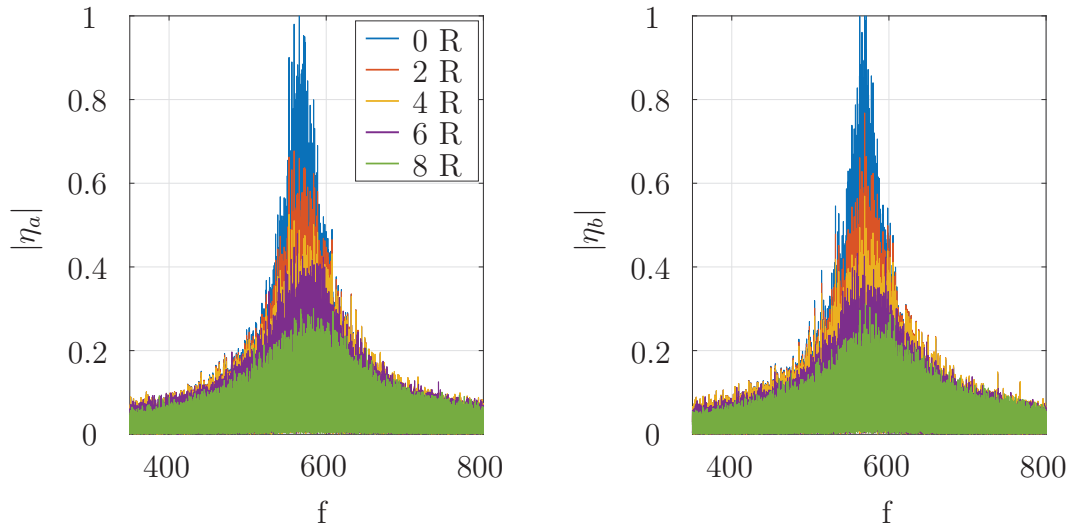


Abbildung 6.2.: Vergleich von $|\eta_a(t)|$ und $|\eta_b(t)|$ (bezüglich 0 R normiert), für 0, 2 (90°), 4 (90°), 6 (60°) und 8 (45°) angeordneter Resonator (R) mit 12% Lochblech-Porosität und 160mm Kavitätslänge ($\bar{Q} = 515kW$, $\lambda = 1.8$).

rationen bestimmt werden, wie in Tab. 6.1 zusammengefasst. Beim Vergleich der jeweiligen Dämpfungsrate-Verhältnisse für die betrachteten Resonator-konfigurationen in Tab. 6.1 zur zugehörigen Amplitudenreduktion von $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$ in Abb. 6.2 kann ein übereinstimmender Trend beobachtet werden. Beispielsweise ergibt sich für die vier (90°) angeordneten Resonatoren ein Verhältnis der Dämpfungsrate von 0.47 (s. Tab. 6.1). Gleichmaßen halbiert sich die Amplitude von $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$. D. h. die akustische Druck-amplitude in der Brennkammer reduziert sich im Vergleich zum Betrieb

i R	α_{0R}/α_{iR}
0 R	1
2 R	0.64
4 R	0.47
6 R	0.37
8 R	0.3

Tabelle 6.1.: Dämpfungsrate ohne Resonatoren α_{0R} zu Dämpfungsrate bei Resonator-Einsatz α_{iR} , abgeleitet aus Abb. 5.11.

ohne Dämpfer um 50%.

Im Umkehrschluss bedeutet dies jedoch ebenso, dass die Reduktion der akustischen Druckamplituden nahe der Stabilitätsgrenze aufgrund nur kleiner sich ergebender Dämpfungsraten lediglich sehr gering ist (vgl. Abb. 5.7). Stochastische Störungen werden somit nur schwach gedämpft und können infolgedessen Heißgas-Eintritt in den verwendeten Dämpfer “triggern”.

6.2. Simulation von Grenzzkylus-Schwingungen

Zur Berücksichtigung Druckamplituden-abhängiger Dämpfereigenschaften im Rahmen von Zeitbereichssimulationen wird das in Abb. 6.3 vereinfacht dargestellte Verfahren genutzt, das vergleichbar zu der in Abb. 4.38 skizzierten Prozedur ist. Je nach akustischer Druckamplitude $|p'(\omega)|$ an der Öffnung

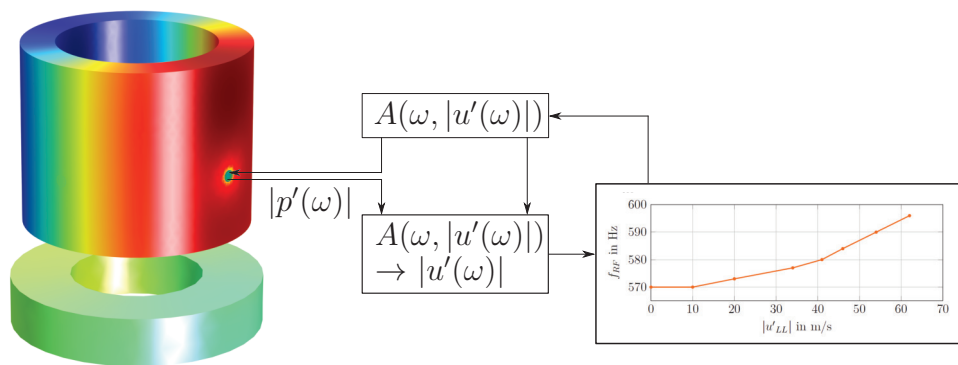


Abbildung 6.3.: Verfahren zur Berücksichtigung Druckamplituden-abhängiger Dämpfereigenschaften im Kontext von Zeitbereichssimulationen.

eines betrachteten Resonators respektive an der zugehörigen Randfläche im Modell der Ringbrennkammer wird zu jedem Zeitschritt mittels der (anfangs unverstimmten) Dämpfer-Impedanz bzw. Admittanz $A(\omega, |u'(\omega)|)$ die Amplitude der Geschwindigkeitsschwankungen $|u'(\omega)|$ an der Resonatoröffnung nach Gl. 4.28 bestimmt. Somit kann auf Basis der Untersuchungen in Abschnitt 4.4.3.3 eine Frequenz-Verschiebung der Resonator-Admittanz

in Abhängigkeit von $|u'(\omega)|$ bestimmt werden. Diese beschreibt schließlich abhängig von der temporären akustischen Druckamplitude die Randbedingung des jeweiligen Resonators im Ringbrennkammer-Modell und dient im nächsten Zeitschritt der Bestimmung von $|u'(\omega)|$.

Im Weiteren wird zunächst eine Modellkonfiguration bestehend aus vier 90° über den Brennkammerumfang angeordneten Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität betrachtet. Die Dämpfercharakteristik der mit vorgeheizter Luft gespülten Resonatoren ist im Vergleich zu Abb. 4.33 (schwarz gekennzeichnete Reflexionsfaktor) um $\Delta f = -30\text{Hz}$ zu kleineren Frequenzen verschoben. Demnach ist die Resonanzfrequenz der Dämpfer kleiner als die 570Hz -Eigenfrequenz der zu dämpfenden Brennkammer-Umfangsmode. Folglich resultiert eine verringerte Dämpfungsleistung. Die Betriebsbedingungen werden auf Basis von Eigenfrequenz-Berechnungen so gewählt, dass sich ein thermoakustisch instabiles Verhalten mit gleichen Anfachungsraten von $\alpha = -5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ für beide Moden des Paars ergibt, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt. Im Rahmen von Zeitbereichssimulationen mittels ROM kommt es deshalb zunächst nach einer kleinen anfänglichen (stochastischen) Störung des Systems zum exponentiellen Anfachen der akustischen Druckamplitude in der Brennkammer. Dies ist in Abb. 6.4 (links) für die modalen Amplituden $\eta_a(t)$ und $\eta_b(t)$ der ersten Brennkammer-Umfangsmode dargestellt. Mit steigender Druckamplitude in der Brennkammer erhöht sich folglich die akustische Anregung der Resonatoren, sodass es, abhängig von den erzeugten Geschwindigkeitsfluktuationen an den Öffnungen der Dämpfer, zum Eindringen von Heißgas in die Resonatorkavitäten kommt. Nach Abb. 4.44 verschiebt sich demzufolge die Resonanzfrequenz der verwendeten Dämpfer zu höheren Frequenzen und somit näher an die Eigenfrequenz der ersten Brennkammer-Umfangsmode. Dies bewirkt eine Vergrößerung der akustischen Dämpfung, wie bereits im Kontext der in Abb. 5.5 gezeigten Sensitivitätsanalyse diskutiert. Somit wird ein weiteres Anfachen der Druckamplitude verhindert und es erfolgt der Übergang zu einer Grenzzkyklus-Schwingung bei konstantem Amplitudenniveau. Dieses Druckamplituden-abhängige Dämpfungsverhalten der Resonatoren wird im Rahmen der Zeitbereichssimulationen durch das in Abb. 6.3 skizzierte Verfahren berücksichtigt.

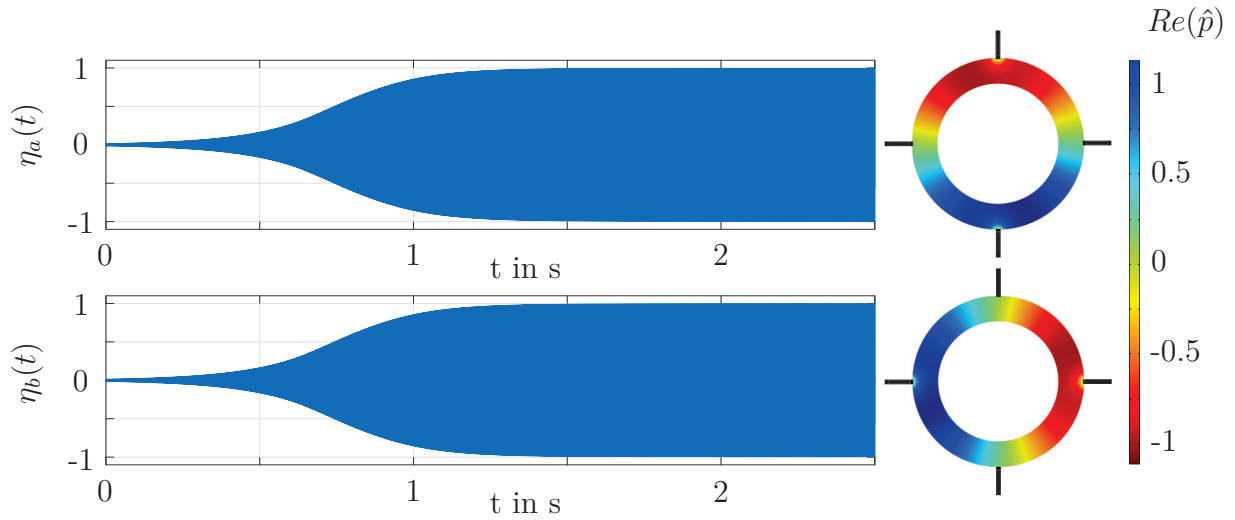


Abbildung 6.4.: Simulierte Grenzzyklus-Schwingungen einer Modellkonfiguration bestehend aus vier 90° angeordneten Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität.

Anzumerken ist, dass sich durch die Resonanzeigenschaften akustisch angeregter Dämpfer bereits bei verhältnismäßig kleinen akustischen Druckamplituden in der Brennkammer ein nichtlineares (Druckamplitudenabhängiges) Dämpferverhalten in Form von Heißgaseintritt erzeugter Resonanzfrequenz-Verschiebungen ergibt. Deshalb erreichen die Druckamplituden der Grenzzyklus-Schwingungen in Abb. 6.4 (links) lediglich ein Niveau, bei dem die Flammendynamik weiterhin lineare Abhängigkeit von den auftretenden akustischen Fluktuationen aufzeigt. Somit muss in den betrachteten Fällen kein nichtlineares Sättigungsverhalten der Flammen berücksichtigt werden, das ebenfalls Grenzzyklus-Schwingungen bewirken würde, vgl. z.B. [Lieuwen, 2012]. Außerdem erfolgen neben den Resonanzfrequenz-Verschiebungen durch Heißgas-Eintritt keine weiteren nichtlinearen Einflüsse auf die Charakteristik der Dämpfer, wie beispielsweise in Abb. 4.22 betrachtet.

Abb. 6.4 (rechts) veranschaulicht die aus Eigenfrequenz-Berechnungen dieser Modellkonfiguration resultierenden räumlich orthogonalen Eigenschwingformen des charakterisierenden Moden-Paars (Mode 1 & Mode 2, s. Kap. 5.5) der modalen Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode. Es zeigt sich, dass die vier Dämpfer (-Randbedingungen) jeweils bezüglich

der Druckbäuche ausgerichtet sind. Dies erzeugt einerseits äquivalente Dämpfung beider Moden (vgl. z.B. Tab. 5.3 & Abb. 6.2). Andererseits kommt es somit zur Anregung aller vier Dämpfer mit gleicher akustischer Druckamplitude.

In Abb. 6.5 ist die zeitliche (Druckamplituden-abhängige) Entwicklung der Randbedingung eines Dämpfers in Form des Realteils der Resonator-Admittanz aufgezeigt. Infolge der besprochenen gleichförmigen akustischen Anregung ergibt sich ein entsprechender Verlauf für die drei weiteren verwendeten Dämpfer. Das Ansteigen der Konduktanz charakterisiert hierbei

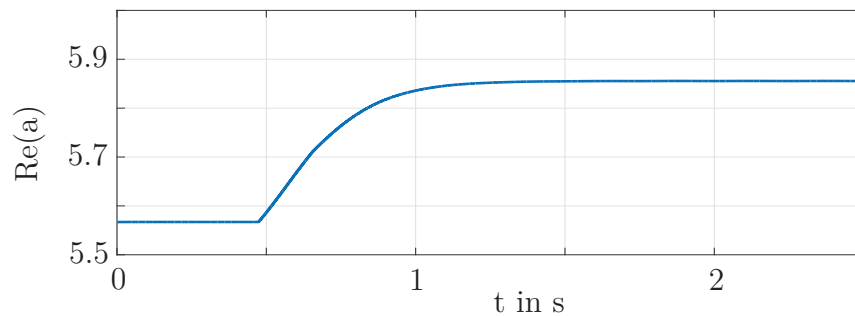


Abbildung 6.5.: Zeitliche (Druckamplituden-abhängige) Entwicklung einer Dämpfer-Randbedingung in Form des Realteils der Resonator-Admittanz $\text{Re}(a)$.

die Erhöhung erzeugter akustischer Verluste durch den Resonator, wie in Kap. 4.3.5.2 beschrieben, bis schließlich im Grenzzzyklus ein konstanter Wert von 5.86 erreicht wird. Aus Eigenfrequenz-Analysen ergeben sich bei gleicher stufenweiser Variation der Admittanz-Randbedingung der vier Dämpfer, ebenfalls bei einem Wert der Konduktanz von 5.86, Dämpfungsraten von $0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ für beide charakteristischen Moden, wie in Abb. 6.6 aufgezeigt ist. Das bedeutet, dass es weder zu einer akustischen Anfachung noch zur Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode kommt und demzufolge eine Grenzzkyklus-Schwingung resultiert.

Nachfolgend wird eine weitere Modellkonfiguration bestehend aus drei Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität im 135°-90°-135° Anordnungsmuster analysiert. Die Dämpfercharakteristik der mit vorgeheizter Luft gespülten Resonatoren ist wiederum im Vergleich zu Abb. 4.33 (schwarz ge-

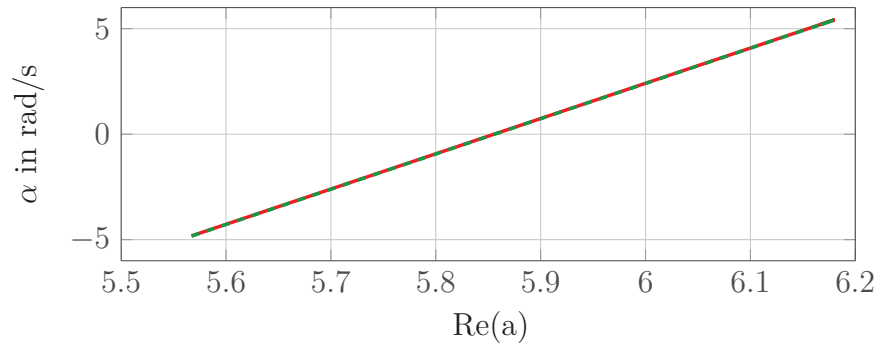


Abbildung 6.6.: Resultierende Dämpfungsraten für Mode 1 (—) & Mode 2 (---), bei gleicher stufenweiser Variation der Admittanz-Randbedingung der vier Dämpfer in der Modellkonfiguration.

kennzeichneter Reflexionsfaktor) um $\Delta f = -30\text{Hz}$ zu kleineren Frequenzen verschoben, weshalb in Bezug auf die zu dämpfende Brennkammer-Umfangsmode eine verringerte Dämpfungsleistung resultiert. Aufgrund der ungleichförmigen Dämpferverteilung wird eine Eigenfrequenz-Aufspaltung erzeugt, wie in Kap. 5.5 beschrieben. Einer Eigenfrequenz-Analyse zufolge ergibt sich demnach für eine Mode des charakteristischen Paares der ersten Brennkammer-Umfangsmode eine Dämpfungsrate von $\alpha = 42\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ an den gewählten Bedingungen. Allerdings resultiert für die zweite Mode ein thermoakustisch instabiles Verhalten mit einer Anfachungsrate von $\alpha = -5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Im Rahmen von Zeitbereichssimulationen mittels ROM kommt es demzufolge bei dieser Modellkonfiguration zunächst zum exponentiellen Anfachen einer modalen Amplitude ($\eta_b(t)$) bis der Übergang zu einer Grenzzyklus-Schwingung erfolgt, s. Abb. 6.7. Hinsichtlich der zweiten modalen Amplitude ($\eta_a(t)$) resultiert dagegen eine Dämpfung der kleinen anfänglichen (stochastischen) Störung.

Aus einem Vergleich der zeitlichen (Druckamplituden-abhängigen) Entwicklung der Randbedingungen der drei Resonatoren in Abb. 6.8, wieder in Form des Realteils der Resonator-Admittanz, zeigt sich ein unterschiedliches Verhalten. Für zwei Dämpfer erfolgt erneut eine Verschiebung der Resonanzfrequenz, was sich im Anstieg der Konduktanz bis zum Erreichen eines konstanten Werts im Grenzzyklus manifestiert. Bei einem Resonator ändern

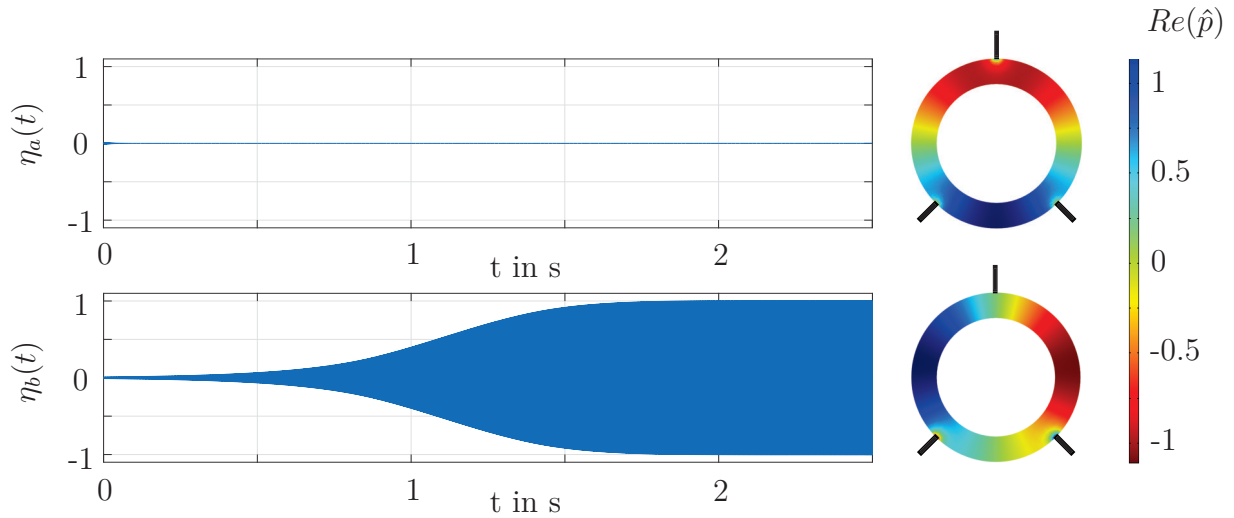


Abbildung 6.7.: Simulierte Grenzzkyklus-Schwingungen einer Modellkonfiguration bestehend aus drei 135° - 90° - 135° angeordneter Resonatoren mit 12% Lochblech-Porosität.

sich die Dämpfereigenschaften allerdings nicht. Die Betrachtung der resultierenden räumlich orthogonalen Eigenschwingformen beider Moden des sich ergebenden Paares in Abb. 6.7 (rechts) veranschaulicht, dass hinsichtlich der Mode mit thermoakustisch instabilem Verhalten ein Dämpfer bezüglich einer Knotenlinie ausgerichtet ist und somit keine akustische Anregung durch exponentiell angefachte Druckamplituden erfährt. Deshalb ergeben sich in Abb. 6.8 nur für die beiden Resonatoren, die nicht an einer der Knotenlinien liegen, nichtlineares Dämpferverhalten. Ferner bedarf es im Vergleich

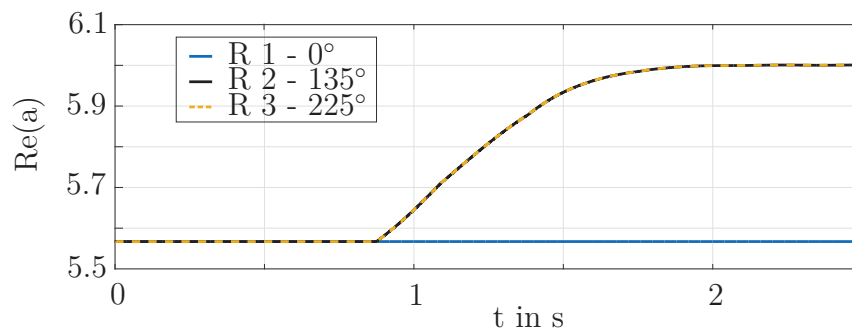


Abbildung 6.8.: Zeitliche (Druckamplituden-abhängige) Entwicklung des Realteils der drei Dämpfer-Admittanzrandbedingungen $Re(a)$ in der betrachteten Modellkonfiguration.

zum vorherigen Fall, aufgrund der geringen Dämpferanzahl und der suboptimalen Anordnung, einer größeren Resonanzfrequenz-Verschiebung und dementsprechend höherer Werte der Konduktanz zur Verhinderung eines weiteren Anfachens der Druckamplitude.

In Bezug auf die Auslegung und den Einsatz von Dämpfern in Ringbrennkammern können hieraus folgende Rückschlüsse gezogen werden: Wie bereits zuvor konstatiert, sollte eine durch ungleichförmig angeordnete Dämpfer erzeugte Aufspaltung der komplexen Eigenfrequenzen des charakterisierenden Moden-Paars der modalen Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode vermieden werden²⁵, da dies unterschiedlich starke Dämpfung beider Moden verursacht. De facto konnte hierbei gezeigt werden, dass abhängig von der kleineren Dämpfungsrate selbsterregte thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten auftreten bzw. ein exponentielles Anfachen der akustischen Druckamplitude der ersten Brennkammer-Umfangsmode resultiert. Bei der Auslegung der Kavitätslänge der eingesetzten Dämpfer erweist es sich als vorteilhaft, die Resonanzfrequenz etwas kleiner als die Zielfrequenz, d. h. die Eigenfrequenz einer zu dämpfenden (thermo-) akustischen Mode, zu wählen. Somit bewirkt Heißgas-Eintritt bei starker Anregung der Dämpfer, z.B. nahe der Stabilitätsgrenze an der (stochastische) Störungen lediglich schwach gedämpft werden (vgl. Abb. 5.7 und Kap. 6.1), eine Vergrößerung der erzeugten akustischen Dämpfung durch nichtlineares Dämpferverhalten in Form von Resonanzfrequenz-Verschiebungen.

²⁵Dies gilt entsprechend für Umfangsmode höherer Ordnung, wobei im Vergleich zur ersten Umfangsmode andere Anordnungsmuster der Resonatoren zum Erzielen optimaler Dämpfungsleistung zu wählen sind.

7 Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens durch Brennstoffstufung

7.1. Angeregte Helmholtz-Mode bei Brennstoffeindüsung in den Drallerzeuger

Das thermoakustische Stabilitätsverhalten von Ringbrennkammern kann ergänzend zum Einsatz von Dämpfern durch Stufung der Brennstoffzufuhr (engl. fuel staging), d. h. eine ungleichförmige Verteilung des Brennstoffs auf die Brenner, optimiert werden. In der analysierten Labor-Ringbrennkammer ist eine Brennstoffstufung nur bei Brennstoffeindüsung in den Drallerzeuger („technisch vorgemischte Verbrennungsführung“) zu erzeugen. Im Betrieb der Labor-Ringbrennkammer mit technischer Vormischung treten neben den Druckschwankungen der (stochastisch) angefachten ersten Brennkammer-Umfangsmode bei 570Hz zusätzlich erhöhte niederfrequente akustische Fluktuationen auf, wie das experimentell ermittelte Druckspektrum in Abb. 7.1 zeigt. Diese ergeben sich infolge der Anregung einer Helmholtz-Mode mit der berechneten Eigenfrequenz (Kap. 5.1) von 188Hz . Die Eigenschwingform der Helmholtz-Mode beschreibt eine akustische Schwingung zwischen dem Plenum und der Brennkammer, wobei das Druckfeld in beiden Ringbrennkammer-Segmenten jeweils räumlich in Phase und annähernd gleichverteilt ist.

Abb. 7.2 zeigt exemplarisch einen Vergleich der experimentell bestimmten Flammen-Transfer-Funktionen (FTF) einer Einzelflamme (s. Kap. 4.6.3) bei perfekter und technischer Vormischung, welche je nach Ver-

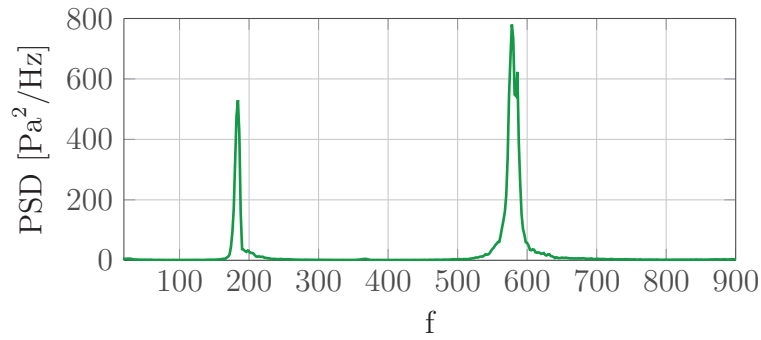


Abbildung 7.1.: Von [Betz, 2017] gemessenes dynamisches Druckspektrum in der Labor-Ringbrennkammer bei technisch vorgemischter Verbrennungsführung (ungestuft).

brennungsführung die Dynamik der Ringbrennkammer-Flammen für $\bar{Q} = 550 \text{ kW}$, $\lambda = 1.55$ im ungestuften Betrieb beschreiben. Demnach resultieren aus der technischen Vormischung im niedrigen Frequenzbereich stärkere Schwankungen der Wärmefreisetzungsrate der Flamme sowie ein veränder-

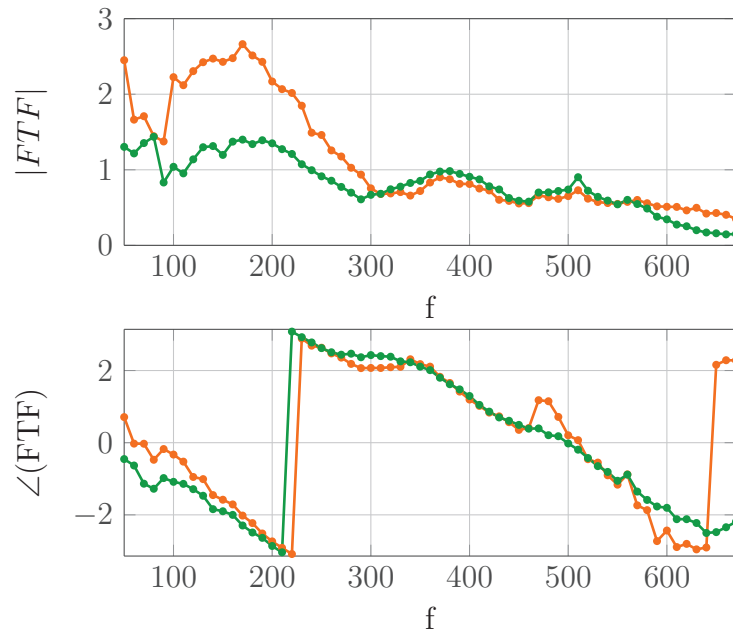


Abbildung 7.2.: Vergleich der experimentell bestimmten FTFs einer Einzelflamme bei perfekt (—) und technisch (—) vorgemischter Verbrennungsführung.

ter Phasenverzug in Bezug auf die akustische Anregung. Dies ergibt sich aufgrund zusätzlicher akustisch induzierter Schwankungen der Gemischzusammensetzung (s. Gl. 4.38), die bei perfekter Vormischung nicht auftreten und folglich die Anfachung der Helmholtz-Mode bei technisch vorge-mischter Verbrennungsführung verursachen. Bedingt durch dispersive Effekte [Sattelmayer, 2000] nimmt der Einfluss der Luftzahl-Schwankungen auf die Charakteristik der FTF bei höheren Frequenzen jedoch ab, vgl. Abb. 7.2. Aus diesem Grund wird im Weiteren vereinfacht angenommen, dass die von der ersten Brennkammer-Umfangsmode (mit 570Hz Eigenfrequenz) erzeugte Flammendynamik bei perfekt und technisch vorgemischter Verbrennungsführung näherungsweise gleich ist.

7.2. Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode durch Brennstoffstufung

Der durch Brennstoffstufung erzeugte Einfluss auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode wird im Weiteren unter Verwendung des Modells der Labor-Ringbrennkammer (Kap. 4.1) am Betriebspunkt $\bar{Q} = 550\text{kW}$, $\lambda=1.55$ analysiert. Zur Stufung der Brennstoffzufuhr in der Ringbrennkammer wird die Brennstoffmenge bei einer oder mehreren Brennergruppen gedrosselt, die somit bei magereren Bedingungen bzw. größerer Luftzahl betrieben werden. Im Gegensatz dazu ist das Brennstoff/Luft-Gemisch der verbleibenden Brenner fetter, da der Gesamt-Brennstoffmassenstrom sowie die Luftmenge am betrachteten Betriebspunkt unverändert bleibt.

Zur Modellierung der Brennstoffstufung wird das FEM-Rechengebiet des Plenums und der Brennkammer entsprechend der Drallbrenner-Anzahl in zwölf gleichförmige Sektoren, wie in Abb. 7.3 veranschaulicht, unterteilt. Durch die segmentweise akustische Kopplung der jeweils gegenüberliegenden Sektoren des Plenums und der Brennkammer kann das charakteristische Übertragungsverhalten der einzelnen Drallbrenner zusammen mit der jeweiligen Dynamik dazugehöriger Flammen über eine individuelle BFTM berücksichtigt werden.

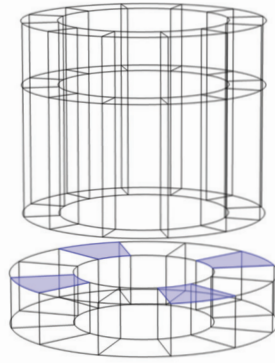


Abbildung 7.3.: Unterteilung der Rechengebiete des Ringbrennkammer-Modells in zwölf gleichförmige Sektoren.

Nachfolgend werden die in Abb. 7.4 dargestellten Varianten der Brennstoffstufung untersucht. Bei der ersten Konfiguration (Abb. 7.4: 1) wird die Brennstoffzufuhr bei zwei 90° zueinander angeordneten Drallbrennern soweit gedrosselt, dass sich die thermische Leistung $\bar{Q}$ dieser Brennergruppe im Vergleich zum ungestuften Betrieb der Ringbrennkammer mit gleichförmiger Verteilung des Brennstoffs auf die Brenner auf 97% verringert. Bei gleichbleibender Luftmenge resultieren für diese Brennergruppe (BG_m) demnach magerere Betriebsbedingungen bzw. eine größere Luftzahl. Da der Gesamt-Brennstoffmassenstrom in der Ringbrennkammer am betrachteten Betriebspunkt jedoch unverändert bleibt, vergrößert sich somit die thermische Leistung der zehn ungedrosselten Brenner aufgrund sich ergebender erhöhter Brennstoffzufuhr. Dies führt folglich bei der zweiten Brennergruppe (BG_f) zu einer fetteren Gemischzusammensetzung (d.h. zu kleinerer Luftzahl). Die akustisch erzeugte Dynamik der zwei magereren Flammen entspricht der im ungestuften Betrieb der Ringbrennkammer bei $\bar{Q} = 534kW$, $\lambda=1.6$. Die Dynamik der zehn fetteren Flammen wird dementsprechend durch die dem Betriebspunkt $\bar{Q} = 553kW$, $\lambda=1.54$ (bei ungestufter Verbrennungsführung) zugehörigen FTF beschrieben. Dies ist gleichermaßen für die weiteren betrachteten Varianten der Brennstoffstufung in der zweiten Spalte der Tab. 7.1 zusammengefasst. Zur Bestimmung der Brennergruppen-spezifischen FTFs, in Abhängigkeit der durch die Brennstoffstufungen erzeugten Betriebsbedingungen, wird das in Kap. 4.6.7 beschriebene POD-basierte Interpolationsverfahren verwendet.

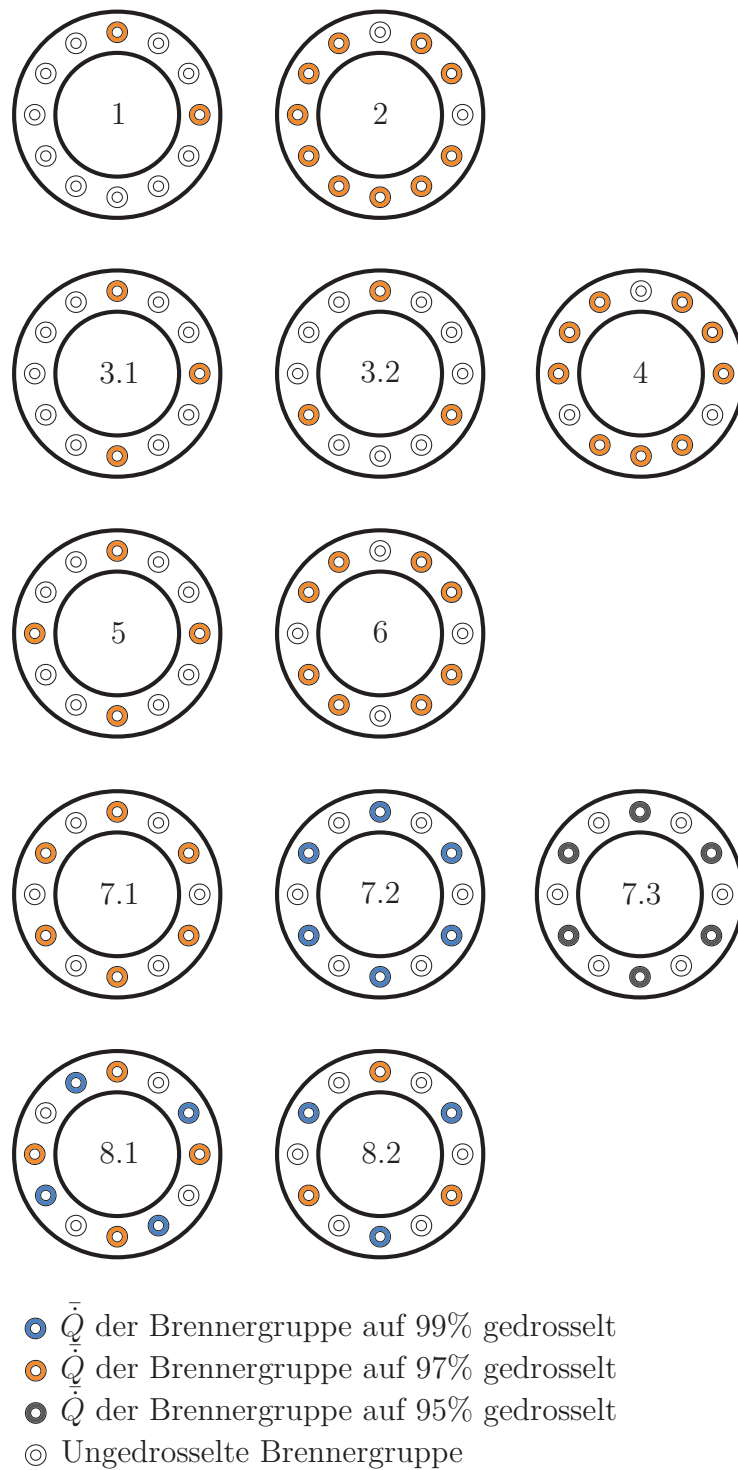


Abbildung 7.4.: Analyisierte Varianten der Brennstoffstufung.

Unter Berücksichtigung der Brennstoffstufung 1 (Abb. 7.4) im Ringbrennkammer-Modell ergibt sich aus Eigenfrequenz-Berechnungen für die Betriebsbedingungen $\bar{Q} = 550kW$, $\lambda=1.55$ eine Erhöhung der Dämpfungsrate der ersten Brennkammer-Umfangsmode von $\Delta\alpha = 28\frac{rad}{s}$, verglichen zum ungestuften Betrieb der Ringbrennkammer. In Tab. 7.1 ist bei Brennstoffstufung 1 nur ein Wert für die Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode angegeben, da für diese Konfiguration ein degeneriertes Moden-Paar resultiert (vgl. Abschnitt 5.5 und 5.6).

[Samarasinghe et al., 2017] konnten im Rahmen experimenteller Untersuchungen eines Mehrbrenner-Versuchsstands zeigen, dass die durch eine akustische Mode induzierten Wärmefreisetzungsschwankungen der einzelnen Flammen bei einer Stufung der Brennstoffzufuhr nicht mehr in Phase sind. Infolge des Phasenverzugs der Wärmefreisetzungsfluktuationen zueinander kann es, global betrachtet, zu einer destruktiven Interferenz kommen, wie bereits in Kap. 4.6.3 im Kontext des Auftretens der charakteristischen Maxima und Minima der FTF-Amplitude erläutert. Dies bewirkt somit eine geringere Anfachung, was sich schließlich bei der Eigenfrequenz-Analyse des thermoakustischen Gesamtsystems in einer Erhöhung der Dämpfungsraten manifestiert.

Bei Brennstoffstufung 2 (Abb. 7.4) wird im Gegensatz zur Konfiguration 1 die Brennstoffzufuhr von zehn Drallbrennern auf 97% gedrosselt (BG_m). Demzufolge erhöht sich die Leistung bzw. Brennstoffzufuhr der zwei 90° zueinander angeordneten ungedrosselten Drallbrenner (BG_f) soweit, dass sich bei gleichbleibender Luftmenge eine ungewollt fette Gemischzusammensetzung (also kleine Luftzahl) ergibt, s. Tab. 7.1: 2. Diese Konfiguration ist deshalb aus technischer Sicht uninteressant, denn trotz Brennstoffstufung ist die Einhaltung vorgeschriebener Stickoxid (NO_x)-Abgasnormen zu gewährleisten.

Im Weiteren wird der Effekt von Brennstoffstufung 3.1 auf die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode am Betriebspunkt $\bar{Q} = 550kW$, $\lambda=1.55$ untersucht. Die Verteilung des Brennstoffs zwischen den Brennern ist derart gestuft, dass die thermische Leistung von drei 90° zueinander angeordneten Drallbrennern (BG_m) auf 97% gedrosselt wird.

7.2 Dämpfung der ersten Brennkammer- Umfangsmode durch Brennstoffstufung

Brennstoffstufung nach Abb. 7.4	Korrespondierende Flammdynamik für BG_m/BG_f	$\Delta\alpha$ in $\frac{rad}{s}$
ungestuft	$\bar{Q} = 550kW, \lambda=1.55 / \bar{Q} = 550kW, \lambda=1.55$	0
1	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 553kW, \lambda=1.54$	28
2	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 633kW, \lambda=1.34$	-
3.1	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 556kW, \lambda=1.54$	55/27
3.2	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 556kW, \lambda=1.54$	41.5
4	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 600kW, \lambda=1.42$	46
5	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 558kW, \lambda=1.53$	54
6	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 583kW, \lambda=1.46$	55
7.1	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 567kW, \lambda=1.5$	80
7.2	$\bar{Q} = 545kW, \lambda=1.566 / \bar{Q} = 555kW, \lambda=1.536$	71
7.3	$\bar{Q} = 523kW, \lambda=1.632 / \bar{Q} = 578kW, \lambda=1.476$	68
8.1	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 545kW, \lambda=1.566 /$ $\bar{Q} = 572kW, \lambda=1.49$	79
8.2	$\bar{Q} = 534kW, \lambda=1.6 / \bar{Q} = 545kW, \lambda=1.566 /$ $\bar{Q} = 561kW, \lambda=1.52$	85

Tabelle 7.1.: Erhöhung der Dämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode durch verschiedene Varianten der Brennstoffstufung verglichen zum ungestuften Betrieb ($\Delta\alpha$) für $\bar{Q} = 550kW, \lambda=1.55$.

Dies führt bei der zweiten, aus den restlichen neun Brennern bestehenden Brennergruppe (BG_f), zum Anstieg der Brennstoffzufuhr bzw. der thermischen Leistung. Die Asymmetrie bei dieser Art der Brennstoffstufung bewirkt eine Aufspaltung der (komplexen) Eigenfrequenzen des Moden-Paars, welches die modale Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beschreibt. Folglich resultiert aus der Eigenfrequenz-Analyse eine unterschiedlich ausgeprägte Erhöhung der Dämpfungsraten der beiden Moden des Paares um $\Delta\alpha = 55/27 \frac{rad}{s}$, wie für Konfiguration 3.1 in Tab. 7.1 zu sehen ist. Wird für die Dreier-Brennergruppe ein symmetrisches Stufungsmuster gewählt, sodass die Drallbrenner mit gedrosselter Brennstoffzufuhr 120° zueinander angeordnet sind (Brennstoffstufung 3.2), ergibt sich dagegen ein degeneriertes Moden-Paar mit gleicher Dämpfung beider Moden. Wird im Vergleich dazu die thermische Leistung der aus den neun Drallbrennern bestehenden Brennergruppe auf 97% reduziert (Brennstoffstufung 4), kann eine entsprechende Optimierung des Stabilitätsverhaltens wie mit Variante 3.2 erzielt werden. Allerdings ergibt sich für Brennstoffstufung 4 verglichen zu 3.2 eine fettete Gemischzusammensetzung an der ungedrosselten Brennergruppe (BG_f).

Für die Konfigurationen 5 und 6 erfolgt die Stufung der Brennstoffzufuhr zwischen zwei Brennergruppen, die jeweils aus vier und acht Drallbrennern bestehen. Damit es zu keiner Eigenfrequenz-Aufspaltung kommt, werden die Drallbrenner der Vierergruppe 90° zueinander angeordnet²⁶. Bei Brennstoffstufung 5 wird die thermische Leistung der Vierer-Brennergruppe auf 97% reduziert und bei Konfiguration 6 die der Achter-Brennergruppe. Für beide Fälle ergeben sich aus der Eigenfrequenz-Analyse annähernd gleiche Dämpfungseigenschaften der ersten Brennkammer-Umfangsmode, s. Tab. 7.1. Durch Stufungsmuster 6 resultiert jedoch eine fettete Gemischzusammensetzung an der ungedrosselten Brennergruppe (BG_f).

Bei Brennstoffstufung 7.1 erfolgt eine Drosselung der thermischen Leistung an jedem zweiten Brenner auf 97%. Wie in Tab. 7.1 zu sehen ist, kann im Vergleich zu den Stufungsmustern 1 - 6 mit dieser Konfiguration der größte Einfluss ($\Delta\alpha = 80 \frac{rad}{s}$) auf das thermoakustische Stabilitätsverhal-

²⁶Anzumerken ist hierbei die Analogie zur modalen Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode beim Einsatz von vier Dämpfern, wie in Kap. 5.5 untersucht.

ten der ersten Brennkammer-Umfangsmode erzielt werden. Wird hingegen die thermische Leistung an den sechs Brennern lediglich auf 99% gedrosselt (Konfiguration 7.2), verringert sich die durch dieses Stufungsmuster erzeugte Dämpfung, vgl. Brennstoffstufung 7.2 in Tab. 7.1. Im Gegensatz dazu führt allerdings eine stärkere Drosselung der thermischen Leistung auf 95%, wie durch Brennstoffstufung 7.3 betrachtet, nicht zwangsläufig zu einer weiteren Erhöhung der Dämpfung, s. Tab. 7.1.

Letztlich werden zwei Konfigurationen (8.1 und 8.2) bestehend aus drei Brennergruppen analysiert. Bei Brennstoffstufung 8.1 wird einesteils die thermische Leistung von vier Brennern in einer 90°-Anordnung auf 97% reduziert. $\bar{Q}$ von vier weiteren Brennern, die ebenfalls 90° zueinander angeordnet sind, wird lediglich auf 99% gedrosselt. Für die Gruppe der ungedrosselten Drallbrenner (BG_f) erhöht sich folglich die thermische Leistung. Aus Eigenfrequenz-Berechnungen resultiert für Brennstoffstufung 8.1 jedoch kein verbessertes thermoakustisches Stabilitätsverhalten im Vergleich zur Konfiguration 7.1. Außerdem ergibt sich im Vergleich zu 7.1 eine fettere Brennstoff/Luft-Zusammensetzung, s. Tab. 7.1. Bei Brennstoffstufung 8.2 wird die thermische Leistung von zwei Brennergruppen, die jeweils aus drei Drallbrennern in einer 120°-Anordnung bestehen, gleichermaßen stufenweise auf 97% sowie 99% gedrosselt. Für die ungedrosselten Drallbrenner erhöht sich wiederum die thermische Leistung. Mit diesem Stufungsmuster kann verglichen zur Konfiguration 7.1 eine weitere Steigerung der Dämpfung erzielt werden, wie in Tab. 7.1 dargestellt. Außerdem ergibt sich eine weniger fette Gemischzusammensetzung an der ungedrosselten Brennergruppe.

8 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Im Rahmen der Arbeit wurde ein Modellierungskonzept zur Vorhersage von thermoakustischen Verbrennungsinstabilitäten in Ringbrennkammern entwickelt. Diese Methodik ermöglicht außerdem, den Einfluss von Brennstoffstufung und verschiedener Resonatorkonfigurationen auf das thermoakustische Stabilitätsverhalten zu beurteilen, um daraus grundlegende Richtlinien bei der Anwendung passiver Dämpfungskonzepte in Ringbrennkammern abzuleiten.

Zur Modellbildung werden zunächst die Systemkomponenten einer untersuchten Ringbrennkammer basierend auf jeweils geeigneten experimentellen, numerischen und analytischen Verfahren akustisch charakterisiert. Hierzu wurden u.a. eine nichtlineare Netzwerkmethodik zur Dämpfermodellierung entwickelt und validiert sowie ein Ansatz zur Bestimmung des Druckamplituden-abhängigen (nichtlinearen) Dämpferverhaltens infolge von Heißgas-Eintritt aufgezeigt. Unter Berücksichtigung der akustischen Eigenschaften der Systemkomponenten in Form von betriebspunktspezifischen Impedanz-Randbedingungen oder Transfermatrizen wird schließlich die lineare Wellenausbreitung in den beliebig dreidimensionalen Geometrien der Brennkammer und des Plenums auf Basis eines Finite-Elemente (FE) Feldmethoden-Verfahrens numerisch ermittelt. Somit ergibt sich ein effizientes Berechnungsverfahren zur Analyse und Vorhersage der thermoakustischen Stabilität unter Einsatz verschiedener Dämpferkonfigurationen.

Eine Labor-Ringbrennkammer diene als Validierungsfall. Es konnte gezeigt werden, dass auf Grundlage des Modellierungsverfahrens das thermoakustische Stabilitätsverhalten der Ringbrennkammer in einem großen

Betriebsbereich berechnet werden kann. Darüberhinaus wird ebenfalls eine quantitative Vorhersage der Dämpfungsraten der ersten Brennkammer-Umfangsmode beim Betrieb mit und ohne Dämpfer erzielt. Hierbei ermöglicht ein neues Verfahren die Interpolation der Flammendynamik im gesamten Betriebsbereich auf Basis begrenzter experimenteller Untersuchungen unter Gebrauch der Proper-Orthogonal-Decomposition (POD). Eine Analyse des Beitrags der auftretenden akustischen Verluste in den verschiedenen Systemkomponenten der Ringbrennkammer zur Gesamtdämpfung der ersten Brennkammer-Umfangsmode ergab, dass beim Betrieb der Brennkammer ohne Dämpfer der größte Teil der sich ergebenden akustischen Dämpfung durch die in den Drallbrennern auftretenden Verlustmechanismen erzeugt wird und sich ein kleinerer Anteil infolge akustischer Verluste in den Austrittsdüsen ergibt.

Zur Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens der ersten Brennkammer-Umfangsmode unter Verwendung akustischer Dämpfer sind folgende grundlegende Aspekte bei der Auslegung und beim Einsatz in Ringbrennkammern zu berücksichtigen:

- *Dämpfer-Auslegung* – Bei der Auslegung der Kavitätslänge der eingesetzten Dämpfer erweist es sich als vorteilhaft, die Resonanzfrequenz etwas kleiner als die Zielfrequenz, d. h. die Eigenfrequenz einer zu dämpfenden (thermo-) akustischen Mode, zu wählen. Somit bewirkt das durch Heißgas-Eintritt verursachte nichtlineare Dämpferverhalten in Form von Resonanzfrequenz-Verschiebungen bei starker Anregung der Resonatoren, z.B. nahe der Stabilitätsgrenze an der (stochastische) Störungen lediglich schwach gedämpft werden, eine Vergrößerung der erzeugten akustischen Dämpfung. Falls darüber hinaus die Eigenfrequenz der akustischen Fluktuationen der zu dämpfenden Mode abhängig von den betrachteten Betriebsbedingungen der Ringbrennkammer variiert, ist die Auslegung der Dämpfer bezüglich der kleineren auftretenden Eigenfrequenzen dementsprechend sinnvoll. Schlussendlich sollten die Dämpfer jedoch hinsichtlich der Betriebspunkte mit den größten vorhergesagten Anfachungsraten optimiert werden.

-
- *Dämpfer-Positionierung* – Eine Aufspaltung der komplexen Eigenfrequenzen des charakterisierenden Moden-Paars der modalen Dynamik der ersten Brennkammer-Umfangsmode sollte mittels einer gleichförmigen Anordnung der verwendeten Dämpfer über den Brennkammerumfang verhindert werden, sodass beide Moden des Paares gleich gedämpft werden. De facto zeigte sich, dass bei Aufspaltung der Eigenfrequenzen abhängig von der kleineren Dämpfungsrate selbsterregte thermoakustische Verbrennungsinstabilitäten auftreten bzw. ein exponentielles Anfachen der akustischen Druckamplitude der ersten Brennkammer-Umfangsmode resultiert. Falls des Weiteren eine zu dämpfende akustische Umfangsmode starke axiale Gradienten aufweist, sollten eingesetzte Dämpfer bestmöglich an der axialen Position der größten akustischen Druckamplitude angebracht werden.
 - *Dämpfer-Anzahl* – Die zu erzielende Dämpfung und demzufolge die Anzahl benötigter Resonatoren hängt schlussendlich von den maximal auftretenden linearen Anfachungsraten einer zu dämpfenden akustischen Mode ab. Je mehr Resonatoren in Brennkammern eingesetzt werden, desto mehr Spülluft und somit “Bypass-Luft“ ist jedoch zur Kühlung der Dämpfer notwendig. Vor allem bei magerer Verbrennungsführung gilt es, diese auf ein Minimum zu reduzieren. Deshalb sollte ebenfalls die Anzahl verwendeter Resonatoren minimiert werden.
 - *Dämpfer-Design* – Beim eingesetzten Dämpfer-Design kann durch Verwendung größerer Lochblech-Porositäten aufgrund der besseren Absorptionsleistung an der Resonanzfrequenz mit weniger Resonatoren und demzufolge mit geringerer Spülluftmenge die gleiche Dämpfung erzeugt werden. Jedoch resultiert hieraus eine höhere Sensitivität der erzielbaren Dämpfung bei Verstimmung der Resonatoren. In Bezug auf die Verschiebung der Resonanzfrequenz infolge von Heißgas-Eintritt ergibt sich allerdings für Dämpfer mit verschiedener Lochblech-Porosität bei derselben Spülluftmenge ein vergleichbares nichtlineares Verhalten in Abhängigkeit der akustischen Anregungsamplitude.

Aus den Untersuchungen der Varianten der Brennstoffstufung zur zusätzlichen Optimierung des thermoakustischen Stabilitätsverhaltens kann

schlussgefolgert werden, dass wie bei der Dämpfer-Positionierung durch das gewählte Stufungsmuster keine Eigenfrequenz-Aufspaltung erzeugt werden sollte. Des Weiteren konnte bei gleicher Anzahl mager und fetter betriebener Brenner der größte Einfluss auf das thermoakustische Stabilitätsverhalten der ersten Umfangsmode in der Brennkammer erreicht werden. Für diese Art der Brennstoffstufung resultierte darüberhinaus die günstigste Brennstoff/Luft-Zusammensetzung an den ungedrosselten Brennern. Eine weitere Optimierung des Dämpfungsverhaltens der ersten Brennkammer-Umfangsmode ist durch eine zusätzliche Stufung der Brennstoffverteilung zwischen den magerer betriebenen Brennern zu erzielen.

A Herleitung des Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizienten

Zur Herleitung des Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizienten werden die LNSE (Gln. 2.15-2.17) in zylindrischen Koordinaten, unter Berücksichtigung konstanter mittlerer Dichte $\bar{\rho} = \text{konst.}$ und Temperatur $\bar{T} = \text{konst.}$ sowie mit ruhender Grundströmung $\bar{\mathbf{v}} = 0$, formuliert. Demnach können die Gln. 2.15-2.17 bei einer zweidimensionalen Betrachtungsweise folgendermaßen dargestellt werden [Bellucci, 2009]:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\bar{\rho} \left[\frac{\partial v'_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v'_r}{\partial r} \right], \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial v'_z}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 v'_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v'_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial v'_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v'_r}{\partial r} \right], \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial v'_r}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v'_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v'_r}{\partial r} \right) - \frac{v'_r}{r^2} \right] + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial v'_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v'_r}{\partial r} \right], \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{\rho} c_p \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial t} + \kappa \left[\frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T'}{\partial r} \right) \right], \quad (\text{A.4})$$

worin r die radiale und z die axiale Koordinate bezeichnen. Die dimensionslosen Kenngrößen, Scherzahl Sh und Prandtl Zahl Pr , die viskose und thermische Effekte in Fluiden charakterisieren, sind folgendermaßen definiert: $Sh = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$, $Pr = \frac{\mu c_p}{k_{th}}$, mit dem Rohrradius $\frac{D}{2}$.

Zur Bestimmung der Fundamentallösung von Gl. A.1-A.4 werden die Schwankungsgrößen der Zustandsvariablen unter Annahme harmonischer

Wellenausbreitung zunächst in komplexer Schreibweise dargestellt, vgl. Kap. 2.1.3. Nach [Tijdeman, 1975] können schließlich folgende analytische Lösungen ermittelt werden:

$$\hat{p} = A \exp(\Gamma \frac{\omega}{c} x) + B \exp(-\Gamma \frac{\omega}{c} x), \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{u}_z = \frac{i\Gamma}{\kappa} \left[1 - \frac{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh \frac{r}{(D/2)})}{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh)} \right] \left(A \exp(\Gamma \frac{\omega}{c} x) - B \exp(-\Gamma \frac{\omega}{c} x) \right), \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_r = ik \left\{ \frac{1}{2} \frac{r}{(D/2)} \left[1 + \frac{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh) \kappa}{J_2(i^{\frac{3}{2}} Sh) n} \right] + \frac{\kappa - 1}{i^{\frac{3}{2}} Sh \sqrt{\text{Pr}}} \frac{J_1(i^{\frac{3}{2}} Sh \frac{r}{(D/2)} \sqrt{\text{Pr}})}{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh \sqrt{\text{Pr}})} \right. \\ \left. - \frac{\kappa}{i^{\frac{3}{2}} \frac{r}{(D/2)} Sh} \frac{J_1(i^{\frac{3}{2}} Sh \frac{r}{(D/2)})}{J_2(i^{\frac{3}{2}} Sh)} \right\} \left(A \exp(\Gamma \frac{\omega}{c} x) + B \exp(-\Gamma \frac{\omega}{c} x) \right), \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

$$\hat{T} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left[1 - \frac{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh \frac{r}{(D/2)} \sqrt{\text{Pr}})}{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh \sqrt{\text{Pr}})} \right] \left(A \exp(\Gamma \frac{\omega}{c} x) + B \exp(-\Gamma \frac{\omega}{c} x) \right), \quad (\text{A.8})$$

wobei die Gamma-Funktion Γ sich hierfür zu

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_0(i^{\frac{3}{2}} Sh)}{J_2(i^{\frac{3}{2}} Sh)}} \sqrt{\frac{\kappa}{n}} \quad (\text{A.9})$$

ergibt, mit

$$n = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{J_2(i^{\frac{3}{2}} \sqrt{\text{Pr}} Sh)}{J_0(i^{\frac{3}{2}} \sqrt{\text{Pr}} Sh)} \right)^{-1}. \quad (\text{A.10})$$

J_m bezeichnet die Bessel-Funktion erster Gattung der Ordnung m . Für große Werte von $Sh = \frac{D}{2} \sqrt{\omega/\nu}$ kann Γ folgendermaßen approximiert werden:

$$\boxed{\Gamma \approx i + \frac{1+i}{\sqrt{2} Sh} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)} \quad (\text{A.11})$$

Die Zerlegung von Γ in Real- und Imaginärteil veranschaulicht den Beitrag verschiedener Effekte:

$$\Gamma = i \left[\underbrace{1}_{\text{“freie“ Wellenausbreitung}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2} Sh} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)}_{\text{Verschiebung der Wellenzahl}} + i \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2} Sh} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)}_{\text{Dämpfung}} \right]. \quad (\text{A.12})$$

Der erste Term beschreibt die Wellenausbreitung ohne Grenzschicht-Einfluss. Die anderen beiden Terme charakterisieren hingegen Effekte durch Reibung und Wärmeleitung. Dem zweiten Term zufolge ergeben sich Verschiebungen der Wellenzahl, was somit die räumliche Phasenverteilung beeinflusst. Der dritte Term erzeugt eine akustische Dämpfungswirkung. Der Realteil von Γ wird hierbei oft als Kirchhoff-Helmholtz-Dämpfungskoeffizient α_{KH} bezeichnet, der wie folgt definiert wird²⁷:

$$\alpha_{KH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\bar{c} Sh} \left(\underbrace{1}_{\text{viskos}} + \underbrace{\frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}}}_{\text{thermisch}} \right). \quad (\text{A.13})$$

Der erste Term innerhalb der Klammer von Gl. A.13 beschreibt die Dämpfung durch nicht-isentrope viskose Effekte. Der zweite Term resultiert aus nicht-isentropen Phänomenen infolge von Wärmeübertragung innerhalb einer Grenzschicht.

²⁷Zu beachten gilt, dass teilweise unterschiedliche Definitionen der Scherzahl Sh verwendet werden. Davon abhängig ergibt sich für α_{KH} alternativ

$$\alpha_{KH} = \frac{1}{\sqrt{2} (D/2) Sh} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)$$

mit $Sh = \bar{c}/\sqrt{\omega\nu}$.

B Dynamik beschreibende Differentialgleichung eines Helmholtz-Resonators

Die effektiv pulsierende Luftmasse im Hals eines akustisch angeregten Helmholtz-Resonators ergibt sich zu

$$m = \bar{\rho} L_n A_n. \quad (\text{B.1})$$

Bei einer Verschiebung ξ der fluktuierenden Luftsäule im Hals (in Richtung Resonatorkavität) verkleinert sich das Gasvolumen in der Resonatorkavität um $\Delta V = -A_n \xi$. Nach [Kinsler, 1982] bewirkt das unter Annahme isentroper Bedingungen einen resultierenden Druckanstieg des kompressiblen Fluids um

$$\Delta p = \frac{\bar{\rho} \bar{c}^2 A_n}{V} \xi. \quad (\text{B.2})$$

Hieraus lässt sich eine effektive Steifigkeit k_V ermitteln:

$$k_V = (p A_n) / \xi = \bar{\rho} \bar{c}^2 \frac{A_n^2}{V}. \quad (\text{B.3})$$

Dies ist ein Maß für die benötigte Kraft zur Kompression des Gasvolumens. Auftretende Reibungskräfte F_Φ an den Halswänden werden des Weiteren näherungsweise als linear abhängig von der Geschwindigkeit $\dot{\xi}$ der Massenoszillationen angenommen, d. h.

$$\Phi_\nu \dot{\xi} = F_\Phi, \quad (\text{B.4})$$

wobei Φ_ν akustische Grenzschichtverluste charakterisiert, wie beispielsweise zuvor in Anhang A betrachtet.

Unter Einbeziehen der Definition der Steifigkeit des Gasvolumens, der effektiven Masse im Hals des Resonators sowie der Reibungskräfte an den Halswänden in die charakteristische Differentialgleichung eines harmonischen Oszillators bzw. eines Feder-Masse-Dämpfer-Systems [Föllinger und Konigorski, 2013], kann die Dynamik eines mit $\hat{p}_f$ harmonisch angeregten Helmholtz-Resonators durch folgende Modellgleichung beschrieben werden:

$$\boxed{m\ddot{\xi} + \Phi_\nu\dot{\xi} + k_V\xi = A_n\hat{p}_f e^{i\omega t}} \quad (\text{B.5})$$

Durch eine Transformation der Gl. B.5 in den Frequenzbereich (s. Kap. 2.1.3) und mit $\hat{u} = i\omega\hat{\xi}$ kann ein analytischer Ausdruck für die akustische Impedanz eines Helmholtz Resonators formuliert werden:

$$Z = \frac{\hat{p}}{\hat{u}} = \frac{\hat{F}/A_n}{\hat{u}} = \frac{\Phi_\nu}{A_n} + i \left(\omega \bar{\rho} L_n - \frac{\bar{\rho} \bar{c}^2 A_n}{\omega V} \right). \quad (\text{B.6})$$

Literaturverzeichnis

- V. Acharya. Linear and Non-linear Dynamics of Premixed Swirling Flames Subjected to Helical Flow Disturbances. *International Symposium: Thermoacoustic Instabilities in Gas Turbines and Rocket Engines: Industry meets Academia*, 2016.
- V. Acharya, M. Malanoski, M. Aguilar, und T. Lieuwen. Dynamics of a Transversely Excited Swirling, Lifted Flame: Flame Response Modeling and Comparison With Experiments. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 136(5), 2014.
- P. R. Alemela. Measurement and Scaling of Acoustic Transfer Matrices of Premixed Swirl Flames. Dissertation, Technische Universität München, 2009.
- Ansys. CFX-Solver Modeling Guide. Ansys-CFX[®], 2014.
- S. Bade. Messung und Modellierung der thermoakustischen Eigenschaften eines modularen Brennersystems für vorgemischte Drallflammen. Dissertation, Technische Universität München, 2014.
- H. Baehr und S. Kabelac. Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendungen. Springer Verlag, 2009.
- D. Bechert. Sound Absorption Caused by Vorticity Shedding, Demonstrated With a Jet Flow. *Journal of Sound and Vibration*, 70(3), 1980.
- V. Bellucci. Modeling and Control of Gas Turbine Thermoacoustic Pulsations. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2009.

- V. Bellucci, P. Flohr, C. O. Paschereit, und F. Magni. On the Use of Helmholtz Resonators for Damping Acoustic Pulsations in Industrial Gas Turbines. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 126(2), 2004.
- M. Betz. Bisher unveröffentlichte Messungen. 2017.
- M. Betz, M. Wagner, M. Zahn, M. Schulze, N. Stadlmair, C. Hirsch, und T. Sattelmayer. Impact of Damper Parameters on the Stability Margin of an Annular Combustor Test Rig. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017*, GT2017-64239, 2017.
- M. Betz, M. Zahn, und T. Sattelmayer. Influence of Dampers on the Damping Rates of a Lab Scale Annular Combustor. *24th International Congress on Sound and Vibration*, 2017.
- M. R. Bothien und D. Wassmer. Impact of Density Discontinuities on the Resonance Frequency of Helmholtz Resonators. *AIAA Journal*, 53(4), 2015.
- M. R. Bothien, N. Noiray, und B. Schuermans. A Novel Damping Device for Broadband Attenuation of Low-Frequency Combustion Pulsations in Gas Turbines. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 136(4), 2013.
- G. Campa und S. Camporeale. Influence of Flame and Burner Transfer Matrix on Thermoacoustic Combustion Instability Modes and Frequencies. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, GT2010-23104, 2010.
- S. Camporeale, A. Forte, B. Fortunato, M. M., und A. Ferrante. Numerical Simulation of the Acoustic Pressure Field in an Annular Combustion Chamber With Helmholtz Resonators. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*, GT2004-54139, 2004.
- A. M. Cargill. Low-Frequency Sound Radiation and Generation Due to the Interaction of Unsteady Flow With a Jet Pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, 121, 1982.

- P. Christ und T. Sattelmayer. Reduced Order Modelling of Flow and Mixing in an Automobile HVAC System Using Proper Orthogonal Decomposition. *Applied Thermal Engineering*, 133(212 - 223), 2018.
- B.-T. Chu und L. S. G. Kovasznay. Non-Linear Interactions in a Viscous Heat-Conducting Compressible Gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3(5), 1958.
- Comsol. User's Guide. COMSOL Multiphysics®, 2014.
- B. Cosic, T. G. Reichel, und C. O. Paschereit. Acoustic Response of a Helmholtz Resonator Exposed to Hot-Gas Penetration and High Amplitude Oscillations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(10), 2012.
- F. Culick. Unsteady Motions in Combustion Chambers for Propulsion Systems. NATO RTO AGARDograph AG-AVT-039, 2006.
- J. H. M. Disselhorst und L. van Wijngaarden. Flow in the Exit of Open Pipes During Acoustic Resonance. *Journal of Fluid Mechanics*, 99(2), 1980.
- J. Donea und A. Huerta. Finite Element Methods for Flow Problems. Wiley, 2003.
- A. Dowling. In Modern Methods in Analytical Acoustics, D. G. Crighton et al.: Thermoacoustic Sources and Instabilities. Springer Verlag, 1992.
- A. Dowling und J. Ffowcs Williams. Sound and Sources of Sound. Ellis Horwood Limited, 1983.
- I. Duran und S. Moreau. Solution of the Quasi-One-Dimensional Linearized Euler Equations Using Flow Invariants and the Magnus Expansion. *Journal of Fluid Mechanics*, 723, 2013.
- F. Durst. Grundlagen der Strömungsmechanik: Eine Einführung in die Theorie der Strömung von Fluiden. Springer Verlag, 2006.
- K. Ehrenfried. Strömungsakustik, Skript zur Vorlesung. Mensch und Buch Verlag, Berlin, 2004.

- D. Fanaca. Influence of Burner-Burner Interactions on the Flame Dynamics in an Annular Combustor. Dissertation, Technische Universität München, 2010.
- A. Fischer. Hybride, thermoakustische Charakterisierung von Drallbrennern. Dissertation, Technische Universität München, 2004.
- O. Föllinger und U. Konigorski. Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung. VDE Verlag, 2013.
- E. Freitag. On the Measurement and Modelling of Flame Transfer Functions at Elevated Pressure. Dissertation, Technische Universität München, 2009.
- J. Gikadi. Prediction of Acoustic Modes in Combustors Using Linearized Navier-Stokes Equations in Frequency Space. Dissertation, Technische Universität München, 2013.
- J. Gikadi, W. C. Ullrich, T. Sattelmayer, und F. Turrini. Prediction of the Acoustic Losses of a Swirl Atomizer Nozzle Under Non-Reactive Conditions. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013*, GT2013-95449, 2013.
- J. Gikadi, S. Föller, und T. Sattelmayer. Impact of Turbulence on the Prediction of Linear Aeroacoustic Interactions: Acoustic Response of a Turbulent Shear Layer. *Journal of Sound and Vibration*, 333(24), 2014.
- H. v. Helmholtz. Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 57, 1860.
- C. Hirsch, D. Fanaca, P. R. Alemela, W. Polifke, und T. Sattelmayer. Influence of the Swirler Design on the Flame Transfer Function of Premixed Flames. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005*, GT2005-68195, 2005.
- P. Holmes, J. Lumley, G. Berkooz, und C. Rowley. Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry. Cambridge University Press, 2012.

- T. Hummel, C. Temmler, B. Schuermans, und T. Sattelmayer. Reduced-Order Modeling of Aeroacoustic Systems for Stability Analyses of Thermoacoustically Noncompact Gas Turbine Combustors. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 138(5), 2016.
- I. Idelchik. Handbook of Hydraulic Resistance. Begell House, 1996.
- U. Ingard. On the Theory and Design of Acoustic Resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(6), 1953.
- U. Ingard und H. Ising. Acoustic Nonlinearity of an Orifice. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 42(1), 1967.
- R. Kathan. Verlustmechanismen in Raketenbrennkammern. Dissertation, Technische Universität München, 2013.
- J. J. Keller und E. Zauner. On the Use of Helmholtz Resonators as Sound Attenuators. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, 46(3), 1995.
- L. E. Kinsler. Fundamentals of Acoustics. Wiley, 1982.
- G. Kirchhoff. Über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. *Annalen der Physik und Chemie*, 210(6), 1868.
- N. Klarmann, T. Sattelmayer, W. Geng, und F. Magni. Flamelet Generated Manifolds for Partially Premixed, Highly Stretched and Non-Adiabatic Combustion in Gas Turbine. *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA-2016-2120, 2016.
- C. Külsheimer und H. Büchner. Combustion Dynamics of Turbulent Swirling Flames. *Combustion and Flame*, 131, 2002.
- D. Laera, K. Prieur, D. Durox, T. Schuller, S. Camporeale, und S. Candel. Impact of Heat Release Distribution on the Spinning Modes of an Annular Combustor With Multiple Matrix Burners. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 139(6), 2017.

- N. Lamarque und T. Poinso. Boundary Conditions for Acoustic Eigenmodes Computation in Gas Turbine Combustion Chambers. *AIAA Journal*, 46(9), 2008.
- M. Lauer. Determination of the Heat Release Distribution in Turbulent Flames by Chemiluminescence Imaging. Dissertation, Technische Universität München, 2011.
- E. Laurien und H. Oertel. Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle - Lösungsmethoden - Qualität und Genauigkeit. Springer Verlag, 2013.
- H. Levine und J. Schwinger. On the Radiation of Sound From an Unflanged Circular Pipe. *Phys. Rev.*, 383(73), 1948.
- T. C. Lieuwen. Unsteady Combustor Physics. Cambridge University Press, 2012.
- F. Marble und S. Candel. Acoustic Disturbance From Gas Non-Uniformities Convected Through a Nozzle. *Journal of Sound and Vibration*, 55(2), 1977.
- J. Moeck, M. Paul, und C. Paschereit. Thermoacoustic Instabilities in an Annular Rijke Tube. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, GT2010-23577, 2010.
- A. Morgans und C. Goh. The Effects of Entropy Wave Dissipation and Dispersion on Thermoacoustic Instabilities in a Model Combustor. *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2914, 2011.
- D. Morgenweck. Modellierung des Transferverhaltens im Zeitbereich zur Beschreibung komplexer Randbedingungen in Raketenschubkammern. Dissertation, Technische Universität München, 2013.
- M. L. Munjal und A. G. Doige. Theory of a Two Source-Location Method for Direct Experimental Evaluation of the Four-Pole Parameters of an Aeroacoustic Element. *Journal of Sound and Vibration*, 141(2), 1990.
- R. Munt. The Interaction of Sound With a Subsonic Jet Issuing From a Semi-Infinite Cylindrical Pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, 83(4), 1977.

- M. K. Myers. Transport of Energy by Disturbances in Arbitrary Steady Flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 226, 1991.
- F. Nicoud und T. Poinso. Thermoacoustic Instabilities: Should the Rayleigh Criterion be Extended to Include Entropy Changes? *Combustion and Flame*, 142(1-2), 2005.
- F. Nicoud und K. Wiecek. About the Zero Mach Number Assumption in the Calculation of Thermoacoustic Instabilities. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 1(1), 2009.
- N. Noiray, M. Bothien, und B. Schuermans. Investigation of Azimuthal Staging Concepts in Annular Gas Turbines. *Combustion Theory and Modelling*, 15(5), 2011.
- J. O'Connor und T. Lieuwen. Disturbance Field Characteristics of a Transversely Excited Burner. *Combustion Science and Technology*, 183(5), 2011.
- J. O'Connor und T. Lieuwen. Further Characterization of the Disturbance Field in a Transversely Excited Swirl-Stabilized Flame. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(1), 2011.
- P. Palies, D. Durox, T. Schuller, und S. Candel. The Combined Dynamics of Swirler and Turbulent Premixed Swirling Flames. *Combustion and Flame*, 157(9), 2010.
- M. C. A. M. Peters und A. Hirschberg. Acoustically Induced Periodic Vortex Shedding at Sharp Edged Open Channel Ends: Simple Vortex Models. *Journal of Sound and Vibration*, 161(2), 1993.
- M. C. A. M. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen, und A. P. J. Wijnands. Damping and Reflection Coefficient Measurements for an Open Pipe at Low Mach and Low Helmholtz Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 256, 1993.
- J. Pieringer. Simulation selbsterregter Verbrennungsschwingungen in Raketenschubkammern im Zeitbereich. Dissertation, Technische Universität München, 2008.

- T. Poinso und D. Veynante. Theoretical and Numerical Combustion. R.T. Edwards, Inc., 2005.
- S. Pope. Turbulent Flows. Cambridge University Press, 2000.
- Preetham, H. Santosh, und T. Lieuwen. Dynamics of Laminar Premixed Flames Forced by Harmonic Velocity Disturbances. *Journal of Propulsion and Power*, 24(6), 2008.
- R. Price, I. Hurle, und T. Sugden. Optical Studies of the Generation of Noise in Turbulent Flames. *Symposium (International) on Combustion*, volume 12, 1969.
- S. Rienstra und A. Hirschberg. An Introduction to Acoustics. Eindhoven University of Technology, 2004.
- J. Samarasinghe, W. Culler, B. D. Quay, D. A. Santavicca, und J. O'Connor. The Effect of Fuel Staging on the Structure and Instability Characteristics of Swirl-Stabilized Flames in a Lean Premixed Multi-Nozzle Can Combustor. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 139(12), 2017.
- T. Sattelmayer. Influence of the Combustor Aerodynamics on Combustion Instabilities From Equivalence Ratio Fluctuations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 125(1), 2000.
- A. Scarpato, S. Ducruix, und T. Schuller. A Novel Design Method for Robust Acoustic Dampers With Perforated Plates Backed by a Cavity Operating at Low and High Strouhal Numbers. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012*, GT2012-69249, 2012.
- S. Schimek, B. Cosic, J. Moeck, S. Terhaar, und C. Paschereit. Amplitude-Dependent Flow Field and Flame Response to Axial and Tangential Velocity Fluctuations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 137(8), 2015.
- B. Schuermans, V. Bellucci, F. Guethe, F. Meili, P. Flohr, und C. O. Paschereit. A Detailed Analysis of Thermoacoustic Interaction Mechanisms

- in a Turbulent Premixed Flame. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*, GT2004-53831, 2004.
- M. Schulze. Linear Stability Assessment of Cryogenic Rocket Engines. Dissertation, Technische Universität München, 2016.
- M. Schulze, J. Gikadi, und T. Sattelmayer. Acoustic Admittance Prediction of two Nozzle Designs of Different Length Using Frequency Domain Simulations. *5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences*, 2013.
- N. V. Stadlmair, M. Wagner, C. Hirsch, und T. Sattelmayer. Experimentally Determining the Acoustic Damping Rates of a Combustor With a Swirl Stabilized Lean Premixed Flame. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015*, GT2015-42683, 2015.
- N. V. Stadlmair, P. Mohammadzadeh Keleshtery, M. Zahn, und T. Sattelmayer. Impact of Water Injection on Thermoacoustic Modes in a Lean Premixed Combustor Under Atmospheric Conditions. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017*, GT2017-63342, 2017.
- G. Staffelbach, L. Gicquel, G. Boudier, und T. Poinsot. Large Eddy Simulation of Self Excited Azimuthal Modes in Annular Combustors. *Proceedings of the Combustion Institute*, 32(2), 2009.
- S. Stow und A. Dowling. Modelling of Circumferential Modal Coupling Due to Helmholtz Resonators. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2003*, GT2003-38168, 2003.
- S. Stow, A. Dowling, und T. Hynes. Reflection of Circumferential Modes in a Choked Nozzle. *Journal of Fluid Mechanics*, 467, 2002.
- H. Tijdeman. On the Propagation of Sound Waves in Cylindrical Tubes. *Journal of Sound and Vibration*, 39(1), 1975.
- W. C. Ullrich, M. Schulze, und T. Sattelmayer. Fundamental Indirect Noise Generation by Interactions Between Entropy, Vorticity and Acoustic Waves in the Context of Aero Engine Applications. *Inter-noise 2014*, 2014.

- R. Vichnevetsky und J. B. Bowles. Fourier Analysis of Numerical Approximations of Hyperbolic Equations. SIAM Studies in Applied Mechanics, 1982.
- N. Worth und J. Dawson. Modal Dynamics of Self-Excited Azimuthal Instabilities in an Annular Combustion Chamber. *Combustion and Flame*, 160(11), 2013.
- M. Zahn, M. Schulze, C. Hirsch, M. Betz, und T. Sattelmayer. Frequency Domain Predictions of Acoustic Wave Propagation and Losses in a Swirl Burner With Linearized Navier-Stokes Equations. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015*, GT2015-42723, 2015.
- M. Zahn, M. Schulze, C. Hirsch, und T. Sattelmayer. Impact of Quarter Wave Tube Arrangement on Damping of Azimuthal Modes. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016*, GT2016-56540, 2016.
- M. Zahn, M. Betz, M. Schulze, C. Hirsch, und T. Sattelmayer. Predicting the Influence of Damping Devices on the Stability Margin of an Annular Combustor. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017*, GT2017-64238, 2017.
- M. Zahn, M. Schulze, M. Wagner, C. Hirsch, und T. Sattelmayer. Frequency Domain Predictions of the Acoustic Reflection Coefficient of a Combustor Exit Nozzle With Linearized Navier-Stokes Equations. *24th International Congress on Sound and Vibration*, 2017.