

Technische Universität München  
Institut für Energietechnik

Lehrstuhl für Thermodynamik

# Untersuchung horizontaler, zweiphasiger Rohrströmung unter besonderer Berücksichtigung des Entrainment

**Stefan Wenzel**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades  
eines

DOKTOR – INGENIEURS

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Rafael Macián-Juan, Ph.D.

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Xu Cheng,  
Karlsruher Institut für Technologie

Die Dissertation wurde am 20.11.2017 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 01.02.2018 angenommen.



*Gutta cavat lapidem non vi, sed saepe cadendo.*

Choirilos von Samos, um 470 v. Chr.



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Thermodynamik an der Technischen Universität München. Ihre Entstehung wäre ohne die Initiative zum Kompetenzerhalt in der Kerntechnik des Bundesministerium für Wirtschaft und Energie nicht möglich gewesen. Ich danke deshalb für die finanzielle Unterstützung und bin überzeugt, dass die Förderung junger Wissenschaftler auf dem Gebiet der Reaktorsicherheitsforschung auch über das Jahr 2022 hinaus, einen wichtigen Beitrag zum sicheren Betrieb kerntechnischer Anlagen sowohl in Deutschland als auch auf internationaler Ebene leisten wird.

Besonderen Dank möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer für die große wissenschaftliche Freiheit und das in mich gesetzte Vertrauen aussprechen. Herrn Prof. Dr.-Ing. Xu Cheng danke ich für die Übernahme des Koreferats und Herrn Prof. Rafael Macián-Juan, Ph.D., für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Für die äußerst lehrreichen fachlichen Diskussionen und die Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Mehrphasenströmung möchte ich Paul Riffat, Marek Czapp, Óscar Durán Lucas und Moritz Bruder herzlich danken. Helga Bassett und Sigrid Schulz-Reichwald danke ich für die kontinuierliche Unterstützung in allen administrativen Fragen und Dr.-Ing. Johannes Weinzierl, Katrin Johe, Alexander Präbst und Alexander Kroiß für interessante Gespräche, wertvollen Austausch und sonnige Spaziergänge.

Mein Dank gilt auch meinen lieben Kollegen bei der Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit sowohl für die herzliche Aufnahme als auch die moralische Unterstützung in der Endphase der Promotion.

Besonderer Dank gebührt meinem Vater Thomas, welcher sehr früh den Samen der Neugier in mein Herz pflanzte und meiner Mutter Andrea, deren Fürsorge dessen Gedeihen erst ermöglichte. Dir, meine liebe Jasmin, möchte ich abschließend für deine bedingungslose Liebe und das aufgebrachte Verständnis danken. Ohne dich wäre alles nichts.

München, im April 2018

Stefan Wenzel



## **Zusammenfassung**

Die Modellierung des thermohydraulischen Verhaltens kerntechnischer Anlagen ist ein wichtiger Aspekt der Reaktorsicherheitsforschung. Bei Kühlmittelverluststörfällen auftretende Strömungsregime können stark intermittieren und in Folge zu hohen Belastungen an den Strukturmaterialien sowie zu ungünstigen Rückwirkungen auf den Neutronenhaushalt im Reaktorkern führen. Die starken räumlichen und zeitlichen Skalenspreizungen der Regime stellen numerische Berechnungsverfahren vor große Herausforderungen. Um dem zu begegnen wurde ein Verfahren entwickelt, welches die Vorteile des skalenmittelnden Euler-Euler Zwei-Fluid Modells bezüglich des numerischen Aufwands in großen Rechengebieten mit der Fähigkeit der Volume-of-Fluid Methode verbindet, stratifizierte Strömungsbereiche quantitativ richtig zu beschreiben. Das Verfahren zeichnet sich durch hohe Flexibilität im Hinblick auf die dynamischen Übergangsprozesse zwischen dispersen und geschichteten Strömungsbereichen aus.

## **Abstract**

Modeling the thermo-hydraulic behavior of nuclear facilities is an important aspect of reactor safety research. Highly intermittent flow regimes which may occur during loss of coolant accidents can lead to high levels of stresses on the structure materials and to unfavorable feedback to the neutronic behavior of the reactor core. Strong spatial and temporal scale spreads in the regimes pose major challenges to the numerical modeling of the phenomena. In order to meet the requirements, a numerical method was developed which combines the advantages of the scale averaging Euler-Euler two-fluid model with respect to the numerical effort in large computational domains with the ability of the volume-of-fluid method to describe stratified flows quantitatively accurate. The process is characterized by high flexibility with regard to the dynamic transition processes between disperse and stratified flow regions.



# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xix
Nomenklatur	xxi
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Schwallströmung in der Reaktorsicherheitsforschung . . . . .	1
1.2 Numerische Fluidodynamik im Kontext der Mehrphasen- strömungssimulation . . . . .	4
1.2.1 Allgemeine Anmerkungen . . . . .	4
1.2.2 Die Open-Source CFD Software OpenFOAM . . . . .	5
1.3 Ziel der Arbeit . . . . .	6
<b>2 Stand der Wissenschaft und Technik</b>	<b>9</b>
2.1 Mechanismen der horizontalen Schwallströmung . . . . .	9
2.2 Modelle zur numerischen Berechnung . . . . .	14
2.2.1 Skalenauflösender Ansatz . . . . .	15
2.2.2 Skalenmittelnder Ansatz . . . . .	20
2.2.3 Schließungsmodelle zum phasenübergreifenden Impuls- austausch im Zwei-Fluid Modell . . . . .	23
2.2.3.1 Reibungswiderstand . . . . .	23
2.2.3.2 Lateraler Lift . . . . .	28
2.2.3.3 Wandschlupf . . . . .	31
2.2.3.4 Turbulente Dispersion . . . . .	32
2.2.4 Grenzflächentransportgleichung . . . . .	33
2.3 Turbulenzmodellierung in der Zweiphasenströmung . . . . .	37

2.3.1	Wirbelviskositätsmodelle . . . . .	38
2.3.2	Das $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell . . . . .	40
2.3.3	Geschwindigkeitsgrenzschicht . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Mehrskalenansatz zur Entrainmentsimulation</b>	<b>45</b>
3.1	Vorbemerkung . . . . .	45
3.2	Vorarbeiten zur Multiskalenbeschreibung . . . . .	47
3.3	Numerische Methodik . . . . .	51
3.3.1	Skalenseparationsmethode . . . . .	52
3.3.2	Krümmungsberechnung . . . . .	57
3.3.2.1	Makroskopischer Krümmungsbeitrag . . . . .	57
3.3.2.2	Mikroskopischer Krümmungsbeitrag . . . . .	59
3.3.3	Dynamische Regimebestimmung . . . . .	61
3.3.4	Grenzflächendichte in Schichtenströmungen . . . . .	64
3.3.5	Solverstrategie . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Versuchsanlage und Messtechnik</b>	<b>73</b>
4.1	Aufbau der Versuchsanlage . . . . .	73
4.2	Videometrische Untersuchungen . . . . .	74
4.3	Grenzflächenbestimmung . . . . .	77
4.3.1	Grenzflächendichte in horizontaler Rohrströmung . . . . .	77
4.3.2	Blasensäulenexperiment . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Validierung des entwickelten Multiskalenlösers</b>	<b>93</b>
5.1	Vorbemerkung . . . . .	93
5.2	Untersuchung des Gasdispersionsverhaltens - Horizontale Blasenströmung . . . . .	94
5.2.1	Das Kocamustafaogullari-Huang Experiment . . . . .	95
5.2.2	Numerische Details der Simulation . . . . .	96
5.2.3	Blaseninduzierte Turbulenz . . . . .	97
5.2.4	Schließungsmodelle für den phasenübergreifenden Impulsaustausch . . . . .	100
5.2.5	Mechanistische Modelle für die Blaseninteraktionen . . . . .	104
5.2.5.1	Quellterme nach Wu et al. . . . .	105
5.2.5.2	Quellterme nach Hibiki und Ishii . . . . .	109

5.2.5.3	Quellterme nach Yao und Morel . . . . .	112
5.2.5.4	Ergebnisse des Submodellvergleichs zur Blasen- interaktion . . . . .	115
5.3	Instabilitäten in stratifizierten Strömungen . . . . .	118
5.3.1	Beschreibung des Experiments . . . . .	118
5.3.2	Simulation des Experiments . . . . .	120
5.4	Horizontale Schwallströmung mit Entrainment . . . . .	126
5.4.1	Numerische Details der Simulation . . . . .	126
5.4.2	Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	130
5.4.3	Statistische Ergebnisse . . . . .	136
5.4.4	Untersuchungen zum Entrainmentverhalten . . . . .	141
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>155</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>159</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>175</b>
A.1	Umformung der Krümmungsformulierung . . . . .	175
A.2	Makroskopische Krümmungsberechnung . . . . .	176



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Zweiphasenströmungen während eines Kühlmittelverluststörfalls in Druckwasserreaktoren nach [1]. . . . .	2
2.1	Darstellung der Strömungsregime in horizontalen Rohren nach [15]. . . . .	11
2.2	Strömungskarte zur Regimebestimmung mittels Leerrohrgeschwindigkeiten nach Taitel und Dukler [16] für horizontale Rohre mit dem Durchmesser $d = 54$ mm für Wasser (liquide Phase $l$ ) und Luft (gasförmige Phase $g$ ). . . . .	12
2.3	Diffuse Wiedergabe der Phasengrenze im VOF-Modell. . . . .	17
2.4	Lokale Mittelung der Geschwindigkeiten und Grenzflächenmorphologie im Zwei-Fluid Modell. . . . .	22
2.5	Konzepte der <i>Interpenetrating Continua</i> (links) und <i>Partially Penetrating Continua</i> (rechts) [36]. . . . .	27
2.6	Hauptinteraktionsmechanismen sphärischer Blasen [64]. . . . .	37
2.7	Charakteristisches Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Grenzschicht [80]. . . . .	42
3.1	Schwallkörper mit auflösbarer Grenzfläche (links), disperser Blasenströmung (mittig) und kleinskaligen Strukturen an der Schwallfront (rechts) adaptiert nach [90]. . . . .	53

3.2 Vergleich der Berechnungsmethoden zur Grenzflächenkrümmungsbestimmung ohne (a) und mit Glättungsverfahren (b). . . . .	58
3.3 Verlauf der Regionendetektionsfunktion für variable Krümmungswerte. . . . .	63
3.4 Modelle für unaufgelöste Hauptgrenzflächenprofile nach [95] für (a) sinuswellen- und (b) gekerbt-gestörte Grenzflächen. . .	65
3.5 Programmablaufplan des Mehrskalenlösers. . . . .	72
4.1 Schematische Darstellung der Versuchsanlage in Videometrie-messkonfiguration. . . . .	74
4.2 Detektierte Phasengrenzen am Schwallanfang (rechts) und -ende (links). . . . .	77
4.3 Rohrquerschnitt (links) und geometrisches Modell des Rohrteilabschnitts mit dem Index $j$ (rechts). . . . .	80
4.4 Histogramme der ermittelten Blasenverteilung (relative Anzahl) für zehn vertikale Segmente im betrachteten Rohrabschnitt für $j_l = 0.6$ m/s und $j_l = 1.2$ m/s. . . . .	81
4.5 Schema des Blasensäulenexperimentes. . . . .	84
4.6 Rekonstruktion der Blasenoberfläche aus Stereoaufnahmen. . .	85
4.7 Vier Ansichten einer rekonstruierten, dreidimensionalen Blase aus den stereo-videometrischen Daten. . . . .	87
4.8 Korrelation von $\Gamma$ und $a_i$ mit exponentieller Regression (4.9) aus experimentellen Ergebnissen der Blasensäulenmessung. . .	89
4.9 Vergleich der gemessenen Ergebnisse mit dem Modell nach Gleichung (4.10) für $a_i$ im Blasensäulenexperiment. . . . .	90
5.1 Vergleich der Submodelle für blaseninduzierte Turbulenz. . . .	99

5.2 Vorhersage der Gasgehaltsverteilung im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang [55] bei $j_l = 4.67$ m/s, $j_g = 0.419$ m/s, $\alpha_g = 0.085$ an der axialen Position $L/D = 253$ mit (a) dem Effekt der lateralen Lift-Kraft, (b) der Wandschlupf- und (c) der turbulenten Dispersionskraft. . . . .	101
5.3 Vorhersage der Gasgehaltsverteilung für den bestimmten Submodellsatz im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang [55]. . . . .	103
5.4 Lokale Vorhersage der vertikalen Grenzflächendichteverteilung im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang (1994). . . . .	117
5.5 Darstellung des Experiments von Thorpe [112]. . . . .	119
5.6 Amplitudenwachstum der Instabilität für sinkende Gitterauflösung mit exponentieller Regression. . . . .	121
5.7 Vergleich des Amplitudenwachstums der Kelvin-Helmholtz Instabilität im Thorpe-Experiment [112] gegen die Simulationsergebnisse des MS-TFM (mit und ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung) und des VOF-Lösers. . . . .	122
5.8 DFT-Analyse der Oberflächenstörungen in der Simulation mit VOF-Methode. . . . .	124
5.9 DFT-Analyse der Oberflächenstörungen in der Simulation mit MS-TFM. . . . .	124
5.10 Mittelsektion des Strömungskanals mit Darstellung des Phasenanteils bei Simulation der Grenzflächeninstabilität mit MS-TFM. . . . .	125
5.11 Blockdarstellung (links) und numerisches Gitter (rechts) des Rechengebietes (axial gekürzt). . . . .	128

5.12 Schwallentstehungsposition bei variierender Gitterauflösung für $j_l/j_g = 0.5$ . . . . .	129
5.13 Überdruckverlauf (luftseitig, Einlass) und gemessene Einlassgeschwindigkeiten im stabilen Schwallströmungsregime. . . . .	132
5.14 Initialisierung des Strömungsfeldes mit $\alpha_g$ , $\alpha_l=1-\alpha_g$ und $u_{x,k}$ unter Anwendung der Gleichungen (5.51) und (5.53). . . . .	134
5.15 Grenzflächenposition $y/D$ (oben) und Verlauf der lokalen Froudezahl $Fr$ (unten) beispielhaft für einen initialen Simulationszustand mit hydraulischem Sprung bei $j_l = 0.6$ m/s und $j_g = 1.2$ m/s. . . . .	135
5.16 Strömungskarte der Versuchsanlage nach [140] mit den untersuchten Messpunkten und den bezogenen simulierten Testfällen für die jeweils angewendeten Modelle. . . . .	138
5.17 Simulierte Schwallfrequenz im Vergleich zum Experiment für die verwendeten Schichtströmungsmodelle. . . . .	139
5.18 Simulierter Schwallentstehungsort im Vergleich zum Experiment für die verwendeten Schichtströmungsmodelle. . . . .	139
5.19 Momentaufnahme eines Schwalls im Versuchsstand am Lehrstuhl für Thermodynamik und Konturen des Flüssigphasengehalts (oben), der Grenzflächendichte (mittig) und der Regionendetektionsfunktion (unten) der korrespondierenden Simulation für $j_l = 0.6$ m/s und $j_g = 1.2$ m/s. . . . .	143
5.20 Vertikale Grenzflächendichteprofile an drei Relativpositionen in einem Schwallkörper. . . . .	145
5.21 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 1.0$ m/s und $j_g = 2.3$ m/s. . . . .	148

5.22 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 0.6$ m/s und $j_g = 2.4$ m/s. . . . .	149
5.23 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 0.6$ m/s und $j_g = 1.2$ m/s. . . . .	150
5.24 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 0.4$ m/s und $j_g = 1.1$ m/s. . . . .	151
5.25 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 0.3$ m/s und $j_g = 1.6$ m/s. . . . .	152
5.26 Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für $j_l = 0.3$ m/s und $j_g = 1.1$ m/s. . . . .	153



# Tabellenverzeichnis

2.1	Koeffizienten des Standard- $k$ - $\varepsilon$ -Modells. . . . .	41
4.1	Normbrechungsindizes der beteiligten Medien. . . . .	78
4.2	Versuchsmatrix der Blasenrekonstruktionsexperimente. . . . .	88
5.1	Untersuchungsbereich des Kocamustafaogullari-Huang Experiments [55]. . . . .	96
5.2	Übersicht zur BIT-Zeitskalenbestimmung. . . . .	98
5.3	Verwendeter Submodellsatz zur Modellierung des interphasigen Impulstransfers in Gleichung (3.1) im dispergierten Strömungsanteil. . . . .	104
5.4	Gegenüberstellung der Instabilitätsparameter für Theorie, Experiment und Simulation. . . . .	126
5.5	Angewendete Submodelle zur Schwallströmungssimulation in den dispersen Strömungsregionen. . . . .	127
5.6	Zusammenstellung der verwendeten Randbedingungen. . . . .	136



# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

<i>A</i>	Querschnittsfläche	$\text{m}^2$
<i>a</i>	Flächenkonzentration	$\text{m}^{-1}$
<i>B</i>	Breite	m
<i>C</i>	Koeffizient	
<i>c</i>	Lichtgeschwindigkeit	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
<i>D</i>	Gesamtdurchmesser	m
<i>d</i>	Durchmesser	m
dev	deviatorische Anteil	
<i>E</i>	Energie	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
<i>Eo</i>	Eötvöszahl	-
<i>e</i>	Eulersche Zahl	-
<b>F</b>	Kraft	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
<i>f</i>	Frequenz	$\text{s}^{-1}$
<i>Fr</i>	Froudezahl	-
<i>G</i>	Massenstromdichte	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$
<b>g</b>	Gravitationsvektor	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
<i>H</i>	Höhe	m
<i>He</i>	Heaviside-Funktion	-
<b>I</b>	Einheitsmatrix	-

$j$	Leerrohrgeschwindigkeit	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$k$	turbulente kinetische Energie	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
$L$	Länge	m
$l$	Längenmaß	m
$LS$	Leistungsspektrum	-
$M$	Anzahl	-
$\mathbf{M}$	Grenzflächenimpulstransferterm	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}^2}$
$\dot{m}$	Massenstrom	$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$
$m$	skalare Variable 1	
$Ma$	Machzahl	-
$N$	Anzahl	-
$\mathbf{n}$	Normalenvektor	-
$n$	skalare Variable 2	
$n_B$	Blasenanzahldichte	$\frac{1}{\text{m}^3}$
$P$	Wahrscheinlichkeitsfaktor	-
$p$	Druck	$\frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$
$PDF$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	-
$Pr$	Prandtlzahl	-
$q$	turbulenter Geschwindigkeitsparameter	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$R$	Änderungsrate	$\text{s}^{-1}$
$r$	Radius	m
$Re$	Reynoldszahl	-
$RI$	Brechungsindex ( <i>refractive index</i> )	-
$S$	Quellterm	
$SEE$	Standardabweichung vom Erwartungswert	-
$s$	Bogensehne	m
$s_x$	Bogenlänge	m
$T$	Temperatur	K

## NOMENKLATUR

---

<b>T</b>	Tensor	-
$t$	Zeit	s
tr	Spur eines Tensors	-
<b>U</b>	Geschwindigkeitsvektor	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$u$	Geschwindigkeit (skalar)	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$w$	Wellenzahl	$\text{m}^{-1}$
$We$	Weberzahl	-
$Q$	Beschaffenheit ( <i>quality</i> )	$\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$
<b>x</b>	Positionsvektor	m
$x,y,z$	kartesische Koordinaten	m

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	volumetrischer Phasenanteil	-
$\Gamma$	Signalstärke	-
$\gamma$	Dispersionsgrad	-
$\delta_r$	Regionendetektionsfunktion	-
$\Delta$	Filmdicke	m
$\varepsilon$	turbulente Dissipationsrate	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$
$\zeta$	Korrekturfaktor	-
$\eta$	normierte Position im Schwall	-
$\theta$	Winkel	°
$\kappa$	Krümmung	$\frac{1}{\text{m}}$
$\kappa_{\text{s}}$	Isentropenexponent	-
$\Lambda$	Amplitude	m
$\lambda$	Wellenlänge	m

$\mu$	dynamische Viskosität	$\frac{\text{kg}}{\text{m s}}$
$\nu$	kinematische Viskosität	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\phi$	allgemeine skalare Größe	
$\Phi$	allgemeine vektorielle Größe	
$\varphi_{fs}$	Grenzflächendetektionsfunktion	-
$\pi$	Kreiszahl	-
$\rho$	Dichte	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\sigma$	Oberflächenspannungskoeffizient	$\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$
$\tau$	turbulente Zeitskala	S
$\boldsymbol{\tau}$	Spannungstensor	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}^2}$
$\vartheta$	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$
$\Psi$	Formfaktor	-
$\psi$	Effizienz	-
$\Omega$	Rechengebiet	

## Indices

0	Startwert
<i>add</i>	additiv
<i>B</i>	Blase
<i>b</i>	Zerfall ( <i>break-up</i> )
<i>bf</i>	freie Länge ( <i>free traveling</i> ) - Zerfall
<i>bi</i>	Interaktion - Zerfall
<i>c</i>	kontroll-
<i>cf</i>	freie Länge ( <i>free traveling</i> ) - Kollision
<i>ci</i>	Interaktion - Kollision
<i>cl</i>	Kollision ( <i>collision</i> )

## NOMENKLATUR

---

<i>co</i>	Kompression
<i>d</i>	dispers
<i>D</i>	Reibungswiderstand ( <i>drag</i> )
<i>e</i>	Energie (kinetisch)
<i>ein</i>	Einlass
<i>eff</i>	effektiv
<i>exp</i>	Experiment
<i>f</i>	Fluid
<i>fs</i>	freie Oberfläche ( <i>free surface</i> )
<i>g</i>	gasförmige Phase
<i>ges</i>	gesamt
<i>gr</i>	wachstum ( <i>growth</i> )
<i>i</i>	Grenzfläche ( <i>interface</i> )
<i>in</i>	Initialwert
<i>Inj</i>	Injektoren
<i>j</i>	Laufindex
<i>k</i>	Phase/Medium
<i>kr</i>	kritischer Wert
<i>L</i>	lateraler Lift
<i>l</i>	liquide Phase
<i>li</i>	links
<i>M</i>	makroskopisch
<i>m</i>	mikroskopisch
<i>max</i>	Maximum
<i>min</i>	Minimum
<i>mix</i>	Mischung
<i>n</i>	Laufindex der Zeit
<i>o</i>	oben

<i>P</i>	Partikel
<i>p</i>	Exponentialkoeffizient
<i>ph</i>	Phasenwechsel
<i>q</i>	quer
<i>r</i>	relativ
<i>re</i>	rechts
<i>RI</i>	Brechungsindex ( <i>refractive index</i> )
<i>rc</i>	zufällige Kollision ( <i>random collision</i> )
<i>s</i>	stratifiziert
<i>sk</i>	Skalierung
<i>sgs</i>	Subskalenturbulenz
<i>sim</i>	Simulation
<i>sm</i>	Index des Sauter-Durchmessers
<i>ST</i>	Oberflächenspannung ( <i>surface tension</i> )
<i>sw</i>	Schwall
<i>T</i>	transponiert
<i>t</i>	turbulent
<i>TD</i>	turbulente Dispersion
<i>th</i>	Grenzwert ( <i>threshold</i> )
<i>the</i>	theoretisch
<i>ti</i>	turbulenter Einschlag ( <i>turbulent impact</i> )
<i>u</i>	unten
<i>VM</i>	virtuelle Masse
<i>v</i>	Wellenversatz
<i>W</i>	Wand
<i>w</i>	Nachlauf- ( <i>wake</i> )
<i>WC</i>	Abstand- ( <i>cut-off</i> )
<i>WD</i>	Dämpfung

$w_e$	Nachlaufkollision ( <i>wake entrainment</i> )
$WL$	Wandschlupf ( <i>wall lubrication</i> )
$x,y,z$	kartesische Koordinaten
$\alpha$	Phasenanteil
$\lambda$	Reibung
$\mu$	viskos
$\tau$	Spannung
$\nabla$	Scher-

### Abkürzungen

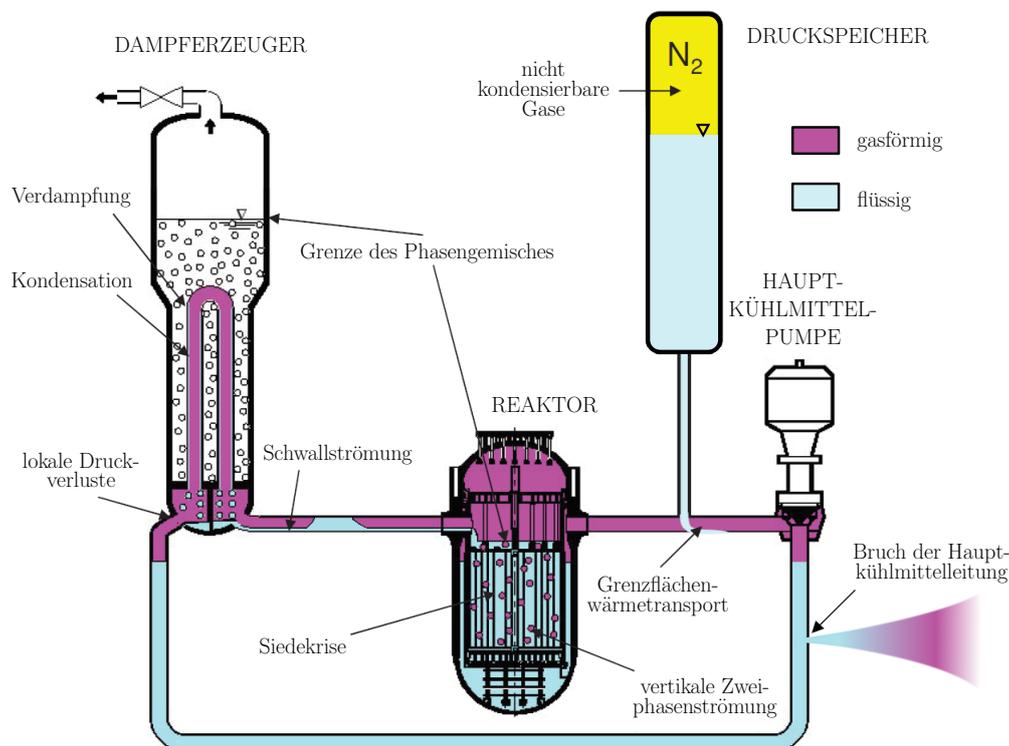
AIAD	Algebraic Interfacial Area Density
BIT	Bubble Induced Turbulence
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl
CFS	Continuum Surface Force
CMFD	Computational Multi Fluid Dynamics
DCC	Direct Contact Condensation
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
EELES	Euler-Euler Large Eddy Simulation
FVM	Finite Volumen Methode
GENTOP	Generalized Two-Phase Flow
IAC	Interfacial Area Concentration
IATE	Interfacial Area Transport Equation
KMV	Kühlmittelverluststörfall
LES	Large Eddy Simulation
MULES	Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution

MUSIG	Multi Size Group
MS-TFM	Multiskalen Zwei-Fluid Modell
OpenFOAM	Open Field Operation and Manipulation
PISO	Pressure Implicit with Splitting of Operators
PMMA	Polymethylmethacrylat
PPC	Partially Penetrating Continua
QMOM	Quadrature Method of Moments
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
SSM-OF	Schichtenströmungsmodell in OpenFOAM
TFM	Two-Fluid Model
TUM	Technische Universität München
VOF	Volume-Of-Fluid

# 1 Einleitung

## 1.1 Schwallströmung in der Reaktorsicherheitsforschung

Die Untersuchung mehrphasiger Strömungsprozesse ist für die Reaktorsicherheitsforschung von erheblichem Interesse, da derartige Phänomene in allen derzeit in Betrieb befindlichen Leichtwasserreakortypen auftreten und besonderen Einfluss auf das Störfallverhalten des Reaktors ausüben können. So können zweiphasige Phänomene wie die Siedekrise (Burnout und Dryout) in Druck- und Siedewasserreaktoren zu schweren Kernschäden führen. Auch an anderer Stelle des Primärkreislaufs können mehrphasige Strömungsregime Auswirkungen auf die Wirksamkeit der Reaktorschutzsysteme zeigen. Beim Eintreten eines Kühlmittelverluststörfalls (KMV), in dessen Folge starke Drucktransienten zu spontanen Siedevorgängen führen, treten abhängig von den sich einstellenden Strömungsparametern (Gasgehalt, Rohrrohrgeschwindigkeit, Rohrdurchmesser etc.), unterschiedliche Strömungsregime auf. Abbildung 1.1 zeigt beispielhaft einen Druckwasserreaktor während eines KMV und die dabei möglicherweise auftretenden zweiphasigen Strömungsregime. An der Leckposition einer Kühlmittelleitung wird es aufgrund des großen Druckunterschiedes zur Atmosphäre zu einer kritischen Ausströmung sowie einer heftigen Verdampfung des Primärkühlmittels kommen. Als Folge des anhaltenden Energieverlustes über das Leck setzen bei Erreichen des Sättigungszustandes im Primärkreislauf Siedeprozesse ein. Im Reaktorkern wird über die Nachzerfallsleistung des Kernbrennstoffes trotz reaktorphysikalisch unterkritischen Bedingungen ausreichend Wärmeleistung zugeführt um kontinuierlich Siedeprozesse in Gang zu halten. Es bildet sich eine dynamische vertikale Zweiphasenströmung aus. Weiter wird über das Not- und Nachkühlssystem kaltes Wasser eingespeist (Druckspeicher) sowie über die Hauptwärmesenke



**Abbildung 1.1:** Zweiphasenströmungen während eines Kühlmittelverluststörfalls in Druckwasserreaktoren nach [1].

(Dampferzeuger) zusätzlich Energie abgeführt. Hierbei treten Kondensationsprozesse auf. Komplexe geometrische Bedingungen im Primärkreislauf mit Einschnürungen und Strömungsumlenkungen führen zu lokalen Druckverlusten, welche zusätzlich durch die Präsenz des Zweiphasengemisches beeinflusst werden und das Einspeiseverhalten der Sicherheitssysteme bestimmen können. Als besonders komplexe und kritische Strömungsform ist die Schwallströmung hervorzuheben, welche sich durch starkes Intermittieren und große räumliche und zeitliche Skalenspreizung auszeichnet.

In einer Schwallströmung treten wechselnde Abschnitte großer, zusammenhängender Gasansammlungen, gefolgt von Flüssigkeitskörpern mit dispergiertem Gasgehalt auf. Diese Flüssigkeitsabschnitte werden als *Schwalle* oder *Schwallkörper* bezeichnet und bewegen sich in etwa mit der mittleren Geschwindigkeit der beiden Phasen. Aufgrund ihrer Masse und Geschwindigkeit üben diese Schwallkörper große impulsartige Lasten auf Armatu-

ren und Rohrbögen aus und dabei auftretende Druckpulsationen im niedrigen Frequenzbereich könnten in Resonanz mit den Eigenfrequenzen der strömungsführenden Leitungen stehen [2]. Werden diese zusätzlichen Belastungen bei der Systemauslegung nicht berücksichtigt, kann dies zu erheblichen Zerstörungen sicherheitstechnisch relevanter Anlagenteile mit schwerwiegenden Konsequenzen für Mensch und Umwelt führen. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, Schwallströmungen experimentell und theoretisch zu untersuchen und durch geeignete Modelle möglichst präzise Vorhersagen über ihre Entstehung und zu erwartende Kräfte zu treffen. Ein wichtiger Faktor, der hierbei über die Höhe der auftretenden Lasten mitentscheidet, ist der im Schwallkörper dynamisch wandernde Gasgehalt, welcher auch häufig engl. als *Entrainment* bezeichnet wird. Der Wert und die zeitliche Änderung dieser Größe entscheiden über die Stabilität der migrierenden Schwallkörper, sowie über die Höhe der auftretenden Druckpulsationen in den Rohrleitungen. Sie könnte damit das Einspeiseverhalten des Not- und Nachkühlsystems im Störfall direkt beeinflussen. Aus den vorangestellten Gründen wird bei den nachfolgenden Untersuchungen besonderes Augenmerk auf eine möglichst exakte Beschreibung und Modellierung des Entrainments im Schwallströmungsregime gelegt.

Abseits der nuklearen Sicherheitstechnik könnte eine zuverlässige Vorhersage von Schwallströmungen breite Anwendung in anderen ingenieurtechnischen Disziplinen finden, da sie über einen weiten Bereich von Strömungsgeschwindigkeiten mit unterschiedlichen Gasgehalten auftreten. Applikationen fänden sich unter anderem in der Ölförderindustrie, sowie in chemischen Prozessanlagen.

## 1.2 Numerische Fluidodynamik im Kontext der Mehrphasenströmungssimulation

### 1.2.1 Allgemeine Anmerkungen

Die Naturgesetze zu untersuchen und möglichst exakt zu beschreiben stellt das wesentliche Ziele der Naturwissenschaften dar. Die sich daraus ergebenden Charakterisierungen physikalischer Phänomene sind die Grundlage zur Entwicklung und Optimierung technischer Systeme und damit die Voraussetzung der Ingenieurwissenschaften. Um das Ziel der realitätsnahen Beschreibung zu erreichen, müssen je nach Problemstellung unterschiedliche Methoden angewandt beziehungsweise kombiniert werden. Einerseits werden empirische Untersuchungen vorgenommen und deren Ergebnisse in mathematische Modelle übertragen, andererseits können für generische Probleme über einen theoretischen Ansatz Gesetzmäßigkeiten in der Natur gefunden werden.

Bei der Betrachtung der speziellen Problematik mehrphasiger, turbulenter Strömungen stoßen beide Herangehensweisen an ihre Grenzen. Der praktische Ansatz ist dabei zum einen oft mit erheblichem finanziellen und experimentellen Aufwand verbunden, zum anderen sind bestimmte Eigenschaften der Strömung nur sehr schwierig bis gar nicht empirisch zugänglich. In einigen Fällen kann auf eine Beeinflussung des Strömungsgebietes durch invasive Messtechnik kaum verzichtet werden (Gitternetzsensoren) und einen theoretischen Ansatz zur Beschreibung mehrphasiger, turbulenter Strömungsregime zu finden, gilt aufgrund der Vielzahl interagierender Einflussfaktoren als aussichtslos.

Aus den vorangestellten Gründen gewinnt die numerische Simulation mehrphasiger Strömungen (CMFD, *Computational Multi-Fluid Dynamics*) zur phänomenologischen Untersuchung und Vorhersage immer stärker an Bedeutung. Diese Entwicklung lässt sich nicht zuletzt auf die höhere Verfügbarkeit und deutlich gesteigerte Leistungsfähigkeit von Rechnern und Rechenclustern zurückführen. Parallel zum technischen Fortschritt im Hardware-Bereich wurde auch die Entwicklung sowohl von Software-

Paketen zur Strömungssimulation, als auch die mathematische Modellierung und Optimierung numerischer Lösungsverfahren zur Beschreibung von Mehrphasenströmungen vorangetrieben. Eine Übersicht der angewendeten Methoden geben Fuster et al. [3] für strukturauflösende Verfahren und Sommerfeld und Decker [4] sowie Wang et al. [5] für strukturmittelnde Verfahren. Eine Beschreibung der in der vorliegenden Arbeit angewendeten Methoden bietet Kapitel 2.2.

Die numerische Behandlung der Turbulenz in Mehrphasenströmungen ist noch immer nicht zufriedenstellend gelöst. Für ingenieurtechnische Anwendungen werden derzeit in erster Linie reynoldsgemittelte Turbulenzmodelle (RANS, *Reynolds Averaged Navier Stokes*) eingesetzt. Diese berücksichtigen in ihren klassischen Formen allerdings nicht den Einfluss der blaseninduzierten Turbulenz, welche das Energiespektrum der Wirbelstrukturen stark beeinflussen können. Während der Gültigkeitsbereich und die Schwächen der einphasigen Modelle durch eine breite Validierungsbasis und langjährige Erfahrung gut bekannt sind, ist die Datenlage bei Modellerweiterungen für mehrphasige Strömungen noch sehr dünn. Dies gilt insbesondere auch für horizontale, mehrphasige Strömungsphänomene. Weiter gibt es nur wenige Ansätze zur Beschreibung der Interaktion von Turbulenz und Grenzfläche, obwohl experimentelle Ergebnisse auf einen starken Einfluss bei der Regimebildung hinweisen [6–8]. Einen Beitrag zum Erkenntnisgewinn der letztgenannten Punkte zu liefern, ist ein Ziel der vorliegenden Arbeit.

### 1.2.2 Die Open-Source CFD Software OpenFOAM

Das Simulationsprogramm OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*, OpenCFD Ltd [ESI Group]), welches für die hier vorgestellten Entwicklungen und Simulationen verwendet wurde, ist ein kostenloses und quelloffenes Softwarepaket. Derartige Programme, deren Quellcodes uneingeschränkt aufgerufen und bearbeitet werden können, werden als Open-Source-Software bezeichnet. Dabei ist die Verwendung der Codes als Teil kommerzieller Software zulässig [9].

Die Software ist ein Paket aus Bibliotheken in der Programmiersprache C++ und kann prinzipiell für jede Art von Feldoperationen verwendet werden. Zur Strömungssimulation wird die Finite Volumen Methode (FVM) für die Diskretisierung der partiellen Differentialgleichung in ein System linearer algebraischer Gleichungen angewendet. OpenFOAM besitzt außerdem eine modulare und *template*-basierte Struktur, welche es erlaubt, Programmcodeabschnitte aus verschiedenen Lösern abzurufen und somit Aufgaben zu verallgemeinern. Dies ist besonders in Lösern für mehrphasige Strömungen von Nutzen, da sich hier Behandlungsprinzipien oft ähneln und so generalisierte Programmabläufe nur entsprechend ergänzt werden müssen. Beispielfähig sei hier der MULES-Solver (*Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution*) genannt, welcher die Begrenzung des volumetrischen Phasengehaltes  $\alpha_k$  auf Werte zwischen Null und Eins garantiert [10] und in vielen Mehrphasenlösern auf Basis von OpenFOAM zur Anwendung kommt.

### 1.3 Ziel der Arbeit

Die Komplexität des Schwallströmungsregimes äußert sich vornehmlich in einer stetigen Änderung charakteristischer Längen- und Zeitskalen, welche sich oftmals um Größenordnungen unterscheiden und gegenseitig beeinflussen. Hinzu kommt bei einer solchen Strömung in horizontaler Ausrichtung eine starke Asymmetrie aufgrund des Gravitationsfeldes. Ihr Verhalten mit numerischen Methoden zufriedenstellend zu beschreiben, erweist sich als überaus schwierig. In der Vergangenheit wurden deshalb Modelle entwickelt, welche sich entweder der Beschreibung makroskopischer Längenskalen der Grenzfläche und damit der örtlichen und zeitlichen Auflösung ihres Transportes widmen<sup>1</sup> oder Grenzflächen in mikroskopischen Skalen mitteln und nicht aufgelöste Transportphänomene durch zusätzliche Quellterme (Kräfte) in der Impulsgleichung modellieren<sup>2</sup>. Beide Ansätze sind weit verbreitet und für die jeweils zugehörigen Strömungsformen gut validiert. Die Wahl des

---

<sup>1</sup>Hierzu zählen Strömungen mit freier Grenzfläche, wie z.B. Kanalströmungen oder Injektionsprobleme, bei denen Volume-Of-Fluid [11] oder Level-Set [12] Methoden gute Ergebnisse erzielen.

<sup>2</sup>Typische Beispiele sind Blasenströmungen mit geringen Gasgehalten. Das Euler-Euler Two-Fluid Modell nach [13] findet hier, mit guter Übereinstimmung zu experimentellen Daten, Anwendung.

Modells hängt dabei in erster Linie von der vertretbaren Gitterauflösung ab. Allerdings versagen auch beide Ansätze, sobald sich die beherrschenden Skalen stark verschieben oder in der Größenordnung der Kontrollvolumina (numerische Zelle) befinden. Des Weiteren treten bei hohen Gasgehalten, wie sie sich im Bereich einer Schwallfront zeigen, große Fehler auf, da hier bei der Modellbildung getroffene Annahmen ihre Gültigkeit verlieren. In Kapitel 2.2 werden die angesprochenen Modellansätze detailliert beschrieben.

Für eine quantitativ richtige Beschreibung von Schwallströmungen und ihrem stark transienten Verhalten auch bezüglich des Entrainment sind Modelle erforderlich, welche sich durch große Flexibilität bezüglich der vorherrschenden Skalen auszeichnen und welche in der Lage sind, auch den Übergang von aufgelösten zu gemittelten Strömungsformen und vice versa zu beschreiben. Um dieses Ziel zu erreichen, bietet sich eine Kopplung der vorherrschenden Methoden an, bei der Strömungsbereiche, welche durch makroskopische Skalen charakterisiert werden, direkt aufgelöst und kleinskalige Bereiche im selben Strömungsgebiet gemittelt und modelliert werden können. Dabei müssen die Anforderungen an Akribie und Stabilität unter anderem durch geeignete Übergangskriterien erfüllt werden. Die makroskopischen Zeitskalen des Strömungsregimes, die unter anderem die Belastungen der Bauteile bestimmen, liegen in Größenordnungen von mehreren Sekunden bis Minuten. Die größten Längenskalen können im Bereich mehrerer Meter liegen. Auch deshalb sollte das zu entwickelnde numerische Verfahren weder eine sehr feine Auflösung des Rechengebiets noch einen besonders hohen Speicherbedarf erfordern. Die Entwicklung und Validierung eines numerischen Verfahrens zur Berechnung des mehrskaligen, horizontalen Schwallströmungsregimes ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Die folgenden Ausführungen beschränken sich weitgehend auf das beschriebene Strömungsregime, wobei die beteiligten Phasen als Newtonsche Fluide paarweise, unmischbar und entweder im flüssigen oder gasförmigen Aggregatzustand vorliegen und Verdampfungs- sowie Kondensationsprozesse nicht berücksichtigt werden.



## 2 Stand der Wissenschaft und Technik

### 2.1 Mechanismen der horizontalen Schwallströmung

Die Grenzfläche einer Gas-Flüssigkeitsströmung nimmt, abhängig von den Volumenanteilen und den jeweiligen Phasengeschwindigkeiten, unterschiedliche Strukturen an. Um die Eigenschaften eines solchen mehrphasigen Strömungsregimes zu beschreiben, werden im folgenden Abschnitt die verwendeten Terminologien nach [14] aufgeführt. Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht die Untersuchung von Wasser-Luft Strömungen im thermischen Äquilibrium. Phasenbezogene Parameter werden mit  $l$  für die liquide und  $g$  für die gasförmige Phase indiziert, wobei diese nachfolgend auch als Flüssig- und Gasphase, beziehungsweise kontextabhängig mit Wasser und Luft bezeichnet sind.

Um die Massenkontinuität innerhalb eines Kontrollvolumens zu gewährleisten, ergibt sich der Gesamtmassenstrom  $\dot{m}$  als Summe der Gas- und Flüssigkeitsmassenströme  $\dot{m}_g$  und  $\dot{m}_l$ :

$$\dot{m} = \dot{m}_l + \dot{m}_g . \quad (2.1)$$

Wird der Massenstrom auf einen Strömungsquerschnitt  $A$  bezogen, ergibt sich die Massenstromdichte  $G$ :

$$G = \frac{\dot{m}}{A} . \quad (2.2)$$

Das Verhältnis aus Gasmassenstrom und Gesamtmassenstrom wird als Beschaffenheit (eng. *Quality*) bezeichnet und ergibt sich zu

$$Q = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} . \quad (2.3)$$

Der Volumenanteil der Gasphase  $\alpha_g$  (volumetrischer Phasengehalt des Gases) innerhalb des Kontrollvolumens ist durch

$$\alpha_g = \frac{V_g}{V_g + V_l} \quad (2.4)$$

definiert, wobei im Umkehrschluss für zweiphasige Systeme  $\alpha_l = 1 - \alpha_g$  gilt. Die mittlere Axialgeschwindigkeit  $u_{x,k}$  der Phase  $k$  ergibt sich als Verhältnis des Teilmassenstroms zur besetzten Teilquerschnittsfläche  $A_k$  und der Dichte der Phase  $\rho_k$ :

$$u_{x,k} = \frac{\dot{m}_k}{A_k \rho_k} \quad \text{mit} \quad k = l, g. \quad (2.5)$$

Mit den vorangestellten Beziehungen lässt sich die Leerrohrgeschwindigkeit der jeweiligen Phase ableiten. Diese repräsentiert die Geschwindigkeiten der Phasen, welche sie aufweisen würden, strömten sie ohne die jeweils andere Phase frei im betrachteten Kontrollvolumen:

$$j_g = \frac{G \cdot Q}{\rho_g} = \alpha_g u_{x,g} \quad \text{und} \quad j_l = \frac{G(1 - Q)}{\rho_l} = (1 - \alpha_g) u_{x,l}. \quad (2.6)$$

Die additive Leerrohrgeschwindigkeit

$$j_{add} = j_g + j_l \quad (2.7)$$

wird als Vergleichsparameter für die Auswertungen experimenteller Versuche und numerischer Simulationen verwendet.

Horizontale Mehrphasenströmungen zeichnen sich im Gegensatz zu ihren vertikalen Formen durch eine starke Asymmetrie aus, welche vom senkrecht zur Strömungsrichtung wirkenden Gravitationsfeld herrührt. Diese Tatsache erhöht die Komplexität bei der Modellierung dieser Strömungsformen deutlich. Die Wechselwirkungen zwischen den Phasen werden wesentlich durch die Morphologie ihrer Grenzfläche beeinflusst. Globale Charakteristika, wie Druckverlust und Strukturbelastungen, sind deshalb auch durch das jeweils vorliegende Strömungsregime bestimmt. Das Verhältnis der Leerrohrgeschwindigkeiten, als Produkt von Axialgeschwindigkeit und Phasenanteil, zeigt dabei den stärksten Einfluss auf die sich einstellende Strömungsform. Generell wird hier zwischen dispersen und getrennten Strömungsklassen so-

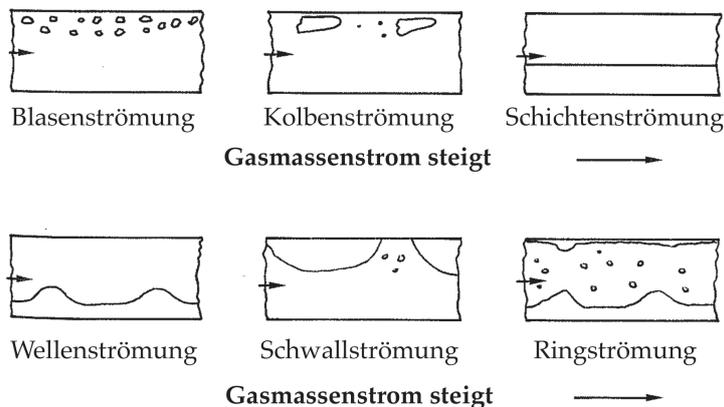
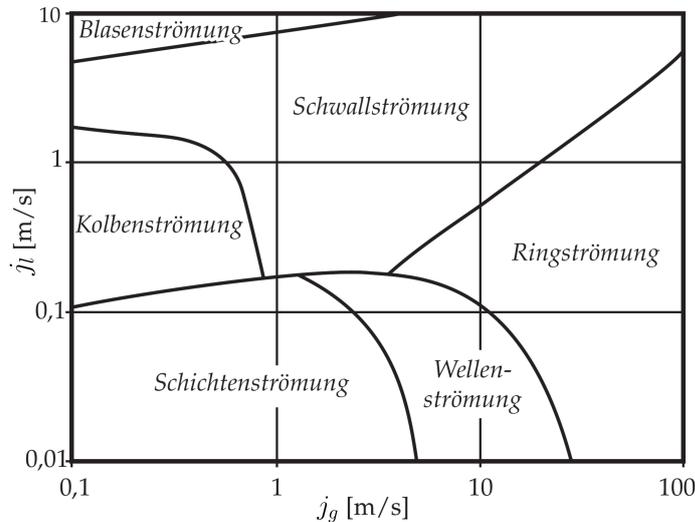


Abbildung 2.1: Darstellung der Strömungsregime in horizontalen Rohren nach [15].

wie Mischformen unterschieden [13]. Abbildung 2.1 zeigt die weitere Unterteilung dieser Klassen in die horizontalen Strömungsregime. In den schematischen Darstellungen steigt der Phasenanteil sowie die Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase von oben-links nach unten-rechts an, sodass der Anteil der Flüssigphase sinkt. Empirische Untersuchungen an einer Vielzahl von Geometrien mit unterschiedlichen Dimensionen [16–18] zeigen, dass die Übergänge zwischen den Regimen in komplexen Beziehungen mit den Leerrohrgeschwindigkeitsverhältnissen von Gas- und Flüssigphase stehen. Auf Basis dieser Experimente können Strömungskarten abgeleitet werden, welche eine Vorhersage des auftretenden Regimes bei einer vorgegebenen Kombination der Leerrohrgeschwindigkeiten der beteiligten Phasen erlaubt. Abbildung 2.2 zeigt eine solche Karte für die Rohrgeometrie des Versuchstandes "Horizontale Zweiphasenströmung" am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München.

Ein Schwallströmungsregime kann, wie in Abbildung 2.2 deutlich wird, über einen großen Bereich von Verhältnissen der Leerrohrgeschwindigkeiten hinweg auftreten. Bei seiner Entwicklung aus einer Schichtenströmung heraus, führen zwei wesentliche Effekte zur vollständigen Blockade des Rohrquerschnittes durch die Flüssigphase:

**Hydrodynamische Instabilitäten** Strömen zwei Fluide mit unterschiedlicher Dichte ( $\rho_1 \neq \rho_2$ ) und mittlerer Axialgeschwindigkeit ( $u_{x,1} \neq u_{x,2}$ ) horizontal in



**Abbildung 2.2:** Strömungskarte zur Regimebestimmung mittels Leerrohrgeschwindigkeiten nach Taitel und Dukler [16] für horizontale Rohre mit dem Durchmesser  $d = 54$  mm für Wasser (liquide Phase  $l$ ) und Luft (gasförmige Phase  $g$ ).

einem Rohr, können zufällige aufgeprägte Störungen an der Grenzfläche im zeitlichen und räumlichen Strömungsverlauf verstärkt werden. Dabei treten Druck- und Scherkräfte aus Relativbewegungen, Oberflächenspannung und Schwerkraft in Konkurrenz. Die beiden letztgenannten Faktoren dämpfen das System, da die Oberflächenspannung als Widerstand gegen jede Verformung einer flachen Grenzfläche und die Gravitation einer Wellenbildung entgegen wirkt. Die Relativbewegung hingegen destabilisiert die Oberfläche, als Folge des Bernoulli-Effekts: Durch den anwachsenden Wellenberg werden die darüber liegenden Stromlinien näher zusammengedrängt. Außerdem verringert sich in einem geschlossenen Kanal der Strömungsquerschnitt oberhalb des Wellenberges beziehungsweise unterhalb des Wellentales. Die Kontinuitätsbedingung sorgt für eine Zunahme der lokalen Geschwindigkeit und somit zu einer Reduktion des statischen Druckanteils in diesen Bereichen.

Gleichzeitig steigt der Druck auf der gegenüberliegenden Seite der Grenzfläche an und wird zusätzlich durch den erhöhten Reibungswiderstand und durch Stauung verstärkt. Übersteigt dieser Effekt den Einfluss von Gravitation und Oberflächenspannung, werden kleine Störungen der Grenzfläche

verstärkt. Dieses Phänomen wird als Kelvin-Helmholtz-Instabilität bezeichnet. Die Stabilität ist dabei abhängig von der Wellenlänge der Störung und dem Betrag der Relativgeschwindigkeit. Eine Herleitung dieses Phänomens kann zum Beispiel [13] entnommen werden. Kapitel 5.3 beinhaltet eine nähere Untersuchung der hydrodynamischen Instabilitäten in horizontalen Schichtströmungen.

**Wellenkoaleszenz** Instabilitäten der Grenzfläche treten simultan und örtlich versetzt im Strömungsgebiet auf. Dies kann zu konstruktiver Interferenz von Störungen führen. Verstärkt wird dieser Effekt durch den erhöhten Widerstand, den höhere Amplituden der Gasströmung entgegensetzen. Dadurch werden große Wellen stärker beschleunigt und koaleszieren mit kleineren, voran laufenden Wellen. Die damit einhergehende Verstärkung des Störungswachstums als Folge des Bernoulli-Effektes beschleunigt auch die Schwallentstehung. Die Störungen der Oberfläche können vielseitige Ursachen besitzen. Als ein wichtiger Parameter sind Turbulenzen, vornehmlich innerhalb der Flüssigphase, zu identifizieren. Aber auch periodische Schwingungen, welche von den Versorgungseinheiten (z.B. Pumpen, Gebläse etc.) herrühren, können die Grenzfläche zyklisch auslenken. Dabei wirken die oben beschriebenen Effekte als frequenzselektive Verstärker.

Das Blockieren des Rohrquerschnittes und die damit verbundene Beschleunigung der Gasphase erzeugen einen starken stromaufwärtigen Druckanstieg und beschleunigen den entstanden Flüssigkeitspfropfen auf Gasgeschwindigkeit. Dabei nimmt er langsamere Flüssigkeit stromabwärts auf und wächst in seiner Länge an. Durch den Impulsaustausch mit diesem langsameren Fluid im unteren Teil der Schwallfront entsteht eine brechende Welle von komplexer Gestalt, über welche auch Gas in Form disperser Blasen in den Schwallkörper eingetragen wird. Dieser Impulsaustausch sorgt für den Abbau des Überdrucks aus dem nachlaufenden Strömungsbereich und nimmt damit entscheidenden Einfluss auf den globalen Druckverlust über die Rohrleitung. Abhängig von den Leerrohrgeschwindigkeiten variiert der Anteil eingetragener Gasphase stark und kann bei hohen Werten sogar zu einem Zusammenbruch des Schwallkörpers durch Überbrückung führen. Einer zu-

verlässigen Modellierung des dispersen Gasgehaltes kann deshalb große Bedeutung zugemessen werden.

## 2.2 Modelle zur numerischen Berechnung

Zur modellhaften Berechnung mehrphasiger Systeme im Kontext der numerischen Strömungsmechanik (CFD, *Computational Fluid Dynamics*) existiert eine Vielzahl von Methoden. In der Regel beschränkt sich deren Anwendbarkeit auf eng gesetzte Grenzen bezüglich der Strömungseigenschaften. Für disperse Strömungen, in der eine der beiden Phasen als kontinuierlich betrachtet werden kann, bietet sich für kleine Phasengehalte bis  $\sim 10\%$  eine Modellierung über die Lagrangesche Partikelbewegung an. Dabei wird das Verhalten jedes Teilchens oder charakteristischer Teilchenpakete (engl. *Parcels*) durch die Bewegungsgleichung einer individuellen Trajektorie beschrieben. Partikel werden als volumen- und masselose Singularität modelliert, wobei diese und andere Eigenschaften wie ihre Form und Oberflächenbeschaffenheit, als skalare Größen "künstlich" aufgeprägt werden. Der kalkulatorische Aufwand zur Lösung des Strömungsproblems steigt mit der Anzahl der dispersen Teilchen an und überschreitet für komplexe Phänomene, wie das in dieser Studie untersuchte Schwallströmungsregime, die Grenzen technischer Ressourcen.

Für die Simulation von Mehrphasenströmungen im Industriemaßstab sind die betrachteten Strömungsregionen oft sehr groß gegenüber den charakteristischen Längenskalen der kleinsten dispersen Partikel, welche das Verhalten der Strömung und den Massen-, Energie- und Impulsaustausch zwischen den beteiligten Phasen bestimmen können. Die Interaktion zwischen den unmischbaren Fluiden erfolgt dabei hauptsächlich an der sie trennenden Phasengrenzfläche und wird deshalb über deren Morphologie und Ausdehnung bestimmt. Liegt die Spreizung der dominanten Skalen weit auseinander, können diese klar voneinander getrennt und der statistische Einfluss der dispersen Partikel auf das Gesamtströmungssystem über eine Ensemblemittlung repräsentiert werden. Liegen abweichende Strömungsbedingungen vor, so wird eine der Phasen eventuell nicht dispergiert oder es treten in Folge

starker Agglomerations- und Koaleszenzvorgänge großskalige Trennungen der beteiligten Fluide auf. In einer alternativen Betrachtungsweise kann auch die untersuchte Strömungsregion deutlich kleiner sein, sodass eine vormals als dispergiert betrachtete Grenzflächenstruktur in ihrer Größenordnung jener des Strömungsgebietes entspricht. Für diese Strömungssituationen kann der Einfluss der Phasengrenzfläche nicht über ihr statistisches Verhalten repräsentiert werden, vielmehr ermöglicht die Ähnlichkeit in den Größenordnungen der charakteristischen Längen von Strömungsgebiet und Grenzflächenstruktur eine Auflösung der dominanten Skalen.

Bei Anwendung der vorangestellten Betrachtungsweise von mehrphasigen Strömungen unmischbarer Fluide, lassen sich die Modelle zur Beschreibung dieser Systeme in **skalenmittelnde** und **skalenauflösende Modelle** unterscheiden.

### 2.2.1 Skalenauflösender Ansatz

Bei einer Modellbildung mit Auflösung aller bestimmenden Längenskalen der Grenzfläche ist die Phasengrenze in der mathematischen Formulierung als Diskontinuität in den skalaren und vektoriellen Feldgrößen zu betrachten. Konzeptionell lassen sich die daraus resultierenden Methoden in drei übergeordnete Kategorien unterteilen, welche sich durch die Behandlung dieser "Sprungbedingung" unterscheiden:

1. *Ghost Fluid* Methode [19]

Bei dieser Methode wird im Diskretisierungsverfahren die Diskontinuität an der Phasengrenze explizit berücksichtigt und damit der Sprungcharakter der Feldgrößen beibehalten.

2. *Interface Tracking* Methode

Dabei wird die Bewegung der vordefinierten Grenzfläche durch eine Anpassung des numerischen Netzes oder einer daran gebundenen zweidimensionalen Abbildung der Grenzfläche direkt wiedergegeben oder durch eine Lagrangesche Verfolgung masseloser Partikel, welche an die Position der Grenzfläche gebunden sind, repräsentiert.

### 3. *Interface Capturing* Methode

Hier bietet sich eine weitere Unterteilung an:

(a) markerbasiert:

Der von mindestens einer der beteiligten, kontinuierlichen Phasen besetzte Raum wird mit Markerpartikeln gefüllt. Diese Partikel kennzeichnen somit das vom Fluid besetzte Volumen und repräsentieren folglich indirekt die Phasengrenzfläche.

(b) indikatorbasiert:

Die Phasenverteilung im Raum wird über eine Indikator-Funktion repräsentiert, indem sie über ihren Wert im übergeordneten Strömungsfeld die thermophysikalischen Eigenschaften der beteiligten Fluide wichtet.

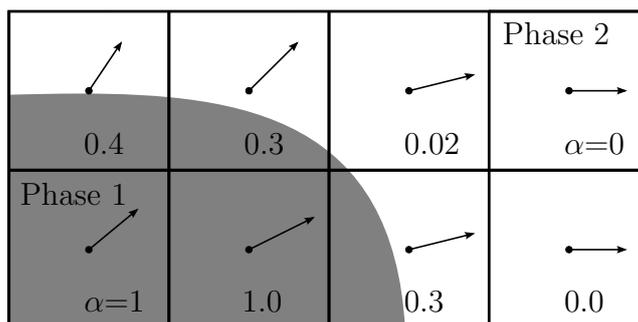
Letztgenanntes wird auch als Volumentransportformulierung (VOF, *Volume-Of-Fluid*) bezeichnet. Allgemein basiert die VOF-Methode auf einer Beschreibung des gesamten Strömungsfeldes, welches beide Phasen beinhaltet, durch einen gemeinsamen Satz an Grundgleichungen. Die Materialeigenschaften des strömenden Mediums ändern sich in dieser Modellvorstellung diskontinuierlich über eine phasenseparierende Grenzfläche hinweg. Der VOF-Ansatz zeichnet sich durch inhärente Massenerhaltung der beteiligten Phasen und seine Fähigkeit aus, prinzipiell auch starke Verformungen der Grenzfläche darstellen zu können und findet deshalb zur numerischen Berechnung mehrphasiger Systeme unter skalenäquivalenten Bedingungen häufig Anwendung. Entsprechende und detaillierte Beschreibungen des Modellansatzes können weiterführender Literatur wie [15, 20, 21] entnommen werden.

Für die mathematische Formulierung der angesprochenen Diskontinuität an der Phasengrenze wird die Heaviside-Funktion  $He$  als Indikator herangezogen, welche den Wert 1 in einer und den Wert 0 in der jeweils anderen Phase annimmt [22]. Materialeigenschaften werden durch den Wert der Grenzfunktion geschieden und bestimmen örtlich und zeitlich, welche Phase im Strömungsfeld vorliegt. Allgemein kann eine Materialeigenschaft  $\phi$  der flüssigen  $l$  oder gasförmigen Phase  $g$  am Ort  $\mathbf{x}$  zum Zeitpunkt  $t$  mit Hilfe

der Heaviside-Funktion exakt beschrieben werden:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_l He(\mathbf{x}, t) + \phi_g(1 - He(\mathbf{x}, t)). \quad (2.8)$$

Der Mischungsansatz der indikatorbasierten Repräsentanz entkoppelt die physikalische Längenskala der Phasengrenzfläche von der räumlichen Auflösung des numerischen Modells, indem die Sprungeigenschaft der Heaviside-Funktion durch den Mischungsanteil der jeweiligen Phase  $\alpha_k$  ersetzt und über mehrere Zellen verschmiert wird. Der entstehende Übergangsbereich zwischen den Phasen wird als Superposition der beteiligten Fluide betrachtet. Der Mischungsanteil kann in seiner physikalischen Entsprechung auch als volumetrischer Gas- oder Flüssigkeitsgehalt interpretiert werden und nimmt im Bereich der Phasengrenze, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, einen Wert  $0 < \alpha_k < 1$  an.



**Abbildung 2.3:** Diffuse Wiedergabe der Phasengrenze im VOF-Modell.

Der Phasengehalt wird als skalares Feld im Rechengebiet transportiert. Die Größe folgt der Transportgleichung (2.9), welche wie alle folgenden Transportgleichungen in Gibbsnotation formuliert ist.

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \bullet (\mathbf{U} \alpha_l) - C_\alpha \nabla^2 \alpha_l = S_\alpha \quad (2.9)$$

Gleichung (2.9) setzt sich aus einem transienten und einem konvektiven Term mit dem Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{U}$  zusammen und berücksichtigt des weiteren den diffusiven Transport. Für den realen Transportprozess wird der Diffusionskoeffizient  $C_\alpha$  zu Null womit der Term seine physikalische Bedeutung verliert. In einem numerischen Lösungsverfahren kann dieser Term aber

aus Stabilitätsgründen wieder an Bedeutung gewinnen. Der Quellterm  $S_\alpha$  beschreibt den Einfluss von Siede- und Kondensationsvorgängen.

Um die differenzielle Transportgleichung (2.9) numerisch lösen zu können, wird sie durch Diskretisierung in eine algebraische Form überführt. Eine Stabilitätsanalyse der Lösung dieser algebraischen Gleichung zeigt folgende Probleme [23]:

- Bei der Lösung der Gleichung mit numerischen Verfahren höherer Ordnung kann sich numerische Oszillation im Bereich der Phasengrenze einstellen. Damit wäre diese nicht mehr klar zu identifizieren.
- Werden Lösungsverfahren 1. Ordnung wie das Upwind-Schema angewendet, stabilisiert sich die Lösung. Diese Steigerung der Stabilität und Robustheit geht allerdings mit einer zunehmenden Ungenauigkeit bezüglich der Position der Phasengrenze einher und äußert sich durch das "Verschmieren" der Grenzfläche über mehrere Zellen. Dieser Vorgang wird als *numerische Diffusion* bezeichnet und resultiert aus der Diskretisierung des konvektiven Terms der Transportgleichung [24]. Da sie ein inherentes Merkmal des Diskretisierungsverfahrens und außerdem für die Stabilität der Simulation wichtig ist, lässt sich diese Eigenschaft nicht vollständig unterdrücken.

Um dieser Problematik zu entgegnen, haben sich zwei prinzipielle Vorgehensweisen durchgesetzt, eine geometrische Rekonstruktion der Phasengrenze [25, 26] und eine algebraische Herangehensweise [27]. Die zugrunde liegende Idee der geometrischen VOF-Methode ist die explizite Rekonstruktion einer Annäherung an die Grenzfläche durch Vorgabe einer (meist linearen) Funktion innerhalb einer Zelle, welche dann im Lagrangeschen Sinne transportiert wird [28]. Zwar ist vielfach belegt, dass dieser Ansatz das Problem der numerischen Diffusion reduziert [29, 30], allerdings mit einer deutlichen Erhöhung des numerischen Aufwandes einher geht [31]. Die algebraische VOF-Methodik zeichnet sich durch ihre Stabilität und die geringen numerischen Kosten, sowie dem geringen Speicherbedarf des Verfahrens aus. Hier werden die Flüsse über die Zellränder durch Interpolation

aus den Zellmittelpunktwerten ermittelt. Eine Stabilisierung der Phasengrenzfläche wird durch eine geeignete Formulierung des Diffusionsterms in der  $\alpha_l$ -Transportgleichung (2.9) erreicht:

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \bullet (\mathbf{U} \alpha_l) - \nabla \bullet [\mathbf{U}_{co} \alpha_l (1 - \alpha_l)] = S_\alpha. \quad (2.10)$$

Dieser Term wirkt als künstliche Kompression nur im Bereich der Grenzfläche  $[\alpha_l(1 - \alpha_l)]$  und damit der aus der Diskretisierung des Konvektionsterms stammenden *numerischen Diffusion* entgegen [22]. Die Kompressionsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}_{co}$  wirkt senkrecht zum  $\alpha_l$ -Gradienten und ist durch die Gleichung

$$\mathbf{U}_{co} = C_{co} |\mathbf{U}| \frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|} \quad (2.11)$$

definiert [28]. Dem Kompressionskoeffizienten  $C_{co}$  kann dabei keine physikalische Bedeutung zugemessen werden, sondern er wirkt als rein numerischer "Kunstgriff" einer numerischen Schwäche des Lösungsverfahrens entgegen.

Mit der dargestellten Ein-Feld-Formulierung des Systems wird die Bewegung des Fluidgemisches durch die Navier-Stokes Gleichungen beschrieben. Für dieses Gemisch ergeben sich so die Erhaltungssätze für Masse- und Impulsaustausch ohne die Berücksichtigung von Phasenübergangsvorgängen zu

$$\frac{\partial \rho_{\text{mix}}}{\partial t} + \nabla \bullet \rho_{\text{mix}} \mathbf{U} = 0, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \rho_{\text{mix}} \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho_{\text{mix}} \mathbf{U} \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \bullet \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} \rho_{\text{mix}} + \mathbf{M}_{ST}, \quad (2.13)$$

mit der Dichte des Fluidgemisches  $\rho_{\text{mix}}$  nach Gleichung (2.8) mit  $\phi = \rho$ . Der Quellterm  $\mathbf{M}_{ST}$  schließt die Modellierung der Oberflächenspannung ein, während  $\boldsymbol{\tau}$  den Spannungstensor und  $\mathbf{g}$  den Gravitationsvektor bezeichnet. Die in den folgenden Untersuchungen betrachteten Medien sind ausschließlich Newtonsche Fluide, sodass der Spannungstensor durch

$$\boldsymbol{\tau} = \mu_{\text{mix}} (\nabla \mathbf{U} + \nabla^T \mathbf{U}) \quad (2.14)$$

definiert ist [32]. Die Viskosität der Mischung  $\mu_{\text{mix}}$  wird äquivalent zu  $\rho_{\text{mix}}$

nach Gleichung (2.8) berechnet.

Die Oberflächenspannung trägt als Quellterm in der Impulstransportgleichung (2.13) zur Phaseninteraktion bei und trägt den Charakter einer Oberflächenkraft, welche normal zur Grenzfläche wirkt. In volumenbasierten Grenzflächenrepräsentanzverfahren ist jedoch die genaue Form und Position der Grenzfläche unbekannt. Brackbill et al. [33] überträgt deshalb die flächengebundene Oberflächenspannung in das Konzept einer volumenbasierten Oberflächenkraft (CSF, *Continuum Surface Force*), welche im gesamten Bereich der Transitionsregion wirkt

$$\mathbf{M}_{ST} = \sigma \kappa \nabla \alpha_l, \quad (2.15)$$

mit  $\sigma$  als Koeffizient der Oberflächenspannung und  $\kappa$  als den Wert der Grenzflächenkrümmung aus der Divergenz der Normalenvektorfeldes  $\mathbf{n}$  nach

$$\kappa = -\nabla \bullet \mathbf{n} = -\nabla \bullet \frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|}. \quad (2.16)$$

## 2.2.2 Skalenmittlerer Ansatz

Die lokal-instantane Beschreibung eines Strömungssystems wird auch für die Bewegung mehrerer beteiligter Phasen durch die Navier-Stokes Gleichungen wiedergegeben. In der sogenannten Euler-Eulerschen Betrachtung wird jedes beteiligte Medium als eigenständiges Kontinuum innerhalb eines festen Koordinatensystems behandelt und durch einen eigenständigen Satz von Erhaltungsgleichungen beschrieben. Dieser Ansatz wird auch als Konzept der interpenetrierenden Kontinua (*Interpenetrating Continua*) bezeichnet. Um die Gleichungssätze numerisch lösen zu können, müssen sie durch räumliche und zeitliche Mittelung vereinfacht werden. Dieses Vorgehen erzeugt allerdings eine Reihe zusätzlicher Terme, welche die Eigeninteraktion aber auch die Interaktion zwischen den Phasen umfassen, da während des Mittelungsprozesses Informationen über lokale Bedingungen verloren gehen. Diese neuen Terme erfordern die Einführung zusätzlicher, sogenannter *Schließungsmodelle*. Das Verfahren zum Erhalt der grundlegenden, volumen-

gemittelten Erhaltungsgleichung für Mehrphasensysteme im Kontext einer Euler-Eulerschen Betrachtungsweise wird extensiv in [13, 14, 34] behandelt. Die grundlegenden gemittelten Gleichungen, welche in der vorliegenden Arbeit Anwendung finden, basieren auf dem Verfahren der konditionierten Mittelung nach Dopazo [35]. Dabei werden die ursprünglichen Erhaltungsgleichungen mit der Phasenindikatorfunktion  $\alpha_k$  der jeweils betrachteten Phase  $k$  multipliziert, bevor sie einem Mittelungsverfahren unterzogen werden. Damit ergeben sich die Impuls- und Kontinuitätsgleichungen zu

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \bullet (\alpha_k \rho_k \mathbf{U}_k) = 0 \quad \text{mit } k = l, g \quad , \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \alpha_k \mathbf{U}_k}{\partial t} + \nabla \bullet (\alpha_k \mathbf{U}_k \mathbf{U}_k) = -\frac{\alpha_k}{\rho_k} \nabla p - \frac{\nabla \bullet (\alpha_k \boldsymbol{\tau}_k^{\text{eff}})}{\rho_k} + \alpha_k \mathbf{g} + \frac{\mathbf{M}_k}{\rho_k} \quad , \quad (2.18)$$

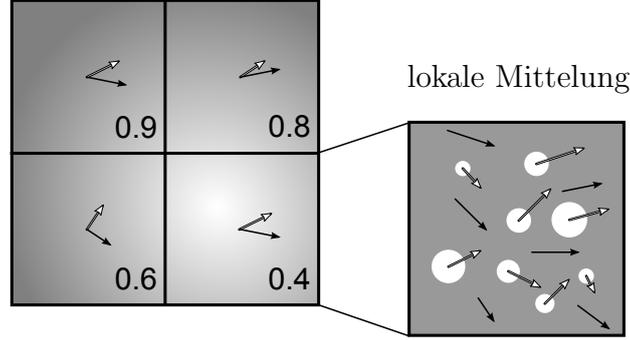
wobei sich der effektive Spannungstensor  $\boldsymbol{\tau}_k^{\text{eff}}$  aus den viskosen und den turbulenten Reynolds-Spannungen zusammensetzt<sup>1</sup> und  $p$  den lokalen Druck der beiden Phasen bezeichnet [13, 22, 36]. Der letzte Term der Gleichung (2.18) beschreibt den gemittelten Impulsaustausch zwischen den beteiligten Phasen.

Der so abgeleitete Ansatz wird als Zwei-Fluid Modell (TFM, *Two-Fluid Model*) bezeichnet. Eine Visualisierung der zugrunde liegenden Modellvorstellung kann Abbildung 2.4 entnommen werden. Das idealisierte Ensemble disperser Partikel wird in seinen charakteristischen Größen und individuellen Bewegungen innerhalb eines Kontrollvolumens gemittelt. Der Verlust dieser lokalen Informationen ist durch zusätzliche Schließungsmodelle zu kompensieren.

Yan und Che [37] zeigen, dass das in Kapitel 2.2.1 vorgestellte Interface-Capturing Verfahren in das Zwei-Fluid Modell überführt werden kann. Bei Trennung des Phasengehaltes in die Phasenbeiträge  $\alpha_l + \alpha_g = 1$  kann die

---

<sup>1</sup>Eine Beziehung zur Beschreibung dieses Beitrags unter Anwendung der Boussinesq-Hypothese ist in Kapitel 2.3 aufgeführt.



**Abbildung 2.4:** Lokale Mittelung der Geschwindigkeiten und Grenzflächenmorphologie im Zwei-Fluid Modell.

Kontinuitätsgleichung (2.12) zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l + \alpha_g \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \mathbf{U} + \alpha_g \rho_g \mathbf{U}) = 0 \quad (2.19)$$

beziehungsweise zu

$$\frac{\partial \alpha_l \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \mathbf{U}) = 0, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \mathbf{U}) = 0 \quad (2.21)$$

umformuliert werden und ist damit äquivalent zu (2.17), wenn beide Phasen das gleiche Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_l = \mathbf{U}_g$  teilen. Das oben beschriebene Vorgehen lässt sich auch auf die Impulsgleichung (2.13) übertragen und führt unter Anwendung der Mischungsbedingung (2.8) mit  $\rho_{\text{mix}} = \sum \alpha_k \rho_k$  und  $\mu_{\text{mix}} = \sum \alpha_k \mu_k$  zu

$$\sum_k \left[ \frac{\partial \alpha_k \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \mathbf{U} \mathbf{U}) \right] = \sum_k \left[ -\frac{\alpha_k}{\rho_k} \nabla p + \frac{\nabla \cdot (\alpha_k \boldsymbol{\tau}_k)}{\rho_k} + \alpha_k \mathbf{g} + \frac{\mathbf{M}_k}{\rho_k} \right] \quad (2.22)$$

und damit nach Trennung der Gleichung unter Berücksichtigung von  $\alpha_l + \alpha_g = 1$  zu einer Äquivalenz mit (2.18). Das volumenbasierte Grenzflächenrepräsentanzverfahren erweist sich demnach als Spezialfall des TFM mit  $\mathbf{U}_k = \mathbf{U}$ . Dies ermöglicht die zugrunde liegenden Gleichungen in einer gemeinsam Form aufzustellen und die Modelle in einem gekoppelten Ansatz zu vereinigen.

### 2.2.3 Schließungsmodelle zum phasenübergreifenden Impulsaustausch im Zwei-Fluid Modell

Die räumliche Mittelung führt zu einem Informationsverlust über die Grenzflächenstruktur innerhalb des Kontrollvolumens, die den Austausch von Masse, Energie und Impuls zwischen den Phasen bestimmt. Um diesen Informationsverlust zu kompensieren, sind zusätzliche Annahmen über die nicht aufgelöste Grenzflächenmorphologie (z.B. sphärische oder elliptische Blasen oder Tropfen) zu treffen. Dies erhöht den Modellierungsgrad gegenüber skalenauflösender Methoden. In der Impulsgleichung müssen, neben den aus einphasigen Strömungen bekannten Reynoldsspannungstermen, zusätzliche Kräfte berücksichtigt werden, welche auf nicht aufgelöste Partikel  $P$  wirken. Diese Kräfte können nach ihrer Wirkungsrichtung in Widerstandskräfte (besonders Reibungswiderstand, Index  $D$ ) und laterale Kräfte unterteilt werden, sodass sich der Grenzflächentransferterm wie folgt zusammensetzt

$$\mathbf{M}_k = \frac{\alpha_k}{V_P} (\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_{TD} + \mathbf{F}_{WL} + \dots + \mathbf{F}_j), \quad (2.23)$$

mit dem lateralen Lift (*Lift Force*)  $L$ , der turbulenten Dispersion  $TD$ , dem Wandschlupf (*Wall Lubrication*)  $WL$  und sonstigen, oft vernachlässigten Kräften.

#### 2.2.3.1 Reibungswiderstand (Drag Force)

Der Reibungswiderstand wirkt der Bewegung eines Objektes in einem Strömungsfeld entgegen. Die Größe der Widerstandskraft hängt dabei von der Form und morphologischen Beschaffenheit des Objektes (angeströmte Fläche  $A_P$ , Reibungswiderstandskoeffizient  $C_D$ ), der Relativgeschwindigkeit  $\mathbf{U}_r$  zwischen Objekt und Fluid sowie den thermophysikalischen Eigenschaften des Fluids (Dichte  $\rho_f$ ) ab:

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} A_P \rho_f C_D \mathbf{U}_r |\mathbf{U}_r|. \quad (2.24)$$

In mehrphasigen Strömungssystemen nimmt die Phasengrenzfläche den Charakter der umströmten Objekt Oberfläche an. Unter dispersen Strömungsbedingung wird sich der Impulsaustausch als Folge der Reibungswiderstandskraft auf ein Ensemble beliebig geformter Partikel innerhalb einer Strömung des Fluides  $f$  nach

$$\mathbf{M}_{D,P} = \frac{1}{2} \alpha_P \frac{A_P}{V_P} \rho_f C_D |\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_P| (\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_P). \quad (2.25)$$

äußern [38]. Wird den Partikeln sphärische Form und ein gemeinsamer Partikeldurchmesser  $d_P$  unterstellt, lässt sich das Verhältnis  $A_P/V_P = 3/(2d_P)$  bestimmen, woraus sich das klassische Schließungsmodell des Reibungswiderstandes für disperse Blasenströmungen im TFM ableitet:

$$\mathbf{M}_{D,g}^d = \frac{3}{4} \alpha_g \frac{C_D}{d_P} \rho_l |\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g| (\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g). \quad (2.26)$$

Wie oben bereits angedeutet, ist der Reibungswiderstandskoeffizient  $C_D$  stark von der Morphologie der dispersen Partikel und der Reynoldszahl  $Re$  in viskosen Strömungen abhängig. Schiller und Naumann [39] leiteten die Beziehung für den Reibungswiderstandskoeffizienten aus empirischen Daten für feste, sphärische Partikel unter viskosen Bedingungen ab:

$$C_D = \frac{24}{Re_P} (1 + 0.15 \cdot Re_P^{0.687}). \quad (2.27)$$

Die Partikel-Reynoldszahl  $Re_P$  bezieht das charakteristische Längenmaß auf den Partikeldurchmesser  $d_P$  und die charakteristische Geschwindigkeit auf die zwischenphasige Relativgeschwindigkeit  $\mathbf{U}_r = \mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g$  und ergibt sich somit zu

$$Re_P = \frac{\rho_l |\mathbf{U}_r| d_P}{\mu_l}. \quad (2.28)$$

Diese Betrachtung vernachlässigt allerdings die Verformung der Partikel in mehrphasigen Systemen aufgrund der hydrodynamischen Kräfte, den Einfluss des Strömungsfeldes im Inneren von Blasen sowie jenen grenzflächenaktiver Substanzen (*Surfactanten*). Um den Verformungseffekt in die Modellierung des Impulsaustausches in Blasenströmungen einzubeziehen, entwickelten Ishii und Zuber [38] eine alternative For-

mulierung unter Einbeziehung der Eötvöszahl  $Eo$  als Kombination aus strömungsparameterabhängigen Subkorrelationen. Eine prominente Form der Implementierung findet sich in [40]:

$$C_D = \max(C_D^{\text{Sphäre}}, \min[C_D^{\text{Ellipse}}, C_D^{\text{Haube}}]). \quad (2.29)$$

Die angewendeten Subkorrelationen sind für sphärische Blasen

$$C_D^{\text{Sphäre}} = \frac{24}{Re_P}(1 + 0.1Re_P^{0.75}), \quad (2.30)$$

für elliptisch verformte

$$C_D^{\text{Ellipse}} = \frac{2}{3}\sqrt{Eo} \quad (2.31)$$

und für stark deformierte, haubenförmige Blasen

$$C_D^{\text{Haube}} = \frac{8}{3}. \quad (2.32)$$

Die Eötvöszahl ist ein Maß für die Stärke des Einflusses der Oberflächenspannung auf die Gestalt eines umströmten Fluidpartikels. Sie kann als Verhältnis aus Gravitationskraft zur Kraft durch Oberflächenspannung interpretiert werden:

$$Eo = \frac{|\mathbf{g}||\rho_l - \rho_g|d_P^2}{\sigma}, \quad (2.33)$$

mit dem Oberflächenspannungskoeffizienten  $\sigma$ .

Tomiya et al. [41] berücksichtigen in ihren Untersuchungen zum Widerstandskoeffizienten einzelner Blasen in einem Wasser-Luft System außerdem den Einfluss einer Kontamination mit Surfactanzen. Da dieser Effekt in der vorliegenden Studie allerdings nicht einbezogen wird, erfolgt an dieser Stelle keine tiefer gehende Darstellung ihrer Ergebnisse.

Eine gesonderte Behandlung erfährt der Reibungswiderstandsterm für den Sonderfall freier Oberflächen im Kontext des Euler-Euler TFM. Zwar bezieht die zu Grunde liegende Modellvorstellung des TFM freie Oberflächenströmungen nicht mit ein, wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben, allerdings kann das Grenzflächenrepräsentanzverfahren für den Grenzfall  $\mathbf{U}=\mathbf{U}_l=\mathbf{U}_g$  als äquivalent betrachtet werden und ist damit prinzipiell kompatibel. Da

auch für diesen Fall die Information über die Grenzflächenmorphologie durch die räumliche Mittelung verloren geht, ist ihr Einfluss auf die Erhaltungsgleichungen in geeigneter Form zu modellieren und einen entsprechenden Wert für  $A_P$  in Gleichung (2.24) zu identifizieren. Einen Ansatz für eine solche Formulierung liefert Egorov [42] mit der Einführung des algebraischen Grenzflächendichtemodells (AIAD, *Algebraic Interfacial Area Density*). Aus der Überlegung, dass die Grenzflächenkonzentration  $a_i$  in der Mitte des Phasentransitionsbereichs den größten Wert annehmen muss, leitet er eine Schließung für  $a_i$  aus dem Betrag des Phasengehaltsgradienten ab

$$a_i = |\nabla\alpha_l| = \frac{\partial\alpha_l}{\partial\mathbf{n}}, \quad (2.34)$$

mit dem Grenzflächennormalenvektor  $\mathbf{n}$ . Der Autor weiß jedoch darauf hin, dass bei diesem Ansatz lokale, nicht aufgelöste Oberflächenstörungen nicht in die Modellierung einbezogen sind und die Grenzflächendichte somit unterschätzt wird. Höhne und Vallée [43] sowie Lucas et al. [44] greifen diesen Ansatz auf und integrieren ihn in ein Verfahren zur Bestimmung des Impulsaustausches an freien Oberflächen im Rahmen des TFM. Sie beschreiben die lokalen Bedingungen an der Phasengrenze äquivalent zum Verhalten einer Fluidströmung an einer festen Wand mit Haftbedingung, um so eine Angleichung der Geschwindigkeitsfelder beider Phasen in der Transitionszone zu erhalten. Unter Anwendung von Newtons Elementargesetz der Fluidreibung ergibt sich so die Schubspannung an der Grenzfläche zu

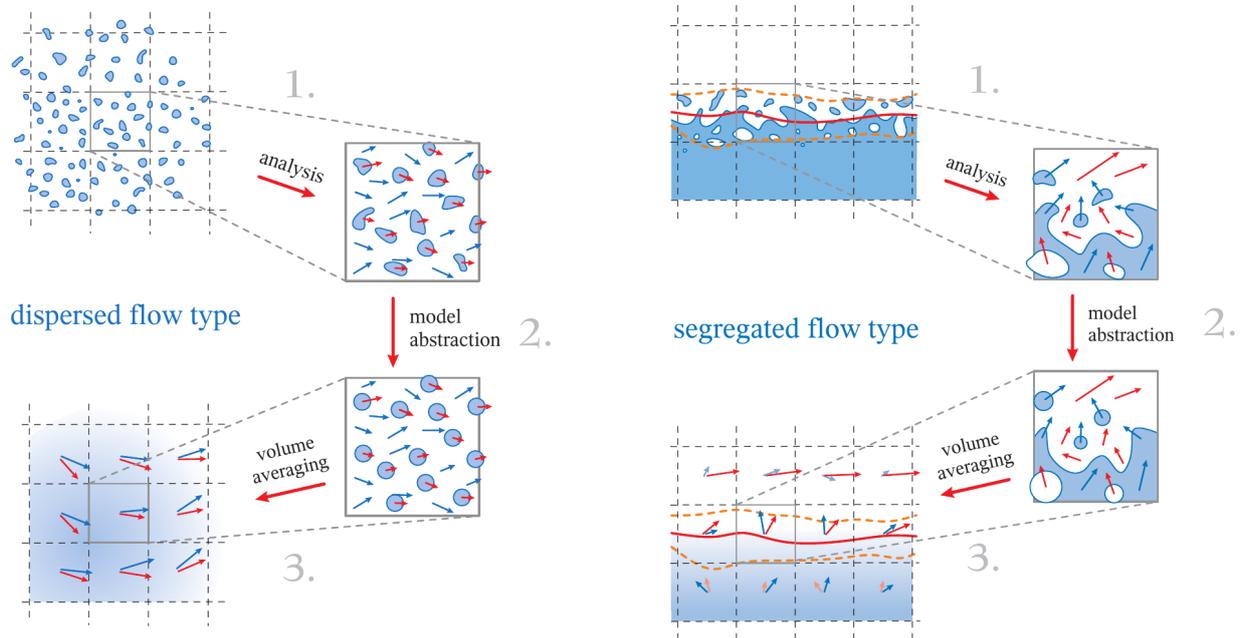
$$\boldsymbol{\tau}_{W,k} = \mu_k \frac{\partial \mathbf{U}_k}{\partial y}. \quad (2.35)$$

Mit  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{F}/A$  ergibt sich aus den Gleichungen (2.24) und (2.35) ein Modell für den Reibungswiderstandskoeffizienten an freien Oberflächen im TFM zu

$$C_D = \frac{2(\alpha_l \boldsymbol{\tau}_{W,l} + \alpha_g \boldsymbol{\tau}_{W,g})}{\rho_l \mathbf{U}_r^2}. \quad (2.36)$$

Auch in diesem Modell sind unteraufgelöste Grenzflächenstörungen nicht berücksichtigt.

Marschall [36] liefert in seiner Arbeit eine theoretische Begründung für die



**Abbildung 2.5:** Konzepte der *Interpenetrating Continua* (links) und *Partially Penetrating Continua* (rechts) [36].

Verwendung des TFM zur Beschreibung von Strömungen mit global stratifiziertem Charakter. Also Strömungen, bei welchen eine großskalige Trennung der beiden Phasen vorliegt. Er führt das Konzept der *partiell durchdringenden Kontinua* (PPC, *Partially Penetrating Continua*) ein und bezieht dabei mikroskopische Strukturen als Teil der freien Oberflächenströmung in die Modellierung ein. Das erlaubt eine Behandlung dieser Strömungsform als unaufgelösten Bereich unter der Einbeziehung zusätzlicher Schließungsterme und ist voll kompatibel mit dem volumengemittelten Grundkonzept des TFM. Eine Skizzierung dieser Modellvorstellung kann Abbildung 2.5 entnommen werden. Sie zeigt im linken Teilbereich das Schema einer realen dispersen Zweiphasenströmung in einem äquidistanten Raster (1.) sowie die Abstraktion dieser Strömung (2.) in die Modellvorstellung der *Interpenetrating Continua*<sup>2</sup> (3.). Im rechten Teilbereich von Abbildung 2.5 wird die Modellabstraktion, welche dem TFM zugrunde liegt, auf die Anteile nicht aufgelöster Grenzflächenstörungen in einer global getrennten Strömung angewendet. Welche Längenskalen hierbei als nicht auflösbar anzusehen sind

<sup>2</sup>siehe Kapitel 2.2.2

ist durch die rechenstechnisch vertretbare Raumdiskretisierung bestimmt.

Ähnlich wie bei Höhne und Vallée [43] wird  $\mathbf{M}_D$  als Folge von Schubspannung an der freien Oberfläche berechnet. Damit ergibt sich eine Proportionalität des Impulstransferterms zu den Viskositäten der beteiligten Fluide, der Grenzflächendichte und Relativgeschwindigkeit:

$$\mathbf{M}_{D,l} \sim \frac{\alpha_i}{\Delta} \frac{\mu_l \mu_g}{\mu_l + \mu_g} (\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g). \quad (2.37)$$

Der Proportionalitätsfaktor entspricht einem dimensionslosen Reibungskoeffizienten  $C_\lambda$ , welcher die tangentialen Trägheits- und Scherspannungsanteile berücksichtigt:

$$C_\lambda = m \cdot Re_i + n \cdot \pi_\mu. \quad (2.38)$$

Dabei sind  $m = 0.1, \dots, 1.5$  und  $n \approx 8$  freie Parameter, welche den Simulationsbedingungen angepasst werden müssen. Die Grenzflächen-Reynoldszahl ist als Maß für den tangentialen Trägheitsbeitrag definiert

$$Re_i = \frac{\rho_l \Delta |\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g|}{\alpha_l \alpha_g \mu_l \mu_g / (\mu_l + \mu_g)}, \quad (2.39)$$

während der viskose Scherbeitrag als

$$\pi_\mu = \frac{\alpha_l \alpha_g \mu_l \mu_g / (\alpha_g \mu_l + \alpha_l \mu_g)}{\mu_l \mu_g / (\mu_l + \mu_g)} \quad (2.40)$$

definiert ist [36]. Als Modell für die Grenzflächendichte wählt auch Marschall die Beziehung (2.34) beziehungsweise die Beziehung  $\Delta = 1/|\nabla \alpha_l|$  als Maß für die Grenzflächendicke und vernachlässigt so ebenfalls unteraufgelöste Grenzflächenstörungen.

### 2.2.3.2 Lateraler Lift

Die Lift-Kraft wirkt normal zur relativen Bewegung zwischen den Phasen als Folge der Interaktion der Blase mit einem Scherfeld in der sie umgebenden Flüssigkeit und zählt damit zu den lateralen Blasenkräften. Im Besonderen treten solche Scherfelder in Folge der Haftbedingung in direkter Nähe zu

festen Wänden auf, weshalb die Lift-Kraft deutlichen Einfluss in wandnahen Bereichen zeigt. Žun [45] gibt ein weit verbreitetes Modell auf Basis der Relativgeschwindigkeit sowie der Wirbelstärke (*Vorticity*) der Flüssigphase an

$$\mathbf{M}_{L,g} = -C_L \rho_l \alpha_g (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_l) \times (\nabla \times \mathbf{U}_l). \quad (2.41)$$

Frühe Untersuchungen [46–48] schlagen für den Wert des Lift-Koeffizienten  $C_L$  konstante, positive Werte zwischen 0.01 und 0.5 vor. Die daraus resultierende Kraft wirkt in Richtung der abnehmenden Geschwindigkeit im Scherfeld und damit hin zur festen Wand. Experimente zeigen jedoch, dass für größere Blasen, bei denen die Oberflächenspannung an Einfluss verliert und damit stärkere Verformungen auftreten, die Lift-Kraft ihre Wirkungsrichtung umkehren und damit weg von festen Wänden wirken kann [49]. Aus diesen Beobachtungen leiten Tomiyama et al. [49] eine Korrelation für den Lift-Koeffizienten auf Basis einer modifizierten Eötvöszahl  $Eo_q$  ab:

$$Eo_q = \frac{|\mathbf{g}| |\rho_l - \rho_g| d_q^2}{\sigma}. \quad (2.42)$$

Der Partikeldurchmesser  $d_P$  zur Berechnung der allgemeinen Form der Eötvöszahl in Gleichung (2.33) wird dabei durch die maximale Ausdehnung der Blase in Gradientenrichtung ersetzt, um die Blasenverformung zu berücksichtigen. Diese Querausdehnung  $d_q$  ergibt sich nach Wellek et al. [50] als Funktion von  $Eo$  zu

$$d_q = d_P \sqrt[3]{1 + 0.163 Eo^{0.757}}. \quad (2.43)$$

Die resultierende empirische Korrelation zur Bestimmung des Lift-Koeffizienten ist durch

$$C_L = \begin{cases} \min[0.228 \tanh(0.121 Re_P), f(Eo_q)], & Eo_q < 4, \\ f(Eo_q), & 4 < Eo_q < 10, \\ -0.27, & Eo_q > 10. \end{cases} \quad (2.44)$$

gegeben. Die Eötvös-Funktion  $f(Eo_q)$  hat die Form

$$f(Eo_q) = 0.00105 Eo_q^3 - 0.0159 Eo_q^2 - 0.0204 Eo_q + 0.474. \quad (2.45)$$

Moraga et al. [51] untersuchten feste Partikel mit geringer Dichte in einer vertikalen Rohrströmung mit Wasser. Dabei konnte der Effekt der entgegengesetzten Kraftwirkung unabhängig von der Partikelgröße ebenfalls festgestellt werden. Da für feste Partikel Oberflächenspannung offensichtlich keine Rolle spielen kann, führen Sie diese Kraft auf Wirbelablösungen an den Partikeln zurück. Es wurde erkannt, dass mit einem Anstieg des Produktes aus der Partikel-Reynoldszahl  $Re_P$  und der Scher-Reynoldszahl  $Re_\nabla = d_P^2 |\nabla \times \mathbf{U}_l| / \nu$  dieser gegengerichtete Kraftanteil überhand nimmt und sich das Partikel aus dem Bereich niedriger Geschwindigkeit entfernt. Daraus leiten Moraga et al. [51] eine Beziehung zur Bestimmung des Lift-Koeffizienten auf Basis dieses Produktes ab:

$$C_L = \left[ C_{L0} - \Delta C_L \exp \left( - \frac{Re_P Re_\nabla}{(Re_P Re_\nabla)_1} \right) \right] \exp \left( \frac{Re_P Re_\nabla}{(Re_P Re_\nabla)_0} \right). \quad (2.46)$$

Aus einer Parameteranpassung an die experimentellen Ergebnisse werden die Koeffizienten mit  $C_{L0}=0.12$ ,  $\Delta C_L=0.2$ ,  $(Re_P Re_\nabla)_1=3.6 \cdot 10^5$  und  $(Re_P Re_\nabla)_0=3 \cdot 10^7$  angegeben.

Die zugrunde liegenden Studien zur Ableitung der oben aufgeführten Korrelationen fanden dabei ausschließlich an vertikalen Strömungssystemen statt. In der Literatur finden sich hingegen nur wenige Untersuchungen zum Einfluss der Lift-Kraft auf Blasenströmungen unter horizontalen Bedingungen [52–54]. Experimentelle Ergebnisse aus horizontalen Rohrströmungen, unter anderem von Kocamustafaogullari und Huang [55], zeigen allerdings, dass die axiale Strömungsgeschwindigkeit durch den Einfluss von Blasenagglomerationen in der Nähe der oberen Rohrwand stärker und über einen breiteren Bereich abnimmt, als aus einphasigen Strömungen zu erwarten. Es ist anzunehmen, dass die Interaktion der Blasen und die daraus folgenden Änderungen im wandnahen Geschwindigkeitsprofil den Einfluss des anziehenden Aspektes der Lift-Kraft reduziert und verstärkt eine Bewegung der Blasen zum Rohrzentrum in Folge des dynamischen Druckverhältnisses erfolgt. Dieser Bewegung wirkt allerdings die Auftriebskraft entgegen, so dass sich in den Experimenten ein Maximum im Phasengehalt bei etwa  $0.8D$  der vertikal-radialen Position des Rohres ausbildet. Um diesem Phänomen Rechnung zu tragen kann ein negativer Lift-Koeffizient verwendet werden.

Ekambara et al. [52, 53] schlagen nach einer Parameterstudie einen Wert von  $C_L \approx 0.2$  konstant vor und bewegen sich damit innerhalb des von Tomiyama et al. [49] vorgeschlagenen Wertebereiches. Yeoh et al. [54] sowie Ekambara et al. [52] erzielten mit diesem Wert ebenfalls gute Ergebnisse bei numerischen Simulationen horizontaler Blasenströmungen.

### 2.2.3.3 Wandschlupf (Wall Lubrication Force)

In direkter Nähe zu einer festen Wand erfährt eine sich bewegende Blase eine abstoßende Kraft weg von der Wand in Folge des aus der Haftbedingung resultierenden Druckunterschiedes an den wandnormalen Rändern der Blase. Die höhere Strömungsgeschwindigkeit an der wandabgewandten Blasenseite bewirkt durch den Bernoulli-Effekt ein Absenken des lokalen Drucks und damit ein "Absaugen" der Blase weg von der Wand. Die aus diesem Phänomen resultierende Kraft wird als *Wall Lubrication Force* bezeichnet und hindert Blasen an einem direkten Kontakt mit der Wand. Antal et al. [56] schlagen eine Modellierung unter Berücksichtigung des Wandabstandes vor

$$\mathbf{M}_{WL,g} = C_{WL} \alpha_g \rho_l |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_l|^2 \mathbf{n}_W, \quad (2.47)$$

mit dem Wandnormalenvektor  $\mathbf{n}_W$  und dem Modellkoeffizienten

$$C_{WL} = \max \left[ 0, \frac{C_{W1}}{d_P} + \frac{C_{W2}}{y_W} \right], \quad (2.48)$$

wobei  $y_W$  den Normalenabstand zur Wand angibt. Für die Modellkoeffizienten werden die Werte  $C_{W1} = -0.01$  und  $C_{W2} = 0.05$  vorgeschlagen. Überschreitet der Wandabstand den Wert  $y_W > \frac{C_{W2}}{C_{W1}} d_P$  wird Gleichung (2.47) zu Null, sodass der Effekt nur in unmittelbarer Wandnähe auftritt.

Die Modellformulierung von Antal et al. [56] vernachlässigt den Einfluss von Blasenverformungen und zeigt Schwächen bei Stömungsbedingungen mit großer Eötvöszahl [57]. Dieses Problem wurde bereits von Tomiyama [58] erkannt, welcher eine alternative Formulierung des Modellkoeffizienten  $C_{WL}$  unter Berücksichtigung der Eötvöszahl (2.33) für Rohrströmungen vorschlägt. Frank et al. [57] modifizierten dieses Modell um Unabhängigkeit

von der durchströmten Geometrie zu erreichen zu

$$C_{WL} = C_{W3} \cdot \max \left[ 0, C_{WD}^{-1} \frac{1 - \frac{y_W}{C_{WC} d_P}}{y_W \left( \frac{y_W}{C_{WC} d_P} \right)^{p-1}} \right], \quad (2.49)$$

mit dem Abstandskoeffizienten (*cut-off*)  $C_{WC} \approx 10$ , dem Dämpfungskoeffizienten  $C_{WD} \approx 6.8$  und unter Anwendung eines Exponentialgesetzes zur Berücksichtigung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils in Wandnähe mit  $p \approx 1.7$ . Der Modellparameter  $C_{W3}$  beinhaltet die geforderte Abhängigkeit von  $EO$  und ergibt sich zu

$$C_{W3} = \begin{cases} 0.47 & EO < 1, \\ \exp(-0.933EO + 0.179) & 1 \leq EO \leq 5, \\ 0.00599EO - 0.0187 & 5 < EO \leq 33, \\ 0.179 & EO > 33. \end{cases} \quad (2.50)$$

Auch Hosokawa et al. [59] berücksichtigen in ihrer Formulierung der Modellkoeffizienten den Einfluss der Eötvöszahl, leiten aus Versuchen an Glycerin-Wasser-Systemen allerdings eine deutlich kompaktere Korrelation ab:

$$C_{WL} = C_{W3} \left( \frac{d_P}{2y_W} \right)^2, \quad (2.51)$$

mit

$$C_{W3} = 0.0217EO. \quad (2.52)$$

#### 2.2.3.4 Turbulente Dispersion (Turbulent Dispersion Force)

Der Einfluss turbulenter Wirbel auf das Verhalten disperser Partikel in einer mehrphasigen Strömung kann als Folge der Volumenmittelung nicht oder nur teilweise aufgelöst werden. Das Eindringen von Wirbeln in Blasenagglomerationen kann beispielsweise eine Verringerung der Anzahldichte in diesem Bereich verursachen, weshalb die turbulente Dispersion als diffusiver Term im phasenübergreifenden Impulsaustausch modelliert wird. Lo-

pez de Bertodano [47, 60] leitet aus den vorangestellten Überlegungen eine Formulierung dieses Terms unter Berücksichtigung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und dem Gradienten des Phasengehaltes ab

$$\mathbf{M}_{TD,g} = C_{TD}\rho_l k_l \nabla \alpha_g. \quad (2.53)$$

Die Empfehlung für den Wert des Modellkoeffizienten  $C_{TD}$  reicht von 0.1 bis 1.0.

Burns et al. [61] begründet den Mechanismus zum Impulsaustausch als Folge der turbulenten Dispersion mit der Wechselwirkung der turbulenten Wirbel mit den dispersen Partikel über den Reibungswiderstand (*Drag*) und leitet aus dieser Überlegung eine alternative Formulierung des Impulstransferterms auf Basis der Favre-Mittelung<sup>3</sup> ab

$$\mathbf{M}_{TD,g} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_g \rho_l}{d_P} |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_l| \frac{\nu_l^t}{Pr_l^t} \nabla \alpha_g. \quad (2.54)$$

Die turbulente Prandtlzahl  $Pr_l^t$  befindet sich sowohl für Wasser als auch Luft in der Größenordnung um Eins. Dieser Ansatz wird auch als *Favre Averaged Drag* (FAD) Modell bezeichnet.

## 2.2.4 Grenzflächentransportgleichung

Der Austausch von Masse, Impuls und Energie zwischen den Phasen im Strömungsgebiet wird maßgeblich durch die Struktur ihrer Grenzfläche bestimmt und ist proportional zur Grenzflächenkonzentration  $a_i$  (IAC, *Interfacial Area Concentration*) [13]. Die Kopplung der Phasen ist dabei in hohem Maße von kleinskaligen Grenzflächenstörungen abhängig, da diese den Betrag von  $a_i$  bestimmen [36]. Unteraufgelöste Grenzflächenstrukturen im Schwallströmungsregime treten entweder als weitestgehend stochastische Kleinstskalensterungen mit variierender Amplitude an der Grenzfläche der geschichteten Strömungsbereiche oder als dispergierte Blasen im Schwallkörper oder seltener als Tropfen im Vorlaufgebiet des Schwallkörpers

---

<sup>3</sup>Die Favre-Mittelung wird auch als dichtegewichtetes Mittelungsverfahren (*density weighted average*), für mehrphasige Systeme mit  $\tilde{\phi}_k = \frac{\alpha_k \rho_k \phi_k}{\alpha_k \rho_k}$  bezeichnet.

in Erscheinung. Im Rahmen eines übergeordneten Zwei-Fluid Modells zur Beschreibung dieses Strömungsphänomens, bei der geometrische Informationen durch räumliche Mittelung verloren gehen, ist einer adäquaten Modellierung der Grenzflächenstruktur somit große Bedeutung zuzumessen. Eine Rückgewinnung von Strukturinformationen und ihrem dynamischen Verhalten kann durch die Einführung einer zusätzlichen Feldvariable für  $a_i$  und deren Transport im Rechengebiet erreicht werden. Dieser Ansatz wird als Grenzflächentransportgleichung (IATE, *Interfacial Area Transport Equation*) bezeichnet und basiert im wesentlichen auf der Arbeit von Kocamustafaogullari und Ishii [62].

Die IATE ist voll kompatibel mit dem TFM und kann als Modellerweiterung zur Beschreibung des dynamischen Grenzflächenverhaltens betrachtet werden. Ihre Herleitung erfolgt über den Transport einer Partikelverteilungsfunktion in Analogie zur Boltzmann'schen Transportgleichung [13]. Die Verteilung der dispersen Partikel im betrachteten Kontrollvolumen ist dabei über eine Verteilungsfunktion  $f(V_P, \mathbf{x}, t)$  beschrieben, sodass

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (f \mathbf{U}_P) + \frac{\partial}{\partial V_P} \left( f \frac{dV_P}{dt} \right) = \sum_j S_j + S_{\text{ph}}, \quad (2.55)$$

mit der Partikelgeschwindigkeit  $\mathbf{U}_P$  und den Quelltermen zur Beschreibung der Partikelinteraktion in Folge von Zerfalls- und Koaleszenzprozessen  $S_j$  und des Phasenwechsels durch Verdampfung und Kondensation  $S_{\text{ph}}$ , wobei letztgenanntes in der vorliegenden Arbeit keine weitere Berücksichtigung findet. Durch Multiplikation von Gleichung (2.55) mit der Oberfläche  $A_i(V_P)$  der Partikel mit dem Volumen  $V_P$  und anschließender Integration über das Volumen aller Partikel ergibt sich die allgemein Form der IATE zu

$$\frac{\partial a_i}{\partial t} + \nabla \cdot (a_i \mathbf{U}_i) - \left( \frac{\dot{V}_P}{V_P} \right) \int_{V_{P,\min}}^{V_{P,\max}} f V_P dA_i = \int_{V_{P,\min}}^{V_{P,\max}} \left( \sum_j S_j + S_{\text{ph}} \right) A_i dV_P. \quad (2.56)$$

Die mittlere Grenzflächendichte selbst ist definiert nach

$$a_i(\mathbf{x}, t) = \int_{V_{P,\min}}^{V_{P,\max}} f(V_P, \mathbf{x}, t) A_i(V_P) dV_P \quad (2.57)$$

und die grenzflächengewichtete Partikelgeschwindigkeit  $\mathbf{U}_i$  wird bei Anwendung im Kontext des TFM mit der Gasphasengeschwindigkeit gleichgesetzt [13].

Die Art der Interaktionen zwischen den Partikeln, welche die dynamische Entwicklung der IAC bestimmen, ist in besonderem Maße von ihrer Form und Ausdehnung abhängig. Welche Interaktionstypen also in Erscheinung treten, wird durch den Einfluss von Oberflächenspannung und Blasengröße (Eötvöszahl) sowie der Reynoldszahl bestimmt. Große Gasstrukturen, wie Kappenblasen, unterscheiden sich in ihrem Verhalten deutlich von dem kleineren Partikel und müssen deshalb in unterschiedlicher Weise modelliert werden. Dieses Faktum erfordert allgemein die Klassifizierung der Strukturen nach Größe und Form und damit eine Modellierung der IATE für mehrere Gruppen, wobei diese durch Koaleszenz oder Zerfall ineinander übergehen können [63]. Für Wasser-Luft oder Wasser-Dampf-Gemische treten starke Deformationen bis hin zur Kappen- oder Taylorblasenform erst für große Gasstrukturen auf, welche mit einer vernünftigen Gitterauflösung repräsentiert werden können. Nicht aufzulösende, disperse Blasen können in ihrer Form durch eine sphärische oder elliptische Geometrie angenähert werden. Dies reduziert die Grenzflächentransportgleichung für den hier behandelten Modellansatz auf eine Eingruppenformulierung in dem die Interaktionen zwischen den Partikeln nur innerhalb gleichartiger Blasengruppen erfolgt. Für sphärische Blasen ohne Phasenübergang ergibt sich die Eingruppenformulierung der IATE nach Ishii et al. [64, 65] zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_i}{\partial t} + \nabla \cdot (a_i \mathbf{U}_i) = \\ \frac{2}{3} \left( \frac{a_i}{\alpha_g} \right) \left[ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_g \mathbf{U}_g) \right] + \frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 \sum_j R_j. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung (2.58) beschreibt die Änderung der Grenzflächendichte in Folge von Volumenänderung der Teilchen, während der zweite Term die Quell- und Senkrate  $R_j$  der Partikelzahl durch Interaktion zwischen den Teilchen (Koaleszenz und Zerfall) berücksichtigt. Der Formfaktor  $\Psi=1/(36\pi)$  wird aus dem Oberflächen-Volumenverhältnis der dispersen Partikel abgeleitet. Zur Modellierung der Teilcheninteraktion existiert eine Reihe von Submodellen, welche in der Eingruppenformulierung im wesentlichen drei Interaktionsmechanismen beschreiben:

- Turbulenzinduzierter Zerfall von Partikeln (*turbulent impact*  $j = \text{ti}$ ),
- Koaleszenz durch zufällige, turbulenzinduzierte Kollision (*random collision*  $j = \text{rc}$ ),
- Koaleszenz durch Beschleunigung einer nachfolgenden, im Nachlaufgebiet einer vorangehenden Blase (*wake entrainment*  $j = \text{we}$ ).

Die Quellterme der Interaktionsmechanismen werden häufig zu

$$S_{\text{ti}} = \frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 R_{\text{ti}}, \quad (2.59)$$

$$S_{\text{rc}} = -\frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 R_{\text{rc}}, \quad (2.60)$$

und

$$S_{\text{we}} = -\frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 R_{\text{we}} \quad (2.61)$$

zusammengefasst. Eine ausführliche Darstellung der relevanten Modellierungskonzepte erfolgt im Zuge der Anwendung in Kapitel 5.2.5.

Die oben genannten Vorgänge sind schematisch in Abbildung 2.6 dargestellt. Zur Beschreibung dieser Vorgänge liegt eine Vielzahl mechanistischer Modelle vor, wobei sich jene von Wu et al. [66], Hibiki und Ishii [67] sowie Yao und Morel [68] etabliert haben. Jedes der Modelle enthält empirische Konstanten, welche die Effektivität des jeweiligen Mechanismus angeben

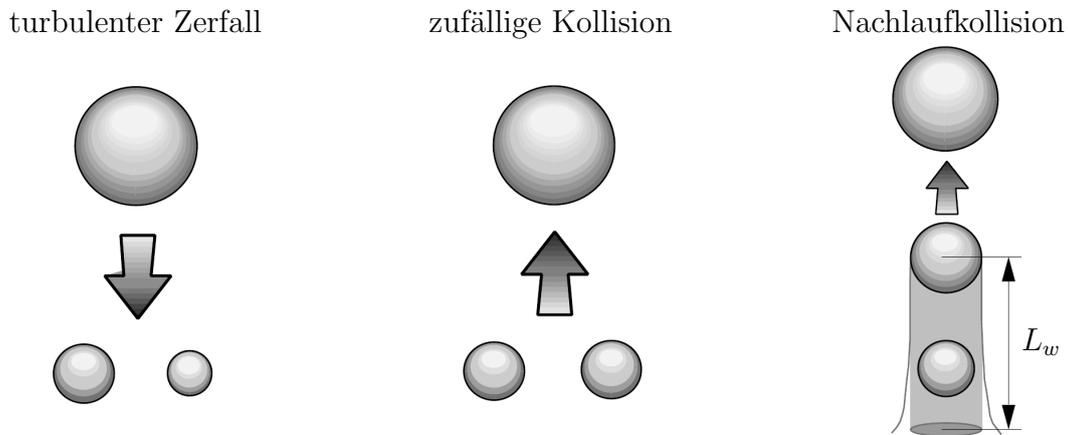


Abbildung 2.6: Hauptinteraktionsmechanismen sphärischer Blasen [64].

und gegebenenfalls an das vorliegende Strömungsproblem angepasst werden müssen. Eine detaillierte Auseinandersetzung mit diesen Submodellen sowie eine Kalibrierung für das hier untersuchte Strömungsphänomen erfolgt in Kapitel 5.2.

## 2.3 Turbulenzmodellierung in der Zweiphasenströmung

Neben den offenen Termen zum interphasigen Impulsaustausch in Folge des Mittelungsprozesses im Zwei-Fluid Modell, welche durch die Submodelle der Zwischenphasenkräfte repräsentiert werden, ist weiter eine Schließung des jeweiligen Reynolds-Spannungsterms gefordert. Diese Forderung trifft in sehr ähnlicher Weise auch auf den vorgestellten Modellansatz der VOF-Methode zu. Eine geeignete Schließung sollte unter dem angestrebten Gesichtspunkt einer Kopplung der Modelle Kompatibilität für beide Ansätze aufweisen.

Die Quelle der Turbulenz in zweiphasigen Systemen enthält Beiträge aus Scherbereichen als Folge von Geschwindigkeitsgradienten entsprechend den Turbulenzquellen in einphasigen Strömungen. Zusätzlich treten aber Beiträge aus der Relativbewegung der Phasenanteile sowie eine starke Rückkopplung der turbulenzbedingten Geschwindigkeitsfluktuationen mit den Bewegungen disperser Teilchen sowie dem Verhalten der Grenzfläche im

Allgemeinen auf. Diese Teilaspekte turbulenter mehrphasiger Strömungen werden im Verlauf dieser Arbeit noch detailliert diskutiert (siehe Kapitel 3.3.4 sowie Kapitel 5.2.3). Ziel dieses Abschnittes ist es, die angewendeten Modellierungsansätze zur Schließung des Reynolds-Spannungsterm vorzustellen.

### 2.3.1 Wirbelviskositätsmodelle

Die unbekanntenen Beiträge im Spannungsterm der Impulstransportgleichungen, welche als Folge des Mittelungsprozesses auftreten, müssen in der Modellierung anhand bekannter Größen ausgedrückt werden. Aufgrund des großen Dichteunterschiedes und dem damit verbundenen deutlich höheren Einflusses des Impulsbeitrages der Flüssigphase in Wasser-Luft beziehungsweise Wasser-Dampf Gemischen unter atmosphärenähnlichen Druckbedingungen, wird der Beitrag der Turbulenz in der Gasphase meist nicht oder nur durch algebraische Beziehungen zum Turbulenzbeitrag der Flüssigphase berücksichtigt [22, 69]. Der scherbedingte Beitrag in der Flüssigphase hingegen wird in Wirbelviskositätsmodellen, der Boussinesq-Hypothese folgend, in Analogie zum Viskositätskonzept der Gaskinetik modelliert. Es wird also unterstellt, dass sich der Impulsaustausch in Folge sich quer zur Hauptströmungsrichtung bewegender Fluidballen ähnlich auf das Strömungssystem auswirkt, wie der intermolekulare Impulsaustausch (Molekularspannungen, d.h. Viskosität). Hiernach erfolgt die Einführung eines zusätzlichen turbulenzbedingten Viskositätsbeitrags, welcher als kinematische Wirbelviskosität  $\nu_i^t$  bezeichnet wird und entsprechend einer strömungsabhängigen Zähigkeitserhöhung in der Flüssigphase wirkt. Dieser Beitrag ist zunächst vom Prandtl'schen Mischungsweg  $l^t$  [70] abhängig, kann aber mit Einführung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und der turbulenten Energiedissipationsrate  $\varepsilon$  mittels Dimensionsanalyse wie folgt dargestellt werden

$$\nu_i^t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (2.62)$$

Der Reynolds-Spannungstensor  $\tau_k^t$  als Beitrag zur effektiven Scherspannung

in Gleichung (2.18) setzt sich somit aus der mittleren Scherrate und der Wirbelviskosität zusammen und ergibt sich zu [71]

$$\boldsymbol{\tau}_k^t = \nu_l^t \left( \nabla \mathbf{U}_l + \nabla \mathbf{U}_l^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{U}_l) \mathbf{I} \right) - \frac{2}{3} k \mathbf{I}, \quad (2.63)$$

wobei  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix bezeichnet. Turbulenzmodelle, die diesen Ansatz verwenden, werden als Wirbelviskositätsmodelle bezeichnet.

Das einfachste Konzept zur Beschreibung der Turbulenz über die Einführung der Wirbelviskosität ist der Prandtlsche Mischungswegansatz, auch als Nullgleichungsmodell bezeichnet. Dieser beschreibt den Quertransport von Energie über ein charakteristisches Längenmaß, welches nur für sehr einfache Geometrien gefunden werden kann und für zweiphasige Systeme keine Rolle spielt. Für komplexe Geometrien und mehrphasige Systeme finden häufig Zweigleichungsmodelle Anwendung. Die vollständige Berechnung aller turbulenten Skalen durch Direkte Numerische Simulation (DNS) ist zwar für Mehrphasenströmungen möglich [32, 72–74], allerdings durch den großen Rechenaufwand nur für numerische Experimente an wenigen Blasen praktikabel und im Kontext einer Euler-Euler Modellierung nicht anwendbar. Vielversprechende Ansätze basieren auf der Grobkalensimulation (LES, *Large Eddy Simulation*) zur Auflösung der energietragenden Wirbel im Strömungsfeld und ihrer Anpassung an die Anforderungen mehrphasiger Systeme, z.B. zum Euler-Euler LES (EELES) Modell [75, 76]. Dabei beschränkt sich eine Modellierung auf die nicht aufgelösten Skalen turbulenter Fluktuation und erlaubt damit die Berücksichtigung von Anisotropie des Turbulenzfelds im Nachlauf sich relativ zur Flüssigkeit bewegender Blasen. Diese Ansätze sind Teil aktueller Forschung und werden in der vorliegenden Arbeit nicht näher diskutiert. Nachfolgend ist das Turbulenzmodell beschrieben, welches in den durchgeführten Simulationen zur Anwendung kommt. Dieses Modell basiert auf dem vorangestellten Konzept der Wirbelviskosität und berücksichtigt auch den Transport von Turbulenz innerhalb des Strömungsfeldes. Es gehört dementsprechend zur Gruppe der Transportgleichungsmodelle.

### 2.3.2 Das $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodell

Ausgehend von dem oben beschriebenen Ansatz der Turbulenzmodellierung über das Konzept der Wirbelviskosität, beschreibt das  $k$ - $\varepsilon$ -Modell die Turbulenz über einen Transport der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und der Dissipationsrate  $\varepsilon$ . Die Transportgleichungen beider Größen ähneln sich und enthalten eine Reihe freier Koeffizienten die in der Regel als konstant angenommen werden.

$$\frac{\partial k_l}{\partial t} + \nabla \cdot (k_l \mathbf{U}_l) - \nabla \cdot \left( \frac{\nu_l^{\text{eff}}}{\sigma_k} \nabla k_l \right) = R_k - \varepsilon_l + S_l^k, \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_l \mathbf{U}_l) - \nabla \cdot \left( \frac{\nu_l^{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon_l \right) = \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{\varepsilon 1} R_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) + S_l^\varepsilon. \quad (2.65)$$

Die in Gleichung (2.64) und (2.65) [22] üblicherweise verwendeten Koeffizienten sind in Tabelle 2.1 aufgeführt [22, 71]. Die effektive Viskosität  $\nu_l^{\text{eff}} = \nu_l + \nu_l^t$  setzt sich additiv aus der kinematischen Viskosität der Flüssigphase  $\nu_l$  und der Wirbelviskosität zusammen. Die Produktionsrate der scherinduzierten Turbulenz in der Flüssigphase ist über die Scherrate und effektive Viskosität mit

$$R_k = 2\nu_l^{\text{eff}} [\nabla \mathbf{U}_l \cdot \text{dev} (\nabla \mathbf{U}_l + (\nabla \mathbf{U}_l)^T)] \quad (2.66)$$

gegeben. Dabei ist  $\text{dev}$  der deviatorische Anteil eines Tensors  $\mathbf{T}$  zweiter Stufe

$$\text{dev}(\mathbf{T}) = \mathbf{T} - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{T}), \quad (2.67)$$

mit  $\text{tr}$  als Spur dieses Tensors [77]. Eine besondere Rolle spielen die Quellterme  $S_l^k$  und  $S_l^\varepsilon$  bei der Modellierung von Blasenströmungen. Sie repräsentieren den Einfluss der blaseninduzierten Turbulenz (BIT) in quelltermbasierten Submodellen, auf welche in Kapitel 5.2.3 näher eingegangen wird. Das  $k$ - $\varepsilon$ -Modell gilt als das Einfachste der Zwei-Gleichungsmodelle. Es wird für ingenieurtechnische Anwendungen häufig verwendet und trifft gute Vorhersagen im Inneren ausgebildeter turbulenter Strömungen. Für wandnahe Bereiche und niedrige Reynolds-Zahlen verlieren die Vorhersa-

**Tabelle 2.1:** Koeffizienten des Standard- $k$ - $\varepsilon$ -Modells.

$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

gen allerdings an Aussagekraft. In mehrphasigen Strömungen wird der größte Einfluss der Turbulenz allerdings nicht durch die wandnahen Bereiche, sondern durch die dispersen Phasenanteile in der Hauptströmung bestimmt. Viele Forschungsgruppen erreichen mit diesem Modell für mehrphasige Strömungen gute Übereinstimmungen von Simulation und Experiment [53, 54, 78, 79].

### 2.3.3 Geschwindigkeitsgrenzschicht

Bei der turbulenten Strömung viskoser Fluide findet sich ein steiler Geschwindigkeitsgradient in der Nähe fester Wände, da aufgrund der Haftbedingung die Geschwindigkeit der wandnahen Fluidteilchen gegen Null strebt. Die Reibungskräfte im wandnahen Bereich steigen damit stark an, womit auch die lokale Reynolds-Zahl, die das Verhältnis aus Trägheitskräften zu Reibungskräften darstellt, von hohen Werten in der Kernströmung auf einen niedrigen Wert absinkt. Daraus ergibt sich hier ein charakteristisches Geschwindigkeitsprofil, welches in Abbildung 2.7 dargestellt ist.

Um das Phänomen allgemeingültig beschreiben zu können, werden entdimensionierte Größen für die Geschwindigkeit  $u^+$  und den Wandabstand  $y^+$  eingeführt. Die dimensionslose Geschwindigkeit ist allgemein definiert als

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = \frac{u}{\sqrt{\frac{\tau_W}{\rho_l}}}, \quad (2.68)$$

wobei  $u_\tau$  die Schubspannungsgeschwindigkeit bezeichnet und sich die Schubspannungen  $\tau_W$  selbst nach dem Elementargesetz der Fluidreibung als Produkt des wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten und der dynamischen

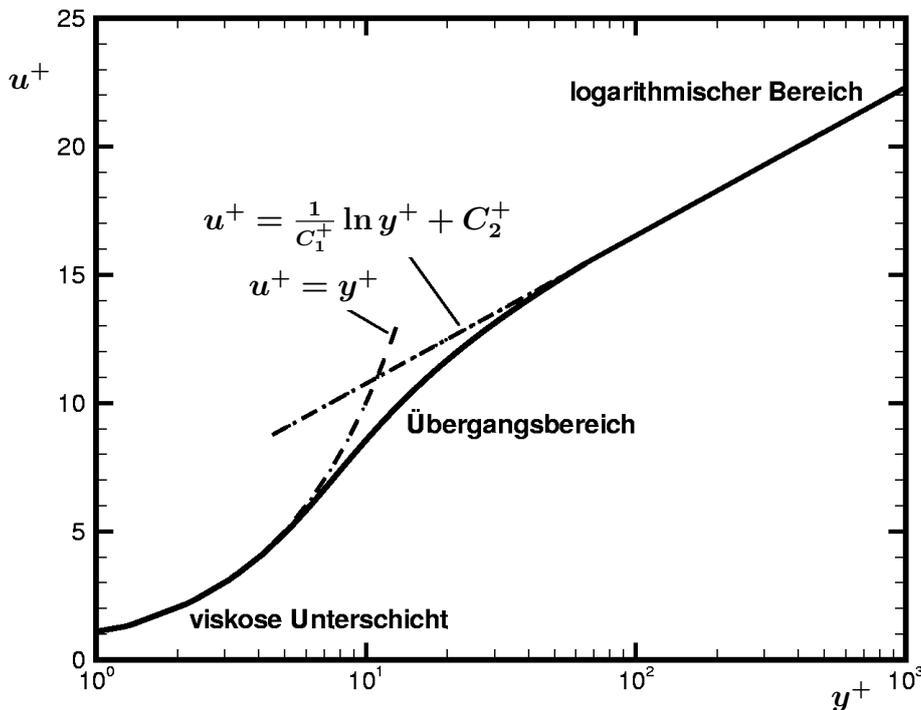
Viskosität ergeben. Der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  wird durch

$$y^+ = y_W \frac{u_\tau}{\nu} \quad (2.69)$$

bestimmt. Die Theorie beschreibt für den Strömungsbereich, welcher sich sehr nah an der Wand befindet, einen linearen Zusammenhang zwischen  $u^+$  und  $y^+$ . Dieser Bereich wird durch die viskosen Schubspannungen dominiert und deshalb als viskose Unterschicht bezeichnet. Sie reicht bis etwa zu Werten von  $y^+ < 5$ . Weiter im Inneren des Strömungsgebietes überwiegen schließlich die turbulenten Spannungen gegenüber den viskosen. Es zeigt sich ein logarithmischer Zusammenhang der Größen  $u^+$  und  $y^+$ , welcher als logarithmisches Wandgesetz

$$u^+ = \frac{1}{C_1^+} \ln y^+ + C_2^+ \quad (2.70)$$

bezeichnet wird. Dieses Gesetz ist für Werte ab etwa  $y^+ > 30$  gültig. Für wei-



**Abbildung 2.7:** Charakteristisches Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Grenzschicht [80].

ter entfernte Bereiche bei  $350 < y^+ < 500$  verliert dieses Gesetz abhängig von den vorherrschenden Reynolds-Zahlen wieder seine Gültigkeit [70]. Die verwendeten Konstanten in Gleichung (2.70) sind empirisch ermittelt und überspannen einen gewissen Wertebereich. In [81] ist dieser Bereich mit  $0.41 \leq C_1^+ \leq 0.8$  und  $-3.2 \leq C_2^+ \leq 2.2$  angegeben. Zwischen der viskosen Unterschicht und dem logarithmischen Bereich befindet sich außerdem ein Übergangsbereich, der das Verhalten der Funktionsverläufe einander annähert. Um das beschriebene Verhalten bei numerischen Simulationen möglichst genau wiederzugeben, existieren prinzipiell zwei verschiedene Ansätze. Zum einen ist es möglich das Rechengitter bis in den Bereich der viskosen Unterschicht sehr fein aufzulösen. Dazu sollten ca. 20 bis 30 Zellen im Bereich der viskosen Unterschicht und des Übergangsbereiches liegen [80]. Eine Folge ist dann allerdings, dass vor allem bei größeren Geometrien der Rechenaufwand und damit die Rechenzeit sehr hoch werden und die laterale Zellgröße die Größe der Blasendurchmesser deutlich unterschreitet. Dies wiederum steht der Basisannahme der Euler-Euler-Modellierung entgegen und kann zu numerischen Instabilitäten und unphysikalischen Sprüngen im Gasgehaltsfeld nahe der Wand führen. Um dieses Problem zu umgehen, werden in OpenFOAM Wandfunktionen verwendet, die das Verhalten der turbulenten Größen wie  $\nu_t$ ,  $\mu_t$ ,  $k$  und  $\varepsilon$  in Wandnähe beschreiben und eine sehr feine wandnahe Auflösung ersetzen.



# 3 Mehrskalenansatz zur Entrainmentsimulation

## 3.1 Vorbemerkung

Ein numerisches Verfahren setzt sich aus einem mathematischen Modell und einer Lösungsprozedur zusammen. Das Modell bildet sich aus einer Zusammenstellung mathematischer Gleichungen zur Beschreibung der physikalischen Prozesse, oft unter Einbeziehung von Vereinfachungen oder Vernachlässigung weniger einflussreicher Phänomene. Die im vorliegenden Fall relevanten und angewendeten Modelle zur Beschreibung von mehrphasigen Strömungssystemen wurden in den Kapiteln 2.2.1 und 2.2.2 vorgestellt. Das nachfolgende Kapitel behandelt die Synthese der beiden Grundmodelle und stellt das Lösungsprozedere und die Implementierung des gekoppelten Modells in die quelloffene Feldmanipulationssoftware OpenFOAM vor.

Die in Kapitel 2.2.2 vorgestellte Analyse der Modellgleichungen des VOF- und des TFM-Ansatzes zeigt, dass beide Modelle für den Grenzfall  $\mathbf{U}_l = \mathbf{U}_g = \mathbf{U}$  als äquivalent zu betrachten sind [37]. Aus diesem Grund und unter Beachtung des PPC-Konzeptes nach Marschall [36] scheint es zulässig, die Grenzflächenverfolgungsalgorithmen der VOF-Methode im Kontext des TFM zur Erstellung einer generalisierten Lösungsprozedur anzuwenden. Aus der in Abbildung 2.5 dargestellten Modellbetrachtung ergeben sich besondere Anforderungen an die Modellierung der freien Grenzfläche im Kontext des Euler-Euler Zwei-Fluid Modells. Ein bei diesem Ansatz nicht auszuschließender Schlupf zwischen den Phasen steht der postulierten Haftbedingung an der freien Grenzfläche entgegen und muss zur Erstellung eines mehrskaligen Modells minimiert werden. Bisherige Ansätze, welche der beschriebenen, gekoppelten Herangehensweise folgen (z.B. [82–85]), verwenden

ein einfaches algebraisches Modell zur Bestimmung der Grenzflächendichte in Zonen freier Oberfläche und unterschätzen damit den Reibungswiderstandsterm im Impulsaustausch, was der vorangestellten Bedingung nicht genügt [42]. Zusätzlich müssen weitere Oberflächenkräfte berücksichtigt werden, deren Wirkung sich im TFM durch das Mittelungsverfahren über das Zellvolumen aufhebt. Die Bereiche disperser und auflösbarer Grenzflächen sind außerdem durch geeignete Diskriminierung zu unterscheiden. Durch die in Kapitel 2.2.2 vorgestellte Zusammenführung der Gleichungen (2.13) und (2.18) und unter Berücksichtigung der wichtigsten Kräfte ergeben sich für einen mehrskaligen Modellansatz auf Basis des Zwei-Fluid Modells mit einer Erweiterung zur Grenzflächenverfolgung die Impulserhaltungsgleichungen der Phasen zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{U}_k}{\partial t} + \nabla \bullet (\alpha_k \rho_k \mathbf{U}_k \mathbf{U}_k) = & -\alpha_k \nabla p - \nabla \bullet (\alpha_k \boldsymbol{\tau}_k^{\text{eff}}) + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} \\ & + \delta_r^s (\mathbf{M}_{ST,k} + \mathbf{M}_{D,k}^s) + \delta_r^d (\mathbf{M}_{D,k}^d + \mathbf{M}_{L,k} + \mathbf{M}_{WL,k} + \mathbf{M}_{TD,k}). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Zur Diskriminierung der Strömungsbereiche und Festlegung der anzuwendenden Schließungen, wird eine Regionendetektionsfunktion jeweils für stratifizierte  $\delta_r^s$  beziehungsweise disperse  $\delta_r^d = 1 - \delta_r^s$  Strömungsgebiete eingeführt. Ihre Aufgabe ist es, Bereiche mit freier Grenzfläche zu detektieren um dort Modellgleichungen zu- beziehungsweise abzuschalten. Auf die Anforderungen und den Charakter einer solchen Funktion wird in Kapitel 3.3.3 tiefgreifend eingegangen.

Die Einführung der Schließungsmodelle zur Berücksichtigung der Oberflächenspannung im stratifizierten Bereich  $\mathbf{M}_{ST,k}$  sowie die hier berücksichtigten Modelle für disperse Strömungsbereiche  $\mathbf{M}_{D,k}^d$ ,  $\mathbf{M}_{L,k}$ ,  $\mathbf{M}_{WL,k}$ ,  $\mathbf{M}_{TD,k}$  erfolgte in den Kapiteln 2.2.1 und 2.2.3. Die virtuelle Massekraft wird in der vorangestellten Zusammenstellung der Schließungsterme bewusst vernachlässigt, da in der untersuchten Strömungsform die Beschleunigung disperser Gaspartikel relativ zur Flüssigphase eine untergeordnete Rolle spielt. Alle vorgestellten Schließungsterme besitzen eine Abhängigkeit von der Morphologie der phasenseparierenden Grenzfläche. Die Grenzflächenmorphologie wird vollständig durch ihre Krümmung  $\kappa$  cha-

rakterisiert. Da die Informationen über die lokale Grenzflächenkrümmung im Zuge des Mittelungsverfahrens verloren gehen, müssen diese zur Schließung der Gleichung (3.1) durch geeignete Modelle ersetzt werden. Für disperse Strömungen erfolgt dies durch eine geometrische Repräsentanz der dispersen Partikel, beispielsweise als Sphären. Partikeldurchmesser und lokale Grenzflächenkrümmung verhalten sich dabei umgekehrt proportional. Eine Ableitung eines geeigneten Schließungsmodells zur Berücksichtigung des Reibungswiderstandsterms im stratifizierten Bereich  $\mathbf{M}_{D,k}^s$  ist ein Ziel dieses Kapitels 3 und wird im Abschnitt 3.3.4 ausführlich behandelt.

## 3.2 Vorarbeiten zur Multiskalenbeschreibung

Die breite Skalenvariation in turbulenten, zweiphasigen Strömungssystemen und die begrenzten Rechenkapazitäten zur Auflösung auch kleinster Grenzflächenstrukturen führten zur Entwicklung von Multiskalenansätzen in der *Computational Multi Fluid Dynamics* (CMFD). Charakteristische Längenskalen, welche sich durch die Dimensionen der Kontrollvolumina auflösen lassen, werden dabei mit grenzflächenverfolgenden Methoden behandelt, während sehr viel kleinere Strukturen über die Mittelung der Grenzfläche modelliert werden.

Černe et al. [86, 87] schlugen eine explizite Kopplung der VOF-Methode als Verfolgungsansatz mit dem TFM zur Modellierung der dispersen Bereiche vor. Für eine zweidimensionale Strömung zweier, nicht mischbarer, newtonscher Fluide werden hierbei insgesamt drei vollständige Sätze der Erhaltungsgleichungen gelöst. Die Lösung des Gleichungssatzes für das Phasengemisch nach der VOF-Methode im diskretisierten Feld, erfolgt dabei nur in numerischen Zellen mit separierten Phasenanteilen. In Zellen mit disperser Strömungsform werden hingegen zwei separate Gleichungssätze für die beteiligten Phasen entsprechend des TFM gelöst. Die Konsistenz zwischen den einzelnen Zellen wird bei Übergabe von VOF zu TFM durch

$$\mathbf{U}_l^{(TFM)} = \mathbf{U}_g^{(TFM)} = \mathbf{U}^{(VOF)} \quad (3.2)$$

und bei der Übergabe von TFM zur VOF-Domain durch

$$\mathbf{U}^{(VOF)} = \alpha_l \mathbf{U}_l^{(TFM)} + \alpha_g \mathbf{U}_g^{(TFM)} \quad (3.3)$$

garantiert. Die Berechnung basiert auf der Einfeldformulierung des VOF-Ansatzes und übergibt die mit der vorliegenden Gitterstruktur nicht auflösbaren Bereiche mit Hilfe eines Umschaltkriteriums lokal an die Gleichungen des TFM. Das Umschaltkriterium basiert entweder auf einer geometrischen Rekonstruktion der Oberfläche [86] oder auf dem Gradienten des Volumenanteils  $\nabla\alpha_k$  [87]. Zur Modellierung des Impulsaustauschs im TFM wurde ein einfaches Reibungswiderstandsmodell (*Drag-Force*) verwendet. Effekte der Oberflächenspannung wurden vernachlässigt. Das Lösen einer unterschiedlichen Anzahl an Gleichungen in verschiedenen Zellen des selben Rechengebietes, führt allerdings zu schwerwiegenden numerischen Problemen, weshalb Štrubelj und Tiselj [83,88] die Weiterentwicklung der Methode auf Basis des TFM vorangetrieben haben. Sie lösten jeweils einen Satz Erhaltungsgleichungen je Phase im gesamten Rechengebiet und führten einen zusätzliche Algorithmus zur Schärfung der Oberfläche ein, der auf der konservativen Level-Set Methode beruht und dem Kompressionsalgorithmus in Gleichung (2.10) äquivalent ist. Während es im Kontext des TFM beiden Phasen erlaubt ist, am selben Ort unterschiedliche Geschwindigkeiten zu besitzen, müssen sich bei der vorgeschlagenen Erweiterung die Phasengeschwindigkeiten in Bereichen aufgelöster Grenzfläche aufgrund der Haftbedingung angleichen. Dazu schlagen die Autoren die Verwendung einer auf der Geschwindigkeitsdifferenz ( $\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g$ ) basierenden Berechnung der Reibungswiderstandskraft vor

$$\mathbf{F}_{D,l} = -\mathbf{F}_{D,g} = -\alpha_l \alpha_g (\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g) \rho_{\text{mix}} \frac{C_D}{l_i} \quad , \quad (3.4)$$

wobei  $C_D$  und  $\rho_{\text{mix}}$  den Widerstandskoeffizienten und die Dichte des Phasengemisches bezeichnen und die charakteristische Grenzflächenlänge  $l_i$  einen ausreichend kleinen Wert annehmen soll, um den Geschwindigkeitsausgleich an der Phasengrenze zu erreichen. Štrubelj et al. [88] berücksichtigen außerdem Oberflächenspannungseffekte an der aufgelösten Grenzfläche. Zur Differenzierung zwischen den Modellbereichen wird eine als Dispersions-

grad  $\gamma$  bezeichnete Feldvariable verwendet. Beim über- beziehungsweise unterschreiten eines gitterabhängigen, kritischen Grenzwertes  $\gamma^*$  werden die Schließungsterme der Impulsgleichung lokal ausgetauscht um der jeweiligen Modellvorstellung (VOF/TFM) zu entsprechen. Dieser harte Grenzwert  $\gamma^*$  beinhaltet keinerlei physikalischen Hintergrund und darf deshalb wohl als stärkste Quelle zusätzlicher Unsicherheit im vorliegenden Modell identifiziert werden.

Hänsch et al. [82, 89] entwickelten auf Basis des *Multiple Size Group* (MUSIG) Ansatzes [40] ein Konzept zur Grenzflächenverfolgung als Teil eines Mehrfeld-Euler-Euler Verfahrens. Dieses *Generalized Two-Phase Flow* (GENTOP) Modell verwendet drei Felder zur Beschreibung der Morphologie:

- eine kontinuierliche Flüssigphase
- eine kontinuierliche Gasphase
- eine polydisperse Gasphase.

Die polydisperse Gasphase ist dabei durch  $N$  Geschwindigkeitsgruppen beschrieben, welchen wiederum  $M_N$  diskreten Blasengrößen zugeteilt sind. Mit Hilfe von Populationsgleichungen, die den Zerfall und die Koaleszenz von Blasen berücksichtigen, wird es möglich dynamische Änderungen der Morphologie und somit den Impulsaustausch auf sub-grid Ebene durch zusätzliche Schließungsterme genauer zu modellieren.

Auch Hänsch et al. [82, 89] verwenden einen ähnlichen Ansatz zur Grenzflächenstabilisierung, wie jenen in Gleichung (2.10) auf Basis negativer Diffusion. Dieser wirkt durch die Einbeziehung einer Grenzflächendetektionsfunktion  $\varphi_{fs}$  nur in Bereichen hoher  $\alpha_k$ -Gradienten. Wie bei [83, 86, 87] wird auch hier auf die Verwendung eines festen, kritischen Grenzwertes zurückgegriffen, um den Übergang zwischen den drei Feldern fest zusetzen. Es wird gezeigt, dass das Entrainmentverhalten, also der Übergang von kontinuierlichem zu dispersem Gas, durch einen Dreifeld-Ansatz qualitativ richtig wiedergegeben werden kann [82]. Als Schwächen des vorgestellten Modells sind der große numerische Aufwand durch den

Bedarf an  $N+2$  Geschwindigkeitsfeldern sowie die Diskontinuität der Blasengrößen zu identifizieren.

Wardle und Weller [85] implementierten in Anlehnung an [83] ein Euler-Euler basiertes Mehrfeldmodell in OpenFOAM. Dieser *Hybrid Multi-Phase Solver* soll durch einen einschaltbaren Grenzflächenverfolgungsalgorithmus in der Lage sein entweder mehrere disperse oder klar getrennte Fluide innerhalb eines Rechengebietes zu untersuchen. Die Implementierung lässt prinzipiell eine Berechnung von  $N$  Geschwindigkeitsfeldern für  $N$  Fluide zu. Sie verwendeten den Grenzflächenkompressionsterm des OpenFOAM Solvers `interFoam` wie in Gleichung (2.10) und führten erste Untersuchungen mit einer dynamischen Grenzflächendetektion durch, wie sie in [86] vorgeschlagen wurde. Dabei stellten sie deutlich heraus, dass ein solches  $\alpha_k$ -Gradienten basiertes Verfahren zur Phasengrenzendetektion kritisch zu hinterfragen ist, da es disperse Bereiche diffus hält und hohe Gradienten verstärkt. Es wirkt somit als eine "sich selbst erfüllende Prophezeiung" [85]. Der Quellcode dieser Implementierung steht unter *GNU General Public License* frei zur Verfügung und stellt die Basis für die weiterführende Modellimplementierungen in der vorliegenden Arbeit dar.

Das von Marschall [36, 84] eingeführte Konzept der *partiell durchdringenden Kontinua*<sup>1</sup> führt zu einer Erweiterung in der Beschreibung der mittleren, lokalen Krümmung der Grenzfläche  $\kappa$  und damit der Beschreibung der Grenzflächenmorphologie. Ein Modellierung der lokalen Krümmung ist Bestandteil aller Schließungsterme in der Impulserhaltungsgleichung (3.1). Im vorgestellten Ansatz wird die Grenzflächenkrümmung in einen aufgelösten, makroskopischen und einen modellierten mikroskopischen Teil zusammengesetzt:

$$\kappa = \underbrace{-\frac{\nabla^2 \alpha_k}{|\nabla \alpha_k|}}_{\text{Makro-}} + \underbrace{\frac{\mathbf{n} \bullet \nabla (|\mathbf{n}| \cdot a_i)}{|\nabla \alpha_k|}}_{\text{Mikro-}}. \quad (3.5)$$

strukturen

Die Grenzflächenkonzentration  $a_i$  stellt dabei einen wichtigen Faktor im interphasigen Impulsaustausch dar. Marschall [36] führt an dieser Stelle

<sup>1</sup>Eine Einführung wurde bereits in Kapitel 2.2.3.1 geben.

die strikte Vereinfachung ein, dass es  $a_i$  nur erlaubt ist sich entlang der Oberflächennormalenvektoren  $\mathbf{n}$  zu ändern, allerdings entlang Konturen mit konstantem  $\alpha_k$  als konstant zu betrachten sei. Die Allgemeingültigkeit dieser Annahme muss kritisch hinterfragt werden: In dispersen Bereichen oder stratifizierten Bereichen mit stark gestörter Grenzfläche können in Gebieten mit gleichem Phasenvolumengehalt unterschiedliche Dispersions- und Störungsgrade zu unterschiedlich hohen Grenzflächenkonzentrationen führen. Somit könnte der zweite Term der Gleichung (3.5) es erlauben, mikroskopische Strukturen und deren Einfluss auf den Impulsaustausch zwischen den Phasen dynamisch zu modellieren. Dazu müssten Informationen über die Morphologie der Grenzfläche, welche bei der räumlichen Mittelung verloren gehen, durch einen geeigneten Modellansatz zurückgewonnen werden. Außerdem wäre mit dieser Gleichungsstruktur ein fließender Übergang zwischen aufgelösten und dispersen Bereichen der Strömung denkbar, wenn sich der letzte Term der Gleichung (3.5) durch Koaleszenz und Zerfall unteraufgelöster Partikel im Betrag ändert. Diese Überlegungen führen zu einem neuen Konzept eines "Grenzflächenbasierten Multiskalen Modells" (MS-TFM, *Multi-Scale Two-Fluid-Model*), welches im folgenden Unterkapitel detailliert vorgestellt wird.

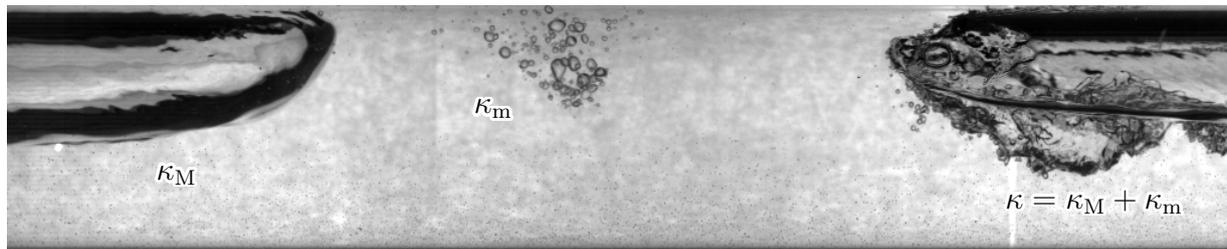
### 3.3 Numerische Methodik

Die Implementierung des nachfolgend beschriebenen, numerischen Lösungsverfahrens für mehrphasige Strömungssysteme mit großer Skalenspreizung erfolgte auf Basis des Mehrphasenlösers `multiphaseEulerFOAM`, welcher Teil des offiziellen OpenFOAM CFD Pakets (Version 2.3.0) ist. Die bestimmenden Gleichungen dieses Solvers entsprechen jenen des Zwei-Fluid Modells. Eine inkrementelle Implementierung der Gleichungen erlaubt es, eine beliebige Anzahl teilnehmender Fluide zu berücksichtigen. Eine detailliertere Beschreibung des Lösers kann [85] entnommen werden. Der folgende Abschnitt soll einen Überblick über die generelle Solverstrategie und die Implementierung der neu entwickelten Methodik vermitteln.

### 3.3.1 Skalenseparationsmethode

Da der Austausch von Masse, Impuls und Energie zwischen den beteiligten Fluiden maßgeblich durch die Morphologie der Grenzfläche bestimmt wird [13], ist die Einbeziehung geeigneter Submodelle für sämtliche Strömungssituationen in das Lösungsverfahren entscheidend für die qualitativ und quantitativ richtige Beschreibung des Regimes. Die Morphologie der Grenzfläche kann innerhalb des Strömungsgebietes sowohl räumlich als auch zeitlich um mehrere Größenordnungen variieren, weshalb zur Identifikation der lokalen Strömungssituation eine geeignete Separationsmethodik zu erarbeiten ist. Diese Separation soll eine getrennte Behandlung der Teilbereiche ermöglichen. Ein Folgen der *Skalenähnlichkeitshypothese*, welche dem Konzept der *partiell durchdringenden Kontinua* nach [36] zu Grunde liegt, ermöglicht sowohl disperse Strömungen als auch geschichtete Strömungsbereiche im Rahmen des selben Modellierungsansatzes zu betrachten. Dabei gilt, dass auch für die geschichteten Strömungsbereiche nicht sämtliche Längenskalen der Grenzfläche auflösbar sind (siehe Abbildung 2.5), sodass die Schließung der gemittelten Transportgleichungen hier entsprechend gesondert zu behandeln ist.

Zur Veranschaulichung der vorangestellten Beschreibungen für das zu untersuchende Strömungsregime ist in Abbildung 3.1 die Aufnahme eines Schwallkörpers unmittelbar nach seiner Entstehung in der Versuchsanlage "Horizontale Zweiphasenströmung" am Lehrstuhl für Thermodynamik dargestellt. Die Strömungsrichtung verläuft von links nach rechts und die Abbildung zeigt einen etwa 54x270 mm großen Strömungsabschnitt. Es ist eine vollständige Schwalleinheit dargestellt, zusammengesetzt aus dem Schwallkörper und dem Anfang (links im Bild) beziehungsweise Ende (rechts im Bild) der Filmzone. In dieser Abbildung sind die drei wesentlichen Erscheinungsformen der Grenzflächenstruktur deutlich zu erkennen. Im linken Abschnitt des Bildes, am Schwallende, zeigt sich eine eindeutig lokalisierbare, makroskopische Grenzflächenstruktur. Diese Strömungsform wird nachfolgend als geschichtet-freie Strömung bezeichnet. Form und Verhalten dieser Struktur lassen sich durch eine akzeptable Gitterweite direkt auflösen. In diesem Bereich ist eine Modellierung durch einen Grenz-



**Abbildung 3.1:** Schwallkörper mit auflösbare Grenzfläche (links), disperser Blasenströmung (mittig) und kleinskaligen Strukturen an der Schwallfront (rechts) adaptiert nach [90].

flächenverfolgungsansatz wie der VOF-Methode (siehe Kapitel 2.2.1) begründet. Im mittleren Bereich des Bildes, sind disperse Gaseinschlüsse mit nahezu sphärischer Form erkennbar, deren Grenzflächen angesichts der Gesamtlänge der Anlage von 10 m nicht praktikabel aufgelöst werden können. Um das Dispersionsverhalten dieser Gaseinschlüsse und die Wechselwirkung mit der umgebenen Flüssigphase zu beschreiben, scheint ein klassischer Ansatz zur Skalenmittelung entsprechend des Euler-Euler Modells (siehe Kapitel 2.2.2) geeignet. Im rechten Bildausschnitt der Abbildung 3.1 ist ebenfalls eine generelle, grobskalige Grenzfläche auszumachen. Allerdings wird diese durch starke Turbulenz erheblich gestört, sodass sich bei annehmbarer Gitterauflösung ein gemittelter Transitionsbereich an der Grenzfläche ergeben muss, bei dem die Interaktion der Phasen durch die erhöhte Grenzflächendichte ebenfalls mit geeigneter Schließung zu modellieren ist. Diese Strömungsform wird im Folgenden als gestört-freie Strömung bezeichnet.

Aus der Abbildung geht hervor, dass die Oberflächenkrümmung  $\kappa$  der Phasengrenzfläche die Grenzflächenmorphologie in geeigneter Weise beschreibt. Die Oberflächenkrümmung entspricht der Inverse eines charakteristischen Längenmaßes  $l_i = 1/\kappa$  der lokalen Grenzflächenbeschaffenheit. Damit kann zur Trennung der lokalen Strömungssituationen ein so ermittelter, bestimmender Parameter mit einem charakteristischen Längenmaß des überlagerten Mittelungs- beziehungsweise Kontrollvolumens verglichen werden. Weiter scheint es zulässig, die Grenzflächenkrümmung in einen auflösbaren, makroskopischen Anteil und einen nicht aufgelösten Anteil aus der Ensemblemittelung zu spalten. Die drei auftretenden Erscheinungsfor-

men der Grenzflächenstruktur im Schwallströmungsregime lassen sich demnach über die Anteile des Krümmungskriteriums wie folgt einteilen:

- **Geschichtet-freie Strömung**, in welcher sowohl der makroskopische als auch mikroskopische Anteil der Grenzflächenkrümmung klein gegenüber der inversen, mittleren Länge des Mittelungsvolumens ist (z.B. Oberfläche des Flüssigkeitsfilms unterhalb der nachfolgenden Gasstruktur, links).
- **Gestört-freie Strömung**, bei der die mikroskopischen Krümmungsanteile die Grenzflächendichte einer generell geschichteten Strömungsform dominieren (z.B. in der Umgebung der Schwallfront, rechts).
- **Disperse Strömung**, in welcher Teile einer Phase vollständig in kleine, partikelähnliche Strukturen innerhalb der zweiten Phase zerfallen sind, deren charakteristisches Längenmaß kleiner als die mittlere Länge des Mittelungsvolumens ist und in welcher somit beide Krümmungsanteile groß sind (z.B. eingeschlossene Blasen im Schwallkörper, mittig).

Für die Krümmung der Grenzfläche gilt allgemein

$$\kappa = \lim_{\Delta s_x \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s_x} = \frac{d\theta}{ds_x} \quad (3.6)$$

als Verhältnis aus dem Winkel  $\theta$  zwischen den Oberflächennormalenvektoren  $\mathbf{n}$  und der Bogenlänge  $s_x$  als deren Abstand entlang der Oberfläche. Äquivalent ist die Beschreibung des skalaren Krümmungsfeldes als Divergenz des Normalenvektorfelds. Für infinitesimal kleine Kontrollvolumina lässt sich das Feld des volumetrischen Phasenanteils als Phasenindikatorfunktion im Strömungsgebiet interpretieren<sup>2</sup>. Es

---

<sup>2</sup>Diese Wahl des Phasengehalts als Indikatorfunktion ist ein gern angewendetes Vorgehen, vor allem für grenzflächenauflösende Modelle wie die VOF-Methode [22, 33]. Durch die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Vereinheitlichung der Modellansätze von TFM und VOF ist diese Wahl auch für den vorliegenden Modellierungsansatz zulässig. Eine detaillierte Herleitung kann [36] entnommen werden.

ergibt sich das Vektorfeld der Oberflächennormalen zu

$$\mathbf{n} = -\frac{\nabla\alpha_k}{|\nabla\alpha_k|} \quad (3.7)$$

und damit

$$\kappa = -\nabla \bullet \mathbf{n} = -\nabla \bullet \left( \frac{\nabla\alpha_k}{|\nabla\alpha_k|} \right). \quad (3.8)$$

Durch die in Anhang A.1 aufgezeigte Umformung kann (3.8) in

$$\kappa = -\frac{1}{|\nabla\alpha_k|} \left[ \nabla^2\alpha_k - \frac{\nabla\alpha_k}{|\nabla\alpha_k|} \bullet \nabla|\nabla\alpha_k| \right] \quad (3.9)$$

überführt werden. Brackbill [33] zeigte diese Aufteilung der Krümmungsanteile anhand der gemittelten Oberflächennormalen zur Ableitung eines volumetrischen Oberflächenspannungsmodells, während Marschall [36] den Bezug dieser Trennung zur Phasendikatorfunktion herstellte.

Zur Lösung der Gleichung (3.9) sind detaillierte Kenntnisse über die Morphologie der kleinsten Anteile der Phasengrenzfläche notwendig, da sie für einen infinitesimal kleinen Abstand zwischen den Oberflächennormalen abgeleitet wurde. Bei einer räumlichen diskretisierung des Rechengebietes weichen die binäre Phasenindikatorfunktion und der Phasengehalt  $\alpha_k$  allerdings voneinander ab und die Information über den nicht aufgelösten Anteil Grenzflächenmorphologie geht, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, durch den Mittelungsprozess verloren. Für eine geeignete Modellierung dieses unbekanntem Anteils wird an dieser Stelle die Grenzflächendichte  $a_i$  in das Berechnungsverfahren einbezogen. Diese korreliert positiv mit der Oberflächenkrümmung innerhalb eines Kontrollvolumens. Für den Spezialfall von  $N$  gleich großen, sphärischen Partikeln mit der Oberfläche  $A_P$  und dem Volumen  $V_P$  innerhalb des Kontrollvolumens  $V_c$  gilt beispielsweise

$$a_i = \frac{NA_P}{V_c}, \quad \alpha_k = \frac{NV_P}{V_c} \quad (3.10)$$

und damit

$$\kappa = \frac{1}{r_{\text{sm}}} = \frac{A_P}{3V_P} = \frac{1}{3\alpha_k} a_i, \quad (3.11)$$

wobei  $r_{\text{sm}}$  den Sauterradius (3.14) des Partikelensembles in  $V_c$  angibt [13] und für diesen Spezialfall ein Proportionalitätsfaktor mit  $C = 1/(3\alpha_k)$  identifiziert ist. Steigt der Flächeninhalt pro Volumen an, kann dies nur durch eine beliebige Form stärker Faltung der Grenzfläche innerhalb des Kontrollvolumens erreicht werden. Demnach muss eine positive Korrelation zwischen  $\kappa$  und  $a_i$  auch für den allgemeinen Fall gemittelter Grenzflächenstrukturen gelten.

In Kapitel 2.2.3.1 wurde das AIAD Modell vorgestellt. Danach gilt für eine gegebene Oberflächenmorphologie innerhalb eines diskretisierten Strömungsgebietes, in welchem nicht aufgelöste Grenzflächenstrukturen zu erwarten sind, dass die Grenzflächenkonzentration proportional zum Betrag des Gradienten des Phasenanteils ist [36, 42, 44]:

$$a_i \sim |\nabla\alpha_k|. \quad (3.12)$$

In dem Konzept der *lokal-instantanen isotropen Grenzflächenmorphologie* [36] wird vorausgesetzt, dass die Grenzflächendichte innerhalb eines Kontrollvolumens mit konstantem  $\alpha_k$  nicht variiert. Es wird demnach für jedes Mittelungsvolumen eine homogenes Muster an Grenzflächenstörungen angenommen, wobei der Gesamtwert der Grenzflächendichte durch Beiträge der nicht aufgelösten Morphologie dominiert ist. Dies erlaubt eine grenzflächenisotrope Modellierung, wie sie in Kapitel 3.3.4 näher beschrieben ist und entspricht der Vorgehensweise zur Ensemblemittelung mit Sauterdurchmesser, wie sie bei der Modellierung der dispersen Strömungsanteile Anwendung findet.

Eine Überführung von (3.12) in (3.9) mit (3.7) ermöglicht die Spaltung der mittleren Krümmung

$$\kappa = \underbrace{-\frac{\nabla^2\alpha_k}{|\nabla\alpha_k|}}_{\kappa_M} + \underbrace{\frac{\mathbf{n} \bullet \nabla(Ca_i)}{|\nabla\alpha_k|}}_{\kappa_m} \quad (3.13)$$

in Beiträge aus einem makroskopisch aufgelösten Anteil  $\kappa_M$  und einem nicht aufgelösten mikroskopischen Anteil  $\kappa_m$  in Abhängigkeit von der Grenzflächendichte  $a_i$ , mit  $C$  als zu bestimmendem Koeffizienten.

Die so erzielte Skalenseparation ermöglicht sowohl eine getrennte Behandlung der verschiedenen Strömungssituationen innerhalb des selben Rechengebietes als auch die Modellierung des dynamischen Verhaltens nicht aufgelöster Grenzflächenstrukturen.

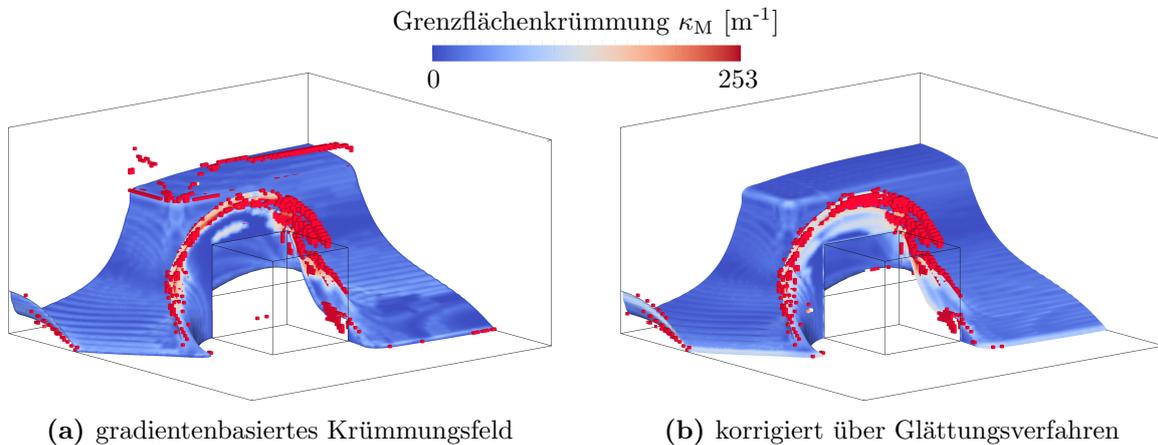
#### 3.3.2 Krümmungsberechnung

##### 3.3.2.1 Makroskopischer Krümmungsbeitrag

Der makroskopische Krümmungsbeitrag  $\kappa_M$  kann direkt aus Gleichung (3.13) über den lokalen Phasengehalt  $\alpha_k$  bestimmt werden. Die Berechnung des skalaren Krümmungsfeldes nach dieser Methode ist schnell und wenig speicherintensiv, allerdings kann der Gradient des Phasengehaltes aus dem diskretisierten Feld nicht präzise bestimmt werden [91]. Dieses Problem führt auch zu unphysikalischen Flüssen über die Grenzfläche bei der Berechnung der Oberflächenspannung und ist ein bekanntes Phänomen bei Anwendung der VOF-Methode. Für die vorliegende Untersuchung äußert es sich in lokalen Sprüngen im makroskopischen Krümmungsfeld. Vor allem in Zellen in welchen eine Phase stark dominiert, die andere aber geringfügig präsent ist, führt dies zu unphysikalischen Scheindeformationen und dem Auftreten netzabhängiger numerischer Oszillation. Diese führen zu Fehldektionen der lokalen Strömungsform und damit zu einem Aufprägen der jeweiligen Schließungsmodelle in den falschen Bereichen.

Um das Krümmungsfeld zu glätten und damit eine präzisere Repräsentation der makroskopischen Oberflächenkrümmung zu erhalten, wurde ein Mittelungsverfahren für die Richtung der Oberflächennormalenvektoren implementiert. Die Normalenvektoren  $\mathbf{n}$  werden auch hier gradientenbasiert nach Gleichung (3.7) im Zentrum jeder numerischen Zelle bestimmt. Für die Berechnung der Krümmung wird dann die mathematische Definition nach Gleichung (3.6) herangezogen und ihr Wert aus dem Winkel und Ab-

stand des jeweilig ermittelten Normalenvektors der benachbarten Zellen bestimmt. Das Ergebnis wird anschließend über alle Nachbarzellen innerhalb einer  $3 \times 3 \times 3$ -Matrix mit der betrachteten Zelle im Zentrum gemittelt. Für randnahe Zellen ist die Matrixgröße entsprechend reduziert. Dadurch wird eine deutliche Glättung im Krümmungsfeld erzielt. Ein Programmauszug der Implementierung kann Anhang A.2 entnommen werden. Abbildung 3.2 zeigt das Ergebnis dieses Vorgehens im direkten Vergleich mit dem rein gradientenbasierten Verfahren ohne Glättung für einen dreidimensionalen Testfall. Dargestellt ist die Isofläche des Phasengehalts bei  $\alpha_l=0.5$ , eingefärbt mit dem Wert der Oberflächenkrümmung  $\kappa_M$  bei Simulation eines Dammbruchs mit einem Blockhindernis im Zentrum des Rechenraums, jeweils zum selben Zeitpunkt. Rot markierte Zellen indizieren Bereiche, welche mittels des in Kapitel 3.3.3 beschriebenen dynamischen Detektionsverfahrens als *dispers* markiert wurden, deren charakteristische Längenskalen also nicht mehr mit der lokalen Netzauflösung wiedergegeben werden können<sup>3</sup>. Es wird deutlich, dass die Detektion dieser Bereiche wesentlich sauberer erfolgt und das Krümmungsfeld an der Oberfläche insgesamt glatter wirkt (Abbildung 3.2b).



**Abbildung 3.2:** Vergleich der Berechnungsmethoden zur Grenzflächenkrümmungsbestimmung ohne (a) und mit Glättungsverfahren (b).

<sup>3</sup>In der dargestellten Simulation erfolgte die Detektion zu Testzwecken ohne eine Schließung für nicht aufgelöste Phaseninteraktion aufzuprägen. Die Grenzflächenstabilisierung wirkte global, womit die Simulation als VOF-äquivalente Methode betrachtet werden kann.

### 3.3.2.2 Mikroskopischer Krümmungsbeitrag

Die unaufgelösten Krümmungsanteile bestimmen den Betrag der lokalen Grenzflächendichte und damit den interphasigen Impulsaustausch in besonderem Maße. Ihr Einfluss geht in die Modellierung des Reibungswiderstandsterms, aber auch in die Modellierung der lateralen Blasenkräfte und in Phasenübergangsmodelle ein. In geschichteten Strömungsbereichen resultiert der mikroskopische Krümmungsanteil aus weitgehend stochastischen Deformationen der Phasengrenze mit variierender Amplitude und ist stark an das Turbulenzfeld der Flüssigphase gekoppelt [7]. Eine detaillierte Beschreibung der diesbezüglichen Modellierung wird eigenständig in Kapitel 3.3.4 behandelt. Für disperse Strömungsbereiche bestimmen Form, Größenverteilung und Anzahl der dispergierten Partikel im Kontrollvolumen die mittlere mikroskopische Grenzflächenkrümmung, welche proportional zur Grenzflächendichte ist. Da diese Informationen im Zuge der Mittelungsprozedur des TFM verloren gehen, müssen sie auf geeignete Weise rekonstruiert beziehungsweise modelliert werden. Wardle [85] verwendet dazu ein reduziertes Populationsgleichungsmodell mit dem Ziel, Aussagen über die mittlere Partikelgrößenverteilung in einem Zentrifugalextraktor zu treffen. Acher [92] nutzt ein Momentenmodell (QMOM, *Quadrature Method of Moments*) zur Berechnung der Populationsgleichung, bei welchem nur spezifische Charakteristika (Momente) einer Anzahldichtefunktion berücksichtigt werden. Das *inhomogene Multi Size Group* (MUSIG) Modell nach Frank et al. [93] teilt die dispersen Partikel in  $M_N$  Größenklassen mit einer Anzahl  $N$  Geschwindigkeitsfeldern ein. Für jede Geschwindigkeitsklasse ist ein eigener Satz von Erhaltungsgleichungen zu lösen.

Die letztgenannten Methoden zeichnen sich zwar durch gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten in vertikalen Blasenströmungen aus, da sie größenbedingte Relativbewegungen innerhalb eines Kontrollvolumens berücksichtigen können, sind durch die Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen allerdings mit hohen numerischen Kosten verbunden. Die in Kapitel 2.2.4 vorgestellte Grenzflächendichtetransportfunktion erlaubt die Berücksichtigung variierender Blasengrößen in benachbarten Kontrollvolumina bei nur einer zusätzlichen

Transportgleichung und wird deshalb hier zur Berechnung des dynamischen Verhaltens des mikroskopischen Krümmungsbeitrags in dispersen Strömungsbereichen angewendet.

Für ein Ensemble näherungsweise sphärischer Partikel in einem klar dispersen Strömungsbereich kann der mikroskopische Krümmungsbeitrags  $\kappa_m$  als die Summe der inversen Radien einer Anzahl  $N$  sphärischer Partikel mit dem Sauterdurchmesser  $d_{sm}$  innerhalb des Kontrollvolumens  $V_c$  interpretiert werden. Dabei ist der Sauterdurchmesser  $d_{sm}$  als Kugeldurchmesser eines monodispersen Blasenensembles definiert, welches das gleiche Gesamtpartikelvolumen  $V_{P,ges} = \sum_j^N V_{P,j}$  und die gleiche Gesamtpartikeloberfläche  $A_{P,ges} = \sum_j^N A_{P,j}$  aufweist, wie das reale, polydisperse Ensemble im Kontrollvolumen [14]

$$d_{sm} = \left[ \int_0^{d_{B,max}} d_B^3 PDF(d_B) dd_B \Big/ \int_0^{d_{B,max}} d_B^2 PDF(d_B) dd_B \right], \quad (3.14)$$

mit  $PDF(d_B)$  als Wahrscheinlichkeitsverteilung für den auftretenden Blasendurchmesser. Für die Modellierung der Austauschprozesse über die Phasengrenzfläche wird die in Kapitel 3.3.1 vorgestellte Beziehung zwischen der Grenzflächenkrümmung und der Grenzflächendichte in Gleichung (3.11) herangezogen. Die mittlere mikroskopische Krümmung ist demnach über den volumetrischen Gasgehalt im Kontrollvolumen  $\alpha_g = V_{P,ges}/V_c$  und den Sauterdurchmesser an die Grenzflächendichte mit  $a_i = A_{P,ges}/V_c$  gebunden und kann mit der einfachen Beziehung

$$\kappa_m = \frac{a_i}{\alpha_g} = \frac{6}{d_{sm}} \quad (3.15)$$

ausgedrückt werden [13]. Mit Gleichung (3.15) kann dann die Umformung der Grenzflächentransportgleichung (2.58) in eine krümmungsbasierte For-

mulierung erfolgen, sodass

$$\frac{\partial \kappa_m}{\partial t} + \nabla \bullet (\kappa_m \mathbf{U}_g) = \frac{2}{3} \left( \frac{\kappa_m}{\alpha_g^2} \right) \left[ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \nabla \bullet (\alpha_g \mathbf{U}_g) \right] + \frac{12\pi}{\kappa_m^2} \sum_j R_j. \quad (3.16)$$

Nach Anpassung der Submodelle zur Berücksichtigung des Koaleszenz- und Zerfallsverhaltens disperser Blasen ist somit ein Modell zur dynamischen Berechnung des mikroskopischen Krümmungsbeitrags in den dispersen Regionen der Strömung identifiziert. Die Untersuchung und Kalibrierung der Submodelle für horizontale Blasenströmungen erfolgt in Kapitel 5.2.

### 3.3.3 Dynamische Regimebestimmung

Die erzielte Skalenseparation auf Basis der lokalen Krümmungsanteile ermöglicht die getrennte Behandlung der unterschiedlichen Strömungssituationen mit jeweils passenden Submodellen zur

- Schließung der Impulstransportgleichung,
- Behandlung des dynamischen Grenzflächenverhaltens (IATE),
- Stabilisierung der Grenzfläche in quasi auflösbaren Bereichen.

Um dies zu erreichen, wird eine Regionendetektionsfunktion  $\delta_r^s$  für stratifizierte Strömungsbereiche und

$$\delta_r^d = 1 - \delta_r^s \quad (3.17)$$

für disperse Strömungsbereiche eingeführt. Diese Funktion sei ein skalares Feld, welches im gesamten Strömungsgebiet definiert ist und Werte zwischen Null und Eins annehmen kann<sup>4</sup>.

$$0 \leq \delta_r^s \leq 1 \quad (3.18)$$

---

<sup>4</sup>Für infinitesimal feine Netze stellt  $\delta_r^s$  eine Binärvariable mit den Werten 0 oder 1 dar. Für einen endlichen Gitterpunktastand führt ein derart abrupter Wechsel in den Quelltermen der diskretisierten Transportgleichung allerdings zu numerischen Instabilitäten [82], weshalb Zwischenwerte zugelassen werden müssen.

Sie dient somit als Markerfeld für die Bestimmung der lokalen Strömungssituation und beeinflusst die Wirkung der Schließungsterme zum interphasigen Impulsaustausch in Gleichung (3.1).

Wie in Kapitel 3.3.1 bereits angedeutet, kann die Auflösbarkeit der lokalen Grenzflächenmorphologie überprüft werden, indem ihr charakteristisches Längenmaß  $l_i = 1/\kappa_M$  für makroskopisch dominante Skalen beziehungsweise  $l_i = 1/\kappa_m$  für mikroskopisch dominante Skalen mit der Größe des zugehörigen Kontrollvolumens  $\Delta x$  verglichen wird. Um die Form der Struktur befriedigend wiederzugeben, sollte ihre charakteristische Länge ein Vielfaches größer sein als der Gitterabstand des überlagernden numerischen Netzes. Černe et al. [86] weisen darauf hin, dass die Kantenlänge einer hexaedrischen, kartesischen Zelle etwa fünf Mal kleiner sein sollte als der Durchmesser eines sphärischen Partikels, um seine Form ausreichend präzise anzunähern. Diese Argumentation bestimmt den Skalierungskoeffizienten  $C_{sk}$  in der Berechnungsformel des kritischen Krümmungswertes:

$$\kappa_{kr} = \frac{1}{C_{sk}\Delta x}. \quad (3.19)$$

Im zeitlichen Verlauf kann sich die Entwicklung einer zunächst makroskopisch detektierbaren Grenzflächenstruktur wie folgt darstellen:

Überschreitet der Krümmungswert  $\kappa_M$  einer makroskopischen Struktur in einer numerischen Zelle einen kritischen Wert  $\kappa_{kr}$ , so kann ihre Form nicht mehr durch eine grenzflächenverfolgende Methodik wiedergegeben werden. Folglich zerfällt diese Struktur und wird von dem Lösungsalgorithmus als disperse Region markiert. Dabei wird der Wert der über die Grenzflächentransportgleichung (3.16) (IATE, siehe auch Kapitel 2.2.4) unabhängig transportierten mikroskopischen Krümmung  $\kappa_m$  in dieser Zelle durch den berechneten Krümmungswert  $\kappa_M > \kappa_{kr}$  überschrieben. Die weitere Entwicklung dieser über  $\delta_r^d$  nun als dispers markierten Struktur ist durch die IATE bestimmt.

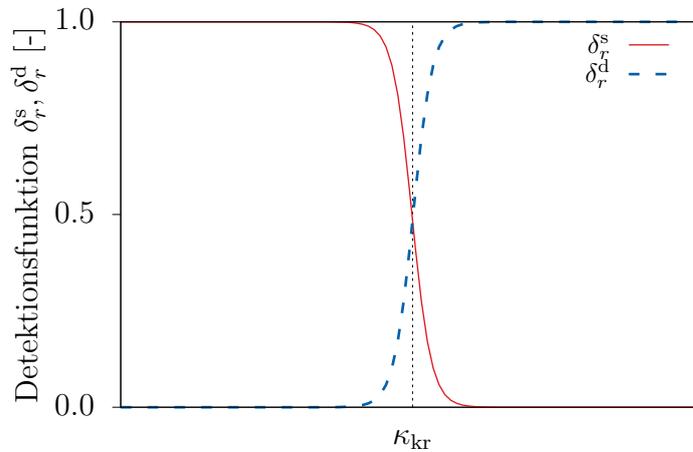
Der Einfluss der Quellterme der IATE (2.59)-(2.61) öffnet zwei Pfade für das Schicksal der transportierten mikroskopischen Grenzflächenstruktur:

Überwiegt durch die überlagerten Strömungsbedingungen (Turbulenz, Geschwindigkeitsgradienten, etc.) der Einfluss der zerfallsmodellierenden Quellterme oder gleichen sich Zerfall und Koaleszenz im betroffenen Bereich aus, so bleibt die Region über das Regionendetektionsfeld  $\delta_r^d = 1$  weiter als *dispers* markiert und die Schließungsmodelle der dispersen Strömungsregion finden entsprechend Gleichung (3.1) Anwendung. Überwiegen im weiteren Verlauf der Simulation koaleszenzmodellierende Terme, führt dies eventuell zu einer Verringerung des transportierten mikroskopischen Krümmungsfeldes  $\kappa_m$  im Bereich der betroffenen Struktur, bis eine Repräsentation der Morphologie durch die lokale Gitterauflösung wieder zulässig ist.

Der vorangestellten Argumentation folgend, müssen in der Umgebung eines Schwallkörpers die Werte beider Krümmungsfelder den Wert der kritischen Krümmung unterschreiten ( $\kappa_M < \kappa_{kr}$  und  $\kappa_m < \kappa_{kr}$ ), um die untersuchte Region zum betrachteten Zeitpunkt als auflösbar zu markieren. Aus Stabilitätsgründen sollte die Markerfunktion eine weiche Transitionsregion besitzen [89], sodass für die globale Form

$$\delta_r^s = (0.5 \tanh(C_{gr} \Delta x [\kappa_{kr} - \kappa_M]) + 0.5) \cdot (0.5 \tanh(C_{gr} \Delta x [\kappa_{kr} - \kappa_m]) + 0.5) \quad (3.20)$$

gewählt wurde, wobei  $C_{gr}$  den Wachstumskoeffizienten bezeichnet, welcher



**Abbildung 3.3:** Verlauf der Regionendetektionsfunktion für variable Krümmungswerte.

die Glätte des Werteübergangs bestimmt.

Der Verlauf der Regionendetektionsfunktion für variable Werte von  $\kappa_M$  beziehungsweise  $\kappa_m$  ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

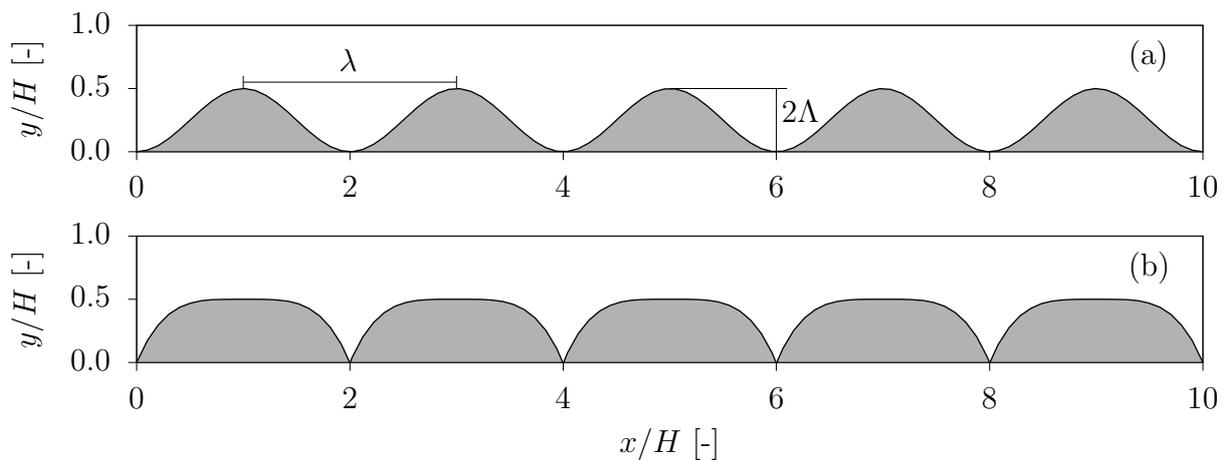
### 3.3.4 Turbulenzgetriebene Grenzflächendichtebeeinflussung in stratifizierten Bereichen

Die Simulation von geschichtet- und gestört-freien Strömungsregionen im Kontext einer übergeordneten Euler-Euler'schen Betrachtungsweise erfordert die Modellierung nicht aufgelöster Skalen an der Phasengrenze, da die numerische Lösung nur die statistisch gemittelte Bewegung dieser Grenzfläche liefert. Kleinere Störungen der Oberfläche, welche durch Instabilitäten angefacht werden und somit großen Einfluss auf das Regimeverhalten nehmen können, werden bisher nur ungenügend über einfache algebraische Modelle entsprechend Gleichung (2.34) berücksichtigt. Da sich die vorliegende Untersuchung auf den adiabaten, zweiphasigen Strömungsfall beschränkt, wirkt sich die Vernachlässigung dieser unteraufgelösten Skalen vorwiegend in einer falschen Wiedergabe des Reibungswiderstandsterms in der Schließung der Impulserhaltungsgleichung aus und führt hier zu einer Unterschätzung der Stärke der Phasenkopplung in diesen Bereichen. Wie ein Modellierungsansatz zur Berücksichtigung dieser Störungen aussehen muss, ist noch weitestgehend unklar und Gegenstand aktueller Forschung. Schmidtke und Lucas [94] untersuchten den Einfluss konstanter Widerstandskoeffizienten  $C_D$  über einen breiten Wertebereich anhand eines einschießenden Flüssigkeitsstrahls in einen halb gefüllten Tank und stellten eine positive Korrelation zwischen der Größe von  $C_D$  und dem mitgerissenen Entrainment fest. Die Variation des Widerstandskoeffizienten an der freien Phasengrenze erfolgte dabei als numerisches Experiment, ohne die Auswahl der Werteschar ( $C_D = 0.01, 0.1, 1, 10$ ) phänomenologisch oder empirisch zu Begründen. Egorov et al. [42] stellten ein Konzept zur Bestimmung der Grenzflächendichte in stratifizierten Bereichen horizontaler Strömung auf Basis des  $\alpha_k$ -Gradientenfeldes nach Gleichung (2.34) vor, merkten aber an, dass ohne eine weitere Anpassung damit eine Unterschätzung von  $a_i$  und

demnach auch des interphasigen Impulsaustauschs in Bereichen mit Oberflächenstörungen einhergehe. Dennoch verwenden aktuelle Konzepte zur Bestimmung des Widerstandsterms Egorovs gradientenbasierten Ansatz, wie bereits in Kapitel 2.2.3.1 diskutiert wurde.

Brocchini und Peregrine [7] führten phänomenologische sowie analytische Untersuchungen von Grenzflächenstörungen an freien Oberflächenströmungen über einen breiten Bereich von Störungsklassen und Reynoldszahlen durch. Sie stellen heraus, dass eine starke Kopplung zwischen Oberflächenwellen und Turbulenz besteht. Der größte Einfluss der Turbulenz auf die Grenzfläche sei durch die Bewegung kohärenter und diskreter Fluidpakete bedingt, welche sich gegen die Ausdehnung der Phasengrenze bewegen [7]. Die Form, Größe und Energie dieser Fluidpakete und damit auch die Struktur der Grenzflächenstörungen ist demnach direkt an das Turbulenzfeld gekoppelt. Die in der vorliegenden Studie untersuchte horizontale Rohrströmung im Schwallströmungsregime kann nach Brocchini und Peregrine in die Klasse der *gravitationsdominierten Turbulenz* mit lokalen Froudezahlen am Schwallentstehungsort von  $Fr < 1$  und Weberzahlen  $We > 1$  eingeordnet werden, in denen Oberflächenspannung eine untergeordnete Rolle spielt.

Nach dem Ansatz von Brocchini und Peregrine [7] kann die Auslenkung der



**Abbildung 3.4:** Modelle für unaufgelöste Hauptgrenzflächenprofile nach [95] für (a) sinuswellen- und (b) gekerkbt-gestörte Grenzflächen.

Grenzfläche also als Antwort auf den Impulsübertrag der diskreten Fluidpakete in der Flüssigphase modelliert werden, welche sich als turbulente Strukturen normal zur Hauptströmungsrichtung bewegen. Aufgrund ihrer Natur als Turbulenzstrukturen darf eine direkte Verbindung ihrer Größe mit den charakteristischen Längenmaßen des Turbulenzfeldes unterstellt werden. Der somit identifizierte Zusammenhang zwischen der Turbulenz im oberflächennahen Bereich der Flüssigphase und der absoluten Größe der nicht aufgelösten Grenzfläche in gestört-freien Strömungssituationen bedarf einer geeigneten Modellierung. Der Vorgehensweise einer Euler-Euler'schen Betrachtung folgend, sind geometrische Annahmen zur Morphologie nicht aufgelöster Skalen auch in stratifizierten Bereichen zu treffen. Im Einklang mit dem Konzept der *lokal-instantanen isotropen Grenzflächenmorphologie* [36] bietet sich eine Modellierung mit einer periodischen Ansatzfunktion zur Auslenkung der Grenzfläche und somit eine homogene Strukturverteilung im Mittelungsvolumen an. Brocchini und Peregrine [7] leiteten derartige Funktionen phänomenologisch aus der Betrachtung turbulenter Strömungen mit freier Oberfläche für unterschiedliche charakteristische Längenskalen im gravitationsdominierten Turbulenzbereich ab. Danach tritt eine gekerbte Oberflächenstörung, wie sie in Abbildung 3.4 (b) dargestellt ist, vorzugsweise für große Turbulenzballen wie etwa oberhalb von Felsen in Flussläufen auf. Diese Formen bilden sich durch das Abströmen von oberflächennaher Flüssigkeit an den Rändern der aufsteigenden Fluidpakete. Für kleinere turbulente Längenskalen von Turbulenzballen mit deutlich geringerer kinetischer Energie ist eine sinusförmige Ansatzfunktion, wie in Abbildung 3.4 (a), zur Beschreibung des Grenzflächenprofils nicht aufgelöster Strukturen geeigneter [95].

Die vorangestellten theoretischen Untersuchungen werden nachfolgend in ein Modell zur Berücksichtigung nicht aufgelöster Skalenanteile in horizontalen Grenzflächen überführt, welches als Basis für die Implementierung in das entwickelte numerische Verfahren dient.

Der gewählten Ansatzfunktion wird vereinfacht einen zweidimensionalen Charakter unterstellt, da Wellen quer zur Hauptströmungsrichtung nicht

durch die bestimmenden Instabilitäten<sup>5</sup> amplifiziert werden. Derartige Störungen werden sehr schnell durch den Einfluss von Gravitation und Oberflächenspannung gedämpft [96] und beeinflussen weiter nicht das Auftreten makroskopischer Wellen, welche zur Ausbildung von Schwallen führen können. Als Ansatzfunktion zur Berechnung der Grenzfläche innerhalb eines geschlossenen Kontrollvolumens wurde eine einfache, periodische Schwingung gewählt:

$$f(x) = \Lambda \sin\left(2\pi \frac{1}{\lambda} x\right). \quad (3.21)$$

Zur Quantifikation der Schwingungsparameter Amplitude  $\Lambda$  und Wellenlänge  $\lambda$  in Gleichung (3.21) wird eine turbulenzbezogene, typische Längenskala  $L_t$  eingeführt. Diese Länge steht in Beziehung zu den energietragenden Wirbeln des Turbulenzfeldes, da diese als verantwortlich für die Oberflächendeformation angesehen werden.

Die Ableitung der entsprechenden Längenskala  $L_t$  erfolgt auf Basis der Kolmogorov Theorie zur Beschreibung des Energietransfers von großen, energietragenden Wirbeln hin zu kleinen, dissipativen Wirbelstrukturen in turbulenten Strömungen [97]. Ausführungen dazu finden sich zum Beispiel in [98, 99]. Die energietragenden Wirbel zeigen eine charakteristische Geschwindigkeit  $u_t$ , welche die Größenordnung der turbulenten Fluktuationen besitzt und eine Zeitskala  $\tau_t \equiv L_t/u_t$ , welche ihren Zerfall bestimmt. Die turbulente kinetische Energie  $k$  ist proportional zum Quadrat der charakteristischen Geschwindigkeit, sodass sich ein Modell zur Abschätzung der turbulenten Dissipationsrate ableiten lässt

$$\varepsilon \approx C_\mu \frac{k}{\tau_t} = C_\mu \frac{k \cdot u_t}{L_t} = C_\mu \frac{k^{3/2}}{L_t}, \quad (3.22)$$

mit der Proportionalitätskonstante  $C_\mu$  des  $k$ - $\varepsilon$  Modells in Kapitel 2.3.2. Diese Betrachtung führt zur allgemeinen Definition der integralen Länge in

---

<sup>5</sup>Im Bezug auf Horizontalströmungen ist hier vorwiegend die Kelvin-Helmholz Instabilität zu nennen, welche durch Geschwindigkeitsgradienten an der Grenzfläche hervorgerufen wird (siehe Kapitel 2.1). Starke Gradienten orthogonal zur Hauptströmungsrichtung und parallel zur Grenzfläche sind in Rohrströmungen nicht zu erwarten.

Zweigleichungsmodellen:

$$L_t = C_\mu \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}. \quad (3.23)$$

Diese Länge entspricht der Größe der energietragenden Wirbel in der turbulenten Strömung. Das Ableiten der integralen Längenskala nach diesem Vorgehen ist sowohl mit klassischen RANS-Modellen als auch für viele LES-Ansätze bezüglich der Subskalenturbulenz  $k_{sgs}$  kompatibel, wenn die Gültigkeit der Ähnlichkeitshypothese vorausgesetzt wird und die größten nicht aufgelösten Wirbel die Eigenschaften der kleinsten aufgelösten Wirbel teilen. Ein Konzept zur Turbulenz-Grenzflächeninteraktion, allerdings zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten bei Direktkontaktkondensation (DCC, *Direct Contact Condensation*), verwenden auch Hughes und Duffey [100] sowie Shen et al. [101] und greifen dabei auf den gleichen Ansatz zur Wirbelgrößenbestimmung zurück.

Ein orthogonal auf die Grenzfläche auftreffendes, turbulentes Fluidpaket wird eine Störung verursachen, deren Wellenlänge das doppelte der charakteristischen Länge des Pakets beträgt  $\lambda = 2L_t$ . Da die auftretenden Störungen interferieren, schlagen Brocchini und Peregrine [95] einen Korrekturfaktor  $\zeta$  für verschiedene Strömungsregime vor, sodass

$$\lambda = 2\zeta L_t. \quad (3.24)$$

Für ein gravitationsdominiertes Regime, also Horizontalströmungen mit moderater Turbulenz, welche nicht zu einem Aufbrechen der Grenzfläche führt, wird dieser Korrekturfaktor mit  $\zeta \approx 0.2$  angegeben.

Die Amplitude der Störung muss ebenfalls mit diesem Längenmaß in Beziehung stehen. Ihr maximaler Wert darf  $L_t$  dabei nicht überschreiten, was phänomenologisch bedeutet, dass das Fluidpaket die Grenzfläche maximal auslenkt bevor diese reißt und Tropfenbildung auftritt. Die Auslenkung sollte außerdem positiv mit der kinetischen Energie des Fluidpakets korrelieren. Da dieser Faktor bereits in die Berechnung von  $L_t$  eingeht, scheint ein Zusammenhang

$$\Lambda = \lambda/4 = \frac{1}{2}\zeta L_t \quad (3.25)$$

eine angemessene Annahme.

Die entwickelte Modellvorstellung ermöglicht die Ableitung der Grenzflächendichte für nicht aufgelöste Längenskalen innerhalb einer numerischen Zelle mit dem Volumen  $V_c$  in Abhängigkeit vom turbulenten Längenmaß  $L_t$  zu

$$a_{i,sgs}(L_t) = \frac{s_x(L_t)\Delta x}{V_c}, \quad (3.26)$$

mit der Bogenlänge  $s_x(L_t)$  der Kurve (3.21) im Intervall  $[0, \Delta x]$ .  $L_t$  wird dabei aus dem Turbulenzfeld der Flüssigphase lokal für das betrachtete Kontrollvolumen bestimmt. Für die Bogenlänge  $s_x$  einer in  $[m, n]$  stetig differenzierbaren Funktion  $f(x)$  gilt

$$s_x = \int_m^n \sqrt{1 + f'(x)^2} dx. \quad (3.27)$$

Mit den gewählten Modellparametern aus (3.24) und (3.25) ergibt sich für die Ansatzfunktion (3.21)

$$s_x(L_t) = \int_0^{\Delta x} \sqrt{1 + \left[ \frac{\pi}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\zeta L_t} x \right) \right]^2} dx. \quad (3.28)$$

Das Ergebnis der vorangestellten Betrachtung ist ein Skalarfeld, welches im gesamten Strömungsgebiet definiert ist, aber lediglich in der Umgebung stratifizierter Grenzflächenzonen Einfluss auf die interphasigen Austauschprozesse nehmen darf. Aus diesem Grund wird  $a_{i,sgs}$  sowohl mit der Regionendetektionsfunktion  $\delta_r^s$  in Gleichung (3.20), als auch mit dem normierten Gradienten des Phasengehalts gewichtet. Die Normierung erfolgt anhand des maximal im Strömungsfeld auftretenden Gradienten  $|\nabla \alpha_k|_{\max}$ , an dessen lokaler Position damit auch die größte Wichtung zur Bestimmung der Grenzflächendichte mit dem Faktor 1 auftritt. Dieses Vorgehen schließt zum einen die Beziehung zur in Kapitel 3.3.2 beschriebenen Proportionalität von  $a_i$  und  $|\nabla \alpha_k|$  und steht außerdem im Einklang mit der Mittelung der Positionsfluktuation der Grenzfläche innerhalb der Übergangzone im Kontext der Euler-Euler'schen Betrachtungsweise des Zwei-Fluid Modells.

Die Einbeziehung dieses Schließungsmodells für die Grenzflächendichte in gestört-freien Strömungsregionen führt zur Modellierung des Reibungswiderstandsterms der Impulstransportgleichung unter Anwendung von (2.37) und (2.38) mit (3.26):

$$\mathbf{M}_{D,l}^s = C_\lambda \delta_r^s a_{i,sgs} \frac{|\nabla \alpha_l|^2}{|\nabla \alpha_l|_{\max}} \frac{\mu_g \mu_l}{\mu_g + \mu_g} (\mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g), \quad (3.29)$$

und enthält die geforderte Berücksichtigung nicht aufgelöster Oberflächenstörungen als Erweiterung eines algebraischen Grenzflächendichtemodells.

### 3.3.5 Solverstrategie

Ein Programmablaufplan des entwickelten Mehrphasenlösers ist in Abbildung 3.5 dargestellt und kann wie folgt zusammengefasst werden:

1. Initialisierung: Erstellen aller Variablen
2. Anpassung des Zeitschrittes über ein CFL-Zahl Kriterium
3. Berechnung der Krümmungsbeiträge
4. Überprüfung der lokalen Strömungsform nach (3.20)
5. Lösen der Transportgleichung für den Phasegehalt mit Kompression in detektierten Teilbereichen
6. Korrektur der Partikelgröße (entsprechend Netzauflösung) für "neu" detektierte, dispers-markierte Zellen im Grenzflächendichtefeld
7. Lösen der Transportgleichung für den mikroskopischen Krümmungsbeitrag in dispersen Bereichen (IATE)
8. Berechnung der Schließungsterme für die detektierten Teilbereiche zur Bestimmung des Impulsaustausches
9. Lösen der  $k$ - $\varepsilon$ -Transportgleichungen zur Turbulenzschließung

10. Konstruktion der Impulstransportgleichungen der Phasenanteile
11. PISO-Schleife zur Druck-Geschwindigkeitskopplung
  - (a) Konstruktion und Lösung der Druckgleichung
  - (b) Korrektur der Fluidgeschwindigkeitsfelder und -flüsse
12. Ausschreiben der Ergebnisse zu definierten Zeitpunkten

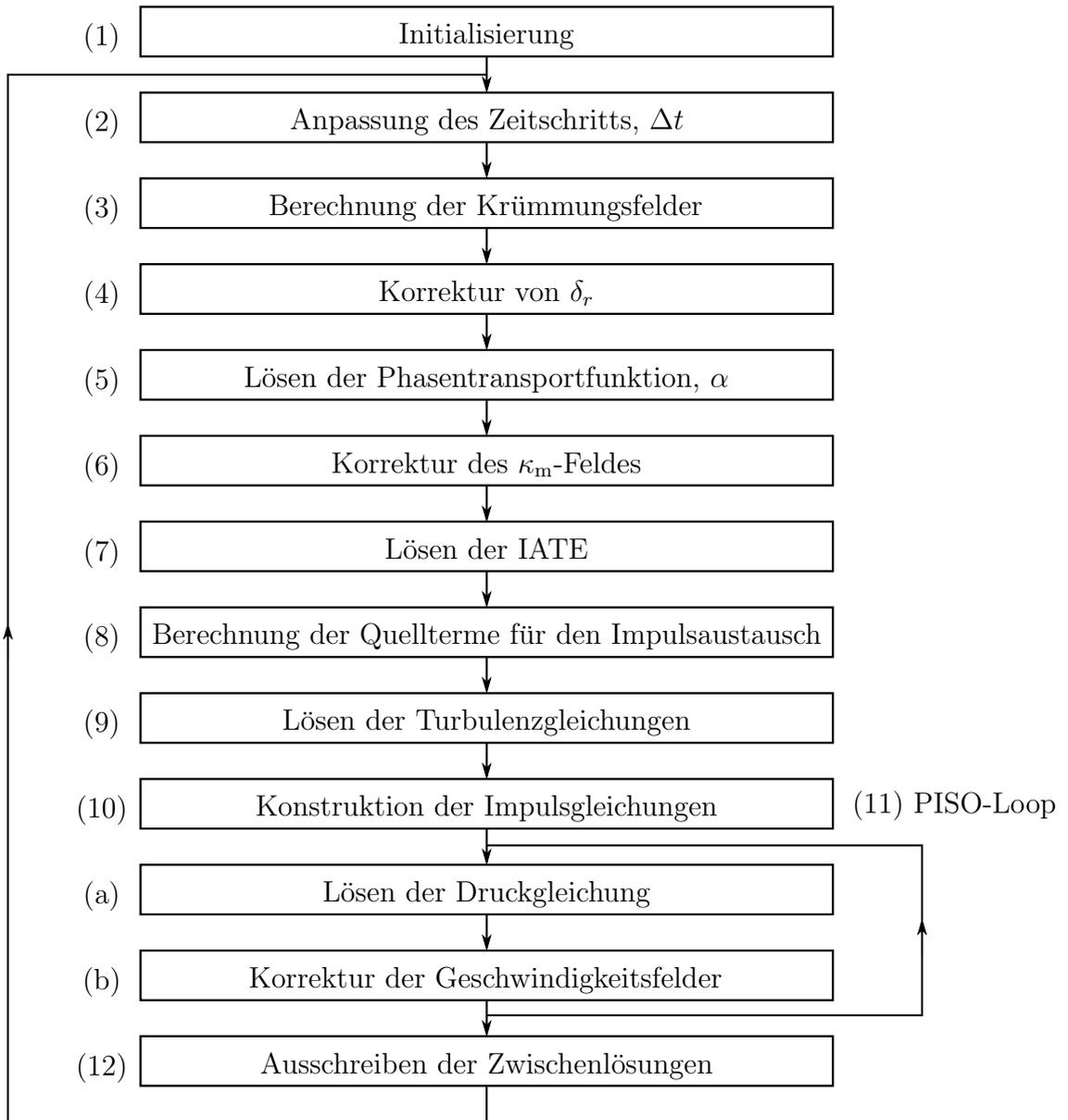


Abbildung 3.5: Programmablaufplan des Mehrskalensolvers.

## 4 Versuchsanlage und Messtechnik

### 4.1 Aufbau der Versuchsanlage

Die im Folgenden beschriebenen experimentellen Untersuchungen zu Regimecharakteristika sowie Grenzflächenverteilung wurden am Versuchsstand für horizontale Strömungsphänomene in mehrphasigen Systemen am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München durchgeführt. Das Schema des Versuchsstands kann Abbildung 4.1 entnommen werden. Die Messstrecke, als Kernstück der Anlage, besteht aus einem 10 m langen, transparenten Rohr aus Polymethylmethacrylat (PMMA) mit einem inneren Durchmesser von 54 mm. Das Rohr besteht aus vier bis fünf modularen Einzelsegmenten, welche über Flansche verbunden sind und die Montage zusätzlicher Messtechnik an diskreten Positionen im Strömungsverlauf erlauben. Der Strömungsausstritt ist mit einem Phasenabscheider verbunden, welcher die Rückführung der Flüssigphase in den Kreislauf erlaubt, während die Gasphase gegen Umgebungsbedingung ausgeblasen wird. Im Eintrittsbereich der Messstrecke befindet sich ein Phasenmischer mit einer Lochblechplatte zur Homogenisierung des Strömungsprofils beider Phasen und einer Phasentrennplatte um ein paralleles, geschichtetes Einströmen der Phasen in die Messstrecke zu gewährleisten. Der Einströmquerschnitt beträgt für beide Phasen jeweils die Hälfte des Rohrquerschnittes. Die Flüssigphase wird mittels einer Frequenzumrichter gesteuerten Radialkreislumpumpe aus einem Vorratsbehälter zum Phasenmischer befördert, wobei sehr kleine Volumenströme mit Hilfe eines Bypass eingestellt werden können. Die Eintrittsparameter werden über einen induktiven Durchflussmengenmesser sowie einen PT100 Temperaturmessfühler kontrolliert. Die Gasversorgung der Versuchsanlage wird mittels eines Rootsgebläses über Umgebungsluft sichergestellt. Dabei wird die Temperatur des Gases über einen Wärmetauscher

geregelt. Die Bestimmung des Volumenstromes erfolgt redundant sowohl über eine Messblende als auch über eine Drehzahlmessung am Laufrad des Rootsgebläses.

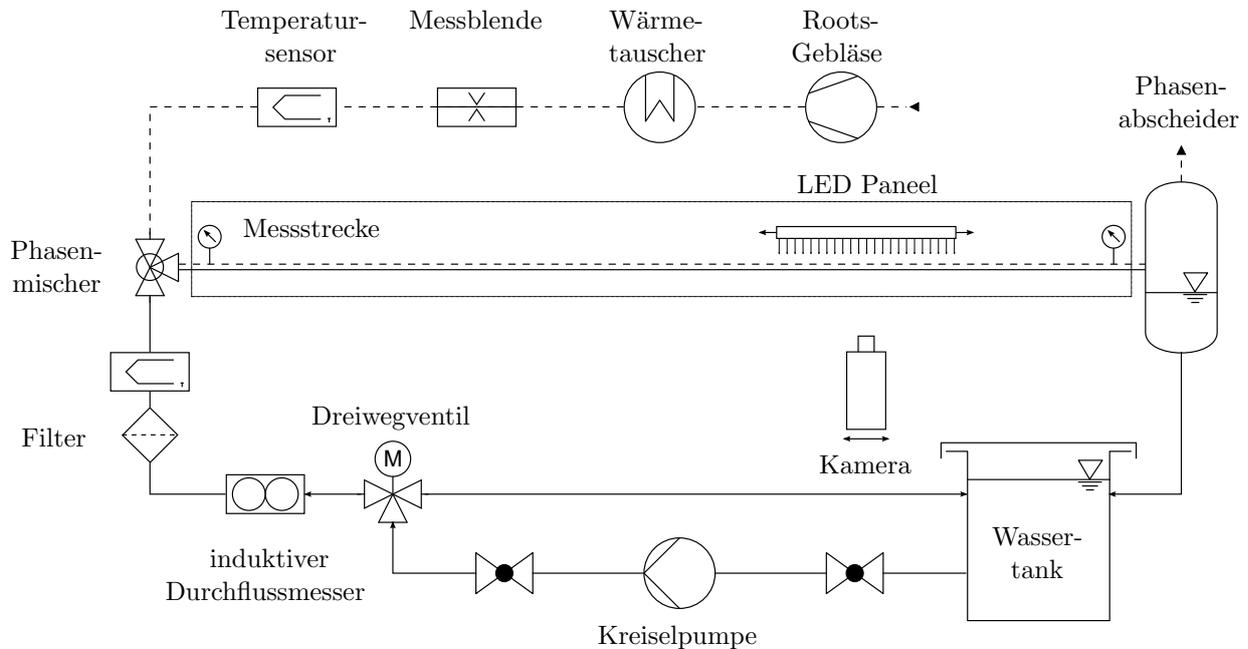


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Versuchsanlage in Videometriemesskonfiguration.

## 4.2 Videometrische Untersuchungen

Die Videometrie ist ein nichtinvasives Messverfahren zur Untersuchung optisch zugänglicher Strömungsphänomene und erlaubt eine hohe zeitliche und örtliche Auflösung. Dabei werden Bildsequenzen der Strömung mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnet. Angeschlossene Bildverarbeitungsalgorithmen erlauben dann die Bestimmung charakteristischer Strömungsparameter. Dieses Messverfahren zeigt sich in der vorliegenden Studie als besonders geeignet, um Informationen über die Gestalt der Grenzfläche und die generelle Geometrie von Schwallen zu extrahieren und ermöglicht zusätzlich die Erhebung statistischer Daten bezüglich der globalen Charakteristika des jeweiligen Regimes. Mit Hilfe der Videometrie lassen sich in den präsentierten Untersuchungen folgende Daten erfassen:

- Schwallfront- und Schwallendgeschwindigkeit,
- Schwallfront- und Schwallendbeschleunigung,
- Schwallgeschwindigkeit,
- Schwalllänge,
- Schwallentstehungsort,
- Schwallentstehungsfrequenz,
- linienintegrierte Grenzflächendichtepprofile.

Mit dieser Methode können nur linienintegrierte Daten entlang der Durchleuchtungsrichtung ermittelt werden, wodurch Informationen über dreidimensionale Strukturen zunächst verloren gehen und bei Bedarf aufwendig rekonstruiert oder nur indirekt zugänglich gemacht werden können. Außerdem sind die anfallenden Datenmengen im Vergleich zu invasiven Verfahren wie Nadelsondenmessungen oder Gitternetzsensoren groß, wodurch das zeitliche Fenster der Untersuchungen vergleichsweise eng ist.

Die Bilderfassung erfolgte mit einer Hochgeschwindigkeitskamera der Firma *Photron* vom Typ *FASTCAM SA5 775K-M2* und der mitgelieferten Software *Photron FASTCAM viewer*. Zur Unterdrückung optischer Verzerrung aus dem Linseneffekt der gefüllten Rohrleitung wird um den Messbereich ein mit Wasser gefüllter, quaderförmiger Brechungsminderer eingesetzt. Eine Homogenisierung der Messfeldausleuchtung wird über eine Diffusorfolie vor dem LED-Paneel erreicht. Aus der Wechselstromversorgung stammende Helligkeitsschwankungen der Lichtquelle sind durch den Verbau von Elektrolytkondensatoren ausgedämpft, sodass auch bei hohen Aufnahmefrequenzen eine konstante Ausleuchtung des Sichtfeldes garantiert werden kann.

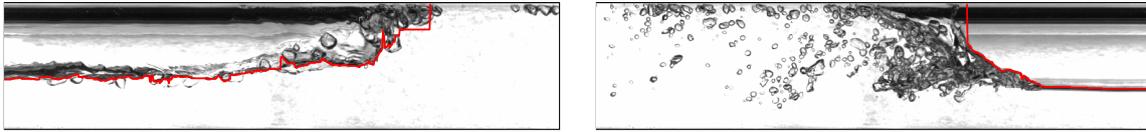
Die Auswertung erfolgt automatisiert über einen im Zuge dieses Projektes erstellten MATLAB-Algorithmus unter Anwendung der MATLAB *Image Processing Toolbox*. Die digitalen Aufnahmen werden als zweidimensionale Matrizen gespeichert, wobei die Anzahl und Position ihrer Elemente der Anzahl und Position der Pixelverteilung am Sensor entspricht. Bei der vorhandenen 8-Bit-Tiefe des Bildspeichers können die Matrixelemente Werte

zwischen  $2^0$  (Schwarz) und  $2^8$  (Weiß) annehmen und bilden damit das durchleuchtete Objekt mit dem Charakter einer Schattenmessung ab. Das Ziel der Auswertung ist zunächst eine Erkennung der makroskopischen Phasengrenze, um das Passieren von Schwallen im Bildausschnitt detektieren zu können. Zu diesem Zweck werden die Rohbilder wie nachfolgend beschrieben verarbeitet:

1. Einlesen des Rohbildes,
2. Zuschneiden auf den rohrabbildenden Bereich,
3. Kalibrierung durch Kontrast- und Helligkeitsanpassung,
4. Binarisierung der Matrix an einem Schwellwert,
5. Entfernen von Störbereichen (Blasen, Tropfen, Hintergrundrauschen), welche die Grenzflächendetektion behindern (MATLAB Image-Tool *bwareaopen*),
6. spaltenweises Abtasten der Matrix zur Detektion der Grenzflächenposition und zur Erkennung einer Schwallfront bzw. eines Schwallendes anhand eines Höhenpositionsschwellwertes und Ausgleich von Fehlstellen im Phasengrenzenverlauf,
7. Plausibilitätsprüfung des Detektionsereignisses.

Der entwickelte Algorithmus ist sehr robust und hat sich als zuverlässig bei der Detektion einer Vielzahl von Strömungssituationen im Schwallströmungsregime erwiesen, sodass die Auswertung der Messreihen vollautomatisiert ablaufen kann. Bei unklaren Detektionsereignissen können Zwischenergebnisse im laufenden Auswertungsprozess vom Nutzer überprüft und gegebenenfalls verworfen oder anerkannt werden. Ausgehend von den in Abbildung 4.2 rot dargestellten, detektierten Grenzflächenvektoren können anschließend über die bekannte Bildrate und Sichtfeldgröße die oben genannten Strömungsparameter abgeleitet werden.

Carpintero [102] verwendete auf ähnliche Weise erhobene videometrische Daten zur Validierung der Korrelationen von Gregory und Scott [103], Nicholson et al. [104] und Bendiksen [105] im Bezug auf die Schwallfront-



**Abbildung 4.2:** Detektierte Phasengrenzen am Schwallanfang (rechts) und -ende (links).

und -endgeschwindigkeiten sowie zur Untersuchung der Abhängigkeit sich einstellender Schwalllängen von der additiven Leerrohrgeschwindigkeit  $j_{add} = j_l + j_g$ .

## 4.3 Grenzflächenbestimmung

### 4.3.1 Grenzflächendichte in horizontaler Rohrströmung

Zur Bestimmung qualitativer wie auch quantitativer Informationen über die vertikale Verteilung der Grenzflächendichte wurde das videometrische Messverfahren auf ausgebildete Schwalle mit ausgeprägtem Gaseintrag angewendet. Entsprechende Kombinationen der Phasenleerrohrgeschwindigkeiten zwischen  $0.3 \leq j_l \leq 1.3$  [m/s] und  $0.7 \leq j_g \leq 3.0$  [m/s], in deren Bereich dieses Strömungsregime dominant ist, wurden untersucht. Die Strömung wurde unter quasi stationären Bedingungen über eine maximale Zeitspanne von jeweils einer Minute pro Experiment mit Hochgeschwindigkeitskameras aufgenommen. Die Aufnahmefrequenz betrug bis zu 1 kHz in Abhängigkeit von der Phasengeschwindigkeit.

Neben der oben beschriebenen Ermittlung globaler Daten erlaubt die Bildverarbeitung außerdem eine sehr genaue Messung der Form, Größe und Anzahl von Gasblasen im Schwallkörper, solange die Überlappung in Aufnahme­richtung klein ist. Der Umstand, dass die Videometrie nur tiefenintegrierte Werte über die Gasverteilung liefern kann, führt zusätzliche Unsicherheit in die Datenauswertung ein, wenn Informationen über die räumliche Verteilung der Grenzflächendichte extrahiert werden sollen. Es ist deshalb ein geeignetes Verfahren zu entwickeln, welches diese Unsicherheiten minimiert und es erlaubt, zur Validierung der numerischen Simulation geeigne-

te Daten zu erhalten. Die Ergebnisse dieses Verfahrens sind außerdem auf Plausibilität zu prüfen und Abweichungen vom Ist-Wert möglichst genau zu quantifizieren.

Die durch die Kamera gelieferten Rohdaten sind  $n \times m$ -Matrizen, deren Größe durch die Anzahl der Pixel des Sensors bestimmt ist. Die Matrizen beinhalten Zahlenwerte zwischen  $2^0$  und  $2^8$  welche der Signalstärkeverteilung am Sensor entsprechen. Die Signalstärke  $\Gamma$  ist proportional zur im Belichtungszeitraum  $\Delta t$  am Sensor aufgetroffenen Lichtmenge in einem Spektralbereich von etwa 400 nm bis 1000 nm. Damit ergibt sich eine sowohl räumliche als auch zeitliche Diskretisierung des Sichtfelds der Kamera. Das sich ergebende Bild entsteht folglich aus der Verteilung der am Sensor auftreffenden Photonen aus einer beliebigen Lichtquelle im messbaren Spektralbereich und ist bestimmt durch die Brechung und Reflexion, welche die Quanten auf dem Weg zwischen Quelle und Detektor erfahren. Zur Ableitung eines Messverfahrens für die Grenzflächendichte in einer zweiphasigen Strömung kann die Eigenschaft der Grenzfläche genutzt werden, Licht sowohl zu reflektieren als auch zu brechen.

Die Ursache der Lichtbrechung an der Phasengrenzfläche ist eine Abweichung in den phasenbezogenen Lichtgeschwindigkeiten mit  $c_l$  in der Flüssigphase und mit  $c_g$  in der Gasphase. Das Verhältnis zwischen Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  und der Lichtgeschwindigkeit  $c_k$  in einem Medium  $k$  wird als Brechungsindex  $RI$  bezeichnet. Dieser Wert ist eine Funktion der Dichte des Mediums. Da der Absolutwert von  $RI_k$  der einzelnen Medien in der nachfolgenden Betrachtung allerdings eine untergeordnete Rolle spielt, werden in Tabelle 4.1 die Werte  $RI_k^{20}$  bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  und Normdruck angegeben und als Konstante verwendet.

**Tabelle 4.1:** Normbrechungsindizes der beteiligten Medien.

Medium	$RI^{20}$
Luft	1.0003
Wasser	1.333
Stickstoff	1.0005
PMMA	1.492

Für die Ablenkung eines Lichtstrahls bei Grenzflächendurchgang gilt als Folge des Brechungsgesetzes

$$\sin(\theta^*) = \sin(\theta) \frac{RI_{k_1}}{RI_{k_2}}, \quad (4.1)$$

mit dem Neigungswinkel  $\theta$  der Phasengrenze zur Lichtquelle und dem Brechungswinkel  $\theta^*$ . Handelt es sich um eine gekrümmte Grenzfläche, ist  $\theta$  als Winkel zwischen dem Oberflächennormalenvektor  $\mathbf{n}$  am Einfallspunkt und dem Einfallsvektor des Strahls zur Lichtquelle definiert. Für den Übergang vom optisch dichten zum optisch dünnen Medium ( $RI_{k_1} > RI_{k_2}$ ) tritt beim Erreichen der Grenzbedingung  $\sin(\theta^*) = 1$  Totalreflexion auf.

Mit jedem Durchgang eines Lichtquants durch eine Phasengrenzfläche sinkt durch Brechung und Reflexion die Wahrscheinlichkeit, dass es vom Sensor der Kamera detektiert werden kann. Die Anzahl der Grenzflächendurchgänge sowie die Winkel der Grenzflächen zur Lichtquelle bestimmen demnach die Signalstärke am Kamerasensor. Beide Kriterien stehen in direktem Zusammenhang mit der Anzahl und Größe der Gasblasen im betrachteten Strömungsabschnitt zwischen Lichtquelle und Kamera. Zur Bestimmung der Grenzflächendichte im durchleuchteten Abschnitt mit dem beschriebenen videometrischen Messverfahren müssen diese Parameter mit der Signalstärke  $\Gamma$  am Sensor quantitativ korreliert werden.

Wie oben erwähnt, lassen sich sowohl die Größe als auch die Anzahl der Blasen durch Bildverarbeitung sehr genau bestimmen, so lange ihre Überlappung in Aufnahmerichtung klein ist. Um zur Validierung der numerischen Simulation geeignete, vertikale Profile der Grenzflächendichteverteilung zu erhalten, scheint außerdem eine gröbere Diskretisierung des Kamerasichtfeldes vernünftig als sie durch die Auflösung des Kamerasensors vorgegeben ist. Dies erlaubt ein ausgleichen räumlicher und zeitlicher stochastischer Fluktuationen und ist mit der Euler-Euler'schen Betrachtungsweise des numerischen Modells kompatibel, in welcher das Kontrollvolumen größer/gleich der maximalen Blasengröße sein sollte. Abbildung 4.3 (rechts) zeigt ein geometrisches Modell eines Rohrteilabschnitts mit dem Index  $j$  bei einer Sichtfelddiskretisierung der Höhe  $H$ ,

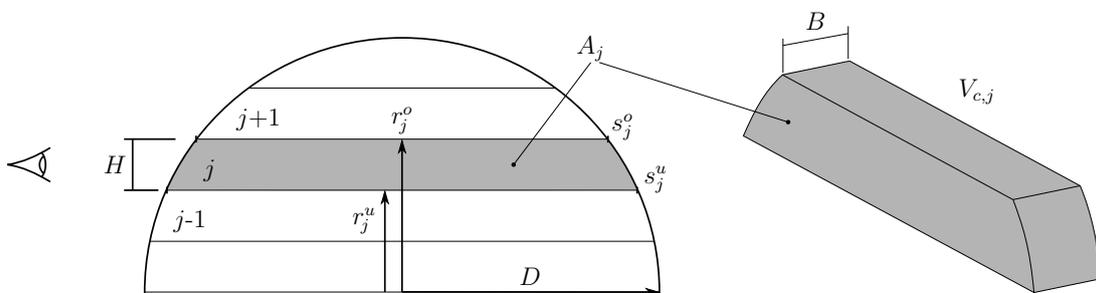
Breite  $B = H$  und den oberen und unteren Bogensehnen des Rohrteilabschnitts  $s_j^o, s_j^u$ .

Für die Grenzflächendichte  $a_i$  einer Blasenströmung mit  $N$  Blasen innerhalb eines Kontrollvolumens  $V_c$  gilt zunächst allgemein

$$a_i = \frac{N\pi d_{sm}^2}{V_c}. \quad (4.2)$$

Eine Korrelation zwischen  $a_i$  und der Abschnittsweise gemittelten Signalstärke  $\Gamma$  kann nach (4.2) also auf der Blasenanzahl und dem gemittelten Blasendurchmesser im Kontrollvolumen aufbauen. Da das Ziel der dargestellten Untersuchung die Extraktion gemittelter, vertikaler Profile von  $a_i$  ist, lässt sich der gemittelte Blasendurchmesser durch die vertikale Unterteilung des Sichtfeldes in einzelne Segmente ermitteln, in denen durch automatisierte Bildverarbeitung eine Messung der Blasenanzahl und -größe erfolgt. Die Segmente besitzen die Breite des Sichtfeldes und jeweils ein und dieselbe Höhe. Diese ist durch den größten beobachteten Blasendurchmesser bestimmt. Die Diskretisierung und Messung erfolgt für jedes Bild in dem ein Teil eines Schwalkkörpers detektiert wurde.

Nach dem Einlesen der videometrisch erhobenen Daten wird zunächst ein für jeden Testfall erstelltes Kalibrierbild zur Hintergrundsubtraktion genutzt. Anschließend erfolgt eine Reihe von Bildverarbeitungsschritten nach dem Prinzip der Wasserscheidensegmentation (*Marker-Controlled Watershed Segmentation*) für die in MATLAB ein Basisalgorithmus zur



**Abbildung 4.3:** Rohrquerschnitt (links) und geometrisches Modell des Rohrteilabschnitts mit dem Index  $j$  (rechts).

Verfügung gestellt wird [106]. Dieser Algorithmus wurde zur Trennung von sich berührenden Objekten in einem Bild entwickelt. Dabei werden Helligkeitsgradienten in monochromen Bildern als topographische Oberfläche interpretiert. Dunkle Regionen mit niedrigen Gradienten werden als Potentialbecken erkannt und abgegrenzt [107]. Als Ergebnis lassen sich die Anzahl, Position, Kontur und projizierte Fläche der einzelnen abgebildeten Objekte sehr genau bestimmen. Nach der Segmentierung wird die Länge der Konturlinie jedes Segments mit dem Umfang eines Kreises mit dem selben Flächeninhalt verglichen. Weichen diese Werte zu stark von einander ab, liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit eine fehlerhafte Segmentierung der Blasen vor und das Bild wird nicht zur Auswertung verwendet.

Das Ergebnis ist zunächst jeweils ein Histogramm der auftretenden Blasendurchmesser für jedes Segment im Sichtfeld und ein daraus resultierendes vertikales Profil des Sauterdurchmessers im Rohr für jede untersuchte Leerrohrgeschwindigkeitskonfiguration. Beispielhaft sind die Segmenthistogramme eines Testfalls mit  $j_l = 0.6$  m/s und  $j_l = 1.2$  m/s in Abbildung 4.4 für 10 vertikale Segmente (Pos. 1 - 10) dargestellt.

Für die Ermittlung der Blasenanzahl können sich überlappende Blasen nicht wie oben beschrieben vernachlässigt werden, da ihr Wert die lokale, instantane Beziehung zwischen der abschnittsweise gemittelten Signalstärke  $\Gamma_j$  und der Grenzflächendichte im Abschnitt  $a_{i,j}$  bestimmt. Es ist deshalb im Folgenden eine Funktion zu identifizieren, welche die Beziehung der beiden Größen mathematisch beschreibt.

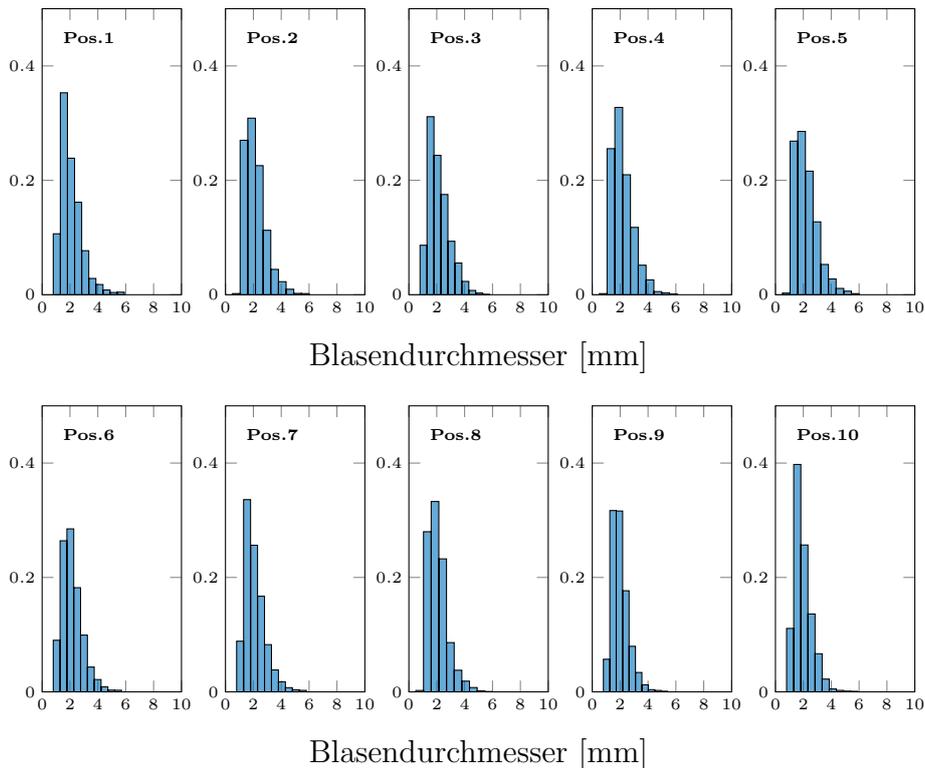
Unter Berücksichtigung der Definition für  $d_{sm}$  kann die maximale Blasenanzahl  $N_{max,j}$  im jeweiligen Kontrollvolumen  $V_{c,j}$  aus der dichtesten Packung sphärischer, monodisperser Partikel

$$\frac{NV_P}{V_c} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0.74 \quad (4.3)$$

mit  $V_P = \pi d_{sm}^3/6$  zu

$$N_{max,j} = \frac{2V_{c,j}}{\sqrt{2}d_{sm,j}^3} \quad (4.4)$$

für jeden Abschnitt  $j$  ermittelt werden. Dieser Wert sollte die maximale Signalschwächung am Sensor, also den minimalen gemittelten Signalwert  $\Gamma_{\min} = 2^0$  und damit die untere Grenze der Beziehung angeben. Die obere Grenze ist mit  $N_j = 0$  und  $\Gamma_{\max} = 2^8$  gegeben. Eine alternative Formulierung dieser Bedingungen lautet, dass die Signalstärke am Sensor bei einer Blasenanzahl von Null im Sichtfeld den maximalen Wert  $\Gamma_{\max} = 2^8$  besitzt ( $f(\Gamma_{\max}) = 0$ ), während der Wert  $\Gamma_{\min}$  die maximale Blasenanzahl  $N_{\max,j}$  im Kontrollvolumen beschreibt ( $f(0) = N_{\max,j}$ ). In dem betrachteten Abschnitt wird bei geringer Blasenanzahl mit jeder zusätzlichen, nicht überlappenden Blase der gemittelte Signalwert rasch sinken. Erhöht sich die Blasenanzahl im Abschnitt, werden mehrfach überlagerte Blasen nur noch wenig Einfluss auf die Signalstärke zeigen, da die Häufigkeit von Totalreflexion zunimmt. Die Wertebeziehung ist demnach nicht linear. Eine Gleichung, welche die vorangestellten Eigenschaften besitzt, trägt die Form



**Abbildung 4.4:** Histogramme der ermittelten Blasenverteilung (relative Anzahl) für zehn vertikale Segmente im betrachteten Rohrabschnitt für  $j_l = 0.6$  m/s und  $j_l = 1.2$  m/s.

$$f(\Gamma) = -\ln(\Gamma_{\max})^{-1} \ln\left(\frac{\Gamma}{\Gamma_{\max}}\right) \quad (4.5)$$

und wird deshalb als Ansatzfunktion zur Beschreibung der Beziehung zwischen der Blasenanzahl und der Signalstärke am Sensor gewählt. Sie erlaubt die Ermittlung einer repräsentativen Blasenanzahl  $N_j$  durch Wichtung der maximalen Anzahl im Kontrollvolumen

$$N_j(\Gamma_j) = N_{\max,j} \cdot f(\Gamma_j) \quad (4.6)$$

und damit unter Berücksichtigung von (4.4) sowie (4.5):

$$N_j(\Gamma_j) = -\frac{2V_{c,j}}{\sqrt{2}d_{\text{sm},j}^3 \ln(\Gamma_{\max})} \ln\left(\frac{\Gamma_j}{\Gamma_{\max}}\right). \quad (4.7)$$

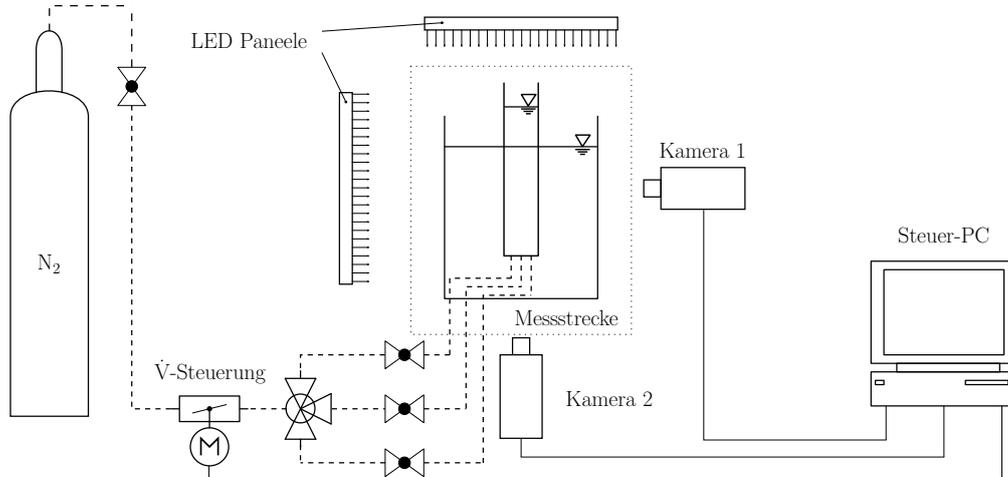
Das Einsetzen von (4.7) in (4.2) ergibt die gesuchte Korrelation von  $a_{i,j}$  und  $\Gamma_j$  für beliebige  $d_{\text{sm},j}$

$$a_{i,j}(\Gamma_j) = \frac{N_j(\Gamma_j)\pi d_{\text{sm},j}^2}{V_{c,j}}. \quad (4.8)$$

Das Ergebnis der aufgestellten Beziehung nach Gleichung (4.8) wird im nachfolgenden Abschnitt experimentell überprüft und bewertet.

### 4.3.2 Blasensäulenexperiment

Zur Prüfung der gewählten Ansatzfunktion (4.5) und der Zulässigkeit der eingeführten Vereinfachungen wurde ein Versuchsaufbau erstellt, in welchem die Grenzflächendichte direkt gemessen und mit dem gemittelten Signalwert in Beziehung gesetzt werden kann. Dieser Aufbau ist in Abbildung 4.5 schematisch dargestellt. Die Konstruktion der Messstrecke erfolgte mit einem verkürzten Abschnitt des gleichen Polymethylmethacrylatrohres wie es auch zum Aufbau der horizontalen Teststrecke zum Einsatz kam. Das Rohr ist in dieser Anlage allerdings vertikal positioniert. Es ist in einem wassergefüllten, quaderförmigen Tank aus Polymethylmethacrylat zentriert um Lichtbrechungen und optische Verzerrungen, welche aus der Zylinder-



**Abbildung 4.5:** Schema des Blasensäulenexperimentes.

form des Rohres resultieren, zu minimieren und mit den selben Lichtquellen wie das Horizontalexperiment ausgeleuchtet, sodass sich die Aufnahmebedingungen in beiden Anlagen gleichen. Die Gasversorgung der Messstrecke wird über drei in Reihe angeordnete Stahlkanülen<sup>1</sup> mit einem Durchmesser von 0.9 mm sichergestellt. Jede Kanüle wird über ein eigenes Absperrventil mit Stickstoff aus einer Druckflasche versorgt. Der Brechungsindex von Stickstoff kann Tabelle 4.1 entnommen werden. Er ist nahe dem von Luft und Größenordnungen kleiner als von Wasser und damit für den Versuchsaufbau geeignet. Der Gesamtvolumenstrom der Gasversorgung wird über einen Massedurchflussregler<sup>2</sup> und den angeschlossenen Labor-PC gesteuert. Es findet keine Durchströmung der Messstrecke mit der Flüssigphase statt. Die Besonderheit der aufgebauten Testanlage ist die simultane Aufzeichnung der Strömung über eine stereo-videometrische Konfiguration. Die über den Massedurchflußregler eingestellte vertikale Blasenströmung im Rohr wird von zwei gekoppelten Hochgeschwindigkeitskameras aufgenommen, welche mit einen Winkel von 90° in der Horizontalebene zueinander positioniert sind. Damit können die Blasen im Rohr aus zwei von drei Raumrichtungen beobachtet werden. Durch einen *Master-Slave*-Betrieb der Kameras wird eine simultane Aufzeichnung sichergestellt.

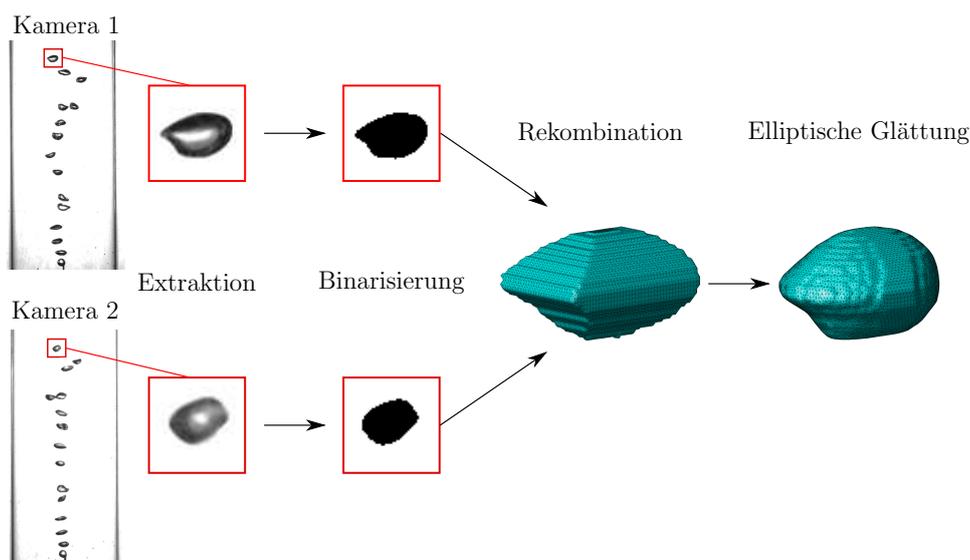
Die Bildverarbeitung zur Identifikation der Blasen ist automatisiert unter

<sup>1</sup>Sterican® Gr. 1, G 20 x 1 1/2/ ø 0,90 x 40 mm, gelb

<sup>2</sup>Bronkhorst® High-Tech, Modell F-201C-AGD-33-V

der Anwendung eines ähnlichen MATLAB-Grundalgorithmus wie zur Auswertung des Horizontalexperiments. Auch hier wird das Prinzip der Wasserscheidensegmentation [106] zur Segmentierungen einzelner Blasen verwendet. Treten in Einzelbildern fehlerhafte Segmentierungen aufgrund starker Blasenüberlappung auf werden diese nicht zur Auswertung verwendet. Bei hohen Gasmasseströmen mussten bis zu 86 % der Bilder aufgrund starker Überlappungen verworfen werden. Da die Gesamtanzahl der Bilder je Testfall und Kamera mit  $N=2000$  ausreichend hoch ist, können aus den verbleibenden, nutzbaren Abbildungen dennoch statistisch relevante Daten abgeleitet werden.

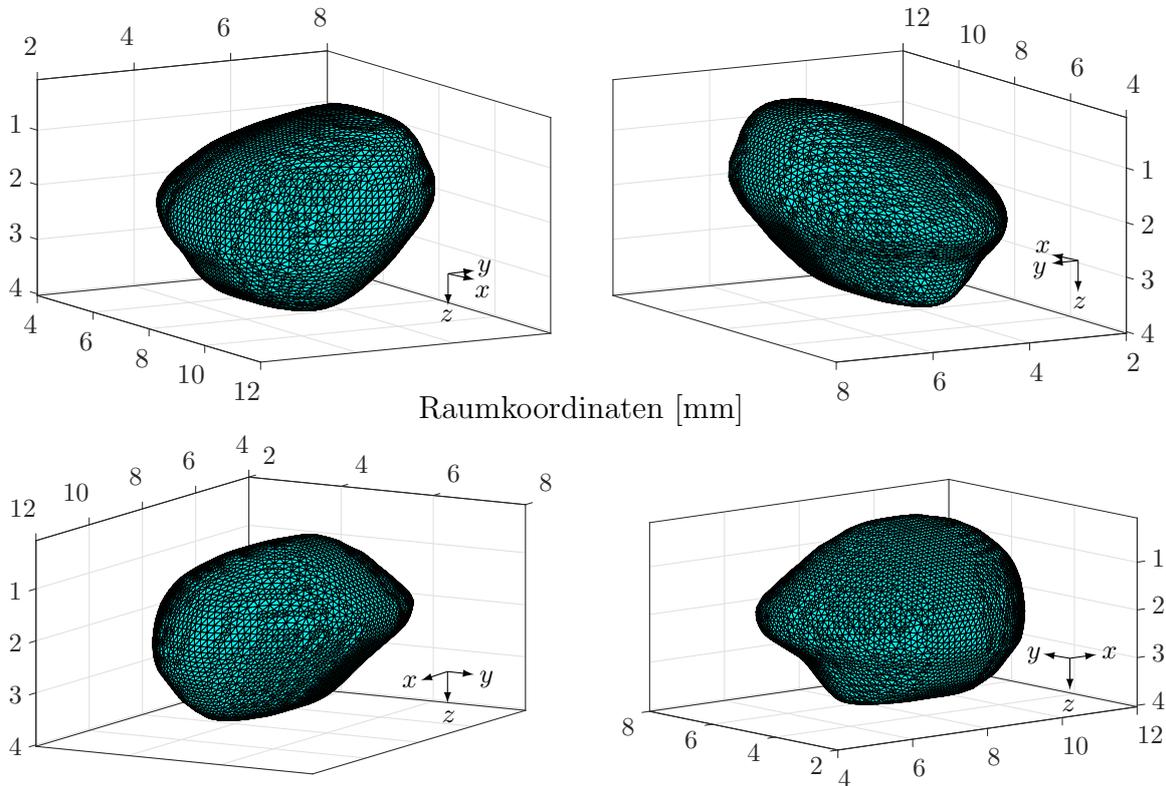
Einen Überblick über den Ablauf des nachfolgend beschriebenen Rekonstruktionsverfahrens zur Grenzflächenbestimmung bietet Abbildung 4.6. Zur Auswertung werden die identifizierten Segmente (Blasen) in beiden Kamerabildern einzeln extrahiert und einander über ihre vertikale Position zugeordnet. Das Ergebnis sind je zwei  $n \times m$ -Matrizen pro Blase, welche die Information über Geometrie und projizierter Fläche aus den beiden Betrachtungsperspektiven beinhalten. Anschließend erfolgt ein zeilenweises Abtasten der beiden zweidimensionalen Matrizen. Die Begrenzungen jeder so analysierten Schnittebene werden in eine neue dreidimensionale Matrix übertragen und die Form der ursprünglichen Blase rekonstruiert. Durch die



**Abbildung 4.6:** Rekonstruktion der Blasenoberfläche aus Stereoaufnahmen.

fehlende Information aus der dritten Beobachtungsrichtung besitzt das rekonstruierte Abbild zunächst eine unphysikalisch rechteckige Grundform in horizontaler Ebene. Deshalb wird in einem weiteren Verarbeitungsschritt ihr Umriss in jeder horizontalen Schnittebene durch eine geschlossene, elliptische Kurve begrenzt und somit die Form des rekonstruierten Objektes der physikalischen Form der Blase deutlich besser angenähert. Der dazu verwendete Algorithmus basiert auf der Arbeit von [108] und nutzt die Methode der kleinsten Fehlerquadrate, um eine elliptische Kurve an einen Satz gegebener Datenpunkte anzupassen. Im vorliegenden Fall werden die vier ermittelten Randpunkte jeder Schnittebene verwendet. Dieses Vorgehen ist insofern begründet, als dass die elliptische Ansatzfunktion, die durch die Oberflächenspannung forcierte Minimierung der Oberflächenenergie durch eine Verringerung der Gesamtfläche sehr gut abbildet.

Mittels eines in MATLAB implementierten Triangulationsverfahrens [109] wird die umhüllende Begrenzungsfläche der erstellten dreidimensionalen Matrix in ein geschlossenes Oberflächennetz umgewandelt. Durch die begrenzte Auflösung der Bilder lässt sich eine stufenförmige Struktur dieser rekonstruierten Fläche, wie in Abbildung 4.6 erkennbar, nicht vermeiden. Diese Stufen führen zu einer Überschätzung der tatsächlichen Oberfläche der Blase. Deshalb wird in einem weiteren Schritt das erstellte Netz unter Verwendung eines Open-Source-Algorithmus geglättet [110, 111]. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Sie zeigt beispielhaft die rekonstruierte Oberfläche der extrahierten Blase aus Abbildung 4.6 in vier zufälligen Perspektiven. Die Achsen geben die räumliche Ausdehnung in Millimetern wieder. Damit lassen sich die charakteristischen Längen der jeweiligen Blasenströmung (Sauterdurchmesser  $d_{sm}$ ) nach (3.14) bestimmen. Die Gesamtoberfläche jeder rekonstruierten Blase wird aus der Summe der dreieckigen Teilflächen des mit Hilfe des Triangulationsverfahrens erstellten Oberflächennetzes berechnet (siehe Abbildung 4.7) und über alle abgebildeten Blasen aufsummiert. Der so ermittelte Wert entspricht der im Rohrabschnitt enthaltenen gesamten Phasengrenzfläche. Der Quotient aus der bestimmten Phasengrenzfläche und dem Gesamtvolumen des abgebildeten Rohrabschnittes liefert die Grenzflächendichte in der Strömung.



**Abbildung 4.7:** Vier Ansichten einer rekonstruierten, dreidimensionalen Blase aus den stereo-videometrischen Daten.

Die durch die vorhandene Grenzfläche verursachte Schwächung des Signals am Sensor wird anschließend durch arithmetische Mittelung aus dem zugeschnittenen und hintergrundbereinigten Gesamtbild bestimmt. Es ergibt sich für jedes analysierte Bild ein Datenpaar aus gemessener Grenzflächendichte  $a_i$  und mittlerer Signalstärke  $\Gamma$ .

Tabelle 4.2 zeigt die Versuchsmatrix der Blasensäulenexperimente mit den eingestellten Volumenströmen und der Anzahl der geöffneten Injektoren. Jede gefahrene experimentelle Konfiguration ist mit einem "x" markiert. Die untere Einstellgrenze des verwendeten Massenstromreglers liegt bei  $\dot{V} = 10 \text{ l/min}$ . Um die Blasenanzahl weiter zu reduzieren, wurde der Volumenstrom in einem Testfall manuell mittels des Absperrventils weiter verringert. Dabei wurden allerdings zwei der drei Injektoren hydraulisch blockiert, sodass die anderen Konfigurationen für diesen Volumenstrom nicht untersucht werden konnten. Für steigende Volumenströme und Injektor-

zahlen  $N_{\text{Inj}}$  verringert sich die Anzahl der auswertbaren Bilder, bei welchen keine massive Überlappung von Blasen identifiziert wird. Diese Tatsache begrenzt die Matrix in ihrer Ausdehnung und reduziert die Anzahl auswertbarer Testfälle mit steigenden  $N_{\text{Inj}}$  und  $\dot{V}_g$ .

**Tabelle 4.2:** Versuchsmatrix der Blasenrekonstruktionsexperimente.

$\dot{V}_g$ [l/min] \n $N_{\text{Inj}}$ [-]	$\sim 5$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
1	x	xxx	xxx	xxx	xx	xx	xx	x	x	x	x	x
2	–	xx	xx	xx	xx	xx	x	x	–	–	–	–
3	–	x	x	x	x	–	–	–	–	–	–	–

Für jeden Testfall wurde aus den Bildern durch arithmetische Mittelung der Datenpunkte ein charakteristisches Datenpaar von  $a_i$  und  $\Gamma$  mit dem Ziel erstellt, die mathematische Beziehung dieser Parameter zueinander zu extrahieren. Zu diesem Zweck ist eine geeignete Ansatzfunktion für die Regressionsanalyse der Daten zu bestimmen. Die Eigenschaften und Randbedingungen einer solchen Funktion wurden bereits in Kapitel 4.3.1 umrissen. Es gilt  $\Gamma(a_i = 0) = \Gamma_{\text{max}} = 2^8$  sowie  $\lim_{a_i \rightarrow +\infty} \Gamma(a_i) = 0$ . Mit einer exponentiellen Regression, welche den geforderten Bedingungen entspricht, ergibt sich aus den 36 Experimenten mit insgesamt 44203 Datenpunkten die Beziehung

$$\Gamma(a_i) = 2^8 \exp\left(-7.6 \cdot 10^{-3} \frac{a_i}{a_{i,0}}\right) \quad \text{wobei} \quad a_{i,0} = 1 \text{ m}^{-1} \quad (4.9)$$

und mit Bildung der Umkehrfunktion:

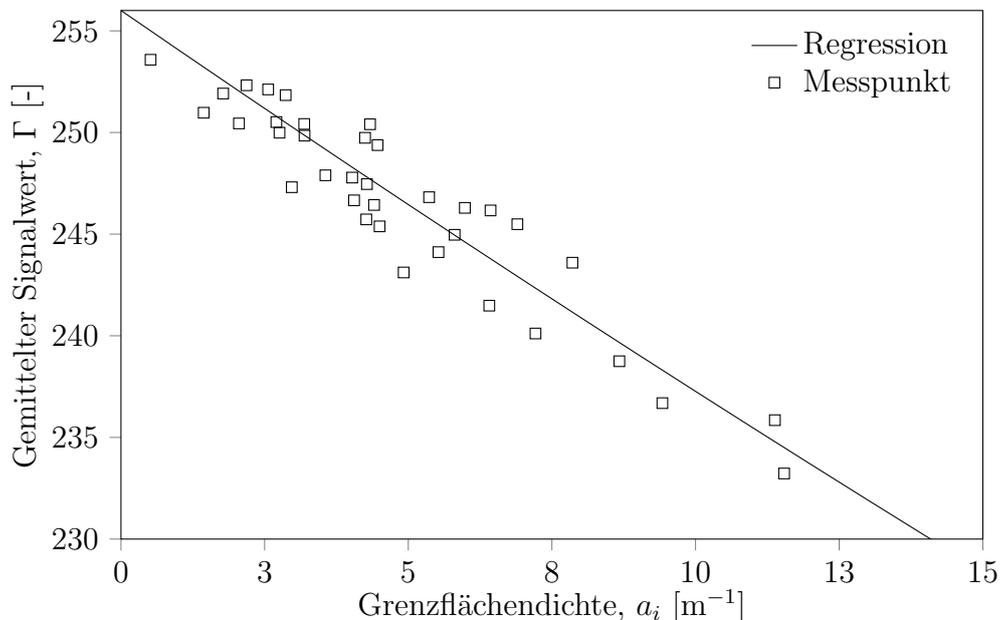
$$a_i(\Gamma) = \frac{a_{i,0}}{7.6 \cdot 10^{-3}} \ln(2^{-8}\Gamma). \quad (4.10)$$

Die gemittelten Untersuchungsergebnisse der einzelnen Konfigurationen nach Tabelle 4.2 sowie die zugehörige Regressionskurve nach (4.9) sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Die Güte der Regression kann über die Standardabweichung vom Erwartungswert (*Standard Error of Estimation, SEE*)

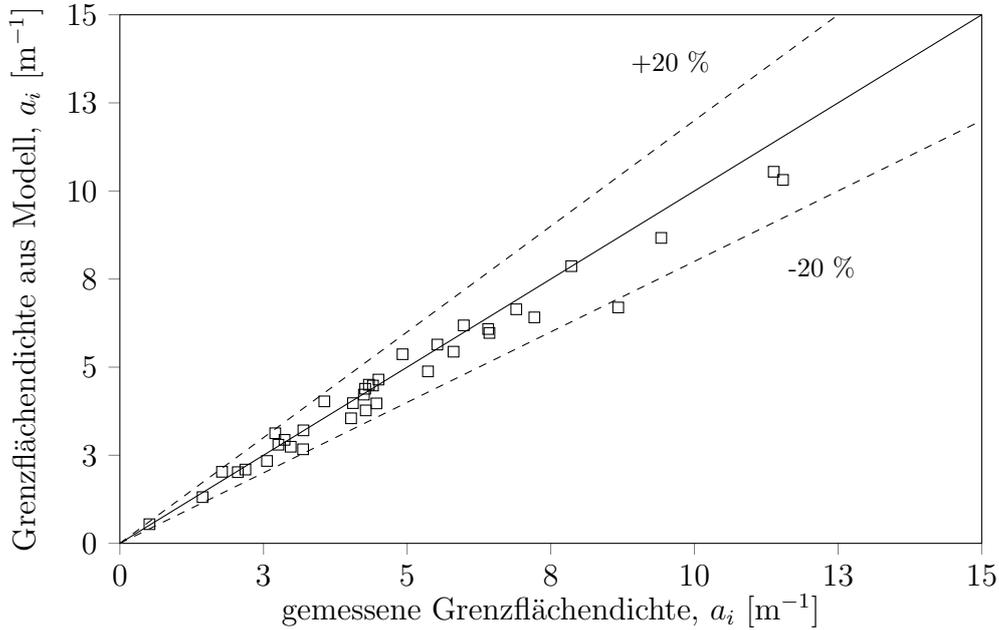
$$SEE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (\Gamma_j - \Gamma_j^*)^2}{N}} \quad \text{und} \quad SEE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (a_{i,j} - a_{i,j}^*)^2}{N}} \quad (4.11)$$

quantifiziert werden. Dabei entspricht  $\Gamma_j$ ,  $a_{i,j}$  den Messwerten und  $\Gamma_j^*$ ,  $a_{i,j}^*$  den korrespondierenden Werten auf der Regressionskurve. Für die vorgestellte Regression ergibt sich eine Standardabweichung der Signalstärke vom Erwartungswert von  $SEE = 1.703$  im untersuchten Wertebereich. Zur Plausibilitätsprüfung der bestimmten Korrelation, kann der über (4.10) extrapolierte Wert am Grenzfall  $\Gamma_{\min} = 2^0$  (maximale Schwächung) mit dem Erwartungswert der dichtesten Kugelpackung für einen generalisierten  $d_{\text{sm}}$  abgeglichen werden. Der über alle Messungen gemittelte Sauterdurchmesser liegt bei  $d_{\text{sm}} = 6.43$  mm. Damit ergibt sich nach (4.2) und (4.3) im Rohrabchnitt mit der betrachteten Höhe  $H = 149.3$  mm, ein theoretischer Wert der Grenzflächendichte der dichtesten Kugelpackung von  $a_i^{\text{the}} = 690.96 \text{ m}^{-1}$  gegenüber  $a_i(\Gamma_{\min}) = 729.63 \text{ m}^{-1}$  mit der Korrelation nach (4.10).

Die so erhobenen Daten können im Folgenden zur Validierung des Modellan-



**Abbildung 4.8:** Korrelation von  $\Gamma$  und  $a_i$  mit exponentieller Regression (4.9) aus experimentellen Ergebnissen der Blasensäulenmessung.



**Abbildung 4.9:** Vergleich der gemessenen Ergebnisse mit dem Modell nach Gleichung (4.10) für  $a_i$  im Blasensäulenexperiment.

satzes nach (4.8) verwendet werden. Dazu wird die mittlere Signalstärke  $\Gamma$  aus den beschnittenen und hintergrundbereinigten Bildern der Kamera 1 bestimmt<sup>3</sup>. Mittels der Korrelation (4.8) wird anschließend die erwartete Grenzflächendichte berechnet und kann gegen die experimentellen Daten abgeglichen werden. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.9 dargestellt und zeigt eine gute Übereinstimmung für den zugänglichen Wertebereich.

Mit steigenden Werten von  $a_i$  lassen die Daten eine tendenzielle Zunahme des absoluten Fehlers in Richtung einer Unterschätzung erkennen. Bei Betrachtung der oben vorgestellten Plausibilitätsprüfung unter Verwendung der Regressionsfunktion (4.10) erhöht sich die absolute Abweichung im Grenzfall der maximalen Signalschwächung zu  $\Delta a_i = -38.67 \text{ m}^{-1}$ , während die Standardabweichung vom Erwartungswert des in Abbildung 4.9 dargestellten Wertebereichs lediglich  $SEE = 0.53 \text{ m}^{-1}$  beträgt. Die relativen Abweichungen besitzen dennoch dieselbe Größenordnung. Die Tendenz zur Unterschätzung der Grenzflächendichte bei Anwendung des Kugelpackungsmo-

<sup>3</sup>Photron, FASTCAM SA5 775K-M2; Diese Kamera wurde ebenfalls für die videometrischen Untersuchungen im Horizontalströmungs-Experiment (Kapitel 4.3.1) verwendet.

dells entspringt vorrangig der geometrisch idealisierten, sphärischen Form der Blasen im Modellansatz. Je stärker die tatsächliche Form der Blasen von der Idealisierung abweicht, desto stärker wird eine Unterschätzung der Grenzflächendichte ausfallen.

Das oben beschriebene Vorgehen hat den Charakter einer Prüfung der allgemeinen Zulässigkeit getroffener Modellannahmen zur Ableitung einer Korrelation für die Bestimmung der Grenzflächendichte aus linienintegrierten, videometrischen Daten. Die Ergebnisse zeigen, dass die gemessenen und vorhergesagten Werte der Grenzflächendichte in dem zugänglichen, niedrigen Wertebereich gut übereinstimmen. Die angewendete stereo-videometrische Messmethode lässt eine Validierung des Modells bei höheren Grenzflächendichten nicht zu, weshalb eine Überprüfung für große Werte von  $a_i$  nur über die vorgestellte, theoretische Prüfung zur dichtesten Kugelpackung erfolgen kann. Damit bleiben Unsicherheiten in den Ergebnissen dieses Modellierungsansatzes, welche sich nur grob über die ermittelte Korrelation (4.10) quantifizieren lassen.



# 5 Validierung des entwickelten Multiskalenlösers

## 5.1 Vorbemerkung

Bei der Entwicklung eines numerischen Verfahrens zur Simulation der komplexen Strömungsbedingungen in einem Schwallströmungsregime, ist die Anwendbarkeit und Güte der aus der Literatur bekannten Submodelle zu bestimmen. Diese Submodelle dienen zur Beschreibung der Vielzahl der zu berücksichtigenden Quellterme in der turbulenten zweiphasigen Strömungssimulation. Solche Quellterme treten in der Turbulenzmodellierung (Kapitel 2.3.2), dem phasenübergreifenden Impulsaustausch (Kapitel 2.2.3) und der Modellierung der Grenzflächeninteraktionsmechanismen (Kapitel 2.2.4) in Erscheinung. Die Implementierung und Anwendung erfolgt im Rahmen des entwickelten und in Kapitel 3.3 vorgestellten MS-TFM Lösers mit dem Software-Paket OpenFOAM.

Um den Gültigkeitsbereich der Submodelle sicher abzudecken, werden disperse und stratifizierte Strömungsregime in diesem Kapitel zunächst getrennt betrachtet. In Kapitel 5.2 werden die Simulationsergebnisse disperser, horizontaler Rohrströmung gegen aus der Literatur entnommene experimentelle Daten von Kocamustafaogullari und Huang [55] validiert und dabei der Einfluss der Submodelle zur Beschreibung der blaseninduzierten Turbulenz (Kapitel 5.2.3), der Zwischenphasenkräfte (Kapitel 5.2.4) und der Grenzflächeninteraktion (Kapitel 5.2.5) separat untersucht. Im Ergebnis wird ein Satz an Submodellen identifiziert, welcher die beste Übereinstimmung mit dem Experiment liefert und als Basissatz für die Simulation der dispersen Strömungsregionen in den nachfolgenden Schwall-

strömungssimulationen (Kapitel 5.4) dient.

In Kapitel 5.3 wird das entwickelte numerische Lösungsverfahren auf seine Fähigkeit hin untersucht, Oberflächeninstabilitäten in stratifizierten Zweiphasenströmungen mit Relativgeschwindigkeiten quantitativ richtig abzubilden. Dazu wird das häufig zu diesem Zweck referenzierte Experiment von Thorpe [112] herangezogen. Das Experiment liefert Daten zum Wachstum von Kelvin-Helmholtz Instabilitäten, welche als ein wichtiger Basismechanismus zur Schwallentstehung gelten (siehe Kapitel 2.1).

Kapitel 5.4 führt die Erkenntnisse der vorangegangenen Kapitel 5.2 und 5.3 zusammen. Der identifizierte Satz an Submodellen wird im Rahmen des MS-TFM Löseres anhand der nach Kapitel 4.2 und 4.3.1 gemessenen Daten validiert. Außerdem werden Besonderheiten bei der Festlegung der Simulationsrandbedingungen und der Einfluss der Diskretisierung diskutiert.

## **5.2 Untersuchung des Gasdispersionsverhaltens - Horizontale Blasenströmung**

Obwohl Blasenströmungen unter horizontalen Bedingungen in industriellen Anwendungen ähnlich häufig anzutreffen sind wie vertikale Strömungen, finden sich deutlich weniger Analysen dieser Strömungsform in der Literatur. Dies gilt sowohl für experimentelle als auch numerische Untersuchungen. Als Gründe hierfür können wohl die deutlichen Erschwernisse identifiziert werden, welche sich aus der auftriebsbedingten Asymmetrie sowohl in der Phasenverteilung als auch der sonstigen Strömungsparameter ergeben. Besonders in Rohrströmungen verbietet diese Asymmetrie eine für vertikale Blasenströmungen oft angewendete zweidimensionale Annäherung des Problems und geht deshalb immer mit einem deutlich erhöhten Rechenaufwand einher.

Da Grenzflächendichte- und Phasenverteilung die bestimmenden Parameter bezüglich des Energie-, Massen- und Impulsaustausches zwischen den beteiligten Phasen darstellen, ist ihre korrekte Modellierung von entscheidender

der Bedeutung, um diese Austauschprozesse und damit das Verhalten des Strömungsregimes richtig wiederzugeben. Im Kontext des vorliegenden Modellierungskonzeptes, in dem nicht auflösbare, disperse Strömungsbereiche als Blasenströmungen modelliert werden, ist deshalb eine Validierung der Submodelle zur Schließung der gemittelten Transportgleichungen essentiell. Dies schließt sowohl die Zwischenphasenkräfte zur Kopplung der Impulsgleichungen als auch die Modellierung der blasengetriebenen Turbulenz und der dynamischen Entwicklung der Grenzflächendichteverteilung ein.

Aus den vorangestellten Gründen wird in dem folgenden Abschnitt der Einfluss aus der Literatur bekannter Submodelle auf die bestimmenden Parameter, Phasenverteilung und Grenzflächendichte, unter Anwendung des entwickelten MS-TFM Löasers (Kapitel 3.3) eingehend untersucht und die Ergebnisse mit den experimentellen Daten von Kocamustafaogullari und Huang [55] verglichen.

### 5.2.1 Das Kocamustafaogullari-Huang Experiment

Das Experiment von Kocamustafaogullari und Huang [55] scheint besonders zur Submodellvalidierung im vorliegenden Fall geeignet, da die experimentellen Bedingungen mit denen des Versuchsstands für horizontale Strömungsphänomene am Lehrstuhl für Thermodynamik der TU München (siehe Kapitel 4) vergleichbar sind. Die Messstrecke dieses Versuchsstandes (HTPFL, *Horizontal Two-Phase Flow Loop*) besitzt eine Gesamtlänge von 15.4 m und besteht aus mehreren Segmenten aus Borsilikatglas mit einem inneren Durchmesser von 50.3 mm. Weiter wird auch hier ein Wasser-Luft-Gemisch bei  $\vartheta \approx 20$  °C und atmosphärischem Druck untersucht. Die Luftversorgung erfolgt über ein angeschlossenes Druckluftsystem und wird mittels eines Turbinendurchflusszählers reguliert. Das Wasser wird über eine Radialkreiselpumpe zirkuliert und über ein Flügelrad-Durchflussmesser vermessen. Die Mischungseinheit am Einlass der Messstrecke besteht aus einem luftdurchströmten, konzentrisch im Borsilikatglasrohr angeordneten, porösen Zylinder mit einer Porengröße von 100  $\mu\text{m}$ . Dieser Aufbau soll ein möglichst gleichmäßiges Gasphasenprofil sowie eine einheit-

**Tabelle 5.1:** Untersuchungsbereich des Kocamustafaogullari-Huang Experiments [55].

Parameter	Wertebereich	Einheit
Luft-Leerrohrgeschwindigkeit, $j_g$	0.21-1.34	[m/s]
Wasser-Leerrohrgeschwindigkeit, $j_l$	3.74-6.59	[m/s]
mittlerer Gasgehalt, $\alpha_g$	0.037-0.214	[-]
mittlerer Sauterdurchmesser, $d_{sm}$	2.35-4.37	[mm]

liche Blasengröße am Einlass sicherstellen. Zur Bestimmung des mittleren volumetrischen Gasphasengehalts kann das letzte Rohrsegment über zwei Schnellschlussventile isoliert werden. Anschließend lässt sich das Volumenverhältnis der eingeschlossenen Phasenanteile im isolierten Abschnitt sehr genau messen. Der Untersuchungsbereich der Experimente ist in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Untersucht wurden die innere Phasen- und Grenzflächenverteilung gleichgerichteter, horizontaler Wasser-Luft Blasenströmungen bei unterschiedlichen Leerrohrgeschwindigkeiten mit Hilfe von Doppelsensor-Widerstandssonden (*double-sensor resistivity probes*) [113]. Die Messungen erfolgten an drei axialen Positionen  $L/D = 25; 148; 253$  sowie jeweils an bis zu 108 radial und azimuthal versetzten Positionen im Rohrquerschnitt. Die Messdauer mit den verwendeten Doppelsensor-Widerstandssonden betrug an jeder Position  $\Delta t = 1$  s bei einer Abtastrate von 20 Hz.

## 5.2.2 Numerische Details der Simulation

Die Simulation des vorgestellten Experiments erfolgte unter Anwendung des entwickelten MS-TFM Lösers mit OpenFOAM (siehe Kapitel 3.3). Dabei findet die Impulserhaltungsgleichung (3.1) Anwendung. Da das Strömungsregime im vorliegenden Fall vordefiniert ist, gilt für die Regionendetektionsfunktion im gesamten Strömungsgebiet  $\delta_r^s = 0$  beziehungsweise  $\delta_r^d = 1$ . Das Regionendetektionsverfahren wurde demnach abgestellt, um den Erhalt des dispersen Strömungscharakters auch bei starken Blasenagglomerationen sicherzustellen. Die Identifikation passender Submodelle für  $\mathbf{M}_{D,k}^d$ ,  $\mathbf{M}_{L,k}$ ,  $\mathbf{M}_{WL,k}$  und  $\mathbf{M}_{TD,k}$  (siehe auch Kapitel 2.2.3) ist Bestandteil des Kapitels 5.2.4.

Die Grenzflächendichtetransportgleichung (3.16) (siehe auch Kapitel 2.2.4) wurde zur Berechnung des dynamischen Blasenverhaltens verwendet. Die Randbedingungen am Einlass bezüglich der Phasengeschwindigkeiten sowie der Gasgehalts- und Blasengrößenverteilung waren über den gesamten Rohrquerschnitt homogen. Der Startwert zur dynamischen Berechnung des skalaren Sauterdurchmessers wurde auf Basis der experimentellen Ergebnisse von [55] gewählt und betrug  $d_{sm} = 3.0$  mm beziehungsweise  $\kappa_m = 2000$  m<sup>-1</sup> nach Gleichung (3.15). Da eine voll-turbulente Strömung ohne starke Druckgradienten in einer einfachen Geometrie untersucht wird, scheint die Nutzung des  $k$ - $\varepsilon$ -Modells (siehe Kapitel 2.3.2) zur Turbulenzmodellierung geeignet. Verschiedene Gruppen [53, 54, 78, 79] erzielten außerdem gute Ergebnisse sowohl für vertikale als auch horizontale Blasenströmungen bei Anwendung dieses Modells. In Gas-Flüssigkeitsgemischen, besonders im dispersen Strömungsregime, spielt die Turbulenz in der Gasphase wegen der geringen Dichte und kleinen Längenskalen eine untergeordnete Rolle, sodass die Transportgleichungen (2.64) und (2.65) für die turbulente kinetische Energie  $k$  und die turbulente Dissipationsrate  $\varepsilon$  hier ausschließlich für die Flüssigphase gelöst werden. Die Simulationen erfolgten aufgrund der Solverarchitektur instationär. Aus Stabilitätsgründen wurde das implizite Euler-Verfahren (1. Ordnung) zur Zeitdiskretisierung angewendet. Das Erreichen des stationären Zustandes wurde durch Monitoring des flächenintegrierten Gasgehaltes am Strömungsauslass überprüft. Ein O-förmiges, blockstrukturiertes Gitter in Anlehnung an die Arbeit von Yeoh et al. [54] mit 78947 Rechenzellen wurde zur geometrischen Modellierung und räumlichen Diskretisierung der Messstreckengeometrie generiert.

### 5.2.3 Blaseninduzierte Turbulenz

In Blasenströmungen muss die Kolmogorov-Theorie [97] zum spektralen Energietransfer in turbulenten Strömungen durch den Beitrag des Energieeintrags der Blasen auf entsprechend kleinen Längenskalen erweitert werden. Der Einfluss der im Nachlauf von Blasen entstehenden Wirbel auf die Bilanzierung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  in der Flüssigphase ist demnach in der Modellierung zu berücksichtigen. Dieser Anteil wird als

**Tabelle 5.2:** Übersicht zur BIT-Zeitskalenbestimmung.

Modell Parameter	Morel [114]	Pfleger und Becker [115]	Troshko und Hassan [116]	Rzehak und Krepper [117]
Zeitskala, $\tau$	$\left(\frac{d_B^2}{\varepsilon}\right)^{1/3}$	$\frac{k}{\varepsilon}$	$\frac{2}{3} \frac{C_{VM} d_B}{C_D  \mathbf{U}_r }$	$\frac{d_B}{\sqrt{k}}$
Koeffizient, $C_\varepsilon$	1.0	1.92	0.45	1.0

blaseninduzierte Turbulenz (BIT, *Bubble Induced Turbulence*) bezeichnet. Ein bekannter Ansatz ist es, den reibungswiderstandsbedingten Energieverlust (*Drag*) der Blase vollständig in eine Erhöhung von  $k$  in ihrem Nachlauf zu übertragen. Der demnach bestimmte, zusätzliche Quellterm in Gleichung (2.64) hat die Form:

$$S_l^k = \mathbf{M}_{D,l} |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_l|. \quad (5.1)$$

Über einen dimensionsanalytischen Ansatz wird, entsprechend dem heuristischen Vorgehen in einphasigen Systemen, der Quellterm der Dissipationsrate in Gleichung (2.65) durch Division mit einer Zeitskala  $\tau$  definiert:

$$S_l^\varepsilon = C_\varepsilon \frac{S_l^k}{\tau}. \quad (5.2)$$

Aus der Literatur bekannte Modelle unterscheiden sich hauptsächlich in der Definition der Zeitskala und des Modellkoeffizienten  $C_\varepsilon$ . Da jeweils eine charakteristische Geschwindigkeit und Längenskala für die Turbulenzstrukturen und dispersen Partikel vorliegt, ergeben sich vier mögliche Ableitung der turbulenten Zeitskala. Diese vier Modelle und die Empfehlungen der Autoren für den zugehörigen Koeffizienten  $C_\varepsilon$  sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst und repräsentieren verschiedene Mechanismen welche den Zerfall turbulenter Wirbel beeinflussen.

Eine alternative Methode zur Berücksichtigung der BIT ist das Modell nach Sato et al. [118]. Hierbei wird der blasenbedingte Beitrag direkt in die Berechnung der turbulenten Viskosität einbezogen

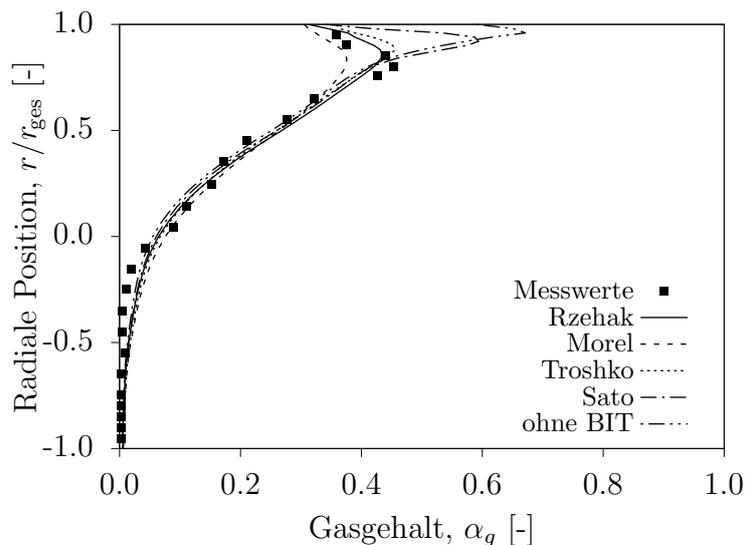
$$\mu_{l,\text{ges}}^t = \mu_l^t + \mu_{\text{BIT}}^t, \quad (5.3)$$

mit dem BIT-bedingten Beitrag:

$$\mu_{\text{BIT}}^t = 0.6\rho_l\alpha_g d_B |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_l|. \quad (5.4)$$

Abbildung 5.1 zeigt den Einfluss der Submodelle zur BIT-Berücksichtigung im Turbulenzmodell auf das Profil des Gasgehaltes bei Simulation des Kocamustafaogullari-Huang Experiments. Die Leerrohrgeschwindigkeiten dieser Versuchskonfiguration betragen  $j_l = 4.67$  m/s und  $j_g = 0.419$  m/s mit einem mittleren Gasgehalt von  $\alpha_g = 0.085$ . Dargestellt ist der zeitlich gemittelte Gasgehalt auf einer den Rohrquerschnitt durchmessenden, vertikalen Probenlinie an der Axialposition  $L/D = 253$ . Die in den Grafiken dieses Kapitels mit Volllinie markierten Submodelle bilden den Basissatz für die jeweilige Submodellstudie. Bei der Variation einer einzelnen Quelltermmodellierung bleiben die so markierten Modelle also als Referenzmodelle konstant. Eine Zusammenfassung des Basissatzes an Referenzmodellen liefert Tabelle 5.5 auf Seite 127 als Ergebnis der nachfolgenden Betrachtungen.

Es wird deutlich, dass das Modell nach Sato et al. [118] nur geringfügige Verbesserungen gegenüber einer Nichtberücksichtigung der BIT mit sich bringt, während die Quelltermmodelle den Profilverlauf deutlich besser re-



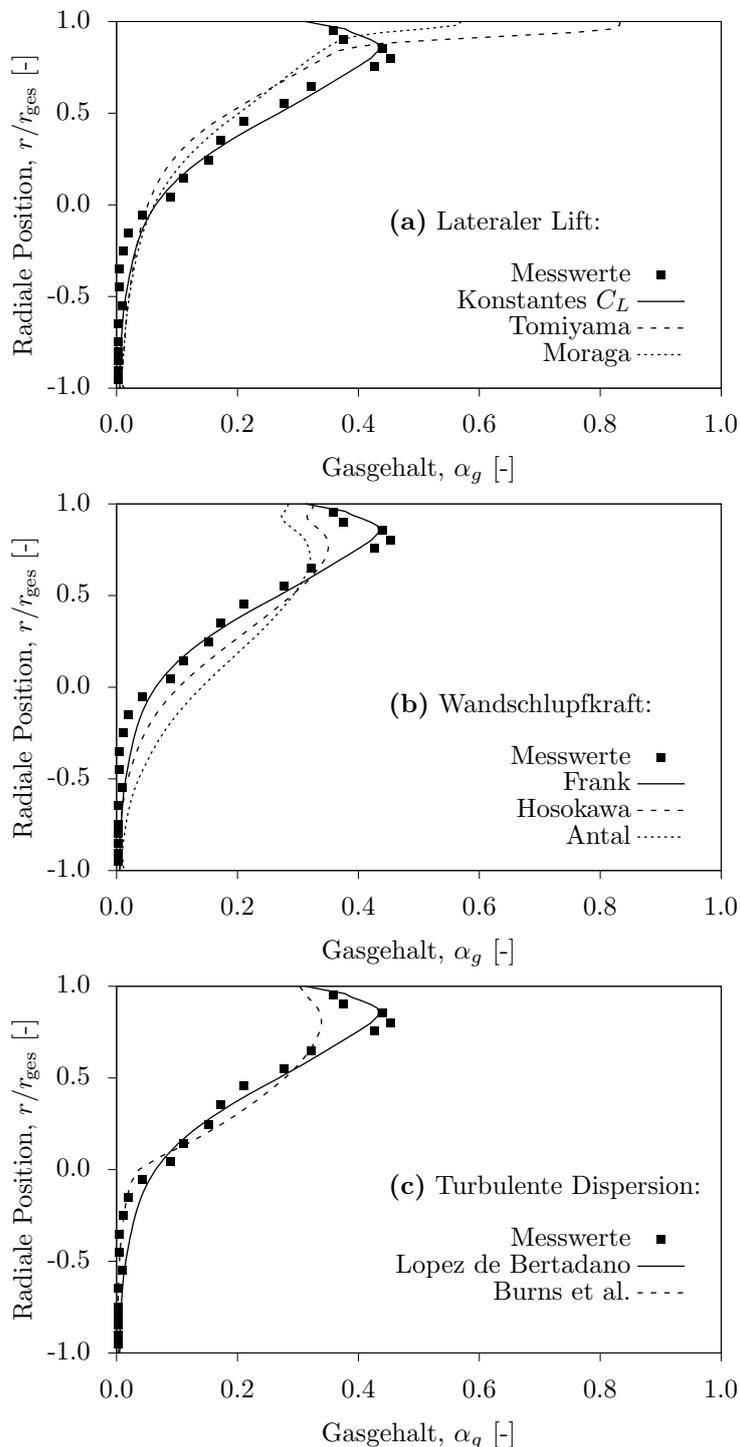
**Abbildung 5.1:** Vergleich der Submodelle für blaseninduzierte Turbulenz.

produzieren. Das Modell nach Pflieger und Becker [115] wurde aufgrund von Konvergenzproblemen aus den Untersuchungen ausgeschlossen. Das beste Ergebnis liefert für den hier betrachteten Fall das Modell nach Rzehak und Krepper [117]. Es wird von den Autoren als Zerfallsmechanismus beschrieben, bei dem ein Wirbel bei dem Durchgang einer Blase gespalten wird. Dieser Vorgang dauert eine Zeit  $\tau = d_B/\sqrt{k}$  und scheint den Zerfallsvorgang im vorliegenden Untersuchungsfall besser zu beschreiben als die Mechanismen der Vergleichsmodelle. Dieses Resultat deckt sich auch mit den Untersuchungen zu vertikalen Blasenströmungen in [79].

#### **5.2.4 Schließungsmodelle für den phasenübergreifenden Impulsaustausch**

Der Reibungswiderstand (*Drag*) spielt, wie in Kapitel 2.2.3.1 ausführlich dargelegt, eine wichtige Rolle in der Schließung des zwischenphasigen Impulsaustauschs. Das Modell von Schiller und Naumann (2.27) [39] zur Modellierung des Reibungswiderstandskoeffizienten  $C_D$  in Gleichung (2.26) ist bekannt für eine Unterschätzung dieses Anteils in Blasenströmungen, vor allem in Bereichen hoher Geschwindigkeitsgradienten [69], da die Verformung von Blasen nicht berücksichtigt wird. Die Reibungswiderstandsmodellierung nach Ishii und Zuber [38] in Gleichung (2.29) zeigt hingegen eine deutlich bessere Vorhersage der Gasgehaltsprofile und findet häufig Anwendung sowohl unter vertikalen als auch horizontalen Strömungsbedingungen [54, 69, 79, 117] und wurde deshalb in der vorliegenden Studie zur Bestimmung des Reibungswiderstandes im dispersen Strömungsbereich eingesetzt.

Zur Optimierung der Modellzusammenstellung, wurden die in Kapitel 2.2.3 vorgestellten Submodelle zur Schließung des lateralen Impulsaustausches einzeln auf ihre Aussagefähigkeit unter horizontalen Strömungsbedingungen hin untersucht. Die Ergebnisse dieser Vergleichsstudie sind in Abbildung 5.2 für das Kocamustafaogullari-Huang Experiment [55] bei Randbedingungen von  $j_l = 4.67$  m/s,  $j_g = 0.419$  m/s und  $\alpha_g = 0.085$  dargestellt. Gezeigt ist die vertikale Gasgehaltsverteilung in der Rohrmittenebene bei  $L/D=253$ .



**Abbildung 5.2:** Vorhersage der Gasgehaltsverteilung im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang [55] bei  $j_l = 4.67$  m/s,  $j_g = 0.419$  m/s,  $\alpha_g = 0.085$  an der axialen Position  $L/D = 253$  mit (a) dem Effekt der lateralen Lift-Kraft, (b) der Wandschlupf- und (c) der turbulenten Dispersionskraft.

Die jeweils mit Volllinie markierten Submodelle stellen den Basissatz der Modellvariation dar und wurden anhand der Erfahrungen aus Voruntersuchungen ausgewählt. Eine Zusammenstellung der bei der Modellvariation jeweils konstant belassenen Submodelle liefert Tabelle 5.5.

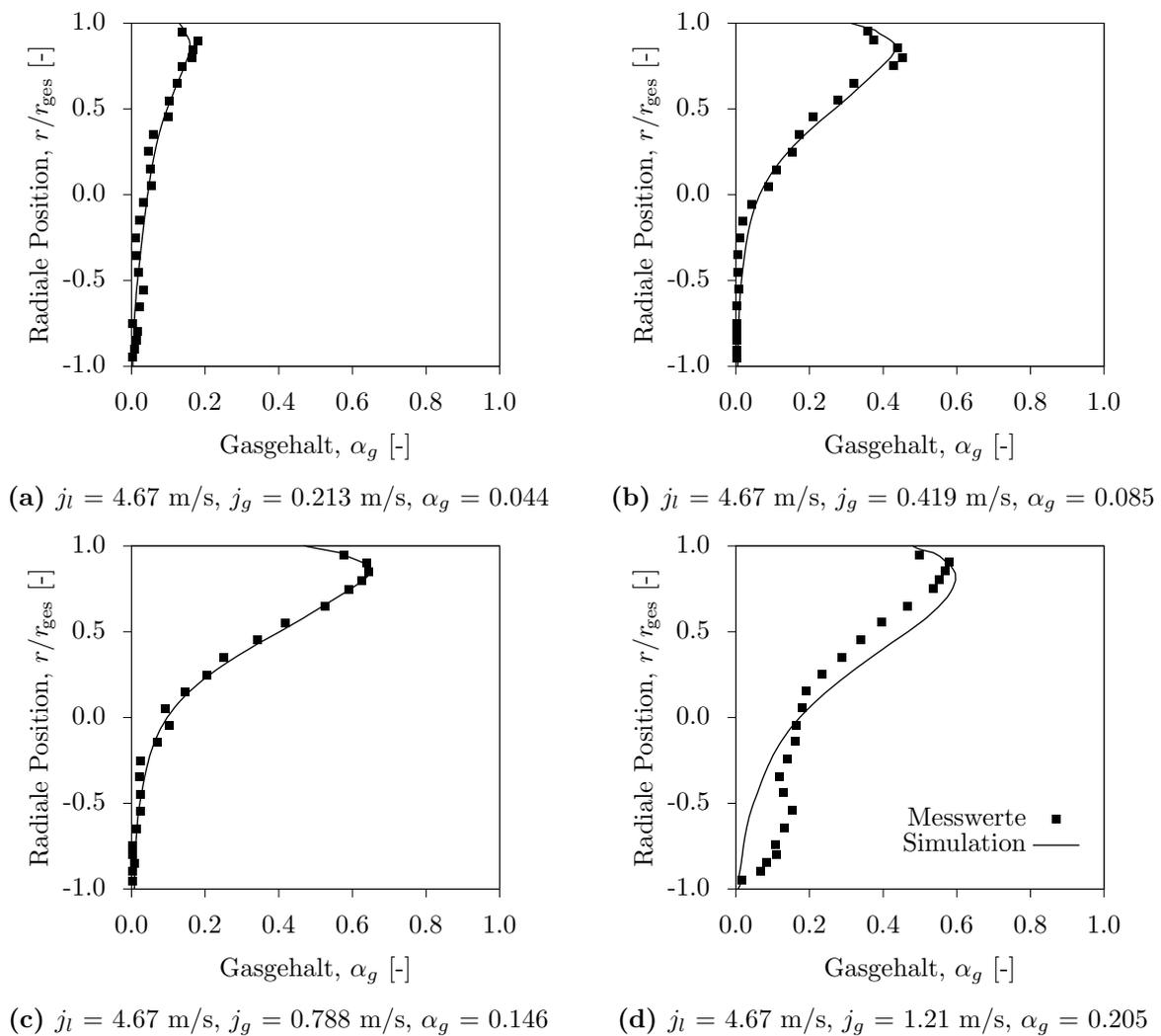
Abbildung 5.2 a zeigt den Einfluss des Lift-Modells auf das vertikale Gasgehaltsprofil. Es wird deutlich, dass sowohl das Tomiyama-Modell [41] als auch das Modell nach Moraga et al. [51] den charakteristischen Abfall des Gasgehaltes in unmittelbarer Nähe zur oberen Rohrwand nicht reproduzieren können. Beide Modelle scheinen demnach den Wandnormalen-folgenden Anteil der lateralen Lift-Kraft zu unterschätzen, trotz der unterschiedlichen Basisannahmen der Modelle. Lediglich ein konstant negativer Lift-Koeffizient, hier von  $C_L=-0.4$ , reproduziert die experimentellen Ergebnisse sehr gut. Diese Beobachtung stimmt mit den Berichten von [52–54] überein.

Ein Vergleich der angewendeten Wandschlupf-Modelle (Abbildung 5.2 b) zeigt, dass nur das Modell nach Frank et al. [57] den wandnahen Abfall von  $\alpha_g$  abbildet. Die Modelle nach Hosowaka et al. [59] und Antal et al. [56] stimmen qualitativ überein und zeigen im oberen, wandnahen Bereich zunächst ebenfalls einen Rückgang von  $\alpha_g$ . Der Gasgehalt steigt jedoch in direkter Nähe zur Wand abermals leicht an. Die experimentellen Daten könnten in ihrem Verhalten in ähnlicher Weise interpretiert werden. Allerdings lässt die räumliche Auflösung der Messung eine Verifizierung dieser Aussage nicht zu. Durch die bessere quantitative Übereinstimmung über den gesamten Rohrdurchmesser wurde das Modell nach Frank et al. [57] als Basismodell für die Folgesimulationen ausgewählt.

Die Gasgehaltsprofile zeigen eine hohe Empfindlichkeit auf die Auswahl der Modellkoeffizienten der turbulenten Dispersionskraft. Um eine Agglomeration des Gases zu kompakten Strukturen an der oberen Rohrwand zu verhindern war für den in Abbildung 5.2 c vorgestellten Testfall eine Anpassung des Modellkoeffizienten am oberen Ende des von Lopez de Bertadano [47] vorgeschlagenen Wertebereichs mit  $C_{TD}=0.8$  notwendig. Obwohl berichtet wird, dass das FAD-Modell nach Burns et. al [61] in vertikalen Blasenströmungen deutlich bessere Ergebnisse liefert [40, 69], zeigt sich unter den vorliegenden horizontalen Bedingungen nur nach einer deutlichen Erhöhung

des Modellkoeffizienten auf  $C_{TD}=5$  ein realistisches Gasgehaltsprofil. Bei kleineren Werten von  $C_{TD}$  agglomerierte der Gasanteil im Laufe der Simulation an der oberen Rohrwandung und bildete einen geschlossenen Film.

Mit den dargestellten Ergebnissen kann der in Tabelle 5.3 zusammengefasste Satz an Submodellen zur Schließung des zwischenphasigen Impulsaustauschs aufgestellt werden, welcher für den ausgewählten Validierungsfall



**Abbildung 5.3:** Vorhersage der Gasgehaltsverteilung für den bestimmten Submodellsatz im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang [55].

die größte Übereinstimmung mit dem Experiment liefert. Dieser ermittelte Submodellsatz wurde zur Bestimmung seiner Gültigkeit bei Variation des mittleren Gasgehaltes im dispersen Strömungsfeld, anhand der in Abbildung 5.3 dargestellten Testfälle des Kocamustafaogullari-Huang Experimentes überprüft. Es zeigt sich, dass der ausgewählte Modellsatz sehr gute Ergebnisse über einen breiten Bereich variierender Randbedingungen liefert. Im Fall Abb. 5.3d ( $j_l = 4.67$  m/s,  $j_g = 1.21$  m/s,  $\alpha_g = 0.205$ ) weicht das Simulationsergebnis hingegen deutlich von den experimentellen Daten ab. Zur Stabilisierung des Gasgehaltprofils wurde im Fall 5.3d außerdem eine Anpassung des Modellkoeffizienten der turbulenten Dispersion auf  $C_{TD}=1.1$  notwendig. Unter den gegebenen Randbedingungen tendiert das Strömungssystem allerdings in Richtung eines Regimewechsels mit starker Blasenagglomeration, sodass der Gültigkeitsbereich der Submodelle kritisch hinterfragt werden muss.

**Tabelle 5.3:** Verwendeter Submodellsatz zur Modellierung des interphasigen Impulstransfers in Gleichung (3.1) im dispergierten Strömungsanteil.

<b>Kraft</b>	Reibungswiderstand	Lift-Kraft	Wandschlupf	turbulente Dispersion
<b>Term</b>	$\mathbf{M}_{D,k}^d$	$\mathbf{M}_{L,k}$	$\mathbf{M}_{WL,k}$	$\mathbf{M}_{TD,k}$
<b>Modell</b>	Ishii-Zuber	konst. $C_L$	Frank	Lopez de Bertadano
<b>Koeff.</b>	siehe Kap. 2.2.3.1	$C_L=-0.4$	siehe Kap. 2.2.3.3	$C_{TD}=0.8$

### 5.2.5 Mechanistische Modelle für die Blaseninteraktionen

Die zugrundeliegenden mechanistischen Konzepte zur Interaktion von Blasen als Basis der Schließung in der IATE wurden bereits in Kapitel 2.2.4 umrissen. Der nachfolgende Abschnitt stellt die untersuchten mathematischen Modelle zur Formulierung dieser Konzepte sowie die Ergebnisse ihrer Vorhersagen bei Anwendung auf die Simulation des Kocamustafaogullari-Huang Experiments vor. Konkret werden die Quellterme der Eingruppenformulierung der IATE entsprechend Gleichung (3.16) zur Beschreibung der Koaleszenz- und Zerfallsraten in Folge Turbulenzinteraktion (ti, *turbulent impact*) nach (2.59), zufälliger Kollisionen (rc, *random collision*) nach (2.60) und Nachlaufkollision (we, *wake entrainment*) nach (2.61) in

der Krümmungsformulierung aufgezeigt:

$$\frac{\partial \kappa_m}{\partial t} + \nabla \bullet (\kappa_m \mathbf{U}_g) = \frac{2}{3} \left( \frac{\kappa_m}{\alpha_g^2} \right) \left[ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \nabla \bullet (\alpha_g \mathbf{U}_g) \right] + S_{rc} + S_{we} + S_{ti}. \quad (5.5)$$

Der erste Term der rechten Seite von Gleichung (5.5) berücksichtigt die Änderung der Blasendurchmesser in Folge der Druckabsenkung beim Aufsteigen von Blasen in vertikalen Strömungen. Dieser Term hat unter horizontalen Strömungsbedingungen einen sehr geringfügigen Einfluss und wird deshalb in die nachfolgende Betrachtung nicht einbezogen.

### 5.2.5.1 Quellterme nach dem Modell von Wu et al. [66]

**Koaleszenz in Folge zufälliger Kollision (*Random Collisions*)** Die kollisionsbedingte Koaleszenz wird als turbulenzgetriebener Effekt beschrieben. Dabei treten nur direkt benachbarte Blasen paarweise in Interaktion, als Folge der Wechselwirkung mit turbulenten Wirbeln in der Größenordnung des Blasendurchmessers. Die Kollisionsfrequenz  $f_{rc}$  ist somit abhängig von dem mittleren, zu überwindenden Abstand zwischen den Blasen  $L_B$  und dem damit verbundenen Zeitintervall zwischen den Kollisionen  $\Delta t_{rc} = L_B / u_t$ . Die turbulente Geschwindigkeit wird über die turbulente Fluktuation mit  $u_t = \sqrt{2k}$  aus der turbulenten kinetischen Energie berechnet. Der Blasenabstand ergibt sich in Proportionalität zum Gasanteil zu

$$L_B \sim \frac{d_{sm}}{\alpha_g^{1/3}} \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_g}{\alpha_{g,max}} \right)^{1/3} \right] \quad (5.6)$$

und folglich:

$$f_{rc} = \frac{1}{\Delta t_{rc}} \sim \frac{u_t}{d_{sm}} \alpha_g^{1/3} \left( \frac{\alpha_{g,max}^{1/3}}{\alpha_{g,max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3}} \right). \quad (5.7)$$

Da sich die Blasen nicht in jedem Fall aufeinander zubewegen, wird die Kollisionsfrequenz über einen Wahrscheinlichkeitsfaktor korrigiert. Dieser Wahrscheinlichkeitsfaktor wird mit  $P_{rc} \approx (\alpha_g / \alpha_{g,max})^{2/3}$  angegeben [13]. Für den maximalen Gasgehalt schlagen die Autoren des Modells den Wert der hexagonal dichtesten Kugelpackung mit  $\alpha_{g,max} \approx 0.74$  vor. Um eine Koales-

zenz weit voneinander entfernter Blasen zu unterdrücken, wird dem Modell ein weiterer Korrekturterm auf Basis des mittleren Blasenabstandes  $L_B$  und dem Blasendurchmesser als Äquivalenz zur Wirbelgröße angefügt, sodass

$$f_{rc} \approx (u_t n_B d_{sm}^2) \left[ \frac{1}{\alpha_{g,max}^{1/3} (\alpha_{g,max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3})} \right] \left[ 1 - \exp \left( -C_f \frac{\alpha_{g,max}^{1/3} \alpha_g^{1/3}}{\alpha_{g,max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3}} \right) \right]. \quad (5.8)$$

Der Modellkoeffizient  $C_f$  ist ein freier Parameter, welcher von den Fluideigenschaften abhängig ist. Er wird empirisch ermittelt und in [13] für ein Wasser-Luft-Gemisch mit 3.0 vorgeschlagen. Aus den Gleichungen (2.60) und (5.8) ergibt sich die Koaleszenzrate aufgrund zufälliger Kollision unter der geometrischen Basisannahme sphärischer Partikel zu

$$S_{rc} = -\frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 f_{rc} n_B \psi_{rc} = -\frac{1}{3\Psi \kappa_m^2} f_{rc} n_B \psi_{rc}, \quad (5.9)$$

mit dem Formfaktor<sup>1</sup>  $\Psi$ , der Blasenanzahldichte

$$n_B = \frac{6\alpha_g}{\pi d_{sm}^3} \quad (5.10)$$

und der Koaleszenzeffizienz  $\psi_{rc}$ , welche abhängig von den Fluideigenschaften und in diesem Modell als konstant mit  $\psi_{rc}=0.016$  für ein Wasser-Luft-Gemisch angesetzt ist [13, 65]. Die Implementierung des Quellterms erfolgte nach [119] in der Krümmungsformulierung:

$$S_{rc} = -\frac{\psi_{rc} u_t n_B^2 d_{sm}^2}{3\Psi \kappa_m^2} \left[ \frac{1}{\alpha_{g,max}^{1/3} (\alpha_{g,max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3})} \right] \left[ 1 - \exp \left( -C_f \frac{\alpha_{g,max}^{1/3} \alpha_g^{1/3}}{\alpha_{g,max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3}} \right) \right]. \quad (5.11)$$

**Nachlaufkollision (*Wake Entrainment*)** Bewegt sich eine Blase im Nachlaufgebiet (engl. *wake*) einer voraus laufenden Blase, kann der verminderte Reibungswiderstand eine Kollision dieser beiden Partikel zur Folge haben. Dieses Phänomen wird als *Wake Entrainment* bezeichnet und bildet eine Senke für die Grenzflächendichte aufgrund von Koaleszenz. Für horizontale Strömungsphänomene sollte der Einfluss der Nachlaufkollision gering

<sup>1</sup>Der Formfaktor wird aus dem Oberflächen-Volumenverhältnis der dispersen Partikel bestimmt und ergibt sich für sphärische Blasen zu  $\Psi=1/(36\pi)$  (siehe dazu auch Kapitel 2.2.4).

ausfallen, da dieser Effekt vorwiegend auftriebsgetrieben ist. Er wird hier der Vollständigkeit der Modellvorstellung wegen aufgeführt und ist auch in der Implementierung berücksichtigt. Eine Modellierung erfolgt auf Basis des Nachlaufvolumens  $V_w$  hinter einer führenden Blase, welches eine Anzahl  $N_w$  nachlaufender Blasen beeinflusst, gemäß

$$N_w = V_w n_B \approx \frac{1}{4} \pi d_{sm}^2 \left( L_w - \frac{d_{sm}}{2} n_B \right), \quad (5.12)$$

mit der Länge der Nachlaufregion  $L_w$  (siehe Abbildung 2.6). Mit Einführung des Zeitintervalls zwischen zwei nachlaufbedingten Kollisionen  $\Delta t_w$  kann die Kollisionsrate mit

$$R_{we} \sim \frac{1}{2} n_B \frac{N_w}{\Delta t_w} \approx \frac{1}{8} \pi d_{sm}^2 n_B^2 \left( \frac{L_w - d_{sm}/2}{\Delta t_w} \right) \approx \frac{1}{8} \pi d_{sm}^2 n_B^2 u_{rw} \quad (5.13)$$

ausgedrückt werden. Die mittlere Relativgeschwindigkeit zwischen der führenden und nachlaufenden Blase  $u_{rw}$  lässt sich als Funktion der relativen Phasengeschwindigkeit  $\mathbf{U}_r = \mathbf{U}_l - \mathbf{U}_g$  und dem Reibungswiderstandskoeffizienten  $C_D$  ausdrücken und ergibt sich nach [13] zu

$$u_{rw} \approx C_w C_D^{1/3} |\mathbf{U}_r|, \quad (5.14)$$

wobei  $C_w = f(L_w/d_{sm})$  in Abhängigkeit von den Fluideigenschaften als konstant betrachtet wird. Diese Konstante beschreibt die kritische Distanz zur Interaktion im Nachlauf der betrachteten Blase. In einem Wasser-Luft System unter Normdruckbedingungen wurde der Wert der Nachlauflänge mit etwa 5-7 mal der Größe des Blasendurchmesser ermittelt. Eine Substitution der Modellkonstanten zu

$$C_{we} = \frac{1}{8} \pi C_w \psi_{we} \quad (5.15)$$

unter Berücksichtigung des Effizienzparameters  $\psi_{we}$  führt zu einer kompakten Formulierung des Quellterms zur Berücksichtigung der Nachlaufkollision:

$$S_{we} = -\frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 R_{we} = -\frac{1}{3\Psi \kappa_m^2} R_{we} \approx -\frac{1}{3\Psi \kappa_m^2} C_{we} C_D^{1/3} n_B^2 d_{sm}^2 |\mathbf{U}_r|. \quad (5.16)$$

Der Modellparameter  $C_{we}$  bleibt abhängig von den Fluideigenschaften und wird für ein Wasser-Luft-Gemisch mit  $C_{we}=0.0076$  angegeben.

**Blasenerfall durch Turbulenzinteraktion (*Turbulent Impact*)** Der binäre Zerfall von Blasen in Folge des Einschlags turbulenter Wirbel wird über ein Gleichgewicht der Trägheits- und Oberflächenspannungskraft an der Blase modelliert. Das Verhältnis dieser Kräfte kann über die dimensionslose Weberzahl ausgedrückt werden:

$$We = \frac{\rho_l u_t^2 d_{sm}}{\sigma} > We_{kr}. \quad (5.17)$$

Der zu überschreitende Wert von  $We_{kr}$  variiert stark in Abhängigkeit von den Fluid- und Turbulenzeigenschaften. In den vorliegenden Untersuchungen zeigte sich, dass für den betrachteten Anwendungsfall in horizontalen Blasenströmungen ein Wert von  $We_{kr}=2.0$  die größte Übereinstimmung mit dem Experiment liefert. Aus dem Kräftegleichgewicht und unter Einbeziehung von  $We$  kann die mittlere Blasenerfallsfrequenz für  $We > We_{kr}$  abgeleitet werden:

$$f_{ti} \sim \frac{u_t}{d_{sm}} \left( 1 - \frac{We_{kr}}{We} \right)^{1/2}. \quad (5.18)$$

Die Zerfallseffizienz  $\psi_{ti}$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Blase mit einem Wirbel kollidiert, dessen Energie groß genug ist um einen Zerfall auszulösen. Sie wird in Abhängigkeit von  $We$  bestimmt und ergibt sich zu

$$\psi_{ti} \approx \exp \left( -\frac{We_{kr}}{We} \right). \quad (5.19)$$

Für den Quellterm der mikroskopischen Krümmung in Folge des Zerfalls durch Turbulenzinteraktion ergibt sich somit die Beziehung [119]

$$\begin{aligned} S_{ti} &= \frac{1}{3\Psi} \left( \frac{\alpha_g}{a_i} \right)^2 f_{ti} n_B \psi_{ti} = \frac{1}{3\Psi \kappa_m^2} f_{ti} n_B \psi_{ti} \\ &= \begin{cases} C_{ti} \left( \frac{n_B u_t}{d_{sm}} \right) \left( 1 - \frac{We_{kr}}{We} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{We_{kr}}{We} \right); & We > We_{kr}, \\ 0; & We < We_{kr}. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $C_{ti}$  zur Zerfallsfrequenz (5.18) ist mit 0.17 angegeben.

### 5.2.5.2 Quellterme nach dem Modell von Hibiki und Ishii [67]

Für Hibiki und Ishii [67] spielt der Einfluss der Nachlaufkollision in Blasenströmungen mit nahezu sphärischem Charakter eine untergeordnete Rolle, da die Länge der Nachlaufzone  $L_w$  sehr kurz ist und Blasen, welche sich darin befinden, leicht durch Interaktion mit turbulenten Wirbeln wieder heraus befördert werden. Erst bei sehr großen kappenförmigen Blasen wird diesem Effekt eine größere Bedeutung zugemessen. Deshalb konzentriert sich die Modellformulierung nach Hibiki und Ishii [67] auf den Einfluss des turbulenzbedingten Zerfalls und der zufälligen Kollision.

**Koaleszenz in Folge zufälliger Kollision (*Random Collisions*)** Die Grundgleichung der Formulierung des Quellterms entspricht auch hier Gleichung (5.9). Die Bewegungen der Blasen, welche zur Kollision führen, werden allerdings entsprechend der kinetischen Gastheorie [120] äquivalent zur Bewegung idealer Gasmoleküle modelliert. Die Kollisionsfrequenz  $f_{rc}$  wird als Funktion des Oberflächen-Volumenverhältnisses der Blasen im Kontrollvolumen formuliert und wird mit

$$f_{rc} = C_{rc1} \frac{\alpha_g \varepsilon^{1/3}}{d_{sm}^{2/3} (\alpha_{g,max} - \alpha_g)} \quad (5.21)$$

angegeben, wobei für die Modellparameter  $C_{rc1}=0.005$  und  $\alpha_{g,max} \approx 0.74$  für eine kubisch flächenzentrierte Packung gilt. Taitel et al. [121] verwenden im Gegensatz dazu als Packungsdichtemodell der Blasen eine kubisch primitive Anordnung und damit  $\alpha_{g,max} \approx 0.52$  bei Blasenströmungen mit moderater Blasendichte. Alali [69] erzielte für den letzteren Wert gut Übereinstimmung mit dem Experiment. Der letztgenannte Wert für  $\alpha_{g,max}$  kommt auch in der vorliegenden Studie zur Anwendung.

Zur Beschreibung der Kollisionseffizienz verwenden Hibiki und Ishii [67] im Gegensatz zu Wu et al. [66] keinen konstanten Wert. Vielmehr wird

sie über das Kontaktzeitmodell nach Coualaloglou und Tavlarides [122] für die Blaseninteraktion modelliert. Dabei steigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Flüssigkeitsfilm der Dicke  $\Delta$  zwischen zwei direkt benachbarten Blasen einen kritischen Wert  $\Delta_{\text{kr}}$  unterschreitet, reißt und somit zu Koaleszenz führt, exponentiell mit der Kontaktzeit der Blasen an. Aus diesem Ansatz leiten Hibiki und Ishii [67] die Kollisionseffizienz mit

$$\psi_{\text{rc}} = \exp\left(-\frac{C_{\text{rc}2}\rho_l^{1/2}d_{\text{sm}}^{5/6}\varepsilon^{1/3}}{\sigma^{1/2}}\right) \quad \text{und} \quad C_{\text{rc}2} = 2^{-17/6} \ln \frac{\Delta_{\text{in}}}{\Delta_{\text{kr}}} \quad (5.22)$$

ab. Experimentelle Ergebnisse von Kirkpatrick und Lockett [123] sowie Kim und Lee [124] deuten auf eine initiale Filmdicke von  $\Delta_{\text{in}} \approx 10^{-4}$  m sowie einen kritischen Wert von  $\Delta_{\text{kr}} \approx 10^{-8}$  m und damit auf  $C_{\text{rc}2} \approx 1.29$  in einem Wasser-Luft-Gemisch hin. Der Quellterm zur Beschreibung der Koaleszenz in Folge zufälliger Kollision für das Modell nach Hibiki und Ishii [67] ergibt sich somit durch Einsetzen von (5.21) und (5.22) in (5.9) zu

$$S_{\text{rc}} = -\frac{1}{3\Psi\kappa_m^2} \left( C_{\text{rc}1} \frac{n_B \alpha_g \varepsilon^{1/3}}{d_{\text{sm}}^{2/3} (\alpha_{g,\text{max}} - \alpha_g)} \right) \exp\left(-\frac{C_{\text{rc}2}\rho_l^{1/2}d_{\text{sm}}^{5/6}\varepsilon^{1/3}}{\sigma^{1/2}}\right). \quad (5.23)$$

**Blasenerfall durch Turbulenzinteraktion (*Turbulent Impact*)** Das Modell chaotischer Molekülbewegungen wird auch in diesem Submodell auf die Bewegungen von Blasen und turbulenten Wirbelstrukturen übertragen. Die Interaktion von Wirbeln und Blasen wird dabei auf zwei Wegen unterschieden: Große Wirbel tendieren eher dazu, Blasen zu transportieren als sie zu zerreißen und werden deshalb im Modell vernachlässigt. Wirbel in der Größenordnung des Blasendurchmessers hingegen können durch normal zur Blasentrajektorie gerichtete Bewegungen einen Zerfall der Blase hervorrufen. Sehr kleine Wirbel hingegen tragen nicht ausreichend Energie, um die Oberflächenspannungskraft der Blase zu überwinden und werden deshalb nicht berücksichtigt. Prince und Blanch [125] ermittelten experimentell einen minimalen Größenfaktor für die charakteristische Länge der Wirbelstruktur zur Interaktion mit einer Blase von  $C_{B,\text{min}} = 0.2d_B$ . Ähnlich wie in der Modellierung der *zufälligen Kollision* ergibt sich die Kollisionsfrequenz

unter Berücksichtigung des Oberflächen-Volumenverhältnisses der Blasen im Kontrollvolumen zu

$$f_{ti} = C_{ti} \frac{\alpha_g \varepsilon^{1/3}}{d_{sm}^{2/3} (\alpha_{g,max} - \alpha_g)}. \quad (5.24)$$

Der Modellparameter  $C_{ti}$  ist abhängig von einer Vielzahl lokaler Strömungsbedingungen wie der Blasendeformation, der Blasengeschwindigkeitsverteilung und dem Verhältnis des Wirbel- zu Blasendurchmessers. Zur Vereinfachung wird dieser Wert nach experimentellen Ergebnissen von Hibiki und Ishii [67] als konstant mit  $C_{ti}=0.0209$  angegeben.

Das Zerfallsverhalten einer Blase wird als binär angenommen. Das bedeutet, dass jede Blase genau in zwei Tochterblasen zerfällt. Über ein energetisches Gleichgewicht der mittleren benötigten Zerfallsenergie einer Blase  $E_B$  und der mittleren kinetischen Energie eines Wirbels  $E_e$  kann die Zerfallseffizienz durch turbulenten Einschlag modelliert werden:

$$\psi_{ti} = \exp\left(-\frac{E_B}{E_e}\right). \quad (5.25)$$

Aus der Dimensionsgrenze für die Größe der Wirbel nach [125] ergibt sich die mittlere kinetische Energie der Wirbel zu

$$E_e = 0.145\pi\rho_l\varepsilon^{2/3}d_{sm}^{11/3}. \quad (5.26)$$

Die Berechnung der mittleren Zerfallsenergie der Blasen erfolgt über die Mittelung der benötigten Zerfallsenergie in ein Spektrum variierender Größenverhältnisse der Tochterblasen und wird von Ishii und Hibiki [13] unter Berücksichtigung der Oberflächenspannung  $\sigma$  mit

$$E_B = 0.23\pi\sigma d_{sm}^2 \quad (5.27)$$

angegeben. Durch Einfügen von (5.26) und (5.27) in (5.25) lautet die abschließende Form der Zerfallseffizienz

$$\psi_{ti} = \exp\left(-\frac{C_B\sigma}{\rho_l\varepsilon^{2/3}d_{sm}^{5/3}}\right) \quad (5.28)$$

mit  $C_B = \frac{0.23}{0.145} = 1.59$ . Aus den vorangestellten Beziehungen folgt der Quellterm zur Berücksichtigung der Zunahme des mikroskopischen Krümmungsanteils nach Hibiki und Ishii [67] mit

$$S_{ti} = \frac{1}{3\Psi\kappa_m^2} f_{ti} n_B \psi_{ti} = C_{ti} \frac{\alpha_g (1 - \alpha_g) \varepsilon^{1/3}}{d_{sm}^{5/3} (\alpha_{g,max} - \alpha_g)} \exp\left(-\frac{C_B \sigma}{\rho_l \varepsilon^{2/3} d_{sm}^{5/3}}\right). \quad (5.29)$$

### 5.2.5.3 Quellterme nach dem Modell von Yao und Morel [68]

Yao und Morel [68] führen in ihrer Beschreibung der Quellterme zur Berücksichtigung der turbulenzinduzierten Blaseninteraktion in der IATE die Interaktionszeitmodelle von Wu et al. [66] und Hibiki und Ishii [67] zusammen. Dazu trennen sie die Koaleszenzzeit  $\Delta t_{rc}$  in einen Beitrag aus der Zeit, welche zur Überwindung der Distanz zwischen zwei Blasen benötigt wird<sup>2</sup> (siehe Kapitel 5.2.5.1) und der benötigten mittleren Interaktionszeit der Blasen zur Überwindung des sie trennenden Flüssigkeitsfilms<sup>3</sup> (siehe Kapitel 5.2.5.2) auf. Zusätzlich erweitern sie die Interpretation der Wirbel-Blasen-Interaktion durch den Vergleich der Wirbelfrequenz mit der natürlichen Frequenz der Blase. Liegen diese Frequenzen nah beieinander, führt die induzierte Oszillation der Blase eventuell zu ihrem Zerfall.

**Koaleszenz in Folge zufälliger Kollision (*Random Collisions*)** Anders als Wu et al. [66] und Hibiki und Ishii [67], bestimmen Yao und Morel [68] die Senke in Folge turbulenzbedingter Koaleszenz über die Koaleszenzzeit  $\Delta t_{rc}$ :

$$S_{rc} = -\frac{1}{3\Psi\kappa_m^2} \frac{1}{2} \frac{n_B \psi_{rc}}{\Delta t_{rc}}. \quad (5.30)$$

Die Multiplikation mit dem Faktor  $1/2$  soll verhindern, dass ein Koaleszenzereignis für jede Blase einzeln, also für ein Blasenpaar doppelt, berücksichtigt wird. Wie bereits oben angedeutet, setzt sich die Koaleszenzzeit aus der Interaktionszeit (*interaction time*)  $t_{ci}$  und der

<sup>2</sup>Dieser Ansatz entspricht der *free traveling time* des Interaktionsmodells nach Wu et al. [66].

<sup>3</sup>Dieser Ansatz entspricht dem Kontaktzeitmodell (*interaction time*), welches in dem Ansatz von Hibiki und Ishii [67] Anwendung findet.

Überbrückungszeit (*free traveling time*)  $t_{cf}$  zusammen

$$\Delta t_{rc} = t_{ci} + t_{cf}. \quad (5.31)$$

Zur Berechnung der Überbrückungszeit

$$t_{cf} = \frac{n_B}{2f_{rc}} \quad (5.32)$$

greifen Yao und Morel [68] auf das Kollisionsfrequenzmodell nach Prince und Blanch [125] zurück und geben diese mit

$$f_{rc} = \frac{\pi}{4} n_B^2 d_{sm}^{7/3} \varepsilon^{1/3} \quad (5.33)$$

an. Das Anfügen des Korrekturfaktors

$$C_{\alpha_g} = \frac{\alpha_{g,\max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3}}{\alpha_{g,\max}^{1/3}} \quad (5.34)$$

an Gleichung (5.32) zur Eingrenzung des Kollisionsverhaltens bei hohem Gasgehalt führt zu Gleichung (5.35). Überschreitet der Gasgehalt den kritischen Wert  $\alpha_{g,\max}$  berühren sich die Blasen und die Überbrückungszeit wird Null. Für den betrachteten Fall wird der maximal zulässige Gasgehalt bei kubisch primitiver Packung mit  $\alpha_{g,\max} = \pi/6 \approx 0.52$  angegeben. Damit ergibt sich die abschließende Form des Überbrückungszeitbeitrags unter Berücksichtigung von (5.10) zu

$$t_{cf} = \frac{n_B}{2f_{rc}} C_{\alpha_g} = \frac{1}{3} \frac{d_{sm}^{2/3}}{\alpha_g \varepsilon^{1/3}} \frac{\left( \alpha_{g,\max}^{1/3} - \alpha_g^{1/3} \right)}{\alpha_{g,\max}^{1/3}}. \quad (5.35)$$

Die Interaktionszeit wird über das mechanistische Modell der Filmverdünnung modelliert und entsprechend des Ansatzes nach Prince und Blanch [125] angepasst. Sie erhält die Form

$$t_{ci} = 0.814 \sqrt{\frac{\rho_l d_{sm}^3}{\sigma}}. \quad (5.36)$$

Entsprechend dem oben beschriebenen Vorgehen im Kollisionsmodell nach Hibiki und Ishii [67] ergibt sich die Kollisionseffizienz aus dem Verhältnis der angepassten Interaktions- und Kontaktzeit der Blasen zu

$$\psi_{rc} = \exp \left( - \frac{0.814 \sqrt{\frac{\rho_l d_{sm}^3 \varepsilon^{1/3}}{\sigma}}}{(d_{sm}/2)^{2/3}} \right). \quad (5.37)$$

Durch Einfügen von (5.31) und (5.37) in (5.30) und unter Einbeziehung der Weberzahl (5.17) mit  $u_t^2 = u_B^2 = 2(\varepsilon d_{sm})^{2/3}$  ergibt sich die abschließende Form des Quellterms zur Berücksichtigung der Blasenkoaleszenz im Model nach Yao und Morel [68] zu

$$S_{rc} = - \frac{C_{rc1} \varepsilon^{1/3} \alpha_g^2}{3\Psi \kappa_m^2 d_{sm}^{11/3}} \frac{1}{g(\alpha) + C_{rc2} \alpha_g \sqrt{We/We_{kr}}} \exp \left( -C_{rc3} \sqrt{\frac{We}{We_{kr}}} \right). \quad (5.38)$$

Die Modellkonstanten werden für ein Wasser-Luft System mit  $C_{rc1}=2.86$ ,  $C_{rc2}=1.92$ ,  $C_{rc3}=1.02$  und  $We_{kr}=1.24$  angegeben.

**Blasenerfall durch Turbulenzinteraktion (*Turbulent Impact*)** Zur Bestimmung des Einflusses des turbulenzinduzierten Blasenerfalls verwenden Yao und Morel [68], wie zur Modellierung der zufälligen Koaleszenz, ebenfalls einen Trennungsansatz der Zeitbeiträge zur Wirbel-Blasen-Interaktion. So setzt sich die Zerfallszeit  $t_b$  additiv aus den Beiträgen der charakteristischen Überbrückungszeit  $t_{bf}$  und der Zerfallsinteraktionszeit  $t_{bi}$  für die Distanz zwischen Wirbel und Blase zusammen. Zur Berechnung des ersten Beitrags sind die Anzahldichte sowohl der Blasen, als auch der Wirbel mit blasenähnlicher Größe zu ermitteln. Letzteres ergibt sich unter Berücksichtigung der zulässigen Wirbelgröße aus den Turbulenzparametern  $k$  und  $\varepsilon$  und dem damit verbunden charakteristischen Längenmaß der Wirbel. Die Zerfallsfrequenz in Abhängigkeit von dem lokalen Gasgehalt und dem Turbulenzfeld ergibt sich zu

$$f_{ti} = C_{b1} \frac{\varepsilon^{1/3}}{d_{sm}^{11/3}} \alpha_g (1 - \alpha_g), \quad (5.39)$$

mit  $C_{b1}=1.6$  und die Überbrückungszeit zu

$$t_{bf} = \frac{n_B}{f_{ti}} = C_{b2} \frac{d_{sm}^{2/3}}{\varepsilon^{1/3}(1 - \alpha_g)}, \quad (5.40)$$

mit der Modellkonstanten  $C_{b2}= 1.194$ . Die Berechnung der Zerfallsinteraktionszeit basiert auf der Resonanz der Oszillation einer Blase mit der Frequenz eines interagierenden Wirbels. Die Zerfallsinteraktionszeit beschreibt das Anwachsen der instabilsten Oszillationsmode der Blase und ist mit

$$t_{bi} = C_{b3} \sqrt{\frac{\rho_l d_{sm}^3}{\sigma}} \quad (5.41)$$

angegeben, wobei  $C_{b3}=0.64$  ist. Die Modellierung der Zerfalleffizienz folgt der Argumentation von Wu et al. [66] und entspricht Gleichung (5.19). Damit ergibt sich die abschließende Form der Änderungsrate des mikroskopischen Krümmungsfelds als Folge des turbulenzinduzierten Blasenzerfalls zu

$$\begin{aligned} S_{ti} &= \frac{1}{3\Psi\kappa_m^2} \frac{n_B\psi_{ti}}{(t_{bf} + t_{bi})} \\ &= \frac{C_{ti1}}{3\Psi\kappa_m^2} \frac{\varepsilon^{1/3}\alpha_g(1 - \alpha_g)}{d_{sm}^{11/3}} \frac{1}{1 + C_{ti2}(1 - \alpha_g)\sqrt{We/We_{kr}}} \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{We_{kr}}{We}\right), \end{aligned} \quad (5.42)$$

mit den Modellkonstanten  $C_{ti1}=1.6$  und  $C_{ti2}=0.42$ .

#### 5.2.5.4 Ergebnisse des Submodellvergleichs zur Blaseninteraktion

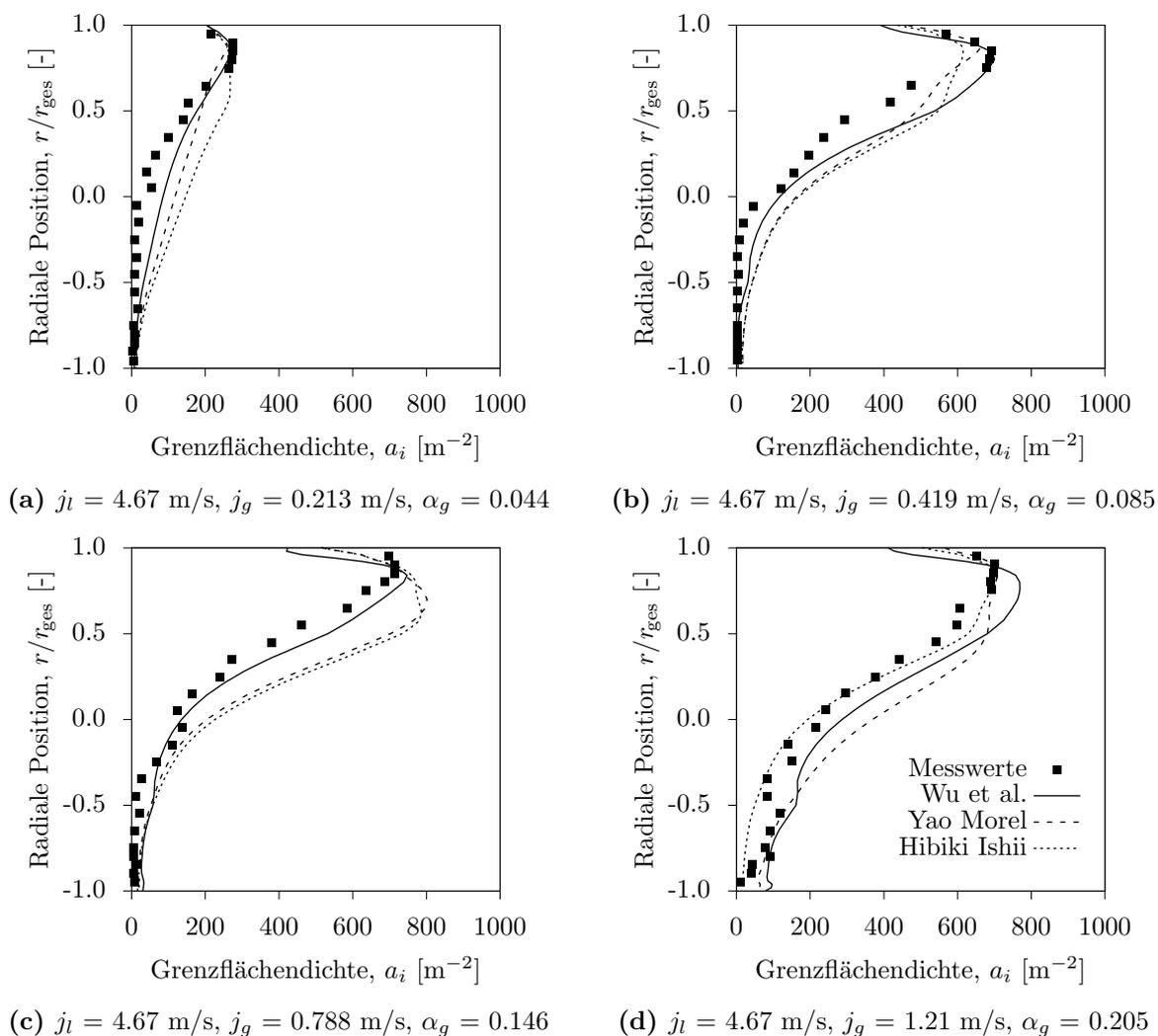
Zur Überprüfung des Verhaltens der oben vorgestellten Submodelle zur Berücksichtigung der Blaseninteraktion in der IATE wurden die bereits in Abschnitt 5.2.4 vorgestellten Versuchskonfigurationen des Kocamustafaogullari-Huang Experimentes mit Hinblick auf die vertikale Grenzflächendichteverteilung  $a_i$  in der mittleren Rohrschnittebene an der Position  $L/D=253$  untersucht. Die Kurven in Abbildung 5.4 zeigen den

Einfluss der angewendeten Modelle auf die Profile bei variierendem mittleren Gasgehalt. Die Initial- und Einlasswerte für das transportierte Grenzflächendichtefeld wurden, den experimentellen Angaben [55] folgend, entsprechend Tabelle 5.1 auf Seite 96 vorgegeben.

Für einen geringen Gasgehalt reproduziert das Modell nach Wu et al. [66] das experimentell ermittelte Grenzflächendichteprofil sehr gut (Abbildung 5.3a). Lediglich im Rohrzentrum ist eine Überschätzung des Zielwertes erkennbar. Diese Überhöhung der Grenzflächendichte lässt sich angesichts der sehr guten Übereinstimmung des Gasgehaltsprofils in diesem Bereich (vgl. Abbildung 5.3a) nur durch eine Unterschätzung des Blasendurchmessers und damit durch ein Ungleichgewicht in den Quell- und Senktermen des Interaktionsmodells erklären. Die beiden anderen Modelle zeigen ein prinzipiell ähnliches Verhalten mit einer guten Übereinstimmung des Vorhersagewertes in den Rohrrandbereichen und einer Überschätzung in der freien Zentralströmung. Das Modell nach Hibiki und Ishii [67] zeigt außerdem ein flaches Maximum im oberen Viertel der Rohrleitung. Dieses Merkmal zieht sich durch die Ergebnisse aller untersuchten Randbedingungen. Die Überschätzung der Grenzflächendichte in der Rohrmitte ist in diesem Modell außerdem am deutlichsten ausgeprägt. Eine Ausnahme bildet der Testfall mit dem größten mittleren Gasgehalt (Abbildung 5.4d), bei dem das Hibiki-Ishii Modell das experimentell ermittelte Profil trotz der Abweichung im Gasgehalt (vgl. Abbildung 5.3d) am besten abbildet. Aufgrund der Unsicherheiten im Modellierungskonzept unter diesen Versuchsrandbedingungen sollte dieser guten Übereinstimmung jedoch keine herausragende Bedeutung zugemessen werden.

Die Überschätzung des Wertes der Grenzflächendichte zur Rohrachse hin zeigt sich bei allen Modellen über alle untersuchten Randbedingungen hinweg in unterschiedlich ausgeprägter Weise. Das Modell nach Wu et al. [66] zeigt dabei im untersuchten Wertebereich die beste Übereinstimmung mit dem Experiment und findet deshalb nachfolgend in der Simulation des dispersen Strömungsbereiches Anwendung. Bei der Anwendung der Modelle unter horizontalen Strömungsbedingungen ist zu beachten, dass jedes empirische Konstanten enthält, welche anhand vertikaler Strömungen er-

mittelt wurden. Mit Hinblick auf die hinreichende Übereinstimmung der Validierungsergebnisse scheint der Einsatz der Modelle für die vorliegenden Untersuchungen gerechtfertigt. Dennoch sind zukünftig Studien zur Überprüfung des Einflusses des normal zur Hauptströmungsrichtung gerichteten Auftriebs auf die Submodelle der Blaseninteraktion erforderlich. Dies trifft insbesondere auf die Modellierung der Nachlaufkollision zu.



**Abbildung 5.4:** Lokale Vorhersage der vertikalen Grenzflächendichteverteilung im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen nach Kocamustafaogullari und Huang (1994).

## 5.3 Instabilitäten in stratifizierten Strömungen

Ein numerisches Lösungsverfahren zur Simulation von Schwallströmungen muss in der Lage sein, Oberflächeninstabilitäten in stratifizierten Strömungen quantitativ richtig wiederzugeben. Die Kelvin-Helmholtz Instabilität ist einer der Basismechanismen, welche die Entstehung von Schwallen begünstigen. Sie unterstützt die Verstärkung von Störungen der Grenzfläche und beeinflusst damit die Charakteristika des Strömungsregimes [8, 126]. Lineare Analysen des Phänomens für den reibungsfreien Fall können der Literatur entnommen werden [127, 128]. Hier finden sich auch entsprechende numerische Untersuchungen [129, 130]. Für zweiphasige Systeme mit hohen Dichteunterschieden treten Instabilitäten bei deutlich kleineren Relativgeschwindigkeiten auf, als von der linearen Analyse vorhergesagt [131]. Eine Erklärung dafür liefert [132] sowie [128] auf Basis einer nicht-linearen Analyse. Thorpe [112] liefert in seiner Arbeit experimentelle Daten sowie analytische Ergebnisse für Instabilitäten in einer horizontalen Scherströmung zweier unmischbarer Fluide unter dem Einfluss der Oberflächenspannung. Die bereitgestellten Daten eignen sich außerdem sehr gut für den Vergleich mit numerischen Ergebnissen, weshalb Thorpes Experiment als Referenzfall für die Ermittlung der Fähigkeiten des in Kapitel 3 vorgestellten MS-TFM Lösers bezüglich der Darstellung von Phänomenen an instabilen Grenzflächen ausgewählt wurde.

### 5.3.1 Beschreibung des Experiments

Thorpes [112] Experiment wurde in einem rechteckigen, geschlossenen Kanal durchgeführt, in welchem sich zwei geschichtete Fluide unterschiedlicher Dichte befinden. Die gewählten Fluide sind ein Gemisch aus Tetrachlormethan und Kerosin ( $\rho_1=780 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_1=0.0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) sowie Wasser ( $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_2 = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ). Eine Skizze des Versuchsaufbaus kann Abbildung 5.5 entnommen werden. Die geometrischen Parameter des Versuchskanals sind:

$$L = 1.83 \text{ m}, \quad H = 0.03 \text{ m}, \quad \theta = 4.13^\circ, \quad B = 0.1 \text{ m}, \quad h_1 = h_2 = 0.015 \text{ m}.$$

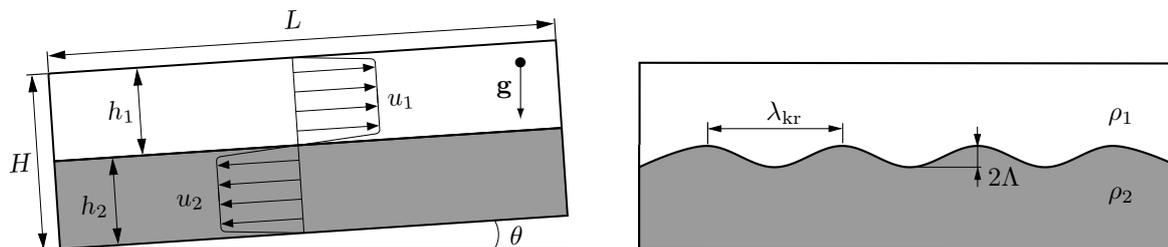


Abbildung 5.5: Darstellung des Experiments von Thorpe [112].

Die Oberflächenspannung wird von Thorpe mit  $\sigma = 0.04 \pm 4 \cdot 10^{-3}$  N/m angegeben. Im Ausgangszustand befindet sich der Kanal horizontal in Ruhe und wird zu Beginn der Messung um einen Winkel  $\theta$  gekippt. Durch den Auftrieb entsteht eine beschleunigte Relativbewegung zwischen den Fluiden und damit eine Scherschicht an der Grenzfläche. Der Kanal wurde während des Experiments in seitlicher Ansicht (entsprechend Abbildung 5.5), mit einer Frequenz von  $\approx 70$  Hz gefilmt. Der betrachtete räumliche Ausschnitt befindet sich in der Mitte des Kanals um den Einfluss der Ränder, an denen sich die Fluidschichtung ausbildet so gering wie möglich zu halten.

Thorpe bestimmte den Startzeitpunkt des Auftretens von Instabilität durch Beobachtung gleich verteilter Lichtbrechungslinien an der Grenzfläche zwischen den Phasen zu  $t_0^{\text{exp}} = 1.88 \pm 0.07$  s. Dieser Wert enthält die Hälfte der Zeit, welche zum Kippen des Kanals benötigt wird (etwa 0.25 s). Die lineare, reibungsfreie Analyse der Kelvin-Helmholtz Instabilität liefert einen kritischen Wert für die sich einstellende Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen, welcher sich nach [112] zu

$$\Delta u_{\text{kr}}^2 = 2 \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2} \sqrt{|\mathbf{g}| \sigma (\rho_2 - \rho_1)} \quad (5.43)$$

ergibt. Wellenzahlen oberhalb eines kritischen Werts

$$w_{\text{kr}} = \sqrt{\frac{|\mathbf{g}| (\rho_2 - \rho_1)}{\sigma}} \quad (5.44)$$

werden dabei nicht verstärkt. Daraus ergibt sich für den vorliegenden Fall eine theoretische, kritische Wellenlänge von  $\lambda_{\text{kr}} = 2\pi/w_{\text{kr}} = 27$  mm. Thorpe gibt in wiederholten Experimenten gemessene Werte für  $\lambda_{\text{kr}}$  von 25 mm bis

45 mm an. Durch die transiente Natur des Experimentes folgen die gemittelten Geschwindigkeiten der Phasen den Beziehungen

$$u_1(t) = \frac{|\mathbf{g}|h_1(\rho_1 - \rho_2) \sin(\theta)}{\rho_1 h_2 + \rho_2 h_1} t \quad \text{und} \quad u_2(t) = -\frac{|\mathbf{g}|h_2(\rho_1 - \rho_2) \sin(\theta)}{\rho_1 h_2 + \rho_2 h_1} t, \quad (5.45)$$

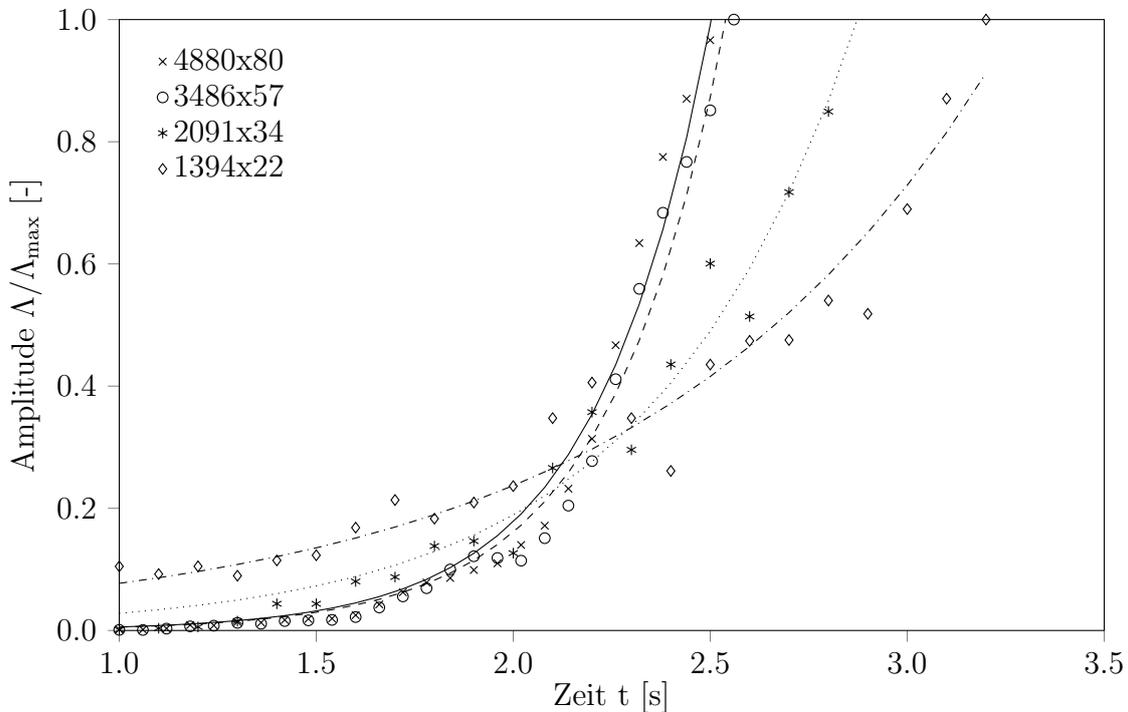
wenn die Länge des Kanals vereinfacht als unendlich angenommen und Viskositätseffekte vernachlässigt werden. Die analytische Vorhersage für das Einsetzen von Instabilität ergibt sich somit aus (5.43) und (5.45) zu  $t_0^{\text{the}} \approx 1.5$  s, also jenem Zeitpunkt, an welchem die Relativgeschwindigkeit ( $u_1 - u_2$ ) den Wert der kritischen Geschwindigkeit  $\Delta u_{\text{kr}} \approx 0.2$  m/s überschreitet. Eine Unsicherheit im Startzeitpunkt  $t_0^{\text{the}}$  ergibt sich aus der Korrektur des errechneten Wertes mit der Hälfte der benötigten Zeit zum Kippen des Kanals.

### 5.3.2 Simulation des Experiments

Die Simulation des Testfalls wurde sowohl mit dem entwickelten Multiskalen-Zwei-Fluid-Modell (MS-TFM) (siehe Kapitel 3.3) als auch mit dem VOF-Standardlöser von OpenFOAM (`interFoam`) durchgeführt, um die Güte der Verfahren in diesem Anwendungsfall miteinander vergleichen zu können. Die Vorstellung der VOF-Methodik kann Kapitel 2.2.1 entnommen werden. Eine ausführliche Beschreibung des `interFoam`-Lösers findet sich in [133]. Die numerischen Details der Simulation bezüglich der Diskretisierungs- und Lösungsverfahren entsprechen jenen im Kapitel 5.2.2 geschilderten. Da die zugrundeliegenden Modelle zur Simulation des dispersen Strömungsbereiches im entwickelten Multiskalen-Löser auf der Annahme nahezu sphärischer Partikel beruhen und diese Annahme für die nicht auflösbaren Teile der sich ausbildenden Wirbelstrukturen der Kelvin-Helmholtz Instabilität unzutreffend ist, erfolgt in den Simulationen keine dynamische Regionendetektion. Vielmehr wird die Grenzfläche über die Gesamtdauer der Simulation als makroskopisch auflösbar mit Zugabe des mikroskopischen Krümmungsanteils zur Berücksichtigung der Oberflächenstörungen betrachtet. Die Lösung der Impulserhaltungsglei-

chung (3.1) erfolgt somit für  $\delta_r^d = 0$  und  $\delta_r^s = 1$  sowie unter Anwendung des Schließungsterms für den interphasigen Impulsaustausch  $\mathbf{M}_{D,k}^s$  nach Gleichung (3.29). Dieses Vorgehen ist weiter dadurch begründet, dass nur die Wachstumsphase der Instabilitäten untersucht wird, während die Spätphase der Kelvin-Helmholtz Instabilität mit einem starken Durchmischen der Phasen nicht in die Betrachtung einfließt. Da die Breite des Kanals groß gegenüber der Höhe der Scherschicht ist, erfolgt die numerische Modellierung des Phänomens für den zweidimensionalen Fall.

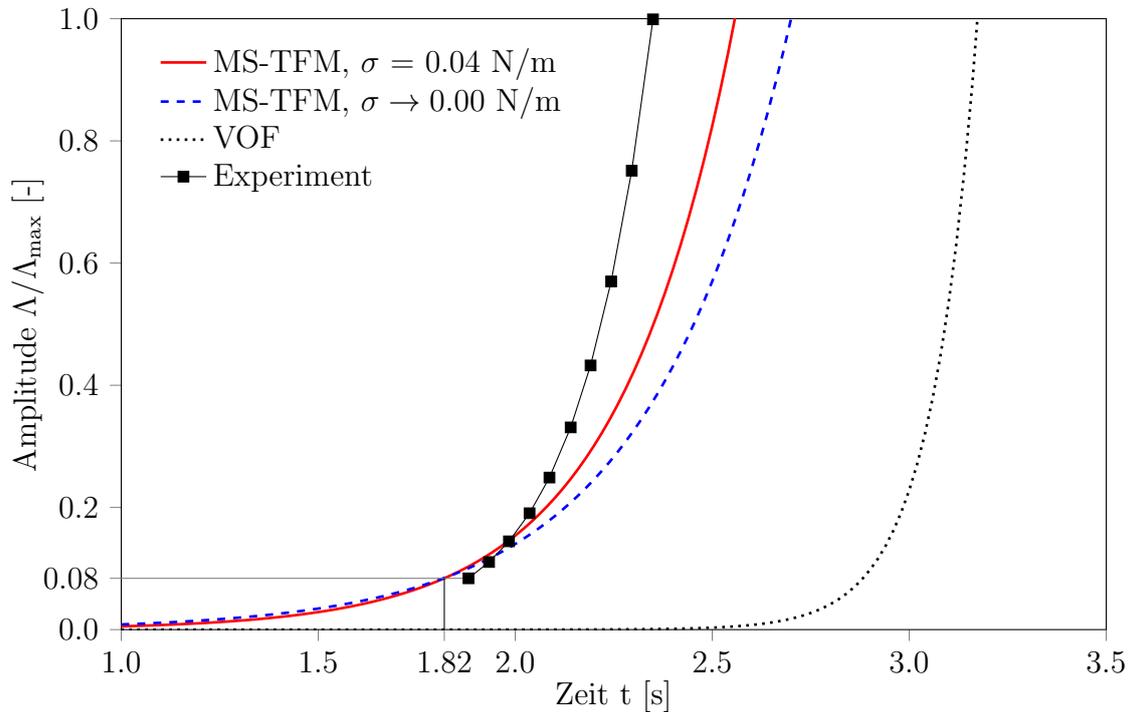
Für das Einsetzen des Störungswachstums ist mit einem Einfluss der Gitterauflösung zu rechnen. Deshalb wurde in einer Netzstudie die Größe dieses Einflusses untersucht. Abbildung 5.6 zeigt das Ergebnis dieser Untersuchung. Dargestellt ist das zeitliche Wachstum der maximalen Amplituden der Instabilitäten in den Simulationen mit unterschiedlicher Gitterauflösung sowie die jeweils zugehörige exponentielle Regressionskurve normiert auf die maximal aufgetretene Amplitude  $\Lambda_{\max}=6$  mm. Der höhere Anfangswert für



**Abbildung 5.6:** Amplitudenwachstum der Instabilität für sinkende Gitterauflösung mit exponentieller Regression.

das größte Gitter resultiert aus der Verschmierung der Grenzfläche über einen größeren Bereich. Mit sinkender Gitterauflösung nimmt die Geschwindigkeit des Störungswachstums erkennbar ab. Für die Fälle 4880x80 (sehr fein) und 3486x22 (fein) sind die Unterschiede in Anfangszeit und Wachstumsrate der Instabilitäten gering. Für die nachfolgenden Untersuchungen wurde aus diesem Grund eine räumliche Diskretisierung entsprechend des Gitters 3486x22 (fein) herangezogen.

Ein Vergleich des experimentell ermittelten Amplitudenwachstums mit den Simulationsergebnissen zeigt eine deutliche Abweichung der prognostizierten Anfangszeit der Wachstumsphase bei Anwendung des VOF-Lösers (Abbildung 5.7). Zur Bestimmung des Startzeitpunktes  $t_0^{\text{sim}}$  kann der Wert der Amplitudenhöhe angenommen werden, welcher zum Zeitpunkt  $t_0^{\text{exp}}$  angegeben wurde. Damit ergibt sich für die VOF-Simulation eine Abweichung im Zeitpunkt des Auftretens von Instabilität von  $\Delta t \approx 1$  s, wohingegen die



**Abbildung 5.7:** Vergleich des Amplitudenwachstums der Kelvin-Helmholtz Instabilität im Thorpe-Experiment [112] gegen die Simulationsergebnisse des MS-TFM (mit und ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung) und des VOF-Lösers.

MS-TFM Simulationen eine deutlich kleinere Abweichung von  $\Delta t \approx 0.06$  s aufweisen und damit im angegebenen Schwankungsbereich des Experimentes liegen. Weiter ist erkennbar, dass die Wachstumsrate der Instabilität der VOF-Simulation steiler verläuft als im Experiment, während die MS-TFM Simulationen das Wachstum tendenziell unterschätzen.

Voraussetzung für das Auftreten der Instabilitäten ist ein Kräfteungleichgewicht zu Lasten der stratifizierend wirkenden Gravitations- und Oberflächenspannungskraft hin zur Druckkraft in Folge des Bernoulli-Effekts. Da der Wert der Oberflächenkrümmung der makroskopischen Störungen eher gering ist, wird der Beitrag der Oberflächenspannung eher klein sein. Um ihren Einfluss zu untersuchen, wurde die Simulation ohne Oberflächenspannung wiederholt. Dabei wird deutlich, dass eine Vernachlässigung dieses Einflusses die Ergebnisse verschlechtert.

Neben dem zeitlichen Verhalten der Amplitude ist auch eine Analyse der auftretenden Wellenlänge der Störungen für die Validierung des Lösungsverfahrens von Bedeutung. Um diesbezügliche Ergebnisse aus den Simulationsdatensätzen zu extrahieren, wurde die Grenzflächenposition<sup>4</sup> der jeweiligen Rechnung einer Fourieranalyse unterzogen. Der dazu angewendete Algorithmus zur diskreten Fourier-Transformation (DFT) ist eine Standardapplikation in MATLAB [134]. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abbildung 5.8 für die VOF-Simulationen und in Abbildung 5.9 für die Simulationen mit dem neuen MS-TFM ( $\sigma = 0.04$  N/m) dargestellt. Die vertikale Achse der Grafiken zeigt den Betrag des einseitigen Leistungsspektrums  $LS$ . Zu beachten ist die unterschiedliche Skalierung der Zeitachse in den beiden Grafiken zur besseren Darstellung der DFT-Analyseergebnisse bezüglich der relevanten Wachstumsphase der Instabilität. Wellenlängen  $> 100$  mm wurden aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Die VOF-Simulation zeigt eine dominante, kritische Wellenlänge von  $\lambda_{kr} \approx 36$  mm und bewegt sich damit innerhalb des von Thorpe [112] berichteten Ergebnisbandes, weicht allerdings stark von dem analytisch bestimmten Wert von  $\lambda_{kr} = 27$  mm ab. Die MS-TFM Simulation zeigt hingegen zwei dominante Wellenlängen bei  $\lambda_{kr,1} \approx 28$  mm und  $\lambda_{kr,2} \approx 44$  mm und deckt

---

<sup>4</sup>Die Grenzflächenposition ist hier als Isolinie bei  $\alpha_k = 0.5$  definiert.

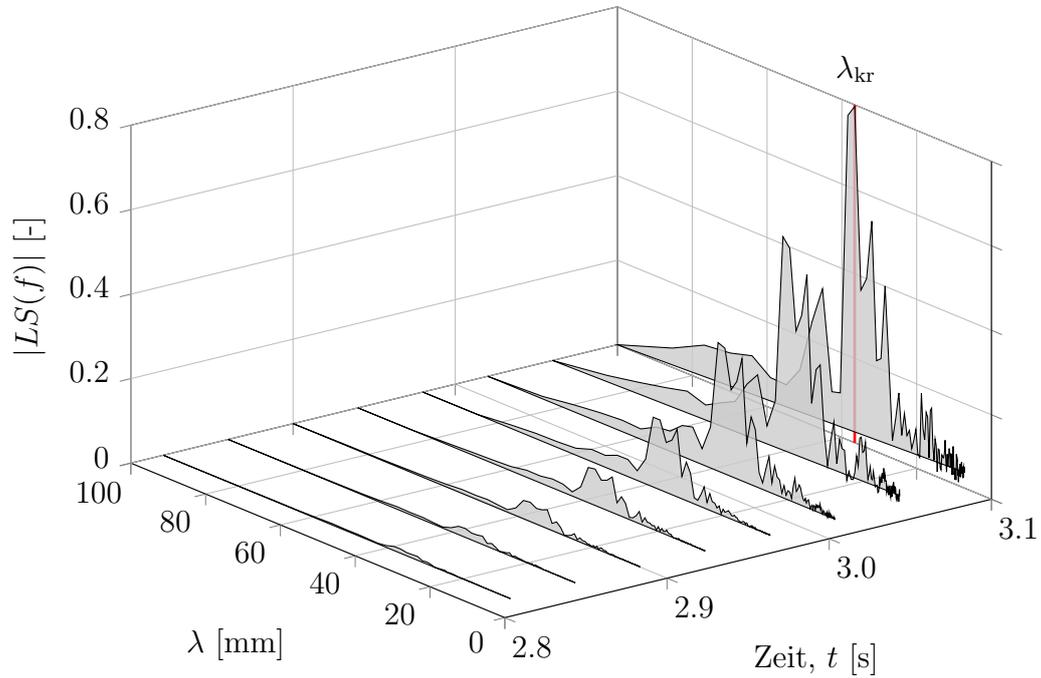


Abbildung 5.8: DFT-Analyse der Oberflächenstörungen in der Simulation mit VOF-Methode.

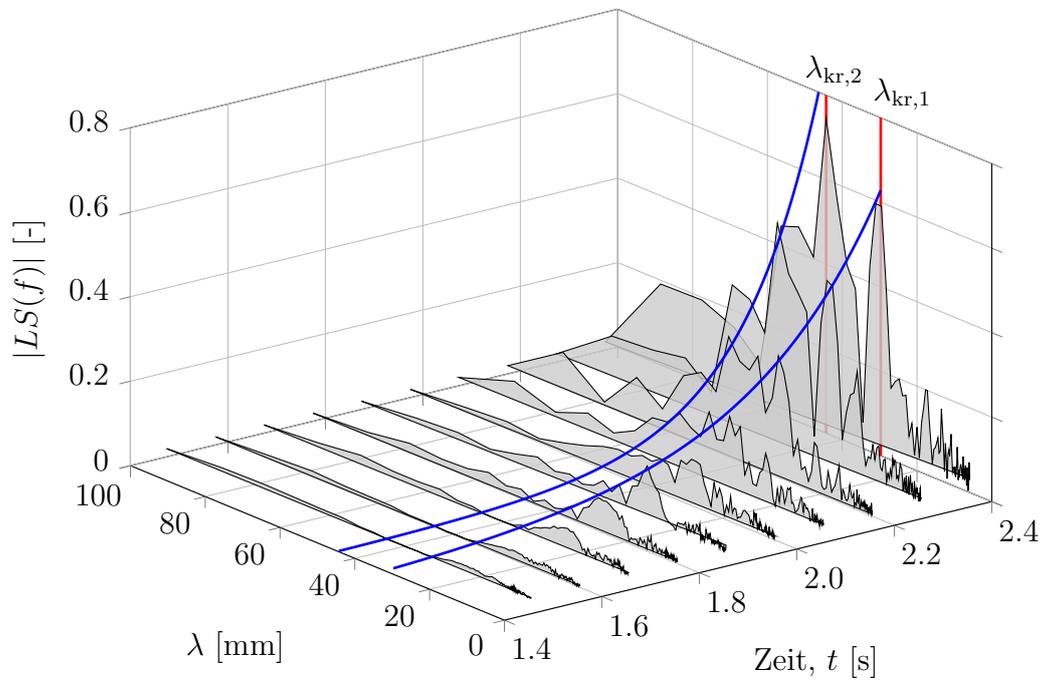
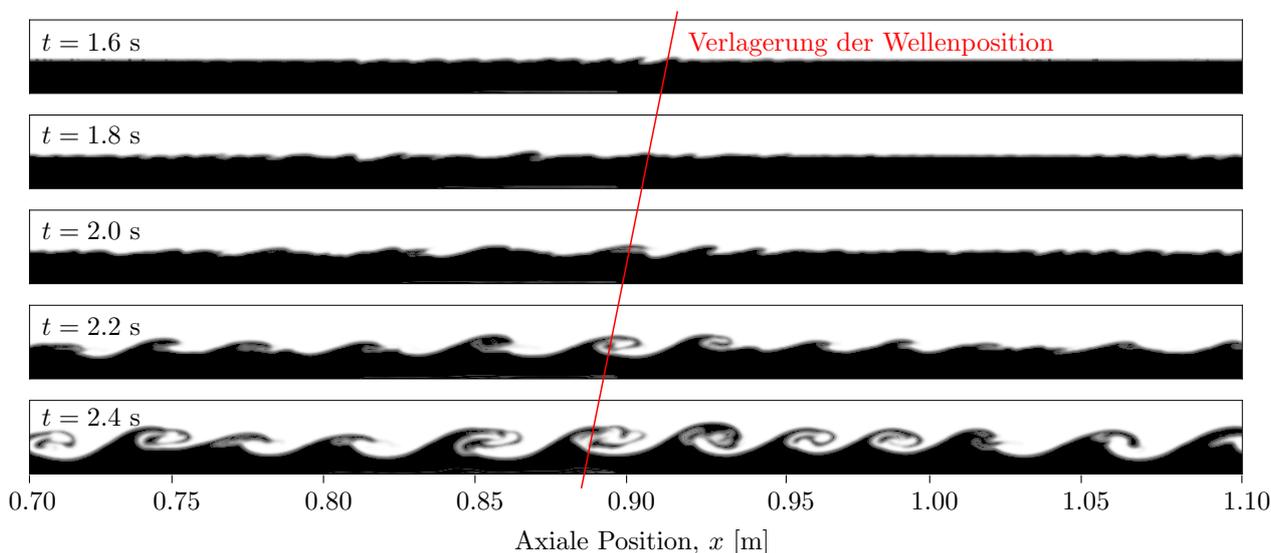


Abbildung 5.9: DFT-Analyse der Oberflächenstörungen in der Simulation mit MS-TFM.

damit interessanterweise das Ergebnisband des Thorpe-Experimentes recht genau ab. Die kleinere Wellenlänge  $\lambda_{kr,1}$ , welche nahe an der analytischen Lösung des Problems liegt, dominiert das Verhalten der Instabilitäten in der Anfangsphase, besitzt allerdings eine etwas kleinere Wachstumsrate und wird deshalb im weiteren Verlauf der Simulation von  $\lambda_{kr,2}$  in Prägnanz übertroffen. Weiter kann anhand des steigenden Wertes im Leistungsspektrum in Abbildung 5.9 für  $\lambda_{kr,1}$  ein Einsetzen des Instabilitätenwachstums bereits deutlich früher mit  $t_{0,1}^{sim} < 1.5$  s erkannt werden, was mit der analytischen Vorhersage bei  $t_0^{the} = 1.2$  s besser vereinbar ist.

Das globale, fluidmechanische Verhalten des Strömungssystems kann über den Wert der Wellenversatzgeschwindigkeit  $u_w$  quantifiziert werden. Dieser Parameter gibt die Bewegung eines Wellenberges innerhalb des Kanals wieder. Dieser Wellenversatz ist Folge der gravitationsgetriebenen Abwärtsbewegung des Mediums mit der größeren Dichte<sup>5</sup>. Er wird außerdem maßgeblich durch viskose Effekte beeinflusst und eignet sich deshalb zur Überprüfung des makroskopischen Verhaltens. Abbildung 5.10 zeigt die zeitliche Entwicklung der Instabilität in der MS-TFM Simulation an-



**Abbildung 5.10:** Mittelsektion des Strömungskanals mit Darstellung des Phasenanteils bei Simulation der Grenzflächeninstabilität mit MS-TFM.

<sup>5</sup>Ohne dieses Abfallen des schwereren Mediums, also bei einer numerisch erzwungenen Relativgeschwindigkeit der Medien, wäre die Wellenposition im Kanal konstant.

hand des Phasengehaltes im mittleren Kanalabschnitt über eine Periode von 0.8 s. Die Wellenversatzgeschwindigkeit wird über die Verlagerung der Wellenposition bestimmt. Zur Berechnung wurde der Maximalwert der vertikalen Grenzflächenposition bei  $\alpha_k=0.5$  an einer identifizierten Welle bestimmt und die horizontale Bewegung dieses vertikalen Maxima zeitlich verfolgt. Die Wellenversatzgeschwindigkeit ergibt sich im dargestellten Beispiel zu  $u_v=2.5$  m/s, was sich sehr gut mit den experimentell ermittelten Daten von Thorpe [112] deckt.

Die Ergebnisse der Simulationen mit VOF- und MS-TFM Modell sind in Tabelle 5.4 sowohl den analytischen Vorhersagen der linearen reibungsfreien Analyse [112, 135], als auch den experimentellen Ergebnissen von Thorpe [112] gegenübergestellt. Zusammenfassend zeigt der neu entwickelte MS-TFM-Löser ein zufriedenstellendes Verhalten bei der Vorhersage der untersuchten Parameter. Insbesondere die kritischen Wellenlängen und der Startzeitpunkt  $t_0$  für das Anwachsen der Instabilitäten zeigen eine bessere Übereinstimmung mit Theorie und Experiment als die Ergebnisse der angewendeten VOF-Methode. Das globale, fluidmechanische Verhalten wird mit beiden Methoden in gleicher Weise reproduziert.

**Tabelle 5.4:** Gegenüberstellung der Instabilitätsparameter für Theorie, Experiment und Simulation.

Parameter	Einheit	Theorie	Experiment	VOF	MS-TFM
$\lambda_{kr}$	[mm]	27	25-45	36	28 und 44
$t_0$	[s]	1.2	$1.88 \pm 0.07$	2.91	1.82
$u_v$	[cm s <sup>-1</sup> ]	2.38	2.6	2.5	2.5

## 5.4 Horizontale Schwallströmung mit Entrainment

### 5.4.1 Numerische Details der Simulation

Zur numerischen Untersuchung und Validierung der globalen Charakteristika sowie des Entrainmentverhaltens der Strömung eines Wasser-Luft Systems im Schwallströmungsregime unter horizontalen Bedingungen, wurden

die Vorhersagen des neu entwickelten OpenFOAM-Lösers MS-TFM mit experimentellen Daten aus eigenen Versuchen verglichen. Eine Beschreibung des Versuchsstands für horizontale Strömungsphänomene am Lehrstuhl für Thermodynamik wurde bereits in Kapitel 4.1 vorgestellt. Die Beschreibung des MS-TFM Lösers findet sich in Kapitel 3.

Für die Berechnung des interphasigen Impulsaustauschs findet Gleichung (3.1) Anwendung. Dabei wird zur Identifikation stratifizierter und disperser Strömungsregionen die in Kapitel 3.3.3 vorgestellte Regionendetektionsfunktion  $\delta_r^s$  nach Gleichung (3.20) und  $\delta_r^d$  nach Gleichung (3.17) angewendet. In stratifizierten Strömungsregionen wird der Schließungsterm für den interphasigen Impulsaustausch  $M_{D,k}^s$  nach Gleichung (3.29) modelliert. Die als dispers markierten Strömungsbereiche wurden mit Hinblick auf die Ergebnisse aus Kapitel 5.2 mit der in Tabelle 5.5 aufgezeigte Zusammenstellung an Submodellen behandelt. Wie in den Voruntersuchungen erfolgte die Turbulenzmodellierung mit dem in Kapitel 2.3.2 vorgestellten  $k$ - $\varepsilon$ -Modell, ergänzt durch das BIT-Modell nach Rzehak [136], welches die besten Übereinstimmungen mit dem Experiment bezüglich der Phasenprofile zeigte (siehe Kapitel 5.2).

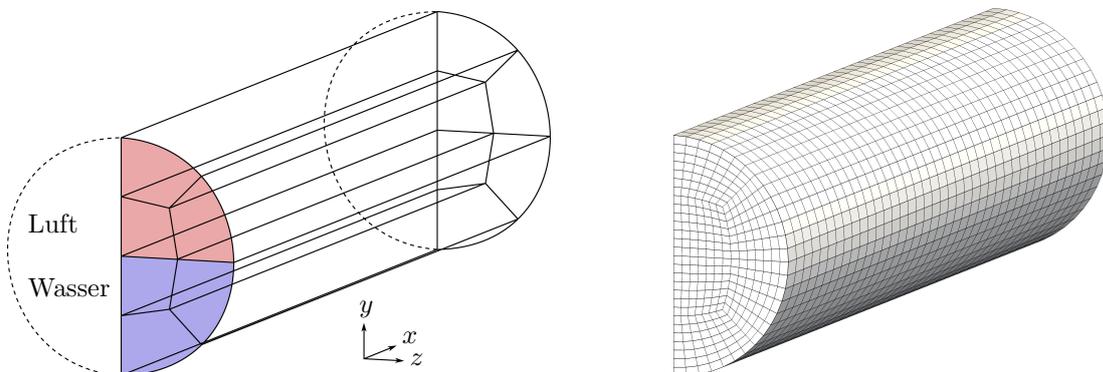
Aus Stabilitätsgründen wurde das implizite Euler-Verfahren (1. Ordnung) zur Zeitdiskretisierung angewendet. Durch die Verwendung des fundamental

**Tabelle 5.5:** Angewendete Submodelle zur Schwallströmungssimulation in den dispersen Strömungsregionen.

Parameter	Modell	Koeffizienten
<b>Turbulenzeinfluss (siehe Kapitel 5.2.3)</b>		
Blaseninduzierte Turbulenz	Rzehak	$1/\tau = \sqrt{k_l}/d_{sm}$
<b>Schließung der Impulsgleichung (siehe Kapitel 2.2.3)</b>		
Laterale Lift-Kraft	Konstantes $C_L$	$C_L = -0.8$
Wandschlupfkraft	Frank	$C_{WC} = 10, C_{WD} = 6.8, p = 1.7$
Turbulente Dispersionskraft	Lopez de Bertadano	$C_{TD} = 0.8$
<b>Blaseninteraktion (siehe Kapitel 5.2.5)</b>		
Zufällige Koaleszenz	Wu et al.	$C_{rc} = 0.021, C_f = 3, \alpha_{g,max} = 0.8$
Nachlaufkollision	Wu et al.	$C_{we} = 0.0073$
Turbulenter Zerfall	Wu et al.	$C_{ti} = 0.0945, We_{kr} = 2$

expliziten MULES-Verfahrens zur Beschränkung des  $\alpha_k$ -Feldes, ist es notwendig eine Courant-Zahl  $CFL$  von deutlich kleiner als Eins zu wählen [10]. Dem stark intermittierenden Strömungscharakter wurde durch eine dynamische Zeitschrittanpassung an dem Kriterium  $CFL_{\max}=0.2$  Rechnung getragen. Zur Diskretisierung der Impulsgleichung kam ein Aufwind-Verfahren zweiter Ordnung zur Anwendung (`linearUpwind`). Die Druckgleichung wurde mit einem einfachen linearen Verfahren erster Ordnung behandelt. Zur Lösung der Transportgleichungen für den volumetrischen Phasengehalt  $\alpha_k$  wurde das limitierende Verfahren `limitedLinear01` (2. Ordnung) angewandt, welches unphysikalische Lösungen unterbindet und die skalaren Feldgrößen in ihrem Wertebereich einschränkt [137]. Die angewendete Kombination der Lösungsverfahren stellt einen Kompromiss aus Stabilität und Genauigkeit der numerischen Ergebnisse dar und kann als Empfehlung zur Anwendung in Verbindung mit dem MS-TFM betrachtet werden.

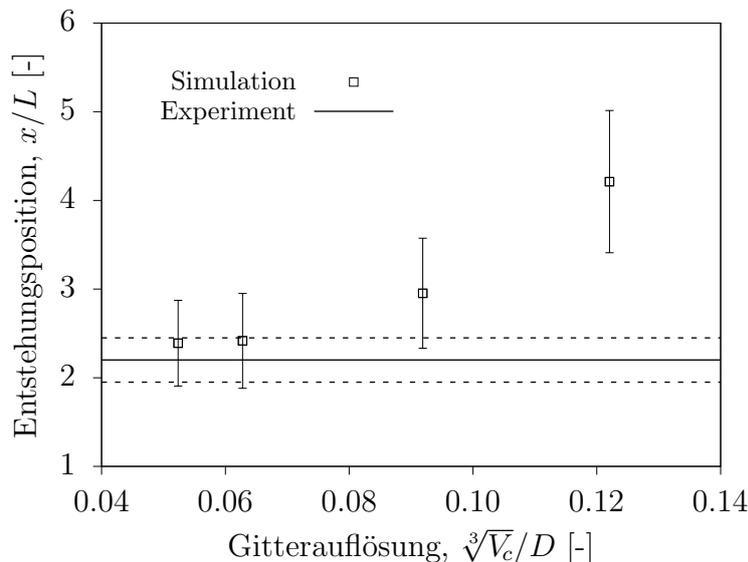
Die numerischen Simulationen wurden in einem dreidimensionalen Rechengebiet durchgeführt, welches in seinen Abmessungen und seiner Geometrie der Messstrecke der Versuchsanlage (siehe Abbildung 4.1 auf Seite 74) entspricht. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, wurde nur eine Hälfte des Rohres unter Verwendung einer Symmetrierandbedingung berechnet. Das Rechengitter ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Das O-förmige, blockstrukturierte Gitter besteht aus sechs Blöcken in einem kartesischen Koordinatensystem, wobei die  $x$ -Koordinate der axialen Position in Haupt-



**Abbildung 5.11:** Blockdarstellung (links) und numerisches Gitter (rechts) des Rechengebietes (axial gekürzt).

strömungsrichtung und die  $y$ -Koordinate der vertikalen Position entlang des Rohrdurchmessers parallel zu  $\mathbf{g}$  entspricht. Der Einströmbereich ist entsprechend der Versuchsanlage in zwei separate, gleichgroße Einlässe für Luft und Wasser unterteilt. Die Auswahl des Netzaufbaus basiert auf Voruntersuchungen bezüglich Pfropfenströmungssimulationen [138].

Um die Netzabhängigkeit der Ergebnisse zu überprüfen, wurde eine charakteristische Leerrohrgeschwindigkeitskonfiguration im Schwallströmungsgebiet der Strömungskarte ausgewählt und auf vier numerischen Gittern mit steigender Auflösung simuliert. Abbildung 5.12 zeigt die Ergebnisse dieser Rechennetzstudie. Als statistisch relevant und sensibel gegenüber der Gitterauflösung stellte sich in den Voruntersuchungen die Position der Schwallentstehung heraus, weshalb dieser Parameter zur Überprüfung der Netzabhängigkeit herangezogen wurde. Dargestellt ist der arithmetisch gemittelte Wert der vorhergesagten Schwallentstehungsposition für steigende Werte des Quotienten aus der mittleren Zelllänge  $\sqrt[3]{V_c}$  und dem Rohrdurchmesser  $D$ . Die gestrichelten Linien und Fehlerbalken begrenzen den Bereich der Standardabweichung in Experiment und Simulation. Es zeigt sich, dass mit steigender Gitterauflösung der vorhergesagte



**Abbildung 5.12:** Schwallentstehungsposition bei variierender Gitterauflösung für  $j_l/j_g = 0.5$ .

Wert der Schwallentstehungsposition gegen den experimentellen Wert konvergiert und für  $\sqrt[3]{V_c}/D < 0.08$  nur noch kleine Abweichungen zu beobachten sind. Folglich wurden alle nachfolgenden Validierungsstudien mit einer Rechenetzdichte von  $\sqrt[3]{V_c}/D = 0.063$  durchgeführt, was für die angewendete Geometrie einer Zellenanzahl von 470400 entspricht. Für das gewählte Gitter bewegen sich die  $y^+$ -Werte im wandnahen Bereich überwiegend zwischen 25 und 90. Dabei ist zu beachten, dass das betrachtete Strömungsphänomen einen hochgradig instationären und stark intermittierenden Charakter aufweist und sich dadurch starke lokale und temporäre Schwankungen im Geschwindigkeitsfeld ergeben. Diese Schwankungen beeinflussen folglich auch die  $y^+$ -Werte beider Geschwindigkeitsfelder vorwiegend über hohen Wellenbergen (erhöhte Gasgeschwindigkeiten durch Querschnittsverengung), sodass in diesen Gebieten die Werte nach oben ausbrechen können.

Alle nachfolgenden Simulationen wurden auf dem CoolMUC-2 Linux-Cluster des Leibniz Rechenzentrum in München durchgeführt. Der CoolMUC-2 besteht aus 400 Lenovo NeXtScale nx360M5 WCT Rechenknoten mit insgesamt 11.200 Rechenkernen. Eine Optimierungsuntersuchung zur Rechendauer zeigte, dass sich keine weitere Rechenbeschleunigung einstellt, wenn die Parallelisierung 56 Rechenkerne überschreitet, weshalb für die Simulationen jeweils zwei Rechenknoten des Clusters verwendet wurden. Keine der nachfolgend dargestellten Simulationen hat eine Gesamtrechendauer von 48 h überschritten.

#### **5.4.2 Anfangs- und Randbedingungen**

Bei einer klassischen Modellierung der betrachteten Strömungsform wird ihr Verhalten als inkompressibel angenähert, da die Mach-Zahl  $Ma$  im Ausgangszustand der Strömung um mindestens zwei Größenordnungen unter der kritischen Mach-Zahl der Fluide liegt. Unter Berücksichtigung des stark intermittierenden Verhaltens von Schwallströmungen und den damit verbundenen Druckschwankungen, muss diese Annahme jedoch kritisch hinterfragt werden. Beim Übergang von der geschichteten zur Schwallströmung blockieren die auftretenden Wellenberge an der Wasseroberfläche einen Teil

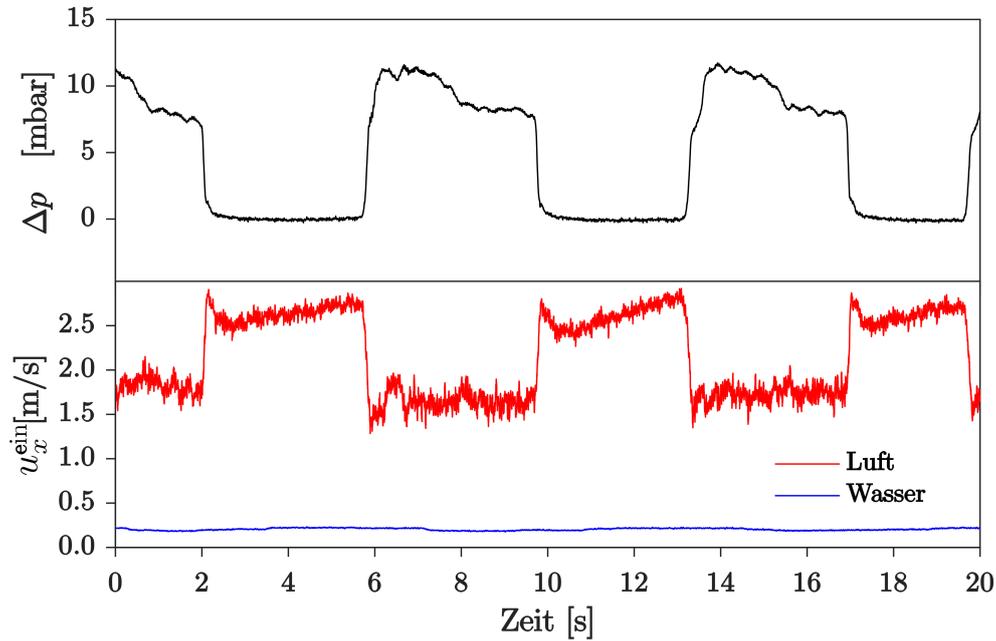
des freien Strömungsquerschnitts der Luft. Nähert sich die Höhe des Wasserspiegels der Größe des Rohrdurchmessers an, geht die Luftgeschwindigkeit nach der Kontinuitätsgleichung theoretisch gegen unendlich. Tatsächlich führen Schubspannungen und die Wechselwirkung mit der Flüssigphase zu einem Impulsaustausch und damit zu einem Abbau der kinetischen Energie der Luft. In inkompressiblen numerischen Simulationen konnten kurz vor der vollständigen Blockade des Querschnittes durch die Flüssigphase Geschwindigkeiten von  $>60$  m/s beobachtet werden. Zwar befindet sich hier die lokale Mach-Zahl mit  $Ma \approx 0.3$  bei einem Wert, bei welchem die Inkompressibilität des Mediums üblicherweise noch unterstellt werden kann. Allerdings äußert sich diese Modellannahme in den numerischen Ergebnissen unter anderem in einer Überschätzung sowohl der Geschwindigkeiten als auch der Drücke im Moment der Schwallentstehung. Die damit verbundenen überhöhten Schubspannungen beeinflussen dann den Impulsaustausch zwischen den Phasen und führen in Konsequenz zu einer unphysikalischen Veränderung der Topologie der Grenzfläche.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen am Versuchsstand für horizontale Strömungsphänomene des Lehrstuhl für Thermodynamik zeigen außerdem, dass Druckstöße in Größenordnungen mehrerer kPa zu erwarten sind. Abbildung 5.13 zeigt den Druckverlauf im Rohr (oben) sowie die dabei gemessenen Einlassgeschwindigkeiten  $u_{x,k}^{\text{ein}}$  (unten) für eingestellte Werte von  $j_l = 0.25$  m/s und  $j_g = 2.5$  m/s. Diese Werte führen in der Versuchsanlage zu einer stabilen Schwallströmung. Die gezeigten Druckfluktuationen erreichen Spitzenwerte von über 12 kPa. Bei Betrachtung der Luft als ideales Gas ergeben sich im dargestellten Fall, mit Annahme einer isentropen Zustandsänderung

$$\frac{p + \Delta p}{p} = \left( \frac{\rho_g + \Delta \rho_g}{\rho_g} \right)^{-\kappa_{\text{is}}}, \quad (5.46)$$

Dichteänderungen von circa 7.7 %, mit dem Isentropenexponent  $\kappa_{\text{is}}=1.4$ . Um diesen Einfluss berücksichtigen zu können wurde die Kompressibilität in das Lösungsverfahren einbezogen.

In Abbildung 5.13 wird ein weiteres Phänomen deutlich, welches mit den Druckschwankungen bei der Schwallentstehung in Verbindung steht. In der



**Abbildung 5.13:** Überdruckverlauf (luftseitig, Einlass) und gemessene Einlassgeschwindigkeiten im stabilen Schwallströmungsregime.

Versuchsanlage zeigt die Einlassgeschwindigkeit der Luft offenbar eine starke Abhängigkeit vom Druckfeld im Rohr. Ein steigendes Druckniveau senkt demnach die Lufteinlassgeschwindigkeit deutlich. In einigen Fällen kann dies kurzzeitig bis zum "Stillstand" ( $u_{x,g}^{\text{ein}} \rightarrow 0 \text{ m/s}$ ) der Luft in der Versorgungsleitung führen. Werden die gemessenen Daten zur Lufteinlassgeschwindigkeit über die gemessene Druckdifferenz zur Umgebung im Rohr aufgetragen, so lässt sich daraus ein Zusammenhang nach der folgenden Regressionskurve annähern:

$$u_{x,g}^{\text{ein}}(\Delta p) = \left( j_g - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \exp \left( \frac{\Delta p}{4 \cdot 10^4 \text{ Pa}} \right). \quad (5.47)$$

Dabei benennt  $j_g$  die eingestellte Luftleerrohrgeschwindigkeit ohne Schwall im Rohr. Um dieses dynamische Verhalten der Lufteinlassgeschwindigkeit auch in den Simulationen abbilden zu können, muss eine transiente Geschwindigkeitsrandbedingung mit einer Druckabhängigkeit angesetzt werden. Die Randbedingung für die axiale Geschwindigkeit am Einlass bei den Schwallströmungssimulationen folgt deshalb dem empirisch ermittelten Zu-

sammenhang in Gleichung (5.47) mit

$$\Delta p = p_{\max} - p_0. \quad (5.48)$$

Der Druck  $p_{\max}$  ist dabei der höchste, zum aktuellen Zeitpunkt im Strömungsfeld auftretende Druck und  $p_0$  bezeichnet den Umgebungsdruck.

Ferner stellte sich heraus, dass für eine quantitativ richtige Abbildung der globalen Charakteristika des Phänomens ein Initialisierungsprozedere angewendet werden muss, welches dem Vorgehen zum Erreichen eines quasi-stationären Zustands im Experiment entspricht. Diese Prozedur beinhaltet ein vollständiges Auffüllen der Messstrecke mit Wasser und ein anschließendes, vorsichtiges Anheben der Massenströme beider Fluide bis zum Erreichen der stationären Anfangsbedingungen (konstante Leerrohrgeschwindigkeiten). Durch dieses Vorgehen entsteht in den Experimenten im Einströmbereich der Messstrecke ein stehender hydraulischer Sprung, welcher zu einem plötzlichen, lokalen Anstieg des Flüssigkeitsspiegels führt. In Folge des verringerten Gasströmungsquerschnitts erhöht sich die Strömungsgeschwindigkeit oberhalb der Flüssigphase bei gleichzeitiger Verringerung der mittleren Flüssigkeitgeschwindigkeit. Dies begünstigt das Wachstum von Instabilitäten durch höhere Relativgeschwindigkeiten.

Ein hydraulischer Sprung bezeichnet den Übergang einer schießenden zu einer fließenden Strömung, also jenen Punkt, an welchem sich kinetische und hydrostatische Kräfte in der Strömung gleichen. Der Zustand kann durch die Froudezahl beschrieben werden, welche allgemein als das Verhältnis aus Trägheits- zu Gravitationskräften definiert ist und der Beziehung

$$Fr = \frac{u_l(x)}{\sqrt{|g|h(x)}} \quad (5.49)$$

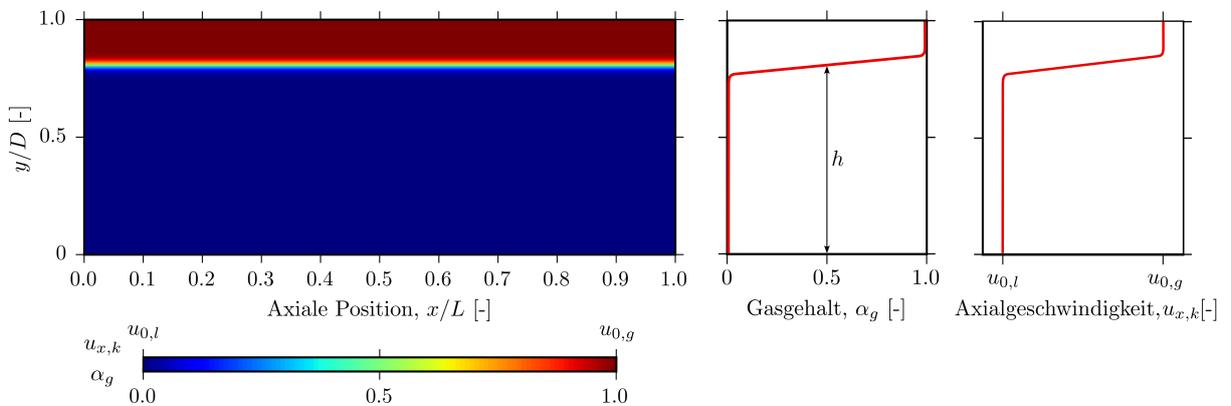
folgt [139], mit  $u_l$  als mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigphase an der Stelle  $x$  und  $h$  als Höhe des Flüssigkeitsspiegels an dieser Stelle. Die Position und Höhe des hydraulischen Sprungs ist von den Leerrohrgeschwindigkeiten beider Phasen abhängig. Er tritt nur dann auf, wenn die Flüssigkeitsströmung am Einlass schießend ( $Fr > 1$ ) ist und durch Reibungsverluste innerhalb der Länge der Messstrecke auf einen Wert  $Fr < 1$  fällt.

Dieser hydraulische Sprung im Einströmbereich konnte in den Strömungssimulationen nur durch eine Nachbildung des oben beschriebenen Anfahrprozedere erreicht werden. Dazu wurden die axialen Einlassgeschwindigkeiten der Phasen  $u_{x,k}^{\text{ein}}$  als transiente Randbedingungen formuliert, welche von einem geringen Anfangswert  $u_{0,k}$  nach einer kurzen Anlaufphase auf die jeweilige Ziellerrohrgeschwindigkeit  $j_k$  angehoben werden:

$$u_{x,k}^{\text{ein}}(t) = \left( j_k - \frac{u_{0,k}}{2} \right) \left( \tanh \left( \frac{t - t_{0,k}}{1 \text{ s}} \right) + 1 \right) + u_{0,k}. \quad (5.50)$$

Der Parameter  $t_{0,k}$  gibt den gewählten Zeitpunkt des stärksten Geschwindigkeitsanstiegs an und ist für die Phasen leicht versetzt. Dem experimentellen Anfahrprozedere folgend erreicht zuerst die Flüssigphase die Ziellerrohrgeschwindigkeit  $u_{x,l}^{\text{ein}}=j_l$  mit  $t_{0,l}=2$  s. Die Gasphase folgt eine Sekunde später auf  $u_{x,g}^{\text{ein}}=j_g$ .

Zur Verkürzung und Stabilisierung der Initialrechnung erfolgte die Feldinitialisierung im Strömungsgebiet durch eine räumliche Verteilung des volumetrischen Phasengehaltes beider Fluide und des Geschwindigkeitsfeldes zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Sie beinhaltet das Aufprägen einer vorverschmierten Grenzfläche sowie der Geschwindigkeitsgradienten an der Phasengrenze, um die Konvergenz der Simulation in den ersten Zeitschritten zu erhöhen. Die aufgeprägten Anfangsbedingungen im Strömungsfeld sind in Abbildung 5.14



**Abbildung 5.14:** Initialisierung des Strömungsfeldes mit  $\alpha_g$ ,  $\alpha_l=1-\alpha_g$  und  $u_{x,k}$  unter Anwendung der Gleichungen (5.51) und (5.53).

dargestellt und folgen den gewählten Verteilungen:

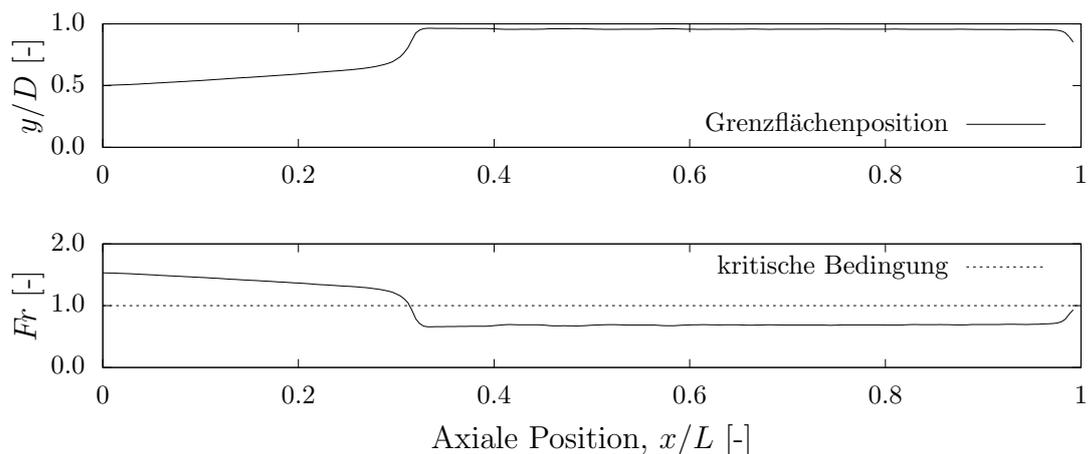
$$\alpha_l(y) = 0.5 \tanh\left(\frac{y+h}{1 \text{ mm}}\right) + 0.5, \quad (5.51)$$

$$\alpha_g(y) = -(0.5 \tanh\left(\frac{y+h}{1 \text{ mm}}\right) + 0.5), \quad (5.52)$$

$$u_{x,k}(y) = \frac{u_{0,g} - u_{0,l}}{2} \tanh\left(\frac{y+h}{1 \text{ mm}}\right) + \frac{u_{0,g} + u_{0,l}}{2}. \quad (5.53)$$

Um den Rohrquerschnitt für die Gasströmung nicht vollständig zu blockieren und die Ausbildung eines hydraulischen Sprungs dennoch zu gewährleisten, wurde die Phasentrennung in der Höhe  $h$  bei  $y/D = 0.85$  gesetzt.

Mit Verwendung der Initialbedingungen (5.50)-(5.53) konnte der hydraulische Sprung im Einströmbereich entsprechend dem Experiment nachgebildet werden. Abbildung 5.15 zeigt die Grenzflächenposition sowie den Verlauf der lokalen Froudezahl in der zentralen Schnittebene der Messstrecke über der Gesamtlänge  $L$  für einen initialen Zustand zur Schwallströmungssimulation. Der kritische Wert  $Fr=1$  wird bei etwa 31 % der Ge-



**Abbildung 5.15:** Grenzflächenposition  $y/D$  (oben) und Verlauf der lokalen Froudezahl  $Fr$  (unten) beispielhaft für einen initialen Simulationszustand mit hydraulischem Sprung bei  $j_l = 0.6 \text{ m/s}$  und  $j_g = 1.2 \text{ m/s}$ .

samtlänge erreicht und bestimmt somit auch die Position des hydraulischen Sprungs bei  $x = 3.1$  m im dargestellten Fall.

Für die dynamische Berechnung der Grenzflächendichteverteilung  $a_i$  im Strömungsfeld nach Gleichung (5.5) ist ein plausibler Startwert für den mikroskopischen Krümmungsanteil  $\kappa_m$  zu wählen. Dieser orientiert sich an den experimentellen Ergebnissen aus Kapitel 4.3.1 und den dort ermittelten Blasengrößen.

Eine Zusammenstellung der übrigen Randbedingungen der Simulationen zeigt Tabelle 5.6. Die gesamte simulierte Zeit jeder berechneten Transiente betrug jeweils 40 s, um eine statistische Relevanz der ermittelten Daten zu erreichen. Der Initialisierungsprozess bis zum Erreichen der quasi-stationären Anfangsbedingung nimmt 10 s dieser Zeit in Anspruch.

**Tabelle 5.6:** Zusammenstellung der verwendeten Randbedingungen.

Variable	Lufteinlass	Wassereinlass	Rohrwand	Symmetrieebene	Auslass
Phasengehalt Wasser, $\alpha_l$	0	1	$\nabla\alpha_l \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\alpha_l \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\alpha_l \bullet \mathbf{n} = 0$
Phasengehalt Luft, $\alpha_g$	1	0	$\nabla\alpha_g \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\alpha_g \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\alpha_g \bullet \mathbf{n} = 0$
Druck, $p$	$\nabla p \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla p \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla p \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla p \bullet \mathbf{n} = 0$	$p = 1.01 \cdot 10^5$ Pa
Geschwindigkeit der Phasen, $\mathbf{U}_k$	$\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} u_{x,g}^{\text{ein}}(t)^* \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} u_{x,l}^{\text{ein}}(t)^* \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{U}_k \bullet \mathbf{n} = 0$	$(\nabla\mathbf{U}_k)\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
turb. kin. Energie, $k_k$	$k_k = f(j_g)$	$k_k = f(j_l)$	Wandfunktion	$\nabla k_k \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla k_k \bullet \mathbf{n} = 0$
turbulente Diss.rate, $\varepsilon_k$	$\varepsilon_k = f(j_g)$	$\varepsilon_k = f(j_l)$	Wandfunktion	$\nabla\varepsilon_k \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\varepsilon_k \bullet \mathbf{n} = 0$
mikroskopische Krümmung, $\kappa_m$	$\kappa_m = 6/d_{\text{sim}}^{\text{exp}}$	$\kappa_m = 6/d_{\text{sim}}^{\text{exp}}$	$\nabla\kappa_m \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\kappa_m \bullet \mathbf{n} = 0$	$\nabla\kappa_m \bullet \mathbf{n} = 0$

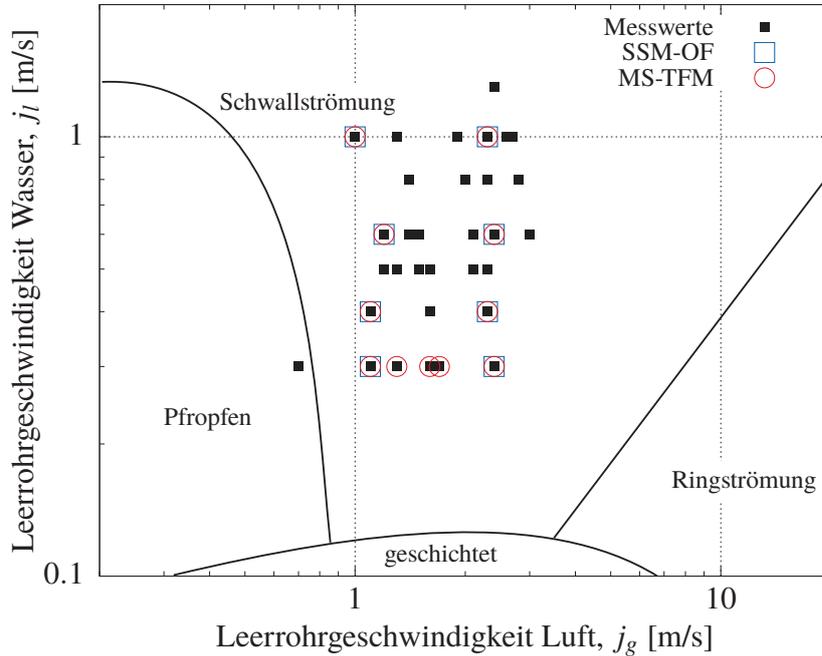
\*siehe Gleichung (5.50)

### 5.4.3 Statistische Ergebnisse

Die nachfolgenden Untersuchungen konzentrieren sich auf einen Bereich im voll ausgeprägten Schwallströmungsregime mit nennenswertem Gaseintrag. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Validierung des neuen MS-TFM zur Grenzflächendichtebestimmung (siehe Kapitel 3.3.4) in geschichteten und gestört-freien Strömungsregionen. Vergleichend wurden in den

berechneten Testfällen der Reibungswiderstandsterm  $\mathbf{M}_{D,k}^s$  mit dem Schichtenströmungsmodell in OpenFOAM (SSM-OF) nach Marschall [36] simuliert. Dieses Modell ist standardmäßig in OpenFOAM implementiert und berechnet  $\mathbf{M}_{D,k}^s$  nach Gleichung (2.37). Bei diesem Ansatz erfolgt die Modellierung der Grenzflächendichte im Transitionsbereich geschichteter Strömungen nach dem Modell der lokal-instantanen isotropen Grenzflächenmorphologie mit  $a_i = |\nabla\alpha_k|$ . Das Modell gründet auf der Annahme, dass die Grenzflächendichte sich nur senkrecht zur Transitionsregion der Grenzfläche entlang der Richtung von  $\mathbf{n}$  ändern darf, nicht jedoch entlang von Konturlinien mit konstantem  $\alpha_k$ . Diese Modellannahme berücksichtigt nicht den Einfluss von Varianzen der Grenzflächendichte im Strömungsverlauf, welche beispielsweise durch auftreffende Turbulenzballen aus der Flüssigphase auf die Phasengrenze hervorgerufen werden können [6, 7] und führt dadurch zu einer Unterschätzung der Grenzflächendichte in stratifizierten Strömungsbereichen [42].

Abbildung 5.16 zeigt die Strömungskarte der Versuchsanlage am Lehrstuhl für Thermodynamik, wobei die eingezeichneten Bereichsgrenzen der Strömungsregime nach dem Modell von Mandhane et al. [140] bestimmt sind. Gekennzeichnet sind die zur videometrischen Untersuchung angefahrenen Leerrohrgeschwindigkeitskombinationen sowie die korrespondierenden, simulierten Testfälle mit dem SSM-OF (blau) und mit dem neuen turbulenzbasierten Grenzflächendichtemodell im MS-TFM (rot). Der Bereich unterhalb von  $j_l = 0.3$  m/s wurde nicht betrachtet, da hier die Schwallentstehungsfrequenz unter einen Wert fällt, für welchen die Ermittlung statistisch relevanter Ergebnisse mit den zur Verfügung stehenden technischen Mitteln und Rechenkapazitäten nicht mehr gewährleistet werden kann. Für Werte oberhalb von  $j_g = 3.0$  m/s ist das Regime durch eine starke Instabilität der Schwallkörper mit sehr häufigen *blow trough*-Ereignissen und einem Zusammenbrechen der Schwalle gekennzeichnet. Die auftretenden Schwallkörper sind wenig massereich, dissipieren beim Zerfall viel ihrer Energie und tragen damit deutlich weniger Impuls, was die mechanischen Lasten auf die Strukturmaterialien erheblich vermindert. Es ist außerdem schwierig die schaumartige Gestalt dieser Schwalle klar zu detektieren.



**Abbildung 5.16:** Strömungskarte der Versuchsanlage nach [140] mit den untersuchten Messpunkten und den bezogenen simulierten Testfällen für die jeweils angewendeten Modelle.

Zur Überprüfung der statistischen Genauigkeit der vorhergesagten Ergebnisse aus den Simulationen wurde jeweils ein globales Charakteristikum des Strömungsregimes zur zeitlichen und räumlichen Bestimmtheit mit den experimentellen Daten in Beziehung gesetzt. Der dazu gewählte zeitliche Parameter ist die Schwallfrequenz  $f$  und die räumliche Kennzeichnung wird über den Ort der Schwallentstehung bestimmt. Die Schwallfrequenz wurde als Inverse des arithmetisch gemittelten zeitlichen Abstandes zwischen zwei auftretenden Schwallen  $f = 1/\overline{\Delta t}$  bestimmt. Der Schwallentstehungsort sei als Position im Rohr  $x/L$  definiert, an welchem ein Schwall erstmals den Rohrquerschnitt vollständig blockiert. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse aus Simulation und Experiment ist in Abbildung 5.17 visualisiert und zeigt den Einfluss der unterschiedlichen Modellierung des Reibungswiderstandsterms  $\mathbf{M}_{D,k}^s$  nach Gleichung (2.37) (SSM-OF) beziehungsweise nach Gleichung (3.29) bei Anwendung in dem neuen MS-TFM Löser.

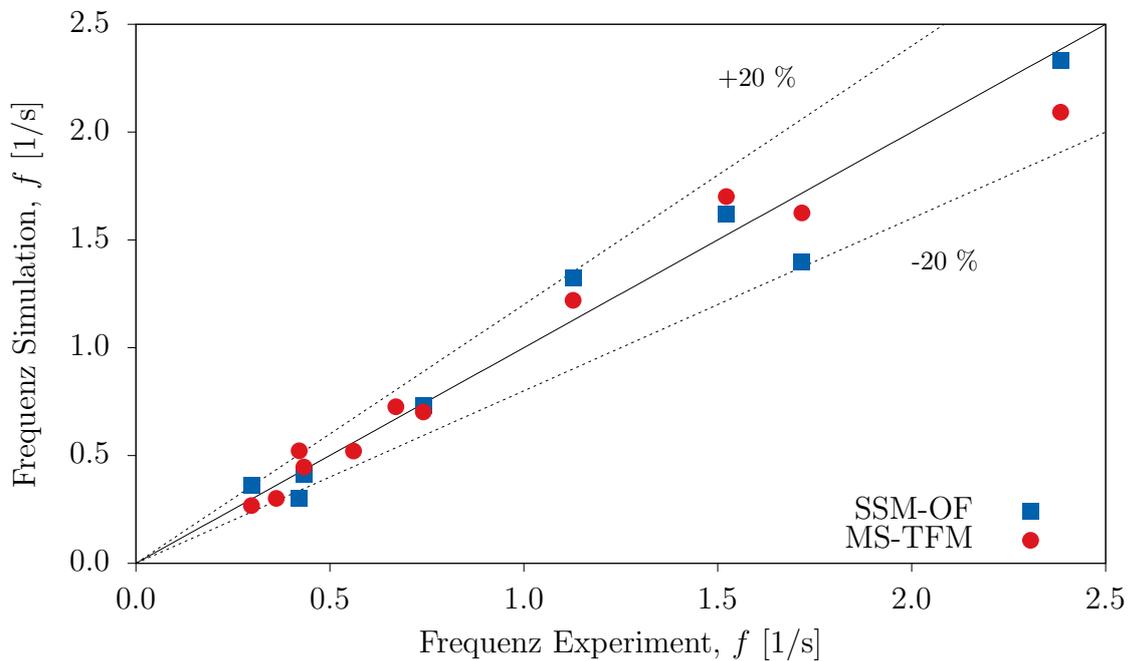


Abbildung 5.17: Simulierte Schwallfrequenz im Vergleich zum Experiment für die verwendeten Schichtströmungsmodelle.

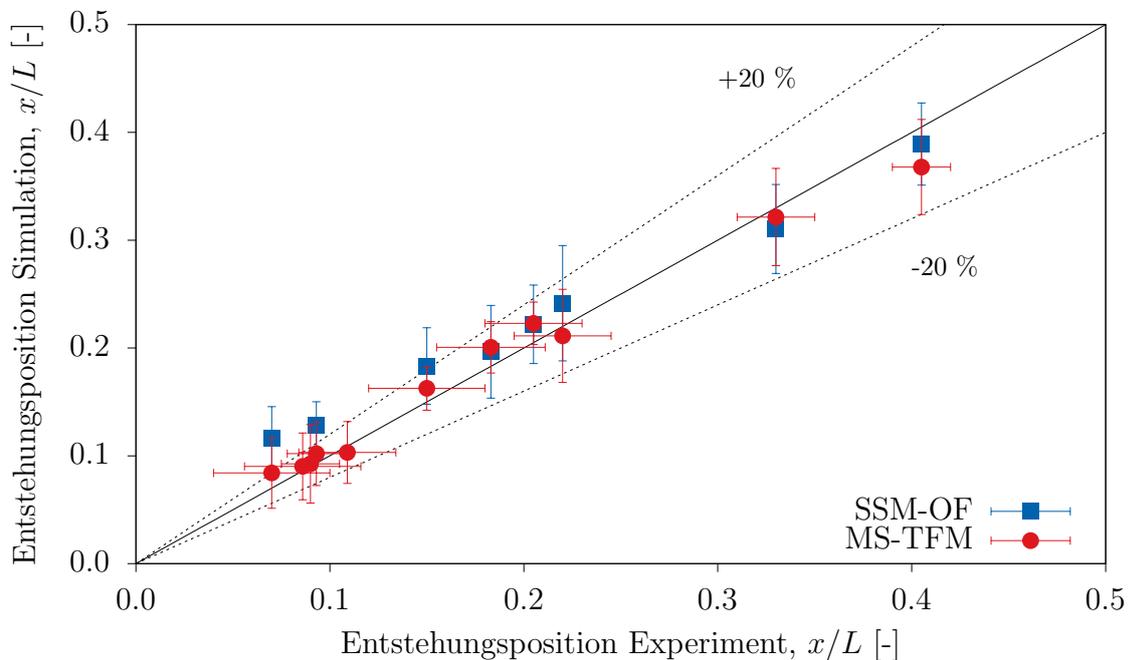


Abbildung 5.18: Simulierter Schwallentstehungsort im Vergleich zum Experiment für die verwendeten Schichtströmungsmodelle.

Die Güte der statistischen Ergebnisse kann über die Standardabweichung vom Erwartungswert  $SEE$  analog zu Gleichung (4.11) quantifiziert werden. Dabei entspricht der Erwartungswert im vorliegenden Fall dem experimentell ermittelten Ergebnissen  $f_{\text{exp}}$  bzw.  $(x/L)_{\text{exp}}$  und  $f_{\text{sim}}$  bzw.  $(x/L)_{\text{sim}}$  den Ergebnissen der Simulation des korrespondierenden Testfalls.

Die Auswertung zeigt generell eine gute Übereinstimmung für beide angewendete Modelle sowohl für die Schwallfrequenz, als auch für die Schwallentstehungsposition. Die Verwendung des MS-TFM mit dem Reibungswiderstandsterm nach Gleichung (3.29) führt zu nur geringfügigen Änderungen bei der Schwallfrequenzberechnung. Bei Betrachtung der maximalen relativen Abweichung zeigen sich keine deutlichen Unterschiede in den Ergebnissen zwischen den untersuchten Modellen. Für das SSM-OF ergibt sich ein Wert von  $|(f_{\text{sim}} - f_{\text{exp}})/f_{\text{exp}}|_{\text{max}} = 27.2 \%$  und  $|(f_{\text{sim}} - f_{\text{exp}})/f_{\text{exp}}|_{\text{max}} = 26.7 \%$  für das neue Modell im MS-TFM. Die Standardabweichung beträgt für das neue Modell  $SEE = 0.135 \text{ s}^{-1}$ , während das SSM-OF einen Wert von  $SEE = 0.146 \text{ s}^{-1}$  liefert. Dieses Ergebnis entspricht jenem der Voruntersuchungen bezüglich des Pfropfenströmungsregimes: Auch hier zeigte sich die Schwallfrequenz bei Parametervariationen und Änderung der räumlichen Auflösung wenig sensitiv.

Ein anderes Bild ergibt sich bei der Untersuchung des Schwallentstehungsorts. Eine Betrachtung der Datenpunkte für das SSM-OF in Abbildung 5.18 zeigt ein Anwachsen der Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und experimentellen Ergebnissen für sinkende Werte der Schwallentstehungspositionen. Diese Ergebnisse wurden erstmals im Rahmen dieses Projektes in [141] veröffentlicht. Die besonders hohen relativen Abweichungen von 66.6 % an der Position  $(x/L) = 0.7$  und 37.8 % an der Position  $(x/L) = 0.93$  korrespondieren mit dem unteren, in Abbildung 5.16 dargestellten Untersuchungsbereich, nahe des Transitionsgebiets zur geschichteten Wellenströmung. Unter diesen Strömungsbedingungen treten generell niedrigere Relativgeschwindigkeiten auf, sodass Instabilitäten eine geringere Verstärkung erfahren. Außerdem führt die Vernachlässigung der nicht-aufgelösten Grenzflächenstörungen durch das SSM-OF in diesem Bereich zu einer Unterschätzung des Impulsaustausches zwischen den Pha-

sen. Dadurch treten Störungen erst deutlich weiter stromab in Erscheinung und der Schwallentstehungsort verlagert sich zu größeren Werten von  $(x/L)$ . Die Einbeziehung des neuen, turbulenzbasierten Grenzflächendichtemodells im MS-TFM führt zu einer Verringerung der Abweichung auf 20.1 %, beziehungsweise 9.7 %. Zur Überprüfung dieser Ergebnisse wurden weitere Testfälle in der Nähe des Transitionsbereichs zur geschichteten Strömung berechnet. Auch diese Ergebnisse decken sich sehr gut mit dem Experiment. Die Quantifizierung der erreichten Modelloptimierung mit Hilfe der Standardabweichung vom Erwartungswert analog zu Gleichung (4.11) ergibt für das neu entwickelte Modell im MS-TFM  $SEE = 0.180$  m, bei einem Wert von  $SEE = 0.276$  m für das SSM-OF. Die Fehlerbalken in Abbildung 5.18 repräsentieren die Standardabweichung vom arithmetischen Mittel. Es wird deutlich, dass sowohl für Experiment als auch Simulation deutliche Schwankungen in der Entstehungsposition auftreten. Dieses Ergebnis unterstreicht den stochastischen Charakter des Phänomens.

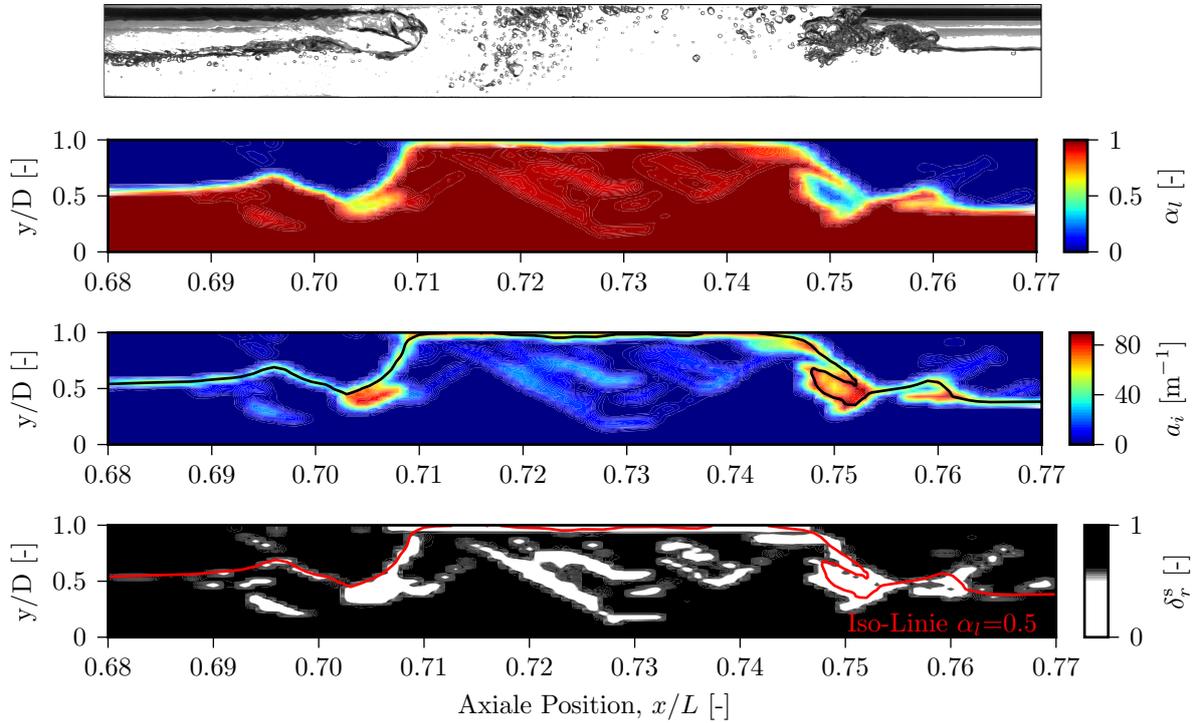
#### 5.4.4 Untersuchungen zum Entrainmentverhalten

Das entwickelte numerische Verfahren zeichnet sich im besonderen Maße durch die Fähigkeit aus, neben der quantitativ richtigen Wiedergabe der globalen Charakteristika des Schwallströmungsregimes in horizontalen Rohren auch lokale Phänomene bezüglich des Dispersionsverhaltens der Gasphase im Schwallkörper darstellen zu können. Die Behandlung des Phänomens im Rahmen des Euler-Euler Zwei-Fluid Modells und die Einbeziehung der IATE erlaubt die dynamische Modellierung des Verhaltens der eingeschlossenen Gasblasen und dem daraus folgenden Einfluss auf die Stabilität der impulstragenden Schwalle. Abbildung 5.19 zeigt eine Momentaufnahme eines Schwallkörpers aus den videometrischen Untersuchungen sowie instantane Konturen des Flüssigphasengehalts  $\alpha_l$  (oben), der Grenzflächendichteverteilung  $a_i$  (mitte) und der Regionendetektionsfunktion  $\delta_r^s$  (unten) des Simulationsergebnisses der zugehörigen Testfallkonfiguration. Die jeweils schwarze und rote Linie in der Konturdarstellung von  $a_i$  und  $\delta_r^s$  benennen den Isowert von  $\alpha_l = 0.5$  und sollen eine Annäherung an die Form der makroskopischen Grenzfläche wiedergeben. Der dargestellte Test-

fall befindet sich etwa im Zentrum der in Abbildung 5.16 gezeigten Untersuchungsmatrix mit einem Verhältnis von  $j_l/j_g = 0.5$ . Dieser Testfall ist durch das Auftreten stabiler Schwalle mit deutlichem Gaseintrag gekennzeichnet, weshalb es das Regime in geeigneter Weise repräsentiert. Die Hauptströmungsrichtung verläuft von links nach rechts. Sowohl die Geometrie von Schwallkörper und Filmzone als auch die Verteilung der dispergierten Gasphase im Schwallkörper zeigen eine gute, qualitative Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment. Die morphologischen Besonderheiten der einzelnen Teilabschnitte des Schwalls können mit dem MS-TFM reproduziert werden. Hervorzuheben sind dabei die jeweils vor- und nachlaufende Welle um den Schwallkörper sowie die Blasenagglomeration am Kopf des Schwalls. Diese Übereinstimmung weist darauf hin, dass sowohl die schwallauslösenden Strömungsphänomene als auch die Strömungshistorie von dem numerischen Modell richtig erfasst werden können.

Das lokale Verhalten des Entrainments im Schwallkörper wird im MS-TFM durch die Dynamik des mikroskopischen Krümmungsanteils  $\kappa_m$  nach Gleichung (3.16) und damit durch die Grenzflächendichte  $a_i$  in den dispersen Bereichen der Strömung bestimmt. Details zur Modellierung der Krümmungsanteile finden sich in Kapitel 3. Nachfolgend werden die Simulationsergebnisse bezüglich der Grenzflächendichte mit den experimentellen Daten (siehe Kapitel 4) in Beziehung gesetzt.

Bei der Schwallströmung handelt es sich um ein hochgradig stochastisches Phänomen. Der Vergleich lokal-instantaner Werte einzelner Schwalle in Simulation und Experiment erscheint als nicht zielführend, da eine direkte Zuordnung durch starke räumliche und zeitliche Fluktuationen unmöglich erscheint. Für eine aussagekräftige Validierung ist es deshalb dienlich, ein charakteristisches Ergebnis für jede untersuchte Kombination der Luft-Wasser-Leerrohrgeschwindigkeiten zu ermitteln. Ziel dieses Vorgehens ist es, durch zeitliche Mittelung der räumlichen Felder die tendenzielle Verteilung des betrachteten Parameters im Schwall zu untersuchen und somit einen repräsentativen Modellschwallkörper der jeweiligen Konfiguration zu bestimmen. Um dies zu erreichen, müssen die Schwalle in ihrer Bewegung im Rohr zunächst detektiert werden. Dazu ist, wie in Kapitel 4.2 beschrieben, die



**Abbildung 5.19:** Momentaufnahme eines Schwalls im Versuchsstand am Lehrstuhl für Thermodynamik und Konturen des Flüssigphasengehalts (oben), der Grenzflächendichte (mittig) und der Regionendetektionsfunktion (unten) der korrespondierenden Simulation für  $j_l = 0.6$  m/s und  $j_g = 1.2$  m/s.

Geschwindigkeit und räumliche Ausdehnung jedes einzelnen Schwalls zu ermitteln, um seine Bewegung relativ zu einem ortsfesten Koordinatensystem zu verfolgen. Jeder Schwall wird dann auf seine Länge normiert und die vertikalen Profile des zu untersuchenden Parameters an festen Relativpositionen  $\eta$  im Schwall bestimmt. Die Schwallfront befindet sich mit Einführung der Koordinate  $\eta$  per Definition am Punkt  $\eta_0 = 0$  und das Schwallende am Punkt  $\eta_1 = 1$ . Zur Bestimmung der Grenzflächendichteverteilung wurde der in Abschnitt 4.3.1 vorgestellte Algorithmus zur Analyse der videometrischen Daten angewendet. Dabei stehen die Signalstärke  $\Gamma$  am Kamerasensor und die Grenzflächendichte  $a_i$  über Gleichung (4.8) in Beziehung. Abbildung 5.20 zeigt zur Verdeutlichung drei Relativpositionen in einem Schwallkörper und die zugehörigen instantanen Grenzflächendichteprofile.

Da das Sichtfenster der videometrischen Untersuchungen in der Regel klei-

ner ist als die Länge des ausgebildeten Schwall, werden die Relativpositionen mit Hilfe des nachfolgend dargestellten Prozederes ermittelt:

- Die Relativposition der linken Grenze des Sichtfensters  $\eta_{li}$  im Schwallkörper wird mittels der in Kapitel 4.2 bestimmten Schwallgeschwindigkeit  $u_{sw}$  und -länge  $L_{sw}$  berechnet

$$\eta_{li} = \frac{u_{sw}\Delta t}{L_{sw}}, \quad (5.54)$$

mit  $\Delta t$  als Zeitversatz zwischen der Aufnahme des aktuellen Bildes und dem Zeitpunkt der ersten Aufnahme der Schwallfront des aktuell betrachteten Schwalls.

- Die Berechnung der Relativposition der rechten Grenze  $\eta_{re}$  unter Einbeziehung der Fensterweite in Strömungsrichtung  $B$  erfolgt nach

$$\eta_{re} = \eta_{li} - \frac{B}{L_{sw}}. \quad (5.55)$$

- Nach Festlegung der Sichtfenstergrenzen im Schwallkörper kann die Position der gesuchten Koordinate  $\eta$  an die horizontale Pixelposition gebunden werden. Bei einer horizontalen Auflösung von 1024 Pixeln ergibt sich die zugehörige Position  $x(\eta)$  zu

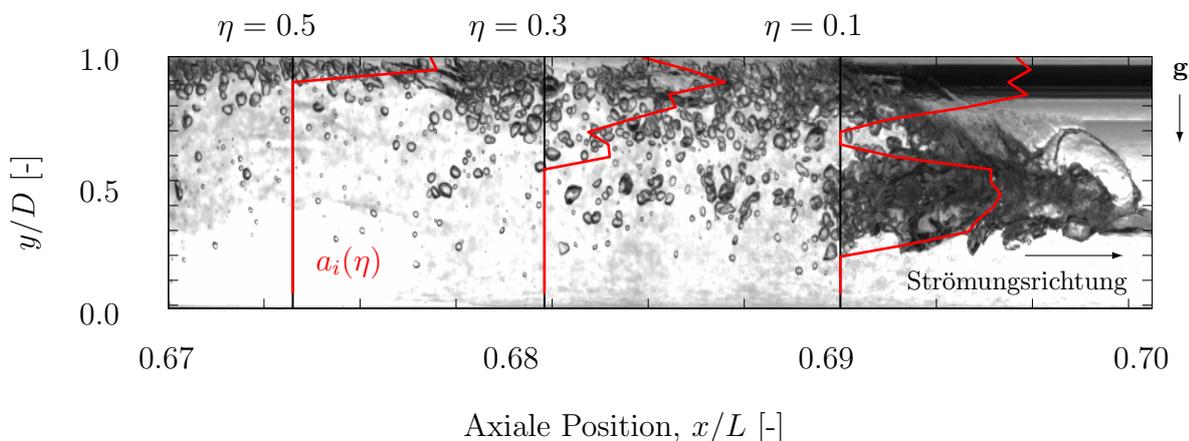
$$x(\eta) = \frac{1024 \cdot (\eta_{li} - \eta)}{\eta_{li} - \eta_{re}}. \quad (5.56)$$

Mittels dieses Vorgehens ist es möglich, die Relativposition  $\eta$  im Schwallkörper zu verfolgen und die zeitliche Entwicklung der tiefenintegrierten Messergebnisse zu untersuchen sowie gemittelte, vertikale Profile der betrachteten Parameter zu erstellen.

Die Auswertung der Simulationsergebnisse verläuft äquivalent zu dem vorgestellten Prozedere nach Gleichung (5.54) bis (5.56). Die instantante Schwallposition wird innerhalb eines Betrachtungsfensters bestimmt, welches der Sichtfensterweite und Kameraposition im Experiment entspricht. Zusätzlich erfolgt innerhalb dieses Betrachtungsfensters für jede horizontale

und vertikale Zellebene und jeden ausgegebenen Zeitschritt eine Linienintegration der Zellwerte entlang der  $z$ -Achse des in Abbildung 5.11 gezeigten Koordinatensystems. Das Ergebnis ist eine zweidimensionale Matrix, welche die tiefenintegrierten Simulationsergebnisse bezüglich der Grenzflächendichte in *Seitenansicht* der Strömung beinhaltet, wodurch eine Vergleichbarkeit der numerischen Daten mit den linienintegrierten experimentellen Daten erreicht wird.

Die Abbildungen 5.21 - 5.26 zeigen die Validierungsergebnisse bezüglich der vertikalen Grenzflächendichteprofile für sinkende Werte von  $j_l$  und  $j_g$ . Dargestellt sind die zeitlich gemittelten Werte aller detektierten Schwalle der jeweiligen Leerrohrgeschwindigkeitskonfiguration an 20 %, 40 %, 60 % und 80 % der gemessenen Gesamtlänge jedes repräsentativen Schwallkörpers. Die Reihenfolge der abgebildeten Testfälle führt in der Strömungskarte (Abbildung 5.16) von rechts-oben nach links-unten durch das Gebiet des Schwallströmungsregimes. Dabei entfernen sich die Fälle von dem Gebiet der Ringströmung und nähern sich den Wellen- und Pfropfenströmungsregimen an. Abbildung 5.21 zeigt das Ergebnis für den Fall mit der höchsten additiven Leerrohrgeschwindigkeit. Die Simulationsergebnisse decken sich dabei gut mit den experimentellen Daten. Nahe der Schwallfront, an der Position  $\eta=0.2$  ist erkennbar, wie im Bereich der Rohrmitte um  $y/D=0.5$  Gas in den Schwallkörper eingetragen wird. Weiter hinten im Schwallkörper sammeln sich größere Blasen vorwiegend oben im Rohr, während kleinere Bla-

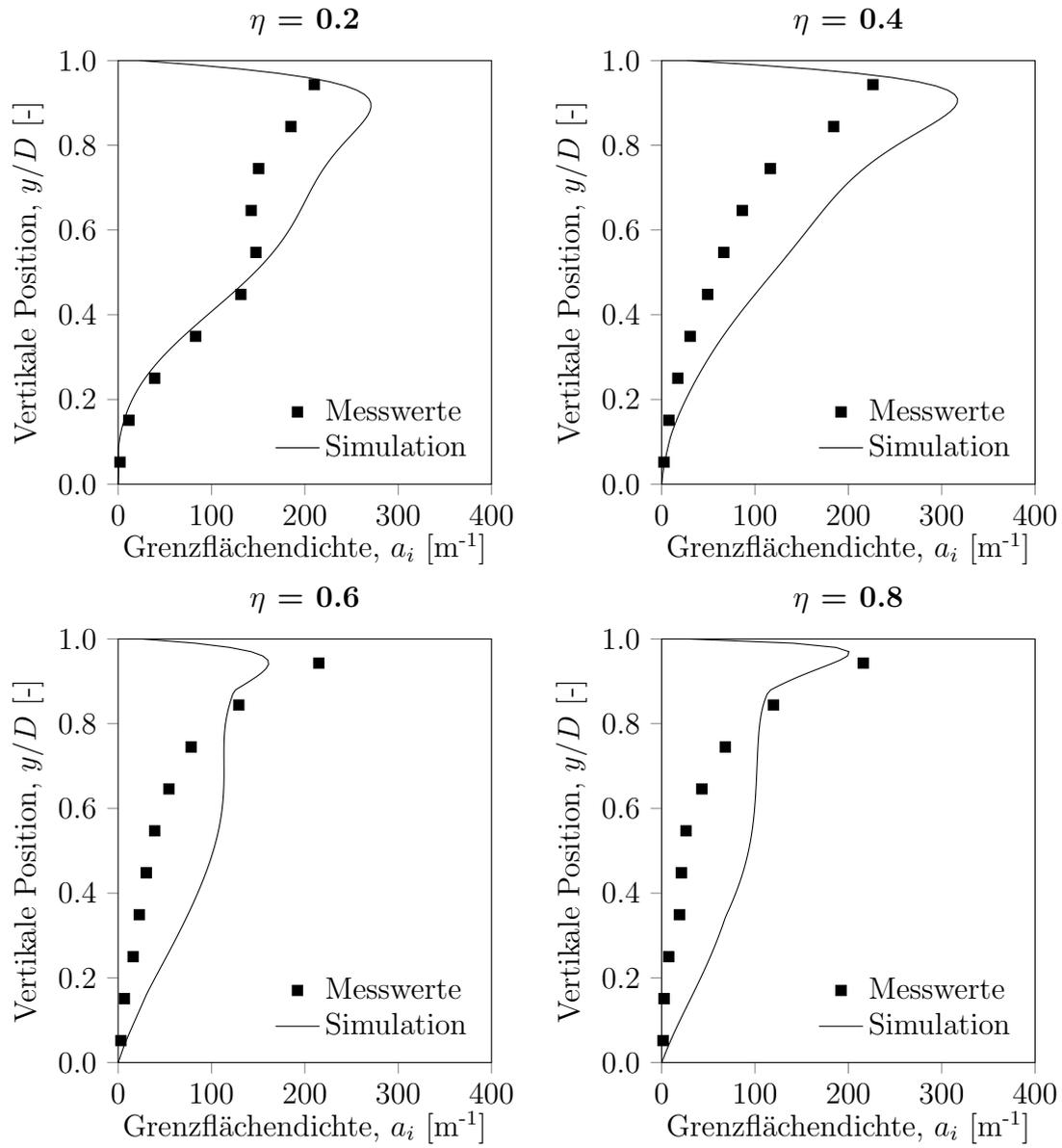


**Abbildung 5.20:** Vertikale Grenzflächendichteprofile an drei Relativpositionen in einem Schwallkörper.

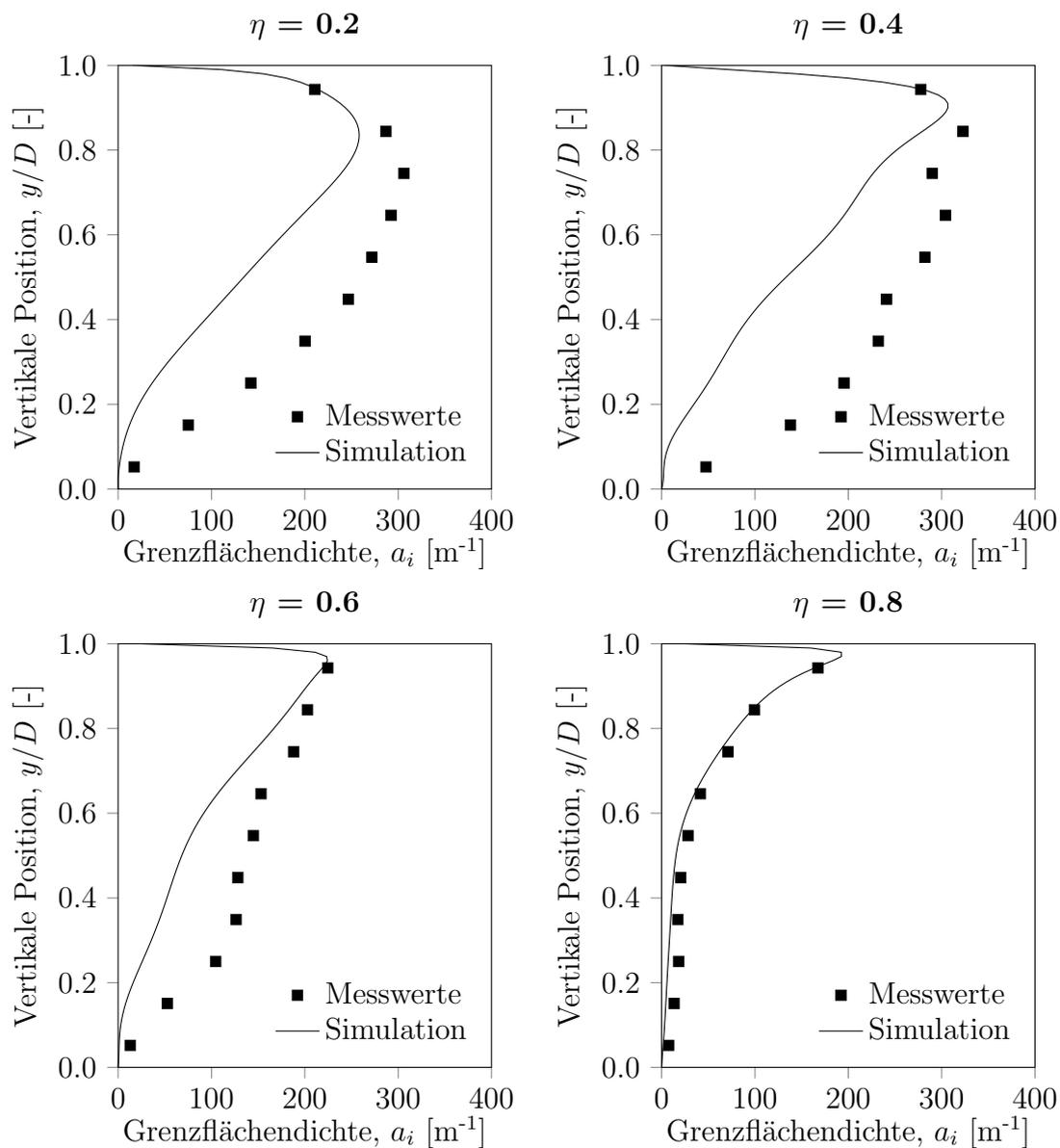
sen durch den größeren Einfluss des Reibwiderstandes nur langsam aufsteigen. Dieses Verhalten wird in den Simulationen tendenziell überschätzt. Die Grenzflächendichte bleibt bis zur Position  $\eta = 0.8$  in der Mitte des Rohres in der Simulation höher als im Experiment. In der oberen Wandnähe ist in allen Simulationen eine starke Verringerung des  $a_i$ -Wertes zu beobachten. Diese begründet sich aus der Verwendung eines negativen Lift-Koeffizienten, welcher in den Voruntersuchungen (Kapitel 5.2) die besten Übereinstimmungen zwischen Simulation und Experiment lieferte. Abbildung 5.22 zeigt einen Fall mit einer hohen Luftleerrohrgeschwindigkeit von  $j_g=2.4$  m/s bei einer deutlich kleineren Wasserleerrohrgeschwindigkeit von  $j_l=0.6$  m/s. Die Profile zeigen einen hohen Gaseintrag mit starker Dispersion und damit hohe Werte von  $a_i$  über einen weiten Bereich der Schwalllänge hinweg. In den Simulationen wird das Aufsteigen und die Koaleszenz der Blasen im unteren bis mittleren Rohrbereich überschätzt. Die Verteilung an der Position  $\eta=0.8$  deckt sich hingegen sehr gut mit dem Experiment. Sinkt die Luftleerrohrgeschwindigkeit im Verhältnis zur Wasserleerrohrgeschwindigkeit ab, nimmt auch der Gaseintrag in den Schwallkörper und die Dispersion der Blasen ab. Dieses Verhalten lässt sich in Abbildung 5.23 beobachten und wird durch sinkende Werte von  $a_i$  deutlich. Die starke Gasagglomeration an der oberen Rohrwand wird durch die Simulation wiedergegeben.

Bei einem Vergleich zwischen den Testfällen wird deutlich, dass die Profile der Grenzflächendichte nahe am Rohrboden, mit Annäherung an ein geschichtetes Strömungsregime immer mehr gegen Null streben. Besonders klar erkennbar ist dies bei den dargestellten Fällen in Abbildung 5.24 und 5.25. Dieses Verhalten wird durch zwei Faktoren verursacht: Zum einen führen geringere Strömungsgeschwindigkeit und die Ausbildung stabiler Schwallkörper zu geringeren Gaseinträgen. Zum anderen trägt die Turbulenz in der Flüssigphase bei kleineren Reynoldszahlen weniger Energie, wodurch der Zerfall von Blasen durch Turbulenzeinschläge vermindert wird. In dem in Abbildung 5.26 gezeigten Fall ist dieses Verhalten weniger deutlich. Die Schwallfrequenz besitzt in dieser Konfiguration den kleinsten Wert aller gezeigten Testfälle mit  $f_{sw} = 0.421$  s<sup>-1</sup>, womit auch die geringste Anzahl an Schwallen in die Mittelung einfließt. Damit besitzt dieser Testfall nur eine geringe statistische Aussagekraft.

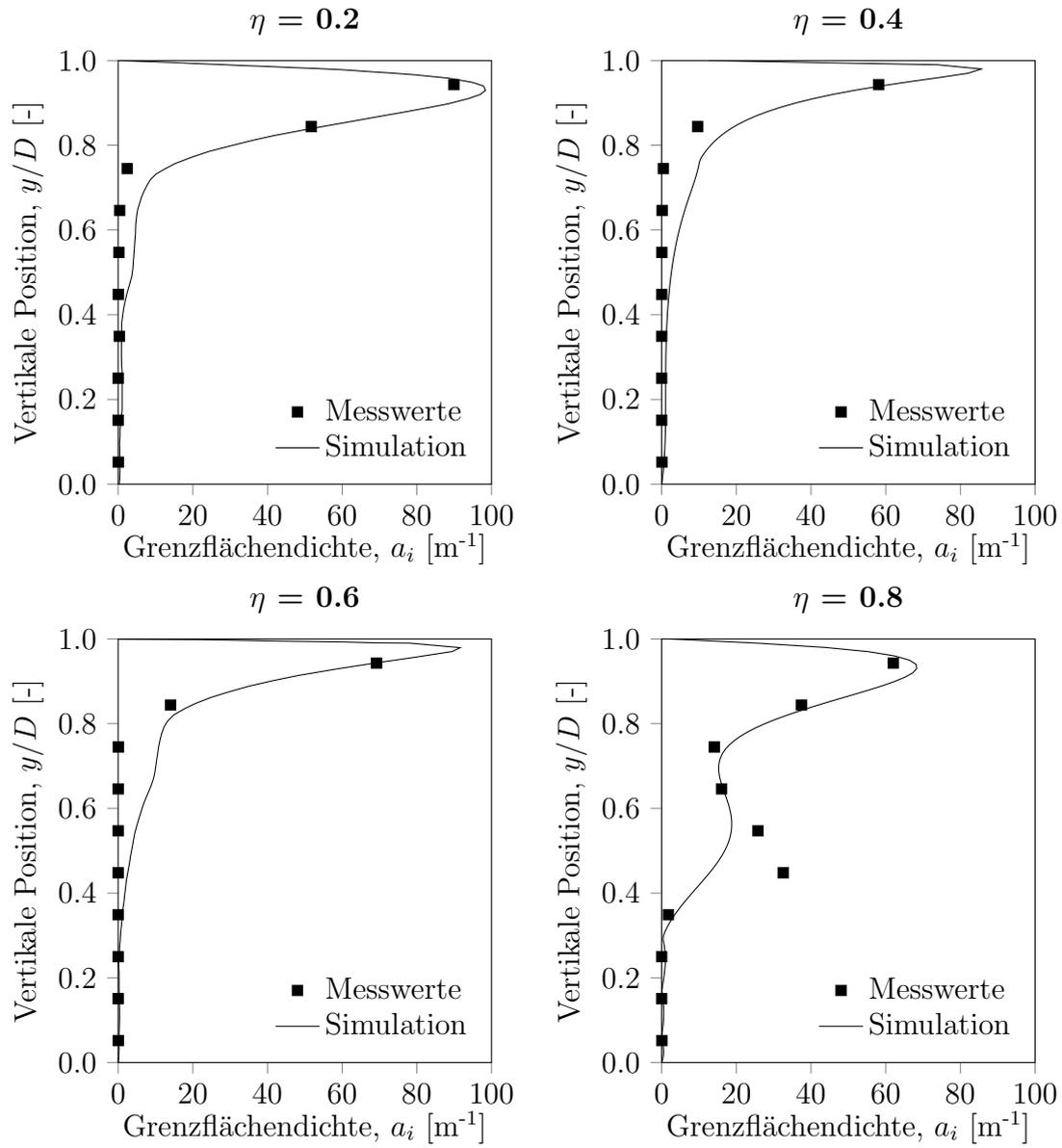
Generell kann eine Tendenz zur Überschätzung der Grenzflächendichte im Zentrum des Rohres beobachtet werden. Dieses Verhalten deckt sich mit den Erkenntnissen aus Kapitel 5.2. Es wird angenommen, dass dieses Verhalten vorwiegend auf eine unzulängliche Modellierung der Koaleszenz- und Zerfallsmodelle der IATE für horizontale Strömungsbedingungen zurückzuführen ist. Ein weiterer Einfluss geht von dem berechneten Wert für die turbulente Dissipationsrate  $\varepsilon$  aus dem Turbulenzmodell aus, welcher die Modelle zur Blaseninteraktion stark beeinflusst (siehe Kapitel 5.2.5). Mit den in Kapitel 5.2 gezeigten Untersuchungen zur Auswahl der passenden Submodelle für disperse Strömungsbereiche konnte eine deutlichen Verbesserung in den Übereinstimmungen der gemittelten vertikalen  $a_i$ -Profile im Vergleich zu den in OpenFOAM empfohlenen Standardeinstellungen erreicht werden. Ergebnisse dazu wurden auch in [141] veröffentlicht.



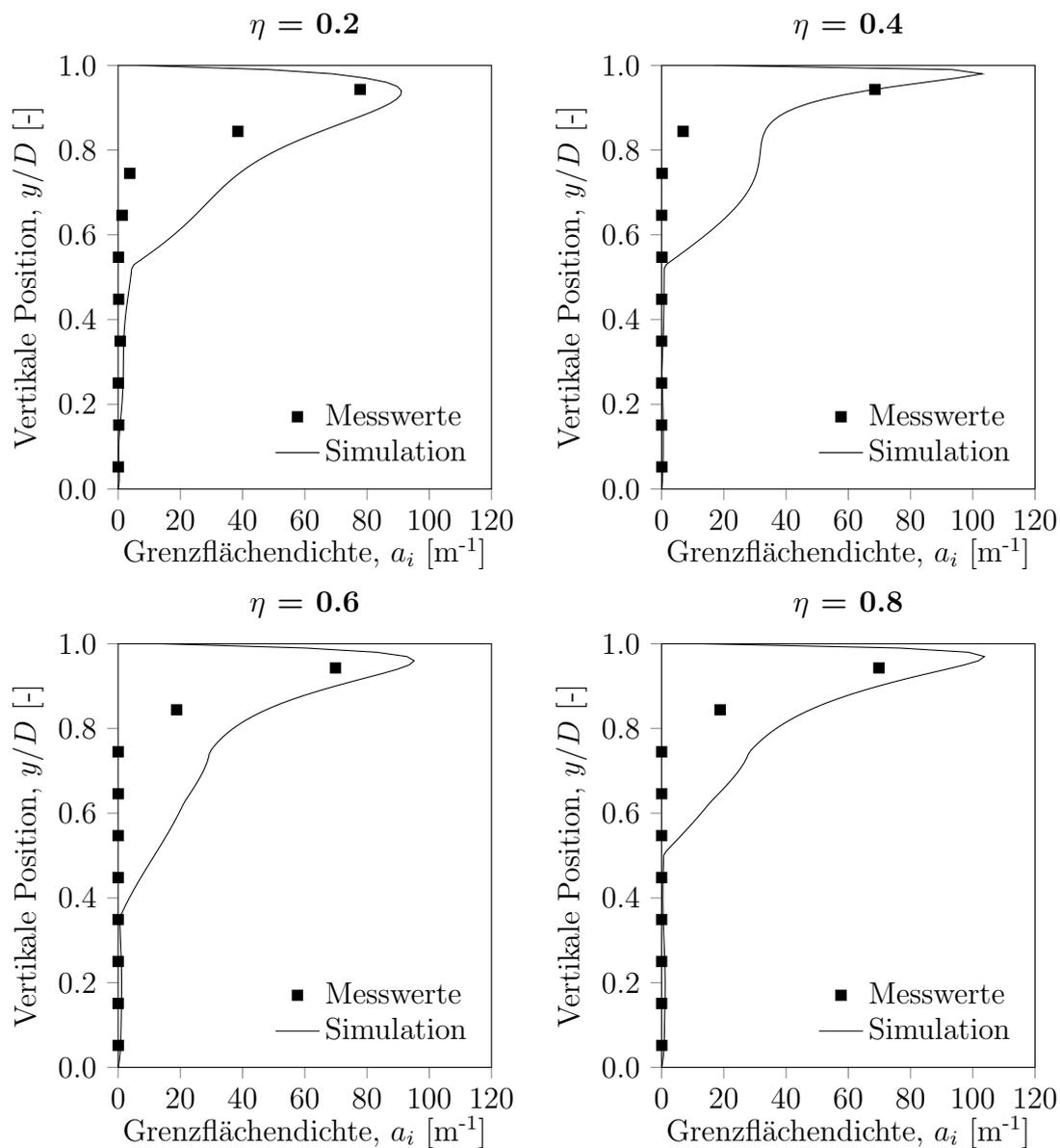
**Abbildung 5.21:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 1.0$  m/s und  $j_g = 2.3$  m/s.



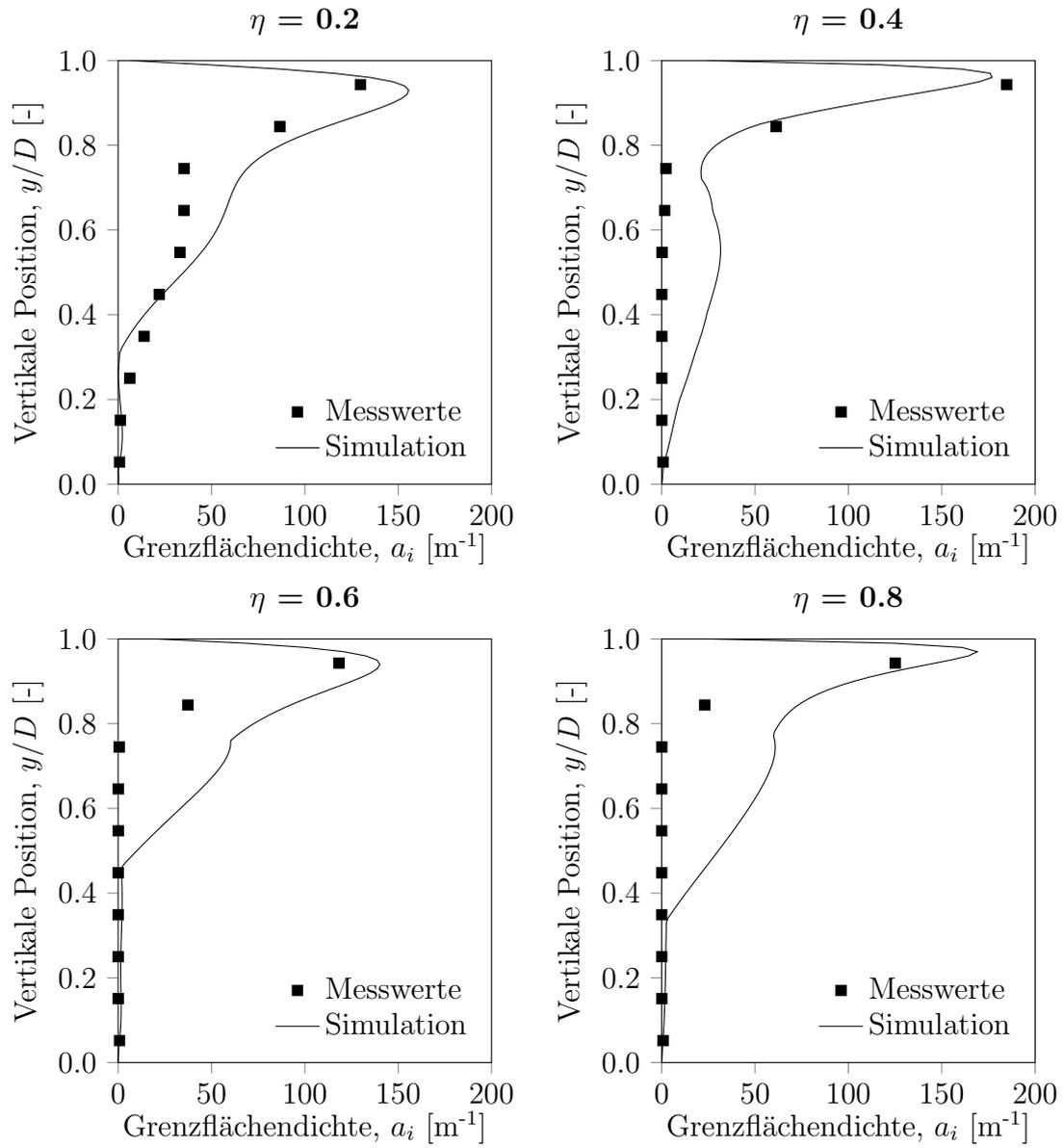
**Abbildung 5.22:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 0.6 \text{ m/s}$  und  $j_g = 2.4 \text{ m/s}$ .



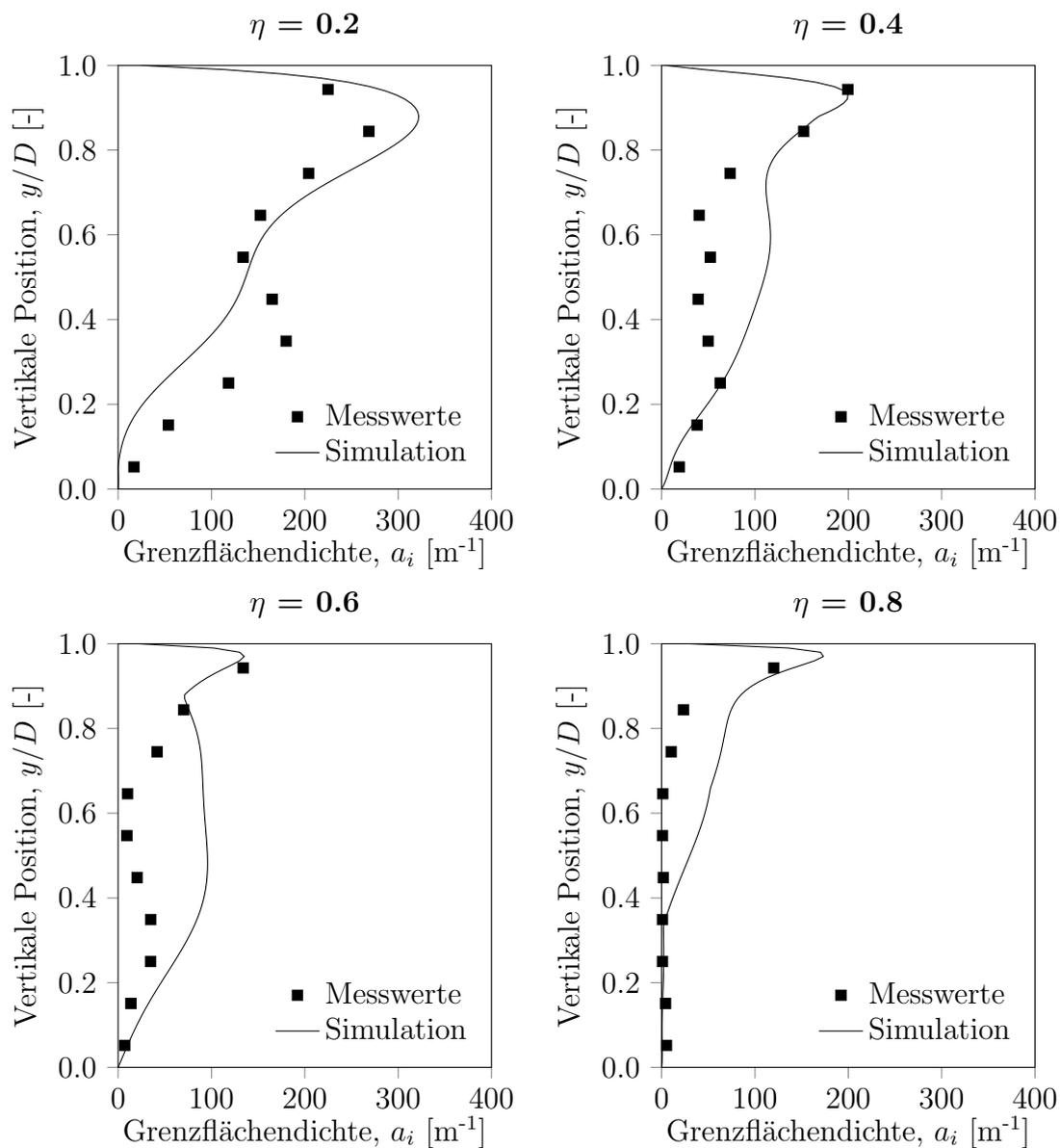
**Abbildung 5.23:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 0.6$  m/s und  $j_g = 1.2$  m/s.



**Abbildung 5.24:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 0.4$  m/s und  $j_g = 1.1$  m/s.



**Abbildung 5.25:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 0.3 \text{ m/s}$  und  $j_g = 1.6 \text{ m/s}$ .



**Abbildung 5.26:** Gemittelte vertikale Grenzflächendichteprofile an vier Relativpositionen im repräsentativen Schwallkörper für  $j_l = 0.3 \text{ m/s}$  und  $j_g = 1.1 \text{ m/s}$ .



## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Untersuchung und Modellierung mehrphasiger Strömungsprozesse ist ein wichtiger und aktueller Schwerpunkt der Reaktorsicherheitsforschung. Ziel ist es, sowohl die Integrität der Strukturmaterialien und Reaktorschutzsysteme, als auch die neutronenkinetische Wechselwirkung und das thermohydraulische Verhalten in den Kühlkreisläufen von Kernreaktoren vorhersagen und bewerten zu können. Die vorliegende Arbeit ist Teil dieser Bemühungen und konzentriert sich auf das Phänomen der stark intermittierenden, horizontalen Pfropfen- und Schwallströmung in Wasser-Luftgemischen unter atmosphärischen Bedingungen.

Diese durch große Asymmetrie und hohe Skalenspreizung gekennzeichnete Strömungsform stellt besondere Anforderungen an ein numerisches Modellierungsverfahren im Bezug auf Speicherkapazität, Rechenbedarf und Flexibilität. Um den gestellten Anforderungen gerecht zu werden, wurde ein numerisches Verfahren entwickelt, welches die Vorteile des skalenenmittelden Euler-Euler Zwei-Fluid Modells bezüglich des numerischen Aufwands in großen Rechengebieten mit der Fähigkeit der Volume-of-Fluid Methode verbindet, stratifizierte Strömungsbereiche quantitativ richtig zu beschreiben. Das Verfahren zeichnet sich durch hohe Flexibilität im Hinblick auf die dynamischen Übergangsprozesse zwischen dispersen und geschichteten Strömungsbereichen aus. Der dazu angewendete Algorithmus verwendet die skalare Grenzflächenkrümmung als Feldvariable zur Unterscheidung der lokalen Strömungsform und zur Auswahl der zugehörigen Submodelle des interphasigen Impulsaustausches.

Um das transiente Verhalten der modellierten Grenzflächenmorphologie in dispersen Strömungsbereichen berücksichtigen zu können, wurde die Grenzflächentransportfunktion (IATE, *Interfacial Area Transport Equation*) in das numerische Lösungsverfahren einbezogen. Zugehörige und aus der Li-

teratur bekannte Submodelle zur Beschreibung von Koaleszenz- und Zerfallsprozessen disperser Partikel, der Zwischenphasenkräfte und der blaseninduzierten Turbulenz wurden implementiert und auf ihre Anwendbarkeit unter horizontalen Strömungsbedingungen hin untersucht.

Die Grenzflächendichte als bestimmender Parameter zum interphasigen Impulsaustausch wurde ferner auch für eine Modellerweiterung des Reibungswiderstandsterms in stratifizierten Strömungsregionen genutzt. Dies erlaubt die Berücksichtigung lokaler Schwankungen in den Zwischenphasenkräften infolge unteraufgelöster, turbulenzgetriebener Grenzflächenverformungen. Durch die Verwendung der Grenzflächendichte für die Regionendiskriminierung wurde außerdem eine geschlossene Konzeptionierung des numerischen Verfahrens auf Basis desselben kritischen Parameters erreicht.

Die numerischen Untersuchungen wurden durch eigene Experimente am Versuchsstand für horizontale Strömungsphänomene am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München ergänzt. Im Besonderen wurden videometrischen Messungen globaler Charakteristika des Schwallströmungsregimes durchgeführt und ein Verfahren zur Extraktion zeitaufgelöster Daten zur Grenzflächendichteverteilung entwickelt und überprüft.

Der Vergleich der experimentellen Daten mit den Simulationsergebnissen des entwickelten numerischen Verfahrens zeigt gute qualitative sowie quantitative Übereinstimmung. Weiter konnten Schwächen häufig angewendeter Submodelle der IATE bei Anwendung unter Horizontalbedingungen identifiziert werden. Das neue numerische Verfahren liefert eine quantitativ höhere Ergebnisqualität im Vergleich mit *State-of-the-Art* Methoden, besonders für niedrige additive Leerrohrgeschwindigkeiten und bei Annäherung an das Wellenströmungsregime. Es erlaubt außerdem, quantitative und zeitlich aufgelöste Aussagen über das Entrainmentverhalten und damit über die Stabilität der Schwallkörper zu treffen.

Das angewendete videometrische Verfahren zur experimentellen Grenzflächendichtebestimmung kann nur linienintegrierte Daten liefern. Aus diesem Grund beinhaltet die entwickelte Messmethode Modellannahmen, welche gewissen Unsicherheiten unterliegen. Die Aussagekraft der experimen-

---

tellen Daten nimmt deshalb mit zunehmender Partikelverformung und Anzahldichte ab und wurde über ein Validierungsexperiment auf Plausibilität geprüft. Dennoch muss das Verfahren als lediglich qualitativ zuverlässig betrachtet werden. Zur Verbesserung der Datenlage sind zukünftig kombinierte Messmethoden, beispielsweise mit optischen Nadelsonden, notwendig.

Das entwickelte numerische Verfahren zur Simulation mehrskaliger, horizontaler Strömungen ist prinzipiell kompatibel mit höheren Turbulenzmodellen zur Berücksichtigung anisotroper Turbulenz. Bei einer Übertragung des Verfahrens auf vertikale Strömungsformen, bei welchen dieser Aspekt durch den Blasenauftrieb verstärkt an Einfluss gewinnt, kann und sollte deshalb eine Verwendung von LES/EELES Modellen erfolgen. Auch die Kopplungsmodelle für stratifizierte Strömungsbereiche sind unter vertikalen Bedingungen auf ihre Gültigkeit hin zu überprüfen und gegebenenfalls zu ergänzen. Weiter zeigen die Untersuchungen Schwächen in den Koaleszenz- und Zerfallsmodellen der IATE bei Anwendung auf horizontale Blasenströmungen. Zukünftig sollten deshalb Anstrengungen unternommen werden, die Submodelle diesbezüglich zu verbessern.



## Literaturverzeichnis

- [1] PRASSER, H.-M.: Basic Models of Two-Phase Flows. In: *Short Courses - Modelling and Computation of Multiphase Flows* 31 (2014)
- [2] FABRE, J.: Modelling and Control of Two-Phase Flow Phenomena / International Center of Mechanical Sciences. Udine (Italy), 2002. – Forschungsbericht
- [3] FUSTER, D. ; AGBAGLAH, G. ; JOSSERAND, C. ; POPINET, S. ; ZALESKI, S.: Numerical Simulation of Droplets, Bubbles and Waves: State of the Art. In: *Fluid Dynamics Research* 41 (2009), Nr. 6
- [4] SOMMERFELD, M. ; DECKER, S.: State of the Art and Future Trends in CFD Simulation of Stirred Vessel Hydrodynamics. In: *Chemical Engineering & Technology* 27 (2004), Nr. 3, S. 215–224
- [5] WANG, Y. ; CHEN, J. ; LARACHI, F.: Modelling and Simulation of Trickle-Bed Reactors Using Computational Fluid Dynamics: A State-of-the-Art Review. In: *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 91 (2013), Nr. 1, S. 136–180
- [6] FERNANDEZ-BETANCOR, G. ; HALE, C. P. ; HEWITT, G. F. ; MORGAN, R. G. ; UJANG, P.: Slug Initiation and Development in Horizontal Two-Phase Flow. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Multiphase Flow (ICMF), Leipzig, Germany, 2007*, S. 1–13
- [7] BROCCINI, M. ; PEREGRINE, D.: The Dynamics of Strong Turbulence at Free Surfaces. Part 1. Description. In: *Journal of Fluid Mechanics* 449 (2001), S. 225–254

- [8] TAITEL, Y. ; DUKLER, A.: A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow. In: *AIChE Journal* 22 (1976), Nr. 1, S. 47–55
- [9] INNOMINATE AG: *Open-Source-Software - Ein Leitfaden für kleine und mittlere Unternehmen.* Website. <https://nats-www.informatik.uni-hamburg.de/pub/OSS2004/PaperCollection/Open-Source-Software.pdf>. Version: 2001. – Abruf: 15. September 2016
- [10] DAMIÁN, S. M.: *An Extended Mixture Model for the Simultaneous Treatment of Short and Long Scale Interfaces.* Universidad Nacional del Litoral, Argentinien, Diss., 2013
- [11] HIRT, C. ; NICHOLS, B.: Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. In: *Journal of Computational Physics* 39 (1981), Nr. 1, S. 201 – 225. – ISSN 0021–9991
- [12] OSHER, S. ; SETHIAN, J. A.: Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi Formulations. In: *Journal of Computational Physics* 79 (1988), Nr. 1, S. 12 – 49. – ISSN 0021–9991
- [13] ISHII, M. ; HIBIKI, T.: *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow.* Berlin Heidelberg : Springer Science and Business Media, 2010. – ISBN 978–1–441–97985–8
- [14] KOLEV, N. I.: *Multiphase Flow Dynamics 1 - Fundamentals.* Berlin Heidelberg : Springer Science and Business Media, 2007. – ISBN 978–3–540–69833–3
- [15] TONG, L. S. ; TONG, T. S. ; TANG, Y. S.: *Boiling Heat Transfer And Two-Phase Flow.* Boca Raton, Fla : CRC Press, 1997. – ISBN 978–1–560–32485–0
- [16] TAITEL, Y. ; DUKLER, A. E.: A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow. In: *AIChE Journal* 22 (1976), Nr. 1, S. 47–55. – ISSN 1547–5905

- [17] HEWITT, G. F.: Measurement of Two Phase Flow Parameters. In: *NASA STI/Recon Technical Report A 79* (1978)
- [18] MANDHANE, J.: A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes. In: *International Journal of Multiphase Flow* 1 (1974), S. 537–553
- [19] FEDKIW, R. P. ; ASLAM, T. ; MERRIMAN, B. ; OSHER, S.: A Non-Oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (the Ghost Fluid Method). In: *Journal of Computational Physics* 152 (1999), Nr. 2, S. 457–492
- [20] GROTH, C. ; ZINGG, D. W.: *Computational Fluid Dynamics 2004 - Proceedings of the Third International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD3, Toronto, 12-16 July 2004*. Berlin Heidelberg : Springer Science and Business Media, 2006. – ISBN 978–3–540–31801–9
- [21] VERSTEEG, H. ; MALALASEKRA, W.: *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. 2nd rev. ed. Amsterdam : Pearson Education, 2007. – ISBN 978–0–131–27498–3
- [22] RUSCHE, H.: *Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-phase Flows at High Phase Fractions*, University of London, Diss., 2002
- [23] LEVEQUE, R. J.: *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge : Cambridge University Press, 2002. – ISBN 978–0–521–00924–9
- [24] LAURIEN, E. ; OERTEL, H.: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag, 2009
- [25] RIDER, W. J. ; KOTHE, D. B.: Reconstructing Volume Tracking. In: *Journal of Computational Physics* 141 (1998), Nr. 2, S. 112 – 152. – ISSN 0021–9991
- [26] LÓPEZ, J. ; HERNÁNDEZ, J. ; GÓMEZ, P. ; FAURA, F.: A Volume of Fluid Method Based on Multidimensional Advection and Spline

- Interface Reconstruction. In: *Journal of Computational Physics* 195 (2004), Nr. 2, S. 718 – 742. – ISSN 0021–9991
- [27] UBBINK, O. ; ISSA, R.: A Method for Capturing Sharp Fluid Interfaces on Arbitrary Meshes. In: *Journal of Computational Physics* 153 (1999), Nr. 1, S. 26 – 50. – ISSN 0021–9991
- [28] DESHPANDE, S. S. ; ANUMOLU, L. ; TRUJILLO, M. F.: Evaluating the Performance of the Two-Phase Flow Solver interFoam. In: *Computational Science and Discovery* 5 (2012)
- [29] HARVIE, D. J. ; FLETCHER, D. F.: A New Volume of Fluid Advection Algorithm: the Stream Scheme. In: *Journal of Computational Physics* 162 (2000), Nr. 1, S. 1 – 32. – ISSN 0021–9991
- [30] RENARDY, Y. ; RENARDY, M.: PROST: A Parabolic Reconstruction of Surface Tension for the Volume-of-Fluid Method. In: *Journal of Computational Physics* 183 (2002), Nr. 2, S. 400 – 421. – ISSN 0021–9991
- [31] XIAO, F. ; II, S. ; CHEN, C.: Revisit to the THINC Scheme: A Simple Algebraic VOF Algorithm. In: *Journal of Computational Physics* 230 (2011), Nr. 19, S. 7086 – 7092. – ISSN 0021–9991
- [32] TRYGGVASON, G. ; BUNNER, B. ; ESMAEELI, A. ; JURIC, D. ; AL-RAWAHI, N. ; TAUBER, W. ; HAN, J. ; NAS, S. ; JAN, Y.-J.: A Front-Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow. In: *Journal of Computational Physics* 169 (2001), Nr. 2, S. 708–759
- [33] BRACKBILL, J. ; KOTHE, D. B. ; ZEMACH, C.: A Continuum Method for Modeling Surface Tension. In: *Journal of Computational Physics* 100 (1992), Nr. 2, S. 335–354
- [34] ENWALD, H. ; PEIRANO, E. ; ALMSTEDT, A.-E.: Eulerian Two-Phase Flow Theory Applied to Fluidization. In: *International Journal of Multiphase Flow* 22 (1996), S. 21–66
- [35] DOPAZO, C.: On Conditioned Averages for Intermittent Turbulent Flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 81 (1977), Nr. 03, S. 433–438

- [36] MARSCHALL, H.: *Towards the Numerical Simulation of Multi-Scale Two-Phase Flows*, Technische Universität München, Diss., 2011
- [37] YAN, K. ; CHE, D.: A Coupled Model for Simulation of the Gas–Liquid Two-Phase Flow with Complex Flow Patterns. In: *International Journal of Multiphase Flow* 36 (2010), Nr. 4, S. 333 – 348. – ISSN 0301–9322
- [38] ISHII, M. ; ZUBER, N.: Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows. In: *AIChE Journal* 25 (1979), Nr. 5, S. 843–855. – ISSN 1547–5905
- [39] SCHILLER, L. ; NAUMANN, A. Z.: Über die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung. In: *Ver. Deut. Ing.* 77 (1933), S. 318–320
- [40] INC., A.: *ANSYS CFX-Solver Theory Guide*. Canonsburg, 2013. – Release 15.0
- [41] TOMIYAMA, A. ; KATAOKA, I. ; ZHUN, I. ; SAKAGUCHI, T.: Drag Coefficients of Single Bubbles Under Normal and Micro Gravity Conditions. In: *JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering* 41 (1998), Nr. 2, S. 472–479
- [42] EGOROV, Y. ; BOUCKER, M. ; MARTIN, A. ; PIGNY, S. ; SCHEUERER, M. ; WILLEMSSEN, S.: Validation of CFD Codes with PTS-Relevant Test Cases. In: *5th Euratom Framework Programme ECORA project* (2004)
- [43] HÖHNE, T. ; VALLÉE, C.: Modelling of Stratified Two Phase Flows Using an Interfacial Area Density Model. In: *WIT Trans. Eng. Sci* 63 (2009), S. 123–133
- [44] LUCAS, D. ; BEYER, M. ; KREPPER, E. ; VALLÉE, C. ; HÖHNE, T. ; SEIDEL, T. ; SZALINSKI, L. ; HAMPEL, U. ; SCHMIDTKE, M. ; SCHLEICHER, E. ; PIETRUSKE, H. ; SCHÜTZ, P. ; DANCIU, D. ; ZHANG, D. ; DEENDARLIANTO ; BARTHEL, F. ; ZIPPE, C. ; HÄNSCH, S. ; CARL, H. ; WEISS, F.: TOPFLOW-Experimente, Modellentwicklung

und Validierung von CFD-Codes für Wasser-Dampf-Strömungen mit Phasenübergang / Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf. 2011. – Forschungsbericht

- [45] ŽUN, I.: The Transverse Migration of Bubbles Influenced by Walls in Vertical Bubbly Flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 6 (1980), Nr. 6, S. 583–588
- [46] DREW, D. A. ; LAHEY, R. T.: Application of General Constitutive Principles to the Derivation of Multidimensional Two-Phase Flow equations. In: *International Journal of Multiphase Flow* 5 (1979), Nr. 4, S. 243–264
- [47] BERTODANO, M. A. L.: *Turbulent Bubbly Two-Phase Flow in a Triangular Duct*, Rensselaer Polytechnic Institute, New York, Diss., 1992
- [48] WANG, S. ; LEE, S. ; JONES, O. ; LAHEY, R.: 3-D Turbulence Structure and Phase Distribution Measurements in Bubbly Two-Phase Flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 13 (1987), Nr. 3, S. 327–343
- [49] TOMIYAMA, A. ; TAMAI, H. ; ŽUN, I. ; HOSOKAWA, S.: Transverse Migration of Single Bubbles in Simple Shear Flows. In: *Chemical Engineering Science* 57 (2002), Nr. 11, S. 1849–1858
- [50] WELLEK, R. ; AGRAWAL, A. ; SKELLAND, A.: Shape of Liquid Drops Moving in Liquid Media. In: *AIChE Journal* 12 (1966), Nr. 5, S. 854–862
- [51] MORAGA, F. ; BONETTO, F. ; LAHEY, R.: Lateral Forces on Spheres in Turbulent Uniform Shear Flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 25 (1999), Nr. 6, S. 1321–1372
- [52] EKAMBARA, K. ; SANDERS, R. ; NANDAKUMAR, K. ; MASLIYAH, J.: CFD Simulation of Bubbly Two-Phase Flow in Horizontal Pipes. In: *Chemical Engineering Journal* 144 (2008), Nr. 2, S. 277–288

- [53] EKAMBARA, K. ; SANDERS, R. S. ; NANDAKUMAR, K. ; MASLIYAH, J.: CFD Modeling of Gas-Liquid Bubbly Flow in Horizontal Pipes: Influence of Bubble Coalescence and Breakup. In: *International Journal of Chemical Engineering* (2012)
- [54] YEOH, G. ; CHEUNG, S. C. ; TU, J.: On the Prediction of the Phase Distribution of Bubbly Flow in a Horizontal Pipe. In: *Chemical Engineering Research and Design* 90 (2012), Nr. 1, S. 40–51
- [55] KOCAMUSTAFAOGULLARI, G. ; HUANG, W.: Internal Structure and Interfacial Velocity Development for Bubbly Two-Phase Flow. In: *Nuclear Engineering and Design* 151 (1994), Nr. 1, S. 79–101
- [56] ANTAL, S. ; LAHEY, R. ; FLAHERTY, J.: Analysis of Phase Distribution in Fully Developed Laminar Bubbly Two-Phase Flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 17 (1991), Nr. 5, S. 635–652
- [57] FRANK, T. ; ZWART, P. ; KREPPER, E. ; PRASSER, H.-M. ; LUCAS, D.: Validation of CFD Models for Mono- and Polydisperse Air-Water Two-Phase Flows in Pipes. In: *Nuclear Engineering and Design* 238 (2008), Nr. 3, S. 647–659
- [58] TOMIYAMA, A.: Struggle with Computational Bubble Dynamics. In: *Multiphase Science and Technology* 10 (1998), Nr. 4, S. 369–405
- [59] HOSOKAWA, S. ; TOMIYAMA, A. ; MISAKI, S. ; HAMADA, T.: Lateral Migration of Single Bubbles due to the Presence of Wall. In: *ASME 2002 Joint US-European Fluids Engineering Division Conference* American Society of Mechanical Engineers, 2002, S. 855–860
- [60] BERTODANO, M. A. L.: Two Fluid Model for Two-Phase Turbulent Jets. In: *Nuclear Engineering and Design* 179 (1998), Nr. 1, S. 65 – 74. – ISSN 0029–5493
- [61] BURNS, A. D. ; FRANK, T. ; HAMILL, I. ; SHI, J.-M.: The Favre Averaged Drag Model for Turbulent Dispersion in Eulerian Multi-Phase Flows. In: *5th International Conference on Multiphase Flow, ICMF* Bd. 4, 2004, S. 1–17

- [62] KOCAMUSTAFAOGULLARI, G. ; ISHII, M.: Foundation of the Interfacial Area Transport Equation and its Closure Relations. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 38 (1995), Nr. 3, S. 481 – 493. – ISSN 0017–9310
- [63] FU, X. ; ISHII, M.: Two-Group Interfacial Area Transport in Vertical Air-Water Flow: I. Mechanistic Model. In: *Nuclear Engineering and Design* 219 (2003), Nr. 2, S. 143–168
- [64] ISHII, M. ; KIM, S. ; UHLE, J.: Interfacial Area Transport Equation: Model Development and Benchmark Experiments. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002), Nr. 15, S. 3111–3123
- [65] HIBIKI, T. ; ISHII, M.: Development of One-Group Interfacial Area Transport Equation in Bubbly Flow Systems. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002), Nr. 11, S. 2351 – 2372. – ISSN 0017–9310
- [66] WU, Q. ; KIM, S. ; ISHII, M. ; BEUS, S.: One-Group Interfacial Area Transport in Vertical Bubbly Flow. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 41 (1998), Nr. 8–9, S. 1103 – 1112. – ISSN 0017–9310
- [67] HIBIKI, T. ; ISHII, M.: One-Group Interfacial Area Transport of Bubbly Flows in Vertical Round Tubes. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000), Nr. 15, S. 2711 – 2726. – ISSN 0017–9310
- [68] YAO, W. ; MOREL, C.: Volumetric Interfacial Area Prediction in Upward Bubbly Two-Phase Flow. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), Nr. 2, S. 307 – 328. – ISSN 0017–9310
- [69] ALALI, A.: *Development and Validation of a New Solver Based on the Interfacial Area Transport Equation for the Numerical Simulation of Sub-cooled Boiling with OpenFOAM CFD Code for Nuclear Safety Applications*, Technische Universität München, Diss., 2014

- [70] KNUDSEN, J. (Hrsg.) ; KATZ, D. (Hrsg.): *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. 3. Auflage. New York : McGraw-Hill Book Company, Inc., 1958
- [71] HILL, D. P.: *The Computer Simulation of Dispersed Two-Phase Flow*, University of London, Diss., 1998
- [72] SCARDOVELLI, R. ; ZALESKI, S.: Direct Numerical Simulation of Free-Surface and Interfacial Flow. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 31 (1999), Nr. 1, S. 567–603
- [73] KUNUGI, T. ; SAITO, N. ; FUJITA, Y. ; SERIZAWA, A.: Direct Numerical Simulation of Pool and Forced Convective Flow Boiling Phenomena. In: *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*, 2001
- [74] LAL, S. ; SATO, Y. ; NICENO, B.: Direct Numerical Simulation of Bubble Dynamics in Subcooled and Near-Saturated Convective Nucleate Boiling. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 51 (2015), S. 16–28
- [75] DEEN, N. G. ; SOLBERG, T. ; HJERTAGER, B. H.: Large Eddy Simulation of the Gas–Liquid Flow in a Square Cross-Sectioned Bubble Column. In: *Chemical Engineering Science* 56 (2001), Nr. 21, S. 6341–6349
- [76] DHOTRE, M. ; NICENO, B. ; SMITH, B.: Large Eddy Simulation of a Bubble Column Using Dynamic Sub-Grid Scale Model. In: *Chemical Engineering Journal* 136 (2008), Nr. 2, S. 337–348
- [77] BANNARI, R. ; KERDOUSS, F. ; SELMA, B. ; BANNARI, A. ; PROULX, P.: Three-Dimensional Mathematical Modeling of Dispersed Two-Phase Flow Using Class Method of Population Balance in Bubble Columns. In: *Computers & Chemical Engineering* 32 (2008), Nr. 12, S. 3224–3237
- [78] LIAO, Y. ; LUCAS, D.: Investigations on Bubble-Induced Turbulence Modeling for Vertical Pipe Bubbly Flows. In: *2012 20th International Conference on Nuclear Engineering and the ASME 2012 Power Conference* ASME, 2012, S. 519–527

- [79] ZIEGENHEIN, T. ; RZEHAK, R. ; LUCAS, D.: Transient Simulation for Large Scale Flow in Bubble Columns. In: *Chemical Engineering Science* 122 (2015), S. 1–13
- [80] BREITBACH, C.: *Numerische Berechnung transitionaler Grenzschicht-Strömungen in axialen Turbinengittern*. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2002
- [81] SCHLICHTING, H. (Hrsg.) ; GERSTEN, K. (Hrsg.): *Grenzschicht-Theorie*. 10. Auflage. Berlin : Springer Verlag, 2006
- [82] HÄNSCH, S. ; LUCAS, D. ; KREPPER, E. ; HÖHNE, T.: A Multi-Field Two-Fluid Concept for Transitions Between Different Scales of Interfacial Structures. In: *International Journal of Multiphase Flow* 47 (2012), S. 171 – 182. – ISSN 0301–9322
- [83] ŠTRUBELJ, L. ; TISELJ, I. ; MAVKO, B.: Simulations of Free Surface Flows with Implementation of Surface Tension and Interface Sharpening in the Two-Fluid Model. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30 (2009), Nr. 4, S. 741 – 750. – ISSN 0142–727X
- [84] MARSCHALL, H. ; HINRICHSSEN, O.: Numerical Simulation of Multi-Scale Two-Phase Flows Using a Hybrid Interface-Resolving Two Fluid Model HIRES-TFM. In: *1st Int. Symposium on Multiscale Multiphase Process Engineering (MMPE)* 1 (2011)
- [85] WARDLE, K. E. ; WELLER, H. G.: Hybrid Multiphase CFD Solver for Coupled Dispersed/Segregated Flows in Liquid-Liquid Extraction. In: *International Journal of Chemical Engineering* (2013)
- [86] ČERNE, G. ; PETELIN, S. ; TISELJ, I.: Coupling of the Interface Tracking and the Two-Fluid Models for the Simulation of Incompressible Two-Phase Flow. In: *Journal of Computational Physics* 171 (2001), Nr. 2, S. 776–804
- [87] ČERNE, G. ; PETELIN, S. ; TISELJ, I.: Simulation of the Instability in the Stratified Two-Fluid System. In: *Int. Conf. Nuclear Energy in Central Europe* 6 (1999), Nr. 7

- [88] ŠTRUBELJ, L. ; TISELJ, I.: Two-Fluid Model with Interface Sharpening. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 85 (2011), S. 575 – 590
- [89] HÄNSCH, S. ; LUCAS, D. ; HÖHNE, T. ; KREPPER, E. ; MONTOYA, G.: Comparative Simulation of Free Surface Flows Using VoF-Methodes and a New Approach for Multi-Scale Interfacial Structures. In: *ASME 2013 Fluids Engineering Divisin Summer Meeting* (2013)
- [90] CZAPP, M.: *Videometrische Daten zur Schwallinitialisierung*. Private Kommunikation, 2014
- [91] LAFAURIE, B. ; NARDONE, C. ; SCARDOVELLI, R. ; ZALESKI, S. ; ZANETTI, G.: Modelling Merging and Fragmentation in Multiphase Flows with SURFER. In: *Journal of Computational Physics* 113 (1994), Nr. 1, S. 134–147
- [92] ACHER, T.: *A Moments Model for the Numerical Simulation of Bubble Column Flows*, Technische Universität München, Diss., 2015
- [93] FRANK, T. ; ZWART, P. J. ; SHI, J.-M. ; KREPPER, E. ; LUCAS, D. ; ROHDE, U.: Inhomogeneous MUSIG Model – A Population Balance Approach for Polydispersed Bubbly Flows. In: *International Conference-Nuclear Energy for New Europe, Bled, Slovenia, 2005*
- [94] SCHMIDTKE, M. ; LUCAS, D.: On the Modelling of Bubble Entrainment by Impinging Jets in CFD-Simulations. In: *XCFD4NRS. 2008*
- [95] BROCCINI, M. ; PEREGRINE, D.: The Dynamics of Strong Turbulence at Free Surfaces. Part 2. Free-Surface Boundary Conditions. In: *Journal of Fluid Mechanics* 449 (2001), S. 255–290
- [96] PEREGRINE, D.: Interaction of Water Waves and Currents. In: *Advances in Applied Mechanics* 16 (1976), S. 9–117
- [97] KOLMOGOROV, A. N.: Equations of Turbulent Motion in an Incompressible Fluid. In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR* Bd. 30, 1941, S. 299–303
- [98] ROTTA, J. C.: *Turbulente Strömungen: eine Einführung in die Theorie und ihre Anwendung*. Bd. 15. Springer-Verlag, 2013

- [99] TIKHOMIROV, V. M.: *Selected Works of AN Kolmogorov: Volume I: Mathematics and Mechanics*. Bd. 25. Springer Science & Business Media, 2012
- [100] HUGHES, E. ; DUFFEY, R.: Direct Contact Condensation and Momentum Transfer in Turbulent Separated Flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 17 (1991), Nr. 5, S. 599–619
- [101] SHEN, L. ; TRIANTAFYLLOU, G. S. ; YUE, D. K.: Turbulent Diffusion Near a Free Surface. In: *Journal of Fluid Mechanics* 407 (2000), S. 145–166
- [102] ROGERO, E. C.: *Experimental Investigation of Developing Plug and Slug Flows*, Universität München, Diss., 2009
- [103] GREGORY, G. ; SCOTT, D.: Correlation of Liquid Slug Velocity and Frequency in Horizontal Cocurrent Gas-Liquid Slug Flow. In: *AIChE Journal* 15 (1969), Nr. 6, S. 933–935
- [104] NICHOLSON, M. ; AZIZ, K. ; GREGORY, G.: Intermittent Two Phase Flow in Horizontal Pipes: Predictive Models. In: *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 56 (1978), Nr. 6, S. 653–663
- [105] BENDIKSEN, K. H.: An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes. In: *International Journal of Multiphase Flow* 10 (1984), Nr. 4, S. 467–483
- [106] THE MATHWORKS GMBH: *Marker-Controlled Watershed Segmentation*. Website. <http://de.mathworks.com/help/images/examples/marker-controlled-watershed-segmentation.html>. Version: 2016. – Abruf: 15. September 2016
- [107] SONKA, M. ; HLAVAC, V. ; BOYLE, R.: *Image Processing, Analysis, and Machine Vision*. Brooks and Cole Publishing. 1998. – Forschungsbericht. – ISBN 0–534–95393–X
- [108] GAL, O.: *Fitting Closed Elliptic Curve to Data Points (Fit-Ellipse)*. Website. <https://de.mathworks.com/matlabcentral/>

- fileexchange/3215-fit-ellipse. Version: 2003. – Abruf: 16. September 2016
- [109] LUNDGREN, J.: *Alpha Shapes - Computing the Basic Alpha Shape of a 2D/3D Point Set by Delaunay Triangulation*. Website. <https://http://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/28851-alpha-shapes>. Version: 2012. – Abruf: 29. August 2017
- [110] KROON, D.-J.: *Smooth Triangulated Mesh*. Website. <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/26710-smooth-triangulated-mesh>. Version: 2010. – Abruf: 16. September 2016
- [111] DESBRUN, M. ; MEYER, M. ; SCHRÖDER, P. ; BARR, A. H.: Implicit Fairing of Irregular Meshes Using Diffusion and Curvature Flow. In: *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques* ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999, S. 317–324
- [112] THORPE, S.: Experiments on the Instability of Stratified Shear Flows: Immiscible Fluids. In: *Journal of Fluid Mechanics* 39 (1969), Nr. 01, S. 25–48
- [113] HIBIKI, T. ; HOGSETT, S. ; ISHII, M.: Local Measurement of Interfacial Area, Interfacial Velocity and Liquid Turbulence in Two-Phase Flow. In: *Nuclear Engineering and Design* 184 (1998), Nr. 2, S. 287–304
- [114] MOREL, C.: Turbulence Modeling and First Numerical Simulations in Turbulent Two-Phase Flows. In: *Symposium on Turbulent Shear Flows, 11 th, Grenoble, France, 1997*
- [115] PFLEGER, D. ; BECKER, S.: Modelling and Simulation of the Dynamic Flow Behaviour in a Bubble Column. In: *Chemical Engineering Science* 56 (2001), Nr. 4, S. 1737–1747
- [116] TROSHKO, A. ; HASSAN, Y.: A Two-Equation Turbulence Model of Turbulent Bubbly Flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 27 (2001), Nr. 11, S. 1965–2000

- [117] RZEHAKE, R. ; KREPPER, E.: Closure Models for Turbulent Bubbly Flows: A CFD Study. In: *Nuclear Engineering and Design* 265 (2013), S. 701–711
- [118] SATO, Y. ; SADATOMI, M. ; SEKOGUCHI, K.: Momentum and Heat Transfer in Two-Phase Bubble Flow — I. Theory. In: *International Journal of Multiphase Flow* 7 (1981), Nr. 2, S. 167–177
- [119] ISHII, M. ; KIM, S. ; KELLY, J.: Development of Interfacial Area Transport Equation. In: *Nuclear Engineering and Technology* 37 (2005), Nr. 6, S. 525
- [120] LOEB, L.: *The Kinetic Theory of Gases*. Dover Publications, 1927 (Dover phoenix editions). – ISBN 978-0-486-49572-9
- [121] TAITEL, Y. ; BORNEA, D. ; DUKLER, A.: Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes. In: *AIChE Journal* 26 (1980), Nr. 3, S. 345–354
- [122] COULALOGLOU, C. ; TAVLARIDES, L.: Description of Interaction Processes in Agitated Liquid-Liquid Dispersions. In: *Chemical Engineering Science* 32 (1977), Nr. 11, S. 1289–1297
- [123] KIRKPATRICK, R. ; LOCKETT, M.: The Influence of Approach Velocity on Bubble Coalescence. In: *Chemical Engineering Science* 29 (1974), Nr. 12, S. 2363–2373
- [124] KIM, J. W. ; LEE, W. K.: Coalescence Behavior of Two Bubbles in Stagnant Liquids. In: *Journal of Chemical Engineering of Japan* 20 (1987), Nr. 5, S. 448–453
- [125] PRINCE, M. J. ; BLANCH, H. W.: Bubble Coalescence and Break-up in Air-Sparged Bubble Columns. In: *AIChE Journal* 36 (1990), Nr. 10, S. 1485–1499
- [126] WALLIS, G. B. ; DODSON, J. E.: The Onset of Slugging in Horizontal Stratified Air-Water Flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 1 (1973), Nr. 1, S. 173–193

- [127] CHANDRASEKHAR, S.: *Hydromagnetic and Hydrodynamic Stability*. Clarendon, Oxford, 1961
- [128] DRAZIN, P.: Kelvin–Helmholtz Instability of Finite Amplitude. In: *Journal of Fluid Mechanics* 42 (1970), Nr. 02, S. 321–335
- [129] HOEPFFNER, J. ; BLUMENTHAL, R. ; ZALESKI, S.: Self-Similar Wave Produced by Local Perturbation of the Kelvin-Helmholtz Shear-Layer Instability. In: *Physical Review Letters* 106 (2011), Nr. 10
- [130] CHEN, M. J. ; FORBES, L. K.: Accurate Methods for Computing Inviscid and Viscous Kelvin–Helmholtz Instability. In: *Journal of Computational Physics* 230 (2011), Nr. 4, S. 1499 – 1515
- [131] GONDRET, P. ; RABAUD, M.: Shear Instability of Two-Fluid Parallel Flow in a Hele–Shaw Cell. In: *Physics of Fluids (1994-present)* 9 (1997), Nr. 11, S. 3267–3274
- [132] MEIGNIN, L. ; GONDRET, P. ; RUYER-QUIL, C. ; RABAUD, M.: Subcritical Kelvin-Helmholtz Instability in a Hele-Shaw Cell. In: *Physical Review Letters* 90 (2003), Nr. 23
- [133] LOPES, P.: Free-Surface Flow Interface and Air-Entrainment Modelling Using OpenFOAM / Department of Civil Engineering Coimbra. University of Coimbra, 2013. – Forschungsbericht
- [134] THE MATHWORKS INC.: *Discrete Fourier Transform*. Website. <https://de.mathworks.com/help/signal/ug/discrete-fourier-transform.html?requestedDomain=www.mathworks.com>. Version: R2016a. – Abruf: 04. September 2017
- [135] BARTOSIEWICZ, Y. ; LAVIÉVILLE, J. ; SEYNHAEVE, J.-M.: A First Assessment of the NEPTUNE\_CFD Code: Instabilities in a Stratified Flow Comparison Between the VOF Method and a Two-Field Approach. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008), Nr. 2, S. 460–478

- [136] RZEHAKE, R. ; KREPPER, E.: Bubble-Induced Turbulence: Comparison of CFD Models. In: *Nuclear Engineering and Design* 258 (2013), S. 57–65
- [137] GREENSHIELDS, C.: *OpenFOAM User Guide. Version 2.4. 0*. OpenFOAM Foundation Ltd, 2015
- [138] CZAPP, M. ; UTSCHICK, M. ; RUTZMOSER, J. ; SATTELMAYER, T.: Investigations on Slug Flow in a Horizontal Pipe Using Stereoscopic Particle Image Velocimetry and CFD Simulation With Volume of Fluid Method. In: *Proceedings of the 20th International Conference on Nuclear Engineering and the ASME 2012 Power Conference* ASME, 2012, S. 477–486
- [139] SUREK, D. ; STEMPIN, S.: *Technische Strömungsmechanik: Für Studium, Examen und Praxis*. Springer-Verlag, 2014
- [140] MANDHANE, J. ; GREGORY, G. ; AZIZ, K.: A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes. In: *International Journal of Multiphase Flow* 1 (1974), Nr. 4, S. 537–553
- [141] WENZEL, S. ; CZAPP, M. ; SATTELMAYER, T.: Numerical Investigation of Slug Flow in a Horizontal Pipe Using a Multi-Scale Two-Phase Approach to Incorporate Gas Entrainment Effects. In: *Proceedings of the 24th International Conference on Nuclear Engineering* ASME, 2016

# A Anhang

## A.1 Umformung der Krümmungsformulierung

Wie in Gleichung (3.8) gezeigt, wird die Grenzflächenkrümmung  $\kappa$  aus der Divergenz des normierten Gradientenfeldes von  $\alpha_k$  bestimmt:

$$\kappa = -\nabla \bullet \left( \frac{\nabla \alpha_k}{|\nabla \alpha_k|} \right). \quad (\text{A.1})$$

Bei Anwendung der Produktregel

$$\nabla \bullet (\phi \Phi) = \phi \nabla \bullet \Phi + \Phi \bullet \nabla \phi \quad (\text{A.2})$$

auf Gleichung (A.1) folgt

$$\kappa = -\frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \nabla \bullet \nabla \alpha_k - \nabla \left( \frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \right) \bullet \nabla \alpha_k. \quad (\text{A.3})$$

Die Kettenregel bei Anwendung des Differenzialoperators  $\nabla$  auf die Funktion  $f$  lautet allgemein:

$$\nabla f = \nabla g(h) \nabla h, \quad (\text{A.4})$$

mit  $g$  als äußere und  $h$  als innere Funktion von  $f$ . Dies angewendet im letzten Term der Gleichung A.3 führt zu

$$-\nabla \left( \frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \right) = \left( \frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \right)^2 \nabla |\nabla \alpha_k| \quad (\text{A.5})$$

und damit

$$\kappa = -\frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \nabla \bullet \nabla \alpha_k + \left( \frac{1}{|\nabla \alpha_k|} \right)^2 \nabla |\nabla \alpha_k| \bullet \nabla \alpha_k. \quad (\text{A.6})$$

Nach ausklammern des Faktors  $-\frac{1}{|\nabla\alpha_k|}$  ist

$$\kappa = -\frac{1}{|\nabla\alpha_k|} \left[ \nabla^2\alpha_k - \frac{\nabla\alpha_k}{|\nabla\alpha_k|} \bullet \nabla|\nabla\alpha_k| \right]. \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Makroskopische Krümmungsberechnung

Der folgende Programmauszug zeigt die Implementierung zur Glättung des makroskopischen Krümmungsfeldes im numerischen Verfahren des entwickelten MS-TFM Löser. Er dient außerdem zur Darstellung der Syntax der inkrementellen Implementierungsform zur Berechnung der phasenbezogenen Größen, sowie der Programmierung in OpenFOAM im Allgemeinen.

```

1 // Quellcode zur Krueimmungsberechnung
2   forAllIter(PtrDictionary<phaseModel>, fluid.phases(), iter)
3   {
4       phaseModel& phase = iter();
5
6       // Gradient des Normalenvektorfeldes von alpha
7       volVectorField n(-fvc::grad(phase));
8       scalar maxGradAlpha(max(mag(n)).value());
9
10      // Einheitsnormalenvektor
11      volScalarField magAlpha1(mag(n));
12
13      magAlpha1 += dimensionedScalar("small", magAlpha1.dimensions(),
14      1e-15);
15      n /= magAlpha1;
16
17      // Uebertragung des Einheitsnormalenvektorfeldes
18      forAll(mesh.cells(), celli)
19      {
20          iK[celli] = n[celli];
21      }
22
23      // Markierung der VOF Zellen
24      labelHashSet notTfmCells(0);
25
26      // Berechnung der Krueimmung
27      forAll(mesh.cells(), celli)
28      {
29          magK[celli] = 0.0;
30          nAngleDeg[celli] = 0.0;
31
32          if (magAlpha1[celli] == 1e-15)
33          {
34              notTfmCells.set(celli);
35          }
36          else
37          {

```

## A.2 Makroskopische Krümmungsberechnung

```
38 // Listen der Nachbarzellen-ID's
39 scalar nCounter = 0.0;
40 scalar meanDeltaCell = 0.0;
41
42 // Extraktion der angrenzenden Zell-ID's
43 labelHashSet neiCells(0);
44 labelList pointsOfCell = mesh.cellPoints()[celli];
45
46     forAll(pointsOfCell, pointi)
47     {
48         labelList cellID = mesh.pointCells()[pointsOfCell[pointi]];
49         neiCells.set(cellID);
50     }
51
52     DynamicList<label> neiCellsList(neiCells.toc());
53     label nSize(neiCells.size());
54
55 // Berechnung des Zellabstandes sowie der Winkel zwischen den
56 // Normalenvektoren der Nachbarzellen
57 for ( label neighbour = 0.0 ; neighbour < nSize ; neighbour++)
58 {
59     int cellnei = neiCellsList[neighbour];
60
61     if (cellnei == celli);
62     else
63     {
64         doubleScalar deltaCell = mag(mesh.C().internalField()[celli]
65 - mesh.C().internalField()[cellnei]);
66         meanDeltaCell += deltaCell;
67         vector a(n[celli]);
68         vector b(n[cellnei]);
69         doubleScalar tmpCosPhi = (a & b) / ( mag(a) * mag(b) + 1e-09 );
70         doubleScalar nAngle = (constant::mathematical::pi / scalar(2.0))
71 - asinl( min(max(tmpCosPhi, -1), 1));
72
73         if (nAngle > constant::mathematical::pi)
74         {
75             nAngle = 2.0*constant::mathematical::pi - nAngle;
76         }
77
78         if (nAngle == (constant::mathematical::pi / scalar(2.0)))
79         {
80             nAngle = 0.0;
81         }
82         else
83         {
84             nCounter++;
85         }
86
87         // Umrechnung der Normalenvektorwinkel
88         nAngleDeg[celli] += nAngle * ( scalar(180.0)/ constant::mathematical::pi);
89         nAngleAsin[celli] += mag(asinl((mag(a ^ b))/(mag(a) * mag(b))));
90         magK[celli] += (nAngle / deltaCell) ;
91     }
92 }
93 meanDeltaCell /= max(nSize, 1);
94 magK[celli] /= max(nCounter, 1);
95 }
96 }
97 }
```