

# Automatisierung des Treibens mittels Diskreter Dynamischer Programmierung

Automation of the Driving Using the Dynamic Programming

Zongru Yang, Sebastian Bürger, Boris Lohmann, Technische Universität München

**Zusammenfassung** Das Treiben ist ein Metallbearbeitungsprozess durch Hämmern in kaltem Zustand, durch den bei Nutzung unterschiedlicher Werkzeuge fast jede beliebige Geometrie von 2D- und 3D-Blechen hergestellt werden kann. Die Ausführung der Schläge geschieht heute maschinell, wobei die Verformungswirkung eines einzelnen Schlages durch zahlreiche Parameter des Werkzeugs und des Bleches beeinflusst wird, was eine umfassende Automatisierung bisher verhindert hat. Im vorliegenden Beitrag wird nun eine modellbasierte Regelung für das 2D-Treiben vorgeschlagen. Dafür wird zunächst der Vorgang des Streckens (bewirkt durch ein spezielles Werkzeug) für L-Bleche analytisch modelliert. Drei Phasen, nämlich hybride Deformationen, Materialfluss sowie Rückfederung und -biegung, beschreiben den Umformvorgang bei einem Schlag. Es wird ein zugehöriges nichtlineares (nicht-affines) zeitdiskretes Zustandsraummodell entwickelt, für das sodann eine modellprädiktive Regelung (engl. MPC) zur Ermittlung der optimalen Stellgröße in jedem Zeitschritt entworfen

wird. Dabei wird ein Gütemaß, das die Kosten von einem Startwinkel bis zu einer Endbedingung beschreibt, mittels diskreter dynamischer Programmierung (DDP) minimiert. ▶▶▶ **Summary** Driving is a metal forming process throughout hammering in cold state. It can create almost any 2D and 3D metal sheets using universal tools. During driving, many parameters of the tools and the sheets affect the forming process, which inhibits a complete automation. In this paper, a model based control for a 2D driving process is proposed. The process of stretching L-shaped metal sheets is analytically modelled. Three phases, namely hybrid deformations, material flow as well as springback and inverse bending, describe the deformation process at one stroke. This results in a nonlinear (non-affine), time-discrete state space model. A model predictive controller (MPC) is then designed to determine the optimal control inputs at every time step. Thereby, an objective function that describes the costs from a start angle to an end condition is minimized by means of discrete dynamic programming (DDP).

**Schlagwörter** Treiben, Strecken, Umformung, Modellprädiktive Regelung, Diskrete Dynamische Programmierung ▶▶▶  
**Keywords** Driving, stretching, metal forming, modell predictive control, discrete dynamic programming

## 1 Einleitung

Beim Treiben wird ein Blech oder Profil durch Hämmern in eine gewünschte Geometrie kaltverfestigend verformt – eine Technik, die schon seit Jahrhunderten im Kunsthandwerk angewandt wird. Erst im letzten Jahrhundert wurde das Treiben auch im industriellen Maßstab eingesetzt, und zwar zunächst beim Bau der ersten Ganz-

metallflugzeuge. Die dabei verwendeten Vorrichtungen wurden von Meister Walter Eckold erfunden [8], der dann 1936 die Treibmaschine (den sogenannten Eckold-Kraftformer) in den Markt einführte. Der Kraftformer stellt noch heute eine einzigartige Maschine zur spanlosen Kaltumformung von Blechen und Profilen dar, deren gewünschte 2D- oder 3D-Geometrien mittels eines allge-

meinen Werkzeugsatzes generiert werden können. Daher findet man den Kraftformer in Bereichen des Flugzeug- und Schiffbaus, bei der Herstellung von Verkleidungen von Schienenfahrzeugen oder in Handwerksbetrieben zur Fertigung von Oldtimerkarosserien und ganz allgemein in allen Bereichen des Prototypenbaus. In jüngerer Zeit wird außerdem eine Tendenz zur hohen Individualisierung von Produkten erkennbar [12]. Bei der Umformung von Blechen erfüllt das Treiben die benötigte Flexibilität im Vergleich zur Massenproduktion in Presswerken. Trotz des hohen Potenzials des Treibens wird diese Technik heute nur in begrenztem Umfang eingesetzt, weil sie – auch unter Einsatz der beschriebenen Kraftformer – im Wesentlichen auf Handarbeit beruht. Die in diesem Beitrag angestrebte partielle Automatisierung des Treibprozesses kann zur Verringerung des Aufwands und zur Erhöhung der Fertigungsgeschwindigkeit beitragen.

In Abschnitt 2 werden der Treibprozess und insbesondere der Streckprozess vorgestellt. Die Modellierung des Streckprozesses wird bezüglich L-förmiger Bleche in Abschnitt 3 verdeutlicht. Zur Beherrschung der hohen Prozessinteraktionen wird eine modellbasierte Regelung vorgeschlagen. Abschnitt 4 beschreibt die modellprädiktive Regelungsstrategie mittels diskreter dynamischer Programmierung zur Ermittlung des optimalen Stellgrößenverlaufs bezüglich eines quadratischen Kostenfunktional. Die Simulations- und Experimentergebnisse werden in Abschnitt 5 gezeigt.

## 2 Treibprozesse

Die in Bild 1 dargestellte Treibmaschine KF 330 gehört zur Piccolo-Kraftformer-Reihe der Fa. Eckold. Durch elektromotorischen Antrieb führt der Kraftformer periodisch Hübe aus, die unterschiedliche Kräfte auf Bleche wie ein konventioneller Hammer aufbringen. Die Kräfte



Bild 1 Kraftformer (links); Strecken und die Werkzeuge (rechts).

hängen von der Zustellung bezüglich der Referenzposition ab und sind an der Maschine mittels eines Fußpedals einstellbar. Für unsere Untersuchungen wurde der Kraftformer so umgebaut, dass Einzelhübe computergesteuert und mit vorgegebener Schlagtiefe  $h$  ausgeführt werden können. Wie in der Einleitung erwähnt, ist der Kraftformer in der Lage, komplexe Konturen von Blechen mit unterschiedlichen Dicken aus verschiedenen Werkstoffen mittels eines allgemeinen Werkzeugsatzes zu generieren. In dem Satz stehen Werkzeuge zum Strecken, Stauchen, Spannen, Bombieren, Glätten, Nachformen und Richten für Blech- und Profilmformungen zur Verfügung. Darin stellen Strecken und Stauchen die zwei wichtigsten Schlagtechniken dar [6]. Der Beitrag setzt sich zunächst mit dem Streckprozess auseinander.

Das Strecken wird am Kraftformer mittels eines Streckwerkzeugs vorgenommen, das einen sich bewegenden Teil (oben) und einen festen Teil (unten) besitzt (siehe Bild 1). Der obere Teil fährt herunter zum unteren und drückt das dazwischen befindliche Blech zusammen. Die auf die Bleche aufgebrachten vertikalen Kräfte werden durch schräge Anschlagelemente in beiden Werkzeugteilen in horizontale Richtung übertragen. Im Streckvorgang werden normalerweise L-förmige Bleche benutzt, die flach und kurvig geformt werden, wobei das Material auseinander gezogen wird und elastische sowie plastische Verformungen erfährt. Aus den dabei auftretenden Interaktionen zwischen Werkzeug und Blech ergeben sich folgende Probleme:

- Änderungen der Werkstoffeigenschaften bei der Kaltverfestigung,
  - Schwankungen der Kontaktbedingungen bei jedem Schlag,
  - Akkumulierte Ungenauigkeit nach mehreren Schlägen.
- Zur Prozesssteuerung bzw. -regelung wird im nächsten Abschnitt ein analytisches Modell vorgestellt, das die internen Mechanismen der Blechumformungen und ihre Parameter beschreibt (FE-Modelle werden hier nicht in Betracht gezogen, weil sie nicht echtzeitfähig eingesetzt werden können). Konkurrierend zu den anschließend vorzustellenden modellbasierten Regelungen wurden in [13; 14] bereits jeweils ein Fuzzy-Regler und ein P-Regler als modellfreie Regelungsstrategien eingesetzt. Die manuelle Einstellung der diversen Reglerparameter erwies sich dabei jedoch als schwierig, weshalb in diesem Beitrag einer modellbasierten Regelungsstrategie [7] der Vorzug gegeben wird: Es wird die in der Prozessindustrie populäre Modellprädiktive Regelung (engl. Model Predictive Control oder MPC) [4] eingesetzt, die mittels modellbasierter Vorausberechnungen gegebenen Trajektorien optimal folgen kann.

## 3 Modellierung

Im Folgenden werden nur die wichtigsten Schritte der Modellierung beschrieben; eine detailliertere Darstellung befindet sich in [15].

### 3.1 L-förmige Bleche

#### Approximierendes Geo-Modell

Ausgangsmaterial sind hier L-förmige Bleche, die zuvor an einer Abkantmaschine angefertigt werden und nun durch Treiben weiter verformt werden sollen. Ein solches L-förmiges Blech enthält zwei Flanken und eine kurvige Übergangszone (siehe Bild 2). Auf der mit den Werkzeugen geschlagenen Flanke ergeben sich unterschiedliche Verformungsraten von der Übergangszone bis zum Rand an der Schlagposition. Die andere Flanke wird passiv geformt. Zur Vereinfachung der Modellierung wird ein Geo-Modell zur Approximation des realen Blechs benutzt, das die Übergangszone vernachlässigt und durch Randbedingungen ersetzt. Es weist eine gemeinsame Faser  $gf$  von beiden Flanken auf. Es wird angenommen, dass die Übergangszonen bei der Abkantfertigung sehr gering gehalten werden können.

#### Dehnungen

Im Streckprozess wird das Material der  $\pi_B$ -Flanke nur gedehnt und das der  $\pi_H$ -Flanke um die gemeinsame Faser jeweils gestaucht und gedehnt. Auf Grund der Randbedingung auf der gemeinsamen Faser ergibt sich ein gemeinsamer Biegewinkel  $\theta$  (siehe Bild 2). In der Realität ändert sich die Faserlänge  $l_0$  nur wenig, sodass die Faser bei der Verformung als gleich bleibend lang angesehen wird. Das Material zu  $gf$  paralleler Fasern in beiden Flanken wird mehr oder weniger entlang der Faserrichtung gedehnt. Die Hauptdehnung  $\epsilon_{1B}$  der  $\pi_B$ -Flanke wird dann wie folgt berechnet:

$$\epsilon_{1B} = \int_{l_0}^{l_B} \frac{dl}{l} = \ln \left( \frac{l_B}{l_0} \right). \quad (1)$$

Mit der Faserlänge  $l_B = \theta \cdot (\rho_B + y_B)$  an der Stelle  $y_B$  ergibt sich

$$\epsilon_{1B} = \ln \left( \frac{l_s}{l_0} \right) + \ln \left( 1 + \frac{y_B}{\rho} \right) \quad (2)$$

$$= \epsilon_{1sB} + \epsilon_{1bB}, \quad (3)$$

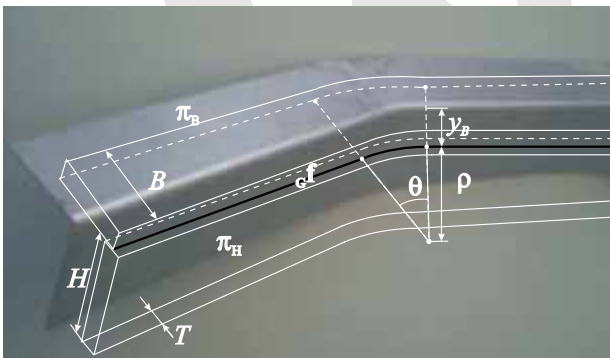


Bild 2 L-förmiges Blech und dessen approximiertes Geo-Modell.

wobei  $l_s = \rho\theta$ . Unter der Annahme konstanter Faserlänge wird die Dehnung  $\epsilon_{1B}$  schließlich mit dem Betrag

$$\epsilon_{1B} = y_B \cdot \theta / l_0 \quad (4)$$

approximiert. Auf analogem Wege erhält man die Hauptdehnung  $\epsilon_{1H}$  in der  $\pi_H$ -Flanke zu

$$\epsilon_{1H} = y_H \cdot \theta / l_0. \quad (5)$$

#### Materialmodelle

Zur Bestimmung der Spannungen in den Flanken wird das elastisch-idealplastische Modell benutzt, in dem die Fließspannungen konstant bleiben. Zur Annäherung der realen Verformungsprozesse wird jedoch das elastisch-real-verfestigende Modell verwendet, das nach jeder inkrementellen Verformung zur Ermittlung der Verfestigungen benötigt wird. Im Streckprozess wird die  $\pi_B$ -Flanke uniaxial flach auseinander gezogen, d.h.  $\sigma_{1B} = E\epsilon_{1B}$ . In der  $\pi_H$ -Flanke dagegen wird die Verformung als biaxial betrachtet und es gilt  $\bar{E} = E/(1 - \nu^2)$  mit der Poisson'schen Zahl  $\nu$  [5].

### 3.2 Umformvorgänge

Im Treibprozess werden Hubschläge an verschiedenen Schlagpositionen mit verschiedenen Schlagtiefen nacheinander ausgelöst. Bei einem Hubschlag bewegt sich das obere Werkzeug zur oberen Oberfläche des Bleches und treibt den sukzessiven Umformvorgang, wobei es zu drei Verformungsphasen kommt (siehe Bild 3). In der ersten Phase werden die Flanken bis zur Fließgrenze geformt, während die zweite Phase reine Materialflüsse im Blech beschreibt. Liegen die Spannungen bei der Entlastung wieder unter der Fließgrenze, federn die beiden Flanken aber in unterschiedlichem Maße zurück, d.h. das Rückbiegen einer Flanke wird von der anderen Flanke beeinflusst.

#### Hybride Deformationen

In dieser ersten Phase gibt es zwei Verformungsschritte, die die hybriden Deformationen in beiden Flanken darstellen. Im ersten Schritt werden die Flanken nach dem Hookeschen Gesetz elastisch verformt. Wegen der unterschiedlichen Verformungsraten geht die

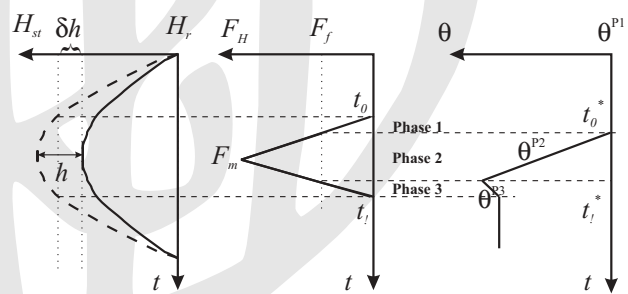


Bild 3 Verläufe der sinusförmigen Hubbewegung, der Kraft und des Biegewinkels.

$\pi_H$ -Flanke früher in den plastischen Verformungsbereich über, während die  $\pi_B$ -Flanke noch elastisch bleibt. Die Spannung  $\sigma_{1H}$  der  $\pi_H$ -Flanke hat dann nach dem elastisch-idealplastischen Materialmodell einen konstanten Wert  $S_H$  (Fließspannung). Die  $\pi_B$ -Flanke wird im zweiten Schritt weiter verformt, bis deren Spannung  $\sigma_{1B}$  die Fließspannung  $S_B$  erreicht. Nach den zwei Schritten bleibt der Biegewinkel  $\theta^{P1}$  wegen der plastischen Verformung in der  $\pi_H$ -Flanke zurück:

$$\theta^{P1} = \frac{2S_H l_0}{ET}. \quad (6)$$

Außerdem ergibt sich die horizontale Grenzkraft  $F_f$  zum Materialfluss:

$$F_f = \frac{1}{4}(2BS_B + HTS_H/B). \quad (7)$$

Sobald  $F_f$  überschritten wird, geht der Umformvorgang in die folgende zweite Phase über.

**Materialfluss**

Im Vergleich zu der  $\pi_B$ -Flanke hat die  $\pi_H$ -Flanke eine kleine Verformungsenergie, sodass in dieser Phase nur die  $\pi_B$ -Flanke betrachtet wird.

Bild 4 zeigt die ebene Spannungs-Dehnungsverteilung mit den Randbedingungen

$$\epsilon_1|_{y=0} = 0; \quad \dot{\epsilon}_1|_{y=0} = 0, \quad (8)$$

wobei  $\dot{\epsilon}_1$  die Formänderungsgeschwindigkeit ist, die mittels der Verschiebungsgeschwindigkeit  $v_1$  definiert ist:

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{\partial v_1}{\partial x}. \quad (9)$$

Die Verschiebungsgeschwindigkeit wird durch die horizontale Bewegungsgeschwindigkeit  $V_{st}$  ermittelt:

$$v_1 = \frac{2V_{st}}{Bl_0}xy. \quad (10)$$

Aus dem Bewegungsverlauf  $H_{st}(t)$  des oberen Werkzeuges ergibt sich dann die approximierete  $V_{st}$

$$V_{st} = \frac{1}{2} \frac{\partial H_{st}}{\partial t} \Big|_{t=t_0^*}, \quad (11)$$

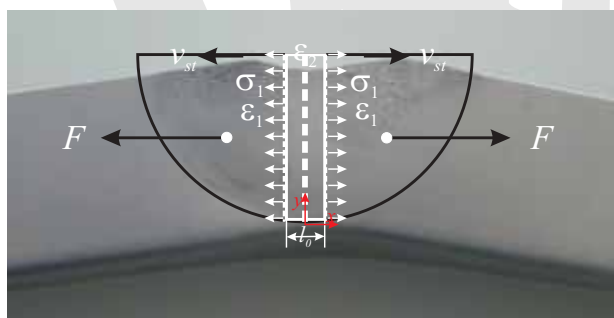


Bild 4 Spannungs-Dehnungszustand auf dem Blech.

welche im Fließzeitintervall konstant bleibt. Zur Bestimmung des Biegewinkels wird nach Gl. (2) zunächst die Dehnung am Rand  $\epsilon|_{y=B}$  berechnet:

$$\epsilon|_{y=B} = \int_0^{\Delta t} \dot{\epsilon}|_{y=B} d\tau = \frac{2V_{st}}{l_0} \Delta t. \quad (12)$$

Ausgehend vom Bewegungsverlauf

$$H_{st}(t) = H_r + (A_{st} + h) \sin \omega t \quad (13)$$

wird entlang der Zeitachse bis zum Zeitpunkt  $t_0$  das obere Werkzeug die Oberfläche des Bleches berühren (siehe Bild 3). Zum Zeitpunkt  $t_0$  gibt es kein Spiel mehr zwischen dem Blech und den Werkzeugen und das untere Werkzeug gibt nicht mehr nach. Ab diesem Zeitpunkt

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \left( \frac{A_{st} + \delta h}{A_{st} + h} \right) \quad (14)$$

steigt die Kraft proportional zur Zeit an und fällt nach dem Erreichen des Maximums  $F_m$  wieder ab. Das Maß  $\delta h$  bezeichnet das Spiel zwischen dem oberen Werkzeug und dem Blech und dem nachgebenden Absatz des unteren Werkzeugs. Das Material fließt dann im Zeitintervall  $[t_0^*, t_1^*]$  und

$$t_0^* = \frac{F_f}{2\mu F_m} (t_1 - t_0) + t_0, \quad (15)$$

$$t_1^* = t_1 - \frac{F_f}{2\mu F_m} (t_1 - t_0),$$

wobei  $\mu$  die Reibzahl ist. Die Reibungszustände im Treibprozess sind normalerweise sehr komplex und variieren nach jedem Hubschlag. Insbesondere ändert sich die Oberflächenrauigkeit des Bleches beim ersten Hubschlag mehr als bei nachfolgenden Schlägen. Aus den Gleichungen (4) und (12) wird schließlich der Biegewinkel bestimmt:

$$\theta^{P2} = \frac{2V_{st}}{B} (t_1^* - t_0^*). \quad (16)$$

Ab dem Zeitpunkt

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \left[ \pi - \arcsin \left( \frac{A_{st} + \delta h}{A_{st} + h} \right) \right] \quad (17)$$

wird das Blech nicht mehr belastet. Die Einschnürungen und die Verdünnungen werden in diesem Beitrag als vernachlässigbar erachtet und bleiben unberücksichtigt.

**Rückfederung und -biegung**

Unterschreitet die Belastung  $F_H$  die Grenzkraft  $F_f$ , so federt das gebogene Blech entlang der E-Modul-Steigung zurück. Der Rückfederwinkel  $\theta_z$  wird mit Hilfe des Ähnlichkeitssatzes von Dreiecken berechnet:

$$\theta_z = \frac{S_B L}{EB}. \quad (18)$$

In der Regel haben die zwei Flanken aber unterschiedliche Rückfederwinkel, sodass das Rückbiegen bei der  $\pi_H$ -Flanke passiert, bis ein neues Gleichgewicht zwischen den beiden Flanken gefunden wird. Wegen der relativ kleinen Rückfederwinkel an der Flanke  $\pi_H$  wird das Rückbiegen in diesem Beitrag vernachlässigt.

### Verformungen durch mehrere Schlägen

Wie erwähnt, wird das Blech inkrementell zum Erreichen der gewünschten Geometrie verformt, d. h. an einer Schlagposition werden eventuell mehrere Schläge mit unterschiedlichen Schlagtiefen ausgelöst. Die auf dem Blech maximal auftretende Kraft hängt von der jeweiligen Schlagtiefe ab. Deren Beziehung  $F_m = f(h)$  wird durch eine Kraftmessdose gemessen und die zugehörige Kennlinie aufgenommen (siehe Bild 5 oben).

Der inkrementelle Verfestigungsprozess wird durch die wahre Spannungs-Dehnungskurve  $\sigma = s(\epsilon)$  (oder Fließkurve, siehe Bild 5 unten) beschrieben, d. h. zu jedem nächsten Schlag wird die Fließspannung  $S_B$  unter dem aktuellen Verformungsgrad neu bestimmt.

Die Rauigkeit der Blechoberfläche ändert sich nach jeder inkrementellen Verformung. Zur Simulation dieser Schwankungen wird eine stochastische Funktion  $Z(k)$ , für die eine Gleichverteilung mit Mittelwert 0,5 und Breite 1 angenommen wird, als Störmodell in die Reibzahl  $\mu$  einbezogen:

$$\mu(k) = \begin{cases} \mu_0 & k = 0 \\ \mu_1 + \mu_2 \cdot Z(k) & k > 0 \end{cases}, \quad (19)$$

wobei die Ausgangsreibzahl  $\mu_0$  im Vergleich zu den Reibzahlen nach dem ersten Schlag relativ klein ist.

Außer den experimentell ermittelten Größen (siehe Bild 5) sind alle weiteren Parameter in den Gleichungen (6) bis (18) bekannt.

Aus den Modellgleichungen lassen sich nun zeitdiskrete Zustandsraummodelle für die drei Phasen angeben,

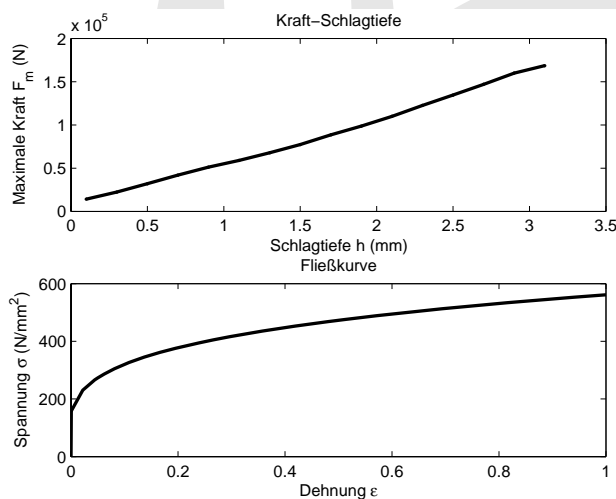


Bild 5 Kraft-Schlagtiefe-Kurve  $F_m = f(h)$  und Fließkurve  $\sigma = s(\epsilon)$ .

wobei ein Zeitschritt  $k$  einem Schlag des Kraftformers entspricht und den Phasen 1 und 2 des Schlages je ein halber Zeitschritt zugewiesen wird:

Phase 1:

Die hybride Deformation bewirkt die folgende Änderung des Biege winkels (siehe Gl. (6))

$$\theta^{P1}(k) = \frac{2S_H l_0}{\bar{E}T}. \quad (20)$$

Die Zustandsvariable  $\theta_S$  beschreibt den Biege winkel ohne Rückfederung. Nach der ersten Phase ist also

$$\theta_S \left( k + \frac{1}{2} \right) = \theta_S(k) + \theta^{P1}(k). \quad (21)$$

Die Fließspannung  $S_B$  in der  $\pi_B$ -Flanke wird sofort nach jedem Verformungsschritt durch die Berechnung der Hauptdehnung  $\epsilon_{1B}$  (siehe Gl. (4) mit  $\gamma_B = B$ ) erneuert:

$$S_B \left( k + \frac{1}{2} \right) = \sigma_{1B} = s(\epsilon_{1B}) = s \left( \frac{B\theta_S \left( k + \frac{1}{2} \right)}{l_0} \right). \quad (22)$$

Die horizontale Grenzkraft  $F_f$  wird mit Gl. (7) berechnet:

$$F_f = \frac{1}{4} \left( 2BS_B \left( k + \frac{1}{2} \right) + HTS_H/B \right). \quad (23)$$

Phase 2:

Aus den Gleichungen (14) und (17) werden die Zeitpunkte  $t_0^*$  und  $t_1^*$  ermittelt. Mit den Gleichungen (11) und (13) wird die Bewegungsgeschwindigkeit  $V_{st}$  berechnet. Durch Einsetzen der Gleichungen (11) und (15) in Gleichung (16) erhält man dann die Winkeländerung

$$\begin{aligned} \theta^{P2}(k) &= \theta^{P2}(h(k), \mu(k)) \\ &= \frac{2(A_{st} + h(k))}{B} \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) \cos \phi \end{aligned} \quad (24)$$

mit

$$\phi = \frac{F_f}{\mu(k)f(h(k))} \left( \frac{\pi}{2} - \gamma \right) + \gamma \quad (25)$$

und

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{A_{st} + \delta h(k)}{A_{st} + h(k)} \right). \quad (26)$$

$\mu(k)$  enthält dabei den oben beschriebenen stochastischen Prozess (siehe Gl. (19)).

Die Zustandsvariable  $\theta_S$  erhöht sich durch den Materialfluss auf:

$$\theta_S(k+1) = \theta_S \left( k + \frac{1}{2} \right) + \theta^{P2}(h(k), \mu(k)). \quad (27)$$

Die Fließspannung  $S_B$  wird dann wieder der Fließkurve entnommen.

$$S_B(k+1) = s \left( \frac{B \cdot \theta_S(k+1)}{l_0} \right). \quad (28)$$

Phase 3:

Mit dem Rückfederwinkel  $\theta_z = \theta^{P3}$  (siehe Gl. (18)) ergibt sich schließlich die gesamte Winkeländerung  $\theta^{Pges}$  durch den Schlag  $k$

$$\theta^{Pges}(k) = \theta^{P1}(k) + \theta^{P2}(k) - \theta^{P3}(k). \quad (29)$$

Weil in die beiden Teilgleichungen (21) und (27) nur die Schlagtiefe  $h(k)$  und der Anfangswert  $\theta_S(k)$  eingehen, können die Gleichungen ineinander eingesetzt werden, und es resultiert ein zeitdiskretes nichtlineares (nicht eingangsaффines) Modell der Ordnung 1,

$$\theta_S(k+1) = \mathbf{g}^*[\theta_S(k), h(k), \mu(k)], \quad (30)$$

mit der Ausgangsgleichung

$$\theta(k) = \theta_S(k) - \theta_z(k), \quad (31)$$

worin  $\theta(k)$  den gesamten Umformwinkel bezeichnet. Geht man von der Zustandsvariable  $\theta_S$  zur neuen Zustandsvariable  $\theta$  über, so resultiert die noch einfachere Darstellung

$$\theta(k+1) = \mathbf{g}[\theta(k), h(k), \mu(k)]. \quad (32)$$

Das Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen (siehe Bild 6). Erkennbar ist auch der Einfluss der stochastischen Rauigkeitsstörung und die nach wenigen Schlägen eintretende Materialverfestigung.

Im folgenden Kapitel wird eine Regelungsstrategie zur Ermittlung der optimalen Steuergröße entworfen, die die Materialverfestigung berücksichtigt und Rauigkeitsstörungen ausgleichen kann.

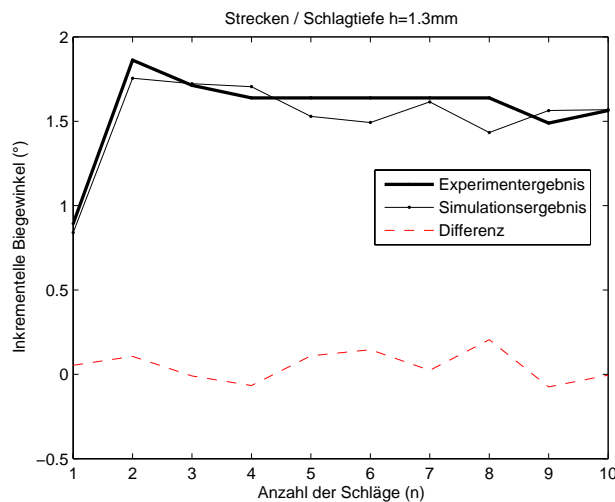


Bild 6 Simulations- und Experimentergebnisse bei der Schlagtiefe  $h = 1,3$  mm.

## 4 Modellprädiktive Regelung

### 4.1 Strategie

Die modellprädiktive Regelung (MPC) gehört zu den modell- und optimierungsbasierten Steuerungsstrategien [2]. Das Prinzip der MPC bezieht sich auf ein Modell zur Prädiktion der Ausgangsgröße  $y_p(k)$  (in einem Zeithorizont), die einer gegebenen Referenztrajektorie  $y_r(k)$  folgen soll (siehe Bild 7).

Dazu wird die Steuergrößenfolge  $u(k)$  ermittelt, die die übliche quadratische Gütefunktion [2]

$$J(k) = \|y_p(P) - y_r(P)\|_Q^2 + \sum_{k=1}^{P-1} \|y_p(k) - y_r(k)\|_Q^2 + \sum_{k=1}^L (\|u(k) - u_r(k)\|_R^2 + \|\Delta u(k)\|_S^2), \quad (33)$$

mit den Gewichten  $Q$ ,  $R$  und  $S$  minimiert. Der Prädiktionshorizont  $P$  und der Steuerhorizont  $L$  können identisch sein (In der Praxis werden häufig mit  $P > L$  bessere Ergebnisse erzielt). Die zwei Horizonte sollen dabei nicht beliebig lang oder kurz ausgewählt werden [10]. Die Referenzsteuergröße  $u_r(k)$  bezeichnet die zum Erreichen der gewünschten Ausgangsgröße  $y_r(k)$  benötigte Stellgrößenfolge. Die Stellgrößenänderung  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  sollte je nach Problemstellung mehr oder weniger stark im Gütefunktional berücksichtigt werden. Nach Lösen des Optimierungsproblems wird jeweils nur der erste Wert der Steuergrößenfolge benutzt und die Optimierung in jedem Zeitschritt wiederholt.

Der erste Summand im Gütemaß (33) gewichtet für das vorliegende Modell (32) die Endwinkelabweichung  $\theta(P) - \theta_r(P)$ . Mit dem zweiten Summanden sollen mit der Referenztrajektorie  $y_r(k)$  (hier:  $\theta_r(k)$ ) gewisse Werkstoffeigenschaften, z. B. eine hohe Homogenität erzielt werden. Der Term  $(u(k) - u_r(k))^2$  (hier:  $(h(k) - h_r(k))^2$ ) berücksichtigt ebenso wie der vierte Term  $\Delta u(k)$  den Stellgrößenaufwand, hier die Schlagtiefe. Da sie nicht beschränkt werden muss und für die aufzuwendende Energie kein Rolle spielt, werden mit der Wahl  $R = 0$ ,  $S = 0$  die zugehörigen Anteile im Gütemaß unwirksam gemacht. Daher ergibt sich das Gütefunktional für den

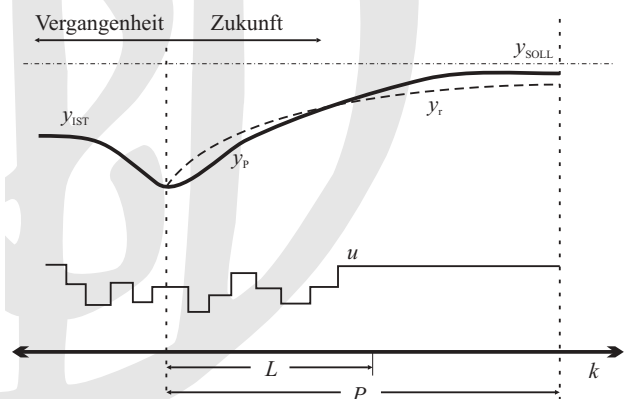


Bild 7 Prinzip der modellprädiktiven Regelung.

folgenden Optimierungsprozess aus der Gleichung (33) letztendlich zu:

$$J(k) = \sum_{k=1}^P (\theta(k) - \theta_r(k))^2. \quad (34)$$

In der vorliegenden Problemstellung ist die Steuergröße  $h$  (Schlagtiefe) maschinenbedingt auf ein gewisses Intervall beschränkt und nur in 15 Stufen verstellbar. Zur Ermittlung der optimalen Steuergröße ist nun das Gütefunktional zu minimieren, unter Berücksichtigung des nichtlinearen Zustandsraummodells und der Steuergrößenbeschränkung. Ein möglicher Ansatz, mit den stochastischen Störungen im Prozess umzugehen, wäre die Methode der stochastischen Dynamischen Programmierung [1]. Voraussetzung dafür sind Kenntnisse über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störung. In der vorliegenden Anwendung steht über den stochastischen Prozess derzeit kein ausreichendes Wissen zur Verfügung, um die Vorteile dieser Methode nutzen zu können. Daher wurde die stochastisch variierende Reibzahl  $\mu(k)$  im Modell für  $k > 0$  durch ihren Mittelwert approximiert und die diskrete Dynamische Programmierung eingesetzt. Durch den erneuten Aufruf der Optimierung vor jedem Schlag können die Störungen schrittweise ausgeglichen werden.

### 4.2 Diskrete Dynamische Programmierung

#### Optimalitätsprinzip

Beim vorliegenden dynamischen Optimierungsproblem soll der Systemzustand aus seinem Anfangspunkt  $\theta(0) = \theta_0$  in einen Endpunkt, beschrieben durch eine Endbedingung  $\mathbf{B}[\theta(P), P] = 0$ , unter Berücksichtigung der Beschränkungen überführt werden.

Das Bellmansche Optimalitätsprinzip besagt, dass eine Gesamtstrategie nur optimal sein kann, wenn jede Reststrategie optimal ist. Dies wird in Bild 8 verdeutlicht, wo die optimale Zustandstrajektorie  $\theta_{opt}(k)$  zwei Teile hat. Im Teil 2 (Reststrategie) geht der Zustand  $\theta_{opt}(k_1)$  entlang der optimalen Trajektorie 2 in die Endbedingung über. Gäbe es daneben eine Trajektorie 3 mit geringeren Kosten, widerspräche das der Optimalität der Gesamtstrategie (Additivität der Kosten der Teilstrategien vorausgesetzt). Das Optimalitätsprinzip ermöglicht die effiziente Berechnung der optimalen Trajektorie mittels „Dynamischer Programmierung“ [9]. Eine direkte Anwendung ist die

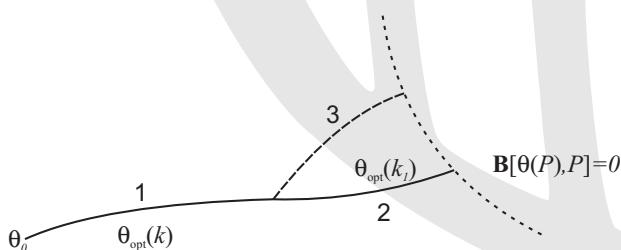


Bild 8 Optimalitätsprinzip.

Lösung kombinatorischer Probleme, die mehrstufige Entscheidungsprozesse beinhalten. Dabei müssen nicht alle kombinatorischen Möglichkeiten gegenübergestellt werden, sondern es wird, rückwärts (oder vorwärts) durch den Entscheidungsbaum gehend, für jede im aktuellen Schritt mögliche Steuerung nur die optimale Reststrategie (oder Anfangsstrategie) ermittelt und gespeichert.

#### Mehrstufige Optimierungen

##### 1) Diskretisierung

Zur numerischen Auswertung des Optimalitätsprinzips werden der zulässige Zustandsbereich  $\mathcal{T}(k)$  und der zulässige Steuerbereich  $\mathcal{H}$  durch Punktgitter diskretisiert. Die Diskretisierungsintervalle  $\Delta\theta$  und  $\Delta h$  werden je nach Problemstellung und erwünschter Lösungsgenauigkeit gewählt.

##### 2) Zustandsübergänge und Übergangskosten

Das vorliegende diskrete Zustandsraummodell  $\theta(k+1) = \mathbf{g}[\theta(k), h(k), \mu(k)]$  mit der Steuergröße  $h(k)$  beschreibt für jeden Schlag unmittelbar den Übergang von einer Stufe  $k$  zur Stufe  $k+1$ . Liegt ein ermittelter Zustandspunkt nicht exakt auf einem Gitterpunkt, so wird der nächstgelegene Gitterpunkt als Approximation verwendet. Soll mit beispielsweise 4 Schlägen eine vorgegebene Winkeldifferenz zu Null gemacht werden, so beinhaltet der Optimierungsprozess 4 Entscheidungsstufen und liefert als optimale Lösung eine Steuergrößenfolge mit 4 Elementen. Bild 9 illustriert den Graph der Übergangskosten der Zustände bei einer Winkeldiskretisierung mit  $0,5^\circ$ . Diese wurden ermittelt, indem ausgehend von der Winkeldifferenz  $4^\circ$  für alle zulässigen Schlagtiefen das Gütefunktional (34) ausgewertet wurde und dieser Vorgang von  $k=0$  beginnend für alle möglichen folgenden Zustände wiederholt wurde. Auf einem Gitterpunkt können dabei mehrere Übergänge mit unterschiedlichen Kosten enden. Abgespeichert wurde jeweils nur der Übergang mit minimalen Kosten.

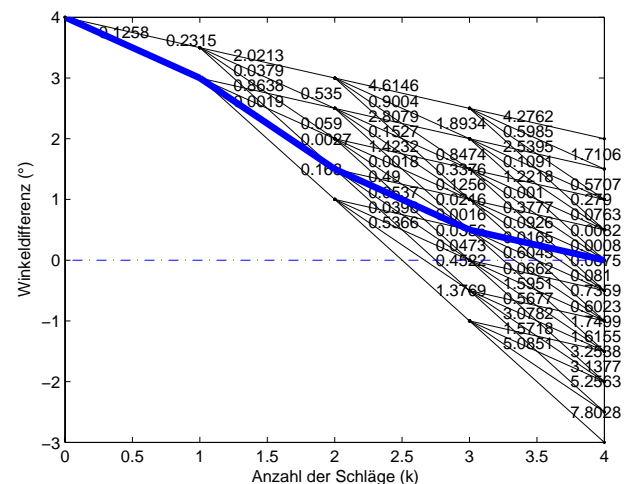


Bild 9 Übergänge jeweils mit Kosten. Die dicke Linie stellt den Weg mit minimalen Kosten dar.

3) Endbedingung

Die Endbedingung wurde mit  $\theta(P) = \theta_{soll}$  zunächst scharf definiert. Auf Grund der Diskretisierung kann sie in der Praxis kaum eingehalten werden, weshalb sie durch ein Toleranzband  $\pm\delta$  erweitert wird:

$$\theta(P) = \theta_{soll} \pm \delta \tag{35}$$

Liegt  $\theta(P)$  im Toleranzband, gilt das Steuerungsziel als erreicht.

Regelgesetz

Nach der Bildung der Übergänge mit zugehörigen Kosten und der Formulierung der Endbedingung entspricht die Bestimmung der optimalen Steuerung unter Ausnutzung des Optimalitätsprinzips der Lösung eines Kürzeste-Wege-Problems im Übergangsgraph. Hierzu wird als effiziente Umsetzung der bekannte Dijkstra-Algorithmus [3; 11] eingesetzt. Er liefert die optimale Steuergrößenfolge  $u(k)$ , die zugehörigen Zustandsübergänge und die Kosten. In Bild 9 stellt die dicke Linie den Weg mit minimalen Kosten im Beispiel dar. Es wird dann jeweils der erste Wert der Folge aufgeschaltet und die Optimierung nach jedem Schlag wiederholt, wodurch sich der Regelkreis schließt. Als Startwert  $\theta$  der Optimierung wird in der hier gewählten Implementierung der tatsächlich gemessene Istwinkel und nicht seine Gitterapproximation verwendet, was die erreichte Genauigkeit deutlich verbessert.

5 Evaluierung

Simulation

Die Simulation des geschlossenen Regelkreises kann klären helfen, wie die Parameter der Optimierungsprozedur die Steuerungsergebnisse beeinflussen. Zur Bewertung der Endwinkelabweichungen sind in Bild 10 der empirische Mittelwert  $M_t(\theta - \theta_{soll})$  und die empirische Streuung  $S_t(\theta - \theta_{soll})$  der Simulation dargestellt, die jeweils sieben Mal für die unterschiedlichen Längen des Prädiktionshorizonts und die Diskretisierung von  $\theta$  durchgeführt wurde. Die Streuung kommt durch die Annahme einer Gleichverteilung für die Rauigkeitsschwankung  $Z(k)$  mit Mittelwert 0,5 und Breite 1 zustande.

Aus dem Bild 10 (oben) liest man als günstige Länge für den Prädiktionshorizont den Wert drei ab. Mit dieser festen Horizontlänge wurden die nachfolgenden Ergebnisse ermittelt (alternative Simulationen wurden auch mit variablem Prädiktionshorizont durchgeführt, was die Endwinkelabweichung jedoch nur unwesentlich beeinflusste).

Aus umformtechnischer Sicht ist es günstig, eine vorgegebene Referenztrajektorie in die Gütefunktion  $J(k)$  einzusetzen. Eine solche Referenztrajektorie mit konstanter Winkeländerung  $\theta_0$  nach jedem Schlag wird durch  $\theta_r(k) = k \cdot \theta_0$  beschrieben. Es zeigt sich, dass eine unterschiedliche Wahl von  $\theta_0$  immer zu geringen Abweichungen führt, solange  $\theta_0$  im Bereich  $[\theta_{min}(k), \theta_{max}(k)]$  der

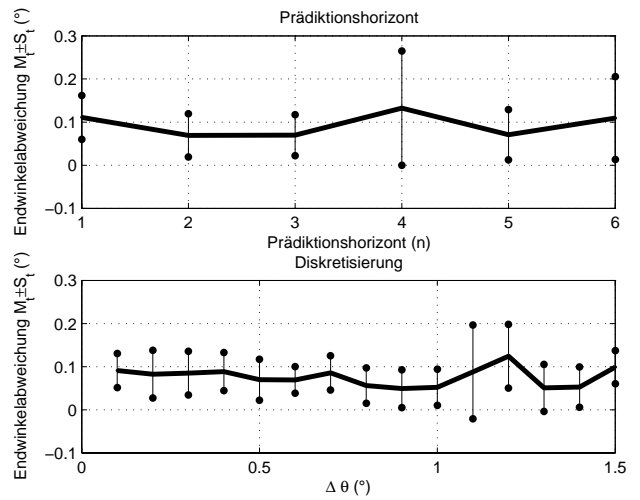


Bild 10 Endwinkelabweichungen unter unterschiedlichen Prädiktionshorizonten.

möglichen Zustandsänderung liegt. Dieser Bereich hängt von der bereits durchgeführten Anzahl der Schläge  $k$  ab.

Wird in jedem Schritt mit *quantisierten* Anfangswerten gearbeitet, so kann die Genauigkeit der Ergebnisse durch Verfeinern der Quantisierung gesteigert werden. Da jedoch im vorliegenden Fall (möglich durch Online-Optimierung) stets der *exakte* Startwert verwendet wird, bleibt der Einfluss der Quantisierung gering. In den nachfolgenden Experimenten wurde mit einer recht groben Quantisierung von  $0,9^\circ$  gute Ergebnisse erzielt. Die Verwendung noch gröberer Quantisierung oder tabellarisch abgespeicherter Regelgesetze in Simulation und Experiment ist Gegenstand zukünftiger Untersuchungen.

Experiment

Es wurde der Parametersatz  $(P; \Delta\theta) = (3; 0,9^\circ)$  zur Durchführung des Experiment ausgewählt, in dem ein Sollbiegewinkel an einer einzelnen Schlagpositionen erreicht werden soll. Die Ergebnisse zeigen, dass die durch DDP ermittelte Stellgrößenfolge das Blech mit

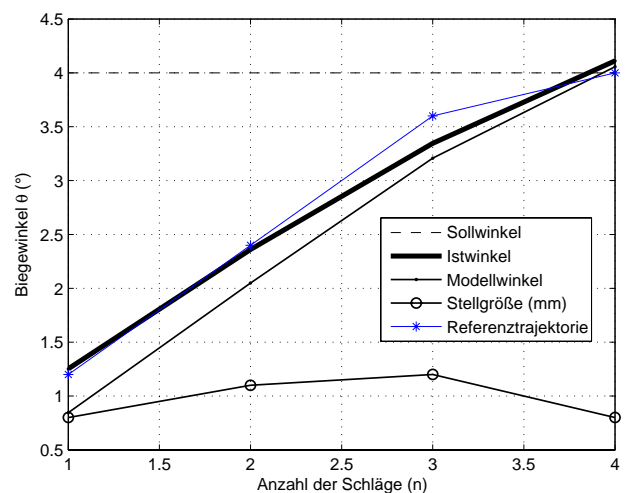


Bild 11 Simulations- und Experimentergebnisse.



sehr guter Genauigkeit in den erwünschten Winkel überführt (siehe Bild 11). Die Istwinkel folgen der Referenztrajektorie sogar besser als die Modellwinkel. Die Endwinkelabweichung ist mit  $0,112^\circ$  hier etwas größer als das Simulationsergebnis  $0,0568^\circ$ . Diese Abweichungen zwischen Istwinkel und Modellwinkel sind auf Modellungenauigkeiten und die stochastischen Rauigkeitsänderungen zurückzuführen (vgl. Bild 6).

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Für das Erreichen einer gewünschten Blechgeometrie beim maschinellen Treiben wurde eine modellbasierte Regelung vorgeschlagen. Dazu wurde zunächst der Streckprozess für L-Bleche analytisch modelliert mit den Teilmodellen Hybride Deformationen, Materialfluss sowie Rückfederung und -biegung. Das erhaltene Zustandsraummodell stellt ein nichtlineares, zeitdiskretes SISO-System mit Beschränkungen der Stell- und Ausgangsgrößen dar. Zur Ermittlung optimaler Stellgrößenverläufe wurde eine modellprädiktive Regelung gewählt und zur Lösung des Optimierungsproblems die Diskrete Dynamische Programmierung herangezogen. Zur Ermittlung des günstigsten Wegs vom Anfangszustand bis zur Endbedingung wurde der Dijkstra-Algorithmus eingesetzt. Es wurde ferner untersucht, wie die Parameter des Entwurfs das Steuerungsergebnis beeinflussen. Da die Endwinkelabweichung für die Umformung von größter Bedeutung ist, wurden der empirische Mittelwert  $M_r(\theta - \theta_r)$  und die empirische Streuung  $S_r(\theta - \theta_r)$  als Bewertungsmaße benutzt. Zur Durchführung eines Laborexperiments wurde auf Basis der Simulationsergebnisse ein Parametersatz ausgewählt und in der DDP verwendet. Das Ergebnis zeigt, dass der gewünschte Winkel gut erreicht wird.

In zukünftigen Arbeiten soll der Einfluss der Quantisierung und die Verwendung abgespeicherter Regelgesetze näher untersucht werden. Darüber hinaus soll zum einen die Rückführung der Istwinkel entweder zur Korrektur der prädiktiven Größen oder sogar zur Modifikation des Modells eingesetzt werden. Zum anderen wird die MPC mit einer anderen Regelungsstrategie z. B. einer Iterativ Lernenden Regelung (ILC) zur Optimierung der Modell- und Regelparameter kombiniert werden. Desweiteren soll der Einsatz der MPC mittels DDP auch für die Umformung von dreidimensionalen Blechen untersucht werden.

## Literatur

- [1] D. P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, Athena Scientific, 1995.
- [2] E. F. Camacho und C. Bordons, *Model Predictive Control*, Springer, London, 2004.
- [3] E. W. Dijkstra, „A note on two problems in connexion with graphs“, *In: Numerische Mathematik.*, vol. 1, 1959, pp 269–271.
- [4] R. Dittmar, „Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis“, *In: at – Automatisierungstechnik*, vol. 54, 2006, Oldenbourg Wissenschaftsverlag.
- [5] E. Doege und B. A. Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, Springer, Berlin, 2007.
- [6] H. Hoffmann und R. Petry, „Mass Customization of Sheet Metal Parts by Numerically Controlled Driving“, *SheMet05 – International Conference on Sheet Metal*, Erlangen, 2005.
- [7] T. Kiefer, R. Heeg und A. Kugi, „Modellbasierte Dicken- und Ebenheitsregelung in Grobblechwalzwerken“, *In: at – Automatisierungstechnik*, No. 8, 2008, Oldenbourg Wissenschaftsverlag.
- [8] Webseite der Firma Eckold GmbH & Co. KG, [www.eckold.com](http://www.eckold.com).
- [9] M. Papageorgiou, *Optimierung*, Oldenbourg, München, 1991.
- [10] M. A. Henson und D. E. Seborg, *Nonlinear Process Control*, Prentice Hall, 1996.
- [11] M. Sniedovich, „Dijkstra’s algorithm revisited: the dynamic programming connexion“, *Control and Cybernetics*, vol. 35, No. 3, 2006.
- [12] M. Tseng und F. T. Piller, *The Customer Centric Enterprise. Advances in Mass Customization and Personalization*, Springer, New York, Berlin 2003.
- [13] Z. Yang, M. Markert, D. Scherer, M. Golle, S. Weber, H. Hoffmann, B. Lohmann und T. C. Lüth, „Driving Using A Cognitive Method For Production of Customized Sheet Metal Parts“, *IFAC Workshop on Manufacturing Modelling, Management and Control*, Budapest, Hungary, November 2007.
- [14] Z. Yang, M. Markert, D. Scherer, M. Golle, S. Weber, H. Hoffmann, B. Lohmann und T. C. Lüth, „A Human-Machine interactive Driving System“, *IEEE International Conference on Distributed Human-Machine Systems*, Athens, Greece, March 2008.
- [15] Z. Yang und B. Lohmann, „Modelling of The Driving Process of L-Shaped Metal Sheets“, *Mathmod 2009*, Vienna, Austria, Februar 2009.

Manuskripteingang: 6. Februar 2009



**Dipl.-Ing. Zongru Yang** ist Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik an der TU München. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung und Regelung mechatronischer Systeme mit Anwendungen im Treiben unter Robotereinsatz.

Adresse: Technische Universität München, Lehrstuhl für Regelungstechnik, 85748 Garching bei München, Fax: +49-(0)89-289-15653, E-Mail: [zongru.yang@tum.de](mailto:zongru.yang@tum.de)



**Dipl.-Ing. Sebastian Bürger** ist Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik an der TU München. Hauptarbeitsgebiete: Energiemanagement im KFZ, Optimierung von Fahrzeugkonfigurationen.

Adresse: Technische Universität München, Lehrstuhl für Regelungstechnik, 85748 Garching bei München, Fax: +49-(0)89-289-15653, E-Mail: [buerger@tum.de](mailto:buerger@tum.de)



**Prof. Boris Lohmann** ist Leiter des Lehrstuhls für Regelungstechnik an der TU München und Vorsitzender des GMA-Fachausschusses 1.30 „Modellierung, Identifikation und Simulation in der Automatisierungstechnik“. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung und Modellreduktion, aktive Schwingungsdämpfung insbesondere im Kraftfahrzeug, Regelung komplexer technischer Systeme.

Adresse: Technische Universität München, Lehrstuhl für Regelungstechnik, 85748 Garching bei München, Fax: +49-(0)89-289-15653, E-Mail: [lohmann@tum.de](mailto:lohmann@tum.de)